

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN
MATEMÁTICA APLICADA



TESIS

**Modelo Básico Epidemiológico SIR para determinar la evolución del
COVID-19 en la región Lambayeque en el año 2020**

Presentada para obtener el Grado Académico de maestro en ciencias con mención en
Matemática Aplicada

Investigador:
Bach. Juan Arturo Vásquez Velásquez

Asesor:
Dr. Luis Jaime Collantes Santisteban

Lambayeque-Perú

2023

Modelo Básico Epidemiológico SIR para determinar la evolución del COVID-19 en la región Lambayeque en el año 2020



Bach. Juan Arturo Vásquez Velásquez
Autor



Dr. Luis Jaime Collantes Santisteban
Asesor

Tesis presentada a la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo para optar el Grado Académico de: MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA APLICADA.

Aprobada por:



Dra. Diana Mercedes Castro Cárdenas
Presidente



Dr. Mardo Víctor González Herrera
Secretario



Dra. Carmen Margarita Guzmán Roldán
Vocal

Lambayeque - Perú

2023

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

020

Siendo las 12:30 pm horas del día uno de DICIEMBRE del año Dos Mil VEINTE TRES

, en la Sala de Sustentación de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, se reunieron los miembros del Jurado, designados mediante Resolución N° 080-2022-EPG de fecha 20-01-22, conformado por:

DRA. DIANA MERCEDez CASTRO CARDENAS PRESIDENTE (A)

DR. MARIO VICTOR GONZALEZ HERRERA SECRETARIO (A)

DRA. CARMEN MARGARITA GUZMÁN ROLDAN VOCAL

DR. LUIS JAIME COLLANTES SANTISTEBAN ASESOR (A)

Con la finalidad de evaluar la tesis titulada "MODELO BÁSICO EPIDEMIOLÓGICO SIR PARA DETERMINAR LA EVOLUCIÓN DE COVID-19 EN LA REGIÓN LAMBAYEQUE EN EL AÑO 2020"

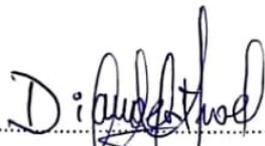
presentado por el (la) Tesista JUAN ARNUNDO VASQUEZ VELASQUEZ

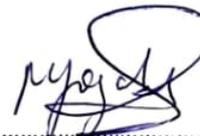
sustentación que es autorizada mediante Resolución N° 078-2023-EPG de fecha 28-11-23 28 NOVIEMBRE DEL 2023.

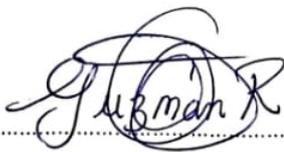
El Presidente del jurado autorizó del acto académico y después de la sustentación, los señores miembros del jurado formularon las observaciones y preguntas correspondientes, las mismas que fueron absueltas por el (la) sustentante, quien obtuvo 16 puntos que equivale al calificativo de BUENO

En consecuencia el (la) sustentante queda apto (a) para obtener el Grado Académico de: MAESTRO EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN MATEMÁTICA APLICADA

Siendo las 01:40 pm horas del mismo día, se da por concluido el acto académico, firmando la presente acta.


PRESIDENTE


SECRETARIO


VOCAL

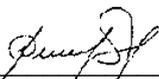

ASESOR

CONSTANCIA DE APROBACIÓN DE ORIGINALIDAD DE TESIS

Yo, Luis Jaime Collantes Santisteban, asesor de tesis del Bach. Juan Arturo Vásquez Velásquez y titulada **MODELO BÁSICO EPIDEMIOLÓGICO SIR PARA DETERMINAR LA EVOLUCIÓN DEL COVID – 19 EN LA REGIÓN LAMBAYEQUE EN EL AÑO 2020**, luego de la revisión exhaustiva del documento constato que la misma tiene un índice de similitud de **19%** verificable en el reposte de similitud del programa Turnitin.

El suscrito analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas no constituyen plagio. A mi leal saber y entender la tesis cumple con todas las normas para el uso de citas y referencias establecidas por la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Lambayeque 24 de diciembre de 2023.



Dr. Luis Jaime Collantes Santisteban
Asesor
DNI 16654135



Bach. Juan Arturo Vásquez Velásquez
Tesisista

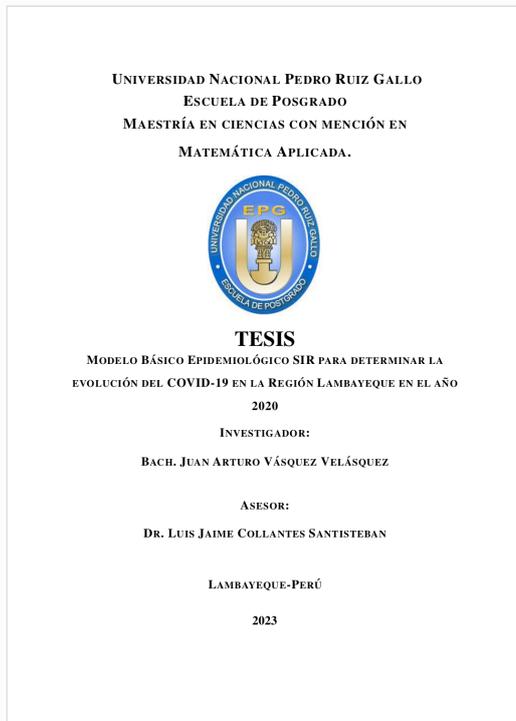


Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Luis Jaime Collantes Santisteban
Título del ejercicio: Tesis de Maestría Vásquez Velásquez
Título de la entrega: Tesis de Maestría Vásquez Velásquez
Nombre del archivo: TesisPosgradoUNPRG2022Rev_Final.pdf
Tamaño del archivo: 2.46M
Total páginas: 109
Total de palabras: 21,613
Total de caracteres: 103,927
Fecha de entrega: 26-nov.-2023 11:08p. m. (UTC-0500)
Identificador de la entre... 2239199937



Tesis de Maestría Vásquez Velásquez

INFORME DE ORIGINALIDAD

19%	18%	6%	5%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	www.yumpu.com Fuente de Internet	2%
2	mateapiunt.edu.pe Fuente de Internet	1%
3	disi.unal.edu.co Fuente de Internet	1%
4	www.researchgate.net Fuente de Internet	<1%
5	www.grafiati.com Fuente de Internet	<1%
6	Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo Trabajo del estudiante	<1%
7	edoc.pub Fuente de Internet	<1%
8	news.un.org Fuente de Internet	<1%
9	cdn.www.gob.pe Fuente de Internet	

Dedicatoria

*A mis queridos hijos Claudia Vanesssa, Diego Gustavo y Eduardo David, que son el motor y
la fuerza que me impulsan cada día.*

*A mi amada esposa Cecilia Yovanna por estar siempre a mi lado y por apoyarme en todos
mis proyectos.*

A mis padres Lolo y Rosa que constantemente me alientan a seguir adelante.

Agradecimientos

A Dios por darme la vida y la salud.

A mi alma mater la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, en especial a la Escuela de Posgrado, por acogerme en sus aulas.

A mis docentes de la Maestría en Matemática Aplicada, por sus enseñanzas durante todo este tiempo.

A mi asesor de tesis, el Dr. Luis Jaime Collantes Santisteban, por las acertadas sugerencias y aportes a esta tesis.

También mi agradecimiento póstumo a la Dra. Olinda Vigo Vargas por el apoyo mostrado durante mis estudios de maestría.

A mis compañeros de maestría, con quienes compartimos bellos momentos a pesar de las circunstancias que nos tocó vivir.

Asimismo agradezco al Dr. Edmundo Vergara de la Universidad Nacional de Trujillo y al Dr. Humberto Vargas de la Universidad Nacional Jorge Basadre de Tacna por su predisposición para ayudarme en la realización de esta tesis.

Índice general

Dedicatoria	VIII
Reconocimientos	IX
Índice de figuras	XIII
Índice de Tablas	XVI
Resumen	XVII
Abstract	XVIII
Introducción	XIX
1. Diseño Teórico	1
1.1. Antecedentes de la Investigación	1
1.2. Base Teórica	6
1.2.1. Epidemiología Matemática	6
1.2.2. Sistema de Ecuaciones diferenciales Ordinarias	7
1.2.3. Método de Runge Kutta de cuarto orden para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias	8
1.2.4. Método de Mínimos Cuadrados	10
1.2.5. Matriz jacobiana	12
1.2.6. Evolución de la COVID – 19	12
1.2.7. Modelo Básico epidemiológico SIR	13
1.3. Definiciones Conceptuales	16
1.4. Operacionalización de Variables	18
2. Métodos y Materiales	20
2.1. Tipo de Investigación	20
2.2. Método de Investigación	20

2.3. Diseño de Contrastación	22
2.4. Población, Muestra y Muestreo	22
2.5. Técnicas, instrumentos, equipos y materiales de recolección de datos	23
2.6. Procesamiento y análisis de datos	23
3. Resultados	24
3.1. Contagio neto por la pandemia Covid 19	24
3.2. No negatividad del modelo SIR	25
3.3. Análisis de estabilidad	27
3.4. Tiempo de evolución del Covid- 19	29
3.5. Identificación de parámetros	30
3.6. Ajuste por el método de mínimos cuadrados	32
3.7. Aplicación del modelo SIR	34
3.7.1. Modelamiento de la pandemia en el año 2020	34
3.7.1.1. Infectados marzo 2020	35
3.7.1.2. Susceptibles marzo 2020	36
3.7.1.3. Removidos marzo 2020	37
3.7.1.4. Infectados abril 2020	38
3.7.1.5. Susceptibles abril 2020	39
3.7.1.6. Removidos abril 2020	40
3.7.1.7. Infectados mayo 2020	41
3.7.1.8. Susceptibles mayo 2020	42
3.7.1.9. Removidos mayo 2020	43
3.7.1.10. Infectados junio 2020	44
3.7.1.11. Susceptibles junio 2020	45
3.7.1.12. Removidos junio 2020	46
3.7.1.13. Infectados julio 2020	47
3.7.1.14. Susceptibles julio 2020	48
3.7.1.15. Removidos julio 2020	49
3.7.1.16. Infectados agosto 2020	50

3.7.1.17. Susceptibles agosto 2020	51
3.7.1.18. Removidos agosto 2020	52
3.7.1.19. Infectados setiembre 2020	53
3.7.1.20. Susceptibles setiembre 2020	54
3.7.1.21. Removidos setiembre 2020	55
3.7.1.22. Infectados octubre 2020	56
3.7.1.23. Susceptibles octubre 2020	57
3.7.1.24. Removidos octubre 2020	58
3.7.1.25. Infectados noviembre 2020	59
3.7.1.26. Susceptibles noviembre 2020	60
3.7.1.27. Removidos noviembre 2020	61
3.7.1.28. Infectados diciembre 2020	62
3.7.1.29. Susceptibles diciembre 2020	63
3.7.1.30. Removidos diciembre 2020	64
4. Discusión	65
Anexos	72
1. Programas utilizados	72
1.1. Modelo SIR resuelto por el método de Runge Kutta de cuarto orden	72
1.2. Programa para contagios netos	81
1.3. Programa Método de mínimos cuadrados	81
2. Instrumentos de Recolección de Datos	81

Índice de figuras

1.1. Reporte del comportamiento del COVID – 19 elaborado por la GERESA Lambayeque	2
1.2. Dinámica de una pandemia en una población de acuerdo al modelo SIR	13
1.3. Gráfico de las soluciones del modelo SIR tomando los parámetros $\lambda = 1.19265 \times 10^{-7}$, $\gamma = 0.01377746$ y con valores iniciales $S(0) = 1177067$, $I(0) = 11$ y $R(0) = 2$	15
1.4. Dinámica del Número Reprodutor (R_0) para $R_0 = 3$	17
2.1. Método de investigación	22
3.1. Contagios netos de COVID-19 en la región Lambayeque desde el 15 de marzo al 31 de diciembre de 2020, según datos de la GERESA	24
3.2. Máximo de Contagios netos de COVID-19 en la región Lambayeque en el día 106 de la pandemia, según datos de la GERESA	25
3.3. Contagios netos por COVID-19 en la región Lambayeque desde el 15 de marzo de 2020 hasta el 8 de abril de 2021, según datos de la GERESA	26
3.4. Ajuste lineal de los infectados por covid 19 en la región Lambayeque	33
3.5. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de marzo con los parámetros $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$	35
3.6. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de marzo con los parámetros $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$	36
3.7. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de marzo con los parámetros $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$	37
3.8. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de abril con los parámetros $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.073784139$	38
3.9. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de abril con los parámetros $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.073784139$	39
3.10. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de abril con los parámetros $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.07378139$	40

3.11. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de mayo con los parámetros $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$	41
3.12. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de mayo con los parámetros $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$	42
3.13. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de mayo con los parámetros $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$	43
3.14. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de junio con los parámetros $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$	44
3.15. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de junio con los parámetros $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$	45
3.16. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de junio con los parámetros $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$	46
3.17. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de julio con los parámetros $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$	47
3.18. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de julio con los parámetros $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$	48
3.19. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de julio con los parámetros $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$	49
3.20. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de agosto con los parámetros $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$	50
3.21. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de agosto con los parámetros $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$	51
3.22. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de agosto con los parámetros $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$	52
3.23. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de setiembre con los parámetros $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$	53
3.24. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de setiembre con los parámetros $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$	54
3.25. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de setiembre con los parámetros $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$	55

3.26. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de octubre con los parámetros $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$ 56

3.27. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de octubre con los parámetros $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$ 57

3.28. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de octubre con los parámetros $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$ 58

3.29. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de noviembre con los parámetros $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$ 59

3.30. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de noviembre con los parámetros $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$ 60

3.31. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de noviembre con los parámetros $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$ 61

3.32. Solución del modelo SIR para los infectados del mes de diciembre con los parámetros $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$ 62

3.33. Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de diciembre con los parámetros $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$ 63

3.34. Solución del modelo SIR para los removidos del mes de diciembre con los parámetros $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$ 64

Índice de Tablas

1.1. Operacionalización de Variables	19
3.1. Datos de infectados y removidos proporcionados por GERESA	31
3.2. Cálculo de los parámetros diarios utilizados en el modelo	32
3.3. Parámetros iniciales del modelo para el año 2020	34

Resumen

El objetivo de esta investigación fue aplicar el modelo básico epidemiológico SIR para describir la evolución del COVID-19 en la región Lambayeque en el año 2020, considerando la gran importancia que tiene la modelación matemática para predecir el comportamiento de una enfermedad. La investigación que se ha desarrollado es de tipo observacional y retrospectiva, con diseño no experimental. Como técnica principal se utilizó la observación directa y como instrumento una ficha de recolección de datos, en el cual se anotaron los casos de personas susceptibles (S), Infectadas (I) y Removidas (R) por COVID-19 en la región Lambayeque durante el año 2020 de la información proporcionada por la Gerencia Regional de Salud (GERESA). Se programó el modelo básico epidemiológico SIR a través del programa MatLab versión 2018 utilizando una laptop modelo Inspiron 3421 con una capacidad de 2.00GB calculando los parámetros para la tasa de infección y remoción mensual (desde marzo 2020 a diciembre 2020), comparándose los datos obtenidos en las simulaciones con la información proporcionada por la GERESA, concluyendo que el modelo básico epidemiológico SIR permite hacer una descripción y análisis de la evolución de la pandemia del COVID 19 en la región Lambayeque durante el año 2020.

Palabras claves: Modelo SIR, epidemiología, Covid 19

Abstract

The objective of this research was to apply the basic SIR epidemiological model to describe the evolution of COVID-19 in the Lambayeque region in 2020, considering the great importance of mathematical modeling to predict the behavior of a disease. The research that has been developed is observational and retrospective, with a non-experimental design. Direct observation was used as the main technique and a data collection form was used as an instrument, in which the cases of susceptible (S), Infected (I) and Removed (R) people by COVID-19 in the Lambayeque region were noted during the year 2020 of the information provided by the Regional Health Management (GERESA). The basic SIR epidemiological model was programmed through the MatLab program version 2018 using a laptop model Inspiron 3421 with a capacity of 2.00GB, calculating the parameters for the monthly infection and removal rate (from March 2020 to December 2020), comparing the data obtained. in the simulations with the information provided by GERESA, concluding that for the basic epidemiological SIR model it allows a description and analysis of the evolution of the COVID 19 pandemic in the Lambayeque region during the year 2020.

Keywords: SIR model, epidemiology, Covid 19

Introducción

A fines del año 2020 los medios de comunicación informaron acerca de un peligroso virus respiratorio aparecido en la población de Wuhan en China provocando muertes en dicha región. Este virus fue expandiéndose por dicho país y luego empezó a extenderse a Europa, principalmente en Italia, Alemania y España, afectando a miles de personas, provocando una enfermedad que llamaron COVID-19. La Organización Mundial de la Salud (OMS) declaró a esta enfermedad como una emergencia sanitaria mundial.

Los contagios de esta nueva enfermedad se comenzaron a extender de manera rápida por todo el mundo. El 26 de febrero de 2020 se informó del primer caso en Sudamérica, específicamente en Brasil, posteriormente el 6 de marzo de 2020 se reportó el primer caso de COVID-19 en el Perú de un paciente en Lima que había llegado de viaje desde Europa, a partir de ese momento las autoridades nacionales comenzaron a tomar medidas sanitarias con la finalidad de impedir el avance de los contagios como fue la declaración del estado de emergencia que consistió en la suspensión de actividades públicas, el distanciamiento y el aislamiento de las personas (cuarentena).

A pesar de las medidas de contención dadas por el gobierno, el virus se siguió propagando por todo el país hasta que se conoció el primer caso de COVID - 19 en la región Lambayeque el 15 de marzo de 2020, esto originó grandes problemas ya que la región no contaba con la infraestructura ni equipamiento para atender a los miles de casos diarios que se presentaban. La aparición del COVID-19 ha despertado el interés para realizar investigaciones que permitan describir su comportamiento a través de modelos matemáticos y así conocer el avance de la enfermedad en una determinada región.

Como toda pandemia, que es provocada por un virus que se transmite por el contacto de las personas, tiene 3 etapas, la primera es el contagio, luego el periodo de desarrollo de la infección y finalmente el periodo de recuperación (o muerte). Esto hace que en una población existan personas susceptibles a enfermarse, personas infectadas con la enfermedad y personas recuperadas, por tal motivo el COVID - 19 cumple con las condiciones del modelo básico

epidemiológico SIR, es por esta razón que en este trabajo se ha tomado este modelo para el estudio de la pandemia en la región Lambayeque.

