



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA



TESIS

**Aplicación de los métodos espectrales para la simulación de física de
plasmas y fluidos.**

Para optar el Título Profesional de Licenciado (a) en Física

PRESENTADO POR:

BACH. JOSEPH VALENTIN RAMIREZ RAMOS

BACH. NATALY DIANA TOSCANO CARHUAJULCA

ASESOR:

MgSc. JUSTO VLADIMIR, TUÑOQUE GUTIÉRREZ

LAMBAYEQUE-PERÚ

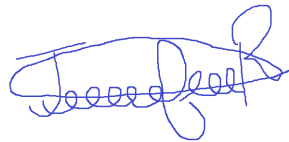
2023

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

**APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS ESPECTRALES PARA LA
SIMULACIÓN DE FÍSICA DE PLASMAS Y FLUIDOS.**

Autores:

Bach. Joseph Valentin Ramirez Ramos



Bach. Nataly Diana Toscano Carhuajulca



Asesor:

MgSc. Justo Vladimir, Tuñoque Gutiérrez



LAMBAYEQUE - PERÚ

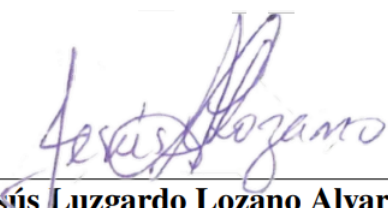
2023

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA

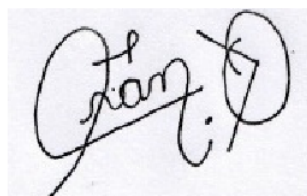
APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS ESPECTRALES PARA LA SIMULACIÓN DE
FÍSICA DE PLASMAS Y FLUIDOS.

Tesis para optar el título profesional de Licenciado (a) en Física

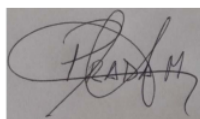
Sustentado y aprobado ante los siguientes miembros del jurado:



Jesús Luzgardo Lozano Alvarado
Presidente



Francisco Solano Salazar Ordinola
Secretario



Jara Hernán Prada Marchena
Vocal

LAMBAYEQUE - PERÚ

2023



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DECANATO
Ciudad Universitaria - Lambayeque



ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL N.º 029-2023-D/FACFyM

Siendo las 11.05 am del día 26 de junio del 2023, se reunieron vía plataforma virtual, <https://meet.google.com/gab-knym-rgk> los miembros del jurado evaluador de la Tesis titulada:

"Aplicación de los Métodos Espectrales para la Simulación de Física de Plasma y Fluidos"

Designados por Resolución N° 603-2022-virtual-D/FACFyM de fecha 11 de julio de 2022

Con la finalidad de evaluar y calificar la sustentación de la tesis antes mencionada, conformada por los siguientes docentes:

Lic. Fís. Jesús Luzgardo Lozano Alvarado Presidente

Lic. Fís. Francisco Solano Salazar Ordinola Secretario

Mg. Lic. Fís. Jara Hernán Prada Marchena Vocal

La tesis fue asesorada por el M.Sc. Lic. Fís. Justo Vladimir Tuñoque Gutiérrez nombrado por Resolución N° 603-2022-VIRTUAL-D/FACFyM de fecha 11 de julio de 2022

El Acto de Sustentación fue autorizado por Resolución N° 466-2023-VIRTUAL-D/FACFyM de fecha 12 de junio de 2023

La Tesis fue presentada y sustentada por los Bachilleres en Física Ramírez Ramos Joseph Valentín y Toscano Carhuajulca Nataly Diana y tuvo una duración de 1 hora y 43 minutos.

Después de la sustentación, y absueltas las preguntas y observaciones de los miembros del jurado se procedió a la calificación respectiva, otorgándole el Calificativo de 18 (dieciocho) en la escala vigesimal, mención Muy Bueno

Por lo que quedan aptos para obtener el Título Profesional de **Licenciado(a) en Física**, de acuerdo con la Ley Universitaria 30220 y la normatividad vigente de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas y la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

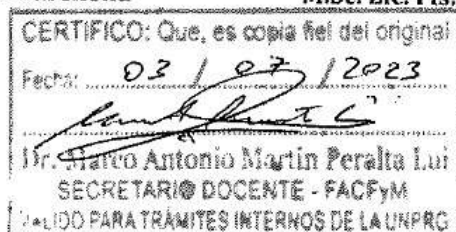
Siendo las 12.48 pm se dio por concluido el presente acto académico, dándose conformidad al presente acto con la firma de los miembros del jurado.

Lic. Fís. Jesús Luzgardo Lozano Alvarado
Presidente

Lic. Fís. Francisco Solano Salazar Ordinola
Secretario

Mg. Lic. Fís. Jara Hernán Prada Marchena
Vocal

M.Sc. Lic. Fís. Justo Vladimir Tuñoque Gutiérrez
Asesor



Agradecimientos

Agradecer al Todopoderoso por la vida y la salud, que nos brinda, la motivación de crecer todos los días y también a mi madre Olga Ramos Malaber por su labor al ayudarme siempre, mis hermanos Miguel, Paolo y Jackeline, así también a mis tías Maria Socorro Diaz y Gloria Ramirez y la persona que me ayuda siempre a crecer mi novia Esther Coronado Fernandez la cual es motivo de mis alegrías, también a mi asesor y amigo el profesor Vladimir Tuñoque Gutiérrez y a mi compañera de tesis Nataly Toscano Carhuajulca, a las familias Coronado Fernandez y Alarcón Vargas y también a mis hermanos en Cristo de la iglesia Getsemaní.

Gracias por todo.

Bach. Joseph Valentin Ramirez Ramos

Bachiller en Ciencias Físicas

Lambayeque 2022

Agradecimientos

A gradesco a Dios y a mis padres por el apoyo incondicional que me han brindado durante todo el proceso de mi formación profesional, especialmente a mi asesor de tesis Vladimir Tuñoque Gutiérrez y a todos los docentes de la escuela profesional de física que fueron participes en mi formación profesional y a mi compañero de tesis Joseph Valentin Ramirez.

Gracias por todo.

Bach. Nataly Diana Toscano Carhuajulca

Bachiller en Ciencias Físicas

Lambayeque 2022

Dedicatoria

*D*edico este trabajo al que extendió la tierra sobre las aguas, Porque para siempre es su misericordia. Salmo 136:6.

Gracias por todo.

Bach. Joseph Valentin Ramirez Ramos

*D*edico esta tesis a Dios por haberme consedido la vida para poder terminarla pues es lo mucho que anhelaba. A mi hija Patricia Abigail Thalia Guevara Toscano por ser una de las fuentes principales de mi inspiración en todas aquellas metas trazadas poder poder obtener un mejor futuro. A mis amados padres por su apoyo incondicional desde que inicie mi carrera y hasta ahora que estoy en una nueva etapa de en mi vida.

Gracias por todo.

Bach. Nataly Diana Toscano Carhuajulca

Lambayeque 2023

Resumen

EN esta tesis se aborda la modelación de los fluidos y los plasmas para ser resueltos con los Métodos Espectrales para lo cual se ha empleado la librería Dedalus la cual es una librería de libre acceso y escrita en python para resolver ecuaciones o sistema de ecuaciones utilizando los métodos espectrales, también se realizaron nuestros propios códigos empleando las bases de Chebyshev en el método de colocación y funciones seno utilizando el método de Galerkin, se han realizado experimentos numéricos haciendo cambio de paso de tiempo el mallado espacial, combinación de bases y así como también el tipo de base y el método de solucionar con métodos explícitos e implícitos y se han obtenido buenos resultados con el método de Galerkin para los fluidos y método de colocación para magnetohidrodinámica que para un fluido laminar se requieren 5 nodos y para turbulentos 30 nodos lo cual nos ayuda a saber qué método es mejor que el otro como menos coste computacional y también buenos resultados y además en la física de plasma.

Palabras clave: Plasma, Fluidos, Métodos Espectrales, Ecuaciones de Zakharov.

Abstract

This thesis deals with the modeling of fluids and plasmas to be solved with the Spectral Methods for which the Dedalus library has been used, which is a free access library written in python to solve equations or system of equations using the spectral methods, our own codes have also been carried out using the Chebyshev bases in the placement method and sine functions using the Galerkin method, numerical experiments have been carried out by changing the spatial meshing over time, combining bases and as well as the type of base and the method of solving with explicit and implicit methods and good results have been obtained with the Galerkin method for fluids and the placement method for magnetohydrodynamics that requires 5 nodes for a laminar fluid and 30 nodes for turbulent It helps us to know which method is better than the other as less computational cost and also good results and also in plasma physics.

Key words Plasma, Fluids, Spectral Methods, Zakharov Equations:

Índice general

Reconocimientos	VII
Reconocimientos	VIII
Dedicatoria	IX
Resumen	XI
Abstract	XII
Índice de figuras	XVI
Índice de Tablas	XIX
1. Información General	1
1.1. Título	1
1.2. Autores	1
1.3. Asesor	1
1.4. Línea de Investigación	1
1.5. Lugar	1
2. Planteamiento del Problema	2
2.1. Situación problemática	2
2.2. Formulación del problema de investigación	2
2.3. Hipótesis	2
2.4. Objetivos de la investigación	3
2.4.1. Objetivo General	3
2.4.2. Objetivos Específicos	3

3. Diseño Teorico	4
3.1. Antecedentes	4
3.2. Física de Fluidos	6
3.2.1. Reología	6
3.2.2. Ecuaciones de Navier Stokes	7
3.2.3. Tipos de Fluidos	8
3.2.4. Turbulencia	9
3.3. Física de Plasma	9
3.3.1. Definición	9
3.3.2. Enfoques Teóricos del Plasma	10
3.3.3. Plasma Ionosférico	11
3.3.4. Plasma Termonuclear	11
3.4. Análisis Numérico	12
3.4.1. Integración Numérica	12
3.4.2. Sistema de Ecuaciones Lineales	12
3.4.3. Sistema de Ecuaciones Diferenciales	13
3.4.3.1. Métodos Explícitos:	13
3.4.3.2. Métodos Implícitos:	14
3.5. Funciones y polinomios ortogonales	15
3.5.1. Funciones Ortogonales	15
3.5.2. Polinomios Ortogonales	15
3.6. Métodos Espectrales	19
3.6.1. Teoria	19
3.6.2. Ejemplos	20
3.6.3. Dedalus	21
3.7. Variables	23
3.7.1. Variable independiente	23
3.7.2. Variable dependiente	23

3.7.3. Operacionalización de variables	23
4. Diseño Metodológico	25
4.1. Instrumentos	25
5. Resultados	26
5.1. Física de Fluidos	26
5.1.1. Ecuación de Burgues	26
5.1.2. Plano Deslizando en el seno de un fluido	27
5.1.3. Inestabilidad Kelvin-Helmoltz	31
5.2. Física de Plasma	36
5.2.1. Flujo Magnetohidrodinámico Entre paredes	36
5.2.2. Ondas de presión de electrones y iones	46
5.2.3. Ecuaciones de Zakharov	46
5.2.4. Plasma Termonuclear	46
6. Sugerencias	57
7. Discusión	58
8. Conclusiones	60
Anexos	62
Anexo 1: Ortogonalización de los polinomios de Laguerre	63
Anexo 2: Código para las ecuaciones de Zakharov:	66

Índice de figuras

3.1. Nebulosa de Orión Wikipedia, the free encyclopedia, 2013	9
3.2. Plasma esta compuestos por partículas cargadas	10
3.3. Polinomios de Hermite	16
3.4. Polinomios de Laguerre	17
3.5. Polinomios de Legendre	18
3.6. Polinomios de Chebyshev	19
3.7. Caption	21
3.8. Caption	22
5.1. Base	26
5.2. Resultado	27
5.3. Caption	29
5.4. Bases coseno	29
5.5. Combinación debases de Chebyshev	30
5.6. Como Inicia el sistema	32
5.7. Velocidad inicial en x	32
5.8. Velocidad inicial en el eje y	33
5.9. simulación 3926.09 milisegundos	33
5.10. simulación 4298.37 milisegundos	34
5.11. simulación 4684.91 milisegundos	34
5.12. simulación 4684.91 milisegundos	35
5.13. simulación 5087.70 milisegundos	35
5.14. simulación 5485.99 milisegundos	36
5.15. Perfil de Velocidad del Fluido Magnetohidrodinámico	38
5.16. Comparación para 10 nodos	39
5.17. Error para 10 nodos	39

5.18. Comparación para 20 nodos	40
5.19. Error para 20 nodos	40
5.20. Comparación para 25 nodos	41
5.21. Error para 25 nodos	41
5.22. Perfil de velocidad	42
5.23. Gráfico para 3 nodos	43
5.24. Gráfico para 3 nodos el error	43
5.25. Gráfico para 4 nodos	44
5.26. Gráfico para 4 nodos el error	44
5.27. Gráfico para 5 nodos	45
5.28. Gráfico para 5 nodos el error	45
5.29. Extremo izquierdo de la base	47
5.30. Centro de la base	47
5.31. Extremo Derecho de la base	47
5.32. Módulo del campo eléctrico	48
5.33. Densidad de electrones	49
5.34. Módulo Campo Eléctrico $20 \times 10^{-6}s$	50
5.35. Módulo Campo Eléctrico $100 \times 10^{-6}s$	50
5.36. Módulo Campo Eléctrico $500 \times 10^{-6}s$	51
5.37. Módulo Campo Eléctrico $2500 \times 10^{-6}s$	51
5.38. Módulo Campo Eléctrico par el tiempo $500 \times 10^{-6}s$	52
5.39. Módulo Campo Eléctrico par el tiempo $4500 \times 10^{-6}s$	52
5.40. Módulo Campo Eléctrico par el tiempo $5000 \times 10^{-6}s$	53
5.41. Densidad de Electrones par el tiempo $20 \times 10^{-6}s$	53
5.42. Densidad de Electrones par el tiempo $100 \times 10^{-6}s$	54
5.43. Densidad de Electrones par el tiempo $500 \times 10^{-6}s$	54
5.44. Densidad de Electrones par el tiempo $2500 \times 10^{-6}s$	55
5.45. Densidad de Electrones par el tiempo $500 \times 10^{-6}s$	55

5.46. Densidad de Electrones par el tiempo $4500 \times 10^{-6}s$	56
5.47. Densidad de Electrones par el tiempo $5000 \times 10^{-6}s$	56

Índice de Tablas

3.1. Coeficientes a_k	21
3.2. Operacionalización de Variables	24
5.1. Resultado de los parámetros de la simulación	27

Capítulo 1

Información General

1.1. Título

APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS ESPECTRALES PARA LA SIMULACIÓN DE FÍSICA DE PLASMAS Y FLUIDOS.

1.2. Autores

Bach. Joseph Valentin Ramirez Ramos

Bach. Nataly Diana Toscano Carhuajulca

1.3. Asesor

MgSc. Justo Vladimir, Tuñoque Gutiérrez

1.4. Línea de Investigación

Física de Fluidos.

1.5. Lugar

Laboratorio de Física Computacional-Facultad de Ciencias Física y Matemáticas

-Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Capítulo 2

Planteamiento del Problema

Hoy en día cada vez la física del plasma se va utilizando en muchas áreas como la Astrofísica ,medicina ,industria ,etc.(McCarthy et al., 2013)

Comprender su comportamiento en función de sus parámetros es de mucha importancia en el desarrollo de la energía nuclear como es la fusión nuclear, las turbulencias que se presenta en la Ionósfera de la tierra para las telecomunicaciones y muchos campos más.

El comportamiento de los fluidos es cada vez de gran importancia en la medicina ,ingeniería ,etc. y conocer ese comportamiento nos ayuda a asimilar como se deben diseñar de una manera óptima todo lo concerniente a los medios por donde se desplazan los fluidos. Hansen, 1979

2.1. Situación problemática

Hoy se han desarrollado varios simuladores de fluidos, pero su programación y sus costos hacen que sea difícil en cierto modo poder trabajar con ellos, adicionalmente la falta de bibliografía más detallada sobre los métodos empleados en la solución de las ecuaciones diferenciales que rigen a los fluidos y el plasma, hace que sea mas complicado comprender la naturaleza de los mismos.

2.2. Formulación del problema de investigación

¿Usando los métodos espectrales se podra efectuar una simulación mas óptima en la física de plasma y fluidos?.

2.3. Hipótesis

Se pueden utilizar los métodos espectrales en la simulación del plasma y los fluidos.

2.4. Objetivos de la investigación

2.4.1. Objetivo General

Aplicar los Métodos Espectrales a la simulación del comportamiento del Plasma y Fluidos.

2.4.2. Objetivos Específicos

1. Plantear las ecuaciones de física de plasma y fluidos para casos reales.
2. Implementar las ecuación de física de plasma y fluidos.
3. Resolver la ecuaciones de física de plasma y fluidos, usando los métodos espectrales.
4. Realizar experimentos numéricos.

Capítulo 3

Diseño Teorico

3.1. Antecedentes

J.D.JACKSON, 1962 En este libro de electromagnetismo clásico en el capítulo 10 se hace una introducción a la física del plasma y la Magnetohidrodinámica y hace análisis de casos especiales que tienen solución analítica para obtener un análisis más detallado del comportamiento de un fluido entre dos placas desde un punto de vista de la Magnetohidrodinámica y el límite a ser un fluido newtoniano, además hace la introducción del número de Hartmann.

Spigel, 1976 Un texto que da las bases muy sólidas a lo que se refiere a las funciones y polinomios ortogonales, Series de Fourier, polinomios de Legendre, polinomios de Hermite, polinomios de Laguerre y los polinomios de Chebyshev, así como sus fórmulas de recurrencia, derivación y su ortogonalización, también hace aproximaciones a las soluciones de problemas de conducción de calor, potencial electrostático.

Bird et al., 1982 Los autores realizan una exposición detalladamente de las ecuaciones que gobiernan los fenómenos de transporte desde su base matemática con el cálculo tensorial, así como también ejemplos prácticos con solución analítica y realiza los análisis muy necesarios para su comprensión, como las ecuaciones de Navier-Stokes, las leyes de Fick y un estudio de los fluidos laminares y turbulentos.

John R. Reitz, 1996 El libro en el capítulo 14 titulado Física de plasma hace una introducción histórica a la física de plasma y enseña los enfoques de cómo estudiar el plasma llamada la teoría de equilibrio, teoría discreta y la Magnetohidrodinámica, así como su aplicación en confinamiento termonuclear y las ondas de Alfvén. Hace explicaciones de casos especiales de fluidos en campos magnéticos y campos eléctricos cuando son campos paralelos y perpendiculares.

O'Neil, 2004 El libro profundiza en herramientas matemáticas para el desarrollo de ecuaciones diferenciales parciales mediante series de Fourier, polinomios de Legendre, series de Bessel que son funciones ortogonales, todo ello por un método llamado separación de variables el cual tiene mucha similitud con los métodos espectrales.

A.V.Gurevich, 2007 Es una revista científica que hace un estudio de los efectos no lineales que tiene la ionósfera de la tierra así como también la turbulencia de Langmuir en la sección 8 .

B.Eliasson y Thide, 2008 En este artículo el autor resuelve las ecuaciones de Zakharov en la capa F de la ionosfera de la tierra (plasma inosnoférico) y realiza simulaciones para dos ondas electromagnéticas cuyas variación es la intensidad del campo eléctrico y eso se ve en su investigación que hay que hacer el paso más pequeño para poder tener la simulación y eso implica un mayor coste computacional, El autor usa el método de las diferencias finitas.

J.G.Paniagua (2012) Los autores realizan el planteamiento de las ecuaciones de segundo orden con coeficientes constantes por los métodos espectrales, especialmente el método de colocación usando las base de Chebyshev y se compara con el método numérico de las diferencias finitas y se demuestra que los métodos espectrales es más preciso y converge mucho más rápido que el de diferencias finitas.

López, 2015 En este trabajo de investigación consiste en aplicar el método de diferencias finitas y los métodos espectrales especialmente para calcular las funciones incógnitas, usando el Método de Tau y los polinomios de Chebyshev a la ecuación de burgers y hacer sus comparaciones se llega a la conclusión que el método espectral tienen muy buen resultado.

Gurnett y Bhattacharjee, 2017 En este libro se hace una introducción a la física del plasma ,en el capítulo 4 el autor hace un estudio de las ondas de plasma frío y en el capítulo 5 se plantean las ecuaciones Vlaso-Maxwell.

Hesthaven, 2018 Es un libro que resuelve ecuaciones de conservación como las ecuaciones de Burgues. Usa métodos numéricos como diferencias finitas, volúmenes

finitos, Galerkin Discontinuo y los Métodos espectrales usando las funciones de Fourier.

Roque, 2018 En esta tesis desarrollada en la ciudad de Arequipa el autor hace un estudio de los métodos espectrales especialmente usa la base de Chebyshev y hace una teoría matemática rigurosa (Análisis Funcional) y menciona muchas aplicaciones muy importantes en los cuales se usa los métodos espectrales, además de ecuaciones resueltas para su mejor entendimiento.

