

**UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ
GALLO**

**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y
EDUCACIÓN**

UNIDAD DE POSGRADO

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**



TESIS

**Modelo didáctico-contextual para desarrollar aprendizajes
significativos en estudiantes de ingeniería en la asignatura de Ecuaciones
Diferenciales.**

Presentada para obtener el Grado Académico de Doctor en Ciencias de la
Educación

Investigador: Pérez Herrera Adelmo

Asesora: Fernández Celis, María del Pilar

Lambayeque - Perú

2023

**Modelo didáctico-contextual para desarrollar aprendizajes
significativos en estudiantes de ingeniería en la asignatura de Ecuaciones
Diferenciales.**

Tesis presentada para obtener el Grado Académico de Doctor en Ciencias
de la Educación.



Adelmo Pérez Herrera
Investigador



Dr. Enrique W. Cárpene Velásquez
Presidente



Dra. Rosa Elena Ramírez Sánchez
Secretario



Dr. Dolores Sánchez García
Vocal



Dra. María del Pilar Fernández Celis
Asesor

ACTA DE SUSTENTACIÓN



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

N° 770 -VIRTUAL

Siendo las 15:00 horas, del día lunes 28 de agosto 2023; se reunieron vía online mediante la plataforma virtual Google Meet, <https://meet.google.com/kws-oeiw-yvo>, los miembros del jurado designados mediante Resolución N° 2187-2019-UP-D-FACHSE, de fecha 09 de setiembre de 2019, integrado por:

Presidente	: Dr. CÁRPENA VELÁSQUEZ ENRIQUE WILFREDO
Secretaria	: Dra. SÁNCHEZ RAMÍREZ ROSA ELENA
Vocal	: Dr. SÁNCHEZ GARCÍA DOLORES
Asesor	: Dra. FERNÁNDEZ CÉLIS MARIA DEL PILAR



La finalidad es evaluar la Tesis titulada: “MODELO DIDÁCTICO CONTEXTUAL PARA DESARROLLAR APRENDIZAJES SIGNIFICATIVOS EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA EN LA ASIGNATURA DE ECUACIONES DIFERENCIALES”; presentado por PÉREZ HERRERA ADELMO, para obtener el Grado Académico de Doctor en Ciencias de la Educación

Producido y concluido el acto de sustentación, de conformidad con el Reglamento General de Investigación (aprobado con Resolución N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023); los miembros del jurado procedieron a la evaluación respectiva, haciendo las preguntas, observaciones y recomendaciones al(os) sustentante(s), quien(es) procedió(eron) a dar respuesta a las interrogantes planteadas.

Con la deliberación correspondiente por parte del jurado, se procedió a la calificación de la Tesis, obteniendo un calificativo de Dieciocho en la escala vigesimal, que equivale a la mención de **Muy Bueno**.

Siendo las 4:15 pm del mismo día, se dio por concluido el acto académico online, con la lectura del acta y la firma de los miembros del jurado.

Dr. CÁRPENA VELÁSQUEZ ENRIQUE WILFREDO

PRESIDENTE

Dra. SÁNCHEZ RAMÍREZ ROSA ELENA

SECRETARIA

Dr. SÁNCHEZ GARCÍA DOLORES

VOCAL

OBSERVACIONES: Los miembros de jurado, dejamos constancia que el secretario de la Unidad de Investigación informa que por inconvenientes con el internet en la universidad, se tuvo que crear un nuevo enlace para llevar a cabo la sustentación de la tesis doctoral <https://meet.google.com/eiu-jtor-qtd> Asimismo se inició la sustentación a las 9.20 horas

El presente acto académico se sustenta en los artículos del 39 al 41 del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (aprobado con Resolución N° 270-2019-CU de fecha 4 de setiembre del 2019); la Resolución N° 407-2020-R de fecha 12 de mayo del 2020 que ratifica la Resolución N° 004-2020-VIRTUAL-VRINV del 07 de mayo del 2020 que aprueba la tramitación virtualizada para la presentación, aprobación de los proyectos de los trabajos de investigación y de sus informes de investigación en cada Unidad de Investigación de las Facultades y Escuela de Posgrado; la Resolución N° 0372-2020-V-D-NG-FACHSE de fecha 21 de mayo del 2020 y su modificatoria Resolución N° 0380-2020-V-D-NG-FACHSE del 27 de mayo del 2020 que aprueba el INSTRUCTIVO PARA LA SUSTENTACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN Y TESIS VIRTUALES.

CONSTANCIA DE APROBACIÓN DE ORIGINALIDAD DE TESIS

Yo, **María del Pilar Fernández Celis**. Asesor de tesis del estudiante

Pérez Herrera Adelmo.

Titulada:

Modelo didáctico-contextual para desarrollar aprendizajes significativos en estudiantes de ingeniería en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, luego de la revisión exhaustiva del documento constato que la misma tiene un índice de similitud de 16% verificable en el reporte de similitud del programa Turnitin.

El suscrito analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas no constituye plagio. A mi leal saber y entender la tesis cumple con todas las normas para el suso de citas y referencias establecidas por la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Lambayeque, 6 de octubre del 2023



María del Pilar Fernández Celis
DNI 17525733
Asesora

DEDICATORIA

A mis padres Adelmo y Amelia, por su inmenso amor, a mis hijos Oscar y Amy que llenan mi vida de alegría y felicidad, en el infinito a mi hermano Mijailo.

AGRADECIMIENTOS

Agradecer a Dios, por darme la fuerza espiritual para continuar superándome.

Agradecer a mis amigos colegas que me apoyaron en la realización de la Tesis, al Dr. Mario Sabogal Aquino por sus aportes y sugerencias, con la misma razón a la Dra. María del Pilar Fernández Celis.

ÍNDICE

DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
ÍNDICE DE TABLAS	x
ÍNDICE DE GRÁFICOS	xi
RESUMEN	xii
ABSTRACT	xiii
INTRODUCCIÓN	14
CAPÍTULO I: DISEÑO TEÓRICO	25
1.1. Estado del Arte.....	25
1.2. Antecedentes	29
1.3. Fundamentos del Modelo.....	32
1.3.1. Fundamento epistemológico.....	32
1.3.2. Fundamento Filosófico	34
1.3.3. Fundamento Científico.....	35
1.3.4. Fundamento Psicológico.....	37
1.3.5. Fundamento Pedagógico.....	38
1.4. Bases Teóricas	40
1.4.1. Teoría del Aprendizaje significativo.....	40

1.4.2. Teoría Psicogenética	45
Nota: Estrategias didácticas para aprendizaje según la Teoría Psicogénética	49
1.4.3. Teoría Sociocultural.....	49
Nota: Obtenido de Tappan (1998)	49
1.4.4. Teoría Heurística.....	50
1.5. Definiciones Conceptuales.....	55
1.5.1. Didáctica	55
1.5.2. Didáctica de la matemática (DM)	57
1.5.3. Contexto.....	58
1.5.4. Contextualización Matemática.....	61
1.5.5. Modelo	65
1.5.6. Modelo didáctico (MD)	66
1.5.7. Modelo matemático	67
1.5.8. Las Ecuaciones Diferenciales	69
1.6. Operacionalización de variable.....	70
El Modelo Didáctico Contextual	70
1.7. Esquema de las bases teóricas que sustentan el modelo didáctico contextual.	77
1.8. Articulación del Modelo Didáctico Contextual	78

1.9. Propuesta del Modelo Didáctico Contextual (MDC.....	79
1.9.1. Fases de la propuesta del Modelo Didáctico Contextual para desarrollar aprendizaje significativo en estudiantes de Ingeniería en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales.	82
 CAPÍTULO II: DISEÑO METODOLÓGICO	104
2.2. Población y muestra.....	105
2.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.	105
2.4. Procedimiento.	106
2.5. Método de análisis de datos	106
 CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	107
3.3. Análisis e interpretación de los resultados del post test.....	112
3.4. Análisis de confiabilidad del instrumento.....	116
3.5. Análisis e Interpretación de los resultados del post test.	117
3.6. Discusión.....	121
 CONCLUSIONES	125
RECOMENDACIONES.....	126
BIBLIOGRAFÍA	127
ANEXOS	134

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	<i>Taxonomía del aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales...</i>	43
Tabla 2	<i>Aprendizaje del movimiento vibratorio según la Teoría Psicogénética</i>	48
Tabla 3	<i>Enfoques para la comprensión cognitiva según la Teoría socio cultural</i>	49
Tabla 4	<i>Heurísticos para la resolución de problemas</i>	51
Tabla 5	<i>Propuestas de procesos heurísticos para la resolución de problemas</i>	52
Tabla 6	<i>Heurístico aplicado a la solución de un problema contextual de EDO</i>	54
Tabla 7	<i>Modelo matemático para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales....</i>	88
Tabla 8	<i>PRE TEST (Anexo N° 1) . Resultado de la evaluación del Pre Test</i>	107
Tabla 9	<i>Fiabilidad en el pre test</i>	116
Tabla 10	<i>Fiabilidad en el pos test</i>	117
Tabla 11	<i>Niveles de aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales ordinarias alcanzado durante el pos test</i>	117
Tabla 12	<i>Descripción de los puntajes de aprendizaje significativo obtenido durante el post y pre test</i>	119
Tabla 13	<i>Comparación entre los puntajes de aprendizaje significativo obtenido durante el pre y post test</i>	120

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Figura 1 <i>Enfoques de la didáctica</i>	56
Figura 2 <i>Modelación matemática</i>	68
Figura 3 <i>Bases Teóricas que sustentan el Modelo didáctico contextual</i>	77
Figura 4 <i>Articulación del modelo didáctico contextual</i>	78
Figura 5 <i>Motivación en el Modelo didáctico contextual</i>	86
Figura 6 <i>Problema aplicado de EDO de primer orden</i>	89
Figura 7 <i>ABP en el Modelo didáctico contextual</i>	93
Figura 8 <i>Comportamiento de la solución</i>	95
Figura 9 <i>Comportamiento de la Solución</i>	96
Figura 10 <i>Comportamiento de la Solución</i>	97
Figura 11 <i>Resultado de la evaluación del Pre Test</i>	108
Figura 12 <i>Indicador recordar correspondiente al pre test</i>	109
Figura 13 <i>Indicador comprender correspondiente al pre test</i>	109
Figura 14 <i>Indicador analizar correspondiente al pre test</i>	110
Figura 15 <i>Indicador argumentar correspondiente al pre test</i>	110
Figura 16 <i>Indicador aplicar correspondiente al pre test</i>	110
Figura 17 <i>Indicador integrar correspondiente al pre test</i>	111
Figura 18 <i>Indicador crear e innovar en el pre test</i>	111
Figura 19 <i>Niveles de aprendizaje en el post test</i>	118

RESUMEN

La presente investigación realiza un estudio del aprendizaje de los estudiantes de ingeniería en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales, constituye el objeto de estudio de ésta investigación, con el objetivo de diseñar y construir un Modelo Didáctico que articule la disciplina con el contexto en un sentido amplio, tal modelo sustenta su base en las teorías constructivistas, con el afán de lograr desarrollar aprendizajes significativos en los estudiantes y de competencias requeridas para afrontar el futuro en su vida profesional.

El modelo propuesto se justifica por la carencia de Aprendizajes Significativos en estudiantes de la Asignatura de Ecuaciones diferenciales correspondiente al Tercer Ciclo 2017 - I de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, con el método tradicional el estudiante calcula ecuaciones diferenciales de forma mecánica, algorítmica, no resultando significativo y por ende no tiene la capacidad de aplicar lo aprendido para resolver situaciones y problemas en un contexto real y complejo.

La didáctica de la matemática articulada con el contexto inmersas en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales brindan al estudiante en el proceso de enseñanza aprendizaje nuevos conocimientos con sentido o significado incrementando la posibilidad de establecer nexos y relaciones entre los conceptos abstractos y el contexto en el cual se encuentra, es decir la resolución de problemas contextualizados inciden en el logro de aprendizaje significativo, implícitamente está el desarrollo de las capacidades de reflexión, argumentación, interpretación, integración y otras que contribuyan al desarrollo transformador, de la creatividad e innovación.

Palabras Claves: Modelo didáctico, Contexto, Aprendizaje significativo, Ecuaciones diferenciales.

ABSTRACT

The present investigation carries out a study of the learning of engineering students in the subject of Differential Equations, it constitutes the object of study of this investigation, with the objective of designing and building a Didactic Model that articulates the discipline with the context in a broad sense. , such a model is based on constructivist theories, with the aim of achieving the development of significant learning in students and the skills required to face the future in their professional life.

The proposed model is justified by the lack of Significant Learning in students of the Differential Equations Subject corresponding to the Third Cycle 2017 - I of the Professional School of Systems Engineering of the Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque National University, with the traditional student method. calculates differential equations mechanically, algorithmically, not being significant and therefore does not have the ability to apply what has been learned to solve situations and problems in a real and complex context.

The didactics of mathematics articulated with the context immersed in the subject of Differential Equations provide the student in the teaching-learning process with new knowledge with meaning or meaning, increasing the possibility of establishing links and relationships between abstract concepts and the context in which they are applied. finds, that is, the resolution of contextualized problems affect the achievement of significant learning, implicitly there is the development of the capacities of reflection, argumentation, interpretation, integration and others that contribute to the transformative development of creativity and innovation.

Keywords: Teaching, Context, Meaningful learning of differential equations.

INTRODUCCIÓN

En estos tiempos donde el conocimiento, la tecnología y la digitalización es necesaria una educación de calidad que responda los requerimientos de la sociedad y genere desarrollo sostenible, los índices de estudiantes que optaron por carreras de ingeniería en el Perú entre el 2011 (17,2%) y el 2017 (19,7%) según el INEI es mayor respecto a otras carreras profesionales; de allí la importancia que logren aprendizajes significativos en las asignaturas de sus respectivos planes curriculares.

En el Perú, las carreras de matemáticas y estadística pasaron de 0.8% a 0.6% entre el 2011 y 2017 respectivamente, esto muestra el desinterés por las carreras de ciencias básicas, Furió, Montserrat y Solbes (2007) en su investigación sobre el desinterés de los estudiantes por las ciencias consideran que se trata de un fenómeno complejo atribuible a diversas causas como la desvaloración de la sociedad, problemas de género, también el modo usual, se refiere a la forma tradicional de la enseñanza que incide en lo cuantitativo, operativo entendido como un proceso mecánico algorítmico, es decir, una de las causas entre otras se relaciona con la metodología de la enseñanza; propone una didáctica que permita aumentar el interés por la ciencia considerando un enfoque más cualitativo, un tratamiento experimental y más contextualizado posibilitando la resolución de problemas en concordancia con el encargo social; sin embargo este aspecto atribuible a la metodología de enseñanza también se da en la matemática para ingenieros.

Por ello, nos planteamos proponer un modelo didáctico que ligue el contexto con la disciplina, en este caso las ecuaciones diferenciales y que desarrollen aprendizajes significativos.

El Proyecto Educativo Regional de Lambayeque dedica en la sección 4.2.6 el Título *Educación Superior Articulada al Desarrollo Regional*, donde manifiesta la poca motivación y compromiso por algunos docentes universitarios. Además de una enseñanza tradicional, monótona, teórica y repetitiva, con contenidos que no responden a las necesidades ni demandas laborales que exige la región para su desarrollo, ni a las necesidades de conservación de los recursos naturales dentro del enfoque del desarrollo humano sostenible. Dentro de sus objetivos se plantea *asegurar la formación de profesionales competentes y honestos en el marco de la investigación, innovación y las tecnologías comprometidas en el desarrollo Regional y Nacional, en instituciones acreditadas.*

En la educación superior universitaria de la cual formamos parte unas veces como estudiante y otra como docente es fundamental el proceso de enseñanza aprendizaje, en plena era de la información y del conocimiento aún se enseña de modo tradicional según la teoría conductista del siglo XIX, donde el estudiante es un simple receptor y el papel docente se reduce a la mera transmisión de información, constituyéndose en un sistema rígido, poco dinámico e innovador, donde todo está planificado por parte del docente; él organiza, selecciona y prepara los contenidos que han de ser aprendidos y reproducidos por los estudiantes, en esta metodología unidireccional el docente es el protagonista, no considera la parte afectiva del estudiante, tampoco su modo particular de razonar, su desarrollo cognitivo, psico-socio cultural y evolutivo de sus saberes previos, limita el aprendizaje en muchos aspectos, por ejemplo, el estudiante carece de autonomía para gestionar su propio conocimiento, se torna dependiente, pierde su capacidad creativa e innovadora, asimismo la capacidad de interactuar con sus compañeros le resta habilidades socio-comunicativas, todas estas circunstancias generan desmotivación en el estudiante, el aprendizaje es una imposición y pierde importancia y significatividad.

En marzo del 2000, Pilot y Osborne afirmaron que “el número de estudiantes que deciden estudiar disciplinas científicas es decreciente en el tiempo, por lo cual plantean la interrogante por qué las técnicas de enseñanza en la actualidad no logran una comprensión idónea de las mismas”. (Ruiz, 2008 p.1).

Ruiz Socarras considera que debe haber una concatenación o articulación de los contenidos matemáticos con el mundo real, en un sentido de contextualizar la matemática orientándola a la resolución de problemas (Ruiz, 2008 p.4). En este sentido, el contenido disciplinar ligado al contexto y por ende la transición de las capacidades conceptuales a procedimentales para resolver problemas de su realidad, además la contextualización muestra la matemática como herramienta participativa en las diversas áreas del conocimiento, su aplicación en otras disciplinas, cuando el estudiante evidencia este poder de la matemática aumenta su interés y motivación para su aprendizaje.

A través de nuestra experiencia docente observamos diversas dificultades que tienen los estudiantes para “acoplarse” a la universidad, sobre todo en los primeros ciclos, es frecuente encontrarnos con gran cantidad de estudiantes que desaprueban más de una vez las asignaturas de matemáticas, esto como corolario de diversos factores, por ejemplo, la desmotivación y la poca predisposición para el estudio de las matemáticas con la que llegan los estudiantes de la secundaria a la universidad producto de no haberse empleado los recursos y estrategias eficientes en el proceso de enseñanza aprendizaje durante los niveles educativos pre universitarios, esto no es causa de justificación para los docentes de enseñanza superior, en tal sentido es necesario reorientar el uso y aplicación de medios, materiales, estrategias didácticas que permitan revertir la percepción que tienen los estudiantes “que la matemática es difícil y solo sirve para complicarles la vida”. Notamos que los estudiantes cuando leen un problema matemático ligado a su entorno, es decir un problema contextualizado, en muchos casos no

comprenden el enunciado; no son capaces de identificar las variables, menos organizar un plan de solución, lo que dificulta su tránsito al lenguaje formal o matemático. Es imperiosa la necesidad de lograr que en estos niveles de formación básica los estudiantes logren entender y dar valor a la matemática a través de un aprendizaje significativo que le permita afrontar con éxito su formación profesional y el desarrollo de competencias de cara al futuro.

Según Ruiz (2008), manifiesta algunos factores que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje:

- La escasa relación de los contenidos de aprendizaje con la realidad. En tal sentido, el estudiante pierde motivación e interés y le resulta complicado aplicar los contenidos o teorías en la resolución de problemas y pierde significancia en su aprendizaje.

- La poca aplicación y articulación de la matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje de otras disciplinas de un mismo plan de estudio. Esto evidencia que no se emplea una metodología transdisciplinaria. Tal situación se muestra con la poca capacidad de los estudiantes para aplicar contenidos matemáticos en la resolución de problemas, en particular, los estudiantes se han mecanizado y no comprenden como utilizar o aplicar las ecuaciones diferenciales para resolver problemas de otras áreas afines y que se requieren para su formación profesional.

- La poca pertinencia cuando se intenta contextualizar la matemática, esto ocurre cuando se vincula el contenido matemático a realidades que no perteneces al medio donde se desarrolla el estudiante.

Los contenidos matemáticos distantes y divorciados de la realidad carecen de significatividad.

Acerca de la enseñanza de las matemáticas, *CORD Leading Change in Education* (2003) publica que estudios realizados en U. S. A. por D. Kolb y otros académicos concluyen que menos del 25% de los estudiantes de matemáticas responden a una metodología “abstracta”, entendiéndola a una metodología no concreta basada en conceptos, ideas, que no vinculan el contexto o realidad; también, afirman que la mayoría de los estudiantes mejoran su aprendizaje cuando relacionan los nuevos conceptos con su realidad a través de sus vivencias o de aquellas experiencias ofrecidas por los docentes. En este sentido respaldamos la importancia de resaltar la relación que hay entre el proceso cognitivo y el contexto para el logro de aprendizajes significativos, el puente para su consecución es la aplicación de una metodología que se genere de situaciones concretas, experiencias, que permitan desarrollar su potencial heurístico; su capacidad de análisis, de síntesis que hagan que el estudiante se sienta motivado y autónomo, capaz de gestionar su propio conocimiento, a la vez que perciba la utilidad de la matemática para resolver problemas en los diferentes campos del saber, redundamos que esto se logra con una metodología que logre un aprendizaje significativo.

Después de diversas investigaciones realizadas por Verschaffel y sus colegas de la Universidad de Leuven, Bélgica (1997) señalaron que

“las dificultades experimentadas por los alumnos en la resolución de problemas escolares son el resultado de modos de enseñanza basados exclusivamente en dietas de problemas estereotipados, presentados por lo general como instancias de aplicación, para los cuales las consideraciones ligadas a la

realidad son, por lo general, irrelevantes y el uso mecánico de algoritmos resulta suficiente y eficiente para su resolución” (Pérez, Da Valle, Zolkower, Bressan).

Aquella realidad expresada por Verschaffel también ocurre en el Perú y muchas veces se presentan problemas que intentan contextualizar la realidad, pero con poca pertinencia y no conducen al logro del aprendizaje significativo.

La situación problemática advierte dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y la responsabilidad que tenemos los docentes para lograr en ellos un aprendizaje significativo, para lo cual se requiere la aplicación eficiente de métodos, materiales didácticos contextualizados que conduzcan al desarrollo de capacidades que integren el aspecto actitudinal, conceptual y procedimental permitiendo al estudiante enfrentar el futuro con éxito.

En la educación superior universitaria, estudiantes de ciencias e ingeniería dentro de su plan curricular “llevan” la asignatura o contenidos de Ecuaciones Diferenciales, la asignatura tiene un carácter formativo y su naturaleza es teórico - práctico, en su desarrollo el estudiante usa los conocimientos adquiridos en los cursos prerrequisito y aborda nuevos temas, aplicaciones de la matemática a la Ingeniería y a otras ramas como economía, biología, química, etc., dado que muchas situaciones y fenómenos del mundo real se describen y se modelan matemáticamente vía ecuaciones diferenciales; la asignatura busca el desarrollo de capacidades que permitan reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales orientadas a la resolución de problemas en un contexto específico del mundo real; no obstante, los estudiantes presentan dificultades en deducir, generalizar conceptos, definiciones y fórmulas matemáticas, poca capacidad para argumentar, interpretar y relacionar el contexto

con la teoría matemática, insuficiente capacidad para integrar, activar y aplicar los nuevos conocimientos en la solución de problemas, esto como consecuencia de que el proceso de aprendizaje no ha logrado la debida motivación y comprensión por la carencia de significatividad, en tal sentido proponemos un modelo didáctico con un enfoque contextualizado con el cual el estudiante desarrolle capacidades que le conduzcan a un aprendizaje encaminado a la revisión, la modificación y la ampliación del conocimiento estableciendo nuevas conexiones y relaciones, que aseguren la funcionalidad y la comprensión de los contenidos aprendidos significativamente y que le permitan afrontar las diversas situaciones del mundo complejo.

Para Vicenç Font Moll, la funcionalidad aludida líneas antes ocurre cuando el estudiante desarrolla capacidades que le permiten utilizar el aprendizaje de manera efectiva en situaciones concretas para resolver un problema específico, y también es capaz de aplicar su aprendizaje para abordar nuevas situaciones y a la vez desarrollar nuevos aprendizajes. Respecto a esto, planteamos que esto se cumple cuando se ha logrado aprendizajes significativos.

Según la Ley Universitaria 30220:

“...la universidad es una comunidad académica orientada a la investigación y a la docencia, que brinda una formación humanista, científica y tecnológica con una clara conciencia de nuestro país como realidad multicultural, algunos de sus principios como la búsqueda y difusión de la verdad, espíritu crítico y de investigación, pertinencia y compromiso con el desarrollo del país, mejoramiento continuo de la calidad académica, creatividad e innovación,

internacionalización, pertinencia de la enseñanza e investigación con la realidad social”.

En la condición docente nuestra labor educativa consiste en ayudar a nuestros estudiantes a saber desenvolverse en su entorno dinámico y complejo, tomando conciencia de los retos a los que se enfrenta en esta era donde el conocimiento, la ciencia y la tecnología crecen vertiginosamente y el aprendizaje es trascendental para lograr encajar dentro de los fines y principios de la universidad en el cumplimiento del “encargo social”. La matemática es la ciencia básica que sustenta el desarrollo de la tecnología y de otras ciencias, por lo que, tanto su enseñanza como su aprendizaje resultan imprescindibles para el logro de fines y objetivos antes mencionados.

Por los motivos y razones expuestas, los docentes tenemos el compromiso de estar al frente de los cambios y paradigmas de la educación, en particular de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, participar activamente en la discusión de los fundamentos teóricos, metodológicos e ideológicos de una didáctica que responda a las exigencias y necesidades del contexto, lo que conlleva a la investigación en cómo mejorar nuestra práctica docente que permita superar la problemática de la universidad peruana y que involucre el desempeño de nuestros egresados en el campo profesional dentro de una sociedad que está en un continua transformación y que requiere profesionales con capacidades para innovar, crear y resolver problemas. Por tal fin, planteamos la elaboración de un modelo didáctico con un enfoque contextual que permita superar las deficiencias que tiene los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.

Para Font (2007), la importancia de contextualizar el “conocimiento matemático”, es el nexo entre sentimientos, procesos mentales, conductas del ser humano y el significado que construye, aprende, conecta y modifica como consecuencia de la interacción social y cultural.

Este enfoque de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas concibe la actividad matemática como una actividad inherente a la persona, por lo cual “saber matemáticas” es “hacer matemáticas” orientada a la resolución de problemas de la vida cotidiana. (Font, 2007, p. 433)

Al respecto, afirmamos que el contexto no es estático sino dinámico, no sólo relaciona también condiciona los procesos mentales del estudiante en el actuar, activar y concatenar los nuevos conocimientos que son significativos para la resolución de problemas, todo esto implica el desarrollo de competencias de los saberes fundamentales que integran los aspectos conceptual, procedimental y actitudinal.

En Rutas del Aprendizaje, fascículo 2, una publicación del Ministerio de Educación del Perú (Minedu, 2013) se dice que

La matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se aplica directamente a situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes sentirán mayor satisfacción cuando puedan relacionar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que saben y con la realidad cotidiana. Esa es una matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.

Al respecto, a pesar de que es una realidad en la “educación básica regular” también se extiende en la educación superior más aún si se trata de estudiantes de ingeniería que requieren contextualizar la matemática para poder desarrollar capacidades que le permitan resolver los

problemas afines a su profesión, a diferencia de los estudiantes de ciencia matemática que en algunas asignaturas el proceso cognitivo de su aprendizaje es abstracto ausente del contexto.

De acuerdo a lo expresado en el proceso del aprendizaje de la matemática, particularizando en una rama especializada el planteamiento del **PROBLEMA** que se observa en el proceso de formación de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG de Lambayeque; deficiencias en el desarrollo de los aprendizajes significativos. Esto se manifiesta en la poca capacidad de los estudiantes para recordar, comprender, analizar, aplicar, argumentar, integrar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, crear e innovar procedimientos orientados a la resolución de problemas contextualizados, modelos matemáticos lo cual trae como consecuencias estudiantes que no han logrado un aprendizaje significativo.

Frente a esta problemática, es importante la propuesta de una estrategia didáctica-matemática para formar al estudiante íntegramente y así determinar que el **OBJETO DE ESTUDIO** a partir de este lineamiento, es el proceso de formación de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG de Lambayeque en el ciclo 2017-I; consistente en el proceso de desarrollo de Aprendizajes significativos de las Ecuaciones Diferenciales

El **objetivo General** es lograr el aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales aplicando el Modelo Didáctico Contextual basado en la integración de estrategias, técnicas de las teorías constructivistas: psicogenética, del aprendizaje significativo, sociocultural, heurística y la didáctica de la matemática, en los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG de Lambayeque

Los **objetivos específicos** de la investigación son:

- Identificar el nivel de aprendizaje de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.
- Diagnosticar los procesos de recordar, comprender, analizar, argumentar, aplicar, integrar, crear e innovar para desarrollar aprendizajes significativos.
- Fundamentar el marco teórico de la investigación basada en la Teoría Constructivista, los principios y fundamentos de la didáctica de la matemática en conexión con el contexto.
- Elaborar un Modelo Didáctico Contextual, fundamentado en la Teoría Constructivista y la didáctica de la matemática desde la perspectiva contextual con la finalidad de lograr el aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales, de los estudiantes del tercer ciclo de las Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas durante el semestre académico 2017-I de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.
- Evaluar el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales después de la aplicación del Modelo didáctico-contextual.