El objetivo de esta investigación fue aplicar el modelo básico epidemiológico SIR para describir la evolución del COVID-19 en la región Lambayeque durante el año 2020.

Este trabajo está dividido en 4 capítulos:

En el capítulo 1 se presentan los antecedentes de la investigación, la base teórica que da sustento a este trabajo, las definiciones conceptuales, la operacionalización de las variables y la hipótesis.

En el capítulo 2, denominado Métodos y materiales, se abarca el tipo y método de la investigación, el diseño de contrastación, la población, así como las técnicas e instrumentos de recolección de datos y el procesamiento y análisis de los mismos.

En el capítulo 3, se muestran la aplicación y los resultados de las simulaciones realizadas en el programa MatLab versión 2018 utilizando una laptop modelo Inspiron 3421 de 2.00GB de capacidad para describir el comportamiento de la pandemia.

En el capítulo 4 se presenta la discusión de los resultados obtenidos en esta investigación.

Finalmente se culmina con las conclusiones y recomendaciones de la investigación así como los anexos respectivos.

Capítulo I. Diseño Teórico

1.1. Antecedentes de la Investigación

Desde que el hombre comenzó a vivir en comunidades numerosas, las epidemias y enfermedades contagiosas empezaron a aparecer, así tenemos por ejemplo la plaga de Atenas (430 A.C.), la peste negra en Europa (1346-1350) o la plaga de Londres por mencionar algunas, muchas de ellas han sido controladas y se han descubierto vacunas para combatirlas. Actualmente aún existen epidemias mundiales como el ébola, cólera, VIH/Sida, entre otras que siguen azotando a la humanidad, algunas de estas enfermedades eran típicas de una determinada zona o región; sin embargo debido a la globalización (donde las personas circulan cada vez más rápido por el mundo) ha permitido que muchas enfermedades se puedan propagar más rápido y que se expandan por todo el mundo (Santamaría, 2015).

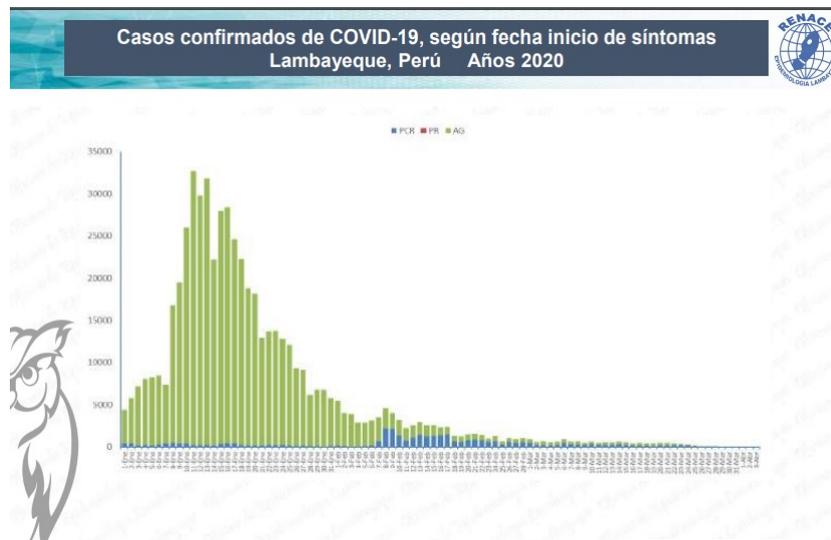
En diciembre de 2019 en Wuhan, China, apareció una nueva enfermedad respiratoria llamada COVID – 19 (enfermedad infecciosa que es causada por el coronavirus) que en el año 2020 se propagó por todo el mundo azotando duramente a la humanidad, esto supuso un grave problema de salud pública donde la epidemiología se presenta como una herramienta útil y eficaz para estudiar el comportamiento de las enfermedades infecciosas.

El Perú también fue azotado por la pandemia del COVID – 19 cuando el 6 de marzo de 2020 las autoridades anunciaron el primer caso de contagio, a partir de esa fecha el número de personas infectadas por el virus fueron en aumento, siendo el Ministerio de Salud (MINSA), a través de la Sala situacional COVID-19, el encargado de dar un reporte diario de los casos de personas contagiadas, fallecidas y recuperadas tal como se muestra en la figura 1.1. La pandemia del COVID-19 en nuestro país causó muchas muertes, hacinamiento en los hospitales, falta de camas en la Unidad de Cuidados Intensivos (UCI) para atención a los pacientes y falta de plantas de oxígeno, causando un colapso en el sistema de salud.

La región Lambayeque no fue ajena a los contagios por COVID – 19, su propagación entre la población causó miles de infectados y muertes durante el año 2020. La falta de camas UCI, falta de oxígeno, hacinamiento en hospitales y un endeble sistema de salud pública fueron los estragos que produjo esta pandemia en la región. En la literatura consultada, se encontraron escasos trabajos de modelación de enfermedades en la región, solo hay estudios basados en

Figura 1.1

Reporte del comportamiento del COVID – 19 elaborado por la GERESA Lambayeque



datos reales pero no en estimaciones o modelos que puedan predecir el comportamiento de una pandemia, por lo que se decidió describir la propagación del virus Sars-CoV-2 que causa el COVID-19, a través del modelo básico epidemiológico SIR debido a la naturaleza de la enfermedad y simplicidad del modelo.

Debido a estas pandemias es que surgió el interés de describir y modelar su comportamiento y evolución, la enfermedad del COVID-19 generó un gran interés en desarrollar herramientas para realizar predicciones basadas en modelos matemáticos. Uno de los pioneros en formular modelos matemáticos aplicados a una epidemia fue Daniel Bernoulli en el año 1760, sin embargo Pedersen (2015) señala que “no será sino hasta entrado el siglo XX cuando la modelización matemática en epidemiología cobraría un real impulso” (p. 5) y naturalmente el COVID – 19 en el mundo estimuló un gran interés para desarrollar herramientas basadas en modelos matemáticos.

Uno de los modelos epidemiológico más utilizados para describir diferentes pandemias y enfermedades es el modelo básico epidemiológico SIR el cual ha sido utilizado dando buenas aproximaciones como en los trabajos de Santamaría (2015), que utilizó el modelo SIR para modelar la gripe en Barcelona realizando la parametrización inicial en base a los datos obtenidos sobre la gripe con el fin de acotar el rango de los parámetros, logrando una buena aproximación que le permitió obtener un modelo que se ajustó al escenario real logrando

recrear el comportamiento de la enfermedad de manera satisfactoria, Borbón y Borbón (2014) hicieron un análisis acerca de los modelos utilizados en la propagación de la Influenza A (H1N1), donde analizan el modelo SIR y sus variantes logrando concluir que el modelo SIR es el más pertinente para la modelación de enfermedades de transmisión ya que es simple, versátil y de fácil aplicación al considerar diferentes parámetros. Hacen hincapié a que una buena campaña de vacunación y, en algunos casos, el aislamiento y cuarentena hacen que la enfermedad no se propague. En 2012, Zarate utilizó el modelo SIR para describir enfermedades respiratorias que tienen un comportamiento típico, donde logró muy buenos resultados al estimar los parámetros para la influenza AH1N1 en México, realizó la simulación utilizando el software MatLab y se creó un ambiente gráfico de modo que se logró dar valores a los parámetros, al número de semanas de la epidemia que se desea modelar así como la clase ya sea susceptible, infeccioso o removido, obteniendo resultados conforme avanzaba la enfermedad en el tiempo. La ventaja de utilizar el modelo epidemiológico SIR es que se pueden variar los parámetros con los que se desea modelar de acuerdo al ambiente geográfico. Asimismo el modelo epidemiológico básico SIR propuesto por Kermack y McKendrick (1927), ha sido utilizado para describir la evolución del COVID - 19 en diversas partes del mundo, como en el trabajo de Abelló et al. (2020), quienes afirman que el modelo SIR es útil en la predicción de enfermedades y les sirvió de apoyo en la toma de decisiones en salud pública durante la epidemia del COVID-19, asimismo afirmaron que este modelo permite analizar rebrotes o eventos locales de transmisión y que se puede aplicar a poblaciones específicas para la modelación de enfermedades. Este modelo SIR fue aplicado en la ciudad de La Habana (Cuba), donde los resultados y estimaciones fueron de ayuda a los epidemiólogos. Asimismo en el trabajo de Vinitisky et al. (2021) propusieron un modelo SIR reducido para la pandemia COVID - 19 basado en un sistema de 3 ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden no lineales y realizaron soluciones numéricas de dicho sistema mediante el método de Euler con paso de 1 día, donde concluyeron que el modelo es aplicable a cualquier comunidad (país, ciudad, etc.). Usaron como metodología ejemplos de modelado del desarrollo de una pandemia en función de dos parámetros: el tiempo de la diseminación de la infección por un portador del virus y la probabilidad de contaminación de un miembro de la población sana en contacto con uno infectado por unidad de tiempo. El modelo propuesto lo

comparan con el modelo básico SIR ya que su formulación estuvo basada en el número de infectados y el número de portadores de la enfermedad.

Manrique et al. (2020) usaron el modelo SIR para pronosticar la pandemia de la COVID-19 en Colombia, obteniendo datos de los casos diarios confirmados de COVID-19 proporcionados por el Instituto Nacional de Salud. En esta investigación se plantearon diferentes modelos haciendo la variación del número básico de reproducción (R_0), creando cuatro simulaciones con el modelo básico SIR, obteniendo como resultado que un R_0 de 2 es la mejor aproximación del comportamiento real de la pandemia para los primeros 15 días desde el reporte del primer caso y si R_0 es igual a 3 se tendrá el peor escenario que se daría en la primera semana del mes de abril de 2020.

Los resultados obtenidos por Grillo et al. (2020) permitieron conocer la manera como los modelos matemáticos pueden predecir el comportamiento de enfermedades infecciosas, enfocándose en el virus que provoca el COVID-19; su investigación incluyó una descripción de las variables epidemiológicas, los elementos del contexto y las intervenciones en salud que influyen en la tasa de infección. Se hace una descripción del modelo SIR donde muestran las características y cuales son los factores que influyen en este modelo, además explican cómo puede ser usado el modelo para estimar futuros escenarios de la pandemia.

Para la buena aproximación de los modelos SIR, es necesario optimizar el cálculo de los parámetros del modelo, así como se desarrolla en el trabajo de Sedaghat et al. (2020) donde propusieron un método novedoso que integra una solución analítica de la población infecciosa utilizando la función de distribución de Weibull en cualquier modelo de tipo SIR.

El modelamiento matemático en nuestro país ha sido utilizado en diversos trabajos para estudiar el comportamiento de diferentes enfermedades utilizando modelos matemáticos aplicados a la epidemiología como el de Vásquez (2018), que utilizó un modelo matemático para estudiar la obesidad. También existen trabajos aplicados al modelamiento del COVID – 19, como la investigación de Pino et al. (2020) quienes propusieron un modelo matemático SIR-D segmentado para “predecir la evolución de poblaciones epidemiológicas de interés en la pandemia del COVID-19” (p. 162) utilizando ecuaciones diferenciales ordinarias, para la metodología realizaron una segmentación del modelo en 6 intervalos de tiempo de 14 días cada uno. En cada etapa de la enfermedad, calcularon las tasas epidemiológicas para

reemplazarlo en el sistema de ecuaciones y estimaron de manera empírica los datos que proporcionaba el Ministerio de Salud de manera diaria. Los datos obtenidos les permitió observar y analizar el comportamiento de la pandemia del COVID - 19 en el Perú y realizaron simulaciones que representaron la evolución de esta enfermedad.

También se tiene la investigación de Espinola et al. (2020), quienes utilizaron como metodología el modelamiento matemático epidemiológico SIR con ecuaciones diferenciales ordinarias definidas para simular el comportamiento epidemiológico y estimar la evolución del COVID-19 en la población peruana, se aplicaron 6 modelos sin contención y 6 modelos con contención de la enfermedad, obteniendo tasas de recuperación así como las tasas de infectados en periodos de 11, 14 y 21 días. Asimismo Olivera y Rivera (2021) aplicaron el modelo SIR durante un periodo de 200 días para caracterizar la evolución epidémica de la enfermedad de coronavirus (COVID-19), estimando valores a través del número básico de reproducción R_0 , obteniendo el pico de infectados poco después del 30 de mayo de 2020, luego disminuye el número de personas infectadas a $R_0 = 1,5$.

En la investigación de Vargas et al. (2022) utilizan el modelo SIRD para determinar la propagación del COVID-19 en la región Tacna, donde utilizando la data del Ministerio de Salud, logrando modelar el comportamiento de la enfermedad en dicha región y obteniendo posibles escenarios con proyecciones para 2 y 3 años.

A nivel de la región Lambayeque existen escasos trabajos de modelación de enfermedades epidemiológicas, se ha encontrado, de manera general, la investigación de Vergara et al. (2020) quienes utilizaron el modelo epidemiológico básico SIR para determinar y describir el comportamiento de la pandemia del COVID - 19 para cada una de las regiones del país, estimando los parámetros diarios desde el 28 de marzo de 2020 hasta el 30 de abril del mismo año, obteniendo una proyección del comportamiento del COVID-19, utilizaron el método de Euler para resolver el modelo SIR, además realizaron simulaciones generando un patrón. A diferencia del referido trabajo, en esta investigación se han calculado los parámetros diarios en un periodo de tiempo más prolongado (del 15 de marzo de 2020 al 31 de diciembre de 2020) incorporando el cálculo de la media de los datos diarios proporcionados por la GERESA Lambayeque para determinar los parámetros del modelo de manera mensual, asimismo, se resolvió el modelo SIR a través del método de Runge Kutta de cuarto orden para sistemas de

ecuaciones diferenciales ordinarias. El aporte fundamental de esta investigación es describir la evolución del COVID - 19 en la región Lambayeque utilizando el modelo básico epidemiológico SIR resuelto bajo el enfoque numérico de Runge Kutta de cuarto orden, y comparando los resultados obtenidos en las simulaciones con la información proporcionada por la GERESA (2023).

La utilización y adecuación del modelo epidemiológico SIR en la región Lambayeque implica determinar los parámetros iniciales a partir de las cifras oficiales dadas por el Ministerio de Salud (MINSA) a través de la Gerencia Regional de Salud de Lambayeque (GERESA), tal como se utilizó en el trabajo de Vergara et al. (2020) donde “los datos de los efectos del COVID-19 en las regiones del Perú se recogieron en los reportes oficiales difundidos por cada una de las Direcciones Regionales de Salud” (p. 153), estos parámetros encontrados satisfacen las condiciones del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias del modelo, el cual fue resuelto a través del método de Runge Kutta de cuarto orden para sistemas de ecuaciones ordinarias. Los resultados que se obtuvieron en esta investigación permitió determinar los parámetros para que el modelo describa el comportamiento del COVID - 19 en la región Lambayeque.

1.2. Base Teórica

1.2.1. Epidemiología Matemática

La epidemiología matemática ayuda a modelar enfermedades de tipo infeccioso que se presentan en una determinada comunidad, y poder entender y explicar cómo se va propagando la misma a nivel poblacional. La modelación y simulación de los modelos matemáticos constituyen una herramienta de mucha importancia para poder predecir el comportamiento epidemiológico de una enfermedad y para evaluar las posibles estrategias de control.

La epidemiología matemática estudia a través de la utilización de modelos matemáticos el comportamiento de enfermedades infecciosas y los efectos de las medidas de contención para su control.

Según Abelló et al. (2020) la epidemiología matemática tiene como objetivo comprender la dinámica epidemiológica de una enfermedad para poder predecir la evolución poblacional; así

como, desarrollar e implementar estrategias de control. Intenta explicar y predecir el comportamiento de una enfermedad ayudando a entender la dispersión de la misma en la población bajo distintos escenarios.

Para López et al. (2015) la utilización de modelos matemáticos, en epidemiología, muestra cómo es la dinámica de transmisión de una enfermedad, es decir describe cómo se realiza el paso de una población susceptible a una infectada y de esta a una población removida (curada o fallecida), además ayuda a predecir los posibles escenarios de riesgo. Por esta razón los modelos matemáticos son muy útiles para evaluar el impacto que tiene una enfermedad y poder plantear estrategias de control, seleccionando las estrategias más adecuadas para tener un óptimo control de las enfermedades. Existen muchos modelos matemáticos, la selección y utilización de los mismos dependerá de la aplicabilidad y características de la enfermedad. En epidemiología matemática clásica se utilizan modelos matemáticos estructurados (como el SI, SIS, SIR, SIR-D, SEIR, etc), en base al número de personas susceptibles, infecciosas recuperadas y fallecidas. Estos modelos pueden ser simples, sin embargo, algunos pueden llegar a ser muy complejos dependiendo de los parámetros y condiciones que se le agreguen. En la actualidad, el campo de la epidemiología matemática sigue activo y los modelos epidemiológicos se siguen perfeccionando.

1.2.2. Sistema de Ecuaciones diferenciales Ordinarias

Definición 1.2.1.

Un sistema de m ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden es una expresión del tipo:

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_1 = f_1(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ u'_2 = f_2(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u'_m = f_m(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \end{array} \right. \quad (1.1)$$

donde x es una variable independiente que representa al tiempo, u_1, u_2, \dots, u_m son variables que dependen de x y que toman valores en \mathbb{R} y f_1, f_2, \dots, f_m son funciones reales definidas en un

subconjunto $D \subset \mathbb{R}^{m+1}$

Definición 1.2.2.

Una solución de la ecuación (1.1) es un conjunto de M funciones u_1, u_2, \dots, u_m , con valores reales y definidas en un intervalo $J \subset \mathbb{R}$ que satisfacen las condiciones:

1. $(x, u_1(x), u_2(x), \dots, u_m(x)) \in D, \forall x \in J$
2. Cada u_i diferenciable en J y para todo $x \in J$ se cumple:

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_1 = f_1(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ u'_2 = f_2(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u'_m = f_m(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \end{array} \right. \quad (1.2)$$

1.2.3. Método de Runge Kutta de cuarto orden para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias

Sea el sistema de m ecuaciones diferenciales:

$$\begin{array}{l} \frac{du_1}{dx} = f_1(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ \frac{du_2}{dx} = f_2(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{du_m}{dx} = f_m(x, u_1, u_2, \dots, u_m) \end{array} \quad (1.3)$$

para $a \leq x \leq b$ con las condiciones iniciales:

$$u_1(a) = \alpha_1 ; u_2(a) = \alpha_2 ; \dots ; u_m(a) = \alpha_m \quad (1.4)$$

La finalidad de este método es encontrar m funciones u_1, u_2, \dots, u_m que satisfagan el sistema de ecuaciones diferenciales 1.3 y las condiciones iniciales 1.4.