F.Vadillo, 2019 El autor hace una introducción de los métodos espectrales, explicado la bondad del método espectral así como haciendo comentarios sobre las funciones base además para calcular los coeficientes por el **Método de Tau**, el método de **Galerkin** y el método de **Colocación**.

Burns et al., 2020 Es un artículo que explica las bases matemáticas y la implementación de la librería Dedalus v2 así como ejemplos del uso de la librería de esta. Dedalus es una librería libre en lenguaje de programación Python el cual resuelve ecuaciones y sistema de ecuaciones aplicados a los fluidos usando los métodos espectrales, especialmente el método de colocación .

3.2. Física de Fluidos

La física de fluidos es la rama de la física que estudia a las sustancias líquidas, gaseosas y plasmáticas que están en reposo y movimiento indistintamente y se deforman pues carecen de forma propia, debido a que las fuerzas que a estos los une son demasiados débiles.

Según el comportamiento de la deformación del flujo aplicada por la fuerza tangencial se define si son fluidos newtonianos y fluidos no newtonianos.

3.2.1. Reología

Es el estudio de la deformación del flujo de las sustancias y es parte de la física de medios continuos. Uno de los objetivos más importantes es encontrar las ecuaciones para modelar el comportamiento de estas.

■ Fluidos Newtonianos.

Son sustancias homogéneas que se deforman continuamente en el tiempo cuando a este se le aplica una fuerza y esto se da debido a la poca cohesión intermolecular que hay, pues carecen de forma propia y adoptan la forma de cualquier recipiente que lo contenga.

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \quad (3.1)$$

■ Fluidos no Newtonianos.

1. Modelo de Bingham

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \frac{dv_x}{dy} \pm \tau_0 \quad (3.2)$$

2. Modelo de Ostwald-de Waele

$$\tau_{yx} = -\mu_0 \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy} \quad (3.3)$$

3. Modelo de Reiner-Philippoff

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\frac{1}{\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + (\tau_{yx}/\tau_s)^2}} \right) \tau_{yx} \quad (3.4)$$

4. Modelo de Ellis

$$-\frac{dv_x}{dy} = \left(\phi_0 + \phi_1 |\tau_{yx}|^{\alpha-1} \right) \tau_{yx} \quad (3.5)$$

3.2.2. Ecuaciones de Navier Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes se aplican para fluidos Newtonianos y hasta ahora no hay una solución para ellas a menos que se realicen muchas simplificaciones, las ecuaciones de Navier-Stokes son unos de los 7 problemas del milenio.

Componente en el eje x

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{V}_x}{Dt} = & -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mu \left(\frac{\partial^2 \mathbf{V}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}_x}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial \mathbf{V}_x}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial x} \\ & - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial \mu}{\partial x} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}_y}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{V}_x}{\partial y} \right) \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}_z}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{V}_x}{\partial z} \right) \frac{\partial \mu}{\partial z} - \rho g \frac{\partial l}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Componente en el eje y

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{V}_y}{Dt} = & -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mu \left(\frac{\partial^2 \mathbf{V}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}_y}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial \mathbf{V}_y}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial y} \\ & - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial \mu}{\partial y} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}_z}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{V}_y}{\partial z} \right) \frac{\partial \mu}{\partial z} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}_x}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{V}_y}{\partial x} \right) \frac{\partial \mu}{\partial x} - \rho g \frac{\partial l}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Componente en el eje z

$$\begin{aligned} \rho \frac{D\mathbf{V}_z}{Dt} = & -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mu \left(\frac{\partial^2 \mathbf{V}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}_z}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial \mathbf{V}_z}{\partial z} \frac{\partial \mu}{\partial z} \\ & - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial \mu}{\partial z} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}_x}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{V}_z}{\partial x} \right) \frac{\partial \mu}{\partial x} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}_y}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{V}_z}{\partial y} \right) \frac{\partial \mu}{\partial y} - \rho g \frac{\partial l}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Donde:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.9)$$

3.2.3. Tipos de Fluidos

Los fluidos se caracterizan por ser de tres tipos según su comportamiento por una cantidad adimensional llamada número de Reynolds.

1. Flujo Laminar: Es cuando el fluido se mueve en capas organizadas.

2. Flujo Turbulento: Es cuando el fluido se comporta de una manera caótica.

3.2.4. Turbulencia

La turbulencia es un fenómeno físico que se da en los fluidos cuando el número de Reynolds es mayor de 4000, la turbulencia es esencial para la formación de las gotas de lluvia, la difusión de los líquidos, subida de los peces salomón río arriba, se encuentra de escalas muy pequeñas hasta muy grandes como la nebulosa de orión. 3.1

Figura 3.1

Nebulosa de Orión Wikipedia, the free encyclopedia, 2013



3.3. Física de Plasma

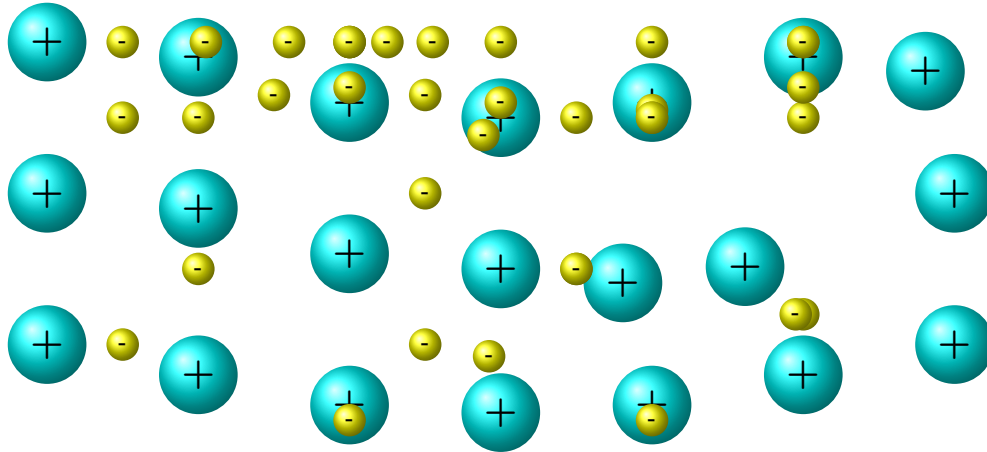
3.3.1. Definición

El plasma es conocido como el cuarto estado de la materia por su comportamiento en diferentes situaciones, como es un buen conductor de electricidad y a la vez es neutro, se comporta como un fluido y las ondas electromagnéticas interactúan en él, así como también puede emitir radiación electromagnética y por aquellas y otras propiedades tiene muchas aplicaciones, en campos de la medicina para desinfectar heridas, en las telecomunicaciones al usar la Ionósfera como medio de propagación de las ondas electromagnéticas, adicionalmente el universo contiene mucho del plasma, ejemplo

tenemos las estrellas y nuestro mismo sol que se encuentra en estado plasmático.

Figura 3.2

Plasma esta compuesto por partículas cargadas



3.3.2. Enfoques Teóricos del Plasma

El plasma está compuesto de partículas cargadas y estas son afectadas por los campos magnéticos y eléctricos, hay tres enfoques para estudiarlo.

- **Teoría de Equilibrio:** La teoría del equilibrio es el resultado de aplicar la segunda ley de Newton con la fuerza de Lorentz ya para un número grande de partículas y esta nos da una descripción estadística del sistema el cual nos dice el movimiento de las partículas cargadas por separado.
- **Teoría Orbital:** Aplica la segunda de Newton para cada partícula y se describe una ecuación diferencial para cada partícula.

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.10)$$

- **Hidromagnético:** En el enfoque magnetohidrodinámico se asume un fluido conductor el cual está gobernado por las ecuaciones de Navier-Stokes y las ecuaciones de Maxwell.

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla P + \vec{J} \times \vec{B} + F_v + \rho \vec{g} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.12)$$

$$F_v = \eta \nabla^2 \vec{v} \quad (3.13)$$

3.3.3. Plasma Ionosférico

Capa F de la Ionósfera Estas ecuaciones estan tomadas del paper de B.Eliasson y Thide, 2008 el cual el autor resuelve por el método de diferencias finitas.

$$\frac{2i}{\omega_{pe}} \frac{\partial E}{\partial t} - \left(\frac{x}{L} + \frac{n_s}{n_0} - i \frac{\gamma_L}{\omega_{pe}} \right) E + 3\lambda_{De}^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = E_{pump} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial^2 n_s}{\partial t^2} + 2\gamma_s \frac{\partial n_s}{\partial t} - c_s^2 \frac{\partial^2 n_s}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon_0}{4m_i} \frac{\partial^2 |E|^2}{\partial x^2} \quad (3.15)$$

Donde:

$\omega_{pe} = (n_0 e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ Es la frecuencia del plasma de electrones.

$v_{Te} = (k_B T_e / m_e)^{1/2}$, es la velocidad térmica del electrón

γ_L =es la frecuencia de colisión

n_0 = densidad de electrones en equilibrio.

T_i = es la temperatura del ión.

m_i es la masa del ión.

γ_s frecuencia de colisión del ión.

E_{pump} =Campo eléctrico de la onda que interactua en la Ionósfera.

3.3.4. Plasma Termonuclear

En plasma para confinamiento termonuclear es un desarrollo de varias potencias mundiales ya que tendría un gran impacto en la economía mundial porque es una energía limpia y en términos de producción muy importantes, el problema de esta energía es

poder mantener temperaturas muy elevadas (próximas al sol) y no existe material que pueda contenerlos, es por aquello que una de sus aplicaciones del plasma es poder contener el plasma termonuclear en botellas magnéticas .

3.4. Análisis Numérico

El análisis numérico es de gran importancia de esta investigación ya que las ecuaciones serán resueltas por un computador y precisamente las ecuaciones de trabajo no tienen solución analítica y usaremos el método espectral el cual hace uso del análisis numérico como la integración numérica, resolver sistema de ecuaciones lineales muy grandes que no pueden ser resueltas por ejemplo el método de Cramer el cual en este caso sería no viable ya que usa un coste computacional inmenso.

3.4.1. Integración Numérica

La integración numérica es una manera de calcular una integral indefinida sin necesidad de calcular la antiderivada, hace el cálculo mediante la evaluación de la función a integrar lo cual el computador lo hace haciendo un coste más pequeño en el caso de hacer grandes cantidades de integrales definidas.

Uno de los métodos de integración numérica es el método de Simpson.

3.4.2. Sistema de Ecuaciones Lineales

Un sistema de ecuaciones lineales son de mucha importancia en esta investigación por el motivo de que después de aplicar los métodos espectrales a las ecuaciones llegaremos a un sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad (3.16)$$

Representación Matricial

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

3.4.3. Sistema de Ecuaciones Diferenciales

Las ecuaciones diferenciales modelan fenómenos físicos, biológicos, económicos, etc. Muchas de ellas tienen soluciones analíticas y gran parte de ellas cuando modelan un fenómeno real solo se pueden resolver mediante uso de métodos numéricos.

3.4.3.1. Métodos Explícitos:

Los métodos explícitos son métodos que para obtener el valor siguiente de la función utiliza el valor anterior en el caso de ser un método de un paso o pasos anteriores de ser un método multipaso como el caso del método de Método de Adams-Bashforth.

1. Método de Euler Explícito: Es un método numérico muy fácil de implementar pero para obtener la solución correcta hay que disminuir mucho el paso y eso hace aumentar el coste computacional.

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t)$$

con $y(0) = y_0$ El método de Euler para obtener el próximo valor es.

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_i, t_i)$$

como nos damos cuenta para obtener el valor siguiente necesitamos el valor anterior.

2. Runge-Kutta de 4 Orden: Es el método numérico mas usado gracias a sus resultados.

$$k_1 = f(t_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_1\Delta t\right)$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, y_i + \frac{1}{2}k_2\Delta t\right)$$

$$k_4 = f(t_i + \Delta t, y_i + k_3\Delta t)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

3. Método de Adams-Bashforth: Es un método numérico multipaso el de orden uno es igual al método de Euler cuando se aplica de más órdenes se usa otro método numérico para hallar los primeros pasos.

$$y_{i+4} = y_{i+3} + \frac{\Delta t}{24}(55f(t_{i+3}, y_{i+3}) - 59f(t_{i+2}, y_{i+2}) + 37f(t_{i+1}, y_{i+1}) - 9f(t_i, y_i))$$

3.4.3.2. Métodos Implícitos:

Los métodos implícitos son métodos que son más estables pero que requieren de resolver una ecuación no lineal en cada paso y para evitar aquello se usa el método

Predictor-Corrector el cual hace uso del método explícito.

1. Método de Euler implícito.

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_{i+1}, t_{i+1})$$

2. Método de Crank-Nicolson.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta t}{2}(f(y_{i+1}, t_{i+1}) + f(y_i, t_i))$$

3. Método de Adams-Moulton.

$$y_{i+4} = y_{i+3} + \frac{\Delta t}{720} (251f(t_{i+4}, y_{i+4}) + 646f(t_{i+3}, y_{i+3}) - 264f(t_{i+2}, y_{i+2}) + 106f(t_{i+1}, y_{i+1}) + f(t_{i+1}, y_{i+1}))$$

3.5. Funciones y polinomios ortogonales**3.5.1. Funciones Ortogonales**

Las funciones Ortogonales es una generalización de las propiedades de los vectores ortogonales.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.18)$$

y así como un vector puede ser generado por un conjunto de vectores ortogonales así podemos llevar estos conceptos a las funciones como ejemplo tenemos.

$$\int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 0 \quad (3.19)$$

si $m \neq n$

3.5.2. Polinomios Ortogonales

1. Polinomios de Hermite Los polinomios de Hermite son la solución de la siguiente ecuación diferencial 3.20 la cual es aplicada en el oscilador armónico en mecánica cuántica.

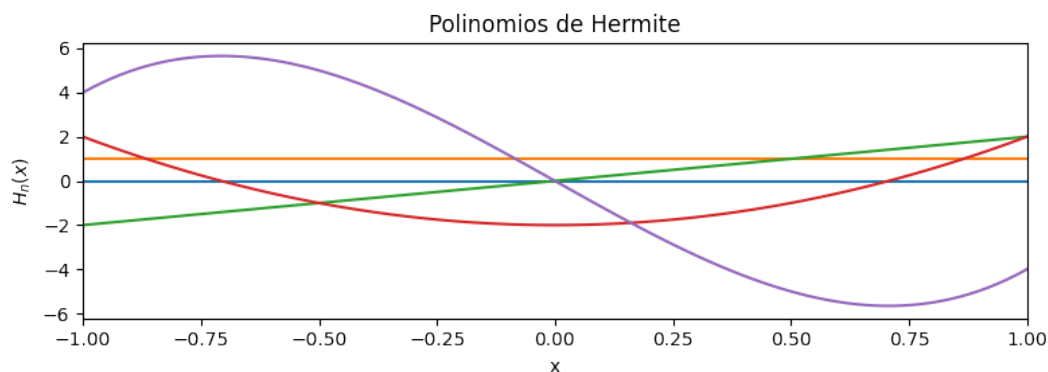
$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2ny = 0 \quad (3.20)$$

Los primeros 5 polinomios son los siguientes.

$$H_0(x) = 1 \quad (3.21)$$

$$H_1(x) = 2x \quad (3.22)$$

$$H_2(x) = 4x^2 - 2 \quad (3.23)$$

Figura 3.3*Polinomios de Hermite*

$$H_3(x) = 8x^3 - 12x \quad (3.24)$$

$$H_4(x) = 16x^4 - 48x^2 + 12 \quad (3.25)$$

Formúlas de Recurrencia

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x) \quad (3.26)$$

Para la derivación de los polinomios de Hermite.

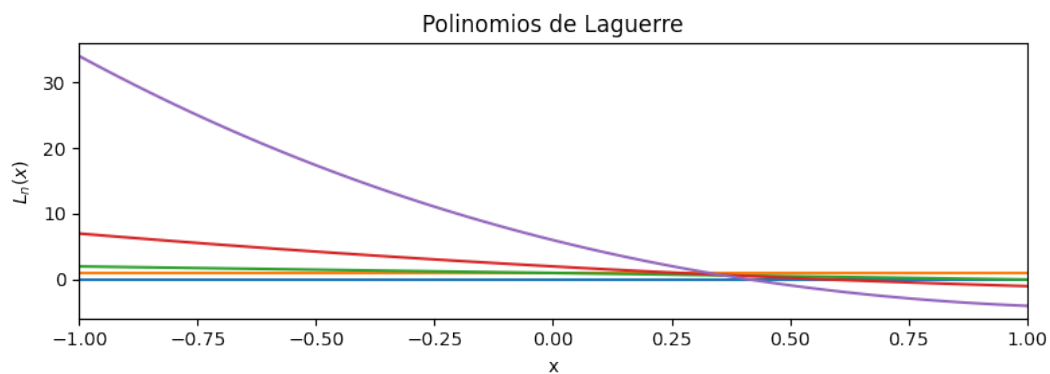
$$\frac{d}{dx}H_n(x) = 2nH_{n-1}(x) \quad (3.27)$$

Ortogonalidad de los polinomios de Hermite.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_m(x) H_n(x) dx = \delta_{m,n} 2^n n! \sqrt{\pi} \quad (3.28)$$

2. Polinomios de Laguerre Los polinomios de Laguerre parten de la ecuación 3.29 La cual aparece en la ecuación diferencial para la parte Radial del átomo de hidrógeno en mecánica cuántica.

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} - (1-x) \frac{dy}{dx} + ny = 0 \quad (3.29)$$

Figura 3.4*Polinomios de Laguerre*

Los primeros 4 polinomios de Laguerre son los siguientes.

$$L_0(x) = 1 \quad (3.30)$$

$$L_1(x) = 1 - x \quad (3.31)$$

$$L_2(x) = x^2 - 4x + 2 \quad (3.32)$$

$$L_3(x) = 6 - 18x + 9x^2 - x^3 \quad (3.33)$$

Fórmulas de Recurrencia

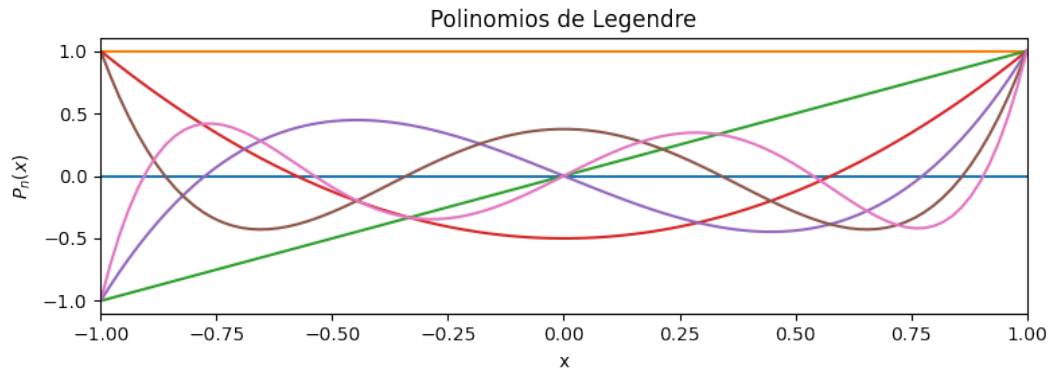
$$L_{n+1}(x) = (2n + 1 - x)L_n(x) - n^2 L_{n-1}(x) \quad (3.34)$$

$$x \frac{d}{dx} L_n(x) = n L_n(x) - n^2 L_{n-1}(x) \quad (3.35)$$

Ortogonalidad de los polinomios de Laguerre

$$\int_0^\infty e^{-x} L_m(x) L_n(x) dx = \delta_{m,n} (n!)^2 \quad (3.36)$$

3. Polinomios de Legendre Los polinomios de Legendre son la solución de la

Figura 3.5*Polinomios de Legendre*

ecuación de laplace en coordenadas esféricas en la parte del ángulo θ .

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + n(n+1)y = 0 \quad (3.37)$$

4. Polinomios de Chevyshev Los polinomios de Chevyshev son la solución de la ecuación diferencial

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + n^2y = 0 \quad (3.38)$$

Su fórmula de recurrencia es la siguiente.