El Campo de Acción es el proceso de desarrollo y elaboración de un modelo didáctico contextual para desarrollar aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales, de los estudiantes del tercer ciclo de las Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.

En consecuencia la **Hipótesis** a fundamentar en la investigación es, “Si proponemos un Modelo Didáctico Contextual basado en la integración de estrategias, técnicas de las Teorías psicogenética, del aprendizaje significativo, sociocultural, heurística y la didáctica de la matemática, entonces se logrará superar las deficiencias en el aprendizaje significativo de los estudiantes del tercer ciclo de la escuela profesional de Ingeniería de sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

El **aporte teórico** es la propuesta de un modelo de la Didáctica de la Matemática que articula las Ecuaciones Diferenciales ordinarias, una rama de la matemática, y el Contexto en un sentido amplio y complejo a través de la integración de la concepción matemática sistematizada, a partir de *nuevos conocimientos, que respalda una teoría, la sugerencia de una propuesta didáctica, conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones en el aprendizaje y que puedan generar la creación de paradigmas en la didáctica de modo general,* y que posee como objetivo proyectar una nueva concepción teórica – didáctica encaminada al logro de aprendizajes significativos en el objeto de estudio.

El **aporte práctico** propone un modelo cuya aplicabilidad en el proceso de enseñanza aprendizaje está centrada en la producción de aprendizajes significativos de las ecuaciones diferenciales que conlleven al desarrollo de capacidades que permitan resolver problemas de la realidad, de su contexto, en las diversas disciplinas (biología, economía, física, etc.), empleando los conceptos matemáticos, de modo particular las ecuaciones diferenciales. El curso de Ecuaciones Diferenciales está en los planes de estudio de otras escuelas profesionales como ingenierías, física y otras de las diferentes universidades Latinoamericanas y europeas, además en muchas universidades se imparte como un curso de estudios generales de ciencias, en tal sentido la propuesta del modelo y su aplicabilidad contribuirá a desarrollar aprendizajes significativos en los estudiantes.

CAPÍTULO I: DISEÑO TEÓRICO

1.1. Estado del Arte

La valoración de las matemáticas como ciencia que permite el desarrollo humano, de modo particular de las naciones en sus diferentes aspectos, económico, científico, tecnológico, social, es propia de la cultura humana, de allí que está presente en los planes curriculares de

todos los países en los distintos niveles educativos. El proceso de enseñanza aprendizaje (P.E.-A.) de las matemáticas ha sido una preocupación de países más desarrollados, como Alemania, es en la Universidad de Gotingen donde se crea la primera cátedra en educación matemática el año 1893, dirigida por el gran matemático Felix Klein. Por otro lado, Inglaterra ha contribuido a la Didáctica sentando las bases de la Ingeniería de la didáctica, de la cual Francia también ha recibido sus aportes, en Francia los IREM (Institutos de Investigación en Educación Matemática) creados por iniciativa del Ministerio de Educación Nacional con financiación para investigación e innovación en didáctica de la matemática con la participación de especialistas en didáctica y especialistas en matemática, física, psicología, etc., en 1972 se crea la Escuela Michelet diseñada por Brousseau que sirvió como un laboratorio para investigaciones en didáctica de la matemática, investigaciones en este campo denominado como ingeniería didáctica son impulsados a partir de G. Brousseau. M. Artigue; M. R. Perrin, R. Douady y J. Robinet. En cuanto a la didáctica de la matemática prima las relaciones entre la enseñanza, el aprendizaje y que contenidos se deben enseñar (Artigue et al., 1995).

En 1984 en el “V – Congreso Internacional de Matemática” (ICME), contribuyó a la formación del grupo internacional “Theory of Mathematics Education” liderado por Steiner de la Universidad alemana de Bielefeld, se demostró el interés de muchos investigadores a través de sus participaciones en las reuniones organizadas por este grupo con intereses en sentar las bases teóricas de la Educación matemática.

En España se canaliza los aportes e investigaciones de los anteriores, en el campo de la *Didáctica de la Matemática*. También, son reconocidas en España las traducciones hechas por el Dr. Rey Pastor, sobre el tema, también los aportes de Miguel de Guzmán y en la actualidad los trabajos de Juan Godino, Vincenc Font, entre otros.

Es fundamental que los estudiantes de ingeniería aprendan Ecuaciones Diferenciales (EEDD), puesto que muchos fenómenos ocurren en un contexto ya sea físico, químico, biológico, económico, social, entre otros, se formulan matemáticamente a través de **ecuaciones diferenciales, las mismas que permiten una representación simplificada de** estos fenómenos a través de los denominamos *Modelos Matemáticos*.

A fines del siglo XVII, la necesidad de resolver problemas de la Física generó las bases y principios de las EEDD. A mediados del siglo XVIII constituyeron una importante teoría que permitió resolver problemas en variadas áreas de la ciencia e ingeniería.

En la actualidad, las EEDD tienen gran participación en la formulación de modelos matemáticos que permiten la descripción, predicción y la resolución de problemas, por como en Biología el estudio de diversos modelos dinámicos de población, crecimiento, captura, reabastecimiento, contaminación extendiéndose al campo de la ecología. En la Medicina modelos vinculados al estudio de propagación y evolución **de** enfermedades, etc. En Economía son una herramienta matemática que permiten describir e interpretar modelos, predecir el valor temporal de productos, crecimiento económico, dinámica de producción, modelos de optimización, logísticos, etc. En Química permite estudiar reacciones químicas, la difusión y propagación de ondas en un fluido, adsorción, equilibrio de destilación, etc. Además de procesos industriales también se encuentra presente casi en todas las ramas de la Física como, la mecánica, la dinámica, fluidos, la electrónica, etc.

Las múltiples aplicaciones que tienen las Ecuaciones Diferenciales en las diversas áreas de la ingeniería y otras disciplinas implican considerar la importancia de su enseñanza por los docentes y la forma que ésta incide en el aprendizaje de los estudiantes.

Según Marcela Martins (2013) la enseñanza de EEDD ha priorizado la resolución algebraica, a través de una mecanización operativa y algorítmica del cálculo, lo que genera desmotivación, dificultad en los estudiantes para la resolución de problemas aplicados, en la formulación de modelos matemáticos expresados en términos de EEDD, al mismo tiempo dificultades para interpretar y formular predicciones respecto del comportamiento de las soluciones. “Al dejar de lado el aspecto geométrico, los estudiantes encuentran dificultad en resolver problemas que involucren diversos registros semióticos, comprender el significado de una ecuación diferencial y aún reconocerlas, en especial las no lineales” (Martins, 2013).

En los últimos 30 años del siglo pasado, la enseñanza del Cálculo se caracterizó por ser preferentemente algorítmica y algebraica, impartidas a través de conferencias (Artigue, 1991; Yusof & Tall, 1998), de la misma forma para Ecuaciones Diferenciales, estos métodos “tradicionales” aún se utilizan en varias universidades de nuestro país, con lo que el estudiante se mecaniza, mermado su capacidad de analizar, argumentar, interpretar, crear e innovar incidiendo en deficiencias para resolver problemas como corolario de un aprendizaje no significativo.

La enseñanza de las ecuaciones diferenciales se viene mejorando continuamente a través de la contribución de experiencias, investigaciones de destacados especialistas, como el empleo de la resolución de problemas para el cambio de actitud hacia las matemáticas planteada por (Yusof & Tall, 1998).

En estos últimos años, numerosas investigaciones proponen el uso de recursos tecnológicos dentro de sus actividades de aprendizaje, asimismo la modelación matemática, para ir más allá de procedimientos analíticos que carecen de contexto, fue aplicada el 2008 en el Tecnológico de Monterrey para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales con el afán de

lograr en estudiantes el desarrollo de competencias que además de los conocimientos (conceptuales) para resolver problemas, posean habilidades para aplicarlos (procedimentales) en diversos escenarios o contextos vinculados a su quehacer profesional (Rodríguez & Quiroz, 2016).

En la Universidad Federal de Sao Carlos, en el 2004 articulan los recursos tecnológicos dentro de un enfoque constructivista empleando mapas conceptuales y modelación matemática propiciando la participación interactiva, la creatividad y el aprendizaje significativo. (Darezzo, Arenales & Salvador. 2004).

Cabe considerar la articulación de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs), la modelación matemática, el ABP proveniente de la enseñanza por proyectos como estrategia didáctica es beneficioso para el proceso enseñanza aprendizaje como lo muestran muchas investigaciones, entre ellas la realizada por Molina-Mora, J. 2015.

La resolución de problemas para el aprendizaje de las matemáticas es fundamental para la OCDE, de igual modo para el Proyecto Tuning Latinoamérica; a través de la contextualización de los problemas se acerca al estudiante al mundo real; por otra parte, la utilización conveniente de software proporciona elementos visuales favorables para el análisis y la interpretación geométrica, la contextualización de los problemas, el empleo de ABP, las TICs, la modelación matemática aportan significativamente para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, estas investigaciones en efecto son tomadas en cuenta para el diseño del Modelo didáctico-contextual

1.2. Antecedentes

Hernández, R., Mariño, F., Penagos, M. (2017), en su investigación titulada “Las ecuaciones diferenciales de segundo orden como modelos matemáticos” el objetivo de

estudio fue analizar resultados sobre el conocimiento semántico que posee un grupo de estudiantes de ingeniería de la Universidad Francisco de Paula Santander al tratar de representar ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden como modelos matemáticos. El trabajo cuantitativo de tipo exploratorio y descriptivo, se fundamentó en la teoría de dos etapas de Mayer R para la resolución de problemas matemáticos, el ciclo de modelación según Ferri y la teoría de las representaciones de Goldin y Kaput.

Medina-Cepeda, N. M. y Delgado-Fernández (2017). Su investigación en la Facultad de Ingeniería Universidad de Zulia en Venezuela plantean como objetivo determinar las estrategias docentes que promuevan el aprendizaje de la derivada de modo significativo para los estudiantes de ingeniería, consideran que el conocimiento matemático de un ingeniero no debe ser abstracto, sugieren una matemática contextualizada. El fundamento teórico de su investigación se sustenta en la teoría de Ausbel, Díaz y Hernández, entre otros. Siguió una metodología cuantitativa, descriptiva, identifican y analizan las cualidades de cada estrategia empleada; los resultados encontrados mostraron que los docentes emplean una mediana cantidad de estrategias orientadas al logro de aprendizajes significativos, entre sus conclusiones están la organización de estrategias didácticas para optimizar el desempeño docente, reforzar herramientas de enseñanza, actualización de conocimientos en TIC's de modo que faciliten el aprendizaje significativo del concepto de derivada.

Molina Mora, Jose-Arturo, en su artículo publicado en la revista Uniciencia en 2015 denominado "Experiencia basada en la triada TICs, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales", tal experiencia fue aplicada en el curso de Ecuaciones Diferenciales Aplicadas en la Universidad Nacional Heredia de Costa Rica durante 3 años a partir del 2011, emplea como

estrategia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales la integración de las TIC's, enseñanza por proyectos y la modelación matemática, esta estrategia favoreció el aprendizaje de los estudiantes, para esta investigación se trabajó con un solo grupo, emplearon un software básico y laboratorio con capacidad para 30 estudiantes, durante la investigación desarrollaron el 100% de los contenidos programados, en 2014 esta metodología les permitió ampliar los contenidos vinculando la especialidad del estudiante, con lo cual estudiante evidenció la importancia y utilidad de la matemática en la resolución de problemas afines a su especialidad, además la motivación importante para el aprendizaje. En esta investigación describe los diversos software utilizados, también los proyectos de investigación, contenidos y laboratorios, la aplicación de modelos matemáticos para desarrollar capacidades críticas que permitan determinar la calidad del modelo así como la predicción que de éste se deriva.

Torroba, et al. (2017) Exponen “Una propuesta didáctica que articula contenidos de matemática y física” en la IV Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Plata, según la cual articulan contenidos de los cursos del Dpto. de Ciencias Básicas como Matemática A y Física I empleando TIC en un contexto real, según la evaluación de la actividad la propuesta logró motivar a los estudiantes y la valoración de la matemática como herramienta en la ingeniería, el uso de las TIC ayudó en la interpretación de la gráfica de funciones, la actividad didáctica propició el trabajo en equipo, logrando un aprendizaje significativo.

1.3. Fundamentos del Modelo

1.3.1. Fundamento epistemológico.

La génesis se fundamenta en interrogantes *¿cómo enseñar mejor las matemáticas?*, *¿Qué estrategias didácticas logran un mejor aprendizaje?* A partir de las cuáles se trata de entender el proceso de EA de las matemáticas, así como la mejora del mismo.

En general, no se discute que la ciencia es un factor que genera desarrollo económico, social; de modo que ante la interrogante de qué tipo de educación científica se requiere estamos de acuerdo en ella que permita comprender el mundo y que genere desarrollo económico, social de forma sostenible, así la matemática es la base para el desarrollo de otras ciencias y por ello se le debe dar importancia a la Didáctica de la matemática y en su epistemología encontraremos los fundamentos propios de la Educación matemática y que han sido aportes de otra disciplinas como la filosofía, sociología y psicología.

Destacamos las preguntas que Ramos & Font (2006), hacen respecto a la introducción de problemas contextualizados en el aprendizaje de las matemáticas como *¿el conocimiento de la matemática incluye la competencia para aplicar la matemática a situaciones extra matemáticas de la vida real?* Responder esta interrogante requiere responder otras sub-preguntas como *¿El uso de contextos en el proceso de EA facilita o dificulta la comprensión de los contenidos matemáticos? ¿El uso de contextos sirve para motivar o frustrar a los estudiantes? ¿Qué papel juegan los conocimientos previos de los contextos que tienen los estudiantes? ¿La enseñanza con un enfoque contextualizado es más eficiente que la enseñanza descontextualizada?*, etc. Un proceso que no asegure esta competencia no se considera apropiado. Adicionamos a estas interrogantes que la contextualización de problemas matemáticos, la modelación matemática permite el

desarrollo de la competencia procedimental y aportan significatividad a los conceptos matemáticos.

La experiencia del quehacer pedagógico, la reflexión y auto reflexión y las teorías educativas permiten proponer modelos didácticos, lo cual se convierte en una epistemología. La investigación tiene como fin aportar elementos que permitan conocer, entender, interpretar y explicar los procesos de EA de la matemática que se desarrollan en el pregrado a través de la interacción docente y estudiantes, de tal forma que se puedan diseñar estrategias de enseñanza que **mejoren** eficazmente el aprendizaje significativo de los estudiantes.

El desafío de la enseñanza de la Matemática y por ende de la Didáctica de la Matemática es propiciar una amplia racionalidad, dialéctica, compleja y holística, más allá de lo operativo-algebraico, que permita comprender, explicar e interpretar las situaciones o fenómenos del contexto particular en el cual se desenvuelve el ser humano, constituyéndose en un aprendizaje significativo.

El modelo Didáctico – Contextual, busca desarrollar el aprendizaje significativo en estudiantes de las Ecuaciones Diferenciales de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, con base en el enfoque constructivista, la teoría Socio Cultural del desarrollo y del aprendizaje (Vigotsky), teoría del aprendizaje significativo (Ausubel), teoría psicogenética del desarrollo intelectual, la teoría heurística.

El fundamento epistemológico, a través de las corrientes filosóficas o teorías utilizadas, el empleo del método científico de la didáctica y la tendencia de una comunidad académica interesada en conocer la naturaleza del aprendizaje del estudiante, sus principios, todo ello en función de la realidad problemática durante la etapa estudiantil para luego usarla en la vida profesional, a través del modelo didáctico propuesto se conduce al desarrollo de

aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales, poniendo énfasis en la problemática social o contextual en su proceso educativo de formación profesional.

1.3.2. Fundamento Filosófico

Actualmente es indudable reconocer el valor y la importancia del conocimiento matemático principalmente porque es parte de la actividad humana que nos permite comprender el mundo y resolver problemas de diversos contextos que conllevan al bienestar común y desarrollo social, en tal sentido resulta vital la contextualización de la matemática para una comprensión significativa de la misma; además, provee al estudiante recursos cognitivos de orden superior los cuales se emplean para la mejor toma de decisiones en su día a día. El conocimiento matemático es una construcción social y parte de la cultura, también es una herramienta imprescindible para el desarrollo de la ciencia y la tecnología por tales razones en las políticas educativas las matemáticas están presente en los planes curriculares de formación y la Didáctica de la matemática responde a la necesidad de mejorar su enseñanza y su aprendizaje, en cuanto a su enseñanza proporciona medios, recursos y procedimientos encaminados al logro de su aprendizaje significativo que le permite al ser humano aplicarlo en su vida y en su labor profesional.

La relación personal con el conocimiento matemático tiene el fundamento antropológico con el que concuerda el Modelo Didáctico-Contextual al considerar al estudiante como núcleo del proceso EA, claro está, vinculando la disciplina (contenidos de aprendizaje) al contexto en un sentido amplio.

La premisa filosófica del modelo es pragmática y constructivista, sin embargo el realismo no está ajeno. Según D'Amore, la comprensión de los conceptos relacionados al proceso de aprendizaje requiere adquirir su significado, el cual requiere actos de

generalización y de síntesis en relación con elementos particulares de la estructura del concepto.

Los conceptos matemáticos son entes, estructuras de un sistema que pertenecen a la cultura y la práctica humana, se reformulan, transforman e innovan con el tiempo en función a las necesidades, allí la importancia de contextualizar puesto que acerca la matemática al estudiante, la realidad en donde él se va a desenvolver profesionalmente. D'Amore (2015) afirma "..., los objetos matemáticos y el significado de tales objetos dependen de los problemas que se enfrentan en Matemática y de los procesos de resolución." (p.6). Esto relaciona la terna didáctica, matemática y contexto desde el enfoque de la complejidad para el desarrollo del aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales. El "enfoque antropológico" coloca sobre el significado del objeto de conocimiento (en este caso matemático), la relación que hay entre estudiante y objeto del conocimiento, se denomina "antropología cognitiva de Chevallard", que privilegia a la persona o conjunto de personas de una institución, inmersa a ella se encuentra la didáctica.

El modelo Didáctico Contextual propone un conjunto de métodos, herramientas, procedimientos y actividades en el proceso EA como respuesta a los objetivos, principios, fines, valores y paradigmas propios de la educación que respondan al encargo social centrando en el ser humano y su contexto, en este sentido la EA de las ecuaciones diferenciales a estudiantes de ingeniería ligando el desarrollo de aprendizaje significativo y que también podría usarse para el aprendizaje significativo de otras disciplinas.

1.3.3. Fundamento Científico.

La base científica del modelo Didáctico – Contextual es el resultado de la actividad investigativa dentro del campo de la Ciencia de la educación inmerso en el campo de las

Ciencias Sociales. La Ciencia de la Educación es experimental y se encuentra en continuo dinamismo, Siegfried Uhl afirma que se “basa en el análisis de causa-efecto, y en métodos tecnológicos predictivos”. En la actualidad la didáctica de la matemática está en muchos planes curriculares y se hacen muchas investigaciones con enfoque cuantitativo, cualitativo y mixto, siguiendo la metodología de la investigación científica.

La didáctica de la matemática en cuanto a su fundamento científico ha tomado los métodos de investigación de otras disciplinas, principalmente de la psicología, como lo manifiesta el grupo TME “Teoría de la educación matemática”

La creación de teorías o modelos es un propósito de las investigaciones científicas en el campo de la Teoría de la Educación; en tal sentido nos remitimos al aporte de M. Weber que incorporó la objetividad y neutralidad para la justificación de las ciencias humanas (explicativas) en semejanza a las ciencias naturales, sin embargo no es posible establecer en las ciencias de la educación es su validez universal.

El modelo que proponemos tiene carácter científico, requiere de la intervención pedagógica, de modo general que incluyan la Teoría y las técnicas de la didáctica con el objeto de adquirir e impartir conocimiento matemático.

Los métodos científicos de la educación, según sea la situación siguen una metodología de la investigación científica y siguen un proceso sistemático que conlleva examinar, describir, interpretar, inferir y aplicar a partir de los conocimientos previos, analizar y resolver variados problemas contextuales de la realidad, que movilicen e interaccionen actitudes (por ejemplo la motivación), aptitudes y el saber que permiten el desarrollo del aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.

López & Montoya (2008) afirman que: “la objetividad científica de la enseñanza de la matemática debe transcurrir sobre la base de una contextualización didáctica que reconozca la lógica de la integración e interacción así como del sistema de relaciones y nexos que son partes consustanciales del umbral complejo de los procesos y fenómenos de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento”. Estas afirmaciones, aclaran y fortalecen la posición que tenemos y sobre la cual emerge el modelo que proponemos.

El efecto obtenido de la aplicabilidad del modelo en estudio, va a desarrollar aprendizaje significativo en el estudiante de las ecuaciones diferenciales, a la vez, proyectarlo al proceso educativo de su formación estudiantil y profesional. Se debe tener en cuenta que la participación científica en los modelos didácticos educativos se caracteriza por el uso de la capacidad crítica y reflexiva del estudiante, lo cual busca establecer la explicación, formulación matemática y solución de un problema contextualizado a través de la modelación matemática utilizando Ecuaciones Diferenciales, y como consecuencia una explicación integral, consistente con los datos de la observación y análisis.

1.3.4. Fundamento Psicológico

Las importantes teorías que han aportado en cuanto al aprendizaje y por ende a la enseñanza tienen su base y fundamentación en la psicología, las más reconocidas como la teoría psicogenética, sociocultural, del procesamiento de la información, el aprendizaje significativo enmarcadas dentro del enfoque constructivista con aportes del cognitivismo.

El grupo Psychology of Mathematics Education (PME), conformado por investigadores internacionales creado después del segundo ICME (Congreso Internacional de Matemática Educativa) en 1966, en sus memorias ha recibido investigaciones empíricas y

teóricas que contemplan diversos aspectos de la matemática educativa como demostraciones, resolución de problemas, pensamiento matemático, formación y desarrollo del maestro, entre otros; investigaciones que de hecho han contribuido al desarrollo en este campo.

Balancheff (1990), acerca de la especificidad del conocimiento matemático en cuanto al aprendizaje del álgebra, geometría, cálculo requiere un análisis epistemológico a profundidad de sus definiciones, conceptos y encontrar una significatividad de ellos requiere tomar mucho en consideración los procesos cognitivos del educando y este es el terreno de la psicología educativa cuando se plantea ¿cuándo? y ¿cómo? enseñar la matemática y en cuanto a la primera pregunta considera el desarrollo, la evolución y la madurez para la realización de los procesos cognitivos, en cuánto a la segunda la tarea se encarga a la didáctica de la matemática.

1.3.5. Fundamento Pedagógico

La pedagogía a través de sus teorías y paradigmas ha permitido la construcción de modelos didácticos que son representaciones ideales del sistema educativo con el fin de explicar teóricamente su rol y que responden a las necesidades de una sociedad en una determinada época y que son dinámicos a la par del cambiante mundo.

El Modelo Didáctico Contextual cuyos fundamentos son las teorías pedagógicas es una propuesta teórica metodológica que sirve de apoyo para el desarrollo del aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales de estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG, en este sentido destacamos la planificación, el diseño, la evaluación, el desarrollo e implementación de estrategias de modo sistemático y coherente que permitan la transformación holística del hombre según el perfil profesional enmarcado en el Plan

Curricular de la mencionada Escuela Profesional esto es consecuencia del principio de intencionalidad de la educación.

El modelo promueve la participación activa entre docentes y estudiantes en el proceso formativo, con lo que se construye, gestiona y desarrolla el conocimiento y su aplicación en la resolución de problemas, para lo cual se requiere del dominio de los saberes disciplinares y su articulación con el contexto, las diversas actividades provenientes a partir del socio constructivismo como los ABP (P: proyectos o problemas) permiten el trabajo colaborativo y haciendo significativo el aprendizaje proveniente de la interacción de sus integrantes con el contexto que a través de la discusión, reflexión, análisis, aplicación desarrollan su creatividad y construyen su conocimiento, así que está implícito el aporte de la didáctica de la matemática.

El modelo se fundamenta en las Teorías que ayudan a comprender y solucionar los problemas de la enseñanza, con un enfoque constructivista a fin de respaldar la práctica educativa, la interacción activa entre el docente y discente (estudiantes-estudiantes, estudiantes-docente) con un enfoque inter, multidisciplinaria y transdisciplinaria obtenidas del contexto que permitan construir, crear, deliberar, reflexionar, criticar, aplicar, analizar y sintetizar los contenidos objetos de conocimiento, con lo que se consigue ampliar las capacidades cognoscitivas del estudiante plasmadas en un aprendizaje significativo.

Estamos de acuerdo con Díaz y Hernández en que el docente es un facilitador y se resalta el aprender haciendo que permita evolucionar continuamente en las estructuras cognitivas que conlleven a conocimientos de orden superior, permitiendo que el estudiante sea el protagonista de su aprendizaje y a la vez le provee autonomía en el mismo.

1.4. Bases Teóricas

Las Teorías que constituyen la base teórica de la investigación tienen un enfoque constructivista, con los términos que usa Díaz Barriga F., un Constructivismo Endógeno o intrapsíquico como la Psicología Genética de J. Piaget, la Teoría Cognitiva del aprendizaje significativo de D. Ausubel y por otro lado un Constructivismo Exógeno o Social como la Teoría Sociocultural de L. Vigotski. Además consideramos la Teoría Heurística iniciada por Polya.

1.4.1. Teoría del Aprendizaje significativo

Una contribución importante que David Ausubel hace en el campo educativo específicamente al constructivismo es la Teoría del Aprendizaje significativo, expresa que el aprendizaje del estudiante tiene una relación dependiente de sus conocimientos previos adquiridos a través de sus diversas experiencias y que se vinculan con la nueva información en una determinada área de estudio beneficiando su aprendizaje, en este caso de las ecuaciones diferenciales.

En el rol docente más allá de saber con cuanta información cuenta el estudiante también es importante saber que definiciones, conceptos, proposiciones han sido significativos, comprendidos, estructurados y se mantienen estables en la memoria a largo plazo.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: *"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese de acuerdo a ello"*. (Ausubel, Novak y Hanesian, 1991, p. 42).

En la vasta diversidad bibliográfica acerca del “aprendizaje significativo” (AS) se emplean los términos *no arbitrario* y *sustancial*, de modo que para el primer término, cuando se manifiesta que la relación entre la nueva información de contenidos planteados en un plan curricular con los conocimientos previos ésta debe ser lógica y coherente, no al azar; respecto al segundo término, se deja de lado lo memorístico e implica que el estudiante ha desarrollado capacidades cognitivas para comprender la nueva información (Ausubel, 1983:18). Esto quiere decir que en el proceso EA, es importante considerar lo que el estudiante ya sabe de tal manera que establezca una relación e interacción con aquello que debe aprender, este proceso implica la interacción del estudiante, docente y el contexto.

También, es muy utilizado el término subsunor para referirse a un concepto importante previamente presente en la estructura cognitiva del estudiante y que funcionan como un acople, anclaje o andamio con la nueva información.

A modo de ejemplo de subsunor, en lo que concierne al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, el concepto de derivada, razón o velocidad de cambio instantáneo ya presentes en la estructura cognitiva del estudiante servirán de anclaje para la resolución de problemas contextualizados que requieren la aplicación de ecuaciones diferenciales, permitiendo el logro de un AS; otras situaciones también pueden encontrarse cuando queremos resolver Ecuaciones diferenciales homogéneas que a través de un cambio de variable, en este caso el método de separación de variables es un subsunor, en resumen una gran cantidad de métodos generales empleados en las ecuaciones diferenciales cuando son empleados para resolver métodos particulares son subsunores, incluso cuando se presenta a los estudiantes un problema contextualizado, los subsunores están constituidos por todos los métodos cuantitativos que serán empleados en la resolución de dicho problema; por ejemplo en el típico problema del enfriamiento de la Ley de Newton, el subsunor está

constituido por el método de variables separables, otro caso encontramos en los problemas de movimiento vibratorio o de circuitos eléctricos los subsunsores son los métodos cuantitativos de ecuaciones diferenciales de segundo orden; etc.

Según la planificación curricular para la asignatura de Ecuaciones Diferenciales en las diversas Escuelas Profesionales de la UNPRG, estas se desarrollan a través de dos o tres sesiones de aprendizaje que generalmente hacen un total de 5 o 6 horas semanales, con lo que el aprendizaje por descubrimiento resultaría muy complicado, por tal razón en el Modelo que proponemos y considerando la madurez cognitiva, responsabilidad, compromiso y motivación del estudiante se induce el aprendizaje por recepción dando énfasis a las tareas, los ABP, el material de clase y las TIC contextualizando diversas situaciones para potenciar la significancia de los contenidos de modo que puedan ser comprendidos, relacionados coherentemente y de forma sustancial con los subsunsores, se organicen y establezcan en la estructura cognitiva del estudiante.

En el proceso de asimilación "la nueva información es vinculada con aspectos relevantes y pre existentes en la estructura cognoscitiva, proceso en que se modifica la información recientemente adquirida y la estructura pre existente" (Ausubel, 1983: 71), al respecto Ausubel resalta: *"Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada."* (Ausubel, 1983: 120).