El problema de valor inicial

$$y' = f(x,y), \quad y(a) = y_0, \quad a \leq x \leq b \quad (1.5)$$

se resuelve con el método de Runge - Kutta, a través de:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (1.6)$$

donde:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_n, y_n) \\ k_2 &= hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 &= hf\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2\right) \\ k_4 &= hf(x_n + h, y_n + k_3) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Para resolver un sistema de ecuaciones diferenciales con el método de Runge Kutta, se generaliza de la siguiente manera, formamos una partición regular en el intervalo $[a, b]$ con N subintervalos, con puntos $x_n = a + nh$ donde $n = 1, 2, 3, \dots, N$ y $h = \frac{b-a}{N}$

Se usará la notación $y_{i,j}$ para denotar una aproximación a $u_i(x_j)$ para $j = 0, 1, \dots, N$ y para $i = 1, 2, \dots, m$.

Las condiciones iniciales 1.4 se pueden expresar como:

$$y_{1,0}(a) = \alpha_1 ; y_{2,0}(a) = \alpha_2 ; \dots ; y_{m,0}(a) = \alpha_m \quad (1.8)$$

Supongamos que se calcularon $y_{1,j} ; y_{2,j} ; \dots ; y_{m,j}$, entonces obtenemos

$$y_{1,j+1} ; y_{2,j+1} ; \dots ; y_{m,j+1}$$

Para cada $i = 1, 2, \dots, m$, tenemos:

$$y_{i,j+1} = y_{i,j} + \frac{1}{6}(k_{1,j}, k_{2,j}, k_{3,j}, k_{4,j})$$

donde:

Para cada $i = 1, 2, \dots, m$

$$k_{1,j} = hf_i(x_j, y_{1,j}, y_{2,j}, \dots, y_{m,j})$$

Para cada $i = 1, 2, \dots, m$

$$k_{2,j} = hf_i \left(x_j + \frac{1}{2}h, y_{1,j} + \frac{1}{2}k_{1,1}, y_{2,j} + \frac{1}{2}k_{1,2}, \dots, y_{m,j} + \frac{1}{2}k_{1,m} \right)$$

Para cada $i = 1, 2, \dots, m$

$$k_{3,j} = hf_i \left(x_j + \frac{1}{2}h, y_{1,j} + \frac{1}{2}k_{2,1}, y_{2,j} + \frac{1}{2}k_{2,2}, \dots, y_{m,j} + \frac{1}{2}k_{2,m} \right)$$

Para cada $i = 1, 2, \dots, m$

$$k_{4,j} = hf_i (x_j + h, y_{1,j} + k_{3,1}, y_{2,j} + k_{3,2}, \dots, y_{m,j} + k_{3,m})$$

1.2.4. Método de Mínimos Cuadrados

El método de los mínimos cuadrados es una técnica de optimización que estima los parámetros para una serie de mediciones, encontrando la que mejor se ajuste a las mediciones, minimizando la suma de cuadrados de los residuos entre los puntos generados por la función y los datos obtenidos.

Por lo general un experimento produce un conjunto de datos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, siendo las abscisas x_k diferentes entre sí. El objetivo del método de mínimos cuadrados es determinar una fórmula $y = f(x)$ que relacione las variables, es decir encontrar una curva a los datos experimentales. Por lo general se tiene una serie de fórmulas previamente establecidas, y lo que hay que hallar son los valores más adecuados de unos coeficientes o unos parámetros para estas fórmulas.

El método de mínimos cuadrados define el “mejor” resultado cuando la suma de los residuos al cuadrado:

$$S = \sum_{i=1}^n (r_i)^2 \tag{1.9}$$

es mínima. Se define un residual como la diferencia entre los valores de la variable

dependiente y los valores el modelo,

$$r_i = y_i - f(x_i, \beta) \quad (1.10)$$

El problema de mínimos cuadrados se divide en lineal y no lineal. En esta sección trataremos del método de mínimos cuadrados para funciones no lineales, en particular para ajustar curvas exponenciales y reducirla a la forma lineal.

Se desea ajustar la función de regresión, dada por:

$$y = Ce^{Ax} \quad (1.11)$$

donde A y C son los coeficientes por resolver. Se desea ajustar la curva exponencial (1.11) a un conjunto de puntos $\{(x_k, y_k)\}_{k=1}^N$. Tomando el logaritmo natural tenemos:

$$\ln(y) = \ln(C) + Ax$$

Hacemos el siguiente cambio de variables: $Y = \ln(y)$, $X = x$, $B = \ln(C)$ se obtiene una relación lineal entre las nuevas variables X e Y :

$$Y = AX + B \quad (1.12)$$

Ahora se calcula la recta de regresión (1.12) para los puntos $\{(x_k, y_k)\}$, para lo cual se plantea las ecuaciones normales de Gauss

$$\left(\sum_{k=1}^N x_k^2 \right) A + \left(\sum_{k=1}^N x_k \right) B = \left(\sum_{k=1}^N X_k Y_k \right) \quad (1.13)$$

$$\left(\sum_{k=1}^N x_k \right) A + NB = \sum_{k=1}^N Y_k \quad (1.14)$$

que forman un sistema de ecuaciones lineales para las incógnitas A y B . Una vez calculados A y B , se calcula el parámetro C de (1.11) de la siguiente manera: $C = e^B$.

1.2.5. Matriz jacobiana

Sea Ω un conjunto abierto de \mathbb{R}^n y una función diferenciable $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$. en un punto $a \in \Omega$, la matriz de la aplicación lineal $Df(a) \in L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^m)$ se llama **matriz jacobiana** de f en a y se denota por $Jf(a)$.

Por lo tanto, la matriz jacobiana de f en a está dada por:

$$Jf(a) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(a) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(a) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(a) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(a) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(a) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(a) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1}(a) & \frac{\partial f_m}{\partial x_2}(a) & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n}(a) \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

1.2.6. Evolución de la COVID – 19

La pandemia del COVID – 19 se origina en China a finales del año 2019 y se empieza a propagar rápidamente por todo el mundo; primero llegó a Europa, posteriormente a nuestro continente y finalmente a nuestro país, cuando las autoridades reportan el primer caso positivo a inicios de marzo de 2020. A partir de ese momento la enfermedad se empezó a propagar de manera acelerada, llegando a la región Lambayeque donde causó muchas infecciones y las muertes por este virus aumentaban diariamente de manera alarmante.

Entre los datos más relevantes sobre la pandemia tenemos:

- 07 de marzo de 2020: Primer caso de covid 19 reportado en el Perú.
- 09 de marzo de 2020: Suspensión de clases en colegios.
- 12 de marzo de 2020: Suspensión de clases en todos los niveles educativos.
- 15 de marzo de 2020: Primer caso de covid 19 en la región Lambayeque.
- 16 de marzo de 2020: Inicio de la cuarentena a nivel nacional.

Esta evolución del COVID – 19, se puede modelar a través de la matemática haciendo uso de diferentes modelos; en esta investigación se ha tomado el modelo básico epidemiológico SIR para poder describir el comportamiento del COVID – 19 en la región Lambayeque a través del

uso de un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias planteado en (1.17) al (1.19), por las consideraciones del modelo establece que la población es constante y no toma en cuenta el número de personas que fallecieron ni los nacimientos; para nuevas investigaciones se pueden considerar otros parámetros como la tasa de natalidad, tasa de mortalidad o tasa de vacunación.

1.2.7. Modelo Básico epidemiológico SIR

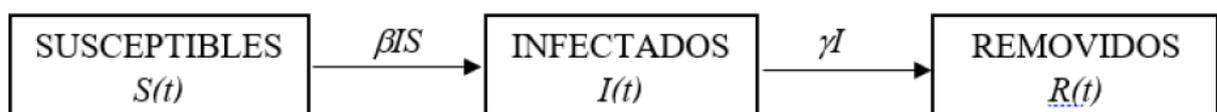
El modelo epidemiológico SIR fue propuesto por Kermack y McKendrick (1927) el cual ha sido aplicado en diversos tipos de enfermedades y epidemias. Este modelo considera el número de personas de una comunidad de manera constante, es decir sin tomar en cuenta los nacimientos ni defunciones, y permite estimar el número de personas que son susceptibles a enfermarse al estar en contacto con personas infectadas (susceptibles), el número de personas que padecen la enfermedad (infectados) y el número de personas que son inmunes, es decir, ya no pueden transmitir la enfermedad (Recuperados o fallecidos), en una población a lo largo de un determinado periodo de tiempo (Manrique et al., 2020), es decir que este modelo divide a una población $N(t)$ en tres partes, los susceptibles $S(t)$, los infectados $I(t)$ y los removidos $R(t)$, todos relacionados con la unidad de tiempo t , generalmente expresada en días (Marques et al., 2021) de tal manera que:

$$N(t) = S(t) + I(t) + R(t) \quad (1.16)$$

El esquema del modelo básico epidemiológico SIR, se representa en la figura 1.2

Figura 1.2

Dinámica de una pandemia en una población de acuerdo al modelo SIR



El modelo básico epidemiológico SIR, plantea el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$S'(t) = -\lambda S(t) \cdot I(t) \quad (1.17)$$

$$I'(t) = \lambda S(t) \cdot I(t) - \gamma I(t) \quad (1.18)$$

$$R'(t) = \gamma I(t) \quad (1.19)$$

donde:

λ : Tasa de infección

γ : Tasa de remoción

t : Tiempo.

$S(t)$: Número de personas susceptibles.

$I(t)$: Número de personas infectadas.

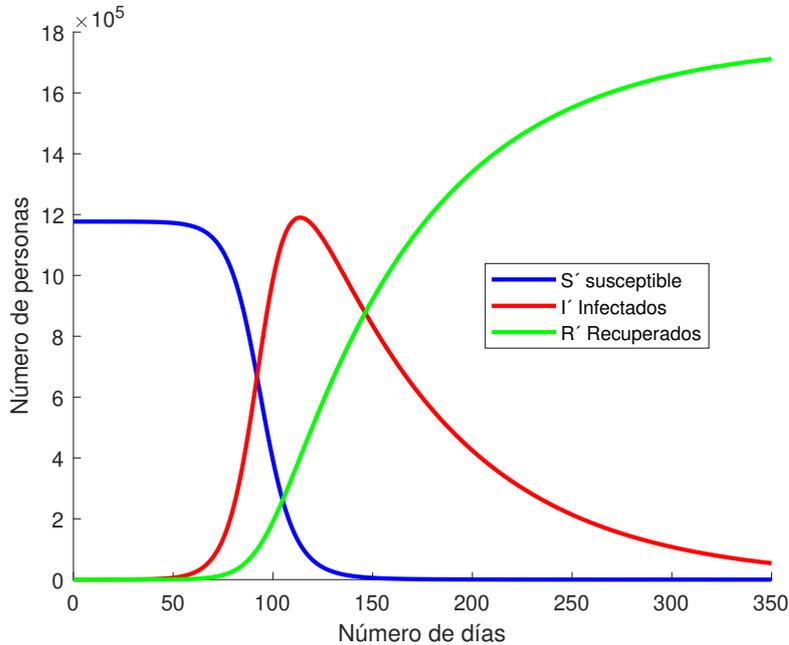
$R(t)$: Número de personas removidas

La ecuación (1.17) nos indica que la variación del número de personas susceptibles en una población es directamente proporcional con la cantidad de susceptibles e infectados, esta variación va disminuyendo, es decir que $S(t)$ es decreciente. La ecuación (1.18) nos indica que la variación de la cantidad de personas infectadas está dada por la diferencia entre los nuevos infectados y los nuevos removidos y la ecuación (1.19) indica que la variación de la cantidad de personas removidas es directamente proporcional a la cantidad de personas infectadas, además $R(t)$ es creciente (Vergara et al. 2020).

La figura 1.3 se muestra un ejemplo tomado de la investigación de Vergara et al. (2020) donde se muestra como funciona el modelo básico epidemiológico SIR tomando los parámetros $\lambda = 1.19265 \times 10^{-7}$, $\gamma = 0.01377746$ y con valores iniciales $S(0) = 1177067$, $I(0) = 11$ y $R(0) = 2$ donde se puede observar que los susceptibles van decreciendo, los infectados aumentan hasta llegar a un pico máximo donde empieza a disminuir, mientras que los recuperados van aumentando.

Figura 1.3

Gráfico de las soluciones del modelo SIR tomando los parámetros $\lambda = 1.19265 \times 10^{-7}$, $\gamma = 0.01377746$ y con valores iniciales $S(0) = 1177067$, $I(0) = 11$ y $R(0) = 2$



Como se puede apreciar, en una pandemia, el número de infectados va disminuyendo, es decir que $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0$.

El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (1.17) al (1.19) posee solución única definida para todo $t \geq 0$, la demostración se encuentra en García (2014). En la presente investigación se ha utilizado el método de Runge - Kutta de cuarto orden para resolver dicho sistema de ecuaciones ya que con este método numérico garantizamos su convergencia y la solución aproximada se acerca a la solución exacta.

Dentro de modelo SIR es muy importante calcular los parámetros λ y γ . El cálculo de dichos parámetros se especifican en el capítulo 3.

El modelo SIR trabaja bajo los siguientes supuestos:

- La población es constante (no se toman en cuenta nacimientos ni muertes)
- Las personas recuperadas se vuelven inmunes a la enfermedad, es decir que no vuelven a contagiarse (no hay rebotes).
- La enfermedad tiene un periodo de desarrollo.

1.3. Definiciones Conceptuales

Epidemia

Es cuando una enfermedad sufre un aumento importante del número de personas infectadas en una determinada región o país y en un mismo tiempo (Pliego, 2011), es decir que el virus ataca a una gran cantidad de personas situadas en un mismo ambiente geográfico en igual periodo de tiempo.

Número reproductivo

En el modelo epidemiológico básico SIR, el número reproductivo se denota por R_0 y representa la cantidad de personas que se infectan a partir de un caso en una población susceptible (Grillo et al., 2020).

Si consideramos que al inicio de una pandemia toda la población es susceptible, es decir si $S(0) \approx N$, entonces una persona infectada contagia de la enfermedad a otra en aproximadamente λN personas por unidad de tiempo durante el periodo que dura la enfermedad (García, 2014). Es decir:

$$R_0 = \frac{\lambda}{\gamma} \cdot N$$

donde λ es la tasa de infección, γ es la tasa de recuperación y N es la población total.

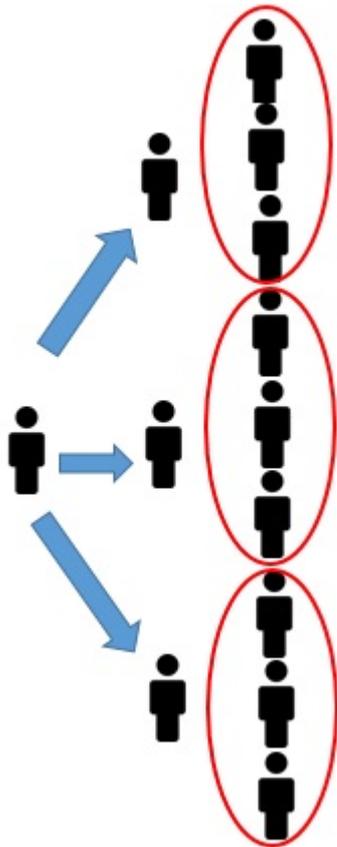
Esta ecuación nos indica la velocidad con la que el virus se propaga, si $R_0 < 1$ no habrá rebrote epidémico, pero si $R_0 > 1$ ocurrirá una epidemia puesto que la tasa de infección será mayor a la tasa de recuperación y se propaga la infección (Abelló et al., 2020).

Si el número inicial de personas susceptibles es ligeramente mayor que el número reproductivo R_0 , entonces se puede estimar el número de individuos que podrían contagiarse de la enfermedad.

Para el modelo SIR, se observa que para reducir el valor de R_0 , matemáticamente lo podemos hacer si disminuimos el valor de λ (tasa de contagios), lo cual significaría detener los contagios aplicando algunas medidas como vacunas, restricciones o cuarentena a las personas infectadas para reducir los casos de infección, o también se puede reducir el R_0 aumentando el valor de γ que es la tasa de recuperación, que biológicamente se puede aumentar dando algún tipo de medicación a las personas infectadas para que se puedan recuperar más rápido (Salcedo, 2015).

Figura 1.4

Dinámica del Número Reprodutor (R_0) para $R_0 = 3$



En la figura 1.4 se observa la dinámica del número reproductivo (R_0) para $R_0 = 3$, es decir que una persona infecta a 3 personas y estas, a su vez infectan, cada una, a otras 3 y así sucesivamente. en este escenario, la enfermedad se propagará de manera acelerada en una determinada población.

Pandemia

Es la propagación de una enfermedad infecciosa que se extiende a lo largo de una parte considerable del planeta (Pliego, 2011), es decir que la enfermedad se traslada fácilmente de un lugar geográfico a otro (a diferentes países y continentes).

Población infectada

Es el número de personas de una determinada área o región que tienen el coronavirus (SARS-CoV-2) y que han sido detectados positivos por PCR (pruebas moleculares) y positivos por PR (pruebas rápidas). La población de infectados en el tiempo t es la diferencia entre los

infectados y los removidos.

Población removida

Es el número de personas de una determinada área o región que no pueden transmitir la infección del coronavirus (SARS-CoV-2) ya sea porque fallecieron o porque se recuperaron de la enfermedad. La población removida es la suma de los fallecidos con los recuperados.

Población susceptible

Es el número de personas de una determinada área o región que podría contagiarse con el coronavirus (SARS-CoV-2) y que sería susceptible de infectarse con el COVID – 19 al estar en contacto con una persona infectada. La población susceptible en el tiempo t es el total de la población menos los infectados y removidos.

SARS-CoV-2

El SARS-CoV-2 es un virus altamente contagioso, la infección se da por contacto directo a través de secreciones de saliva o moco cuando se habla o tose cerca de otra persona (Grillo et al., 2020), o por contacto indirecto con objetos. El periodo de incubación medio es de 5-6 días y la duración de la enfermedad es de 14 días (Abelló et al., 2020).