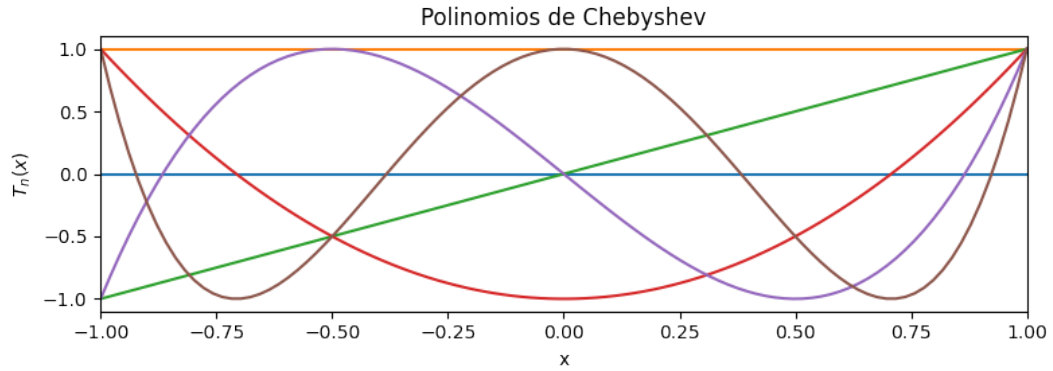
$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad (3.39)$$

Ortogonalidad de los polinomios de Chevyshev.

$$\int_{-1}^1 \frac{T_m(x)T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = 0; n \neq m \quad (3.40)$$

Si $n = m$

$$\int_{-1}^1 \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \pi; n = 0 \quad (3.41)$$

Figura 3.6*Polinomios de Chebyshev*

$$\int_{-1}^1 \frac{T_n^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{\pi}{2}; n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (3.42)$$

3.6. Métodos Espectrales

3.6.1. Teoría

Los métodos espectrales asumen una suma finita de funciones con bases globales de naturaleza ortogonal.

$$U(x, t) = \sum_{k=0}^n \alpha_k(t) \Phi_k(x) \quad (3.43)$$

Donde n es la cantidad de términos, $\Phi_k(x)$ son las bases ortogonales, $\alpha(t)$ son las funciones incógnitas que hay que encontrar para el caso de un ecuación que no depende del tiempo serán funciones constantes.

En caso de depender del tiempo nos conducirá a un sistemas de ecuaciones diferenciales y en caso de no depender del tiempo a un sistema de ecuaciones lineales.

3.6.2. Ejemplos

En este ejemplo nos servirá para comprender cómo funcionan los métodos espectrales.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} - y = (3x+5)e^x \quad (3.44)$$

Sus respectivas condiciones de frontera.

$$y(-1) = -e^{-1}$$

$$y(1) = e^1$$

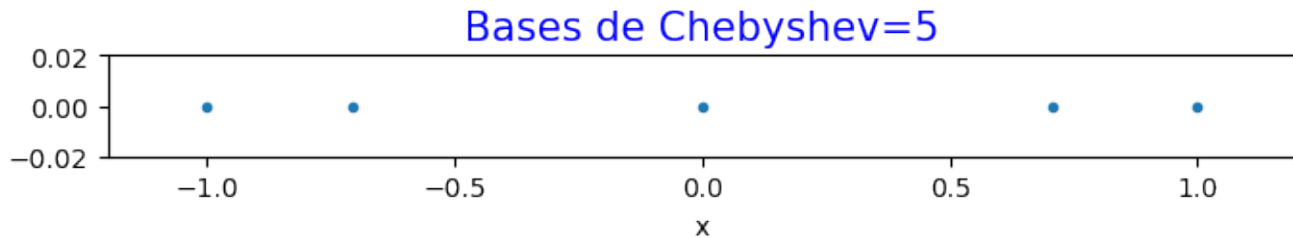
- **Paso 1: Construir las matrices de diferenciación** Las matrices de diferenciación nos ayudan a pasar los coeficientes de la función derivada a los coeficientes de la función, las derivadas superiores están dadas por la multiplicación de las matrices.

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

- **Paso 2: Realizar el mallado de la base** El mallado de la base en los polinomios de Chebyshev viene a dado para la ecuación siguiente.

$$x_j = \cos\left(\frac{j\pi}{N}\right) \quad (3.46)$$

- **Paso 3: El residual es cero en los puntos de la base** El residuo en los puntos de la base deben ser cero.

Figura 3.7*Caption*

- **Paso 4: Resolver el sistema de ecuaciones lineales** Nos damos cuenta para resolver el siguiente sistema de ecuaciones no pueden ser resueltas por métodos iterativos y no podemos usar el método de cramer por el coste computacional para ello usaremos el método de Householder.
- **Paso 5: Reemplazar en los coeficientes de la ecuación** los valores son reemplazamos en la ecuación.

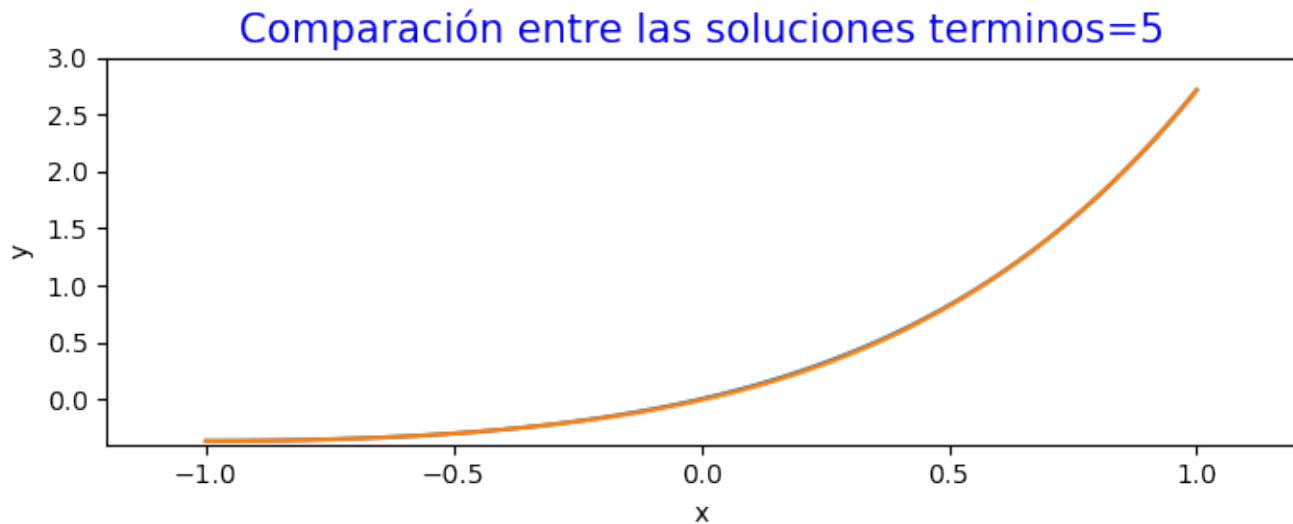
Tabla 3.1*Coeficientes a_k*

a_0	=0.56368092
a_1	=1.40260305
a_2	=0.59163703
a_3	=0.14047758
a_4	=0.01988324

3.6.3. Dedalus

DedalusEs una librería en el lenguaje de programación Python está desarrollada para resolver ecuaciones diferenciales utilizando métodos espectrales especialmente para mecánica de los fluidos. Para implementar una ecuación o un sistema de ecuaciones mostraremos los pasos que se deben hacer.

1. **Construcción de la base:** En este primer paso vamos construir una base que puede ser de Laguerre, Fourier, Chebyshev, Hermite, Legendre y también dentro de las

Figura 3.8*Caption*

mismas bases poderlas combinar pero del mismo tipo de base con el propósito de hacer una grilla variable en beneficio de nuestro problema a resolver y así poder tener un ahorro en coste computacional

- 2. Implementación de las ecuaciones:** En este paso vamos a implementar las ecuaciones en Dedalus teniendo en cuenta que en el lado izquierdo van todos los términos lineales y en lado derecho todos los términos no lineales, aquí en este paso también se implementa las ecuaciones de frontera según sea el problema, hay también herramientas como funciones de sustitución para hacer que el problema sea más fácil de implementar.
- 3. Elección del solucionador:** Como se explicó en la sección de métodos espectrales que al aplicar los Métodos Espectrales estos nos conducen a un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas ordinarias, para resolver Dedalus tiene solucionadores que los llama solver los cuales hay solucionadores explícitos e implícitos los cuales mostramos a continuación.

3.7. Variables

3.7.1. Variable independiente

- Parámetros de los Métodos Espectrales

3.7.2. Variable dependiente

- Simulación del los Fluidos.
- Simulación del Plasma Ionosférico.
- Simulación del Plasma Termonuclear.

3.7.3. Operacionalización de variables

Título: Aplicación de los métodos espectrales para la simulación de física de plasmas y fluidos.

Tabla 3.2*Operacionalización de Variables*

Variables	Dimensiones	Indicadores	Unidades
Modelización de las ecuaciones de Física de Plasma y Fluidos	Métodos Espectrales	Tipo de Base Densidad del Mallado	
	Coste computacional	Tiempo de procesamiento Error	segundos
Simulación de la Física del Plasma y Fluidos		Campo Eléctrico	N/q
	Campo Eléctrico	Densidad de electrones	m^{-3}
	,Campo Magnético y	Campo Magnético	Tesla
	La Densidad de Electrones	Campo de Velocidades	m/s

Capítulo 4

Diseño Metodológico

Ahora se presenta el diseño metodológico usado para responder la pregunta de investigación, hipótesis introducidas en el capítulo 2, así:

Pregunta de Investigación ¿Implementar los métodos espectrales nos podra efectuar una simulación mas óptima en la física de plasma y fluidos?.

4.1. Instrumentos

Se usara una laptop core i3 marca Lenovo donde se construirán los programas de simulación y tambien el uso de la internet para poder usar Google Colaboraty que es una herramienta digital de Google.

Como lista de las herramientas digitales usaremos.

- Lenguaje de Programación Python .
- Herramienta de Google llamada Google Colaboraty.
- Libreria Dedalus.

Capítulo 5

Resultados

5.1. Física de Fluidos

5.1.1. Ecuación de Burgues

Para La simulación de la ecuación de Burger's se usan los siguientes parámetros Físicos y en cada simulación se tendrán los parámetros de los métodos espectrales. Parámetros Físicos

- **Estudio 1:** Parámetros Físicos $\nu = 0,1$ para obtener un simulación de 50s.
 - **Simulación 1** En nuestra primera simulación vamos a usar una base de Chebyshev con un mallado de 128 puntos y será resuelto por método de Runge Kutta.

Figura 5.1

Base

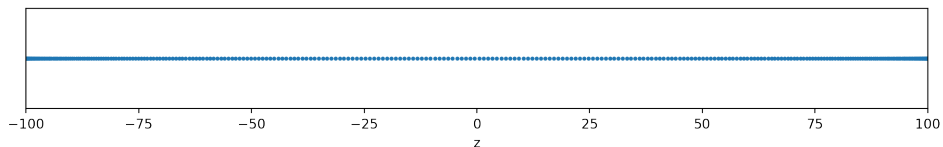
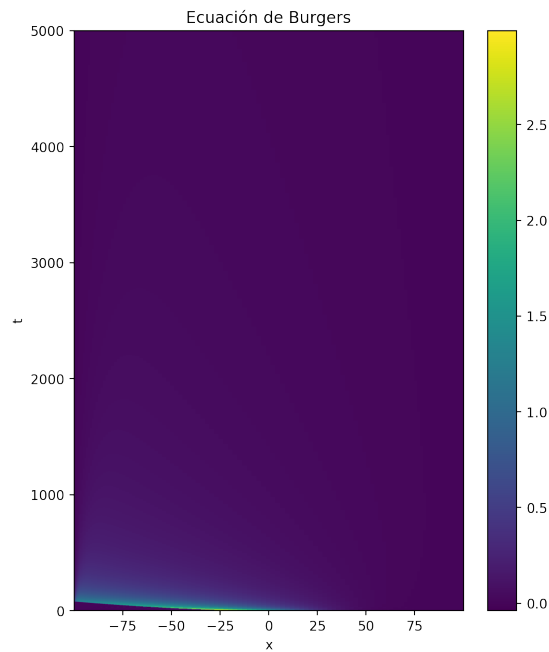


Figura 5.2*Resultado***Tabla 5.1***Resultado de los parámetros de la simulación*

Simulación	Tipo de Base	Puntos	Solver	Error	Tiempo
Simulación 1	Chebyshev	128	SBDF2	0.0142	0.15504
Simulación 2	Legendre	32	SBDF2	0.00608	0.06701 s
Simulación 3	Legendre	64	SBDF2	0.001950	0.089879 s
Simulación 4	Legendre	128	SBDF2	0.014277	0.1210706 s

5.1.2. Plano Deslizando en el seno de un fluido

Vamos a resolver un problema en el cual se hará muchas simplificaciones de las ecuaciones de Navier-Stokes 3.6, consiste en una placa que se desliza subitamente con velocidad V y se desea saber su dependencia temporal y espacial para lo cual usaremos los polinomios de Laguerre por su propiedad de ortogonalidad vease en 3.36 y usaremos

el método de Galerkin para hacer formación de bases globales.

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \quad (5.1)$$

Donde V_x es la velocidad en el eje x el cual depende del tiempo y de el eje y con las condiciones de frontera y contorno $V_x(t, 0) = V$ y $V_x(t, \infty) = 0$ además la condición inicial $V_x(0, y) = 0$.

Para lo cual planteamos la solución por métodos espectrales.

$$V_x(t, y) = \sum_{k=0}^n \alpha_k(t) \Phi_k(y) \quad (5.2)$$

Donde $\alpha_k(t)$ son los coeficientes que dependen del tiempo el cual es encontrar su valor y $\Phi_k(y)$ son las bases que dependen de los polinomios de Laguerre (se ha hecho una combinación de bases para que cumplan las condiciones de frontera). Calculamos el residual

$$R(t, y) = \sum_{k=0}^n \Phi_k(y) \frac{d\alpha_k(t)}{dt} - \nu \sum_{k=0}^n \alpha_k(t) \frac{d^2 \Phi_k(y)}{dy^2} \quad (5.3)$$

La propiedad que se debe cumplir es la ortogonalización de todo el dominio del residual

5.3

$$\int_0^\infty \Phi_m(y) R(t, y) dy = \sum_{k=0}^n \int_0^\infty \Phi_m(y) \Phi_k(y) \frac{d\alpha_k(t)}{dt} dy - \nu \sum_{k=0}^n \int_0^\infty \Phi_m(y) \alpha_k(t) \frac{d^2 \Phi_k(y)}{dy^2} dy \quad (5.4)$$

■ Para **m=0**

$$= \int_0^\infty \Phi_0(y) \Phi_0(y) dy \dot{\alpha}_0(t) - \nu \int_0^\infty \Phi_0(y) \Phi_0(y) dy \alpha_0(t) = 0 \quad (5.5)$$

$$\dot{\alpha}_0(t) - \nu \alpha_0(t) = 0 \quad (5.6)$$

$$\alpha_0(t) = e^{\nu t/4} \quad (5.7)$$

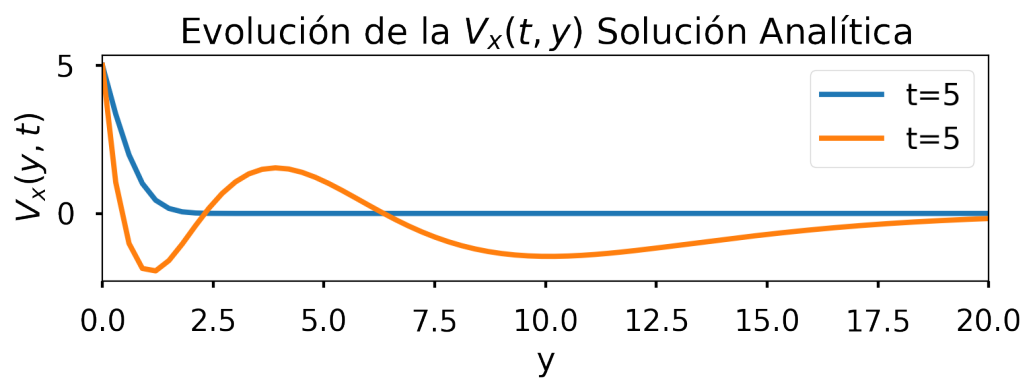
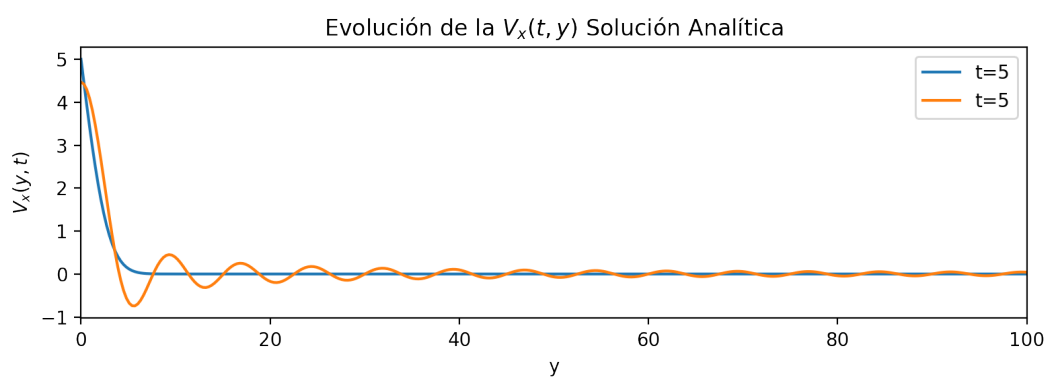
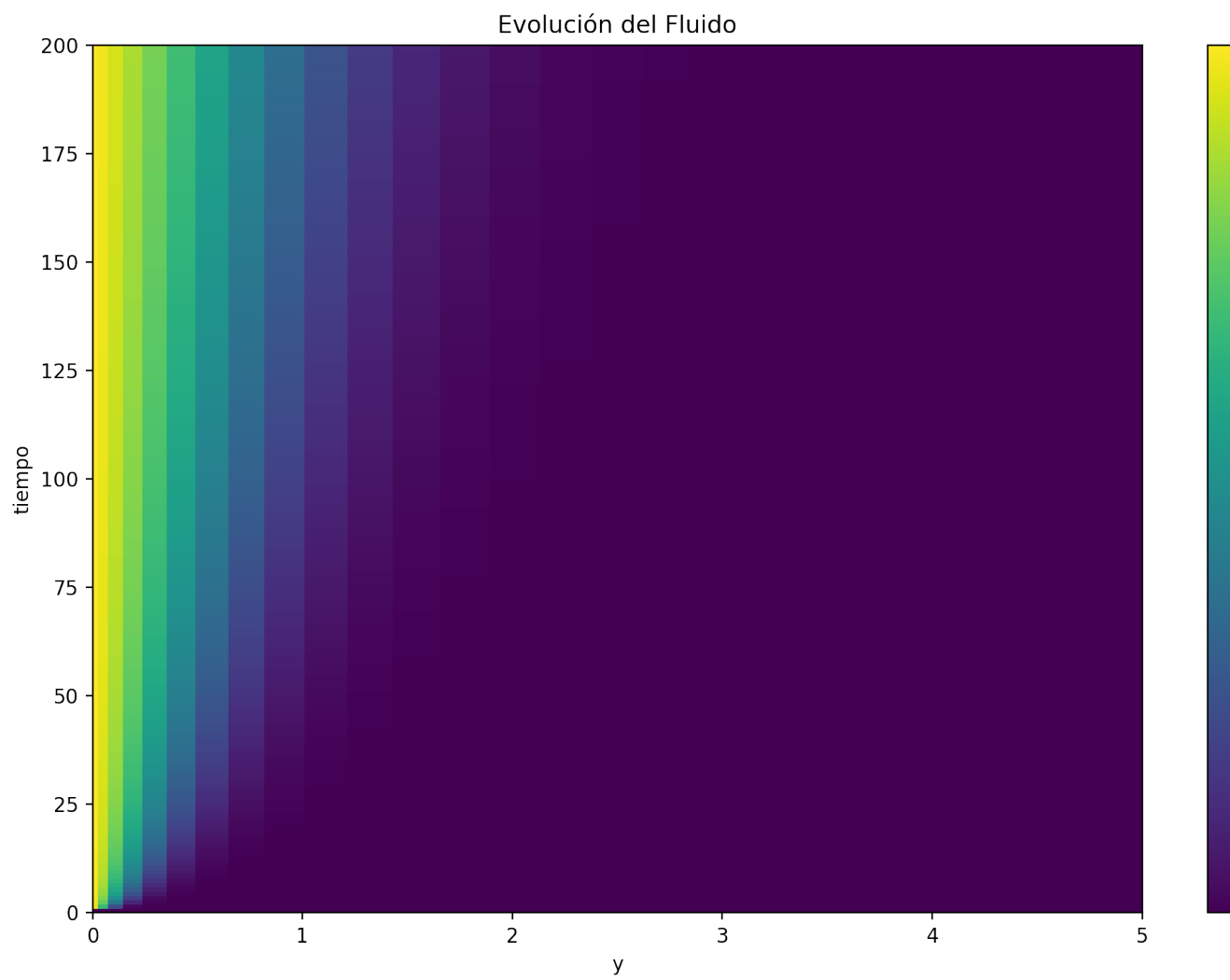
Figura 5.3*Caption***Figura 5.4***Bases coseno*

Figura 5.5*Combinación de bases de Chebyshev*

5.1.3. Inestabilidad Kelvin-Helmoltz

En esta simulación de Fluidos en 2D para lo cual modelamos dos fluidos que viajan en sentidos contrarios y hay difusión entre los dos fluidos para este caso se resolverá utilizando el programa Dedalus Burns et al., 2020 y un ejemplo de su repositorio para lo cual las ecuaciones serán.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 U \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 V \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} + V \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{ReSc} \nabla^2 S \quad (5.10)$$

$$S(x, y, 0) = -0,5(1 + \tanh(\cos(y)/0,01)) \quad (5.11)$$

$$U(x, y, 0) = -0,5 \tanh(\cos(y)/0,01) \quad (5.12)$$

$$V(x, y, 0) = -0,2 \sin\left(\frac{3\pi x}{L_x}\right) e^{-y^2/\sigma^2} \quad (5.13)$$

y la solución seria

$$U(x, y, t) = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m \alpha_{kl}(t) \Phi_k(x) \Phi_l(y) \quad (5.14)$$

$$V(x, y, t) = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m \beta_{kl}(t) \Phi_k(x) \Phi_l(y) \quad (5.15)$$

$$S(x, y, t) = \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m \gamma_{kl}(t) \Phi_k(x) \Phi_l(y) \quad (5.16)$$