A nivel de pregrado los estudiantes de ingeniería han desarrollado el aprendizaje de representaciones, conceptos y la comprensión de proposiciones por la misma naturaleza matemática de los cursos prerrequisitos, este proceso tiene un efecto de bucle con la nueva información después de su asimilación, que es la comprensión, incorporación, reordenación,

acomodación en la estructura cognitiva, donde se ha producido la modificación del subsunor, este es el conocimiento compuesto que será conocimiento previo para el nuevo aprendizaje.

Para L. Dee Fink autor de “Creando experiencias de aprendizaje significativo”, un aprendizaje significativo es aquel aprendizaje que perdura y resulta importante en la existencia del estudiante. L. Dee Fink, en el 2003, formuló una taxonomía para el aprendizaje significativo y que se puede considerar más holística en la formación del estudiante, haciendo un parangón con la taxonomía del conocimiento de Bloom de 1956, no presenta jerarquía y se enfoca más en el estudiante que en los contenidos.

Tabla 1
Taxonomía del aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales.

Tipos de aprendizaje	Definición	Ejemplos	Actividades de aprendizaje
Conocimiento fundacional	Recordar información, comprender contenido disciplinar	Recuerda y comprende el método de solución de una ecuación diferencial de segundo orden.	<ul style="list-style-type: none"> • Exploración de conocimientos a través de la participación interactiva con preguntas dirigidas y guiadas por el docente para la inmersión hacia el tema o contenido de estudio • Observación y lista de cotejo, etc.
Aplicación del conocimiento	Aplicar el conocimiento en la resolución de problemas.	Utilice las ecuaciones diferenciales de segundo orden para resolver un problema de movimiento vibratorio o de circuitos eléctricos.	<ul style="list-style-type: none"> • La resolución de problemas matemáticos contextualizados que requieren el uso de Ecuaciones Diferenciales (ED). • El uso de ecuaciones diferenciales para el desarrollo del A.B. P.
		<ul style="list-style-type: none"> • Integra la Ley de Hooke, la segunda Ley de 	<ul style="list-style-type: none"> • La integración de las ED en la elaboración de modelos matemáticos unidimensionales presentes en la física, la economía, ingeniería, etc.

Integración del conocimiento	Interconectar diversas experiencias o contenidos disciplinares.	Newton para comprender el movimiento vibratorio. • Incorpora la solución de problemas de movimiento vibratorio en determinados problemas de física o ingeniería.	<ul style="list-style-type: none"> • La integración de las ED con las TIC's guiadas a la resolución de ciertas situaciones vinculadas a la ingeniería. • La integración de las ED en las otras asignaturas que requieran su aplicación.
Dimensión humana	Aprender a conocerse uno mismo y a los demás.	<ul style="list-style-type: none"> • Reflexiona sobre su aprendizaje y el aprendizaje en grupo, valorando los aportes de sus integrantes. • Hace uso de la metacognición. 	<ul style="list-style-type: none"> • Los trabajos colaborativos. • Los ABP, ya sea problemas o proyectos. • La participación activa y constante durante el desarrollo del curso. • Las exposiciones de tareas y del ABP.
Cuidado	Desarrollar en el estudiante la motivación, nuevos intereses, actitudes y valores relacionados con la asignatura.	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla la motivación a través de la contextualización de los contenidos. • Vincular diversas situaciones en su aprendizaje. • Evidenciar las ecuaciones diferenciales como herramienta para la solución de diversos problemas de ingeniería. 	<ul style="list-style-type: none"> • El uso de software, por ejemplo el Wolfram Alpha, Winplot, Geogebra, como herramienta en la resolución de problemas de ED incentivan la motivación de los estudiantes. • La contextualización de los problemas matemáticos adaptados y vinculados a su especialidad dan significancia y valoración al estudio y aprendizaje de las ED. • La selección de lecturas y videos orientados a desarrollar la comprensión a la vez inciden en la motivación y valoración de los temas de estudio.
Autoaprendizaje	Desarrollar autonomía y habilidades para aprender a aprender.	El desarrollo de problemas o proyectos induce en el aprendiz la búsqueda de información, por sus propios medios, mecanismos que conllevan a desarrollar crítica, reflexivamente su	El uso de metodologías o técnicas como el ABP: aprendizaje basado en problemas o proyectos, la inclusión de las TIC's permite al estudiante desarrollar habilidades de autoaprendizaje

		aprendizaje de modo eficaz y eficiente	
--	--	--	--

Nota: Adaptado de la taxonomía del aprendizaje significativo de L. Dee Fink

Estos tipos de aprendizaje se articulan de modo interactivo en el logro del aprendizaje, cada uno de estos aprendizajes puede potenciar al otro. La inclusión de estos aprendizajes en el diseño y planificación de un curso resulta muy importante, sin embargo en lo posible y de acuerdo a las circunstancias, mientras más aprendizajes de este tipo se puedan incluir se facilita la consecución de las metas del curso y el logro de aprendizaje significativo.

1.4.2. Teoría Psicogenética

Un “*esquema* es un concepto o marco de referencia que existe en la mente del individuo para organizar e interpretar la información”. Santrock (2004 p. 54); así un esquema resulta una abstracción del entorno o del contexto que rodea a la persona, le permite comprenderlo y evoluciona con el tiempo; tales esquemas se asimilan o incorporan al conocimiento que ya se tiene, también se acomodan cuando la persona se adapta a la nueva información proveniente de su entorno.

El conocimiento según Piaget es un proceso consecuente de la interacción sujeto-objeto, convergente en una acción transformadora, la persona reestructura sus esquemas cognitivos de forma continua, convirtiéndose en un proceso evolutivo creciente del conocimiento, el paso de un conocimiento menor a uno mayor implica el surgimiento de una nueva estructura cognitiva en la cual están inmersas las anteriores, podría decirse que se trata de un proceso recurrente.

En el proceso de aprendizaje, la persona se adapta a la situación utilizando mecanismos de asimilación acomodación.

El conflicto cognitivo es la consecuencia de la interacción entre asimilación y acomodación o de la confrontación entre los conocimientos previos con la nueva información, este proceso conlleva al aprendizaje que depende del nivel de abstracción o de desarrollo cognitivo de la persona.

Piaget consideró que el desarrollo cognitivo se basa en una secuencia de etapas determinados por la edad de la persona y tienen diferentes niveles de pensamiento: sensor-motriz, pre-operacional, de las operaciones concretas y de las operaciones formales.

Una persona que cuenta con ciertas estructuras mentales obtiene nueva información del objeto de conocimiento, en este caso las ecuaciones diferenciales, lo asimila a través de sus estructuras mentales, produce modificaciones, adaptaciones o acomodaciones en sus estructuras mentales, en consecuencia el objeto de estudio se aprecia de modo distinto a como lo había visto, construyendo un nuevo conocimiento, lo que implica que se ha logrado el aprendizaje.

El modelo didáctico contextual que se propone está dirigido a mejorar el aprendizaje significativo de jóvenes universitarios que cursan la asignatura de ecuaciones diferenciales y que se encuentran en la etapa de operaciones formales (11 años en adelante), donde los estudiantes han logrado desarrollar un nivel de abstracción que va más allá de las operaciones concretas, y piensan en forma más coherente y lógica, además son más creativos; además, diseñan planes para resolver problemas, y prueban soluciones de manera sistemática. El término hipotético-deductivo de Piaget se refiere al hecho que las personas plantean hipótesis de las posibles formas de resolver problemas para luego de modo sistemático arribar a conclusiones.

Por ejemplo cuando se desea enseñar movimiento vibratorio y sus tipos, debería tenerse en cuenta los conceptos previos que yacen en su estructura mental, específicamente la Ley de Hooke (LH), diagrama de cuerpo libre (DCL) y la Segunda Ley de Newton (2LN):

La Ley de Hooke establece que “el resorte ejerce una **fuerza de restauración** \vec{F} *opuesta a la dirección de elongación y proporcional a la elongación* s “. El estudiante abstrae este contexto y lo traduce matemáticamente a través de la ecuación $F = kd$, donde k es la constante del resorte que depende del material del mismo, d es la elongación total del resorte luego de unir una masa m al resorte por efecto de la gravedad.

Además el diagrama de cuerpo libre, es parte de su estructura mental alcanzada en los primeros cursos de Física y que forma parte de sus conocimientos previos, representa las diferentes fuerzas que actúan en el sistema, así cuando la masa deja de moverse el sistema está en equilibrio, esto es $mg = ks$, quiere decir que el peso es igual a la fuerza de restauración donde s es la elongación hasta el nivel de equilibrio; por lo que $d = s + x$, siendo x el desplazamiento de la masa por debajo del nivel de equilibrio y que varía con el tiempo.

Como las fuerzas actúan sólo en la dirección vertical, se tiene que $F = -k(s + x) + mg$, de la Segunda Ley de Newton $F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$, sustituyendo valores se tiene la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$$

La resolución de esta ecuación diferencial es parte de la estructura mental del estudiante e implica encontrar una expresión para el desplazamiento $x(t)$.

En resumen, el estudiante posee en su estructura mental conocimientos acerca de Ley de Hooke, Diagrama de Cuerpo Libre, Segunda Ley de Newton, y el método de solución E.D. de segundo orden; el conflicto cognitivo se genera cuando se pide al estudiante que la situación del movimiento vibratorio se modele a través de una E.D. y se encuentre una expresión para determinar la posición de la masa en un instante t .

Este conocimiento nuevo es asimilado, acomodado convirtiéndose en una nueva estructura mental que se convertirá en conocimiento previo cuando se quiera enseñar el movimiento libre amortiguado y el movimiento vibratorio forzado, implícito está el uso del método deductivo, la interpretación, reflexión, el análisis, la aplicación, es aquí donde interviene el docente en el manejo de recursos, herramientas y la didáctica para el logro del aprendizaje, verbigracia cuando se usa el ABP el estudiante desarrollará su capacidad creativa e innovadora.

Tabla 2

Aprendizaje del movimiento vibratorio según la Teoría Psicogénética

Estructura mental (conocimientos previos)	Generación del Conflicto Cognitivo. (Problematización)	Asimilación, acomodación	Nueva estructura mental
<ul style="list-style-type: none"> • Ley de Hooke • Diagrama de cuerpo Libre. • Segunda Ley de Newton 	<p>Presentación o planteamiento de situaciones vinculadas al movimiento vibratorio libre.</p> <p>Mediación didáctica, por ejemplo, preguntas y respuestas; lecturas e investigación bibliográfica.</p> <p>A través de la resolución de problemas contextualizados; trabajo colaborativo. Desarrollo de ABP (P: proyectos).</p>	<p>Describe el contexto en un lenguaje literal y luego en lenguaje simbólico matemático, con el planteamiento de modelos matemáticos y la resolución de problemas contextualizados.</p>	<p>Movimiento vibratorio libre.</p>

Nota: Estrategias didácticas para aprendizaje según la Teoría Poscogénética

1.4.3. Teoría Sociocultural.

Lev Vigotski (1896-1934), sostiene que “el aprendizaje es un proceso interno y la enseñanza el conjunto de acciones orientadas a facilitar dicho proceso”.

Santrock cita a Tappan (1998) quien presenta tres ideas fundamentales de la Teoría de Vigotski para la comprensión de las destrezas o habilidades cognitivas:

Tabla 3

Enfoques para la comprensión cognitiva según la Teoría socio cultural

Enfoque Desarrollista	Enfoque mediacional	Enfoque Sociocultural
Entender el proceso cognitivo considera las transformaciones o cambios desde su origen a etapas posteriores de modo gradual.	Entender el proceso cognitivo a partir de herramientas mediadoras, en este nivel el lenguaje simbólico matemático o lenguaje formal que le ayuda en la resolución de problemas matemáticos.	Entender el proceso cognitivo a partir del contexto socio cultural y de la interacción con éste; el uso del lenguaje, la matemática, la tecnología, etc.

Nota: Obtenido de Tappan (1998)

Para la Teoría de Vygotsky “el conocimiento se da de forma situada y colaborativa” (Greeno, Collins y Resnick, 1996; Rogoff, 1998, citado por Santrock, 2004, p. 66), de esto inferimos que el conocimiento es producto de la interacción con los demás y con el contexto en el espacio-tiempo, realizando actividades que demandan cooperación, así el funcionamiento cognitivo tiene base social.

La teoría de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) propuesta por Vigotski, se puede aplicar en la educación superior, la programación curricular determina el tiempo para

alcanzar habilidades y competencias, por lo tanto la intervención y mediación del docente como especialista en el tema o con la interacción con sus pares más capacitados acercan al aprendiz a un nivel superior y similar del saber que posee el especialista. El andamiaje como técnica se emplea en las tutorías que se brinda a los estudiantes, en este sentido se valora la importancia de trabajos colaborativos y ABP direccionados al logro de competencias.

De acuerdo con Díaz Barriga y Hernández (1997), desde la Teoría de Vigotski, los apoyos que ofrece el docente a sus estudiantes por medio de la demostración, el modelado, la participación guiada, retroalimentación, explicaciones y analogías, la conducción de diálogos reflexivos, promueven sustancialmente el aprendizaje sustantivo de los estudiantes. De modo que el rol del docente es un mediador, de allí que el docente debe conocer y manejar estrategias que permiten alcanzar en el estudiante el nivel superior en la zona de desarrollo próximo.

En resumen, la Teoría Sociocultural fundamenta que el aprendizaje se produce a través de la interacción del estudiante con sus pares, con el docente en un contexto específico donde el docente es un mediador en la construcción del aprendizaje.

1.4.4. Teoría Heurística

El término heurística proviene del griego *heuristiké* que quiere decir “encontrar o inventar”, en un sentido amplio este término se usa para referirse a estrategias, métodos, reglas, silogismos y conclusiones con características creativas que conllevan al descubrimiento y al aprendizaje.

El renombrado matemático Leibniz distinguió *ars inveniendi* (arte de crear o inventar), y *ars judicandi* (arte de juzgar o demostrar), la primera en referencia a la parte creativa de la metodología y la segunda a la parte analítica (Menna, 2014). La heurística ha sido siempre empleada en la matemática y por grandes matemáticos permitiendo el logro de

importantes descubrimientos. En la solución de problemas matemáticos contextualizados nos acercamos más a la realidad, es cierto que hay situaciones donde se utilizan algoritmos, pero en la mayoría de situaciones se requiere la aplicación del método heurístico. La heurística muy presente en la resolución de problemas matemáticos, suministra estrategias, reglas que permiten una posible solución. En tal sentido, consideramos importante la definición que da Sergio H. Menna para heurística: “...es todo elemento que ayuda al investigador en la tarea de resolver problemas – ya sean éstos los de construir una hipótesis o los de evaluar las diferentes etapas de construcción de una hipótesis –.”

Para la resolución de problemas Carretero M. y Asensio M., 2004 presentan algunos heurísticos generales, como mostramos a continuación

Tabla 4
Heurísticos para la resolución de problemas

	Heurístico	Característica
1	Análisis “ensayo error”	Casual, fortuito, sistémico
2	“Subir la cuesta”	Acercarse a la meta pasando de un estadio a otro seleccionando las reglas u operaciones más convenientes.
3	Análisis “medios-fines”	“Se identifica la meta (final) de un problema, evalúa la situación actual y lo que se necesita hacer (medios) para disminuir la diferencia entre las dos condiciones”. Santrock (2002 p.327).
4	División del problema en sub problemas	Descomponer el problema en problemas más simples o pequeños que al ser resueltos de manera lógica y coherente se enlazan o combinan para poder llegar a la respuesta final.
5	Establecimiento de sub metas.	Determinar los procesos intermedios y determinar las estrategias para alcanzarlas de modo que permitan llegar a la meta final, siguiendo hacia adelante o hacia atrás.
6	Búsqueda de problemas análogos	Comparación con situaciones, modelos, problemas similares tanto en su constitución interna y externa.

Nota: Adaptado y resumido de Carretero M. y Asensio M., 2004

Resaltamos los aportes del gran matemático Pólya G., que contribuyó con métodos heurísticos orientados a la resolución de problemas matemáticos, que deben ser tomados en

cuenta por los docentes e incorporarlos a su práctica docente, resumido en cuatro etapas los heurísticos que propuso:

- i. Construir un esbozo o un esquema para entender mejor el problema.
- ii. Hacer un plan.
- iii. Ejecutar el plan y resolver el problema.
- iv. Analizar, verificar la solución, también nominado “mirada hacia atrás”.

A partir de la propuesta de Polya, destacados investigadores como Müller, Jungk, Schoenfeld, Krulik, Rudnick, Santos; proponen una serie de procedimientos en varias etapas conducentes a la resolución de problemas, resumiendo lo presentado por Díaz L. y Díaz F. (2018), presentamos el cuadro

Tabla 5
Propuestas de procesos heurísticos para la resolución de problemas

Müller (1978) y Jungk (1982)	Schoenfeld (1985)	Krulik y Rudnick (1988)	Santos (1993)
<ul style="list-style-type: none"> • Orientación hacia el problema. • Trabajo en el problema. • Solución del problema. • Evaluación de la solución y el camino. 	<ul style="list-style-type: none"> • Comprensión del problema. • Diseño de un plan de solución. • Ejecución del plan. • Mirada retrospectiva. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lectura del problema. • Exploración. • Selección de una estrategia. • Resolución del problema. • Mirada retrospectiva y aplicar a casos similares. 	<ul style="list-style-type: none"> • Consciencia de la existencia del problema. • Supresión de datos. • Interés por la situación. • Análisis cualitativo. • Formulación de hipótesis. • Estrategias de resolución. • Análisis de resultados. • Maduración.

Nota: Resumido de Díaz L. y Díaz F. (2018)

Según Horst Müller, los procedimientos heurísticos como método científico emplean principios, reglas y estrategias. Los principios y las reglas permiten determinar el método, los recursos y el camino que lleve a la solución del problema; **los principios** que destacan al afrontar problemas matemáticos son *las analogías* que relaciona el problema en cuestión con otros problemas ya resueltos a partir de los cuales con la reflexión, el pensamiento lógico deductivo se puede construir el método de solución y *la reducción* que es la descomposición en sub-problemas más simples que nos acercan a la solución; las **reglas** heurísticas que frecuentemente se usan en matemática implica la determinación de hipótesis y tesis, construcción de tablas, gráficas, identificación y representación de variables, análisis de las fórmulas y teorías de las que se disponen y podrían ser de utilidad en la consecución de la solución, también se puede modificar el problema en uno más sencillo.

Las estrategias heurísticas tienen el rol de organizadores y contribuyen en la búsqueda del camino a la solución, por ejemplo ordenar, optar por un plan. Hay dos estrategias:

- El método sintético (prospectivo), toma como punto de partida los datos dados e hipótesis yuxtaponiendo el pensamiento reflexivo, analítico, lógico, deductivo que integra diversas premisas convergiendo en la solución o tesis.
- El método analítico (retrospectivo), partiendo de la solución y con el soporte de los conocimientos previos, se exploran resultados intermedios hasta enlazarlos con los datos iniciales. Este método se usa en matemáticas cuando se pretende hacer demostraciones, se analiza la tesis, se enlazan con propiedades intermedias hasta llegar a la tesis.

Este método Heurístico, resulta de gran ayuda en la solución de muchas situaciones matemáticas.

Como ejemplo del método heurístico analicemos un problema propuesto en el libro de Ecuaciones Diferenciales de Dennis Zill :

“Cuando un haz vertical de luz atraviesa un medio transparente, la tasa a la cual su intensidad I disminuye es proporcional a $I(t)$, donde t representa el espesor del medio (en pies). En agua marina clara, la intensidad a 3 pies por debajo de la superficie es el 25% de la intensidad inicial I_0 del haz incidente. ¿Cuál será la intensidad del haz a 15 pies por debajo de la superficie?”

Tabla 6
Heurístico aplicado a la solución de un problema contextual de EDO

Heurísticos	Actividad	Descripción
Comprensión del problema.	<p><i>El docente impulsa el método heurístico a través de preguntas como:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué magnitudes interviene en el problema? • ¿Cómo se relacionan estas magnitudes? • ¿Los conocimientos que se posee permiten resolver el problema? • ¿Qué se pide en este problema? • Entiende que significa la intensidad inicial I_0. 	<p>A través de la participación interactiva de los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifican las magnitudes intensidad y espesor. • Determinan que la disminución de la intensidad es proporcional a la intensidad • Determinan que los conocimientos de Ecuaciones permiten resolver el problema. • Identifican que se pide la intensidad a 15 pies por debajo de la superficie. • I_0 es la intensidad sobre la superficie del medio.
Elaborar un plan.	<p><i>Se impulsa la idea de solución sugiriendo y preguntando al estudiante</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Relacionar el problema con otro conocido o resuelto previamente y a partir de éste deducir una expresión matemática. • En función a lo anterior deducir que tipos de ecuación diferencial puede llevar a la solución. • Determinar condiciones iniciales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionan y comparan este problema con la Ley de enfriamiento de Newton adaptando el problema sustituyendo el tiempo por el espesor. • Se infiere que una Ecuación de Variable separable lleva a la solución. • Se reconoce que $I(3) = \frac{I_0}{4}$, donde I_0 es la incidencia inicial.
	<ul style="list-style-type: none"> • Representar el problema en lenguaje matemático • Se resuelve la E.D. de variable separable 	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{dI}{dt} = kI(t); k \in \mathbb{R}.$ • $I(t) = I_0 e^{kt}$

<p>Ejecución del plan</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se utiliza la información $I(3) = \frac{I_0}{4}$ para determinar la constante de proporcionalidad k. • La solución se obtiene sustituyendo $t = 15$ en $I(t)$. 	<ul style="list-style-type: none"> • $I(3) = \frac{I_0}{4} = I_0 e^{k3}$, luego se aplica logaritmo natural y se obtiene el valor de $k = \frac{1}{3} \ln \frac{1}{4}$. • $I(15) = I_0 e^{-0.46 \cdot 15} = 0.00097 I_0$
<p>Mirada hacia atrás.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ¿La solución tiene sentido? • ¿Se puede aplicar este método a otros tipos de problemas? 	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes respondieron que sí, para lo cual utilizaron la gráfica de la función exponencial empleando el wolfram alpha y se percataron que era decreciente con lo que a mayor espesor o profundidad la luz de incidencia decrece. • Los estudiantes pudieron determinar muchos problemas propuestos en el texto que podrían resolver de modo similar.

Nota: Heurísticas, actividades y su descripción en la solución de un problema contextual vinculado a la aplicación de una EDO de primer orden

1.5. Definiciones Conceptuales

Proporcionamos las definiciones sobre los cuales se desarrolla la investigación, haciendo hincapié que existen muchos conceptos y definiciones dados por renombrados investigadores, sin embargo, sintetizamos los comunes y necesarios.

1.5.1. Didáctica

En el transcurso del tiempo han surgido muchos conceptos acerca de la didáctica, desde arte de enseñar abordada por Comenio, hasta disciplina científica en los tiempos actuales considerada por muchos estudiosos en el tema, por ejemplo “La Didáctica es una ciencia aplicada que se ocupa del proceso de enseñanza-aprendizaje para promover el desarrollo intelectual, social y cultural del ser humano a través de una instrucción integral (Mallart, 2000; Sevillano, 2005).”

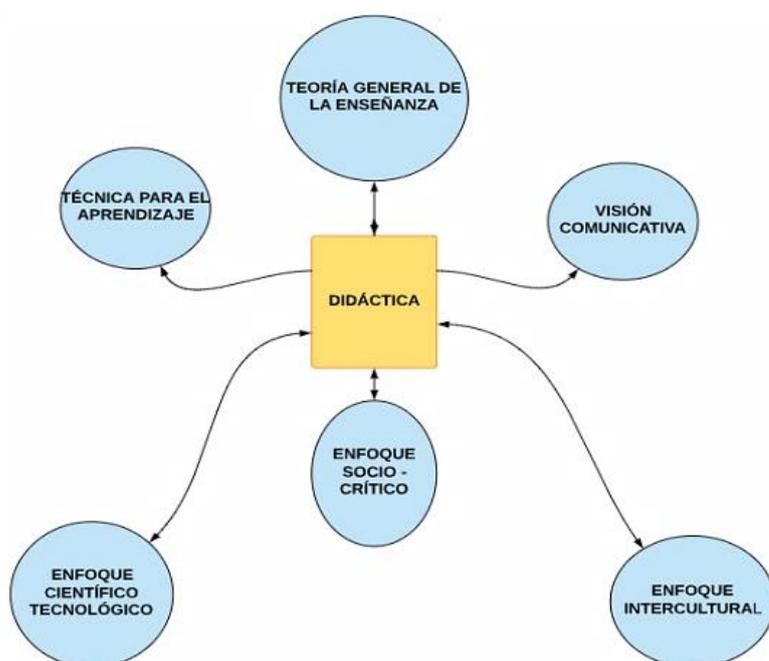
Al respecto, resaltamos la importancia del carácter formativo del estudiante, la cual debe tener una dimensión holística que se concreta a través del proceso de enseñanza-aprendizaje (E-A) tomando en consideración la interacción social, cultural y ambiental, diseñando, innovando, formulando, organizando, sistematizando las estrategias, los métodos como soporte a dicho proceso E-A, por lo que su conocimiento suma mucho en mejora del desempeño docente y el aprendizaje del estudiante.

Según Picardo *et al.* (2005) la didáctica provee al docente:

- La cultura proveniente de experiencias metodológicas ocurridas en el tiempo a partir de las teorías educativas.
- La capacidad investigativa, para conseguir información desde su trabajo en el aula.
- El análisis minucioso del empleo de recursos, materiales, ambientes y tecnología como herramientas en el proceso E-A. y
- La planificación estratégica del proceso E-A.

A partir, de lo manifestado por Picardo, se resume en la siguiente figura.

Figura 1
Enfoques de la didáctica



Nota: Resumido de Picardo

Los enfoques muestran la amplitud de la didáctica, estos enfoques se complementan, articulan y consolidan en el logro del aprendizaje de forma eficaz y eficiente que conlleven al desarrollo integral de la persona, no sólo individual sino colectiva.

Según Gentile (1920) la didáctica es el **proceso sistemático** que busca encontrar métodos óptimos para el aprendizaje; en este sentido resaltamos el aspecto metodológico con una preponderancia en técnicas de vanguardia para la mejora continua de la E-A, este punto de vista también es considerado en la propuesta de modelo didáctico ya que expone un proceso sistemático metodológico que engrana diversas técnicas para la E-A de las ecuaciones diferenciales.

1.5.2. Didáctica de la matemática (DM)

Es una didáctica especial o específica: *“Trata de la aplicación de las normas didácticas generales al campo concreto de cada disciplina o materia de estudio”* (Mallart, 2000), en este caso la disciplina es la matemática.

La didáctica de una disciplina o didáctica específica por González Gallego I. (2002) es una categoría ordenada del conocimiento con metodología, semántica, principios, reglas, leyes de razonamiento propias que conforman su lógica interna para comprender, explicar un contexto específico a través de la codificación y decodificación de problemas específicos en una determinada área del conocimiento, en este caso de la matemática, influyendo y condicionando el procesos de enseñanza-aprendizaje.

Para Niss (1998), la Didáctica de la Matemática (DM) o “Ciencia de la Educación Matemática” es el “campo científico y académico de investigación que permite identificar, caracterizar y comprender los fenómenos y procesos involucrados potencialmente en la E-A de las matemáticas en cualquier nivel educativo”. También, la DM orienta sus actividades a la investigación teórica o empírica, la investigación aplicada, la práctica sistemática y reflexiva; la DM presenta una dualidad entre las dimensiones descriptiva-explicativa y normativa. Encontramos una estrecha relación con las apreciaciones hechas por González Gallego (2002) acerca de la DM orientada a la construcción de modelos teóricos para explicar diversos aspectos de la praxis de E-A de la matemática. Como tal, muchos investigadores la consideran una disciplina científica propia. Con tales argumentos la DM incide en la formación docente preparándoles para poder desarrollar y desenvolverse de forma eficaz y eficiente en el proceso E-A afrontando las dificultades que proceden de la cultura de los estudiantes.

Investigadores en el campo de la didáctica de la matemática, citados por Ramos & Font, han planteado problemas de investigación como la transferencia del conocimiento usado o generado en un contexto a otro diferente, es decir el conocimiento aprendido en las instituciones educativas a situaciones de la vida cotidiana y viceversa. (Civil 1992; Evans 1998; Gonzales, Andrade y Carson 2001; Diez 2004).

A partir de ello, la didáctica de la matemática sistematiza el conocimiento, metodología, leyes orientadas al óptimo desarrollo de competencias matemáticas en el ser humano que le permita afrontar de forma exitosa este dinámico mundo.

1.5.3. Contexto

El diccionario de la Real Academia de la Lengua Española atribuye varias connotaciones semánticas, pero la que se adapta a nuestra investigación es el siguiente

“Entorno físico o de situación, ya sea político, histórico o de cualquier otra índole en el cual se considera un hecho”.

Para Paola Varelo, el término contexto ligado a la matemática es aquello que “acompaña” a un “texto”, es decir, las diversas situaciones que rodean un hecho, una investigación o fenómeno. Añadimos a esta afirmación que además interactúa con el sujeto.