Tasa de infección

Es la probabilidad de infección y su variabilidad por el virus SARS-CoV-2 entre las personas susceptibles. Se puede decir que es el porcentaje de infectado entre los expuestos (Grillo et al., 2020).

Tasa de remoción

Es el porcentaje de personas recuperadas entre el número de personas infectadas (Grillo et al., 2020).

1.4. Operacionalización de Variables

La operacionalización de las variables se muestra en la tabla (1.1)

Tabla 1.1*Operacionalización de Variables*

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTO
Evolución del COVID-19 en la región Lambayeque en el año 2020	Susceptibles	Casos de personas en riesgo de adquirir la infección del COVID – 19 en la región Lambayeque en el año 2020	Ficha de recopilación de datos/Simulaciones numéricas con MatLab
	Infectados	Casos de personas con resultados positivos según pruebas moleculares y pruebas rápidas del COVID – 19 en la región Lambayeque en el año 2020	Ficha de recopilación de datos/Simulaciones numéricas con MatLab
	Removidos	Casos de personas recuperadas que no pueden transmitir la infección del virus SARS-CoV-2 (fallecidas y recuperadas) en la región Lambayeque en el año 2020.	Ficha de recopilación de datos/Simulaciones numéricas con MatLab
Tiempo de evolución	Tiempo de inicio de la pandemia en la región Lambayeque	Fecha de reporte del primer infectado en la región Lambayeque.	Ficha de recopilación de datos
	Tiempo de ocurrencia del pico máximo de infecciones	Fecha de reporte del periodo máximo de infectados en la región Lambayeque en el año 2020.	Ficha de recopilación de datos

Capítulo II. Métodos y Materiales

2.1. Tipo de Investigación

Esta investigación es de tipo observacional ya que los datos se han recolectado en base a la estadística que maneja la Gerencia Regional de Salud (GERESA) sobre el número de personas infectadas, recuperadas y defunciones de la pandemia del COVID 19 en la región Lambayeque sin intervención del investigador, dichos datos sirvieron para determinar los parámetros. Es retrospectiva porque se tomaron los datos almacenados, es decir datos ya existentes de una base de datos del año 2020. es prospectiva pues el modelo nos permite hacer pronósticos a futuro. Es longitudinal, ya que se midieron los datos en diferentes momentos y tiene un enfoque tecnológico formal ya que a través de las simulaciones del modelo nos permitió predecir comportamientos a futuro.

2.2. Método de Investigación

El método de investigación fue de enfoque cuantitativo, tomando la información proporcionada por la GERESA durante el año 2020 de las personas infectadas, recuperadas y fallecidas de COVID 19 en la región Lambayeque, se midieron los datos en diferentes momentos de la pandemia, describiendo el comportamiento del COVID 19 en la región Lambayeque.

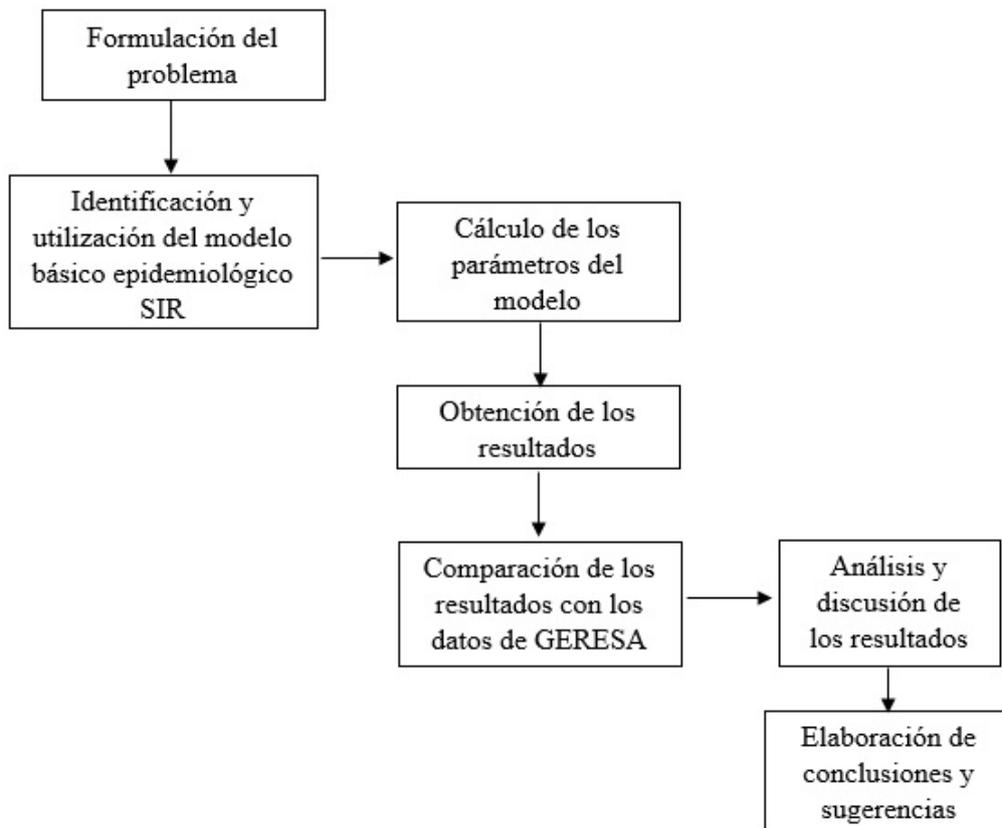
Para la presente investigación se utilizó el método de análisis - síntesis puesto que primero se observó el fenómeno a estudiar, en este caso la evolución del COVID - 19 en la región Lambayeque, luego se describió el comportamiento de dicha enfermedad, identificando sus parámetros con la información recogida de acuerdo a las variables de la investigación, distribuyéndolas en base a sus indicadores. Posteriormente se utilizó el modelo básico epidemiológico SIR para poder describir el comportamiento de la enfermedad, se obtuvo una solución aproximada del modelo utilizando métodos numéricos obteniéndose simulaciones hechas en un programa desarrollado en MatLab versión 2018 y los resultados de dichas simulaciones se compararon con los datos oficiales proporcionados por la Gerencia Regional de Salud de Lambayeque (GERESA) para analizar los resultados obtenidos, estudiarlos y dar una explicación del fenómeno observado.

También en esta investigación se ha utilizado el enfoque de sistemas (Figura 2.1) para cumplir

el objetivo general, planteamiento del problema y la justificación de la investigación, para esto se ha realizado lo siguiente:

- Formulación del problema
- Identificación y utilización del modelo básico epidemiológico SIR.
- Cálculo de los parámetros iniciales del modelo.
- Obtención de resultados.
- Comparación de los resultados del modelo con los datos oficiales de la GERESA para calibrar los parámetros.
- Análisis y discusión de los resultados.
- Elaboración de las conclusiones y sugerencias.

El tratamiento de la información tuvo un enfoque interdisciplinario ya que se incorporó conocimientos de diferentes ciencias como la biología y epidemiología y un enfoque empírico ya que se basó en la experiencia vivida durante la epidemia observando el fenómeno y utilizando un análisis estadístico para la obtención de los parámetros.

Figura 2.1*Método de investigación*

2.3. Diseño de Contrastación

Con la finalidad de validar y contrastar nuestra hipótesis, los resultados obtenidos del modelo básico epidemiológico SIR se realizaron las comparaciones con trabajos de otras investigaciones, haciendo un análisis de sensibilidad y se realizó las comparaciones de los resultados obtenidos en las proyecciones realizadas en un programa desarrollado en el software MatLab versión 2018 con la información sobre los infectados, fallecidos y recuperados proporcionada por la GERESA (2020).

2.4. Población, Muestra y Muestreo

La población estuvo constituida por los habitantes de la región Lambayeque que según la proyección para el año 2020 realizada por el Instituto Nacional de Estadística e Informática,

(INEI, 2009) fue de 1 309 731.

Para esta investigación no se tuvo muestra ni se realizó muestreo ya que se trabajó con toda la población puesto que todos son susceptibles de contraer la enfermedad.

2.5. Técnicas, instrumentos, equipos y materiales de recolección de datos

Entre las técnicas utilizadas en esta investigación fueron:

- Observación directa.
- Simulaciones del comportamiento del COVID – 19 en el software MatLab.

Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron:

- Ficha de recolección de datos.
- Simulaciones numéricas con MatLab versión 2018.

Entre los equipos utilizados para esta investigación fueron: Laptop modelo Inspiron 3421 con una capacidad de 2.00GB, impresora multifuncional, dispositivos celulares y pen drive, entre otros. Entre los materiales utilizados se tuvieron papel bond, lápices, lapiceros, borradores y correctores.

2.6. Procesamiento y análisis de datos

Para el procesamiento de datos se utilizó el programa MatLab. El cálculo de los parámetros iniciales se realizaron utilizando la media de los datos diarios de infectados y fallecidos para poder calcular la tasa de contagios y tasa de recuperación.

Para resolver el modelo básico epidemiológico SIR se realizó a través del método de Runge Kutta de cuarto orden para sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, a partir de eso se realizaron las simulaciones mediante el programa MatLab versión 2018 empleando una laptop modelo Inspiron 3421 con una capacidad de 2.00GB, obteniéndose buenas aproximaciones con los datos oficiales que maneja la GERESA (2023).

Capítulo III. Resultados

3.1. Contagio neto por la pandemia Covid 19

Definición 3.1.1 (Contagio Neto) Se define el Contagio Neto (CN) de la pandemia del Covid - 19 de la siguiente manera:

$$CN(t) = I(t) - R(t)$$

Donde:

$CN(t)$: Cantidad de personas con contagio neto en el día t

$I(t)$: Cantidad de personas infectadas en el día t

$R(t)$: Cantidad de personas removidas (recuperadas o fallecidas) en el día t

t : Tiempo (en días)

De acuerdo a los datos proporcionados por la GERESA (2023), el número de personas con contagio neto por Covid - 19 en la región Lambayeque desde el 15 de marzo al 31 de diciembre de 2020 (292 días), se muestra en la figura 3.1

Figura 3.1

Contagios netos de COVID-19 en la región Lambayeque desde el 15 de marzo al 31 de diciembre de 2020, según datos de la GERESA

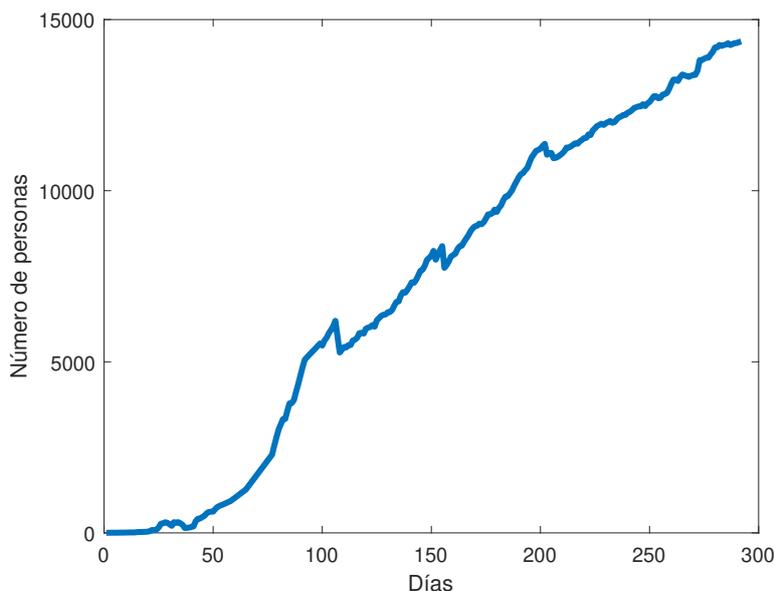
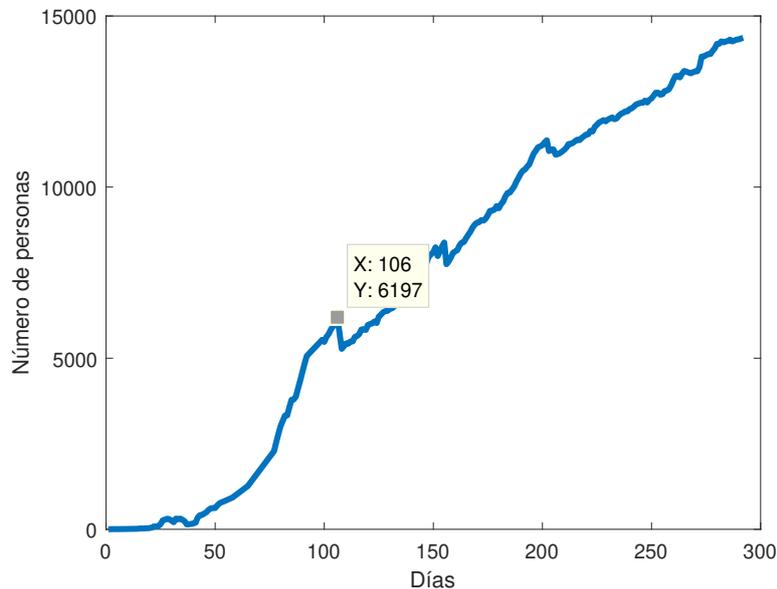


Figura 3.2

Máximo de Contagios netos de COVID-19 en la región Lambayeque en el día 106 de la pandemia, según datos de la GERESA



Como se observa en las figuras 3.1 y 3.2 los contagios netos desde el 15 de marzo de 2020 hasta el 31 de diciembre de 2020 por COVID - 19 en la región Lambayeque muestran un pico de contagio muy notorio que se da en el día 106 de la pandemia (28 de junio de 2020) con 6197 personas con contagio neto (figura 3.2) y luego hay un pequeño descenso hasta que los contagios vuelven a incrementarse. Este incremento en los contagios es lo que las autoridades denominaron la segunda ola.

Del mismo modo, tenemos los contagios netos por COVID-19 en la región Lambayeque desde el 15 de marzo de 2020 hasta el 8 de abril de 2021 (390 días), los cuales se muestran en la figura 3.3

Como se observa en la figura 3.3, los casos de infectados netos en la región Lambayeque tienen un descenso significativo a partir de 15 de enero de 2021 (día 307) , para luego seguir aumentando a partir del 22 de enero de 2021 (datos obtenidos de la GERESA).

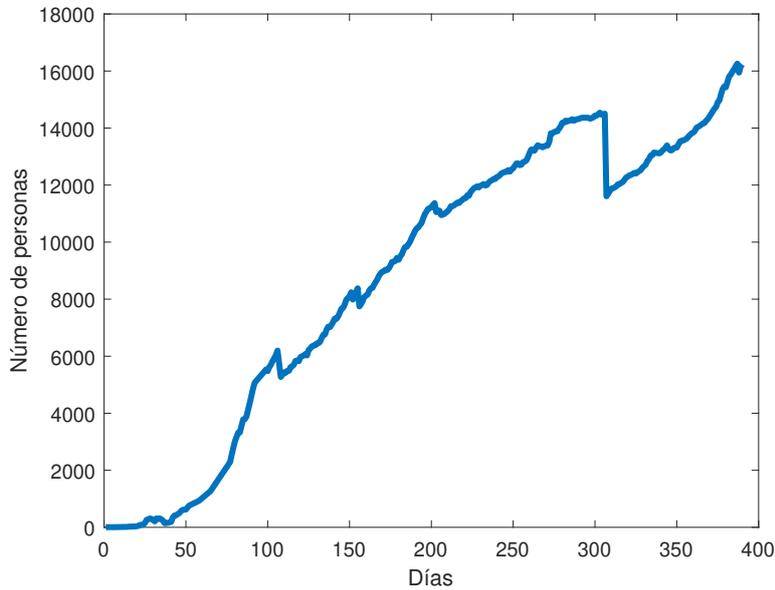
3.2. No negatividad del modelo SIR

Siguiendo el trabajo de Madge y Pérez (2022), es posible demostrar el siguiente teorema:

Teorema 3.2.1 *Si $S_0 \geq 0$; $I_0 \geq 0$ y $R_0 \geq 0$, entonces las soluciones del sistema 1.17 - 1.19,*

Figura 3.3

Contagios netos por COVID-19 en la región Lambayeque desde el 15 de marzo de 2020 hasta el 8 de abril de 2021, según datos de la GERESA



permanecen no negativas para todo $t > 0$

Demostración. De acuerdo con la hipótesis las condiciones iniciales son no negativas, lo que se demostrará es que las soluciones del modelo también lo son.

De la ecuación 1.17, se tiene:

$$\frac{d}{dt}S(t) = -\lambda S(t).I(t) \geq -\lambda S(t)$$

$$\frac{d}{dt}S(t) \geq -\lambda S(t)$$

$$\frac{d}{dt}S(t) + \lambda S(t) \geq 0$$

$$e^{\lambda t} \left(\frac{d}{dt}S(t) + \lambda S(t) \right) \geq 0$$

$$\int_0^t d \left(S(s)e^{\lambda s} \right) \geq 0$$

$$S(t).e^{\lambda t} - S(0) \geq 0$$

$$S(t) \geq \frac{S_0}{e^{\lambda t}}$$

$$S(t) \geq S_0.e^{-\lambda t} \geq 0$$

$$\text{Luego } S(t) \geq 0$$

De manera análoga

De la ecuación 1.18:

$$\frac{d}{dt}I(t) = \lambda S(t).I(t) - \gamma I(t) \geq -\gamma I(t)$$

$$\frac{d}{dt}I(t) \geq -\gamma I(t)$$

$$\frac{d}{dt}I(t) + \gamma I(t) \geq 0$$

$$e^{\gamma t} \left(\frac{d}{dt}I(t) + \gamma I(t) \right) \geq 0$$

$$\int_0^t d(I(s)e^{\gamma s}) \geq 0$$

$$I(t).e^{\gamma t} - I(0) \geq 0$$

$$I(t) \geq \frac{I_0}{e^{\gamma t}}$$

$$I(t) \geq I_0.e^{-\gamma t} \geq 0$$

$$\text{Luego } I(t) \geq 0$$

De la ecuación 1.19:

$$\frac{d}{dt}R(t) = \gamma I(t), \text{ como } I(t) \geq 0$$

Luego $R(t) \geq 0$

Con esto se demuestra la no negatividad del modelo SIR.

3.3. Análisis de estabilidad

De acuerdo a la investigación de Madge y Pérez (2022), el punto de equilibrio de la pandemia se analiza en función del R_0 , si R_0 es igual que 1, hay un equilibrio endémico, si R_0 es mayor que 1, entonces significa que cada persona contagia a más de una persona y si R_0 es menor que 1, la epidemia tiende a desaparecer.