Resultados

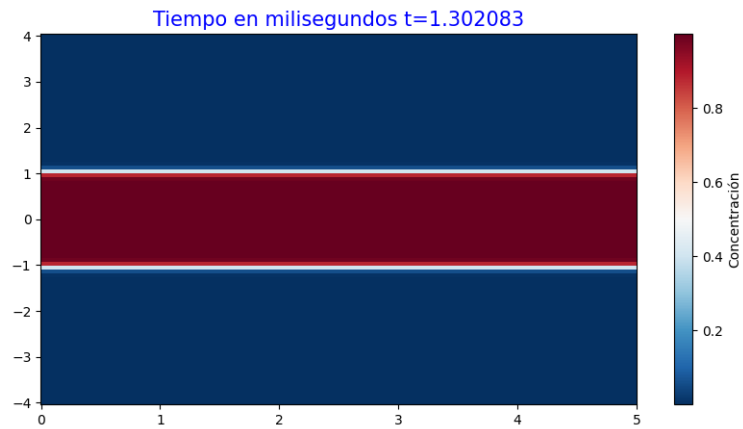
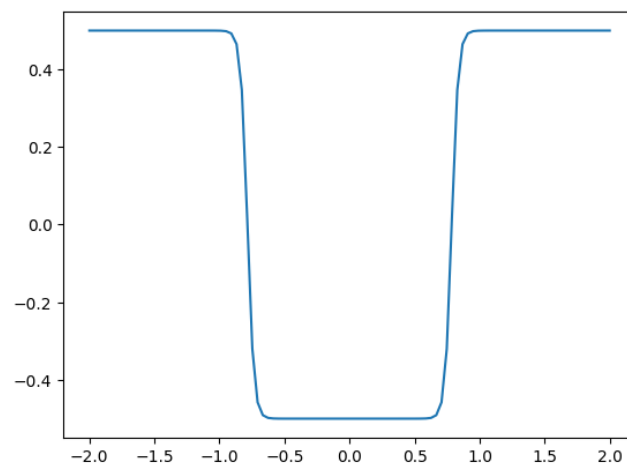
Figura 5.6*Como Inicia el sistema***Figura 5.7***Velocidad inicial en x*

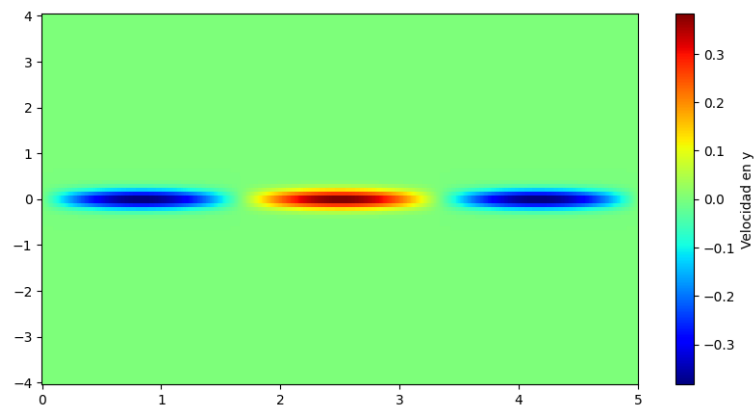
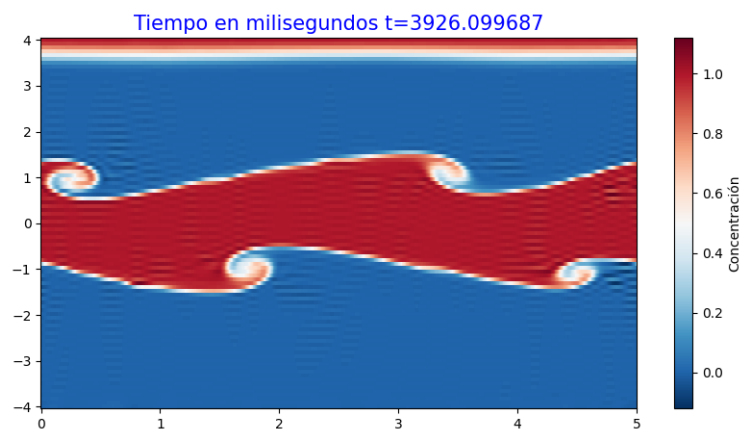
Figura 5.8*Velocidad inicial en el eje y***Figura 5.9***simulación 3926.09 milisegundos*

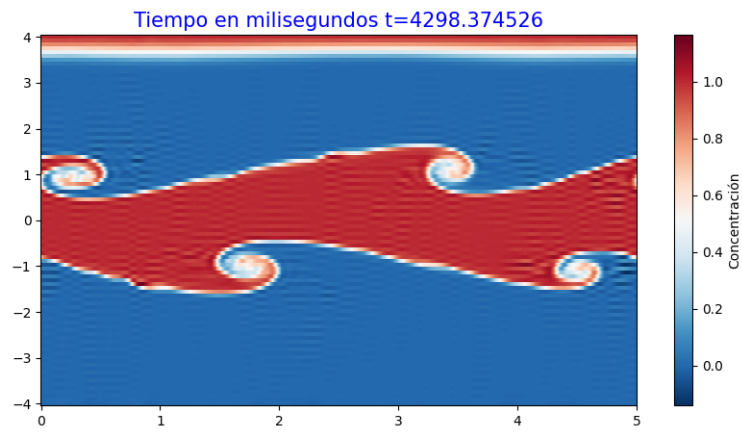
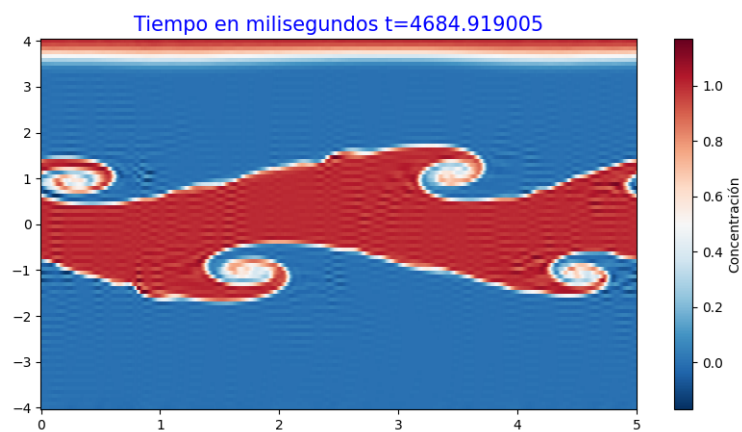
Figura 5.10*simulación 4298.37 milisegundos***Figura 5.11***simulación 4684.91 milisegundos*

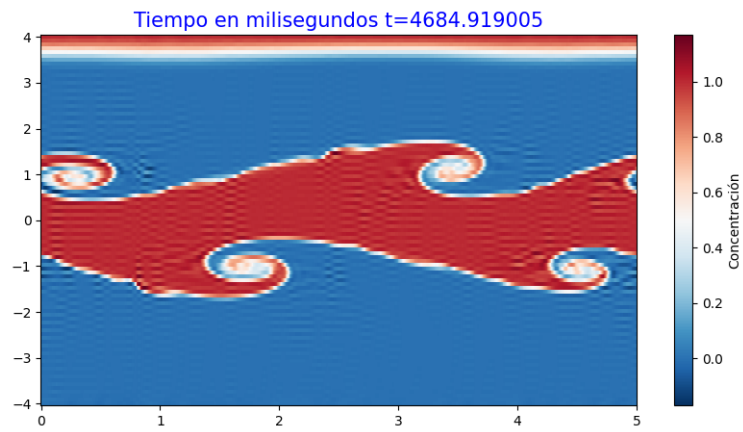
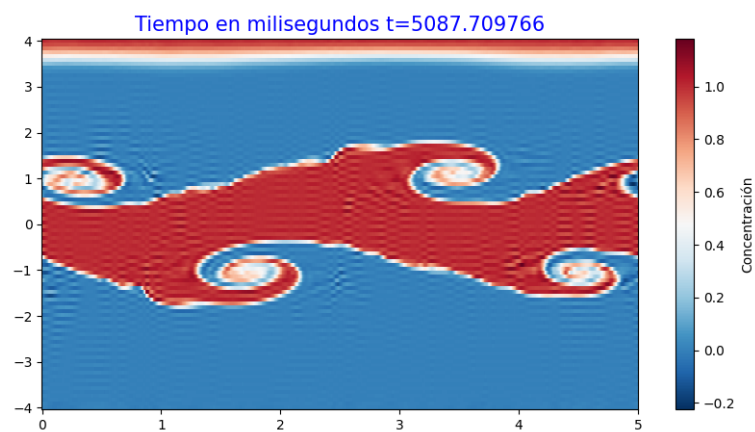
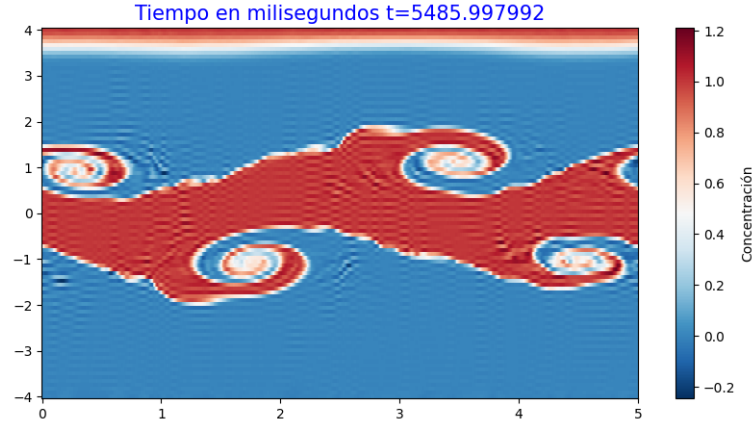
Figura 5.12*simulación 4684.91 milisegundos***Figura 5.13***simulación 5087.70 milisegundos*

Figura 5.14

simulación 5485.99 milisegundos



5.2. Física de Plasma

5.2.1. Flujo Magnetohidrodinámico Entre paredes

Vamos a ilustrar un ejemplo que contenga solución analítica y la vamos a implementar utilizando los métodos espectrales, el ejemplo ha sido tomado de J.D.JACKSON, 1962

$$\frac{d^2V}{dz^2} - \left(\frac{M}{a}\right)^2 V = -\left(\frac{M}{a}\right)^2 \frac{E_o}{B_o}$$

$$V(0) = V_1$$

$$V(a) = V_2$$

$$V(z) = \frac{V_1}{\sinh M} \sinh \left[M \left(\frac{a-z}{a} \right) \right] + \frac{V_2}{\sinh M} \sinh \left(\frac{Mz}{a} \right) + \frac{E_o}{B_o} \left[1 - \frac{\sinh \left[M \left(\frac{a-z}{a} \right) \right] + \sinh \left(\frac{Mz}{a} \right)}{\sinh M} \right]$$

Simulación 1: Para esta simulación hemos optado con las siguientes datos. $V_1 = 10$,

$V_2 = 8$, $L = 50$ $E_0 = 40$ $B_0 = 0,06$, $\sigma = 13$ y $\eta = 0,1$ los cuales nos dan el número de Hartmann

$$M = \left(\frac{\sigma B_0^2 L^2}{\eta} \right)^{1/2} = 34,20526 \quad (5.17)$$

Figura 5.15

Perfil de Velocidad del Fluido Magnetohidrodinámico

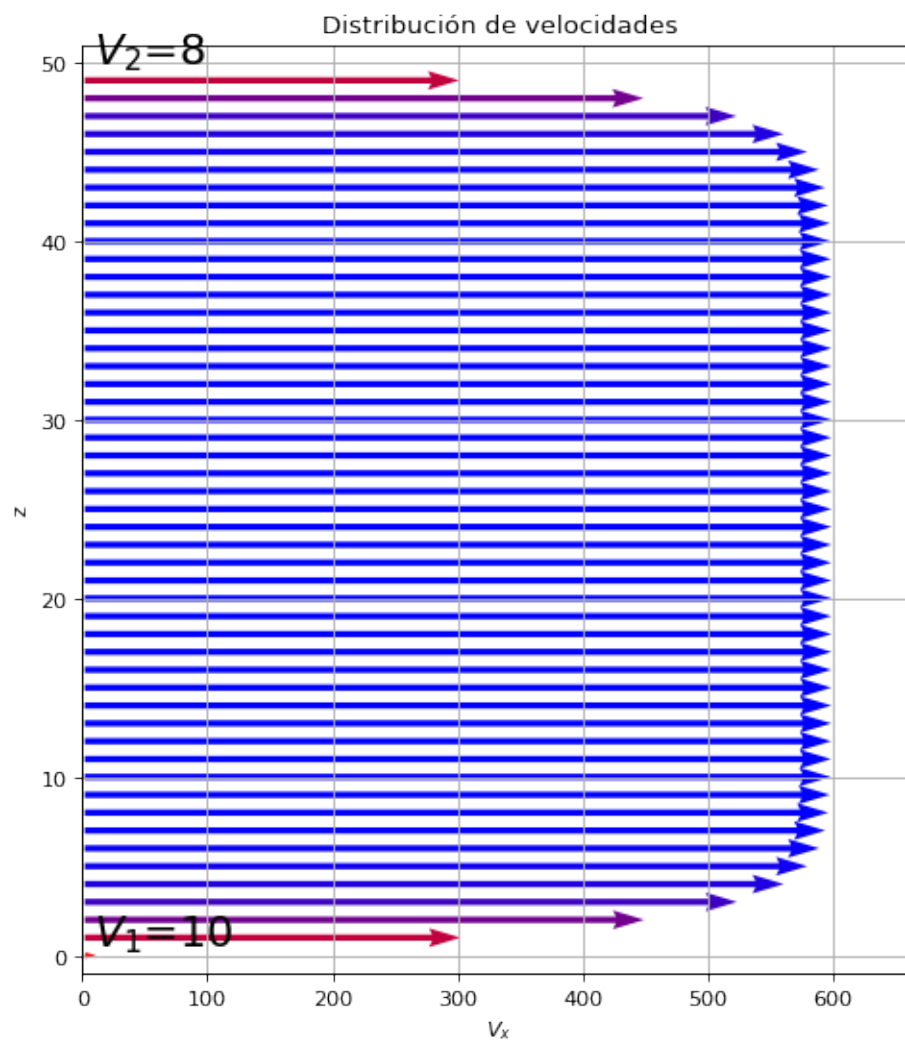


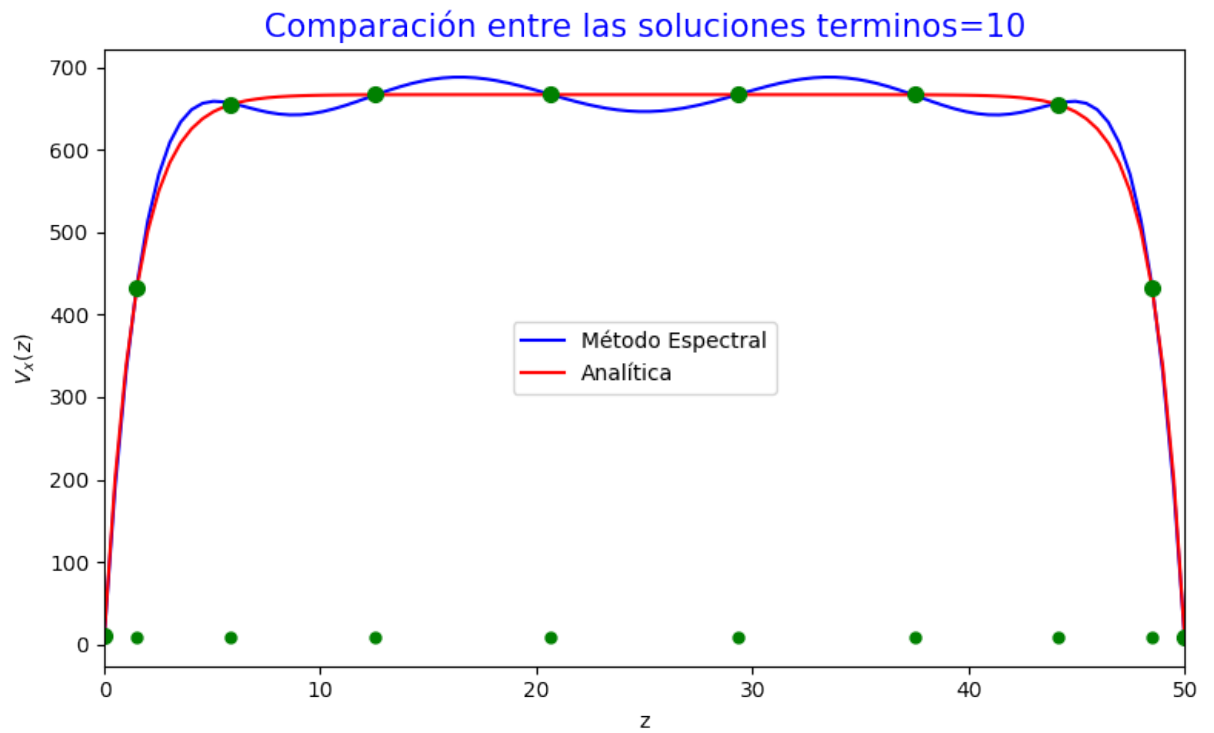
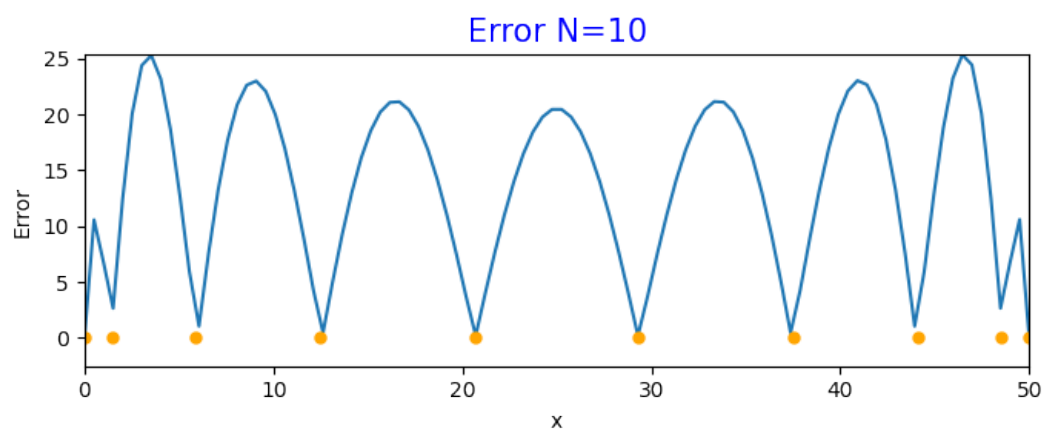
Figura 5.16*Comparación para 10 nodos***Figura 5.17***Error para 10 nodos*