Una precisión de Woolfok (2014) señala al contexto como “circunstancias y situaciones internas y externas que interactúan con los pensamientos, los sentimientos y las acciones del individuo para dar forma al desarrollo y al aprendizaje” (p.75). Las circunstancias externas: sociales, culturales, físicas del mundo real vinculadas con conceptos de ecuaciones diferenciales darán significancia y motivación al aprendizaje; en particular se puede asociar, adaptar o acondicionar un problema de naturaleza matemática a un contexto particular, lo que denominaremos contextualización; en este sentido quepa la intencionalidad del proceso de enseñanza para que el estudiante desarrolle de forma eficaz y eficiente determinadas capacidades matemáticas cuando el contenido matemático se conecta con la realidad, como consecuencia el aprendizaje resulta significativo, permite la resolución de problemas, el logro de competencias procedimentales, así la importancia de contextualizar en el aprendizaje de las matemáticas establece conexiones entre las matemáticas y el mundo real estableciendo puentes entre el contexto real y subjetivo o abstracto.

Para Tobón (2015) una característica del enfoque socio formativo por competencias afirma que el contexto es “dinámico e interactúa con la persona, lo que genera nuevas demandas de actuación ante actividades y problemas, en lo cual se combina lo operativo con lo creativo y propositivo”. Esta afirmación implica la existencia de una acción biyectiva entre la persona y su contexto que puede ser social, cultural, económica, natural, etc., a partir de esta interacción

se originan situaciones/problemas, su solución a través de la descripción de este contexto en términos matemáticos o modelación matemática, también permite desarrollar la capacidad creativa e investigativa. De la Torre y Violant¹ destacan la importancia de la realidad contextual y ubican la teoría y la praxis en una determinada realidad donde diversas situaciones interactúan, consideran el contexto esencial en la estrategia y transversal desde el inicio hasta el final del proceso. En tal sentido, resaltamos la importancia del contexto porque integra holísticamente la teoría y la práctica, los saberes conceptual y procedimental, además permite la interacción del estudiante con sus pares, estudiante y docentes, de modo que también el saber ser se encuentra presente cuando nos acercamos a la realidad y resolvemos los problemas que se encuentran en la misma. La contextualización y el acercamiento a la realidad contribuyen al aprendizaje significativo.

En cuanto a contexto y contextualización de la matemática, el antropólogo Geertz, citado por Ramos & Font afirma

“(...) supone el abandono de la idea de que el cerebro del Homo sapiens es capaz de funcionar autónomamente, que puede operar con efectividad, o que puede operar sin más, como un sistema conducido endógenamente y que funciona con independencia del contexto.” (Geertz, 2002, p. 194).

De donde inferimos y resaltamos el hecho de que el aprendizaje es un proceso orientado a la comprensión, activación, transformación y elaboración de significados debidos al influjo de estímulos provenientes del entorno de la

¹ Saturnino de la Torre y Verónica Violant Profesores de la Universidad de Barcelona

persona, es decir de su contexto exterior. Es en el contexto donde surgen los problemas y es a través de la didáctica de la matemática que desarrollamos la competencia de resolver los problemas asociados a un contexto determinado, de modo que se integran el saber saber, el saber ser, el saber hacer y el saber convivir con los demás, esto último refiriéndose a la interacción social del estudiante. La resolución de problemas como el Diccionario de la RAE (2014) lo define, es el “planteamiento de situaciones cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos”.

El concepto de **problema matemático** que asimilamos ha sido tomado a partir de las definiciones dadas por investigadores como House, Wallace y Johnson, (1983); Blanco (1993); Carrillo (1998), a partir de ellas decimos que es *“una situación cuya resolución conlleva un proceso que no es fácil o inmediato y requiere la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático”*. El nivel de complejidad de un problema propuesto es variable para cada estudiante y deben ser dados según el desarrollo cognitivo del estudiante, él es quien elabora, construye sus estrategias y procedimientos en cuanto a su estilo de aprendizaje, la propuesta de tales “problemas” para conseguir objetivos y competencias de aprendizaje destacan el rol mediador del docente (especialista), así el estudiante asciende a un nivel superior (Vigotski). Este proceso moviliza los conocimientos previos y en conjunción con la nueva información permite el logro de aprendizaje significativo.

1.5.4. Contextualización Matemática

En un sentido antropológico, la contextualización matemática vincula el contenido disciplinar matemático con la realidad del estudiante, así como el uso que de ella deben hacer otras disciplinas en sus procesos de E-A.

José Ramón Fernández², expresó, en relación al “principio didáctico de la vinculación de la teoría con la práctica”, que era imprescindible el vínculo con la vida que propicie una práctica reflexiva de la que se pueda aprender en la misma a medida en que se enriquezca lo aprendido en la teoría y se corrobore también lo estudiado en ella, esto implica la contextualización de la disciplina, en nuestro caso la matemática.

De acuerdo con Hugo Parra, es necesario enseñar la matemática, conectando o articulando el objeto matemático con el contexto del estudiante. Con esto consideramos la contextualización matemática como el proceso que articula holísticamente el objeto matemático con el contexto del estudiante, facilitando el logro de capacidades de razonamiento lógico, crítico, reflexivo, creativo brindándole una perspectiva transdisciplinaria que motivan, valoran la utilidad y aplicación de la matemática dando significatividad en su aprendizaje.

Según Lange (1996), básicamente se dan cuatro razones para integrar los problemas contextualizados en el currículum: facilita el aprendizaje de las matemáticas., ddesarrollan competencias ciudadanas, competencias orientadas a la resolución de problemas, y permiten valorar la aplicación de las matemáticas en otras áreas del saber y de la vida diaria.

En un problema específico, el **contexto** según Paola Valero es el campo de nociones y procedimientos matemáticos dentro de los cuales se ubica, o bien a las referencias que la formulación de un problema evoca en el estudiante. Por ejemplo, consideremos el siguiente problema:

“Un tanque grande de mezclado contiene inicialmente 300 galones de agua en los que se disolvieron 50 libras de sal. Entra agua

² El entonces Ministro de Educación de Cuba, en el discurso clausura de la V Reunión Científica de profesores del Instituto Superior Pedagógico "Félix Varela" de Villa Clara, celebrado el 27 de mayo de 1983

pura a una razón de 3 gal/min y cuando la solución está bien revuelta, sale a la misma razón. Determine una ecuación diferencial que exprese la cantidad $A(t)$ de sal que hay en el tanque para un tiempo t . ¿Cuánto vale $A(0)$?”³

El campo matemático donde se ubica el problema son las Ecuaciones Diferenciales con las nociones y procedimientos asociados a su resolución. El conjunto de referencias que el problema evoca es un tanque y la actividad de mezclar su contenido.

Desde el enfoque socio constructivista, el contexto además de desarrollar procesos individuales de pensamiento permite la interacción de los estudiantes, docentes, el trabajo colaborativo y por ende la puesta en práctica del saber ser, en tal sentido el aprendizaje de la matemática en el estudiante también conduce a desarrollar relaciones humanas para la vida en sociedad.

En cuanto a la clasificación de problemas contextualizados, Font & Ramos aluden una clasificación a Martínez (2003), quien considera los siguientes tipos de contexto:

- Contexto Real, es el entorno vivencial, socio cultural en un espacio y tiempo donde la aplicación de la matemática tiene lugar.
- Contexto Simulado, su fuente es el contexto real y es una representación de éste, que reproduce una parte de sus características
- Contexto evocado, son las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el docente, recrean un marco o situación donde sucede este hecho, es decir, las situaciones vinculadas a problemas sociales, culturales, económicos, de las ciencias naturales, la tecnología y hasta incluye hechos históricos del entorno.

³ Problema propuesto por Dennis Zill. Ecuaciones Diferenciales

El desarrollo de una asignatura debe ser planificada en función del logro de capacidades, competencias en un tiempo determinado, el trabajo realizado con los estudiantes de Ingeniería para la propuesta de este modelo utilizó durante el desarrollo de las sesiones de aprendizajes el contexto evocado, sin embargo el proyecto ABP realizado se desarrolla en un contexto real.

Otra clasificación de los problemas contextualizados (PC), dada por D'Amore, Fandiño y Marazzani, 2003, está en función al momento cuando son propuestos, si los PC son planteados al inicio de un tema o una sesión de aprendizaje desarrollan la motivación del estudiante; tienen por objeto la construcción del objeto matemático en estudio, estos problemas deberán ser resueltos con los conocimientos previos de los estudiantes, son denominados *problemas contextualizados evocados introductorios*. Cuando los problemas se dan después de haber explicado los contenidos teóricos, se denominan *problemas contextualizados evocados de aplicación*, son relativamente sencillos en los cuales se aplican los conocimientos matemáticos previamente estudiados, y los *problemas contextualizados evocados de consolidación*, cuando su resolución resulta más compleja.

Cerda (2011) afirma: “A partir de un problema, el estudiante busca, indaga, revisa situaciones similares, revisa literatura relacionada, recoge datos, los organiza, los interpreta y enuncia soluciones. Construye conocimiento o aprendizaje de conocimiento, aunque sea conocimiento ya existente.” (p.112). Con la afirmación de Cerda se evidencia la articulación del contexto con el estudiante y además de la mediación del docente quien a través de la didáctica diseña, plantea, formula estrategias que en su conjunto forman un modelo que permitirá al estudiante construir su conocimiento a través de un aprendizaje significativo.

1.5.5. Modelo

Según el DRAE encontramos una acepción para modelo “Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento”.

El modelo “es una representación de la realidad que supone un alejamiento o distanciamiento de la misma” (Gervilla, 2000, p. 198).

“Es la representación conceptual, simbólica, y por tanto indirecta, que al ser necesariamente esquemática se convierte en una representación parcial y selectiva de aspectos de la realidad, focalizando la atención en lo que considera importante y despreciando aquello que no lo es y aquello que no aprecia como pertinente a la realidad que considera” (Sacristán G, 1997).

Además, precisaremos que no existen modelos que describan e interpreten completamente la realidad, nos aproximan a ella; otra característica es que prescriben con el tiempo dando lugar a la construcción de nuevos modelos y teorías en la complejidad de la realidad que representen.

Según Nuthall y Snook, un modelo es un bosquejo para comprender la información que proporciona el contexto, seleccionando la información más trascendente, la organiza, estructura para conocer la realidad en referencia; así el modelo es resultado de la interacción entre pensamiento y contexto; entre ciencia y mundo, genera hipótesis de investigación y en consecuencia conocimiento que permiten el desarrollo científico.

1.5.6. Modelo didáctico (MD)

Es el conjunto de procedimientos orientados para la enseñanza, que trascienden lo empírico a la formalidad y sustentan científicamente a la didáctica (Gimeno Sacristán, 1981, p.96).

Los modelos didácticos permiten interpretar, analizar, explicar el proceso de E-A, señalan roles y/o funciones de cada uno de sus elementos, se basan en teorías que deben ser contrastadas en la praxis, y sirven de guía para la acción del proceso.

En el ámbito educativo, Pierre Astolfi (1997) manifiesta que los modelos son la base para la enseñanza, sus atributos primordiales son la lógica y la coherencia para fundamentar la estructuración y transmisión del conocimiento.

Según Mario Bunge (1997) un modelo implica la elaboración de hipótesis, principios para describir, comprender, explicar una parte de la realidad y dirigir la enseñanza en la senda adecuada; así que comprendiendo esta afirmación un modelo didáctico permite construir la teoría que orienta el proceso de E-A sobre todo al desarrollo de las competencias saber y saber hacer, es decir lo conceptual y procedimental.

Joyce y Weil (1985) lo definen como un “plan organizado, ordenado que permite configurar el currículo, diseñar materiales para la enseñanza”; de modo que este plan se estructura y adecúa según el nivel educativo en el que se actúa.

En resumen, la multi-semiótica atribuida a modelo didáctico converge en un plan sistémico, estructurado, ordenado lógicamente y coherente que permite diseñar las sesiones de aprendizaje empleando de modo eficaz y eficiente recursos didácticos, tiempo en concordancia con el currículo que responde a las necesidades de una determinada realidad y mejora la enseñanza y los aprendizajes.

Asimismo, el análisis sistemático, sistémico y formal de las diversas experiencias educativas que funcionan eficaz y eficientemente propone modelos que réplica y acondiciona tales experiencias educativas en otras situaciones del proceso E-A, además claro está los enfoques didácticos como técnica de aprendizaje y enseñanza adheridos al enfoque científico de la didáctica que busca dar explicación a los procesos psicológicos y sociales de comunicación vinculados al proceso educativo.

1.5.7. Modelo matemático

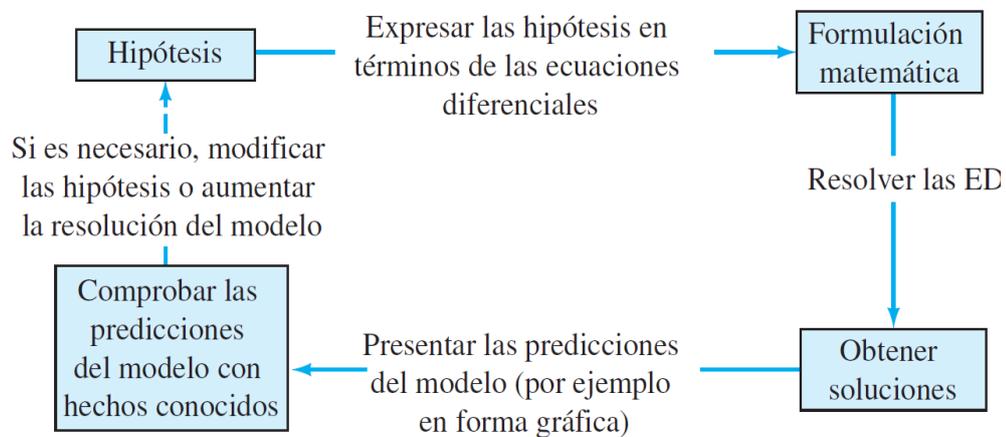
La descripción de fenómenos del mundo real, sean físicos, químicos, biológicos, económicos, sociales o de un determinado contexto en términos matemáticos constituyen un modelo matemático, su construcción requiere conocimientos matemáticos (nos referimos al saber, o aspecto conceptual), capacidad de análisis y síntesis de la información; aplicación de los conocimientos teóricos a situaciones reales, que implica contextualizar y aplicar los conocimientos a problemáticas en escenarios reales.

La importancia que tienen los modelos matemáticos radica en que su solución permite analizar, predecir el comportamiento de las situaciones o fenómenos en estudio, su formulación requiere varias fases, se inicia identificando las variables presentes en el fenómeno o situación (a mayor cantidad de variables que se consideren el modelo aumenta su complejidad), luego se establecen supuestos razonables o hipótesis del sistema que estamos tratando de describir. Con frecuencia, las hipótesis acerca de un sistema contienen razón de cambio de la o las variables, el enunciado matemático de la hipótesis puede ser una ecuación diferencial (ED) o un sistema de ecuaciones diferenciales.

A partir del modelo matemático obtenido, ya sea una ED o un sistema de ecuaciones diferenciales, nos enfrentamos al difícil trabajo de su resolución, en caso de ser posible

diremos que el modelo es bueno si al contrastarlo experimentalmente con la realidad la solución difiere de forma ínfima, de no ser así se debe hacer un reajuste en la identificación de variables.

Figura 2
Modelación matemática



Nota: Obtenido del Texto de Ecuaciones Diferenciales de Dennis Zill

La construcción de un modelo matemático implica el trabajo en equipo o trabajo colaborativo (está inmerso el saber ser y convivir con los demás, es decir el aspecto actitudinal); su resolución la aplicación del conocimiento matemático, el uso y aplicación de las tecnologías de la información y comunicación (TIC's), específicamente software especializado.

La modelación matemática como recurso didáctico para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en particular de las ecuaciones diferenciales, acerca a los estudiantes de ingeniería al mundo real, valoran su aplicabilidad, además el estudiante se motiva, lo que constituye el motor que le impulsa en la construcción de su aprendizaje de forma significativa.

La inclusión de modelos matemáticos en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales obedece a fines didácticos y estratégicos, los cuáles serán desarrollados a través del ABP, es decir Aprendizaje Basado en Problemas o Aprendizaje Basado en Proyectos lo que facultará construir, desenvolver ideas y aplicar conceptos matemáticos haciendo que el aprendizaje se torne significativo.

1.5.8. Las Ecuaciones Diferenciales

Las ECUACIONES DIFERENCIALES una parte de la matemática muy importante constituyen una poderosa herramienta en la formulación y solución de modelos matemáticos con los cuales se puede describir una cantidad considerable de situaciones o fenómenos de las ciencias naturales, sociales ubicados en torno a la física, química, biología, ingeniería, economía, etc. La solución de dichos modelos, en la mayoría de casos utilizando ecuaciones diferenciales, es una función o relación matemática que permite predecir el comportamiento del fenómeno.

Con más precisión, una **ecuación diferencial** es una ecuación en la que intervienen derivadas o diferenciales de una o más variables independientes con respecto de una o más variables dependientes. Dependiendo del número de variables independientes respecto de las que se deriva, las ecuaciones diferenciales se dividen en ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferenciales parciales, en esta investigación tratamos con las ecuaciones diferenciales ordinarias.

1.6. Operacionalización de variable

El Modelo Didáctico Contextual

Variable de estudio	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensión	Indicador	Medición
Modelo didáctico contextual	Es un recurso sistémico que entrelaza didáctica, matemática y el contexto que permite al docente diseñar, gestionar de modo eficiente estrategias, materiales y herramientas para la enseñanza que permita el logro de competencias educativas y el aprendizaje en los estudiantes.	El modelo didáctico contextual será evaluado por especialistas respecto a su pertinencia y aplicación en el curso de Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería.	Didáctica	<p>Planifica las sesiones de aprendizaje.</p> <p>Diseña estrategias, métodos, técnicas para la enseñanza aprendizaje.</p> <p>Utiliza diversos recursos y materiales orientándolos a la enseñanza.</p> <p>Evalúa los aprendizajes y logro de competencias de los estudiantes.</p>	Ficha de experto
			Teórica	Teorías que fundamentan el modelo desde el punto de vista filosófico, científico,	

				<p>epistemológico, psicológico.</p> <p>Concordancia con el marco teórico.</p>	
			Contextual	<p>Vincula el contexto a los contenidos curriculares para desarrollar un pensamiento crítico.</p> <p>Viabiliza la formulación de modelos matemáticos aplicando ecuaciones diferenciales.</p> <p>Motiva la resolución de problemas.</p>	
			Tecnológica	<p>Usa herramientas tecnológicas para mejorar la comprensión de la conducta de la solución de una ecuación diferencial..</p>	

				Logra la motivación de los estudiantes.	
			Curricular	<p>Integra los contenidos temáticos del curso de Ecuaciones Diferenciales.</p> <p>Planifica el tiempo en relación a los contenidos y actividades.</p>	

El Aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales

Variable de estudio	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensión	Indicador	Medición
	El aprendizaje significativo según (Ausubel et al., 1976) es “la integración de un nuevo contenido en los esquemas	La evaluación del aprendizaje se realizará utilizando instrumentos que medirán las siete dimensiones a	Recordar	<p>Enuncia definiciones y conceptos de EDO.</p> <p>Relaciona los conceptos de EDO con el Cálculo diferencial.</p>	

Aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales	cognitivos previos del docente”, que perdura y tiene importancia en la vida del estudiante. (L. Dee Fink, 2003)	través de ítems formulados en escala de Likert.		Reconoce las propiedades de las EDO para resolver problemas contextuales	Cuestionario en escala de Likert
			Comprender	Reconoce el tipo de ED necesaria para calcularla. Resume los métodos cuantitativos de las EDO. Interpreta modelos matemáticos que requieren EDO.	
			Analizar	Descompone fácilmente en partes la información de un modelo matemático o problema contextualizado. Describe las variables, parámetros y métodos de las EDO para resolver problemas.	

				<p>Compara los resultados de los problemas obtenidos algebraicamente con aquellos obtenidos utilizando TIC's.</p> <p>Examina geoméricamente las soluciones de problemas contextuales que emplean EDO</p>	
			Argumentar	<p>Explica la solución de un problema que usa EDO.</p> <p>Justifica el procedimiento que efectúa cuando resuelve un problema contextualizado con EDO.</p>	
			Aplicar	<p>Esboza métodos de solución de modelos matemáticos empleando EDO,</p>	

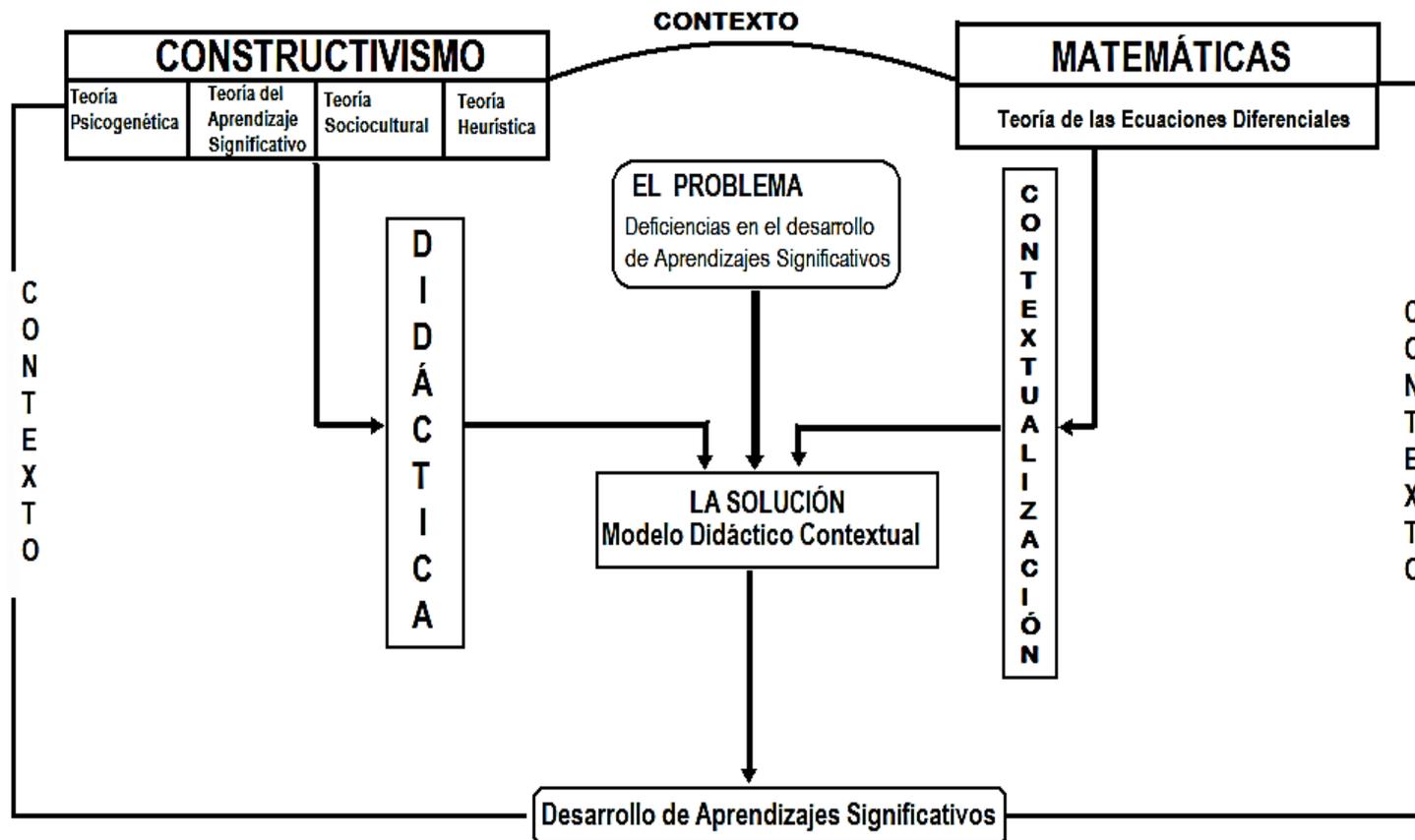
				<p>Conecta el contexto con los conceptos, propiedades y fórmulas de las EDO.</p> <p>Aplica TIC's para resolver situaciones que requieren de EDO.</p>	
			Integrar	<p>Integra la nueva información de las EDO a los conocimientos matemáticos previos.</p> <p>Integra las TIC's como una herramienta para justificar la solución de problemas y modelos matemáticos con EDO.</p>	
				<p>Diseña métodos de solución para la resolución de problemas que involucran EDO</p>	

			<p>Crear e innovar</p>	<p>Elabora modelos matemáticos empleando EDO</p> <p>Implementa métodos geométricos y TIC's para la resolución de problemas con EDO</p>	
--	--	--	------------------------	--	--

1.7. Esquema de las bases teóricas que sustentan el modelo didáctico contextual

Figura 3

Bases Teóricas que sustentan el Modelo didáctico contextual

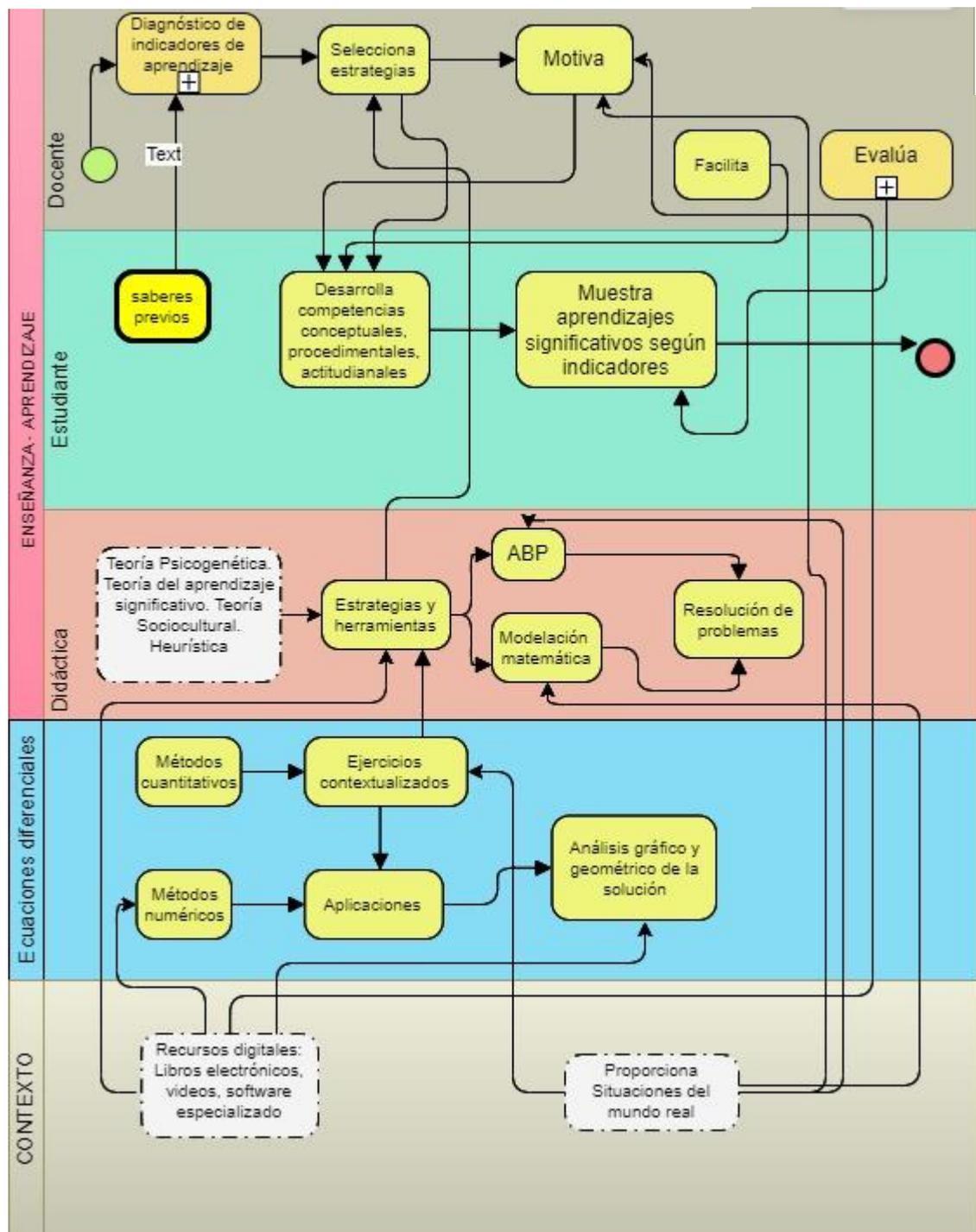


Nota: Elaborado por el autor

1.8. Articulación del Modelo Didáctico Contextual

Figura 4

Articulación del modelo didáctico contextual



Nota: Elaborado por el autor.

1.9. Propuesta del Modelo Didáctico Contextual (MDC)

El presente modelo didáctico busca solucionar el problema consistente en la eliminación de las deficiencias del aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, que se manifiesta en la baja capacidad de los estudiantes para reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales y como corolario el logro de un aprendizaje significativo.