Para encontrar el punto de equilibrio X_0 del modelo SIR dado por las ecuaciones 1.17 - 1.19, se sigue las ideas de Madge y Pérez (2022). Para ello se igualan cada una de las ecuaciones a cero, obteniendo:

$$-\lambda S(t) \cdot I(t) = 0 \quad (3.1)$$

$$\lambda S(t) \cdot I(t) - \gamma I(t) = 0 \quad (3.2)$$

$$\gamma I(t) = 0 \quad (3.3)$$

De la ecuación 3.3, se tiene que $I(t) = 0$, anulando cada ecuación del sistema, pero si $I(t) = 0$ quiere decir que no hay personas infectadas, por lo tanto no existirán personas recuperadas, es decir $R(t) = 0$.

Como $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ es constante, es decir $N(t) - S(t) - I(t) - R(t) = 0$, la población de susceptibles, cuando $I(t) = 0$ es $S(t) = N(t)$, luego el punto de equilibrio es $X_0 = (N, 0, 0)$

Para determinar la estabilidad del punto de equilibrio del sistema, se calculan los valores propios de la matriz jacobiana del sistema obteniendo la matriz:

$$J(S, I, R) = \begin{bmatrix} -\lambda I & -\lambda S & 0 \\ \lambda I & \lambda S - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Tomemos los puntos iniciales $I = 0$ y $S = N$, luego la matriz resulta:

$$J(S, I, R) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda N & 0 \\ 0 & \lambda N - \gamma & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Luego, para hallar los auto valores propios:

$$J - \beta I = \begin{bmatrix} -\beta & -\lambda N & 0 \\ 0 & \lambda N - \gamma - \beta & 0 \\ 0 & \gamma & -\beta \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Se obtiene:

$$\det(J - \beta I) = \begin{vmatrix} -\beta & -\lambda N & 0 \\ 0 & \lambda N - \gamma - \beta & 0 \\ 0 & \gamma & -\beta \end{vmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

De donde obtenemos que los valores propios son: $\beta_1 = 0$; $\beta_2 = 0$ y $\beta_3 = \lambda N - \gamma$, como se puede ver hay 2 valores propios que son ceros, esto quiere decir que no podemos afirmar si el sistema es estable o no, pero si no hay infecciones, es decir $\lambda = 0$, entonces el valor $\beta_3 = -\gamma < 0$, luego obtenemos que el punto de equilibrio $X_0 = (N, 0, 0)$ es estable. (Madge y Pérez, 2022).

3.4. Tiempo de evolución del Covid- 19

La cepa de SARS-CoV-2 puede afectar a la gente de varias maneras, lo cual puede facilitar su propagación. El tiempo de evolución de la pandemia del COVID – 19 lo definiremos como el tiempo aproximado de duración de la enfermedad en un individuo.

El periodo de infección está relacionado con el parámetro γ del modelo, específicamente con la inversa de γ , es decir. $\frac{1}{\gamma}$

De (1.19) se tiene:

$$\gamma I(t) = R'(t)$$

Para un h suficientemente pequeño, se tiene:

$$\gamma I(t) = \frac{R(t+h) - R(t)}{h}$$

Haciendo $h = \frac{1}{\gamma}$:

$$\gamma \cdot I(t) = \frac{R\left(t + \frac{1}{\gamma}\right) - R(t)}{\frac{1}{\gamma}} \quad (3.8)$$

$$I(t) = R\left(t + \frac{1}{\gamma}\right) - R(t) \quad (3.9)$$

$$I(t) + R(t) = R\left(t + \frac{1}{\gamma}\right) \quad (3.10)$$

Es decir que el número de personas recuperadas en el instante $t + \frac{1}{\gamma}$, es la suma de las personas que estaban infectadas en el instante t más todas las personas que ya se habían recuperado en el instante t , es decir, que $\frac{1}{\gamma}$ es el tiempo promedio que tardan las personas en recuperarse (García, 2014) y dicho tiempo de infección para el COVID – 19 es de 14 días (Abelló et al., 2020).

3.5. Identificación de parámetros

La estimación de los parámetros de tasa de infección λ y tasa de remoción γ , para modelar la propagación de la pandemia por COVID-19 en la región Lambayeque se ha realizado de la siguiente manera:

Los parámetros λ (tasa de contagio) y γ (tasa de remoción), se calcularon de los datos que la GERESA publicaba de manera diaria acerca de los infectados, fallecidos y recuperados desde el 15 de marzo al 31 de diciembre de 2020. Para esto se utilizaron las fórmulas (Vergara et al., 2020):

$$\lambda = -\frac{S(t+1) - S(t-1)}{2S(t)I(t)} \quad (3.11)$$

$$\gamma = \frac{R(t+1) - R(t-1)}{2I(t)} \quad (3.12)$$

Con las fórmulas (3.11) y (3.12), se calcularon los parámetros diarios para la COVID - 19 en la región Lambayeque para las tasas de contagio y de recuperación desde el 28 de marzo de 2020 (día en que se reportó el primer fallecido) hasta el 31 de diciembre de 2020.

Para calcular el primer parámetro diario λ , se procedió utilizando los datos de la tabla 3.1 y la fórmula 3.11

$$\lambda_1 = -\frac{1309708 - 1309717}{2 \times 1309715 \times 15}$$

$$\lambda_1 = 2.29057 \times 10^{-7}$$

El cálculo del segundo parámetro diario λ , se procedió utilizando los datos de la tabla 3.1 y la

Tabla 3.1*Datos de infectados y removidos proporcionados por GERESA*

Día	Susceptibles	Infectados	Removidos
15 de marzo 2020	1309730	1	0
16 de marzo 2020	1309726	5	0
....
27 de marzo 2020	1309717	14	0
28 de marzo 2020	1309715	15	1
29 de marzo 2020	1309708	22	1
30 de marzo 2020	1309700	29	2
31 de marzo 2020	1309698	30	3
01 de abril 2020	1309693	34	4
....
30 de diciembre 2020	1257381	33346	19004
31 de diciembre 2020	1257310	33391	19030

fórmula 3.11

$$\lambda_2 = -\frac{1309700 - 1309715}{2 \times 1309708 \times 22}$$

$$\lambda_2 = 2.60294 \times 10^{-7}$$

Y así sucesivamente. De manera análoga se calcularon los parámetros diarios de γ , utilizando los datos de la tabla 3.1 y la fórmula 3.12

$$\gamma_1 = \frac{1309708 - 1309717}{2 \times 15} = 0.033333333$$

$$\gamma_2 = \frac{1309700 - 1309715}{2 \times 22} = 0.022727273$$

De tal manera que los parámetros diarios se muestran en la tabla 3.2:

Tabla 3.2*Cálculo de los parámetros diarios utilizados en el modelo*

Día	Susceptibles	Infectados	Removidos	λ	γ
28 de marzo 2020	1309715	15	1	2.29057×10^{-7}	0.0333333333
29 de marzo 2020	1309708	22	1	2.60194×10^{-7}	0.022727273
30 de marzo 2020	1309700	29	2	1.31644×10^{-7}	0.034482759
31 de marzo 2020	1309698	30	3	8.90791×10^{-8}	0.0333333333
01 de abril 2020	1309693	34	4	6.7371×10^{-8}	0.014705882
...		
30 de diciembre 2020	1257381	33346	19004	2.43271×10^{-9}	0.001199544
31 de diciembre 2020	1257310	33391	19030	1.45297×10^{-9}	0.000763679

Para los resultados de esta investigación se utilizaron los parámetros tomados de acuerdo a los datos de la GERESA(2020) con respecto al número de infectados y recuperados desde el 15 de marzo al 31 de diciembre de 2020 (292 días), se programó en MatLab versión 2018 el modelo epidemiológico SIR, haciendo el cálculo aproximado utilizando el Método de Runge Kutta de cuarto orden, los datos iniciales y parámetros se reemplazaron en el modelo.

3.6. Ajuste por el método de mínimos cuadrados

De acuerdo a los datos proporcionados por la GERESA Lambayeque (2020), de los casos de infectados desde marzo a diciembre de 2020, se obtuvo la recta de ajuste por mínimos cuadrados obtenidas en MatLab 2018 determinada por:

```
>> ajustelineal

fun =

function_handle with value:

@(x,xdata)x(1)*xdata-x(2)
```

Local minimum possible.

lsqcurvefit stopped because the size of the current step is less than

the default value of the step size tolerance.

<stopping criteria details>

x =

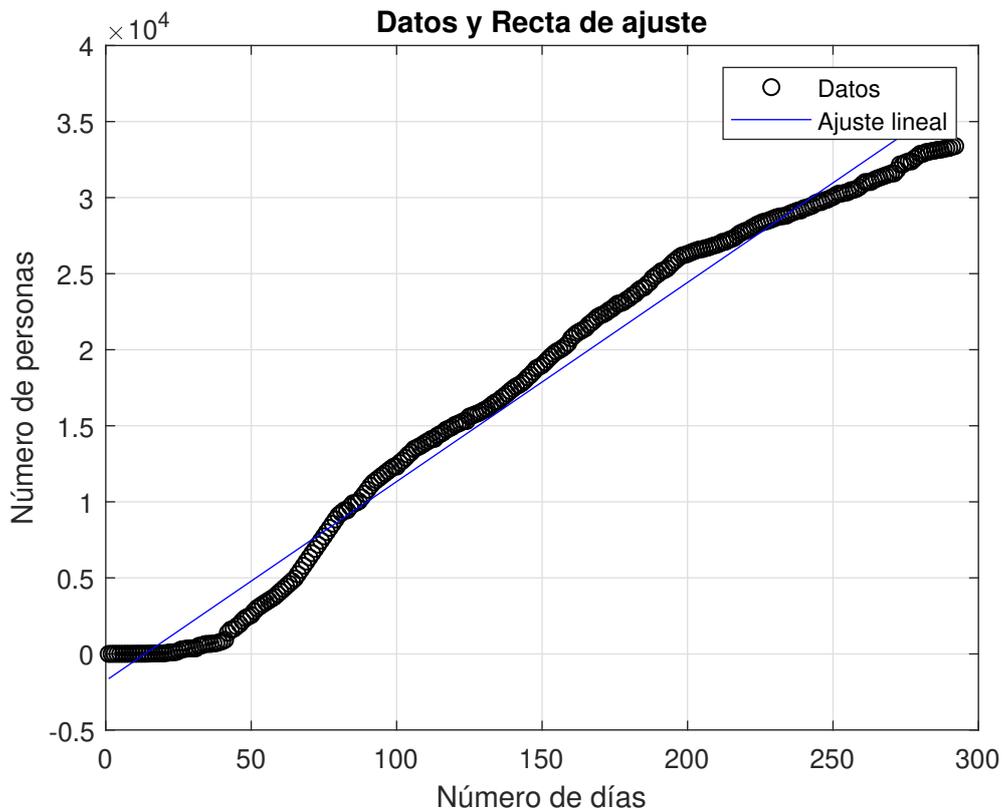
1.0e+03 *

0.1309 1.7601

Es decir que la recta de ajuste lineal por el método de mínimo cuadrados viene dada por $y = 130.9x - 1706.1$. Esta ecuación da una buena aproximación a la curva de contagios netos durante el año 2020.

Figura 3.4

Ajuste lineal de los infectados por covid 19 en la región Lambayeque



Como se aprecia en la figura 3.4 se ha encontrado la recta que mejor se ajusta a los datos de los

infectados netos proporcionados por la GERESA (2020).

3.7. Aplicación del modelo SIR

Para realizar la aplicación del modelo SIR a la pandemia del COVID-19 en el año 2020, se tomaron como parámetros iniciales los que se muestran en la tabla 3.3, los valores de λ y γ han sido determinados como la media de los parámetros diarios tomados mensualmente.

Tabla 3.3

Parámetros iniciales del modelo para el año 2020

Mes	$S(0)$	$I(0)$	$R(0)$	λ	γ
Marzo 2020	1309730	1	0	1.7752×10^{-7}	0.030969175
Abril 2020	1309693	34	4	1.6707×10^{-7}	0.073784139
Mayo 2020	1305629	2358	1744	5.6913×10^{-8}	0.030694125
Junio 2020	1294845	8839	6047	1.6627×10^{-8}	0.006299962
Julio 2020	1287524	13779	8428	8.8496×10^{-9}	0.00377143
Agosto 2020	1282054	17440	10237	1.028×10^{-8}	0.005078797
Setiembre 2020	1274045	22331	13355	6.2777×10^{-9}	0.002425049
Octubre 2020	1268280	26379	15072	3.7832×10^{-9}	0.001962766
Noviembre 2020	1264233	28768	16730	2.9542×10^{-9}	0.001190257
Diciembre 2020	1260907	31025	17799	2.8928×10^{-9}	0.001258022

3.7.1. Modelamiento de la pandemia en el año 2020

Los datos de la tabla 3.3, se aplicaron en el modelo para los meses de marzo de 2020 a diciembre de 2020 y se compararon con la data de la GERESA (2020).

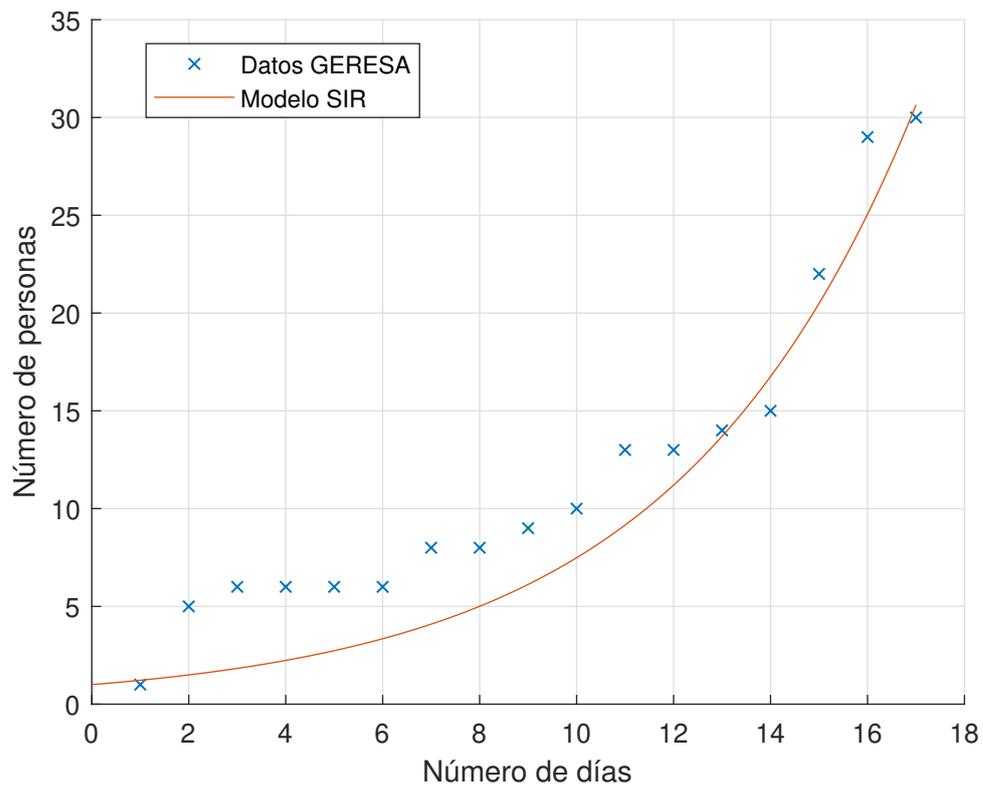
Mes de marzo 2020

Se tomaron como parámetros iniciales $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$ (mes de marzo de 2020) para 17 días (del 16 de marzo al 31 de marzo), obteniéndose los siguientes resultados de cada mes.