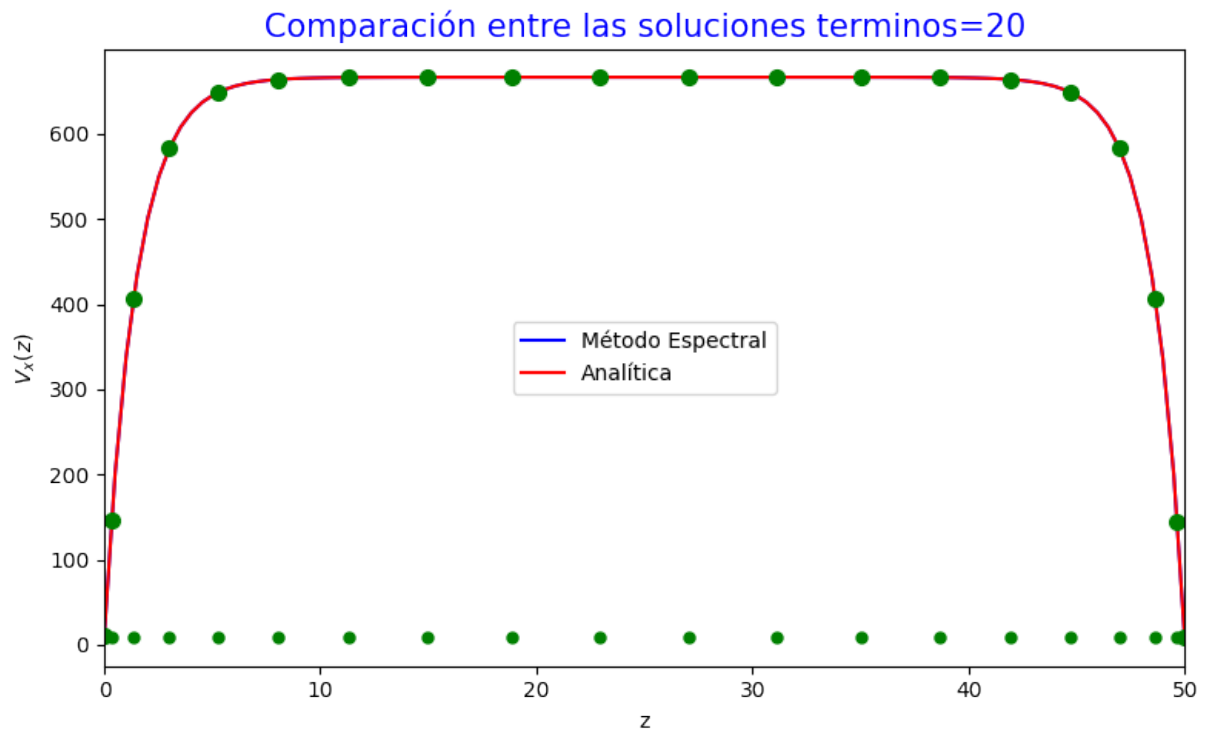
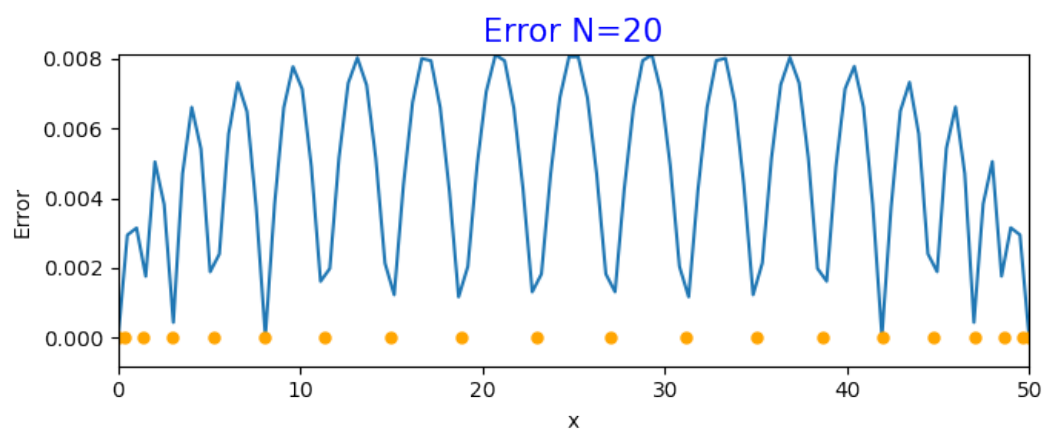
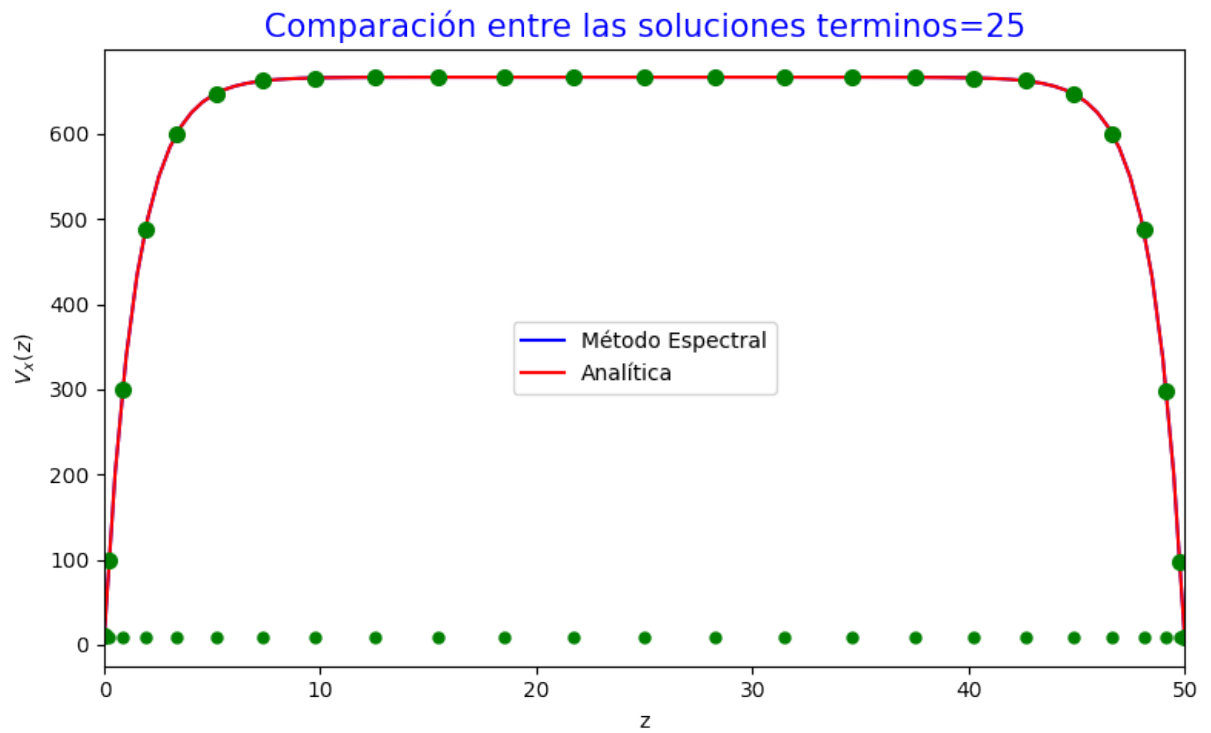
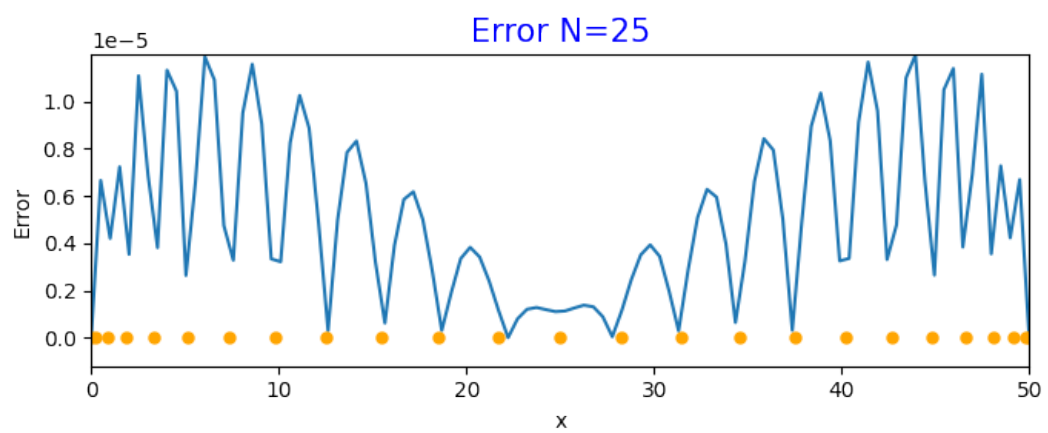
Figura 5.18*Comparación para 20 nodos***Figura 5.19***Error para 20 nodos*

Figura 5.20*Comparación para 25 nodos***Figura 5.21***Error para 25 nodos*

Simulación 2: Para esta simulación hemos optado con las siguientes datos. $V_1 = 10$, $V_2 = 8$, $L = 50$, $E_0 = 40$, $B_0 = 0,0006$, $\sigma = 13$ y $\eta = 0,1$ los cuales nos dan el número de Hartmann $M = 0,34205$

Figura 5.22

Perfil de velocidad

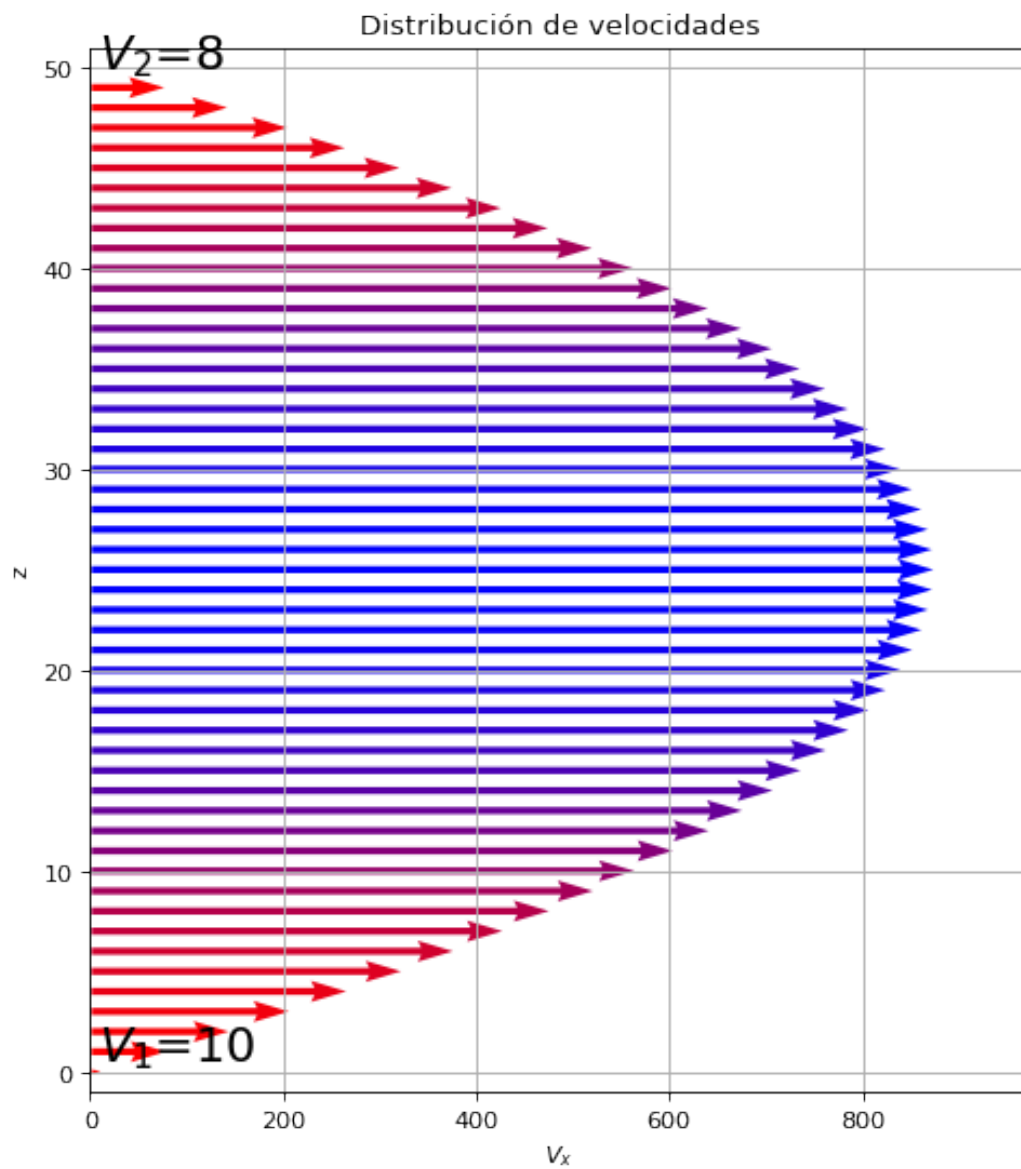


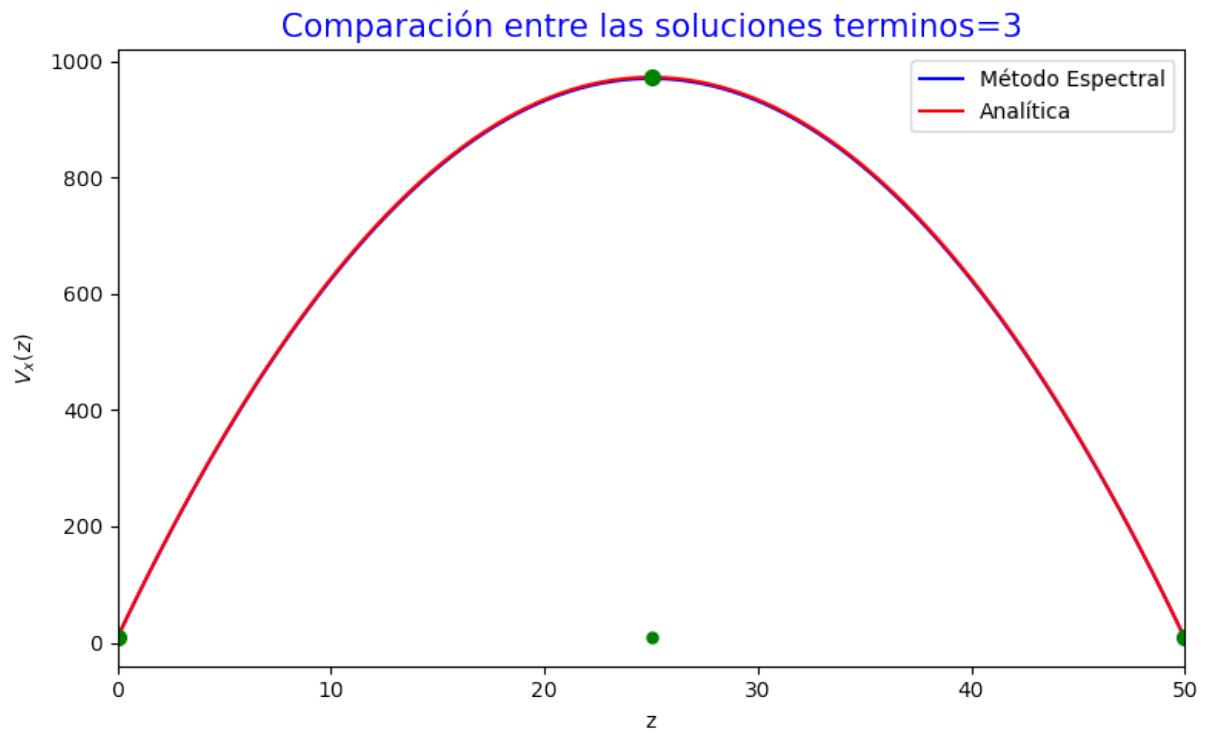
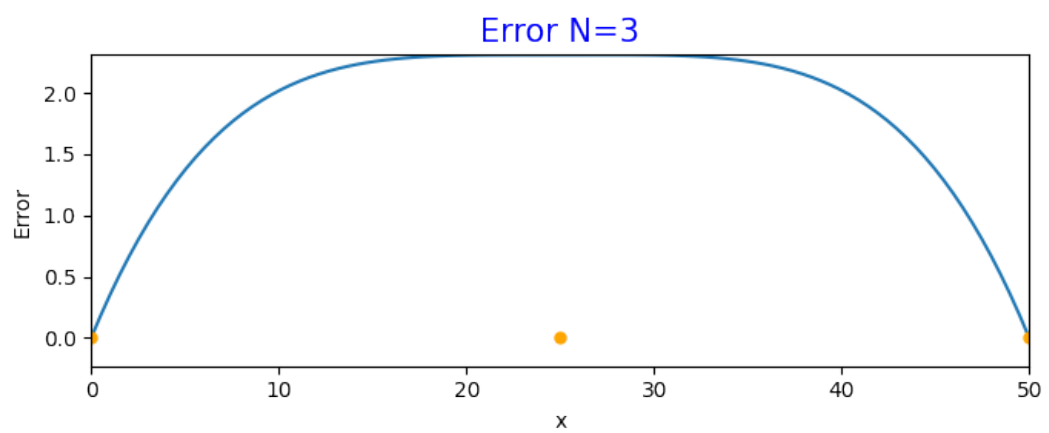
Figura 5.23*Gráfico para 3 nodos***Figura 5.24***Gráfico para 3 nodos el error*

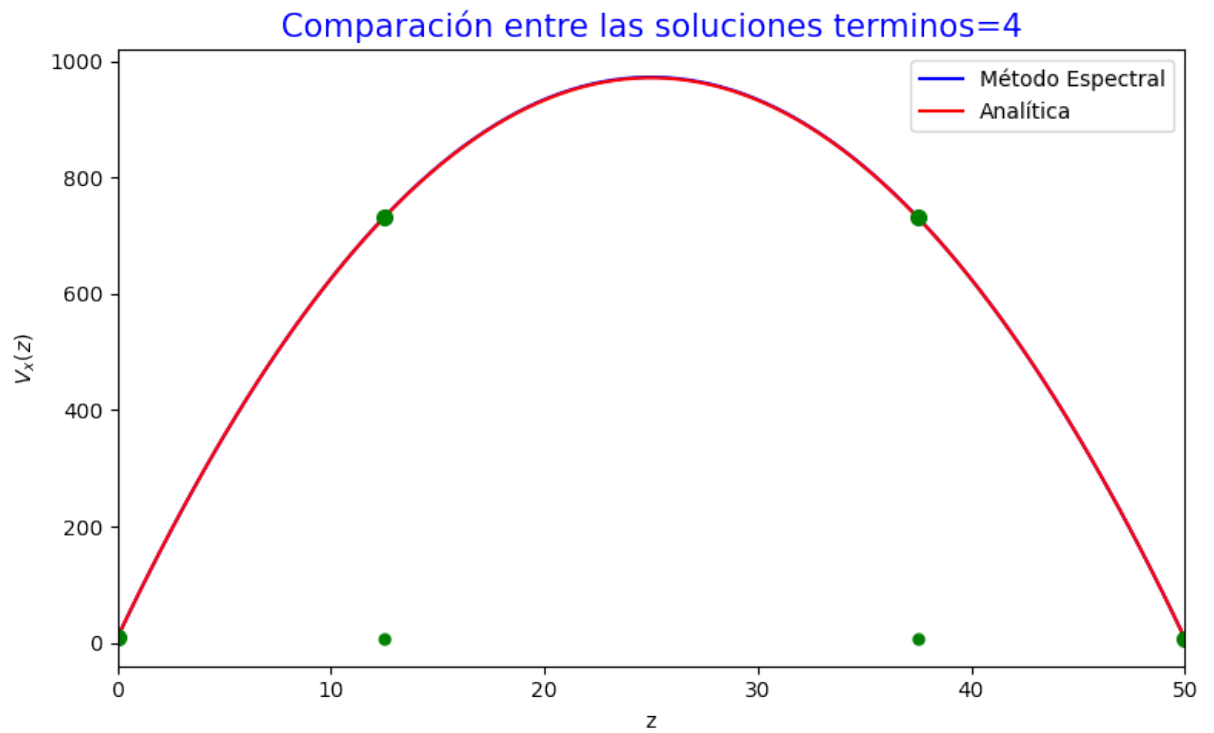
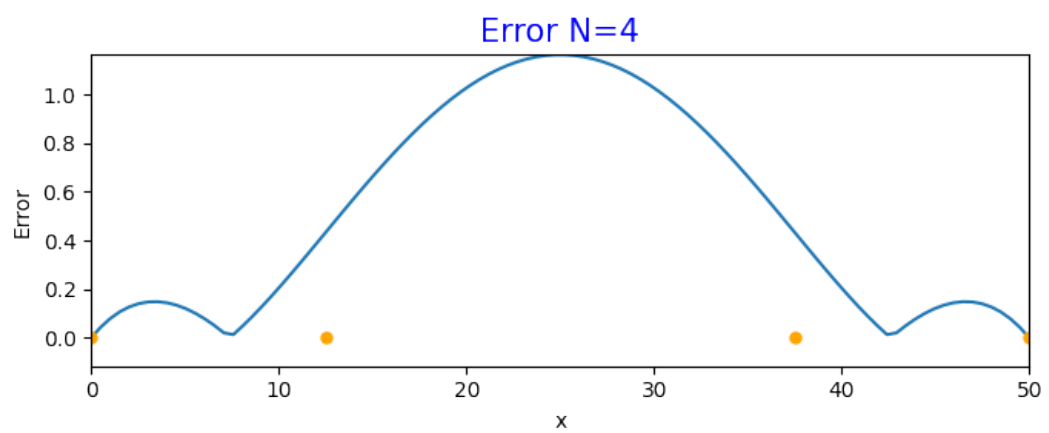
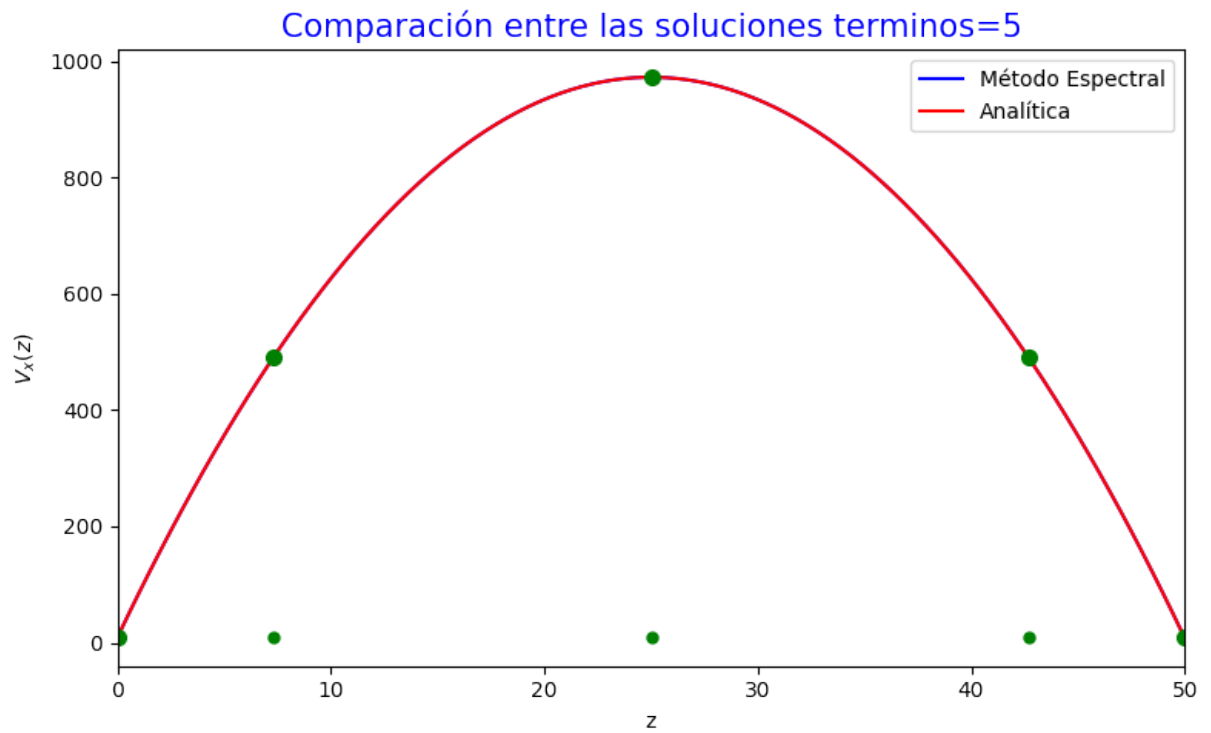
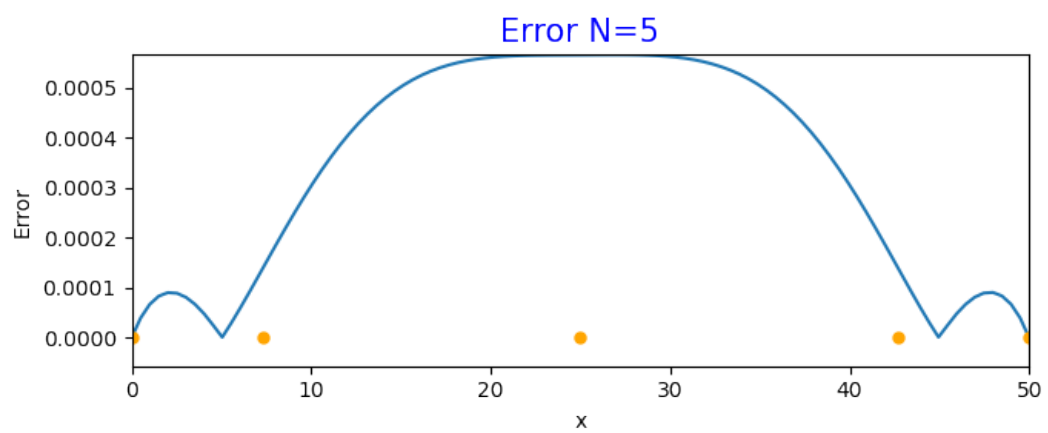
Figura 5.25*Gráfico para 4 nodos***Figura 5.26***Gráfico para 4 nodos el error*