Así el MDC busca revertir las deficientes habilidades del problema y a la vez potencia la competencia para la resolución de problemas matemáticos, en particular de las Ecuaciones Diferenciales y su relación con los contextos de la realidad. Se propone estrategias metodológicas para la motivación, sensibilización y valoración de la importancia y aplicación de las Ecuaciones Diferenciales que conduzcan al desarrollo de sus propias estrategias de aprendizaje de forma autónoma, lógica, racional y por ende orientadas a un aprendizaje no memorístico, más bien significativo.

El MDC considera al estudiante en el centro, es decir se prioriza el aprendizaje, el desarrollo de competencias que respondan a las necesidades del contexto que nos rodea.

El **rol del docente** es relevante, se constituye en el facilitador de la construcción del conocimiento en los estudiantes, debe considerar los conocimientos previos que poseen del Cálculo Diferencial e Integral, a partir de ello se organizó, diseñó, planificó el proceso de enseñanza ligado íntimamente con la contextualización para la consecución del aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales. Teniendo en consideración dos principios de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, como se expresa en Principios y Estándares 2000 del NCTM (Consejo Nacional de Profesores e Matemática):

- Para la enseñanza efectiva el docente debe CONOCER las necesidades de aprendizaje y los conocimientos previos de los estudiantes.
- El aprendizaje de las matemáticas debe ser producto de un proceso de comprensión y construcción activa a partir de la experiencia y el conocimiento previo.

En este proceso, **el rol del docente** como orientador, guía y facilitador del aprendizaje es relevante; se realizaron las acciones:

1. Organización de los contenidos en concordancia con lo establecido en el Plan Curricular, articulado e integrando con el contexto.
2. Planificación y diseño de actividades en función del tiempo programado permitiendo el desarrollo de competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales en los estudiantes.
3. Implementación de estrategias que condujeron a la motivación y por ende a la construcción autónoma del conocimiento del estudiante en función de sus saberes previos, destaca la investigación formativa, los ABP (aprendizaje basado en problemas o aprendizaje basado en proyectos) en este sentido la matemática es útil y atractiva.
4. Elaboración de material: guías de ejercicios y problemas contextualizados evocados con los cuales puede activar el análisis, argumentación, comprensión, para llevar del lenguaje coloquial al lenguaje matemático a través de una ED, recordar el método cuantitativo de solución de la ED, la integración con los saberes previos y la capacidad creativa e innovadora para resolver problemas reales o contextualizados empleando la modelación matemática, todo esto encamina el aprendizaje significativo.

5. Selección de los medios adecuados de forma coherente y pertinente que conlleven a un aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales, por ejemplo la inmersión de software especializado con el objeto de analizar, interpretar gráfica o geométrica la solución de determinadas ecuaciones diferenciales o también la solución numérica.
6. Aplicación de actividades de retroalimentación fortaleciendo los indicadores donde se evidencia mayor deficiencia de acuerdo al diagnóstico obtenido en el pre test, estas actividades se implementan desde asesorías o tutorías.
7. La evaluación se realizó en función de las competencias de aprendizaje, fue continua, sumativa, formativa y acreditable durante todo el proceso de EA, para el estudiante fue una actividad de aprendizaje, para el docente como actividad didáctica que permitió retroalimentar y mejorar el proceso, estuvo orientada al logro de aprendizajes significativos.
8. Se promovió el trabajo colaborativo en un entorno sociable de trabajo para la interacción con sus compañeros y con el docente, el compromiso responsable que cada uno de los estudiantes debe tener en su auto aprendizaje apoyando el trabajo grupal como individual, el desarrollo de las tareas propuestas y la discusión matemática, con el fin de lograr el aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales.

El **rol de los estudiantes** en su aprendizaje fue protagónico, implicados, motivados y comprometidos, desarrollaron investigaciones bibliográficas, ejercicios, lecturas y prácticas complementarias que permitieron desarrollar procesos cognitivos como interpretación, reflexión crítica, argumentación, deducción, análisis y aplicación de los nuevos conocimientos matemáticos, la articulación de los mismos forman la estructura mental del estudiante, las que servirán como base y anclaje con la nueva información y así expandir su aprendizaje, además actitudes cooperativas, responsables, solidarias para el trabajo en equipo que promueven las

relaciones sociales y contribuyen al saber ser. El aprendizaje se produce a través de la interacción y articulación sistémica de varias dimensiones como la psicológica, que hace referencia a los procesos cognitivos (Teoría Psicogenética), social (Teoría Sociocultural) y el CONTEXTO. La imbricación de estos espacios tiene como fin el aprendizaje significativo, el mismo que se efectúa al integrar el conocimiento nuevo con los conocimientos previos que tiene el estudiante de modo que perduren en el tiempo.

Aspectos del Modelo Didáctico Contextual.

El modelo es flexible, no pretende ser un estricto recetario que se aplique por cada sesión de aprendizaje, sino que se ejecuta y adecua según:

- Las deficiencias más altas de los indicadores que se obtienen a partir del diagnóstico, reforzándolas con las estrategias adecuadas.
- Los conocimientos previos de los estudiantes
- Los contenidos curriculares.
- El tiempo establecido en el Plan curricular.
- Los recursos tecnológicos de los que se dispone.
- La evolución del aprendizaje que se manifiesta a través de la interacción, la participación activa durante las sesiones de aprendizaje.
- La evaluación que permite hacer la respectiva retroalimentación en los aspectos de mayor dificultad.

1.9.1. Fases de la propuesta del Modelo Didáctico Contextual para desarrollar aprendizaje significativo en estudiantes de Ingeniería en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales.

Se plantean fases para la ejecución del Modelo Didáctico, las que **se articulan sistémicamente** a lo largo del proceso de enseñanza aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales, sin embargo, para su comprensión consideramos:

- Que, se debe considerar la información diagnóstica del pre test para reforzar y mejorar los indicadores del proceso de aprendizaje con mayor deficiencia en los estudiantes.
- Que, de acuerdo con los saberes pre-existentes en los estudiantes se debe diseñar, planificar, organizar y ejecutar las estrategias necesarias para el aprendizaje significativo.
- Que, las sesiones de aprendizaje se diseñan, planifican y ejecutan en relación con los contenidos, objetivos y competencias que se busca alcanzar según el plan curricular, además se articulan e integran con las diversas actividades durante el proceso de EA.
- Que, los contenidos del curso se implementan en función del cronograma programado en el sílabo, empleando recursos didácticos adecuados que se complementan con actividades interactivas que implican la resolución de problemas evocados y contextualizados coherente y pertinentemente, los ABP, la aplicación de TIC's, interpretación y comprensión de modelos matemáticos y material de clases.
- Que, la evaluación es un proceso sistemático y continuo; es socializada al inicio del curso, se articula con todas las situaciones didácticas, actividades de los estudiantes, contenidos silábicos y brinda al docente la información para hacer los ajustes en la mejora del proceso de enseñanza que contribuye a alcanzar aprendizajes significativos, autoevaluación, heteroevaluación y coevaluación, a partir de ello se facilitó la retroalimentación en el momento oportuno. El uso de rúbricas para este proceso guía a los estudiantes en el desarrollo de sus actividades y en la consecución de las competencias deseadas.

Fase: Diagnóstico de los indicadores de aprendizaje

Es importante partir identificando las deficiencias en las capacidades relacionadas al aprendizaje significativo cuyos indicadores: recordar, comprender, analizar, aplicar, argumentar, integrar, los conceptos, teoremas y fórmulas de las ecuaciones diferenciales y creatividad para resolver problemas, esta información es trascendente, con ella se diseña,

planifica, organiza y ejecuta el modelo, se reforzará las capacidades con mayor deficiencia y se potenciará las capacidades con menor deficiencia.

Este diagnóstico se realiza al inicio del curso a través de la encuesta aplicada después del pre test.

Fase: Investigación de los conocimientos previos

Los conocimientos previos que poseen los estudiantes influyen en el aprendizaje de nuevos contenidos y temas de estudio. Cuando éstos son precisos y se activan oportunamente, contribuyen positivamente en el aprendizaje. Por el contrario, podrían mermar la adquisición de nuevos conocimientos. (Espejo & Sarmiento, 2017, p. 12).

Es fundamental identificar que conocimientos previos de los estudiantes a través del pre test, con ello se realizan los ajustes y la retroalimentación necesaria para orientar la metodología de enseñanza hacia un aprendizaje significativo.

Se recomienda realizar esta fase al inicio del curso con el objeto de determinar el nivel de conocimientos previos necesarios para el aprendizaje de Ecuaciones Diferenciales. Para ello, se requiere que los estudiantes posean conocimientos básicos de Cálculo Diferencial: Concepto de Derivadas y Diferenciales, propiedades, derivación implícita, la Regla de la Cadena, rectas tangentes, etc., de Cálculo Integral específicamente las técnicas de integración, los Teoremas Fundamentales del Cálculo. Además, conocimientos de Funciones y gráficas de curvas, estos contenidos impartidos en los semestres académicos previos.

Cuando los estudiantes no han adquirido un conocimiento significativo de los prerrequisitos, es necesario reforzar los conceptos, sensibilizar, concientizar y motivar a los alumnos para que actúen responsable y estimule su compromiso propio en el estudio de las Ecuaciones Diferenciales que permita valorar su utilidad e importancia. El reforzamiento se

puede hacer paralelamente al desarrollo de contenidos, a través de problemas que el profesor asigne y del uso de videos tutoriales, también en las horas de asesoría o tutoría se puede complementar para nivelar a los estudiantes con mayor deficiencia.

Fase: Motivación.

Según McCombs (1988), citado por Núñez et al. (1999) el éxito en el aprendizaje depende de la motivación, el compromiso y la interacción del estudiante. Esto se logra a través de la construcción de conocimientos significativos y la aplicación de capacidades y habilidades, “estrategias cognitivas, metacognitivas, afectivas y motivacionales”. En relación a las matemáticas la motivación es clave para el aprendizaje, esto se puede lograr con la selección de material apropiado, problemas contextualizados donde el estudiante pueda aplicar sus conocimientos apreñados, el trabajo colaborativo, técnicas de estudio, el empleo de la modelación matemática como recurso didáctico, el ABP, la aplicación de TIC's.

La importancia y la justificación de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales en la formación profesional de un ingeniero, así como las múltiples aplicaciones y modelos matemáticos que pueden ser resueltos con ecuaciones diferenciales permiten conectar los conocimientos con el contexto, constituyen una fuente de motivación para los estudiantes.

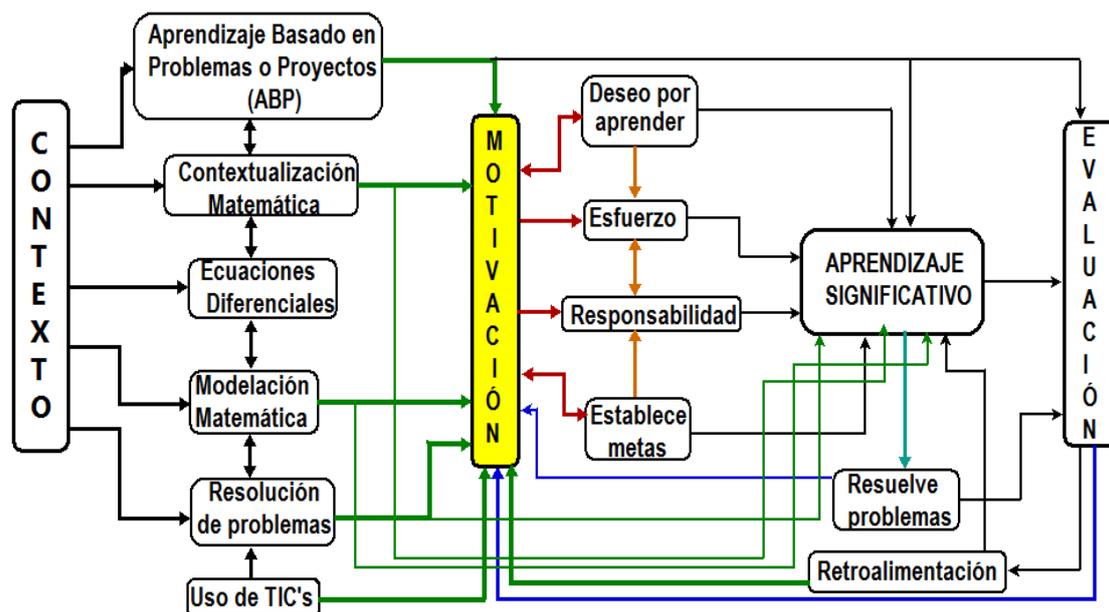
La motivación debe ser continua y permanente durante el proceso de enseñanza aprendizaje, para tal fin el docente aplica estrategias activas, genera condiciones para activar y mantener el interés por el aprendizaje.

El significado, la valoración, importancia y la utilidad que las ecuaciones diferenciales tienen para su formación profesional también es un estímulo motivacional. Además, el anhelo del estudiante de lograr el éxito en su rendimiento académico es una motivación intrínseca.

En el Modelo Didáctico Contextual (MDC) proponemos una motivación permanente. El valor que el estudiante otorgue al curso de Ecuaciones Diferenciales dependerá de la

utilidad, importancia, aportes y aplicabilidad de las Ecuaciones Diferenciales que el estudiante contemple y considere necesarios para su formación profesional y de allí la importancia de la contextualización matemática a través de una selección de problemas o situaciones ligados a su especialidad y al contexto, la metodología ABP (aprendizaje basado en problemas o proyectos), las TIC's, para ilustrar de modo gráfico, geométrico y numérico las soluciones de las Ecuaciones Diferenciales, la resolución de problemas son elementos externos que *proviene del apoyo didáctico y contribuyen a la motivación del estudiante*. En conjunción está el proceso de evaluación que valora las capacidades, habilidades, actitudes encaminadas al logro de metas y al aprendizaje significativo de los estudiantes al mismo tiempo constituyen un estímulo a través de los incentivos y la retroalimentación.

Figura 5
Motivación en el Modelo didáctico contextual



Nota: Elaborada por el autor Adelmo Pérez Herrera

Fase: Construcción del aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales

Esta fase prioriza el aprendizaje de los estudiantes con un enfoque de predominio constructivista y articula los contenidos según el Plan Curricular de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales con el contexto, involucra diversas actividades didácticas para su concreción, que según los contenidos se implementan.

La implementación de metodologías se realiza de modo que ayuden al estudiante a construir, desarrollar ideas y conceptos matemáticos siempre comprendiendo, atribuyendo significado a lo que se está haciendo, en un inicio partiendo de problemas contextualizados evocados, situaciones contextualizadas, la modelación matemática en un contexto más amplio a través de proyectos afines con su especialidad.

La articulación, integración sistémica y sistemática, conjunción del contexto, la didáctica y las ecuaciones diferenciales contribuyen al desarrollo de aprendizaje significativo.

Las **definiciones, conceptos, propiedades y teoremas** en las ecuaciones diferenciales son muy importantes para comprender su estudio, apoyadas en situaciones contextuales permiten la formulación de modelos matemáticos. Por ejemplo, la muy conocida *Ley de enfriamiento de Newton*:

“La temperatura de un cuerpo varía de modo proporcional a la diferencia de la temperatura del cuerpo y la temperatura del medio ambiente”

Esta ley, es un modelo matemático, permite conocer y predecir la evolución (“variación o tasa o razón de cambio instantánea”) de la temperatura en el tiempo de un determinado cuerpo; su formulación matemática puede ser usada o adaptada a otras situaciones contextuales como condensación, vaporación, cristalización, radiación, reacciones químicas, pronósticos económicos, etc., tales adaptaciones se logran después de haber desarrollado procesos cognitivos de nivel superior como la creatividad.

La formulación matemática precisa la comprensión de la definición matemática de ecuación diferencial, su significado en el contexto, para tal efecto:

Tabla 7
Modelo matemático para el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales

Identificación de Variables y parámetros	Comprensión del significado de definiciones y conceptos	Formulación matemática
<ul style="list-style-type: none"> • <i>Variable independiente:</i> $t = \text{tiempo}$ • <i>Variable dependiente:</i> $T = \text{temperatura}$ • <i>Constante de proporcionalidad:</i> k <i>(asociada al material y superficie del cuerpo)</i> • <i>Temperatura del ambiente:</i> T_a 	<p>Derivada:</p> $\frac{dT}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta t}$ <p>Velocidad o razón de cambio instantáneo de la Temperatura respecto al tiempo.</p> <p>Proporcional a la diferencia entre la temperatura del cuerpo y la temperatura del ambiente y a la superficie del cuerpo $k(T - T_a)$</p>	$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$ <p>Sujeto a:</p> <p><i>Condiciones Iniciales.</i></p>

Nota: Formulación matemática de una situación contextual aplicando ecuaciones diferenciales

Para su solución se requiere que los estudiantes puedan **recordar** los conocimientos previos del método de Variables Separables, la **comprensión** de las variables intervinientes en el contexto, el **análisis** de la solución de forma algebraica y geométrica esta parte se hace sobre la gráfica de $T(t)$ con la ayuda por ejemplo de Wolfram Alpha o Winplot o Geogebra o con una aplicación para graficar funciones, **argumentar** el procedimiento empleado, **aplicar** técnicas cuantitativas de las EDO para resolver problemas contextualizados, con lo cual el

estudiante **integra** estos conocimientos a los que posea para poder usarlo en situaciones nuevas, cuando se logra esto el estudiante ha desarrollado la **creatividad e innovación**.

El proceso anterior implica el aprendizaje significativo de los estudiantes.

En la siguiente figura extraída del material de clase preparado por el docente, se muestra un problema contextualizado.

Figura 6

Problema aplicado de EDO de primer orden

1.3.3 Problema: Ley de Torricelli

La Ley de Torricelli es una de las leyes dentro de la mecánica de fluidos (hidrodinámica e hidrostática). Esta ley estudia el fluido de un líquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad. A partir de la Ley de Torricelli se puede calcular el caudal de salida de un líquido por un orificio. *"La velocidad de un líquido en un depósito abierto, por un orificio, es la que tendría un cuerpo cualquiera, cayendo libremente en el vacío desde el nivel del líquido hasta el centro de gravedad del orificio"*.

Problema 1.11. Un embudo, en cuya salida se tiene un ángulo de 60° y un área de la sección recta de 0.5cm^2 , contiene agua. En el instante $t = 0$ se abre la salida y el agua fluye hacia afuera. Determinar el tiempo en que se vaciará el embudo. Suponiendo que el nivel inicial es $h(0) = 10\text{cm}$.

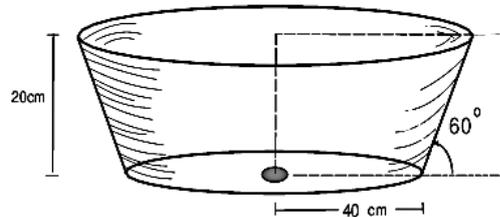
Nota: Adaptado por el autor Adelmo Pérez Herrera del libro de Dennis Zill

En el cual se **comprende** la situación problemática, se identifican las variables, se **analiza** el paso del lenguaje literal al simbólico matemático, se **aplica** la ecuación diferencial para la resolución, se **argumenta** el procedimiento empleado, se **integran** los nuevos conocimientos a los que posee.

En el indicador **crear innovar** se le pide a los estudiantes formular una situación en la que se pueda adaptar el procedimiento empleado, se obtuvieron varias ideas por parte de los grupos, pero entre ellas presentamos la siguiente

En la figura se muestra un tanque, el cual pierde agua por un agujero circular en el fondo. El área del agujero circular es 0.5cm^2 . Deduzca y resuelva

una ecuación diferencial que permita determinar la altura en un instante t . Se sabe además que el tanque inicialmente se encuentra lleno.



El problema fue bien planteado y resuelto, con lo cual se evidenció el desarrollo de los indicadores y la consecución del aprendizaje significativo respecto a este tema.

La construcción del aprendizaje significativo de las EDO en estudiantes de ingeniería se ha desarrollado considerando:

- El aplicar técnicas para resolver ecuaciones diferenciales se desarrolla con la selección de ejercicios por parte del docente, donde se aplican los diversos métodos, por ejemplo en la Primera Unidad el método de variables separables, ED homogéneas, ED reducibles a homogéneas, ED exactas, ED no exacta, Factor Integrante, ED lineal de primer orden, ED de Bernoulli etc.; de la misma forma para las otras unidades donde se abordan Ecuaciones diferenciales de orden superior, Transformada de Laplace.
- En concordancia a los contenidos del Plan Curricular de la Escuela Profesional de Ingeniería las sesiones de aprendizaje teórico – prácticas se realizan con la participación interactiva de los estudiantes, para lo cual el docente selecciona preguntas que generen el conflicto cognitivo despertando el interés y la motivación por el nuevo conocimiento y a través de las respuestas de los estudiantes un panorama más amplio que permita la resolución de problemas.

- La selección de tareas, actividades (tareas, lecturas y otras) por parte del docente están enfocadas a desarrollar las capacidades que conlleven a un aprendizaje significativo, para lo cual el docente ha elaborado material impreso y bibliografía especializada que incluyen problemas contextualizados a partir de los cuales se resuelven modelos matemáticos que pueden ser adaptados en nuevas situaciones y que estimula la creatividad.

La integración del material impreso contribuyó a que el estudiante encuentre sentido y significado al nuevo conocimiento, en este caso las Ecuaciones Diferenciales, el cual se conecta de forma sustantiva con los conocimientos previos en la estructura cognitiva del estudiante.

- La resolución de problemas contextualizados evocados seleccionados en el material de clase y en la bibliografía contribuyó a la contextualización matemática, en algunos casos modelos matemáticos que contribuyeron a desarrollar el producto acreditable (ABP)

Considerando que los estudiantes aprenden de distinta manera, se incluye en material impreso los contenidos teóricos-prácticos necesarios para lo que se utilizó textos, separatas, guía de prácticas dirigidas desarrolladas en trabajo colaborativo.

Los ejercicios cuantitativos ayudan al aprendizaje de las técnicas cuantitativas que tienen un carácter mecánico o algorítmico-algebraico.

Los ejemplos y problemas contextualizados evocan problemas del contexto que permiten al estudiante relacionar, aplicar los contenidos teóricos, los métodos cuantitativos de las ecuaciones diferenciales con y en situaciones reales.

- El *Aprendizaje basado en Problemas o Aprendizaje Basado en Proyectos*, y que nosotros representaremos con **ABP**, se desarrolló transversal a lo largo del curso, en grupos de cinco estudiantes quienes abordaron una situación o problema del contexto afín con los intereses

de su respectiva escuela profesional, su ejecución y solución siguió un cronograma de trabajo de monitoreo por parte del docente, donde los estudiantes de forma colaborativa interactuaron entre ellos.

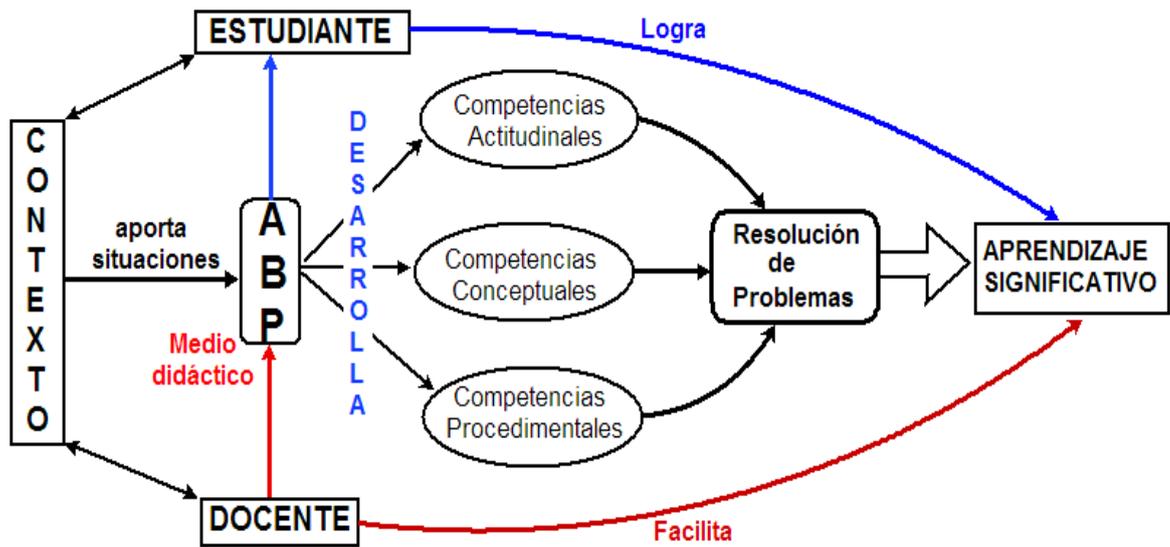
Los ABP permitieron activar procesos como comprensión, análisis, interpretación, de las ecuaciones diferenciales y su relación con el problema en cuestión lo que les permitió seleccionar, organizar la información necesaria para plantear, planificar, formular y construir modelos matemáticos que permitieron desarrollar el producto acreditable.

El empleo de ABP permitió al estudiante desarrollar habilidades para la indagación, a la vez autonomía en su aprendizaje y a trabajar colaborativamente en equipo.

El rol docente en el desarrollo del ABP fue tutorial y facilitador, según cronograma (cada semana) revisó los avances realizando las sugerencias y observaciones pertinentes para que los estudiantes construyan la solución del problema, con esta metodología se buscó que el estudiante relacione e interactúe de modo sustancial la nueva información con una estructura de conocimiento específico existente en su estructura cognitiva lo cual conduce a una asimilación que perdura en el tiempo y a la vez desarrolle un aprendizaje significativo.

La evaluación del ABP es continua y se acredita con los informes parciales según cronograma acordado y en la última semana con la exposición y sustentación del problema o proyecto, en relación a la valoración de la evaluación detallaremos más adelante.

Figura 7
 ABP en el Modelo didáctico contextual



Nota: Elaborada por el autor Adelmo Pérez Herrera

- El uso de **Tecnologías de la información y software especializado**, es necesario, su dominio constituye una habilidad social importantísima, es parte del conocimiento en la formación profesional, no sólo del ingeniero sino también de cualquier otro especialista puesto que facilita la búsqueda y análisis de información.

El uso de Tecnologías contribuye en el aprendizaje del estudiante de diversas formas, en su investigación Rincón, Vergel & Ortega (2015) concluyen que el uso de la Tecnología aumenta la motivación de los estudiantes, generando disposición para aprender las matemáticas.

En su investigación Rincón L.O. manifiesta que

...la utilización de las TIC como instrumento mediador de las matemáticas apoya la transmisión de conocimientos por parte del profesor, la adquisición de conocimientos y la estimulación de la creatividad de los estudiantes, siendo su aprendizaje significativo y enriquecedor a la

interacción profesor-estudiante, de acuerdo con lo descrito en Parra & Díaz (2014).

En efecto, la aplicación de las TIC's permitieron visualizar las gráficas correspondientes a la solución de una ecuación diferencial, así poder interpretar o predecir su comportamiento, obtenemos gráficas precisas que son más atractivas que las realizadas a mano, además optimizan tiempo, para tales fines sugerimos el Winplot que es de acceso libre, no requiere conocer elementos de programación, también podemos usar el Wolfram Alpha, Geogebra, entre otros.

Además, permite analizar el comportamiento de la solución de ecuaciones diferenciales de primer orden a través del campo de direcciones o isóclinas, sin tener que encontrar la solución de la ecuación diferencial.