3.7.1.1. Infectados marzo 2020

Figura 3.5

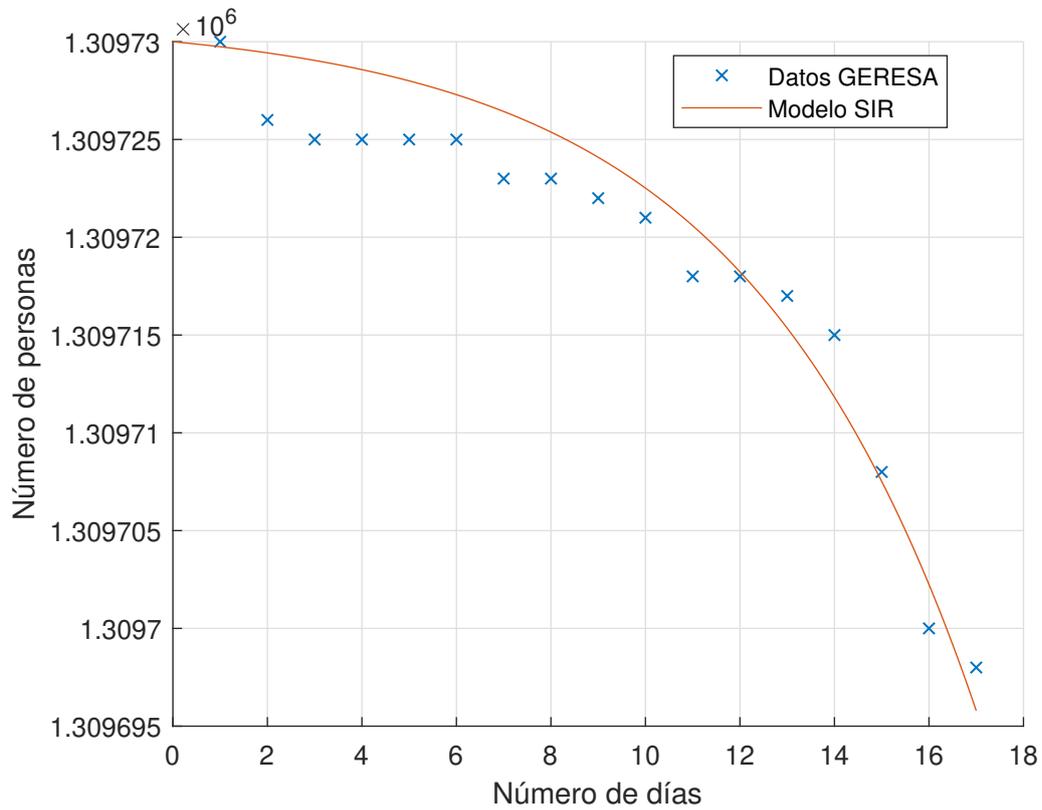
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de marzo con los parámetros $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$



3.7.1.2. Susceptibles marzo 2020

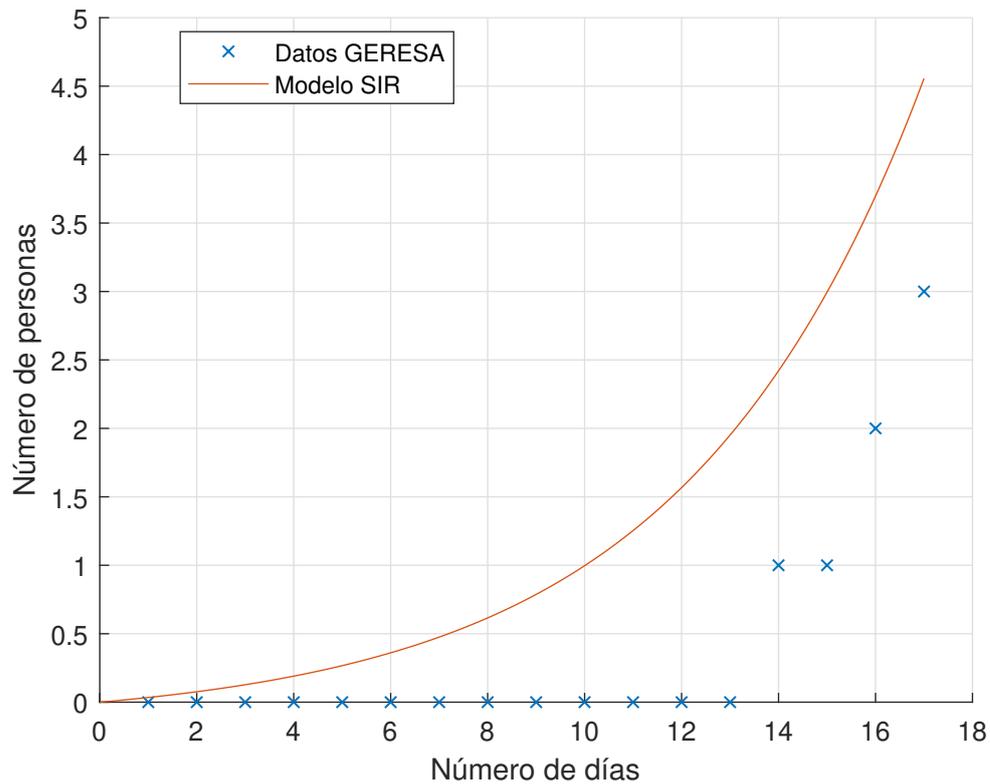
Figura 3.6

Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de marzo con los parámetros $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$



3.7.1.3. Removidos marzo 2020**Figura 3.7**

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de marzo con los parámetros $\lambda = 1.7752 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.030969175$

**Mes de abril 2020**

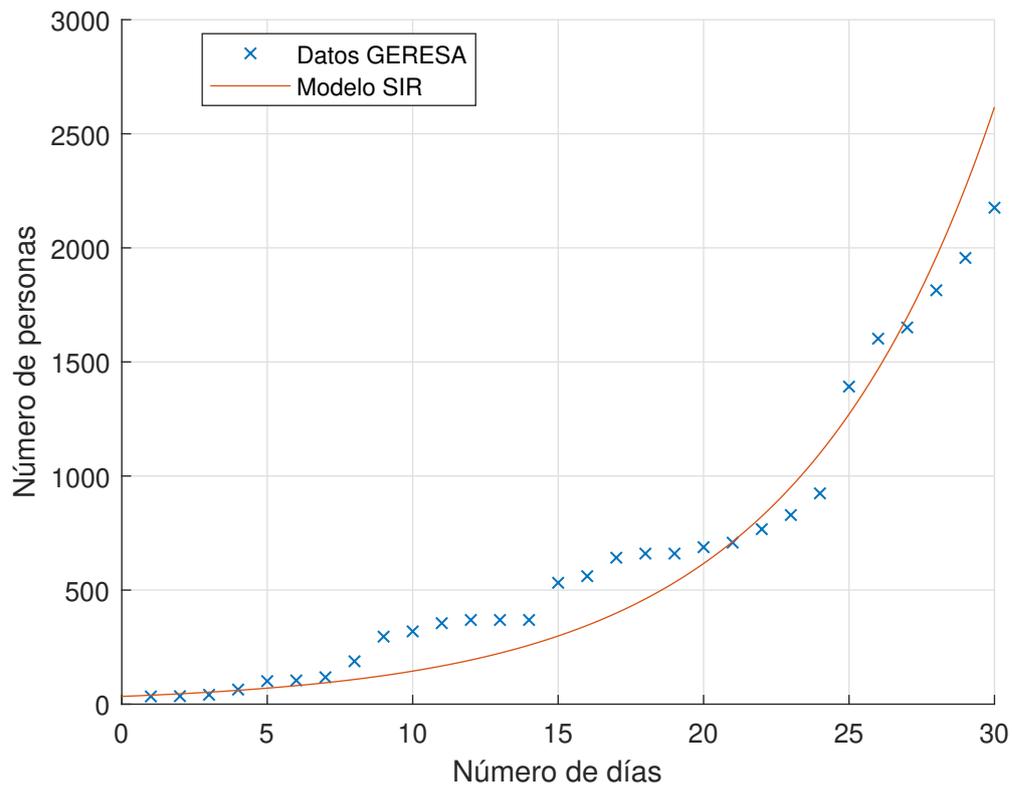
Los parámetros iniciales utilizados para este mes fueron $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y

$\gamma = 0.073784139$ (mes de abril de 2020) para 30 días (del 1 al 30 de abril), obteniéndose:

3.7.1.4. Infectados abril 2020

Figura 3.8

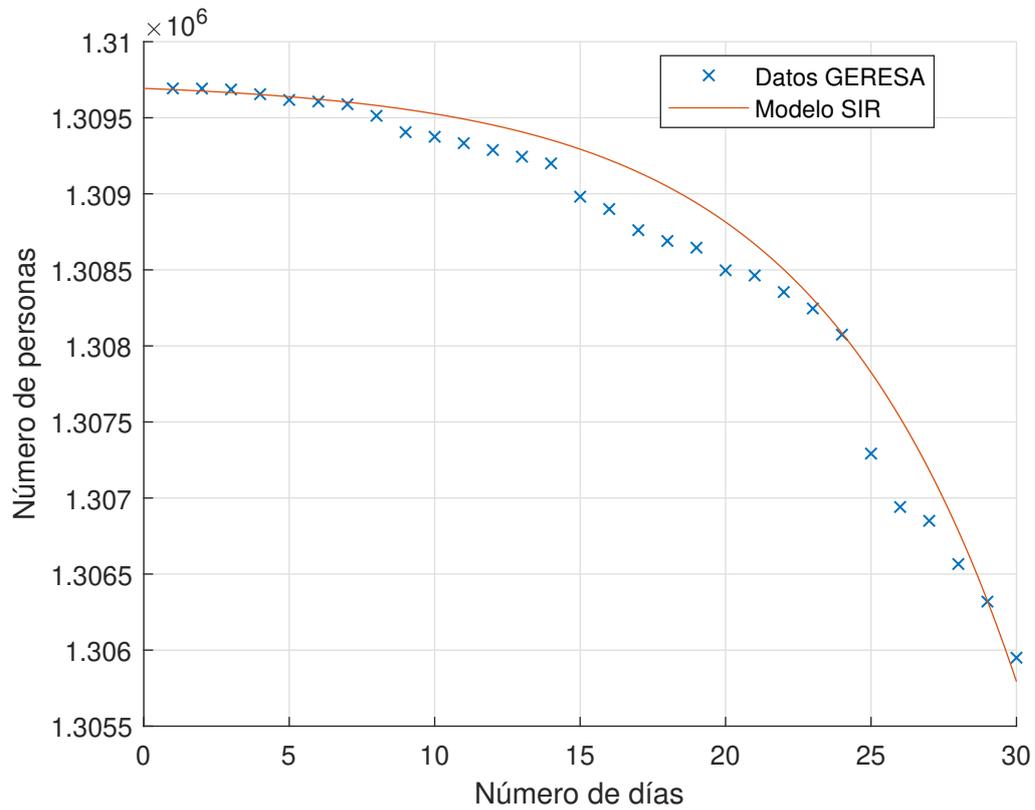
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de abril con los parámetros $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.073784139$



3.7.1.5. Susceptibles abril 2020

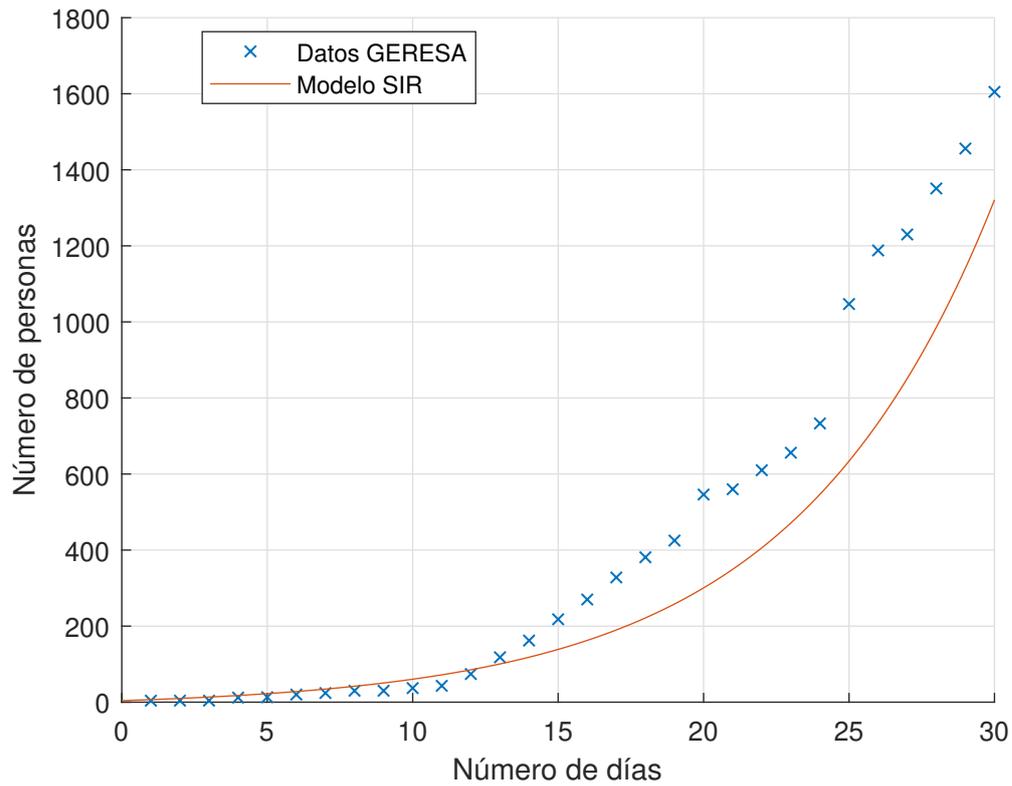
Figura 3.9

Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de abril con los parámetros $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.073784139$



3.7.1.6. Removidos abril 2020**Figura 3.10**

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de abril con los parámetros $\lambda = 1.6707 \times 10^{-7}$ y $\gamma = 0.07378139$

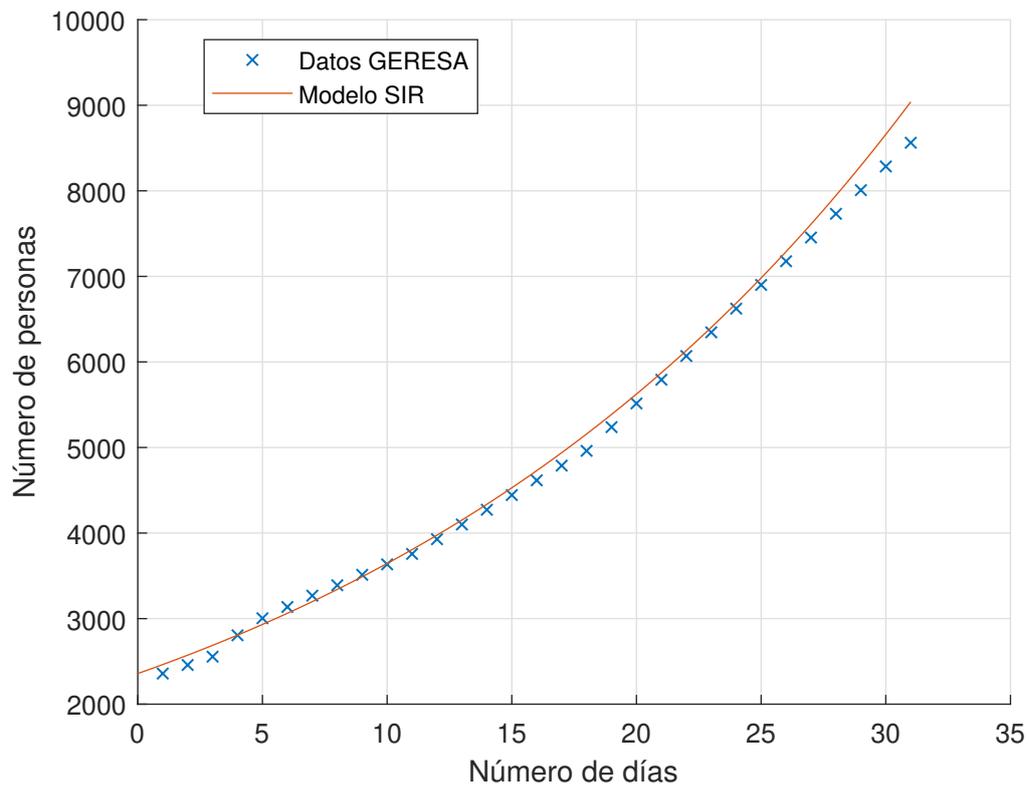
**Mes de mayo 2020**

Se han tomado como parámetros iniciales $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$ (mes de mayo de 2020) para 31 días, obteniéndose:

3.7.1.7. Infectados mayo 2020

Figura 3.11

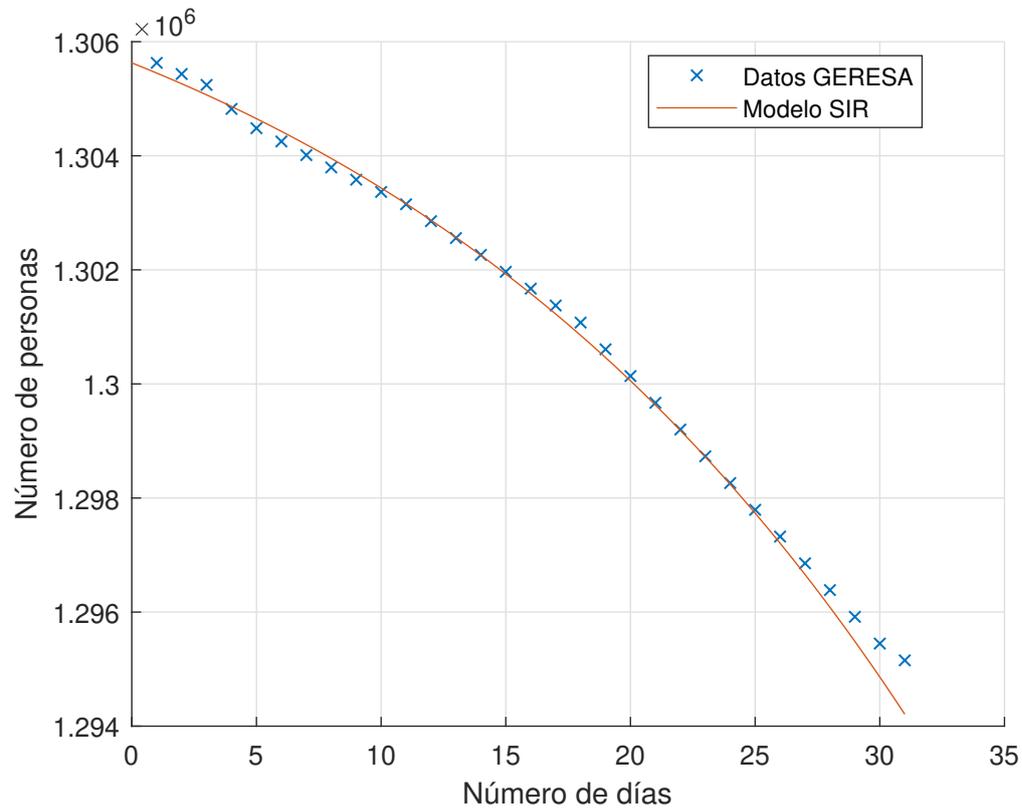
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de mayo con los parámetros $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$



3.7.1.8. Susceptibles mayo 2020

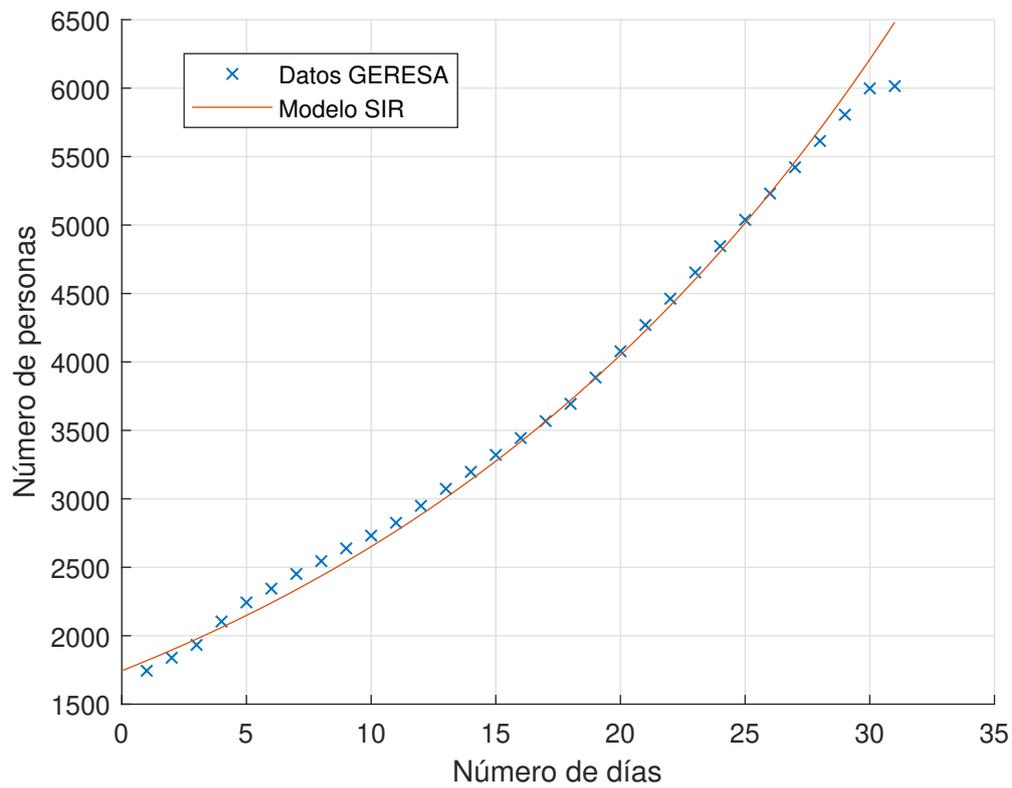
Figura 3.12

Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de mayo con los parámetros $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$