Figura 5.27*Gráfico para 5 nodos***Figura 5.28***Gráfico para 5 nodos el error*

5.2.2. Ondas de presión de electrones y iones

En esta simulación usaremos las ecuaciones de Gurnett y Bhattacharjee, 2017.

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s V_s) = 0 \quad (5.18)$$

$$m_s n_s \left[\frac{\partial V_s}{\partial t} + (V_s \cdot \nabla) V_s \right] = n_s e_s E - \nabla P \quad (5.19)$$

$$P_s = P_{s0} \left(\frac{n_s}{n_{s0}} \right)^\gamma \quad (5.20)$$

Vamos a procesar las ecuaciones para una dimensión y introducir la ecuación 5.20 en la ecuación 5.19

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_s V_s) = 0 \quad (5.21)$$

$$m_s n_s \left[\frac{\partial V_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial V_s}{\partial z} \right] = n_s e_s E - \frac{\gamma P_{s0}}{n_{s0}} \left(\frac{n_s}{n_{s0}} \right)^{\gamma-1} \frac{\partial n_s}{\partial z} \quad (5.22)$$

5.2.3. Ecuaciones de Zakharov

Las ecuaciones de Zakharov mencionadas en el capítulo 3 son las 3.14 y 3.15 en son ecuaciones que describen el comportamiento del campo eléctrico y la densidad de electrones cuando una onda electromagnética interactúa en la capa F de la Ionósfera de la tierra.

Para la simulación se ha usado una base de Chebyshev de 256 puntos vemos la base dividida en 3 partes para poder ver mejor su distribución de puntos el tiempo de procesamiento fue de 734.07 segundos equivalente a 12 minutos y 14 segundos .

5.2.4. Plasma Termonuclear

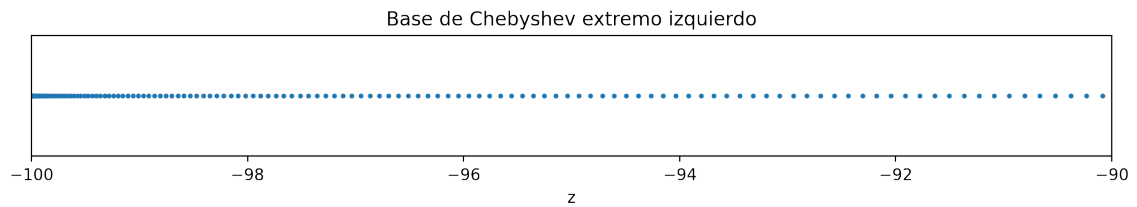
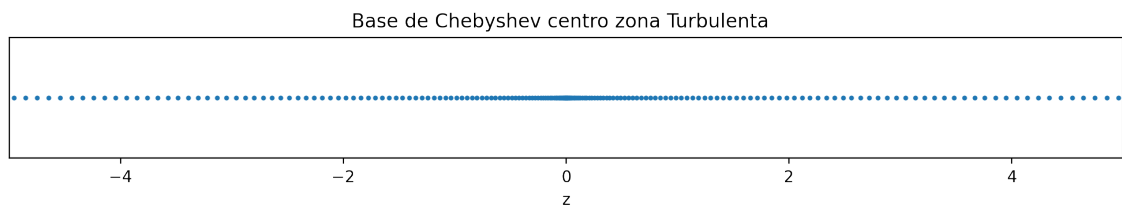
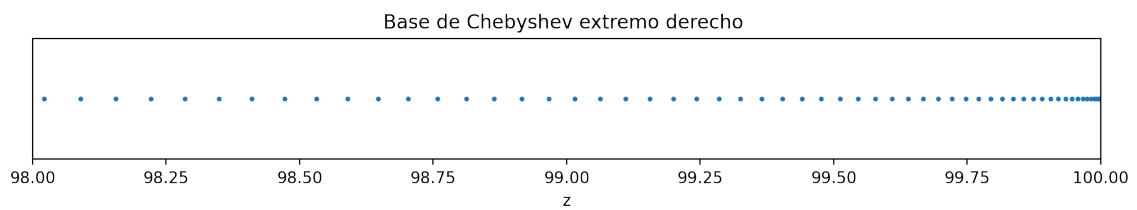
Figura 5.29*Extremo izquierdo de la base***Figura 5.30***Centro de la base***Figura 5.31***Extremo Derecho de la base*

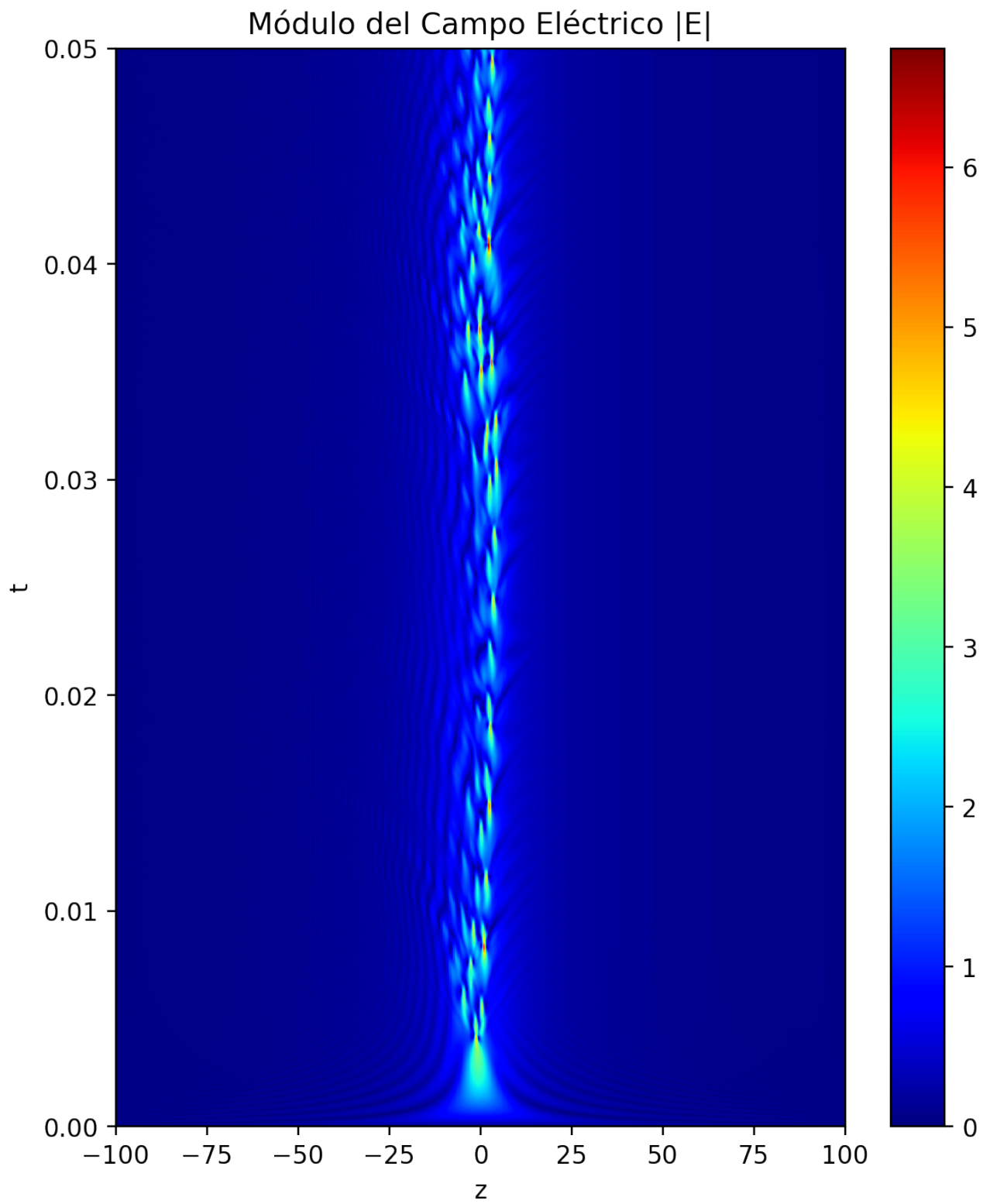
Figura 5.32*Módulo del campo eléctrico*

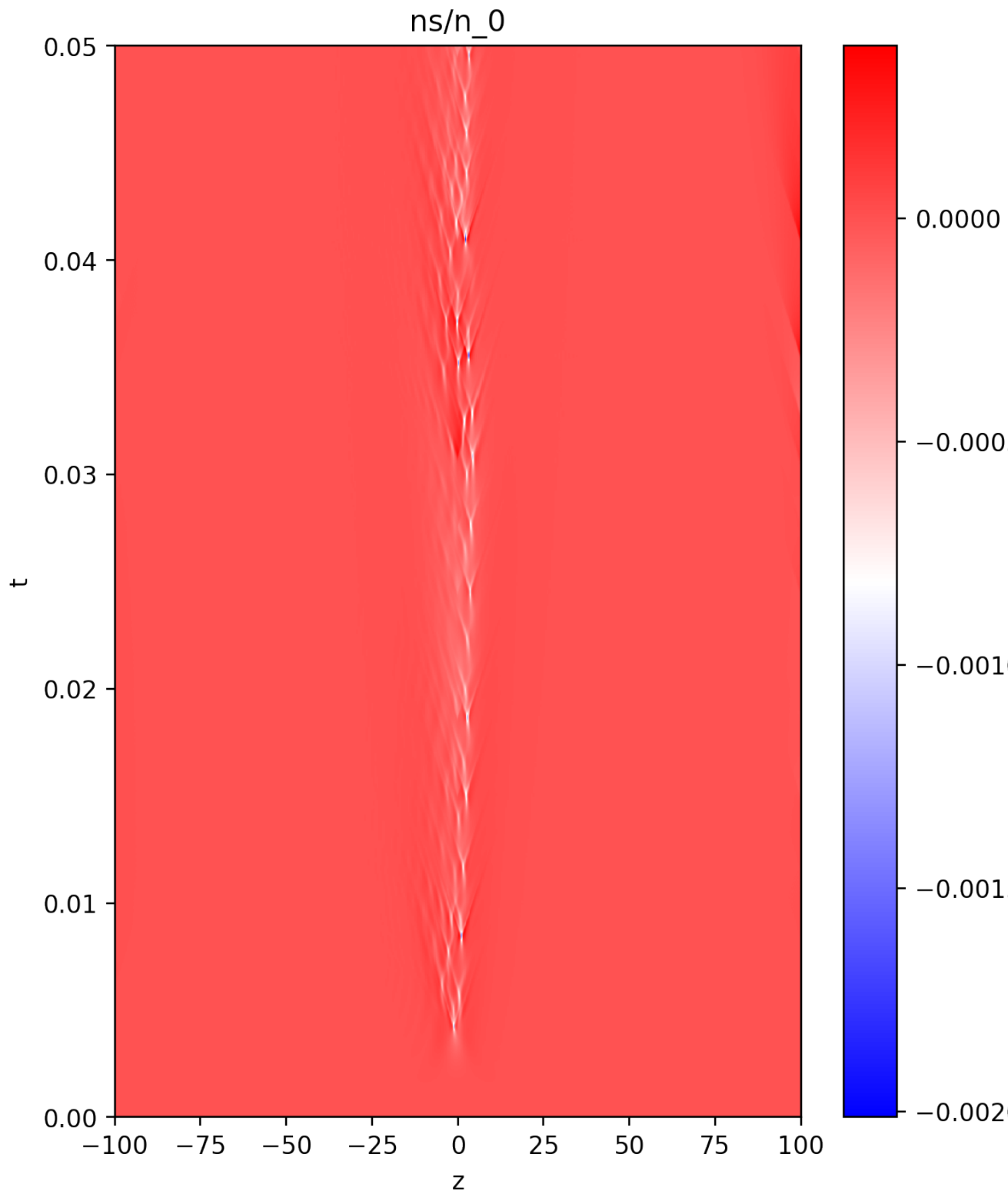
Figura 5.33*Densidad de electrones*

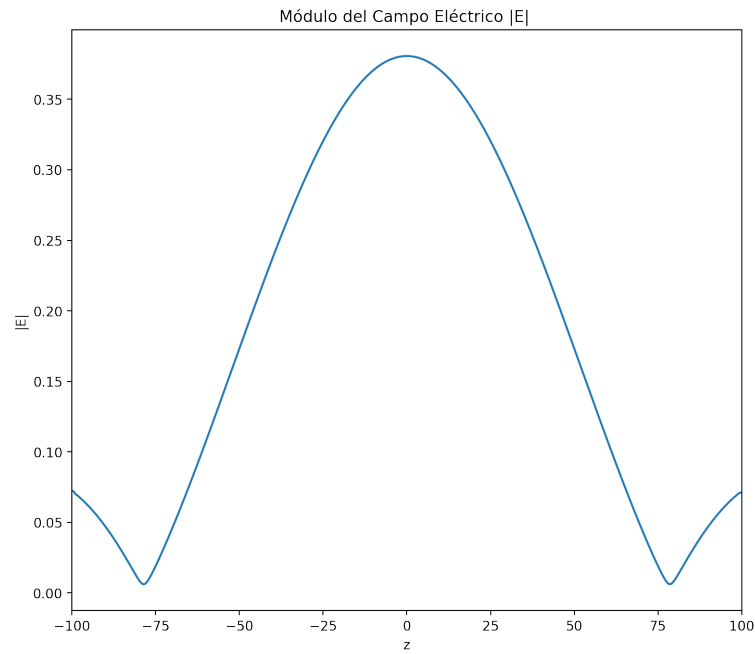
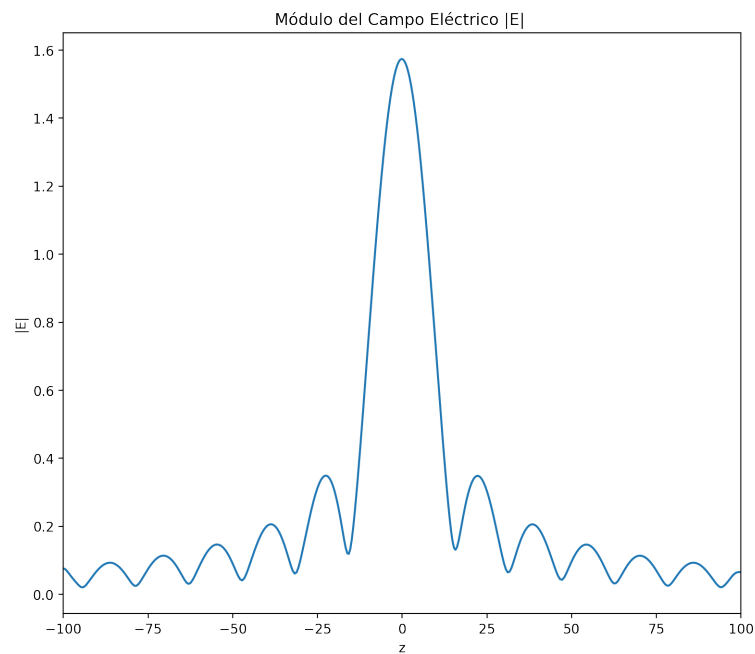
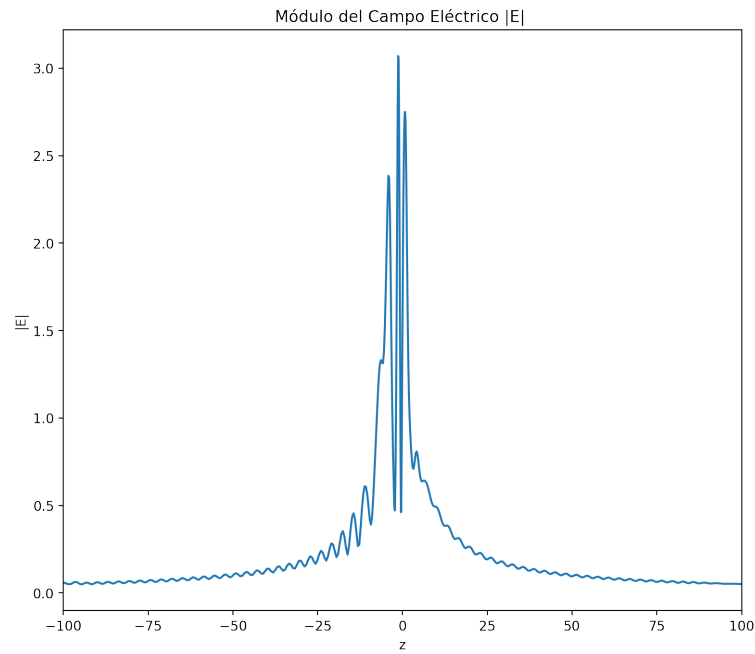
Figura 5.34*Módulo Campo Eléctrico $20 \times 10^{-6}s$* **Figura 5.35***Módulo Campo Eléctrico $100 \times 10^{-6}s$* 