Por ejemplo, en el problema de la Ley del enfriamiento de Newton da significatividad al estudio de ecuaciones diferenciales de variable separable

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_a),$$

del método de Variables Separables:

$$\frac{dT}{(T - T_a)} = k dt$$

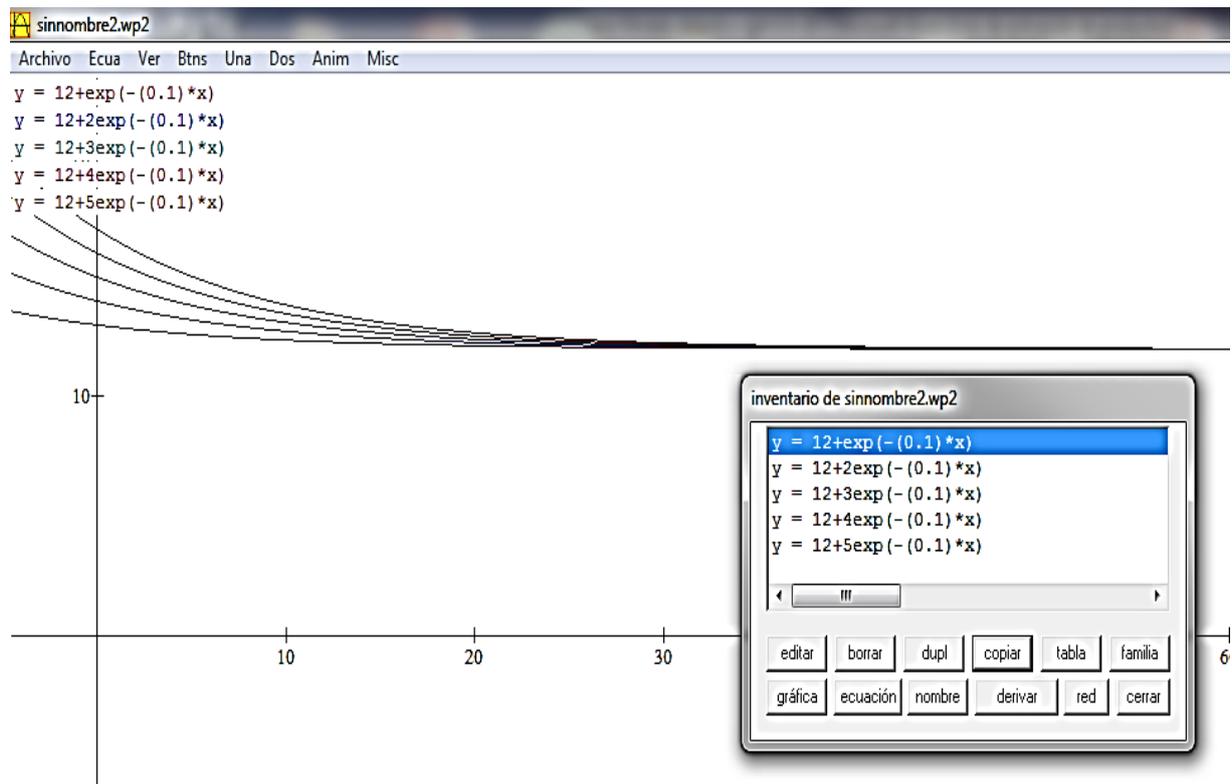
Integrando se obtiene una expresión para la temperatura en términos del tiempo

$$T(t) = T_a + C e^{-kt}, \text{ donde } C \in \mathbb{R}.$$

Esta solución, se observa que corresponde a una función decreciente que a medida que el tiempo aumenta la temperatura del cuerpo tiende a la temperatura del ambiente. Sin embargo, resulta más conveniente emplear Software para analizar geoméricamente casos particulares

Por ejemplo, para $T_a = 12$ y $C=1, 2, 3, 4$ y 5 , apreciamos las siguiente gráfica obtenida con Winplot

Figura 8
Comportamiento de la solución

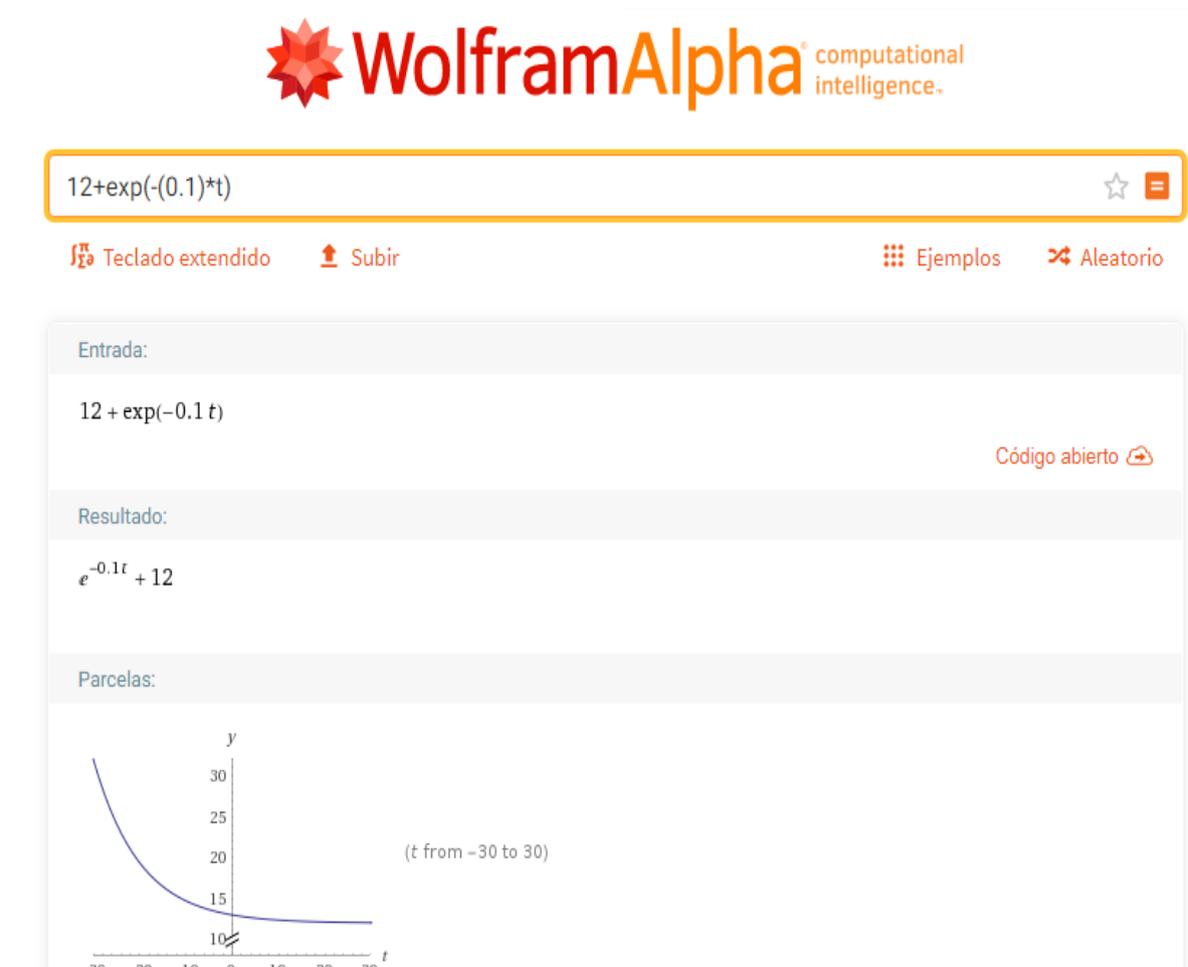


Nota: Gráfica obtenida con Winplot

Por ejemplo, para $T_a = 12$ y $C=1$, apreciamos la siguiente gráfica obtenida con

Wolfram Alpha

Figura 9
Comportamiento de la Solución

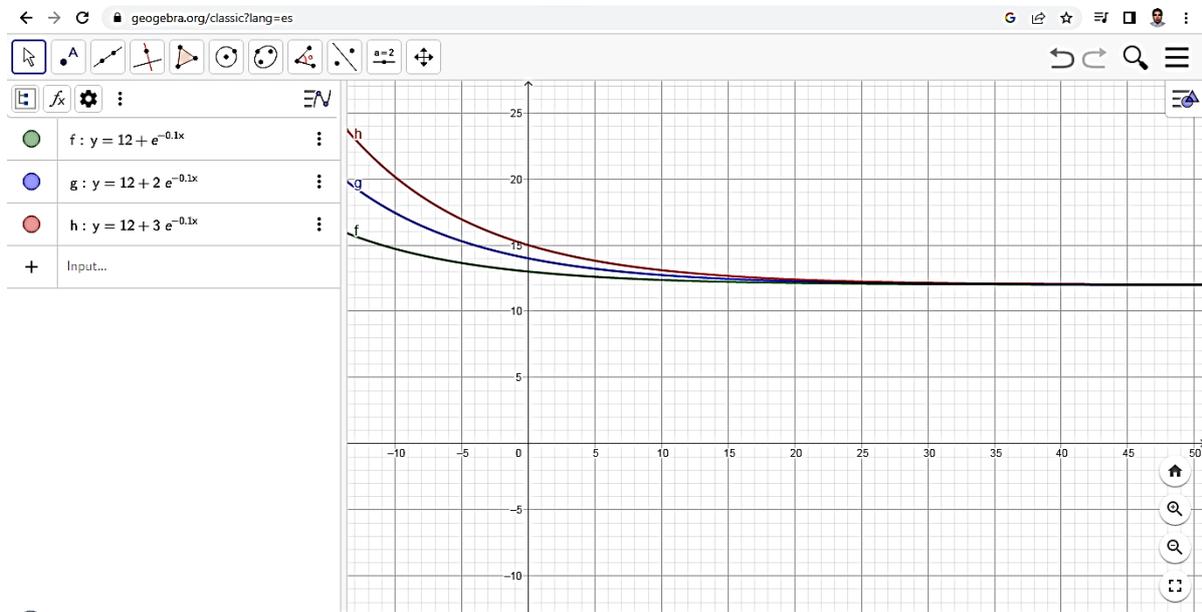


Nota: Gráfica con WolframAlpha

Por ejemplo, para $T_a = 12$ y $C=1, 2$ y 3 , apreciamos las siguiente gráfica obtenida

con Geogebra

Figura 10
Comportamiento de la Solución



Nota: Gráfica de la Solución con Geogebra

Las gráficas muestran el comportamiento geométrico de la solución, en este caso $T(t)$ y permite inferir el comportamiento futuro, como se aprecia se estabiliza en T_a .

Cambiando los valores de los parámetros T_a , C y k se volvió a analizar el comportamiento de las curvas solución y con esta nueva información inductivamente se pudo obtener conclusiones generales para esta situación y al contrastarlo con el contexto o la realidad estas conclusiones son coherentes.

Con las situaciones expuestas líneas antes coincidimos en que:

Algunas de las ventajas del aprendizaje con la incorporación de las TICs incluye desarrollar el arte de la experimentación, estimular habilidades analíticas, la comprensión del aprendizaje conceptual por asociación y el trabajo en colaboración (Ré et al., 2012)

En efecto, las gráficas complementan el aprendizaje de los estudiantes, facilitaron y desarrollaron aspectos cognitivos como el análisis, motivaron a los estudiantes, generaron inquietudes, despertaron interés, además optimizaron tiempo para la comprensión del problema y enfáticamente dieron significado al problema contextual en estudio.

- Los recursos empleados como la Internet brindaron información respecto a los contenidos, evolución histórica, videos, direcciones electrónicas sirvieron de motivación y complemento en la enseñanza- aprendizaje, la cual se hizo más dinámica. También, brindaron información valiosa para la indagación en cuanto al ABP que se asignó a los estudiantes.
- Los equipos multimedia proporcionan ayuda para visualizar los resultados obtenidos con los programas usados, además de los ppts que permiten optimizar tiempo en casos iterativos y numéricos, en el futuro esperamos que el aula virtual permita un mayor flujo de información.

La autoevaluación permite al estudiante ser consciente de su evolución en el aprendizaje, además de motivarlo y reforzarlo en sus deficiencias.

Fase: Evaluación del aprendizaje de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales.

La Evaluación tiene un rol importante en el aprendizaje, existe una vasta teoría de ella, tiene como propósito verificar si el estudiante ha logrado las competencias planteadas, en este proceso se contrasta y constata el aprendizaje alcanzado y en qué nivel (Núñez et al. 1999).

En la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo por normatividad la evaluación es sumativa, sin embargo consideraremos una mixtura con la evaluación formativa para considerar aspectos más amplios referentes al desarrollo de competencias conceptuales, procedimentales, actitudinales orientadas a la resolución de problemas y como corolario un aprendizaje significativo de las Ecuaciones diferenciales.

La evaluación no sólo fue un instrumento de medición de dominio de contenidos o reproducción de información, sino que permitió obtener información de cómo están aprendiendo, cuánto están aprendiendo, dónde presentan mayores dificultades y con ella hacer la retroalimentación y ajustes pertinentes.

La evaluación ayudó a desarrollar capacidades como recordar, comprender, analizar, argumentar, aplicar, integrar, crear e innovar en la solución de problemas afines a la especialidad, en tal sentido resaltamos la importancia de la conjunción entre la capacidad saber, la capacidad hacer y la capacidad ser, dichas capacidades se desarrollan a través de la integración de las diversas actividades propuestas en el MDC.

Además la evaluación sirvió como estímulo que propició la interacción de los estudiantes a través de las participaciones en las sesiones de aprendizajes, el desarrollo de sus capacidades y destrezas cognitivas, el compromiso y la participación en las actividades de aprendizaje, como por ejemplo el desarrollo del proyecto o problema (ABP), responsabilidad y puntualidad en el cumplimiento de dichas actividades de acuerdo al cronograma establecido,

en consecuencia el estudiante se tornó autónomo, colaborativo y gestor de su aprendizaje, es decir aprende a aprender. La conexión sustantiva de la nueva información con los conocimientos previos, permitirán aplicar los contenidos teóricos en la solución de situaciones contextuales acordes con su perfil profesional.

Las actividades a evaluar y el producto del ABP se evalúan de acuerdo a rúbricas propuestas que permitan el aprendizaje significativo.

La ponderación en la evaluación es muy importante, ella sirve de estímulo y motivación, se realizó en coherencia con los objetivos de aprendizaje, es decir el aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales. La ponderación de la evaluación consideró para el desarrollo y sustentación del Proyecto un peso de 40% en el promedio final de la asignatura. El promedio de las evaluaciones escritas un peso de 30%; el promedio de desarrollo de actividades de aprendizaje (prácticas calificadas, intervenciones orales, desarrollo de trabajos individuales o grupales), un peso de 30% del promedio final.

$$NF = \frac{40(ABP) + 30(PEE) + 30(PAE)}{100}$$

Donde

NF =Nota final

ABP =Promedio del ABP

PEE = Promedio de las evaluaciones escritas.

PAE =Promedio de las Actividades de Aprendizaje.

El desarrollo del ABP se realizó según el cronograma

Semana								
4	Discusión y presentación del tema a investigar							
6	x	Introducción y objetivos						
7	x	x	Realidad Problemática. Planteamiento del problema					
8		x	x	Formulación del problema: Identificación de Variables				
10			x	x	Justificación e importancia			
12				x	x	Antecedentes y bases teóricas		
14					x	x	Resolución del Problema y conclusiones	
16								Exposición Sustentación

La presentación del progreso del proyecto por parte de los estudiantes permitió al docente hacer un monitoreo del desarrollo y evolución de sus aprendizajes y a la vez proporciona un panorama más amplio para su evaluación, además que sus avances inciden en su motivación y también reciben retroalimentación por parte del docente.

El cronograma de presentación de avances fue flexible para poder hacer la mejora en los proyectos que requerían, se inicia en la semana 4 porque el estudiante a esta fecha cuenta con los saberes que le permitirán desarrollar el ABP..

El tema a investigar, de preferencia, debe ser afín a su especialidad, en particular Ingeniería, que despierte el interés y la motivación en el aprendizaje de las Ecuaciones diferenciales que constituyen una herramienta útil en la solución de muchos problemas aplicados a la ingeniería.

Las evaluaciones escritas están determinadas por el examen parcial y final conectadas coherentemente con las metas de aprendizaje y el logro de aprendizajes significativos, en tal sentido deben incluir ítems que permitan desarrollar capacidades interpretativas, analíticas, críticas, reflexivas, aplicativas, creativas.

Las actividades de aprendizaje están constituidas por las prácticas calificadas, las intervenciones orales, presentación y exposición de trabajos individuales o grupales.

El fin de las evaluaciones es que el estudiante desarrolle las competencias requeridas para su formación profesional, en consecuencia no es sólo medir el nivel de logros, sino que se torna una retroalimentación permanente.

Además, el estudiante que tiene una nota final mayor o igual que ocho tiene la oportunidad de rendir un examen sustitutorio.

Otros indicadores de la evaluación son detallados en el sílabo teniendo en cuenta el Reglamento de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

CAPÍTULO II: DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo, se expone la metodología aplicada en la investigación, la cual nos proporciona una visión general de las actividades y estrategias empleadas para validar la hipótesis. A continuación, se describe el tipo y diseño de la investigación, población y muestra, también un análisis de la investigación con los instrumentos aplicados.

2.1. Tipo y diseño de investigación

Se realizó el diseño con pre-test, pos-test y grupo único, consistente en el esquema con grupo antes y después del proceso.

Tipo de Investigación. Corresponde a una investigación aplicada.

Investigación Aplicada: Es la utilización de los conocimientos en la práctica, para aplicarlos, en la mayoría de los casos, en provecho de la sociedad.

Diseño de la Investigación.

Diseño Cuasi experimental: El estudio se aplicó al total de los estudiantes de Ingeniería de Sistemas que cursaron la asignatura de Ecuaciones Diferenciales en el ciclo 2017-I, por ser una población no muy grande se aplicó en su totalidad sin tener que hacer una selección aleatoria para una muestra más pequeña.

Empleamos algunas de las técnicas mediante las cuales se puede recopilar información en un estudio cuasi experimental como pruebas estandarizadas (pre test y post test), encuestas, entrevistas.⁴

Esquema del diseño con grupo antes y después del proceso.

Diseño con pre test, pos test y grupo único

⁴ DISEÑOS CUASIEXPERIMENTALES. *Ángela María Segura Cardona. Universidad de Antioquia. Julio de 2003*

O₁: Mediciones en la muestra en el Pre test.

O₂: Mediciones en la muestra en el Pos test.

X: Procedimiento del Modelo Didáctico Contextual.

$$O_1 \rightarrow X \rightarrow O_2$$

2.2. Población y muestra.

Población: “Es el conjunto de todos los elementos de interés en determinado estudio”

(Anderson, Sweeney y Williams, 1999, p.14).

Población de Estudio: Estudiantes del Tercer Ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas, del ciclo 2017-I, de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo – Lambayeque. La población **N**, atendiendo a las variables, estuvo conformada por **N = 50**.

Muestra:

“Es un subconjunto de la población” (Anderson, Sweeney y Williams, 1999, p.14). En esta investigación la muestra coincide con la población.

Muestra de Estudio: El estudio se realizó con grupo único, por lo tanto la muestra está representada por la misma población de estudio; la cual se analizará en toda la población estudiantil del Tercer Ciclo 2017 - I de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas, de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo – Lambayeque, correspondiente a un total de 50 estudiantes.

2.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

La técnica de gabinete se aplicó en la investigación, con la cual se recopiló la información teórica base para la elaboración del Modelo Didáctico contextual; se empleó un test para el diagnóstico del aprendizaje al inicio y después de aplicado el modelo, la técnica de

campo a través de un cuestionario que se realizó después del post test permitió evaluar el aprendizaje de los estudiantes de ingeniería de sistemas de la UNPRG en la asignatura de ecuaciones diferenciales.

El instrumento (cuestionario) fue validado por expertos relacionados a la enseñanza de la matemática.

2.4. Procedimiento.

Considerando la naturaleza prospectiva que debe tener un Modelo didáctico, la investigación inició con el diagnóstico a través de un pre test que puso en evidencia las deficiencias en cuánto al aprendizaje de las ecuaciones diferenciales, seguidamente se procedió a seleccionar los fundamentos, la teoría base articulado sistémicamente con el contexto y el plan curricular para elaborar el modelo didáctico contextual, luego de aplicado el modelo se realizó el post test y la encuesta a los estudiantes que previamente fue evaluado por tres expertos, con la información obtenida se realizó el análisis estadístico.

2.5. Método de análisis de datos

La estadística descriptiva proveyó de herramientas para el análisis de los datos, se elaboraron tablas, gráficos estadísticos con los cuales se analizó e interpretó la realidad en contraste con el problema.

El análisis de la información arrojada por un diseño cuasi experimental permitió realizar diversos análisis estadísticos como Kolmogorov-Smirnov y Shapiro Wilk mostraron que la muestra no fue normal, por lo que la comparación, de los datos estadísticos, aplicada después del Pre test y Post test se realizó utilizando la Prueba de rangos con signo de Wilcoxon, para tal efecto se empleó el software SPSS 22.

CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos durante la investigación, luego se analizan y se discuten sobre su alcance, otorgando de esta manera significatividad científica a la investigación dentro del campo de las ciencias de la educación.

A partir de este análisis se emiten las conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones y como propuesta para el logro de aprendizajes significativos de las ecuaciones diferenciales.

3.1 Análisis e interpretación de los resultados del pre-test del curso de Ecuaciones Diferenciales en los estudiantes de la escuela profesional de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG.

Después de aplicar el Pre-Test conformado por preguntas de Cálculo Diferencial e Integral que son prerrequisitos y constituyen los saberes previos para el aprendizaje de Ecuaciones Diferenciales, de las calificaciones obtenidas inferimos que las deficiencias de los estudiantes se manifiestan en la poca capacidad para recordar, comprender, analizar, aplicar, argumentar, integrar los conceptos, teoremas y fórmulas de las Ecuaciones Diferenciales, crear e innovar procedimientos para la resolución de problemas contextualizados, modelos matemáticos y en consecuencia desarrollar aprendizajes significativos de las ecuaciones diferenciales.

Tabla 8
PRE TEST (Anexo N° 1) . Resultado de la evaluación del Pre Test

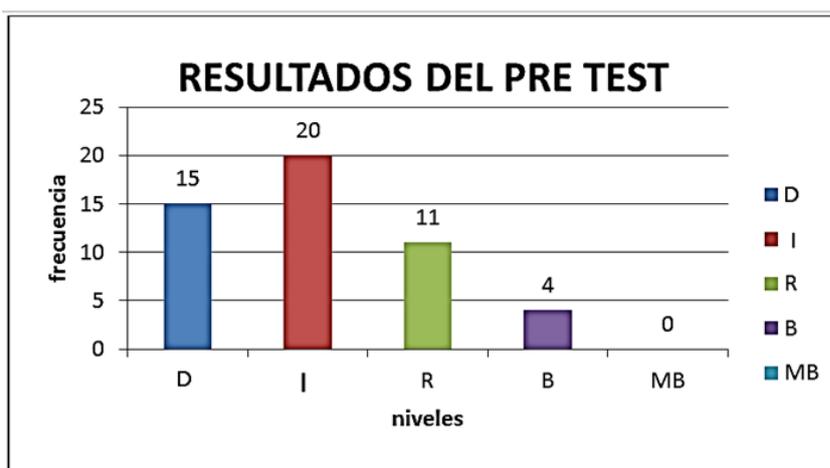
TNotas	x_i	f_i	%	Nivel
<0,5]	2.5	15	30	Deficiente (D)
<5,10]	7.5	20	40	Insuficiente (I)
<10,13]	11.5	11	22	Regular (R)

<13,17]	15	4	8	<i>Bueno (B)</i>
<17,20]	18.5	0	0	<i>Muy bueno (MB)</i>
Total		50	100	

Nota: Evaluación a 50 estudiantes del 3° Ciclo 2017-I de la Escuela de Profesional de Ingeniería de Sistemas. UNPRG de Lambayeque.

Figura 11

Resultado de la evaluación del Pre Test



Nota: Aplicado a los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ciclo 2017-I

Interpretación de la evaluación del Pre Test:

En la Tabla 1 se observa que el 30% de los estudiantes tuvieron un nivel deficiente, respecto a los conocimientos previos que se requiere para el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales. El 40% de estudiantes, se ubicaron en el nivel insuficiente, el 22% de estudiantes se ubicaron en un nivel regular mientras que el 8% tuvieron un nivel bueno.

El promedio obtenido después de aplicar el Pre Test a los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG fue 8.44, lo cual evidencia que la gran mayoría de estudiantes no logró un aprendizaje significativo de los prerrequisitos o saberes previos requeridos.

3.2 Análisis e interpretación de los resultados respecto a los indicadores obtenidos de la encuesta aprendizaje significativo.

Después de aplicado el pre test se realizó la encuesta aprendizaje significativo a los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG, su análisis corresponde al diagnóstico del aprendizaje significativo y se obtuvo los siguientes resultados respecto a los procesos cognitivos indicadores de la variable.

Respecto al proceso de RECORDAR como indicador de aprendizaje se muestra la figura

Figura 12

Indicador recordar correspondiente al pre test

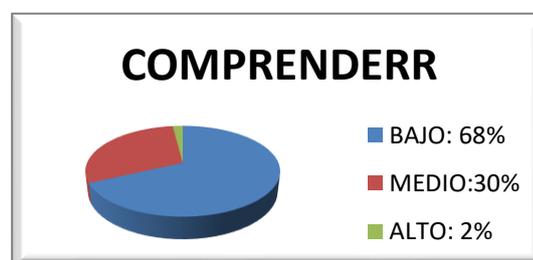


Se ha obtenido que el 64% de estudiantes muestra un nivel bajo, 36% un nivel medio y ningún estudiante un nivel alto.

Respecto al proceso COMPRENDER como indicador de aprendizaje se muestra la figura

Figura 13

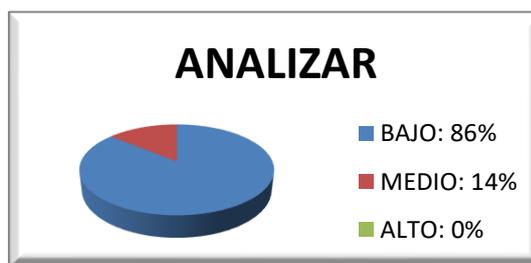
Indicador comprender correspondiente al pre test



Se ha obtenido que el 68% de estudiantes muestra un nivel bajo, 30% un nivel medio y 2% un nivel alto.

Respecto al proceso ANALIZAR como indicador de aprendizaje se muestra la figura

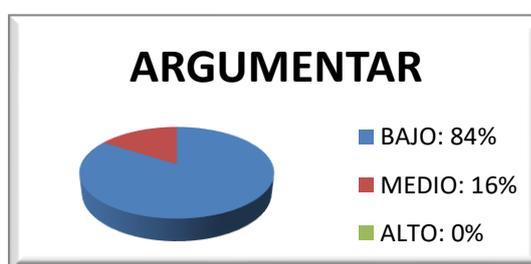
Figura 14
Indicador analizar correspondiente al pre test



Se ha obtenido que el 86% de estudiantes muestra un nivel bajo, 14% un nivel medio y ningún estudiante un nivel alto.

Respecto al proceso ARGUMENTAR como indicador de aprendizaje se muestra la figura

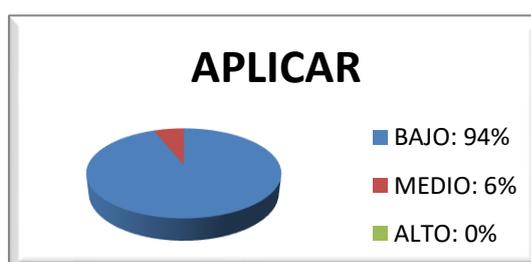
Figura 15
Indicador argumentar correspondiente al pre test



Se ha obtenido que el 84% de estudiantes muestra un nivel bajo para argumentar, 16% un nivel medio y ningún estudiante nivel alto.

Respecto al proceso de APLICAR como indicador de aprendizaje se muestra la figura

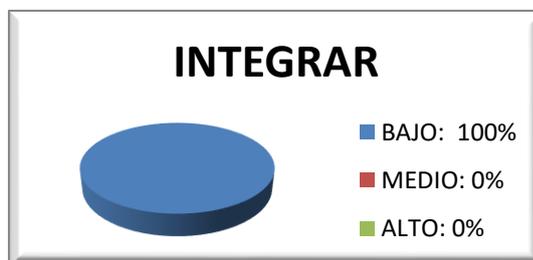
Figura 16
Indicador aplicar correspondiente al pre test



Se ha obtenido que el 94% de estudiantes muestra un nivel bajo y 36% nivel medio respecto al indicador aplicar.

Respecto al proceso de INTEGRAR como indicador de aprendizaje se muestra la figura

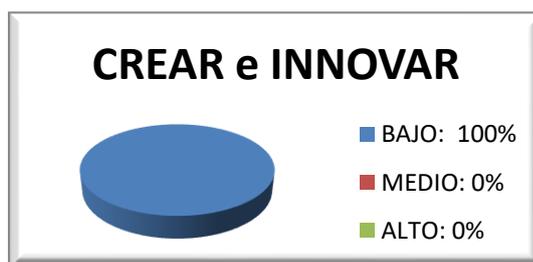
Figura 17
Indicador integrar correspondiente al pre test



Se ha obtenido que el 100% de estudiantes muestra un nivel bajo.

Respecto al proceso de CREAR e INNOVAR como indicador de aprendizaje se muestra la figura

Figura 18
Indicador crear e innovar en el pre test



Se ha obtenido que la totalidad de estudiantes se encuentra en el nivel bajo.

Interpretación:

Los porcentajes obtenidos de los indicadores de la variable aprendizaje muestran que sólo en comprender un estudiante se encuentra en el nivel alto, sin embargo en los otros indicadores ninguno está en el nivel alto; por otra parte a medida que los indicadores como

procesos cognitivos aumentan de jerarquía el nivel bajo aumenta hasta llegar al 100% mientras que el nivel medio disminuye.

Los resultados obtenidos ponen a la luz las deficiencias que presentan los estudiantes de Ingeniería de Sistemas para el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales.

3.3. Análisis e interpretación de los resultados del post test.

Se aplicó el mismo instrumento (encuesta) después de haber aplicado el post test, con el cual se analizó los indicadores respecto a la variable aprendizaje significativo.

Ítems respecto al indicador: Recordar conceptos, propiedades de las Ecuaciones Diferenciales.

Escala Valorativa = Nunca (1), Algunas veces (2), Casi siempre (3), Siempre (4), Frecuentemente (5).

Indicador: Recordar	1	2	3	4	5
1. Puede enunciar las definiciones y conceptos de las EDO					
2. Reconoce las propiedades de la EDO					
3. Relaciona con facilidad nuevos conceptos de EDO con los conceptos previos del Cálculo Diferencial e Integral.					
4. Reproduce los métodos cuantitativos de las EDO para resolver problemas simples.					
5. En problemas contextuales o con mayor complejidad reconoce las propiedades de EDO que tiene que usar.					