3.7.1.9. Removidos mayo 2020**Figura 3.13**

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de mayo con los parámetros $\lambda = 5.6913 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.030694125$

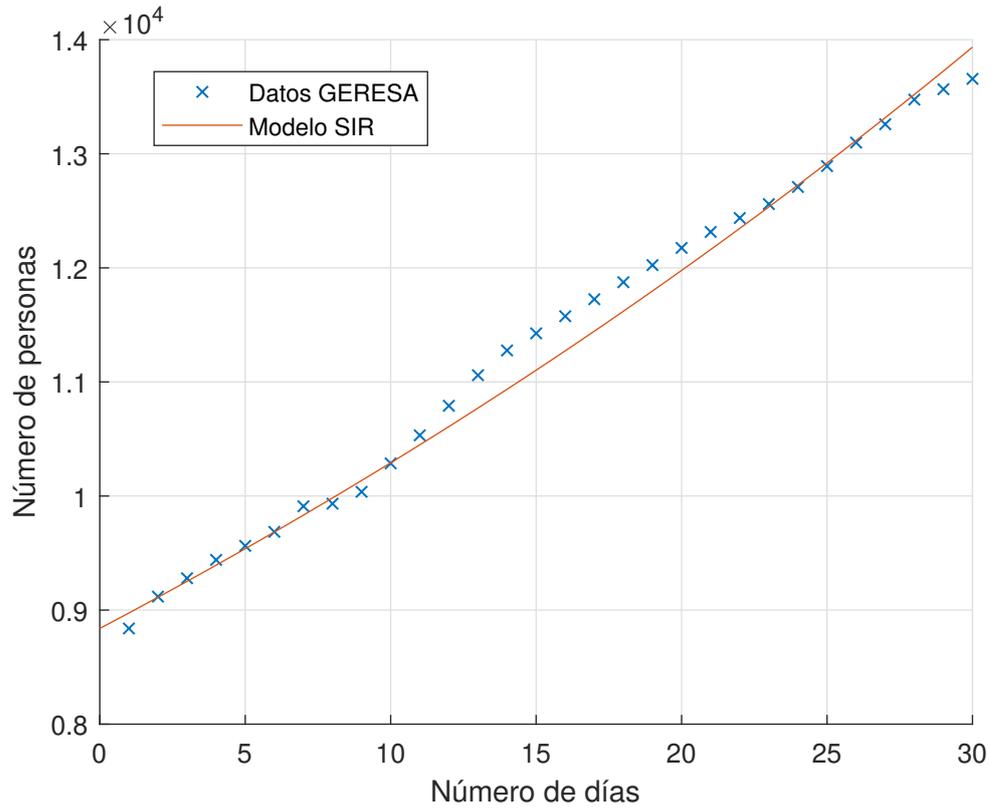
**Mes de junio 2020**

Se tomaron como parámetros iniciales $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$ (mes de junio de 2020) para 30 días y se obtuvo:

3.7.1.10. Infectados junio 2020

Figura 3.14

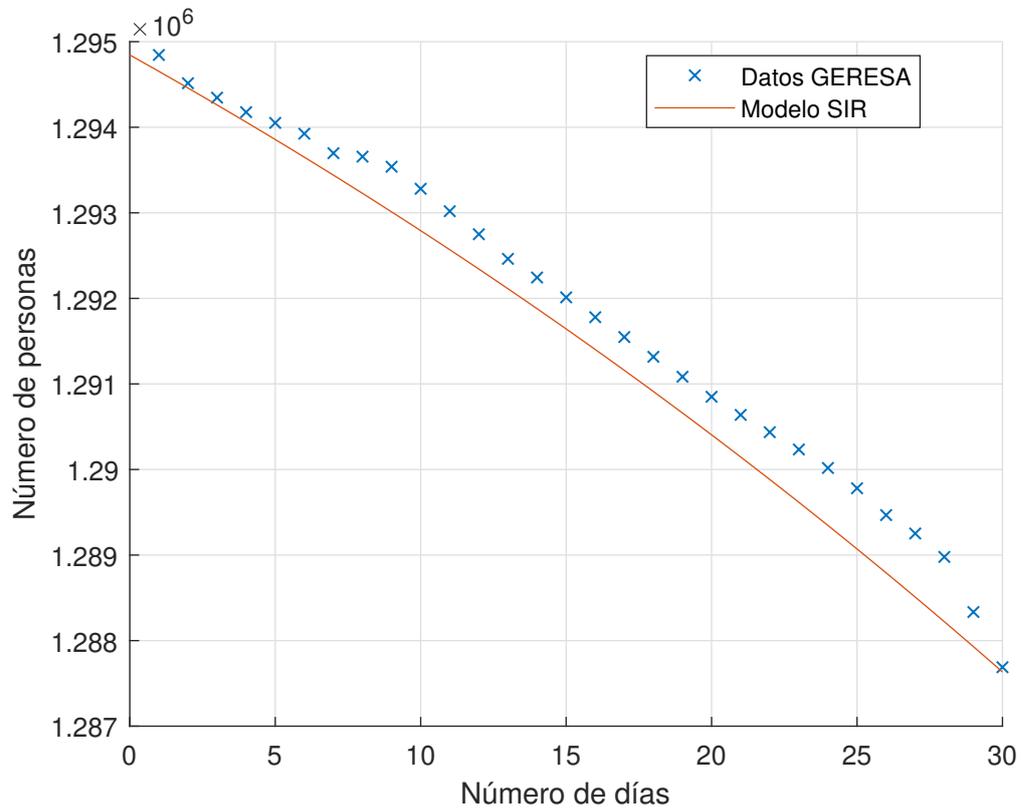
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de junio con los parámetros $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$



3.7.1.11. Susceptibles junio 2020

Figura 3.15

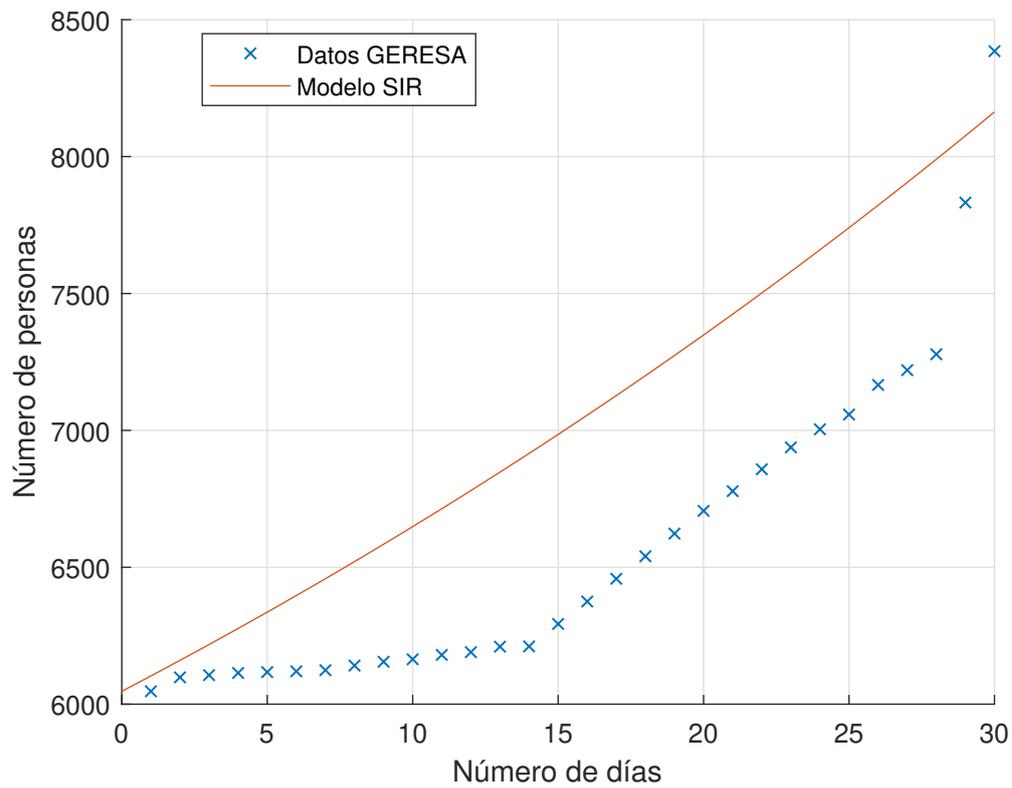
Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de junio con los parámetros $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$



3.7.1.12. Removidos junio 2020

Figura 3.16

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de junio con los parámetros $\lambda = 1.6627 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.006299962$



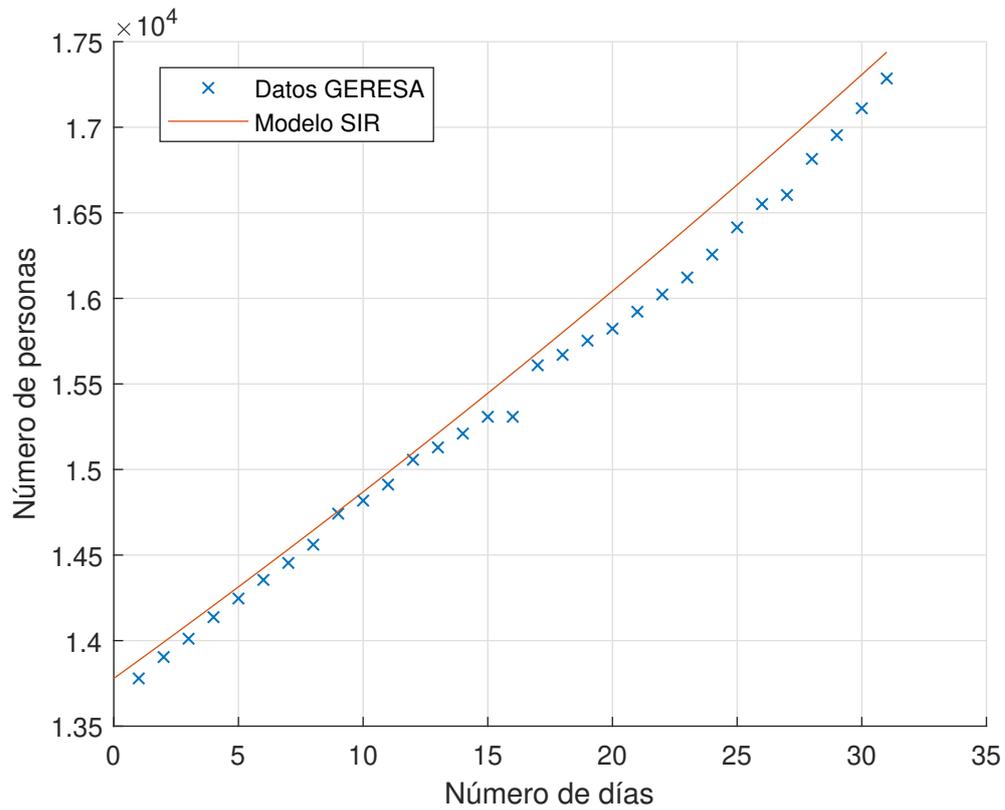
Mes de julio 2020

Para el mes de julio de 2020, se utilizaron como parámetros iniciales $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$ para 31 días, obteniéndose:

3.7.1.13. Infectados julio 2020

Figura 3.17

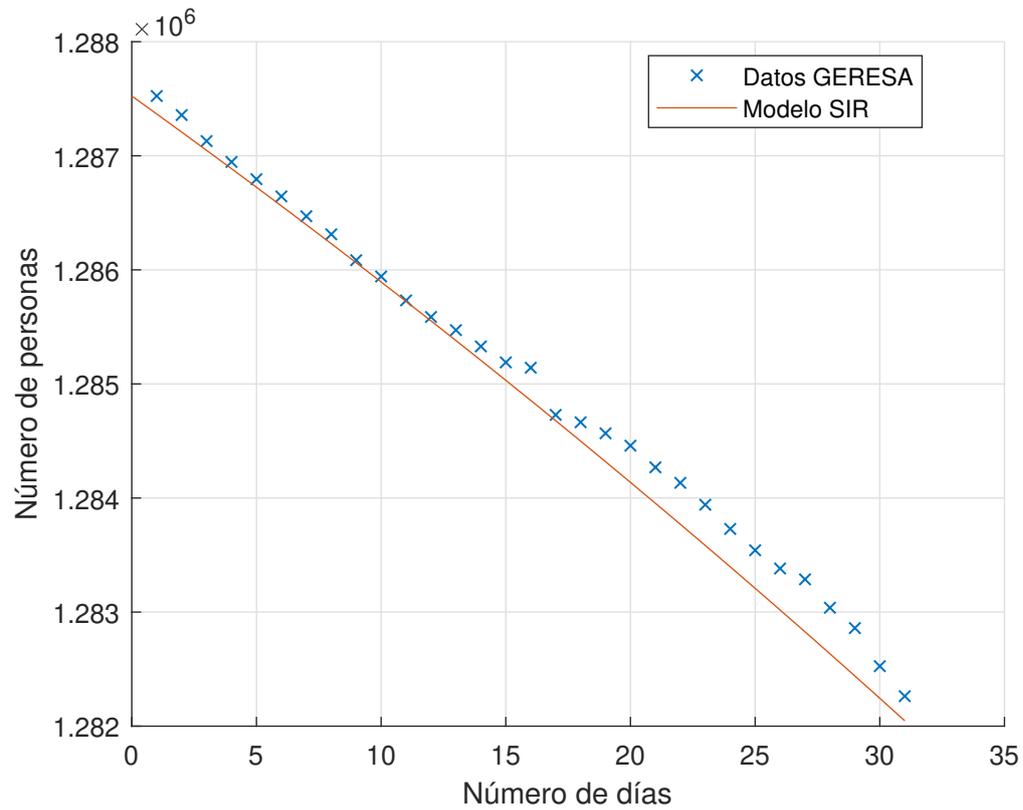
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de julio con los parámetros $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$



3.7.1.14. Susceptibles julio 2020

Figura 3.18

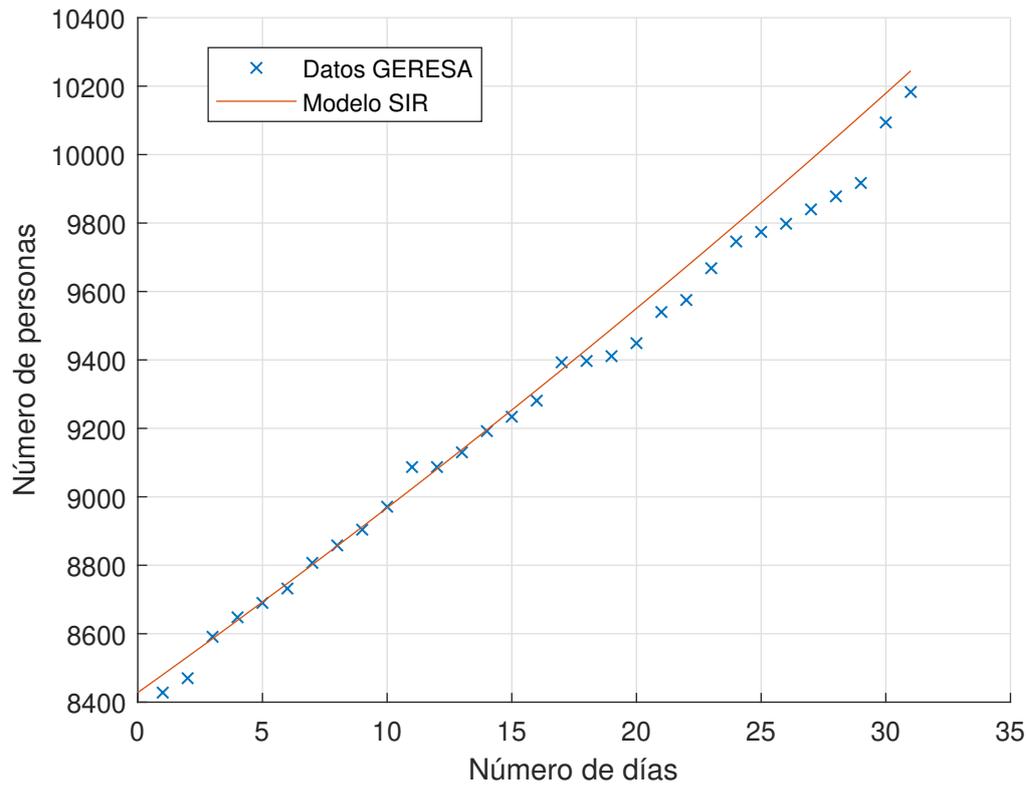
Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de julio con los parámetros $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$



3.7.1.15. Removidos julio 2020

Figura 3.19

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de julio con los parámetros $\lambda = 8.8496 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.00377143$