Figura 5.36

Módulo Campo Eléctrico $500 \times 10^{-6}s$

**Figura 5.37**

Módulo Campo Eléctrico $2500 \times 10^{-6}s$

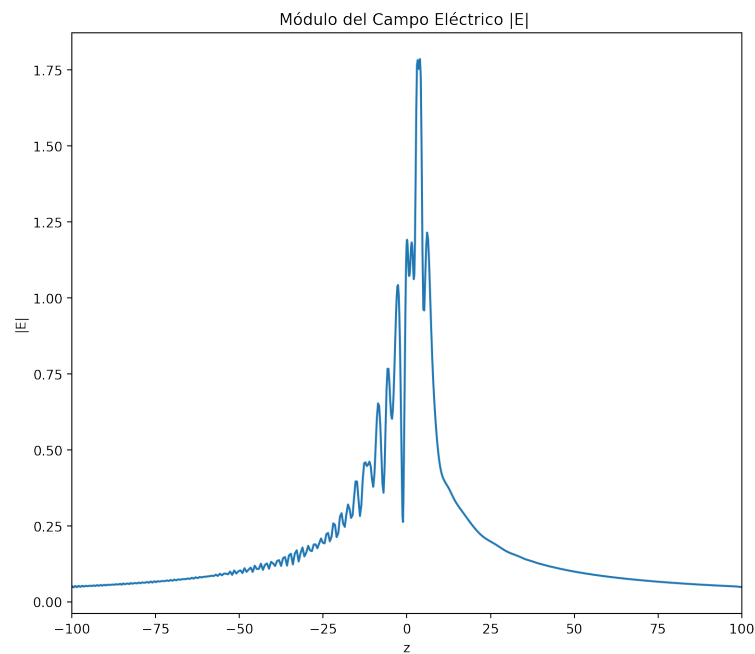
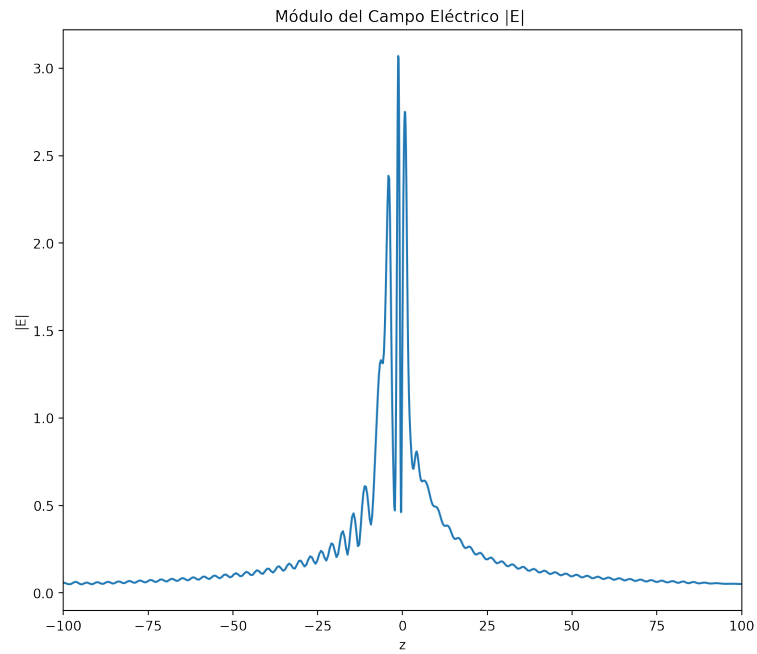


Figura 5.38

Módulo Campo Eléctrico par el tiempo $500 \times 10^{-6} s$

**Figura 5.39**

Módulo Campo Eléctrico par el tiempo $4500 \times 10^{-6} s$

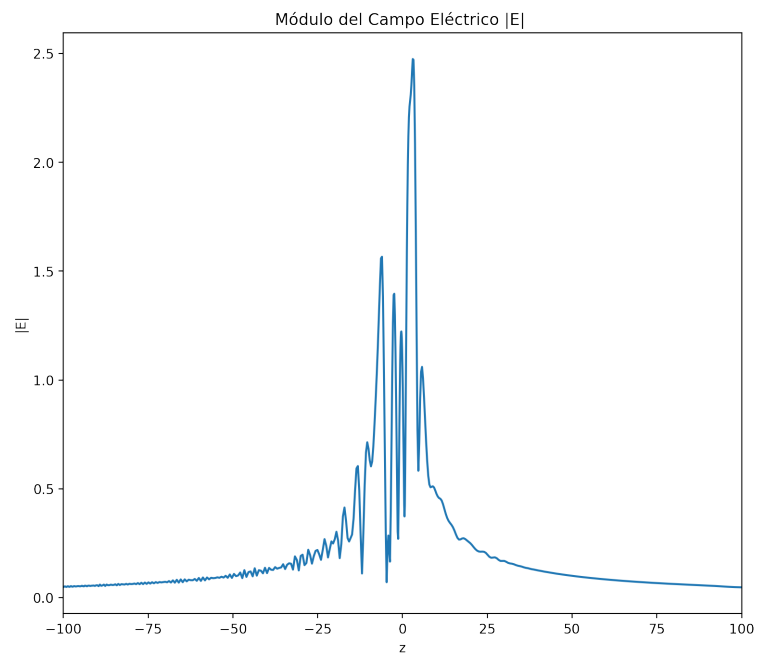
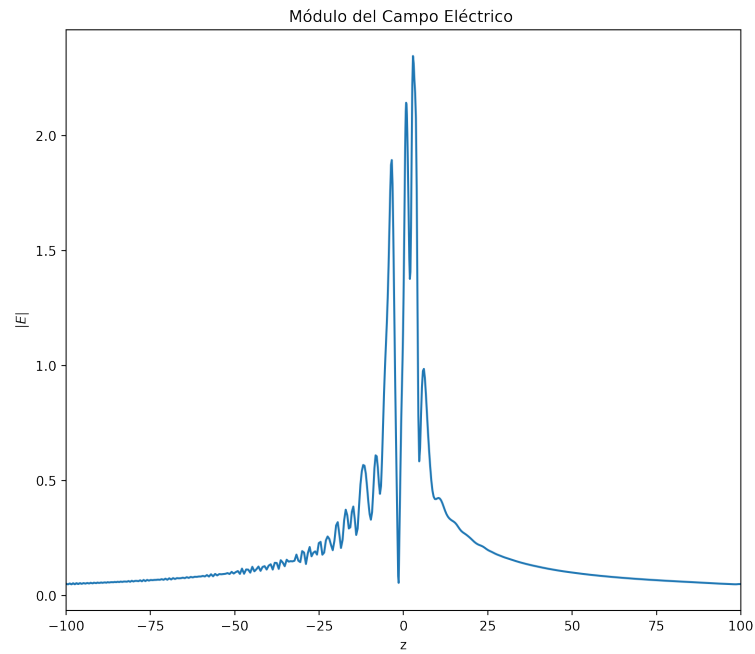


Figura 5.40

Módulo Campo Eléctrico par el tiempo $5000 \times 10^{-6} s$

**Figura 5.41**

Densidad de Electrones par el tiempo $20 \times 10^{-6} s$

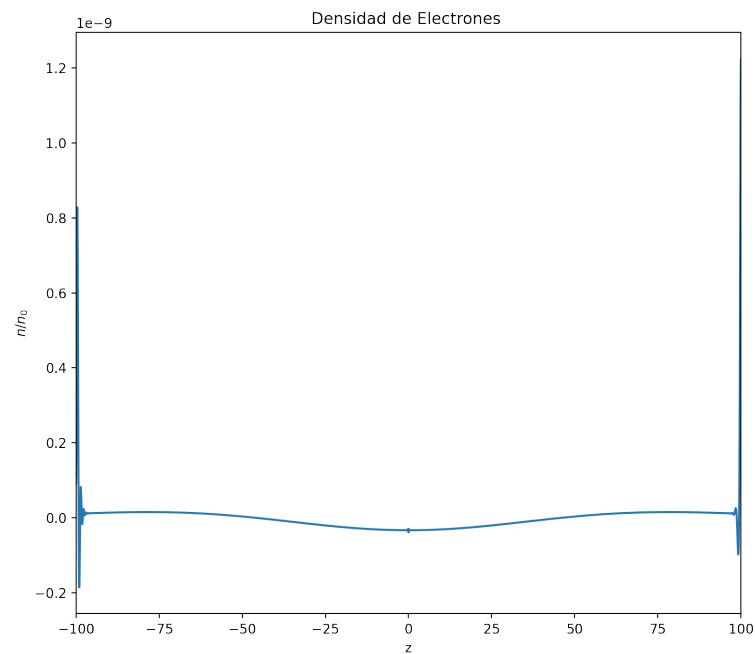
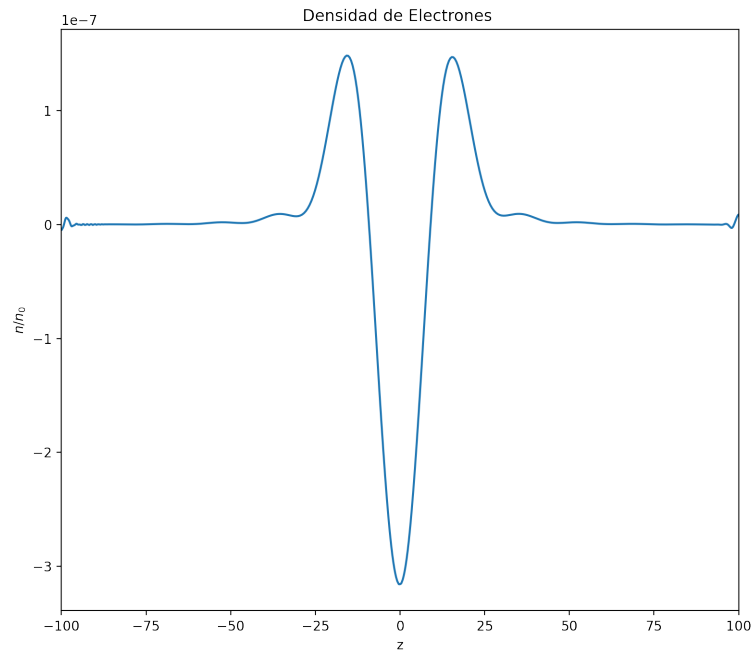


Figura 5.42

Densidad de Electrones par el tiempo $100 \times 10^{-6} s$

**Figura 5.43**

Densidad de Electrones par el tiempo $500 \times 10^{-6} s$

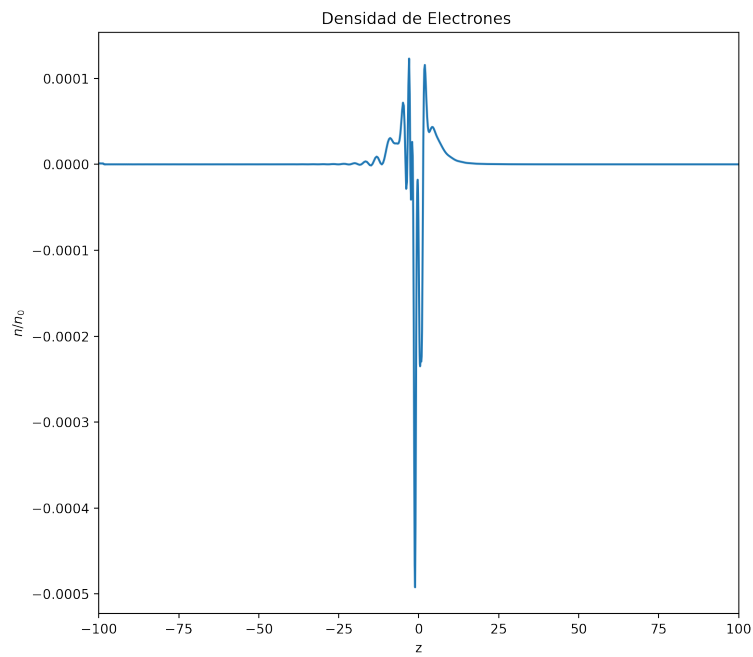
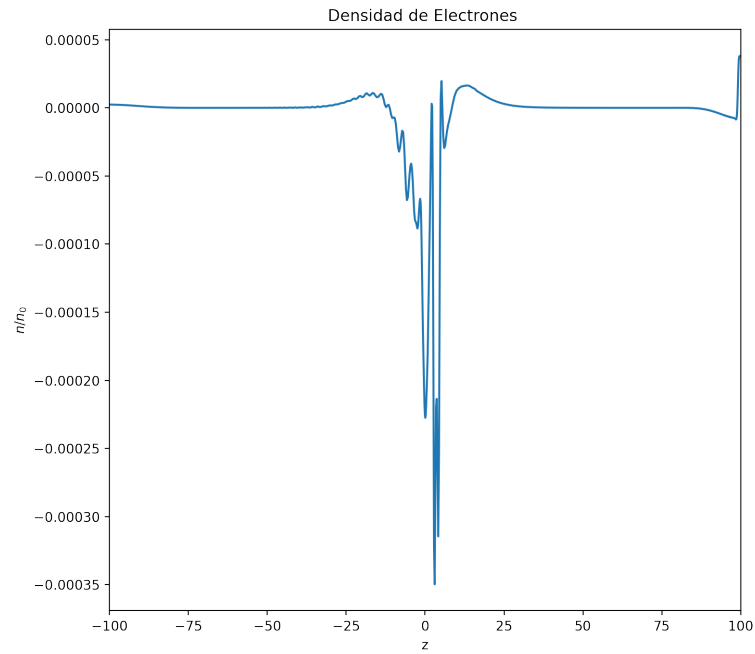


Figura 5.44

Densidad de Electrones par el tiempo $2500 \times 10^{-6} s$

**Figura 5.45**

Densidad de Electrones par el tiempo $500 \times 10^{-6} s$

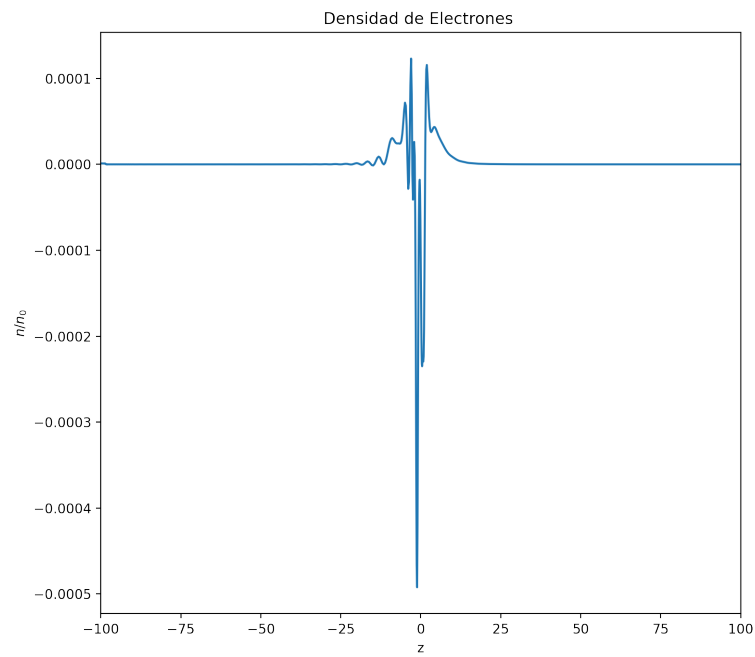
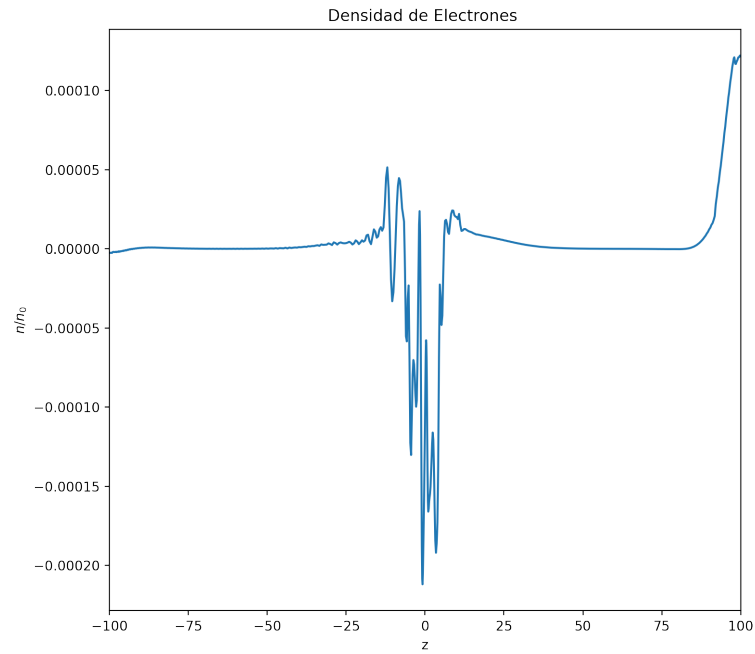
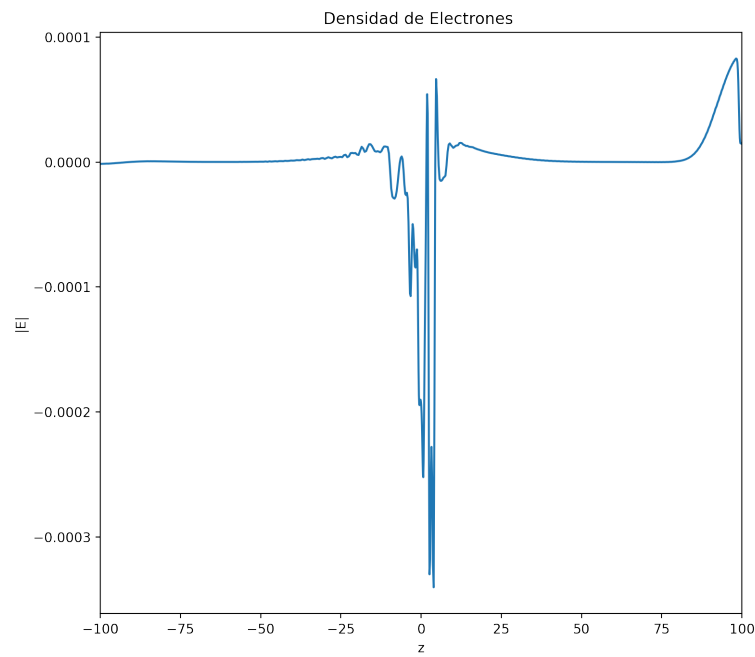


Figura 5.46

Densidad de Electrones par el tiempo $4500 \times 10^{-6} s$

**Figura 5.47**

Densidad de Electrones par el tiempo $5000 \times 10^{-6} s$



Capítulo 6

Sugerencias

Como trabajos futuros es poder poder implementar los métodos espectrales a la 2 y 3 dimensiones, así como también poder mejorar el método de Tau y poder construir bases para que el método de Galerkin sea factible de usar sin necesidad de acoplar las derivadas del sistema de ecuaciones.

Capítulo 7

Discusión

En el presente estudio buscó modelar matemáticamente las ecuaciones que rigen el comportamiento de los fluidos y el plasma y poder implementar estas ecuaciones para ser resueltas utilizando los métodos espectrales encontrando como resultado que los métodos espectrales modelan muy bien las ecuaciones de los fluidos y el plasma utilizando menos recurso computacional que las diferencias finitas y un valor aproximado mucho más cercano al valor obtenido en los casos donde la ecuación tiene solución analítica, en el caso del método de las diferencias finitas y el método de elementos finitos y los métodos espectrales conducen a un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas la cual deben ser resueltas por métodos numéricos como Runge Kutta, Crank-Nicholson etc. lo cual la simulación hace que tenga que tener en cuenta el paso de tiempo y por lo tanto el coste computacional además el tiempo de simulación es finito sin embargo un problema de la placa deslizante se resolvió mediante bases de Fourier y también por bases de Legendre y en los dos casos nos condujo a soluciones analíticas para la dependencia temporal lo cual es un enorme desarrollo en la investigación de los fluidos.

Por otra parte el modelamiento matemático se obtuvo a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes y también se unió a las ecuaciones de difusión y para el caso de las ecuaciones del plasma se usó las ecuaciones de Maxwell y la de momentum así como la ecuación de continuidad obteniendo un modelamiento real de los fluidos y el plasma. Así mismo en la implementación de las soluciones que plantea los métodos espectrales es una sumatoria de funciones ortogonales con coeficientes desconocidos lo cual nos conduce a un problema de un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas en un grado menor lo cual hace que su solución sea más estable y menor gasto computacional. por consiguiente la solución de las ecuaciones implementadas en cierto caso nos da soluciones analíticas en función del tiempo lo cual hace que el tiempo de simulación sea

infinito, además usando las bases apropiadas en el sistema puede utilizar menor recurso computacional.

Por último los experimentos numéricos nos muestra que base ortogonal es mejor en cada caso, así como también al utilizar el método de colocación como debiera ser la densidad del mallado según los parámetros físicos especialmente el número de Reynolds.

Capítulo 8

Conclusiones

Se concluye que los métodos espectrales son muy importantes para la simulación de física de fluidos y plasma ya que pueden implementarse para todo los casos de modelamiento de física de plasma y fluidos.

1. Referente a los objetivos específicos, el modelamiento matemático de los fluidos y el plasma se puede modelar muy bien utilizando las ecuaciones de momentum, continuidad, para el caso de fluidos también la ecuación de difusión y para plasma las ecuaciones de maxwell.
2. Así mismo la implementación de los métodos espectrales se realizó dependiendo si es una ecuación o un sistema de ecuaciones según las dimensiones y se utilizó la librería Dedalus.
3. Seguidamente se obtuvo un sistema desacoplado en las derivadas lineales e inclusive soluciones exactas en la variable temporal lo cual hace una simulación de tiempo infinito y un coste computacional muy bajo así como también un uso muy pequeño de memoria para guardar los resultados.
4. Finalmente los resultados de los experimentos numéricos mostraron que cuando se tenía un fluido turbulento se necesita mayor número de términos que el caso del fluido laminar.