Ítems para la aplicación de la encuesta respecto al indicador: Comprender conceptos, propiedades de las Ecuaciones Diferenciales.

Indicador: Comprender**1 2 3 4 5**

1. Reconoce el tipo de ecuación diferencial que se requiere para calcular una EDO
 2. Identifica con facilidad las variables presentes en un problema contextual que requiere EDO
 3. Clasifica los diversos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias
 4. Resume los métodos cuantitativos de las EDO
 5. Interpreta con facilidad las situaciones contextuales o modelos que requieren de ecuaciones diferenciales.
-

Ítems respecto al indicador: Analizar conceptos, propiedades de las Ecuaciones Diferenciales.

Indicador: Analizar**1 2 3 4 5**

1. Logra priorizar el tipo de ecuación diferencial que se requiere para calcular una EDO
2. Descompone fácilmente en partes la información de un modelo matemático o problema contextualizado describiendo las variables, parámetros y las fórmulas de EDO que usa.
3. Busca similitudes entre modelos matemáticos o problemas contextualizados que usan EDO.
4. Compara los resultados de los problemas obtenidos algebraicamente con aquellos obtenidos utilizando TIC's.

5. Examina geoméricamente las soluciones de problemas contextuales que emplean EDO.
 6. Identifica los conceptos, propiedades o fórmulas de EDO en la solución de problemas.
-

Ítems respecto al indicador: Argumentar conceptos, propiedades de las Ecuaciones Diferenciales.

Indicador: Argumentar	1	2	3	4	5
1. Tiene facilidad para explicar la solución de un problema que usa EDO					
2. Justifica el procedimiento que efectúa cuando resuelve un problema contextualizado con EDO					
3. Evalúa métodos geoméricos y algebraicos para la solución de situaciones con EDO.					
4. Produce métodos alternativos para la resolución de situaciones con EDO					

Ítems respecto al indicador: Aplicar conceptos, propiedades de las Ecuaciones Diferenciales.

Indicador: Aplicar	1	2	3	4	5
1. Le resulta fácil aplicar las EDO en la solución de problemas contextualizados					
2. Esboza métodos de solución de modelos matemáticos empleando EDO					

3. Tiene facilidad para plantear la solución de situaciones contextualizadas que requieren ecuaciones diferenciales.
 4. Transfiere los métodos de las EDO para resolver problemas en contextos diferentes
 5. Conecta el contexto con los conceptos, propiedades y fórmulas de las EDO.
 6. Construye modelos matemáticos que emplean EDO.
 7. Aplica TIC's para resolver situaciones que requieren de EDO.
-

Ítems respecto al indicador: Integrar conceptos, propiedades de las Ecuaciones Diferenciales.

Indicador: Integrar	1	2	3	4	5
1. Integra la nueva información de las EDO a los conocimientos matemáticos previos					
2. Compila la información que obtiene después de analizar un problema contextualizado					
3. Combina métodos geométricos y algebraicos para resolver situaciones que requieren EDO.					
4. Integra las TIC's como una herramienta para justificar la solución de problemas y modelos matemáticos con EDO.					

Ítems respecto al indicador: Creatividad e innovación para la resolución de problemas

Indicador: Creatividad e innovación	1	2	3	4	5
--	---	---	---	---	---

-
1. Diseña métodos de solución para la resolución de problemas que involucran EDO
 2. Optimiza el proceso de solución de una situación que requiere EDO
 3. Elabora modelos matemáticos empleando EDO
 4. Adapta métodos de solución de problemas de diferentes contextos usando EDO
 5. Realiza con facilidad conclusiones de problemas contextualizados con EDO
 6. Implementa métodos geométricos para la resolución de problemas con EDO
 7. Implementa TIC's para la solución de problemas con EDO
-

3.4. Análisis de confiabilidad del instrumento.

Empleando el Alfa de Cronbach, a continuación

Tabla 9

Fiabilidad en el pre test

Estadísticas de fiabilidad en el pre test	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0.912	38

Nota: Aplicado a los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales durante el semestre 2017-I

Análisis: Con lo cual se justifica que existe una alta correlación entre las preguntas del instrumento (encuesta del pre-test) empleada para medir los indicadores del aprendizaje significativo.

Tabla 10
Fiabilidad en el pos test

Estadísticas de fiabilidad en el post test	
Alfa de Cronbach	N de elementos
0.990	38

Luego, se encuentra una alta correlación entre las preguntas del instrumento (encuesta del post test) empleada para medir los indicadores del aprendizaje significativo.

3.5. Análisis e Interpretación de los resultados del post test.

Después de haber aplicado el Modelo Didáctico Contextual a los alumnos de Ingeniería de Sistemas ciclo 2017-I se obtiene la siguiente tabla como resultado de la encuesta aplicada después del post test.

Tabla 11
Niveles de aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales ordinarias alcanzado durante el pos test

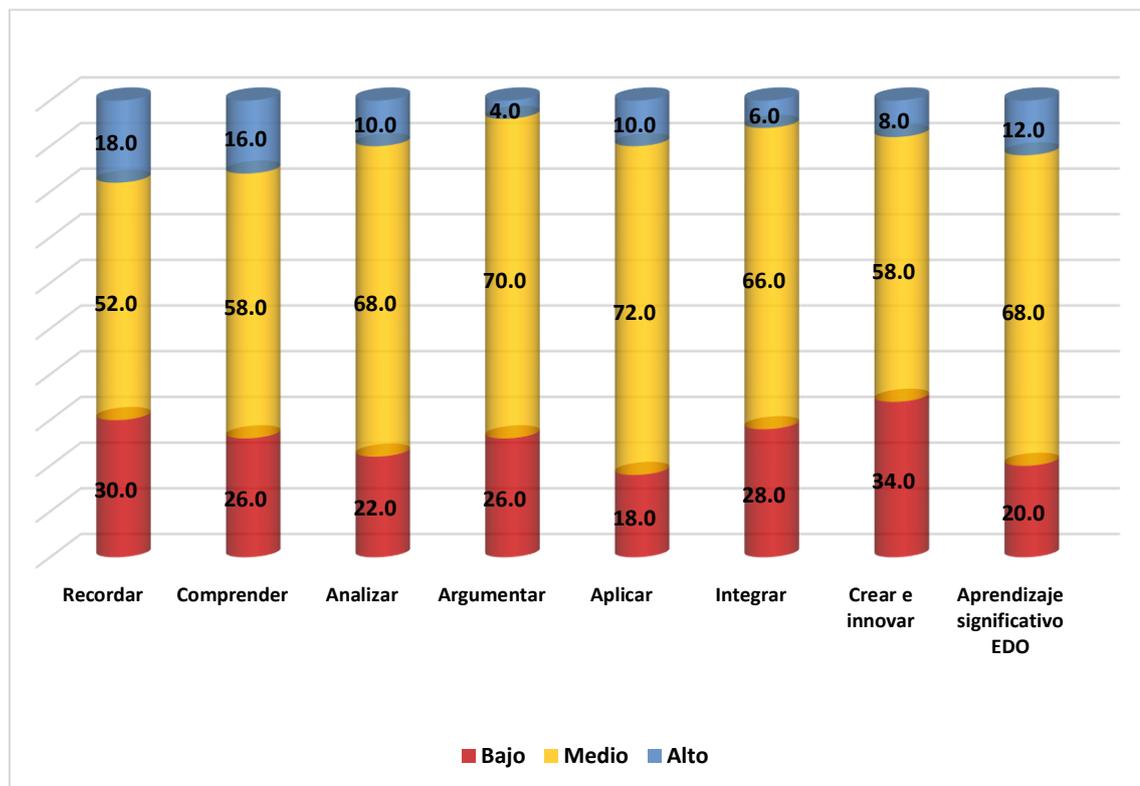
Post test	Nivel	Frecuencia	Porcentaje
Recordar	Bajo	15	30.0
	Medio	26	52.0
	Alto	9	18.0
Comprender	Bajo	13	26.0
	Medio	29	58.0
	Alto	8	16.0
Analizar	Bajo	11	22.0
	Medio	34	68.0
	Alto	5	10.0
Argumentar	Bajo	13	26.0
	Medio	35	70.0
	Alto	2	4.0

Aplicar	Bajo	9	18.0
	Medio	36	72.0
	Alto	5	10.0
Integrar	Bajo	14	28.0
	Medio	33	66.0
	Alto	3	6.0
Crear e Innovar	Bajo	17	34.0
	Medio	29	58.0
	Alto	4	8.0
Aprendizaje significativo de las EDO	Bajo	10	20.0
	Medio	34	68.0
	Alto	6	12.0
Total		50	100.0

Nota: Aplicado a 50 estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG-2017-I

Figura 19

Niveles de aprendizaje en el post test



Nota: Evaluación a 50 estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG-2017-I

Interpretación:

En la tabla se aprecia un predominio de niveles medios en la variable aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales ordinarias y en sus dimensiones en el post test, es así que, en la dimensión recordar el 52% obtuvo un nivel medio, en la dimensión comprender el 58% mostró un nivel medio, en la dimensión analizar el 68% tuvo un nivel medio, en la dimensión argumentar el 70% obtuvo un nivel medio, en la dimensión aplicar el 72% mostró un nivel medio, en la dimensión integrar el 66% obtuvo un nivel bajo, en la dimensión crear e innovar un 58% mostró un nivel medio y el la variable aprendizaje significativo de las EDO un 68% obtuvo un nivel medio.

Tabla 12

Descripción de los puntajes de aprendizaje significativo obtenido durante el post y pre test

Descriptivos	Recordar	Comprender	Analizar	Argumentar	Aplicar	Integrar	Crear e innovar	Aprendizaje significativo de las EDO
Media	-6.38	-6.66	-8.00	-4.86	-9.08	-4.68	-7.80	-47.46
Mediana	-7.00	-7.00	-10.00	-6.00	-11.00	-5.00	-10.00	-61.50
Mínimo	-12.00	-11.00	-16.00	-9.00	-18.00	-10.00	-17.00	-78.00
Máximo	0.00	1.00	3.00	2.00	0.00	0.00	0.00	6.00
Rango intercuartil	5.50	5.00	7.00	3.25	11.25	9.00	14.00	49.25

Nota: Aplicado a 50 estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG-2017-I

Interpretación:

En cuanto al tamaño del efecto tras el programa, en la dimensión recordar la mediana resultó -7, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 7 puntos y el otro 50% mejoró en

más de 7 puntos; en la dimensión comprender la mediana resultó -7, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 7 puntos y el otro 50% mejoró en más de 7 puntos, en la dimensión analizar la mediana resultó -10, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 10 puntos y el otro 50% mejoró en más de 10 puntos, en la dimensión argumentar la mediana resultó -6, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 6 puntos y el otro 50% mejoró en más de 6 puntos, en la dimensión aplicar la mediana resultó -11, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 11 puntos y el otro 50% mejoró en más de 11 puntos, en la dimensión integrar la mediana resultó -5, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 5 puntos y el otro 50% mejoró en más de 5 puntos, en la dimensión crear e innovar la mediana resultó -10, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 10 puntos y el otro 50% mejoró en más de 10 puntos, en aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales ordinarias la mediana resultó -61.5, esto es, el 50% de participantes mejoró hasta en 61.5 puntos y el otro 50% mejoró en más de 61.5 puntos.

Tabla 13

Comparación entre los puntajes de aprendizaje significativo obtenido durante el pre y post test

Estadísticos de prueba ^a								
	Recordar	Comprender	Analizar	Argumentar	Aplicar	Integrar	Crear e Innovar	aprendizaje significativo de las EDO
Z	-5,918 ^b	-5,892 ^b	-5,892 ^b	-5,784 ^b	-5,717 ^b	-5,326 ^b	-5,096 ^b	-6,024 ^b
Sig.								
Asintótica	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
(bilateral)								

a. Prueba de rangos con signo de Wilcoxon

b. Se basa en rangos negativos.

Nota: Aplicado a 50 estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG-2017-I

Interpretación:

Se encontró diferencias estadísticas altamente significativas entre los puntajes de aprendizaje significativo de ecuaciones diferenciales ordinarias obtenido durante el pre y post test por los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque según la prueba no paramétrica de Wilcoxon, en la dimensión recordar $p\text{-valor} < 0.01$, en la dimensión comprender $p\text{-valor} < 0.01$, en la dimensión analizar $p\text{-valor} < 0.01$, en la dimensión argumentar $p\text{-valor} < 0.01$, en la dimensión aplicar $p\text{-valor} < 0.01$, en la dimensión integrar $p\text{-valor} < 0.01$, en la dimensión crear e innovar $p\text{-valor} < 0.01$, en aprendizaje significativo de ecuaciones diferenciales ordinarias $p\text{-valor} < 0.01$.

De la información anterior, se puede ver que en promedio los estudiantes de modo general han subido entre 5 y 6 puntos después de la aplicación del Modelo Didáctico Contextual, con lo cual se sustentan su utilidad y aplicación en el logro de aprendizajes significativo para los estudiantes de Ingeniería de Sistemas del curso de Ecuaciones Diferenciales, semestre 2017-I.

3.6. Discusión

Considerando los resultados obtenidos después de la interpretación, la discusión se analiza en relación con los objetivos, antecedentes, marco teórico, de modo que se pudo diagnosticar el aprendizaje al inicio y al final en contraste con los indicadores de la

variable aprendizaje del curso de Ecuaciones Diferenciales en los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo, así tenemos:

La evaluación del Pre-test mostró que el 30% de los estudiantes obtuvieron notas entre 0 y 5, encontrándose en un nivel deficiente, el 40% obtuvo notas entre 5 y 10, es decir un nivel insuficiente; entre 10 y 13 con un nivel regular el 22%; entre 13 y 17 con un nivel bueno sólo un 8%, mientras que entre 18 y 20 correspondiente a muy bueno ningún estudiante. Después del Pre test se aplicó la encuesta determinándose los niveles de los indicadores de la variable aprendizaje significativo observando que los indicadores correspondientes a procesos cognitivos de orden superior se encuentran en un nivel bajo, con lo cual se evidencia que los estudiantes presentan deficiencias para lograr un aprendizaje significativo respecto a los pre requisitos para el curso de Ecuaciones Diferenciales.

La evaluación diagnóstica proporcionó valiosa información respecto a que procesos cognitivos indicadores de la variable aprendizaje significativa se encuentran en nivel bajo y se deben potenciar, en este sentido se recoge la propuesta didáctica de **Torroba, et al. (2017)** que articula la Física, TIC's y la matemática, propiciando motivación, el trabajo en equipo y en consecuencia el aprendizaje significativo, esta experiencia sirvió de aporte para la elaboración del modelo que después de aplicado tuvo resultados similares y significativos en cuanto al logro de aprendizajes significativos.

Los bajos niveles en los indicadores de aprendizaje, por ejemplo comprensión, análisis, aplicación, etc., nos alertan para considerar la experiencia de la investigación realizada por **Hernández, R., Mariño, F., Penagos, M. (2017)**, quienes en su investigación manifiestan que los estudiantes presentan dificultades para pasar del

lenguaje natural al lenguaje matemático, obteniendo resultados positivos en el aprendizaje al emplear los modelos matemáticos como estrategia didáctica que mejora la resolución de problemas, en este sentido incorporamos esta experiencia en la elaboración del modelo didáctico contextual, la inclusión de modelos matemáticos es una forma de contextualizar los contenidos matemáticos y contribuye a la motivación de los estudiantes y al logro de competencias.

A diferencia de la investigación realizada por **Medina-Cepeda, N. M. y Delgado-Fernández (2017)**, la muestra se obtuvo de una población de docentes de Cálculo I de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Zulia, manifiestan que en Venezuela el aprendizaje de las matemáticas en las universidades tiene deficiencias como consecuencia del bajo nivel de razonamiento lógico matemático en los estudiantes lo que incide en la gestión del docente en el proceso de construcción de aprendizaje significativo, sus conclusiones indican que los docentes usan medianamente estrategias ante ello proponen actualización y acercamiento a las TIC's para mejorar el aprendizaje significativo del concepto de derivada en los estudiantes, la revisión de esta investigación permitió optar por incluir estrategias y TIC's para desarrollar el aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.

La investigación realizada por Molina Mora, Jose-Arturo, en la cual compartió una experiencia de enseñanza para estudiantes de Ingeniería, tuvo un enfoque totalmente descriptivo descuidando el análisis estadístico, en la presente investigación se han analizado e interpretado los resultados provenientes del pre-test y post-test, encontrando mejoras en el aprendizaje de los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG, sin embargo la experiencia presentada por Molina Mora aporta para la construcción del modelo que proponemos, articulando las

TIC's, la modelación matemática y el aprendizaje basado en proyectos como estrategia de aprendizaje.

El modelo didáctico contextual para el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales en estudiantes de ingeniería de Sistemas articula diversas estrategias y TIC's contribuyen al logro del aprendizaje significativo como se infiere del análisis estadístico de los resultados y datos obtenidos, su aplicación se puede extender a otras ingenierías, física, economía, biología, con un enfoque constructivista, centrada en el estudiante vinculando la matemática con el contexto a través de modelos matemáticos o problemas evocados, tiene ventajas sobre metodologías de enseñanza tradicionales

CONCLUSIONES

1. Se identificó el nivel de aprendizaje de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque
2. Se diagnosticó los procesos de recordar, comprender, analizar, argumentar, aplicar, integrar, crear e innovar para desarrollar aprendizajes significativos.
3. Se fundamentó el marco teórico de la investigación basada en las Teorías Constructivistas psicogenética, del aprendizaje significativo, sociocultural; además,bb la heurística, principios y fundamentos de la didáctica de la matemática articuladas con el contexto, lo que sirvió de base para poder diseñar el modelo didáctico.
4. Se elaboró el Modelo Didáctico Contextual a partir de las teorías que constituyeron el marco teórico desde la perspectiva contextual con la finalidad de lograr el aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales, de los estudiantes del tercer ciclo de las Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas durante el semestre académico 2017-I de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.
5. Se evaluó el aprendizaje de los estudiantes en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales después de la aplicación del Modelo didáctico-contextual obteniendo mejoras significativas en el aprendizaje.

RECOMENDACIONES

- Aplicar y adaptar el Modelo Didáctico Contextual a otras asignaturas relacionadas con la matemática aplicada a Ingeniería, articulando el contexto, la didáctica y la resolución de problemas con un enfoque constructivista.
- Considerar los resultados del pre test para diagnosticar que indicadores presentan mayor deficiencia y en función a ello articular sistémicamente estrategias, medios o recursos didácticos para eliminar tales deficiencias.
- Implementar el uso de las TIC's en los modelos didácticos, con ello se optimizan muchos procesos y tiempo, los estudiantes pueden desarrollar su motivación y mejorar la comprensión matemática, por ejemplo, el comportamiento geométrico de algunas soluciones.
- Comunicar y compartir esta investigación a los docentes de asignaturas de matemática para ingeniería, para obtener críticas y sugerencias que permitan mejorar el modelo o sirvan para elaborar otros modelos didácticos para un aprendizaje significativo.

BIBLIOGRAFÍA

- Arcavi, A. (2018). Hacia una visión integradora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, 30 (agosto, 2018).
<https://doi.org/10.24844/EM3002.02>
- Artigue, M. Douady, R. y Moreno, L. (1995). *INGENIERÍA DIDÁCTICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamericana.
<http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>
- Ausubel, D.; Novak, J. y Hanesian, H. (1991). *Psicología educativa: un punto de vista cognitivo*. 5ª Ed. Ciudad de México: Trillas.
- Ávila, Jesús; Parra, Francisco; Ávila, Ramiro (2012). [Epistemología y Didáctica de la Matemática](#). En Flores, Rebeca (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 775-783). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.,
<http://funes.uniandes.edu.co/4344/2/AvilaEpistemologiaALME2012.pdf>
- Balancheff, N. (1990). Future Perspectives for Research in the Psychology of Mathematics Education. En Nesher y Kilpatrick (1990), pp. 187-190
- Benedito, V. (1987). *Introducción a la didáctica*, Barcanova, 1-238, Barcelona, España.
- Brown S., & Pickford R. (2013) *Evaluación de Competencias y Habilidades en Educación Superior*. Narcea Ediciones. España
- Carretero M. y Asensio M., C. (2004). *Psicología del Pensamiento*. Alianza Editorial S. A. Madrid.

Cerda, G. H. (2007). La investigación formativa en el aula. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio

CORD Leading Change in Education. (2003). *Enseñanza Contextual de Matemática. Piedra Angular del Cambio de Paradigmas*. <http://inst-mat.usalca.cl/~cdelpino/16-seminario/tema02/articulos/01-Ensenanza-Contextual-de-Matematica.pdf>.

D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Editorial Reverté, S.A.

De Gamboa, G., Edo, M., y Planas Raig, N. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *SUMA*, 64, 35-44. <https://ddd.uab.cat/record/197062>

De la Torre, S. y Violant, V. (2006). Comprender y Evaluar la Creatividad. Un recurso para mejorar la calidad de la enseñanza (Vol. I). Málaga: Aljibe.

Díaz Barriga, F. & Hernández, G. (2010). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: Una interpretación constructivista. (3ª ed.). México: Mc Graw Hill/ Interamericana Editores S.A.

Díaz Lozada J. A.& Díaz Fuentes R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32 (60), 57–74. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03>

Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *LA GACETA DE LA RSME*, 10.2, 427–442. <https://gaceta.rsme.es/abrir.php?id=631>

- Furió, C., Montserrat, R y Solbes, J. (2007). El desinterés del alumnado hacia el aprendizaje de la ciencia: implicaciones en su enseñanza. España: Revista: Didáctica de las ciencias experimentales y sociales N.º 21. 2007, 91-117 (ISSN 0214-4379)
- Gaita, C. (Ed.). (2008). *III Coloquio Internacional Enseñanza de la Matemática*. Pontificia Universidad Católica del Perú. https://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2011/10/actas_2008_iii_coloquio.pdf
- Gallardo, J. (2004). *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales* [Universidad de Málaga]. <http://funes.uniandes.edu.co/625/2/Gallardo2004Diagnostico.pdf>
- Gervilla, Ángeles. (2000). *Didáctica y Formación del Profesorado. ¿Hacia un Nuevo Paradigma?*. Madrid: Editorial Dykinson, S.L.
- Gimeno Sacristán, J. (1981). *Teoría de la enseñanza y desarrollo del currículo*. Madrid: Anaya
- Gonzales Gallego, I. (2002). *LAS DIDÁCTICAS DE ÁREA: UN RECIENTE CAMPO CIENTÍFICO*. <https://www.educacionyfp.gob.es/dctm/revista-de-educacion/articulosre228/re3280210861.pdf?documentId=0901e72b81259624>
- Guerrero, A. (2009). Los Materiales didácticos en el aula. Revista Digital para profesionales de la enseñanza. Federación de Enseñanza de CC. OO. De Andalucía. Nº 5 Nov. <https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd6415.pdf>
- Hernández, B., Valdés, B. & Vivar, R. (2019). *Algunas consideraciones sobre la comprensión de los contenidos matemáticos*. 15 No.2. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7013260.pdf>

- Hernández, R., Mariño, F., Penagos, M. (2017). Las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden como modelos matemáticos. *Eco matemático ISSN 1794-8321 E-ISSN 2462-8794 Volumen 8 (s1)* , 54
- Lange, J. de: (1996), “Using and applying mathematics in education”, en Bishop et al, *International handbook of mathematics education*, Dordrecht, Kluwer A.P., pp. 49-97.
- López, C. E. & Montoya, C.J. (2008). La contextualización de la didáctica de la matemática: un imperativo para la enseñanza de la matemática en el siglo XXI. *Pedagogía Universitaria*, 13(3), 50+
<https://link.galegroup.com/apps/doc/A466940858/PROF?u=unprg&sid=PROF&xid=c96730b7>
- Luz, M., Pérez, M., Da Valle, N. A., Zolkower, B., & Bressan, A. (2002). La Relevancia de los contextos en la resolución de problemas de matemática: Una experiencia para docentes y sus capacitadores. *PARADIGMA*, XXIII, N° 1, 1-23.
<https://www.revistas.upel.edu.ve/index.php/paradigma/article/viewFile/3052/1445>
- Mallart, J. (2000): “Didáctica: del currículum a las estrategias de aprendizaje”. *Revista Española de Pedagogía*, n. 217, pp. 417-438.
- Martins, M. (2013). Integración de conocimientos e interactividad en libros de texto y objetos digitales de ecuaciones diferenciales. Tesis doctoral, Universidad de Sana Andrés. Buenos Aires.
<https://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/10985/1/%5BP%5D%5BW%5D%20D.%20Edu.%20%20Martins%2C%20Marcela.pdf>

- Marzano, R.J. (2001). Designing a new taxonomy of educational objectives. Experts in Assessment Series, Guskey, T.R., & Marzano, R.J. (Eds). Thousand Oaks, CA: Corwin
- Menna, S. H. (Ed.). (2014). *Heurísticas y Metodología de la Ciencia: Vol. IX*. Mundo Siglo XXI, revista del CIECAS-IPN ISSN 1870-2872, Núm. 32, pp. 67-77.
<https://www.mundosigloxxi.ipn.mx/pdf/v09/32/06.pdf>
- Ministerio de Educación. (2013). *RUTAS DEL APRENDIZAJE. Hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos. Un aprendizaje fundamental en la escuela que queremos*. [Fascículo general]. Material educativo. Lima, Peru.
http://www.minedu.gob.pe/n/xtras/fasciculo_general_matematica.pdf
- Molina-Mora, J.-A. (2015). Experiencia basada en la triada TICs, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales. *UNICIENCIA*, 29(2). <https://doi.org/10.15359/ru.29-2.4>
- Moreno, M. M. (2005). El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo: evolución, estado actual y retos futuros. *Dialnet*, 81-96.
<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2728867.pdf>
- Nápoles Valdés, J. E. (1999). EL LEGADO HISTÓRICO DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. CONSIDERACIONES (AUTO) CRÍTICAS. *Boletín de Matemáticas. Nueva Serie. Volumen V*, 53-79.
- Niss, M. (1998). *Aspects of the Nature and State of Researchs in mathemcatics Education*. IMFUFA, Roskilde University. Denmark.
- Núñez, J.C., González, R., Valle, A. y Barca, A. (1999). Las estrategias de aprendizaje revisión teórica y conceptual. *Revista Latinoamericana de Psicología*, 31(3), 425-461. ISSN: 0120-0534. Disponible en <https://www.redalyc.org/pdf/805/80531302.pdf>

- Parra, H. (2013). Claves para la contextualización de la matemática en la acción docente. *Omnia*, 19(3), 74-85.
- Picardo, O. & Escobar, J.C. & Valmore Pacheco, R. (2005). Diccionario Enciclopédico de Ciencias de la Educación. (1ª ed.). El Salvador: Centro de Investigación Educativa, Colegio García Flamenco.
- Ramos, A.B. y Font, V. (2006). Contesto e contestualizzazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica. Una prospettiva ontosemiotica. *La Matematica e la sua didattica*, Anno 20, n. 4, 535-556.
- RÉ, M., ARENA, L. & GIUBERGIA, M. (2012). Incorporación de TICs a la enseñanza de la Física: Laboratorios virtuales basados en simulación. *Revista Iberoamericana de Educación en Tecnología y Tecnología en Educación*, 8: 16-22.
- Rincón Leal, O. & Vergel Ortega, M. (2015). Blogs, su influencia en la enseñanza del Cálculo Integral. En Varios, *Educación Internacional Lengua y Cultura*. Cali: Redipe.
- Rincón Leal, O., Vergel Ortega, M. & Ortega Sierra, S. (2015). Factores asociados al uso de blogs educativos. En Varios, *Educación Internacional Lengua y Cultura*. Cali: Redipe.
- Rincón-Leal, O.L. (2016). TIC en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales de primer orden *Revista LOGOS CIENCIA & TECNOLOGÍA* 2016, 8(1).
- Santaella, Maribel (2006). La evaluación de la creatividad. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación*, 7(2),89-106.[fecha de Consulta 14 de Mayo de 2017]. ISSN: 1317-5815. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41070207>
- Santrock, J. W. (2002). *PSICOLOGÍA DE LA EDUCACIÓN. Consideraciones básicas para un adecuado aprendizaje*. McGraw-Hill Interamericana S.A.
- Sevillano, M. L. (2005). *Didáctica en el siglo XXI. Ejes en el aprendizaje y enseñanza de calidad*. Madrid: Mc Graw Hill Interamericana de España S. L.

Socarras, J. M. R. (25 de octubre de 2008). *Revista Iberoamericana de Educación*. Rieoei.org.

<https://rieoei.org/historico/deloslectores/2359Socarras-Maq.pdf>

Tobon, S. (2015). *Formación Integral y competencias* (11ª ed.). Lima: Editorial Macro

Torrance, E. P. (1974). *The Torrance test of creative thinking: Norms–technical manual*. Bensenville, IL: Scholastic Testing Service.

Torroba, P. L., Devece, E., Trípoli, M. de las M., & Aquilano, L. (2017). Una propuesta didáctica que articula contenidos de matemática y física. *IV Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión de la Facultad de Ingeniería (La Plata, 2017)*.

Uhl, S. (2006). Fundamentos Filosóficos y Empíricos de la Investigación en Ciencia de la Educación. *Educación XXI vol 9 UNED*. <https://doi.org/10.5944/educxx1.9.0.323>

Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. Universidad de Aalborg, Dinamarca. *Cuadrante*, Vol. 11, N° 1
https://www.academia.edu/6434519/Consideraciones_sobre_el_contexto_y_la_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica_para_la_democracia

Woolfolk, A. (2014). *Psicología Educativa*. Pearson Educación, Mexico

Zill, D., Wright, W. (2012). *Matemáticas avanzadas para ingeniería*. Cuarta edición. McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V. Mexico.

ANEXOS

Anexo 1

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL SISTEMAS Y ARQUITECTURA.

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS.

Asignatura: ECUACIONES DIFERENCIALES – 4to. Ciclo

Prueba Diagnóstica (Examen de Conocimientos – Pre test.)

La redacción, la justificación y el procedimiento serán considerados en esta evaluación.

Tiempo: 100 minutos.

- 1) Una compañía telefónica A cobra S/. 0.3 por el establecimiento de llamada y S/.0.25 el minuto; otra compañía B cobra S/. 0.4 por el establecimiento de llamada y S/.0.15 el minuto.
 - a) Escribe la función costo que representa el costo de llamada para cada caso.
 - b) Representa gráficamente las funciones costo en un mismo plano cartesiano.
 - c) Indique cuánto tiempo hay que hablar para que resulte más cómodo utilizar la compañía B.
- 2) Factorizar $x^5 - 9x^3 + 4x^2 + 12x$.
- 3) Describa cuatro aspectos de la derivada: gráfico (rectas tangentes), analítico (la función derivada), numérico (aproximaciones) y aplicaciones (velocidad y otras)
- 4) Un modelo de crecimiento de la población urbana supone que al principio la población crece muy de prisa, y entonces el ritmo de crecimiento disminuye hasta que la población comienza a decrecer. Si $P(t)$ representa la población en el tiempo t , esbozar las gráficas de $P(t)$ y $P'(t)$.
- 5) Si $u(t) = e^{-t} \cos 2t$ describe el movimiento vertical de un sistema masa-resorte. Esbozar una gráfica del movimiento del peso y halle su velocidad en cualquier instante. Analice a partir de la gráfica que pasará cuando transcurra un tiempo muy grande.
- 6) Sea $w(t)$ la profundidad del agua en un depósito que abastece a una ciudad. ¿qué noticia sería mejor en el instante $t = 0$: $w''(0) = 0.005$ o $w''(0) = -0.005$? ¿O necesitará conocer el valor de $w'(0)$ para decidirlo?
- 7) Resuelva $\int_{-1}^3 f(x)dx$ donde $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2; & \text{si } x < 1 \\ x^2; & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
- 8) Halle $\frac{d}{dx} \int_0^{x^3} \tan(\sqrt{t} + 1)dt$.

Anexo 2

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL SISTEMAS Y ARQUITECTURA.

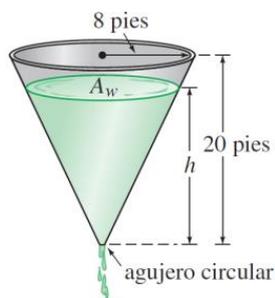
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

Asignatura: ECUACIONES DIFERENCIALES – 4to. Ciclo
(Examen Final – Post-Test.)

INDICACIONES: La redacción, la justificación y el procedimiento serán considerados en esta evaluación; cada pregunta vale 4 puntos.

Tiempo: 100 minutos.

- 1) Una población se modela con la ecuación $\frac{dP}{dt} = 1.2P\left(1 - \frac{P}{4200}\right)$.
 - a) ¿Para qué valores de P la población es creciente?
 - b) ¿Para qué valores de P la población es decreciente?
 - c) ¿Cuáles son las soluciones de equilibrio?
- 2) Del tanque cónico rectangular recto que se muestra en la figura sale agua por un agujero circular que está en el fondo. Determine una ecuación diferencial para la altura h del agua al tiempo t . El radio del agujero es 2 pulg, $g = 32$ pies/ s^2 , y el factor de fricción/contracción es $c = 0.6$.



- 3) El radio se descompone a una velocidad que es proporcional a la cantidad presente de este elemento. Suponga que en 25 años se ha descompuesto aproximadamente el 1.1 % de cierta cantidad de radio. Determine de manera aproximada cuánto tiempo pasará para que la mitad de la cantidad original del radio se descomponga.
- 4) Un circuito en serie consta de un inductor de 0,25H; una resistencia de 40Ω , un capacitor de $4 \times 10^{-4}F$ y una fuerza electromotriz $E(t) = 5 \sin 100t$ V. Si la corriente inicial y la carga inicial en el capacitor son ambas cero, determine la carga en el capacitor y la corriente eléctrica en el circuito para cualquier tiempo $t > 0$.
- 5) Un peso de 4 lb estira un resorte 2 pies. El peso se libera a partir del reposo 18 pulgadas arriba de la posición de equilibrio y el movimiento resultante tiene lugar en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento numéricamente igual a $7/8$ veces la velocidad instantánea. Use la transformada de Laplace para encontrar la ecuación de movimiento $x(t)$.

Anexo 3

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL SISTEMAS Y ARQUITECTURA.

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

El aprendizaje basado en problemas o proyectos, es una propuesta metodológica que se desarrolla paralelamente durante el transcurso del curso y es elegido por los estudiantes con el monitoreo y la asesoría del docente. A continuación, presentamos algunos de los temas propuestos durante la ejecución de la asignatura, no obstante, el estudiante puede proponer sus temas para proyecto:

TEMAS PROPUESTOS PARA PROYECTOS:

DECAIMIENTO RADIOACTIVO Y DATACIÓN

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas de decaimiento radioactivo, por ejemplo, del C^{14} , el decaimiento radioactivo del potasio-argón es más complicado que el del carbono 14y determinar la antigüedad de restos, muy usados en arqueología.
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias, de modo particular EDO de primero orden.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información del tema.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.

- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar la solución.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

DRENAJE DE FLUIDOS⁵

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas de drenaje de fluidos, aplica la Ley de Torricelli.
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias, de modo particular EDO de primero orden.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información relacionado fluidos.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar las variables del problema, resultados y solución.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

¿QUÉ ES MÁS RÁPIDO SUBIR O BAJAR?

Objetivos del proyecto

⁵ Extraído de Stewart J. El cálculo con trascendentes tempranas. Pg 603, 604

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas físicos del movimiento, velocidades, ascenso y descenso de objetos; Segunda Ley de Newton.
- Motivar y valorar el aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales.
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias,
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información relacionado fluidos.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación básica de situaciones físicas.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar las variables del problema, resultados y solución.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

INFLACIÓN Y DESEMPLEO

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas de dinámica económica, en particular inflación y desempleo.
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información vinculada a inflación y desempleo.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar las variables del problema, resultados y solución.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

CRECIMIENTO LOGÍSTICO

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas y modelos matemáticos para determinar el crecimiento poblacional de modo general donde la tasa de nacimientos y muertes no es constante. Y la posibilidad de replicarlo en contextos diferentes.
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información vinculada a inflación y desempleo.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar las variables del problema, resultados y solución.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

DOSIS MÉDICAS

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales para modelar las tasas de cambio cuando una dosis de medicamento ingresa en el tracto gastrointestinal y sanguíneo.
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, de modo particular EDO de primero orden.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.

- Analizar la información relacionado con la concentración de medicamento en el cuerpo, la evolución y los sistemas de ecuaciones diferenciales que son generados.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar los resultados, las variables del problema.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

EXPECTATIVAS Y ESTABILIDAD: UN MODELO MONETARIO

Objetivos del proyecto.

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas relacionados al crecimiento económico, las expectativas y estabilidad. Dado que en una economía las acciones presentes tienen consecuencias futuras,
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información relacionado a limpieza y suministro de agua.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar los resultados, las variables del problema que implican los cambios de concentración de un contaminante en el agua.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

ACUMULACIÓN DE UN CONTAMINANTE

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas de acumulación de contaminantes, en particular EDO lineales de primer orden,
- Comprender conceptos y técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información relacionado a limpieza y suministro de agua.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar los resultados, las variables del problema que implican los cambios de concentración de un contaminante en el agua.

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

LIMPIEZA Y SUMINISTRO DE AGUA

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas de limpieza y suministro de agua, en particular EDO lineales de primer orden,
- Comprender, contenidos, técnicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Indagar y procesar información del tema de estudio.
- Analizar la información relacionado a limpieza y suministro de agua.
- Integrar la nueva información con los saberes previos.

- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Representar gráfica y geométrica la información mediante el uso de las TIC's
- Interpretar los resultados que implican los cambios de concentración de un contaminante en el agua.
- Desarrollar un trabajo colaborativo

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

DIFUSIÓN Y EFUSIÓN DE FLUIDOS

Objetivos del proyecto:

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas vinculados a la difusión de un gas y efusión de agua.
- Comprender los contenidos de las Ecuaciones diferenciales Ordinarias.
- Analizar la información del tema de estudio.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Integrar la nueva información con sus saberes previos.
- Utilizar las TIC's para representar gráficamente las soluciones.
- Interpretar las soluciones y resultados del proyecto.
- Desarrollar un trabajo colaborativo

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal.

CONTROL DE LA VIBRACIÓN: AISLAMIENTO DE LA VIBRACIÓN (Jeff Dodd)⁶

Objetivos del proyecto:

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas como la supresión de vibraciones indeseables en maquinaria y estructuras, requiere la teoría básica de las ecuaciones diferenciales de segundo orden.
- Comprender los contenidos de las Ecuaciones diferenciales Ordinarias.
- Analizar la información del tema de estudio.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Integrar la nueva información con sus saberes previos.
- Utilizar las TIC's para representar gráficamente las soluciones.
- Interpretar las soluciones y resultados del proyecto.
- Desarrollar un trabajo colaborativo

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

CONTROL DE LA VIBRACIÓN: Absorbedores de la Vibración (Jeff Dodd)

Objetivos del proyecto

- Aplicar las Ecuaciones diferenciales a la resolución de problemas en cuanto a la construcción de estructuras grandes, no pueden construirse rígidas, estas se mueven debido a perturbaciones naturales, como movimientos sísmico, el viento o aquellas

⁶ Extraído de Zill&Wright Matemáticas Avanzadas para Ingeniería

que son causadas por la actividad humana- y para controlar la vibración se requiere de un dispositivo absorbedor de vibración.

- Comprender los contenidos de las Ecuaciones diferenciales Ordinarias., en particular sistemas de ecuaciones diferenciales de segundo orden-
- Analizar la información del tema de estudio.
- Desarrollar el pensamiento crítico para la modelación.
- Integrar la nueva información con sus saberes previos.
- Utilizar las TIC's para representar gráficamente las soluciones.
- Interpretar las soluciones y resultados del proyecto.
- Desarrollar un trabajo colaborativo

Competencias que desarrolla

Procedimental, conceptual y actitudinal

ANEXO N° 4

ENCUESTA APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Objetivo: Diagnosticar el aprendizaje significativo de las ecuaciones Diferenciales por parte de los estudiantes de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG, evaluando los indicadores como recordar, comprender, analizar, argumentar, aplicar, integrar, crear e innovar para proponer un modelo didáctico contextual que desarrolle aprendizajes significativos.

Estimado estudiante se le solicita responder la encuesta con la mayor sinceridad y honestidad, tenga en cuenta que es anónima

Escala Valorativa = Nunca (1), Algunas veces (2), Ocasionalmente (3); Casi siempre (4), Siempre (5)

N°	ÍTEMS	1	2	3	4	5
RECORDAR						
1	Puede enunciar las definiciones y conceptos de las EDO					
2	Presenta dificultad para reconocer las propiedades de la EDO					
3	Relaciona con facilidad nuevos conceptos de EDO con los conceptos previos del Cálculo Diferencial e Integral.					
4	Reproduce métodos cuantitativos de las EDO para resolver problemas simples.					
5	En problemas contextuales o con mayor complejidad reconoce las propiedades de EDO que tiene que usar.					
COMPRENDER						

6	Reconoce el tipo de ecuación diferencial que se requiere para calcular una EDO					
7	Identifica con facilidad las variables presentes en un problema contextual que requiere EDO					
8	Clasifica los diversos tipos de ecuaciones diferenciales ordinarias					
9	Resume los métodos cuantitativos de las EDO					
10	Interpreta con facilidad las situaciones contextuales o modelos que requieren de ecuaciones diferenciales.					
ANALIZAR						
11	Logra priorizar el tipo de ecuación diferencial que se requiere para calcular una EDO					
12	Descompone fácilmente en partes la información de un modelo matemático o problema contextualizado describiendo las variables, parámetros y las fórmulas de EDO que usa.					
13	Busca similitudes entre modelos matemáticos o problemas contextualizados que usan EDO.					
14	Compara los resultados de los problemas obtenidos algebraicamente con aquellos obtenidos utilizando TIC's.					
15	Examina geoméricamente las soluciones de problemas contextuales que emplean EDO.					
16	Elige de forma adecuada los conceptos, propiedades o fórmulas de EDO en la solución de problemas.					
ARGUMENTAR						

17	Tiene facilidad para explicar la solución de un problema que usa EDO					
18	Justifica el procedimiento que efectúa cuando resuelve un problema contextualizado con EDO					
19	Evalúa métodos geométricos y algebraicos para la solución de situaciones con EDO.					
20	Muestra métodos alternativos para la resolución de situaciones con EDO					
APLICAR						
21	Le resulta fácil aplicar las EDO en la solución de problemas contextualizados					
22	Esboza métodos de solución de modelos matemáticos empleando EDO					
23	Usa métodos o estrategias para resolver situaciones contextualizadas que requieran ecuaciones diferenciales					
24	Transfiere los métodos de las EDO para resolver problemas en contextos diferentes					
25	Conecta el contexto con los conceptos, propiedades y fórmulas de las EDO.					
26	Construye modelos matemáticos que emplean EDO.					
27	Aplica TIC's para resolver situaciones que requieren de EDO.					
INTEGRAR						
28	Integra la nueva información de las EDO a los conocimientos matemáticos previos					

29	Compila la información que obtiene después de analizar un problema contextualizado					
30	Combina métodos geométricos y algebraicos para resolver situaciones que requieren EDO.					
31	Integra las TIC's como una herramienta para justificar la solución de problemas y modelos matemáticos con EDO.					
CREAR E INNOVAR						
32	Diseña métodos de solución para la resolución de problemas que involucran EDO					
33	Optimiza el proceso de solución de una situación que requiere EDO					
34	Elabora modelos matemáticos empleando EDO					
35	Adapta métodos de solución de problemas de diferentes contextos usando EDO					
36	Elabora con facilidad conclusiones de problemas contextualizados con EDO					
37	Implementa métodos geométricos para la resolución de problemas con EDO					
38	Implementa TIC's para la solución de problemas con EDO					

ANEXO N° 5

INFORMACION DE LOS RESULTADOS DE LOS EXAMENES DE CONOCIMIENTOS

Confrontación de las calificaciones entre los exámenes realizados.

N°	Calificación del Pre Test	Calificación del Post Test
1	11	19
2	4	10
3	9	16
4	13	16
5	5	10
6	4	5
7	6	13
8	8	15
9	10	15
10	3	5
11	9	14
12	9	13
13	7	10
14	2	9
15	8	14
16	9	15
17	5	10
18	10	16
19	12	16
20	3	8
21	12	17
22	2	5
23	9	16
24	8	15

25	13	18
26	9	15
27	7	14
28	12	17
29	12	18
30	5	8
31	13	18
32	6	9
33	9	15
34	13	16
35	2	5
36	13	18
37	8	9
38	3	5
39	13	18
40	9	15
41	16	19
42	6	13
43	5	9
44	15	19
45	8	13
46	5	10
47	4	5
48	17	19
49	16	19
50	5	5
Promedio	8.44	13.02

ANEXO N° 6

SOLICITO: VALIDACIÓN DE EXPERTO

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

Lambayeque,.... Diciembre de 2017

Profesor.

Presente. -

La presente tiene por finalidad saludarle cordialmente y asimismo solicitar su colaboración como experto y especialista para determinar la validez del instrumento (encuesta, que adjuntamos) en el estudio de Investigación titulada “Modelo Didáctico-Contextual para desarrollar Aprendizaje Significativo en estudiantes de ingeniería en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales”, a realizar con los estudiantes del Tercer Ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la UNPRG. Tesis para optar el grado de Doctor en Ciencias de la Educación.

Agradezco de antemano, la evaluación de la suficiencia, claridad, coherencia y relevancia de cada una de las preguntas, así también las sugerencias que realice, para el diagnóstico del problema de investigación.

Atentamente

Mg. Adelmo Pérez Herrera

INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN

DATOS DEL EXPERTO

Nombres y apellidos	: Andrés Heleodoro Figueroa Alvarado
Mayor grado académico	: Doctor
Universidad donde se graduó	: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Institución donde labora	: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Descripción del problema y objetivos de la Investigación

Formulación del problema

Durante el proceso de formación de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque; se ha detectado deficiencias en el desarrollo de los aprendizajes significativos. Esto se refleja en la poca capacidad de los estudiantes para reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, lo cual trae como consecuencia estudiantes con habilidades deficientes para la resolución de problemas relacionados con la matemática y su vinculación con los contextos de la realidad.

Objetivo General

Elaborar, diseñar y fundamentar un Modelo Didáctico Contextual, basado en la integración de estrategias, técnicas, teoría científica de la psicología educativa, con la finalidad de superar las deficiencias en el desarrollo del Aprendizaje Significativo; de tal modo que, los estudiantes del cuarto ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, adquieran la capacidad de reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, y así lograr estudiantes con habilidades para la resolución de problemas referentes a la matemática y su relación con los contextos de la realidad.

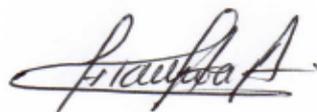
Luego de estar informado del problema, el objetivo general de la investigación y haber examinado los indicadores que se encuentran en el diseño del instrumento, permítase dar su validez de acuerdo a los siguientes criterios:

1. La redacción de las preguntas son claras y precisas
2. Las preguntas son coherentes con los objetivos de la encuesta en referencia al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.
3. El diseño de la encuesta es fácil de entender.
4. Los indicadores manifestados son suficientes para implementar estrategias de enseñanza que conlleven al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales

Después de revisar los ítems de la encuesta, considero que todas cumplen con: La redacción de las preguntas son claras y precisas, Las preguntas son coherentes con los objetivos de la encuesta en referencia al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales, El diseño de la encuesta es fácil de entender y Los indicadores manifestados son suficientes para implementar estrategias de enseñanza que conlleven al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales

Por tanto el instrumento es apto para su aplicación

Porcentaje de validación: 95 %



Dr. Andrés Figueroa Alvarado

INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN

DATOS DEL EXPERTO

Nombres y apellidos	: Iris Margarita Tejada Romero
Mayor grado académico	: Doctor
Universidad donde se graduó	: Universidad César Vallejo
Institución donde labora	: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Descripción del problema y objetivos de la Investigación

Formulación del problema

Durante el proceso de formación de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque; se ha detectado deficiencias en el desarrollo de los aprendizajes significativos. Esto se refleja en la poca capacidad de los estudiantes para reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, lo cual trae como consecuencia estudiantes con habilidades deficientes para la resolución de problemas relacionados con la matemática y su vinculación con los contextos de la realidad.

Objetivo General

Proponer un Modelo Didáctico Contextual, basado en la integración de estrategias, técnicas, teoría científica de la psicología educativa, con la finalidad de superar las deficiencias en el desarrollo del Aprendizaje Significativo; de tal modo que, los estudiantes del cuarto ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, adquieran la capacidad de reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear, aplicar los conceptos, teoremas, fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, para lograr estudiantes con habilidades en la resolución de problemas referentes a la matemática y su relación con los contextos de la realidad.

Luego de estar informado del problema, el objetivo general de la investigación y haber examinado los indicadores que se encuentran en el diseño del instrumento, permítase dar su validez de acuerdo a los siguientes criterios:

1. La redacción de las preguntas son claras y precisas
2. Las preguntas son coherentes con los objetivos de la encuesta en referencia al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.
3. El diseño de la encuesta es fácil de entender.
4. Los indicadores manifestados son suficientes para implementar estrategias de enseñanza que conlleven al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales

Después de revisar el instrumento consideró que cumple los criterios de redacción, coherencia, claridad y que son suficientes para sugerir estrategias que permitan un aprendizaje significativo de las Ecuaciones Diferenciales.

Porcentaje de validación: 95%



Dra. Iris Margarita Tejada Romero

Firma

INSTRUMENTO DE VALIDACIÓN

DATOS DEL EXPERTO

Nombres y apellidos	: Erika Leonida Inga Cahuana
Mayor grado académico	: Magister en Integración e Innovación Educativa de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
Universidad donde se graduó	: Pontificia Universidad Católica del Perú
Institución donde labora	: Universidad Tecnológica del Perú-Lima

Descripción del problema y objetivos de la Investigación

Formulación del problema

Durante el proceso de formación de los estudiantes del tercer ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque; se ha detectado deficiencias en el desarrollo de los aprendizajes significativos. Esto se refleja en la poca capacidad de los estudiantes para reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, lo cual trae como consecuencia estudiantes con habilidades deficientes para la resolución de problemas relacionados con la matemática y su vinculación con los contextos de la realidad.

Objetivo General

Elaborar, diseñar y fundamentar un Modelo Didáctico Contextual, basado en la integración de estrategias, técnicas, teoría científica de la psicología educativa, con la finalidad de superar las deficiencias en el desarrollo del Aprendizaje Significativo; de tal modo que, los estudiantes del cuarto ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, adquieran la capacidad de reflexionar, argumentar, relacionar, interpretar, integrar, crear y aplicar los conceptos, teoremas y fórmulas matemáticas de las Ecuaciones Diferenciales, y así lograr estudiantes con habilidades para la resolución de problemas referentes a la matemática y su relación con los contextos de la realidad.

Luego de estar informado del problema, el objetivo general de la investigación y haber examinado los indicadores que se encuentran en el diseño del instrumento, permítase dar su validez de acuerdo a los siguientes criterios:

5. La redacción de las preguntas son claras y precisas
6. Las preguntas son coherentes con los objetivos de la encuesta en referencia al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.
7. El diseño de la encuesta es fácil de entender.
8. Los indicadores manifestados son suficientes para implementar estrategias de enseñanza que conlleven al aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales.

La redacción es clara, las preguntas guardan relación con el proceso cognitivo según la Taxonomía de Bloom. Asimismo, el diseño de la encuesta es fácil de entender. Además, los indicadores son suficientes para la implementación de estrategias de enseñanza para un aprendizaje significativo de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Porcentaje de validación: 90%



FIRMA

Modelo didáctico-contextual para desarrollar aprendizajes significativos en estudiantes de ingeniería en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales.


Dra. María del Pilar Fernández Celis
Asesora

INFORME DE ORIGINALIDAD



FUENTES PRIMARIAS

1	hdl.handle.net Fuente de Internet	5%
2	qdoc.tips Fuente de Internet	1%
3	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	1%
4	funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet	1%
5	repositorio.unprg.edu.pe Fuente de Internet	<1%
6	moam.info Fuente de Internet	<1%
7	archive.org Fuente de Internet	<1%
8	revistalogos.policia.edu.co Fuente de Internet	<1%

9	www.clame.org.mx Fuente de Internet	 Dra. María del Pilar Fernández Celis Asesora	<1 %
10	pt.scribd.com Fuente de Internet		<1 %
11	es.scribd.com Fuente de Internet		<1 %
12	clame.org.mx Fuente de Internet		<1 %
13	Submitted to Universidad Andina Nestor Caceres Velasquez Trabajo del estudiante		<1 %
14	repositorio.une.edu.pe Fuente de Internet		<1 %
15	tesisenxarxa.net Fuente de Internet		<1 %
16	repositorio.undac.edu.pe Fuente de Internet		<1 %
17	tesis.usat.edu.pe Fuente de Internet		<1 %
18	doczz.es Fuente de Internet		<1 %
19	www.scielo.br Fuente de Internet		<1 %
20	repositorio.unsm.edu.pe		

Fuente de Internet


Dra. María del Pilar Fernández Celis
Asesora

<1 %

21 www.slideshare.net
Fuente de Internet

<1 %

22 rieoei.org
Fuente de Internet

<1 %

23 dspace.uclv.edu.cu
Fuente de Internet

<1 %

24 www11.urbe.edu
Fuente de Internet

<1 %

25 de.slideshare.net
Fuente de Internet

<1 %

26 repositorio.unh.edu.pe
Fuente de Internet

<1 %

27 vsip.info
Fuente de Internet

<1 %

28 www.yumpu.com
Fuente de Internet

<1 %

29 1library.co
Fuente de Internet

<1 %

30 docplayer.es
Fuente de Internet

<1 %

31 Submitted to Fundación Universitaria Católica
del Norte

<1 %

32	Submitted to Universidad Cesar Vallejo Trabajo del estudiante	<1 %
33	docobook.com Fuente de Internet	<1 %
34	repositorio.uho.edu.cu Fuente de Internet	<1 %
35	dokumen.site Fuente de Internet	<1 %
36	myslide.es Fuente de Internet	<1 %
37	repositorio.monterrico.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
38	Collante Huanto, Andres. "Un Estudio de la Ecuacion Diferencial Ordinaria con Estudiantes de Ingenieria Mecanica Mediante una Situacion Problema.", Pontificia Universidad Catolica del Peru - CENTRUM Catolica (Peru), 2020 Publicación	<1 %
39	edoc.pub Fuente de Internet	<1 %
40	www.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
41	repositorio.upsjb.edu.pe	

Fuente de Internet


Dra. María del Pilar Fernández Colla
Asesora

<1 %

42 dspace.uniss.edu.cu

Fuente de Internet

<1 %

43 bdigital.uncu.edu.ar

Fuente de Internet

<1 %

44 core.ac.uk

Fuente de Internet

<1 %

45 Submitted to Universidad de Cádiz

Trabajo del estudiante

<1 %

46 d.documentop.com

Fuente de Internet

<1 %

47 jrvguerrero.blogspot.com

Fuente de Internet

<1 %

48 portaluni.unach.edu.pe

Fuente de Internet

<1 %

49 www.sochiem.cl

Fuente de Internet

<1 %

50 Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Trabajo del estudiante

<1 %

51 alicia.concytec.gob.pe

Fuente de Internet

<1 %

52 grifars.ce.ufrn.br

Fuente de Internet



Dra. María del Pilar Fernández Colla
Alicante

<1 %

53 www.colypro.com
Fuente de Internet

<1 %

54 L Rincón Leal, M Vergel Ortega, L S Paz Montes. "Mobile devices for the development of critical thinking in the learning of differential equations", Journal of Physics: Conference Series, 2019
Publicación

<1 %

55 dialnet.unirioja.es
Fuente de Internet

<1 %

56 kipdf.com
Fuente de Internet

<1 %

57 repositorio.unan.edu.ni
Fuente de Internet

<1 %

58 www.clubensayos.com
Fuente de Internet

<1 %

59 "Contextos actuales de la enseñanza. Reflexiones de un proceso investigativo en torno a las matemáticas, la pedagogía y las tecnologías de la información y de la comunicación", Universidad Católica de Pereira, 2021
Publicación

<1 %

60

Submitted to Universidad Nacional del Centro del Peru

Trabajo del estudiante

<1 %

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo



Dra María del Pilar Fernández Coto
Asesora

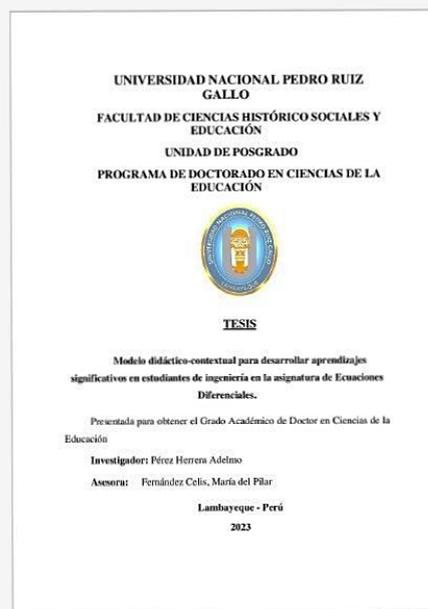


Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Adelmo Pérez Herrera
Título del ejercicio: Quick Submit
Título de la entrega: Modelo didáctico-contextual para desarrollar aprendizajes s...
Nombre del archivo: TESIS_DR_EDUCACION_final.pdf
Tamaño del archivo: 2.33M
Total páginas: 158
Total de palabras: 31,946
Total de caracteres: 186,977
Fecha de entrega: 10-oct.-2023 10:14a. m. (UTC-0500)
Identificador de la entre... 2191450204




Dra. María del Pilar Fernández Celis
Asesora