Bibliografía

- A.V.Gurevich. (2007). Nonlinear effects in the ionosphere. *Russian Academy of Sciences*.
- B.Eliasson & Thide, B. (2008). Zakharov simulation study of spectral features of on-demand Langmuir turbulence in an inhomogeneous plasma. *Geophys Research*, 113.
- Bird, R., Stewart, W., & Lightfoot, E. (1982). *Fenómenos de transporte: un estudio sistemático de los fundamentos del transporte de materia, energía y cantidad de movimiento*. Reverté. <https://books.google.com.pe/books?id=KH0dnwEACAAJ>
- Burns, K. J., Vasil, G. M., Oishi, J. S., Lecoanet, D., & Brown, B. P. (2020). Dedalus: A flexible framework for numerical simulations with spectral methods. *Physical Review Research*, 2(2), Artículo 023068, 023068. <https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.2.023068>
- Chapra, S., Canale, R., Brito, J., & Hano, M. (2006). *Métodos numéricos para ingenieros*. McGraw-Hill. <https://books.google.com.pe/books?id=hoH0MAAACA AJ>
- F.Vadillo. (2019). *Una Introducción a los Métodos Espectrales* [Ejemplo de solución ,matrices de Diferenciación].
- Gurnett, D. A., & Bhattacharjee, A. (2017). *Introducción to plasma physics*.
- Hansen, A. G. (1979). *Mecánica de Fluidos* (segunda). Editorial Limusa.
- Hesthaven, J. S. (2018). *Numerical Methods for Conservation Laws* (sexta). Society for Industrial; Applied Mathematics.
- J.D.JACKSON. (1962). *Electrodinámica Clásica* (segunda). Alhambra.
- J.G.Paniagua, y. L. N., J.A.Pérez. (2012). Aplicación de un método espectral en la solución de ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes. *Instituto Tecnológico Metropolitano*.
- John R. Reitz, R. W., Frederick J. Milford. (1996). *Fundamentos de la teoría electromagnética* (cuarta). Addison Wesley Iberoamericana.

- López, B. D. S. (2015). *Estudio de los Métodos Espectrales en Ecuaciones Diferenciales de una Dimensión y su comparación con el método de Diferencias Finitas* (Tesis de maestría). PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ.
- McCarthy, K. J., Sola, A., Anabitarte, E., Bordel, N., Cotrino, J., Gómez-Aleixandre, C., Vázquez, F. J. G., Mar, S., Martínez, R., Prieto, G. R., Tanarro, I., & Bueno, J. T. (2013). *Desarrollo de diagnósticos para plasmas: catalizador de nueva física*.
- O'Neil, P. (2004). *MATEMATICAS AVANZADAS PARA INGENIERIA : ANALISIS DE FOURIER, ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES Y ANALISIS COMPLEJO*. THOMSON.
<https://books.google.com.pe/books?id=lYApPwAACAAJ>
- Roque, M. R. F. (2018). *MÉTODOS ESPECTRALES (CHEBYSHEV) COMO UNA ALTERNATIVA PARA LA SOLUCIÓN DE EDO Y EDP (Casos Especiales)* (Tesis de maestría). UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA.
- Spigel, M. R. (1976). *Análisis de Fourier*. McGraw-Hill.
- Wikipedia, the free encyclopedia. (2013). Nebulosa de Orión [[Online; accessed enero 17, 2013]]. https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:Orion_Nebula_-_Hubble_2006_mosaic_18000.jpg

Anexo 1: Ortogonalización de los polinomios de Laguerre

Partimos de la ecuación de Laguerre 3.29 la cual tenemos de la siguiente forma.

$$\begin{cases} xL_n'' + (1-x)L_n' + nL_n = 0 \\ xL_m'' + (1-x)L_m' + nL_m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Multiplicamos a cada ecuación por L_m y la segunda por L_n

$$\begin{cases} xL_mL_n'' + (1-x)L_mL_n' + nL_mL_n = 0 \\ xL_nL_m'' + (1-x)L_nL_m' + nL_nL_m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Restando las ecuaciones y dividiendo entre x .

$$(L_mL_n'' - L_nL_m'') + \frac{(1-x)}{x}(L_mL_n' - L_nL_m') + \frac{n-m}{x}L_nL_m = 0 \quad (3)$$

Nos damos cuenta que el primer termino lo ponemos en forma de una derivada.

$$\frac{d}{dx}(L_mL_n' - L_nL_m') + \frac{(1-x)}{x}(L_mL_n' - L_nL_m') = \frac{m-n}{x}L_nL_m \quad (4)$$

Factor integrante

$$k = e^{\int \frac{1-x}{x} dx} = xe^{-x}$$

hacemos $y = L_mL_n' - L_nL_m'$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{(1-x)}{x}y = \frac{m-n}{x}L_nL_m \quad (5)$$

Multiplicamos por el factor integrante

$$xe^{-x}\frac{dy}{dx} + \frac{(1-x)xe^{-x}}{x}y = \frac{m-n}{x}L_nL_mxe^{-x} \quad (6)$$

$$xe^{-x} \frac{dy}{dx} + (1-x)xe^{-x}y = (m-n)L_nL_me^{-x} \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx}(xe^{-x}y) = (m-n)L_nL_me^{-x} \quad (8)$$

integraremos de 0 a ∞ en ambos términos

$$\int_0^{\infty} d(xe^{-x}y) = \int_0^{\infty} ((m-n)L_nL_me^{-x})dx \quad (9)$$

$$\frac{\infty}{e^{\infty}}y - 0e^{-0}y = \int_0^{\infty} ((m-n)L_nL_me^{-x})dx \quad (10)$$

$$0 = (m-n) \int_0^{\infty} (L_nL_me^{-x})dx \quad (11)$$

Notamos que cuando $m=n$ el otro término no necesariamente es cero, por ello vamos a saber cuanto vale ese término. Partimos de la función generativa

$$\frac{e^{-xt/1-t}}{1-t} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n(x)}{n!} t^n \quad (12)$$

Elevamos al cuadrado a ambos miembros.

$$\frac{e^{-xt/1-t}}{1-t} \cdot \frac{e^{-xt/1-t}}{1-t} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n(x)}{n!} \frac{L_m(x)}{m!} t^n t^m \quad (13)$$

Y multiplicamos por e^{-x}

$$\frac{e^{-2xt/1-t} e^{-x}}{(1-t)^2} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n(x)L_m(x)e^{-x}}{n!m!} t^{n+m} \quad (14)$$

$$\frac{e^{-x} \frac{1+t}{1-t}}{(1-t)^2} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_n(x)L_m(x)e^{-x}}{n!m!} t^{n+m} \quad (15)$$

integraremos en ambos términos en función de la variable x de 0 a ∞ .

$$\frac{1}{(1-t)^2} \int_0^{\infty} e^{-x} \frac{1+t}{1-t} dx = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{L_n(x) L_m(x) e^{-x}}{n! m!} dx \cdot t^{n+m} \quad (16)$$

$$\frac{1}{(1-t)^2} e^{-x} \frac{1+t}{1-t} \frac{1-t}{-(1+t)} \Big|_0^{\infty} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{n+m}}{n! m!} \int_0^{\infty} L_n(x) L_m(x) e^{-x} dx \quad (17)$$

$$\frac{1}{(1+t)(1-t)} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{n+m}}{n! m!} \int_0^{\infty} L_n(x) L_m(x) e^{-x} dx \quad (18)$$

Desarrollando el primer término con la serie de Maclaurín y haciendo $n=m$.

$$\sum_{n=0}^{\infty} t^{2n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^{2n}}{(n!)^2} \int_0^{\infty} L_n^2(x) e^{-x} dx \quad (19)$$

Igualemos terminos

$$(n!)^2 = \int_0^{\infty} e^{-x} L_n^2(x) dx \quad (20)$$

Anexo 2: Código para las ecuaciones de Zakharov:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from dedalus import public as de
4 %matplotlib inline
5 %config InlineBackend.figure_format = 'retina'
6 import scipy.constants as const #libreria de constantes

1 Ganma_s=1.0*10**3 # Frecuencia de colicion del Ion
2 Ganma_l=1.0*10**3 # Frecuencia de colision
3 L=100
4 L_scale=5e+4
5 Cs=2e+3
6 E_pump= 1*10**(-4) #Campo de las antenas
7 mi=26.8*10**(-27)#masa de iones de oxigeno
8 omega_pe=4*10**7 #Frecuencia del plasma
9 V_te=1.7*10**5 #velocidad termica de los electrones
10 Lamnda=V_te/omega_pe
11 per=8.8541878*10**(-12)
12 n_0=5*10**(11) #Dencidad
13 print('El valor de lamda es :',Lamnda,'metros')

1 # Build bases and domain
2 N_terminos=256
3 zb1 = de.Chebyshev('z1', N_terminos, interval=(-L,0))
4 zb2 = de.Chebyshev('z2', N_terminos, interval=(0,L))
5 z_basis = de.Compound('z', (zb1, zb2), dealias=3/2)
6 domain = de.Domain([z_basis], grid_dtype=np.complex128)
```

```

7 # Build problem
8 problem = de.IVP(domain, variables=[ 'E', 'Ez', 'n', 'nz', 'nt'
    ])

```

```

1 grid_normal3 = z_basis.grid(scale=5/2)
2 plt.figure(figsize=(10, 2), dpi=100)
3 plt.plot(grid_normal3, 0*grid_normal3+1, 'o', markersize=2)
4 plt.xlabel('z')
5 plt.title('Base de Chebyshev extremo izquierdo')
6 plt.ylim([0.9, 1.1])
7 plt.xlim([-100, -90])
8 plt.gca().yaxis.set_ticks([]);
9 plt.tight_layout()

```

```

1 grid_normal3 = z_basis.grid(scale=5/2)
2 plt.figure(figsize=(10, 2), dpi=100)
3 plt.plot(grid_normal3, 0*grid_normal3+1, 'o', markersize=2)
4 plt.xlabel('z')
5 plt.title('Base de Chebyshev centro zona Turbulenta ')
6 plt.ylim([0.9, 1.1])
7 plt.xlim([-5, 5])
8 plt.gca().yaxis.set_ticks([]);
9 plt.tight_layout()

```

```

1 grid_normal3 = z_basis.grid(scale=5/2)
2 plt.figure(figsize=(10, 2), dpi=100)
3 plt.plot(grid_normal3, 0*grid_normal3+1, 'o', markersize=2)
4 plt.xlabel('z')
5 plt.title('Base de Chebyshev extremo derecho ')

```

```

6 plt.ylim([0.9, 1.1])
7 plt.xlim([98, 100])
8 plt.gca().yaxis.set_ticks([]);
9 plt.tight_layout()

```

```

1 problem.parameters['a'] = Ganma_s
2 problem.parameters['b'] = Cs**2
3 problem.parameters['c'] = per/(4*mi)
4 problem.parameters['w'] = 2/omega_pe #aqui hiba g lo
    cambiamos por w
5 problem.parameters['bb'] = 3*Lamnda**2
6 problem.parameters['cc'] = E_pump
7 problem.parameters['a1'] = 1/L_scale
8 problem.parameters['a2'] = 1/n_0
9 problem.parameters['a3'] = Ganma_s/omega_pe

```

```

1 # Function-like substitution using dummy variables
2 problem.substitutions["mag_sq(A)"] = "A * conj(A)"

```

```

1 # Add main equation, with linear terms on the LHS and
    nonlinear terms on the RHS
2 problem.add_equation("w*(1j)*dt(E) +bb*dz(Ez)=cc+(a1*z+a2*n
    -(1j)*a3)*E")
3 problem.add_equation("dt(nt) -b*dz(nz) =c*dz(dz(mag_sq(E)))
    -2*a*nt")
4 # Add auxiliary equation defining the first-order reduction
5 problem.add_equation("Ez - dz(E) = 0")
6 problem.add_equation("nz - dz(n) = 0")
7 problem.add_equation("dt(n)-nt = 0")

```

```

8 # Add boundary conditions
9 problem.add_equation("left(Ez) = 0")
10 problem.add_equation("right(Ez) = 0")
11 problem.add_equation("left(nz) = 0")
12 problem.add_equation("right(nz) = 0")

```

```

1 # Build solver
2 solver = problem.build_solver('RK443')

```

```

1 solver.stop_iteration = 50000

```

```

1 # Reference local grid and state fields
2 z = domain.grid(0)
3 E = solver.state['E']
4 Ez = solver.state['Ez']
5 n = solver.state['n']
6 nz = solver.state['nz']
7 nt = solver.state['nt']
8 # Setup a sine wave
9 E.set_scales(1)
10 E['g'] = 0
11 #u.differentiate('z' out=Ez);
12 n.set_scales(1)
13 n['g'] = 0
14 #n.differentiate('x', out=nx);

```

```

1 # Setup storage
2 E.set_scales(1)
3 n.set_scales(1)
4 E_list = [np.copy(E['g'])]

```

```

5
6 n_list = [np.copy(n[ 'g' ])]
7 t_list = [solver.sim_time]
8
9 # Main loop
10 dt = 1e-6
11 while solver.ok:
12     solver.step(dt)
13     if solver.iteration % 10 == 0:
14         E.set_scales(1)
15         E_list.append(np.copy(E[ 'g' ]))
16         n.set_scales(1)
17         n_list.append(np.copy(n[ 'g' ]))
18         t_list.append(solver.sim_time)
19     if solver.iteration % 1000 == 0:
20         print('Completed iteration {}'.format(solver.
iteration))
21         ArrayHasNaN = np.isnan(np.sum(n[ 'g' ]))
22         if ArrayHasNaN:
23             print('NaN found!')
24             break
25
26 # Convert storage lists to arrays
27 E_array = np.array(E_list)
28 n_array = np.array(n_list)
29 t_array = np.array(t_list)

```

Glosario

astrofísica Es la aplicación de la Física a la Astronomía.. 2

Dedalus Librería escrita en python para resolver ecuaciones y sistema de ecuaciones utilizando métodos espectrales. 6, 21, 22

Hartmann Es un parámetro en magnetohidrodinámica que relaciona la viscosidad ordinaria y la viscosidad magnética.. 4

Ionósfera Capa que cubre la tierra y esta formada por plasma . 2, 9, 46

Magnetohidrodinámica Es la parte de la física de plasma que enfoca un solo fluido en campos eléctricos y magnéticos.. 4

método de Tau Método empleado en los métodos espectrales para calcular los coeficientes de los métodos espectrales. 5, 6, 57

CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD DE TESIS

Yo, Mg Sc. JUSTO VLADIMIR TUÑOQUE GUTIÉRREZ, asesor de tesis, de los bachilleres en física, **Joseph Valentin Ramirez Ramos y Nataly Diana Toscano Carhuajulca**.

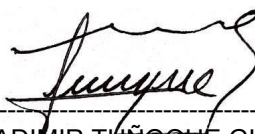
Titulada:

“APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS ESPECTRALES PARA LA SIMULACIÓN DE FÍSICA DE PLASMAS Y FLUIDOS”, luego de la revisión del informe final de tesis, declaro que la misma tiene un índice de similitud de 12% verificable en el reporte de similitud del Programa Turnitin.

El suscrito analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas dentro del porcentaje de similitud permitido no constituyen plagio y que el documento cumple con la integridad científica y con las normas para el uso de citas y referencias establecidas en los protocolos respectivos.

Se cumple con adjuntar el Recibo Digital a efectos de la trazabilidad respectiva del proceso.

Lambayeque, 7 de Junio de 2023



JUSTO VLADIMIR TUÑOQUE GUTIÉRREZ
DNI: 16756567
ASESOR

Aplicación de los Métodos Espectrales para la Simulación de Física de Plasmas y Fluidos.

INFORME DE ORIGINALIDAD

12%

INDICE DE SIMILITUD

12%

FUENTES DE INTERNET

7%

PUBLICACIONES

6%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1

readthedocs.org

Fuente de Internet

2%

2

hdl.handle.net

Fuente de Internet

1%

3

qdoc.tips

Fuente de Internet

1%



Justo Vladimir
Tuñoque Guitierrez

4

Side Li, Arun Kumar. "Towards an optimized GROUP by abstraction for large-scale machine learning", Proceedings of the VLDB Endowment, 2021

Publicación

1%

5

nozdr.ru

Fuente de Internet

<1%

6

Submitted to Riga Technical University

Trabajo del estudiante

<1%


7

repositorio.unsa.edu.pe

Fuente de Internet

<1%

www.unioviedo.es

8	Fuente de Internet		<1 %
9	futur.upc.edu Fuente de Internet		<1 %
10	export.arxiv.org Fuente de Internet		<1 %
11	trainingclub.eu Fuente de Internet		<1 %
12	Submitted to Roches Technology Trabajo del estudiante		<1 %
13	archive.org Fuente de Internet	Justo Vladimir Tuñoque Guitierrez	<1 %
14	"Comptes de gestion et bilans financiers afférents aux opérations du budget de l'exercice 1977. Volume III-B: Section III Commission. Annex I: Credits de recherches et d'investissement (Deuxieme partie du budget) = Management account and balance sheets relating to the implementation of the 1977 budget. Volume III-B: Section III Commission. Annex I: Research and investment credits (Second part of the budget). XIX/281/78-F Vol III-B", , 2012. Publicación		<1 %

15	Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo	Trabajo del estudiante	<1 %
16	programtalk.com	Fuente de Internet	<1 %
17	Submitted to University of Florida	Trabajo del estudiante	<1 %
18	scarab.bates.edu	Fuente de Internet	<1 %
19	1library.co	Fuente de Internet	<1 %
20	Paola Yumi Matsumoto (Tuñoque Guitierrez) de modelo >i/i< para simulação do comportamento do tráfico veicular em rodovias paulistas", Universidade de Sao Paulo, Agencia USP de Gestao da Informacao Academica (AGUIA), 2022	Justo Vladimir Publicación	<1 %
21	html.rhhz.net	Fuente de Internet	<1 %
22	repositorioinstitucional.uabc.mx	Fuente de Internet	<1 %
23	ciencialatina.org	Fuente de Internet	<1 %
24	dedalus-project.readthedocs.io	Fuente de Internet	

<1 %

25

www.cbi.cnptia.embrapa.br

Fuente de Internet

<1 %

26

Submitted to University of New South Wales

Trabajo del estudiante

<1 %

27

revistas.ucp.edu.co

Fuente de Internet

<1 %

28

www.fio.unicen.edu.br

Fuente de Internet

<1 %



29

www.uigv.edu.pe

Fuente de Internet

Justo Vladimir
Tuñoque Guitierrez

<1 %

30

dspace.mit.edu

Fuente de Internet

<1 %

31

es.scribd.com

Fuente de Internet

<1 %

32

www.clubensayos.com

Fuente de Internet

<1 %

33

Submitted to University of Exeter

Trabajo del estudiante

<1 %

34

classic.biblegateway.com

Fuente de Internet

<1 %

35

www.unprg.edu.pe

Fuente de Internet

<1 %



36

Godinez Rodriguez José Luis, Morales Cabral Maria Guadalupe. "Propiedades de flijo de particulas milimetricas duras en diferentes fluidos", TESIUNAM, 2004

Publicación

<1 %

37

Jiménez Quezada Einar Genaro, Soto Delgado Douglas Kevin. "Diseño y construcción de un reactor fotoquímico empleando un sistema de control con desplazamiento por puntos de coordenadas, implementando una superficie de canal tipo Fresnel usando dos diodos e  (LED's) de alta potencia como  uminación de 200 Watts", TESIL

Publicación

<1 %

38

doczz.es

Fuente de Internet

<1 %

Excluir citas

Apagado

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Apagado



Recibo digital

Justo Vladimir
Tuñoque Guitierrez

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. La continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega:	Joseph Valentín Ramirez Ramos
Título del ejercicio:	INFORME FINAL
Título de la entrega:	Aplicación de los Métodos Espectrales para la Simulación de...
Nombre del archivo:	TesisFinal_1_44.pdf
Tamaño del archivo:	4.12M
Total páginas:	87
Total de palabras:	9,924
Total de caracteres:	48,238
Fecha de entrega:	07-jun.-2023 06:44p. m. (UTC-0500)
Identificador de la entre...	2111347578

	UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS ESCUELA PROFESIONAL DE FÍSICA	
TESIS		
APLICACIÓN DE LOS MÉTODOS ESPECTRALES PARA LA SIMULACIÓN DE FÍSICA DE PLASMAS Y FLUIDOS.		
PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FÍSICA		
PRESENTADO POR:		
BACH. JOSEPH VALENTIN RAMIREZ RAMOS		
BACH. NATALY DIANA TOSCANO CARRERA JULCA		
ASESOR:		
Mg.Sc. JUSTO VLADIMIR TUÑOQUE GUTIÉRREZ		
LAMBAYEQUE-PERÚ		
2023		