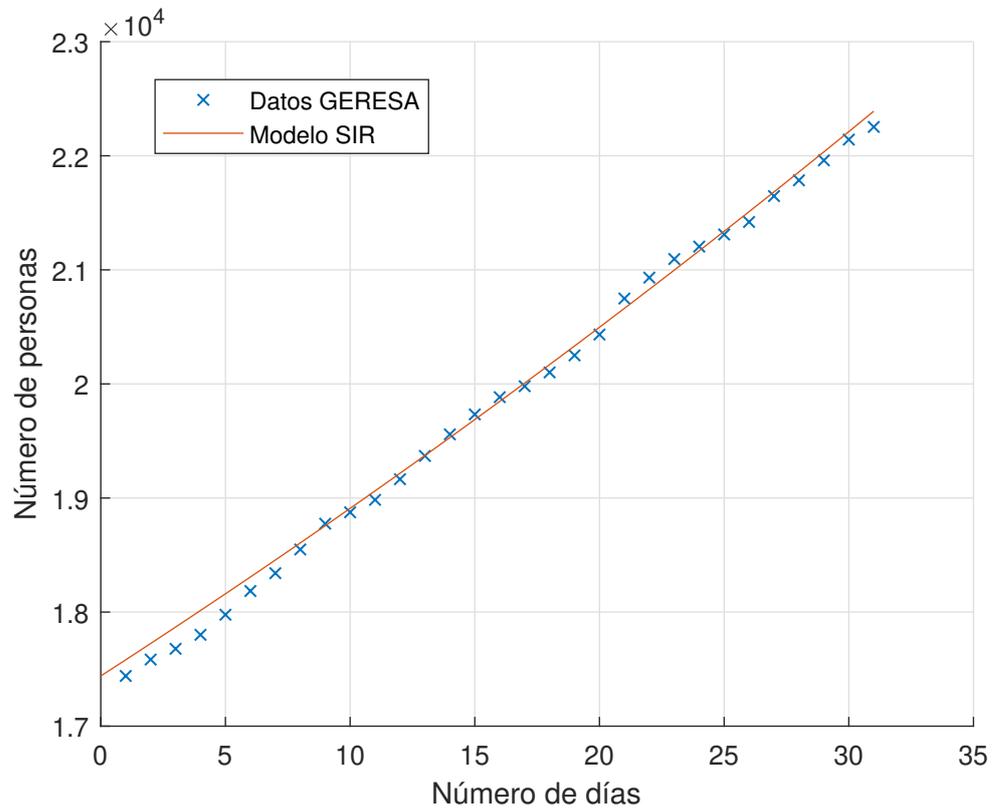
Mes de agosto 2020

En este mes, se tomaron como parámetros iniciales $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$ para 31 días, obteniéndose:

3.7.1.16. Infectados agosto 2020

Figura 3.20

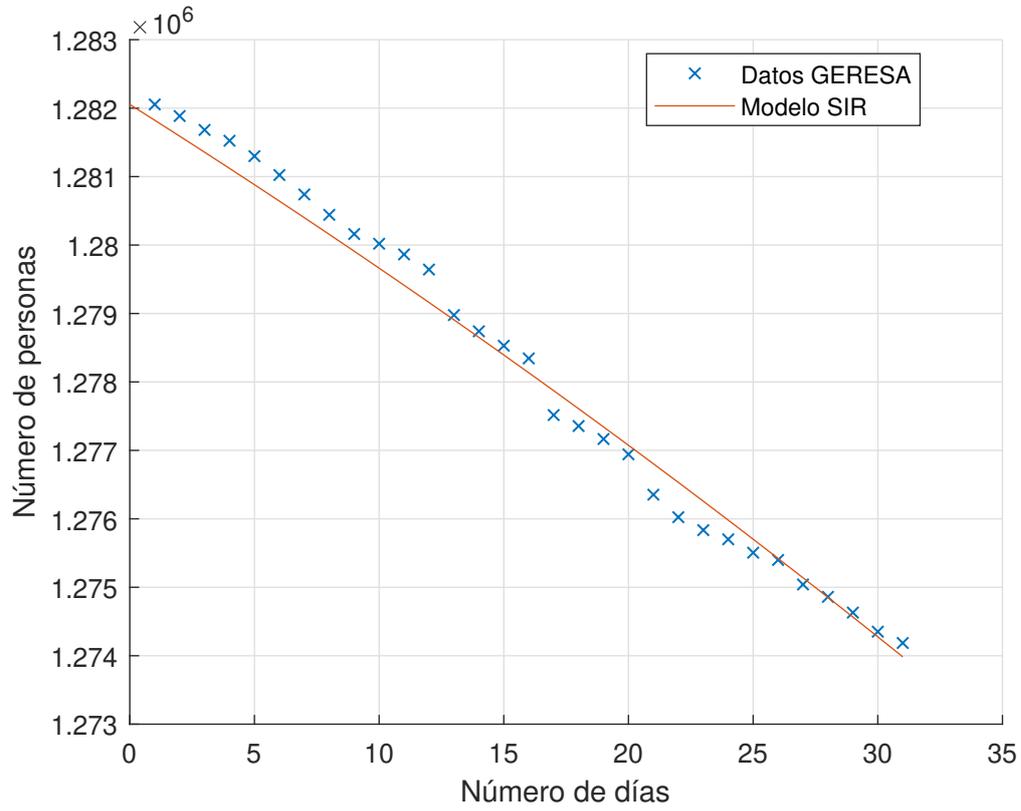
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de agosto con los parámetros $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$



3.7.1.17. Susceptibles agosto 2020

Figura 3.21

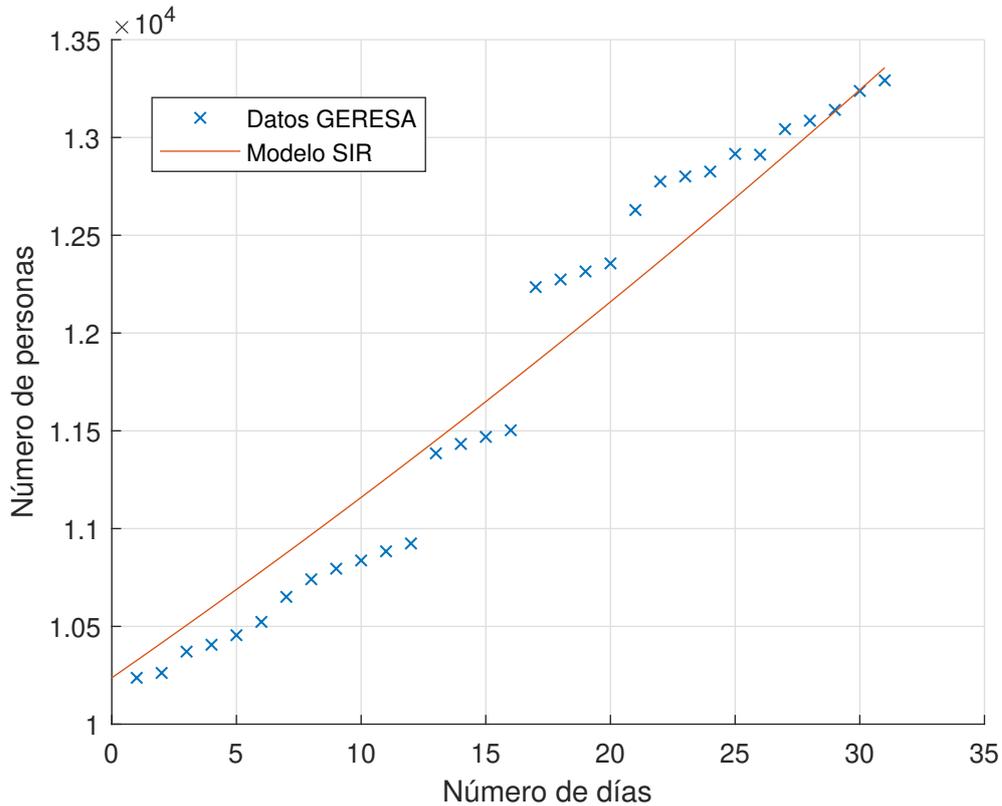
Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de agosto con los parámetros $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$



3.7.1.18. Removidos agosto 2020

Figura 3.22

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de agosto con los parámetros $\lambda = 1.028 \times 10^{-8}$ y $\gamma = 0.005078797$



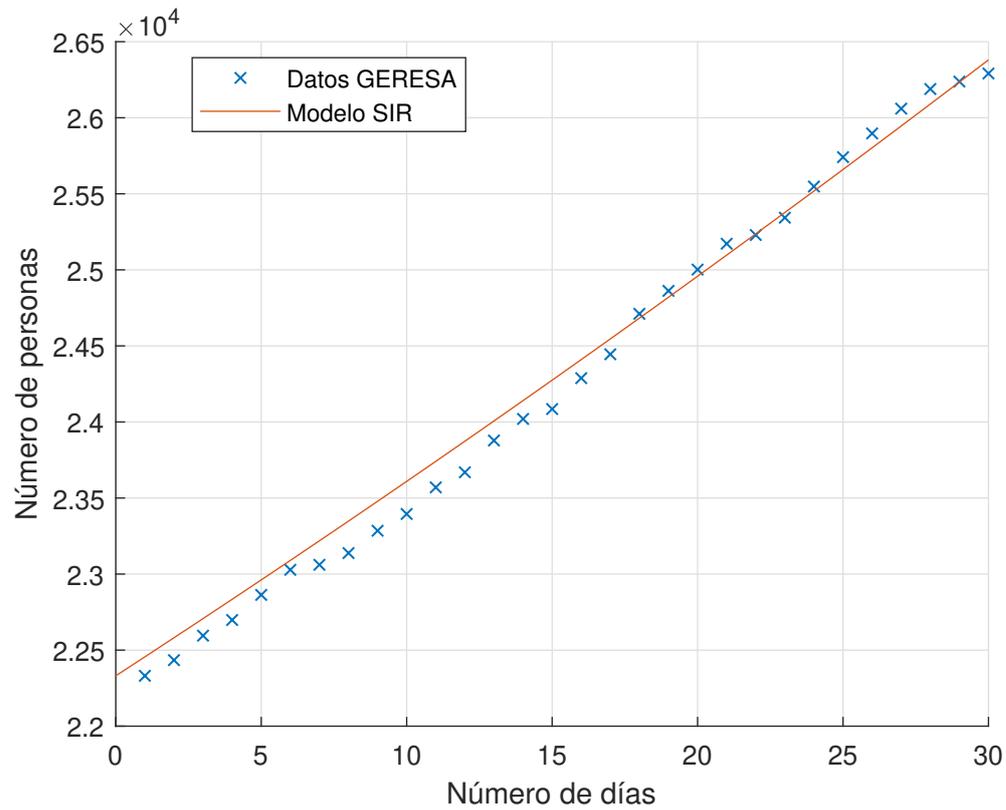
Mes de setiembre 2020

En este mes de setiembre de 2020, se utilizaron como parámetros iniciales $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$ para 30 días, obteniéndose:

3.7.1.19. Infectados setiembre 2020

Figura 3.23

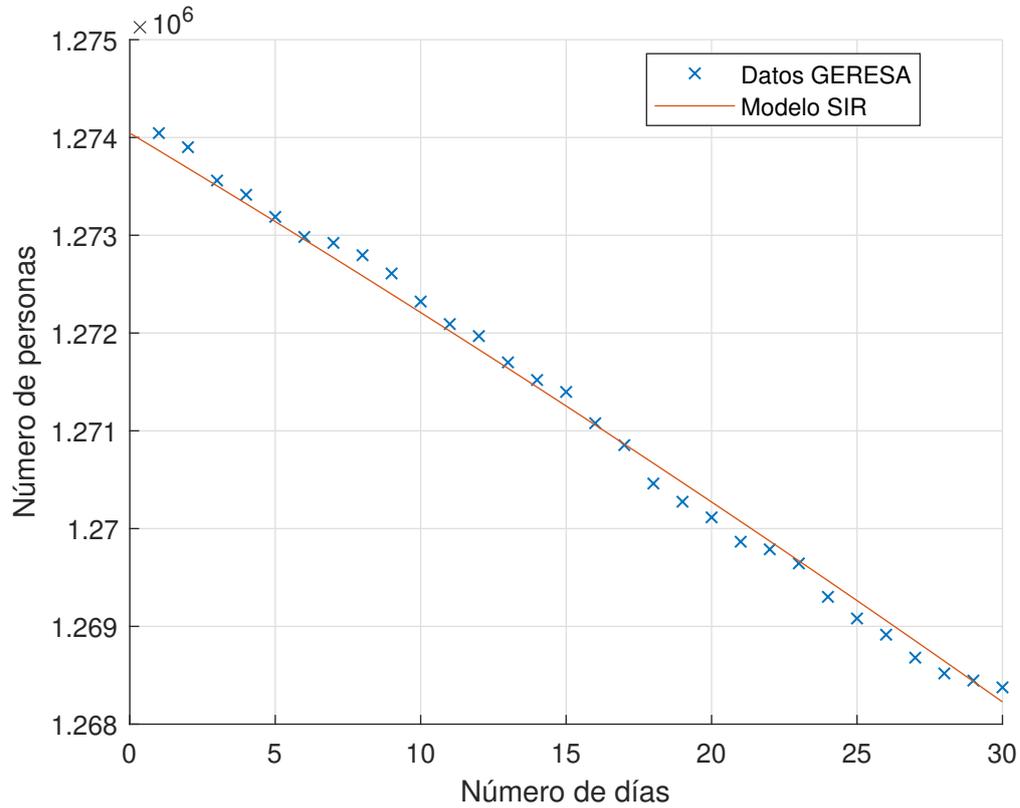
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de setiembre con los parámetros $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$



3.7.1.20. Susceptibles setiembre 2020

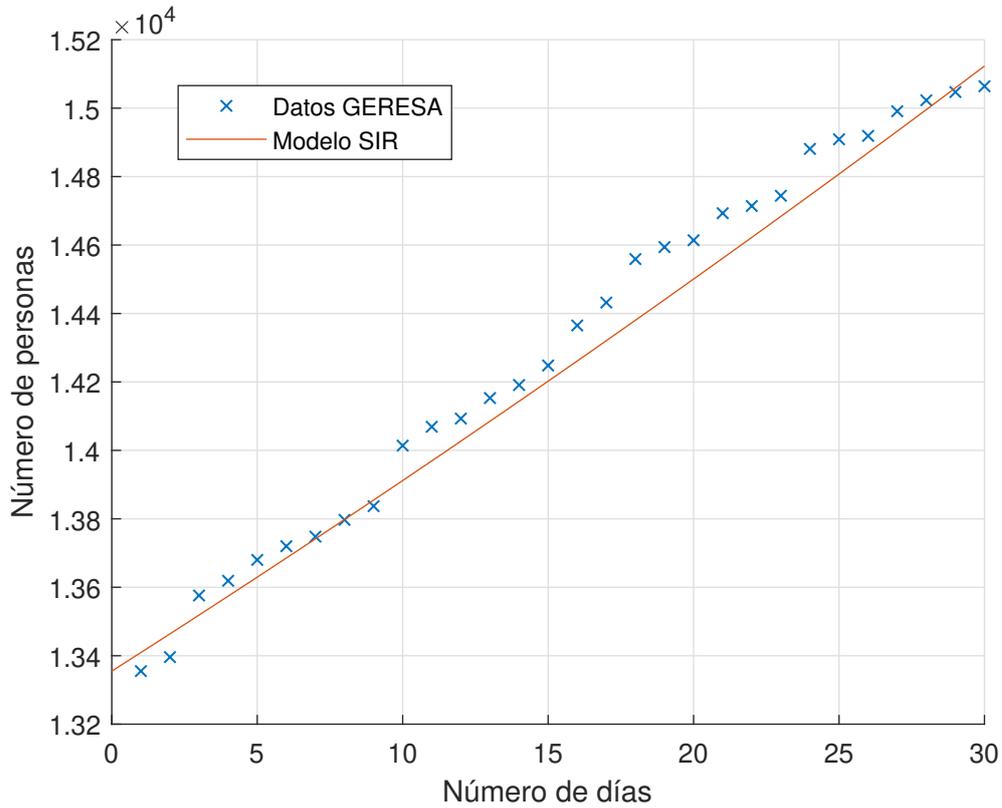
Figura 3.24

Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de setiembre con los parámetros $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$



3.7.1.21. Removidos setiembre 2020**Figura 3.25**

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de setiembre con los parámetros $\lambda = 6.2777 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.002425049$

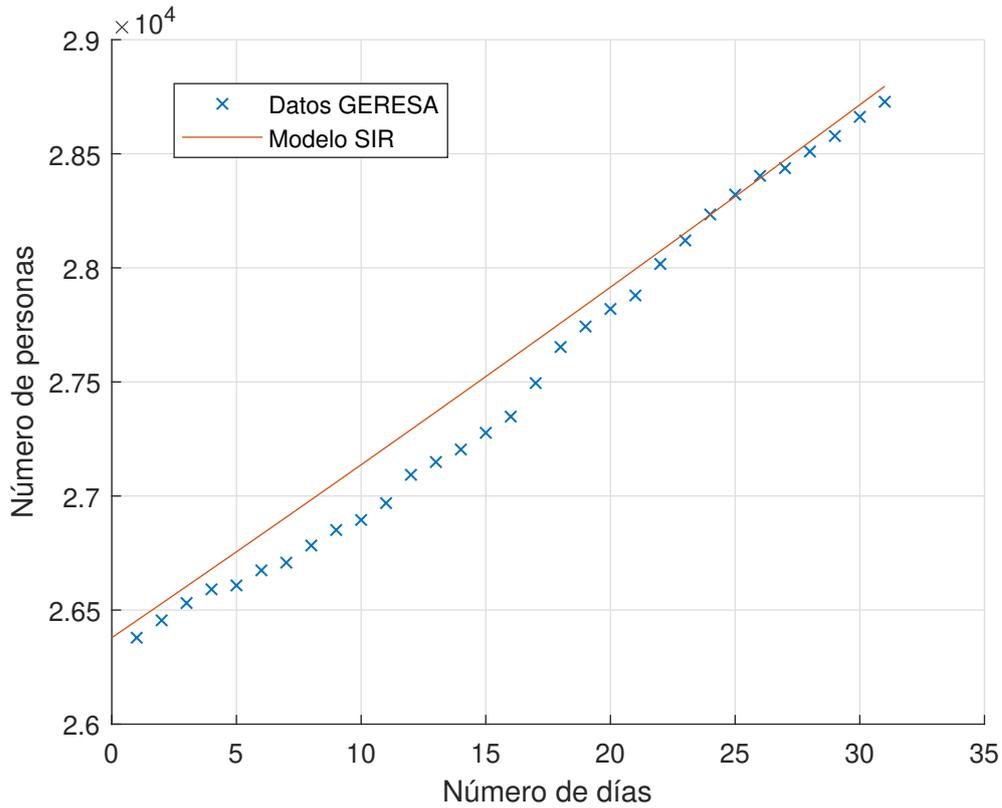
**Mes de octubre 2020**

Tomando como parámetros iniciales $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$ para 31 días, se obtuvo.

3.7.1.22. Infectados octubre 2020

Figura 3.26

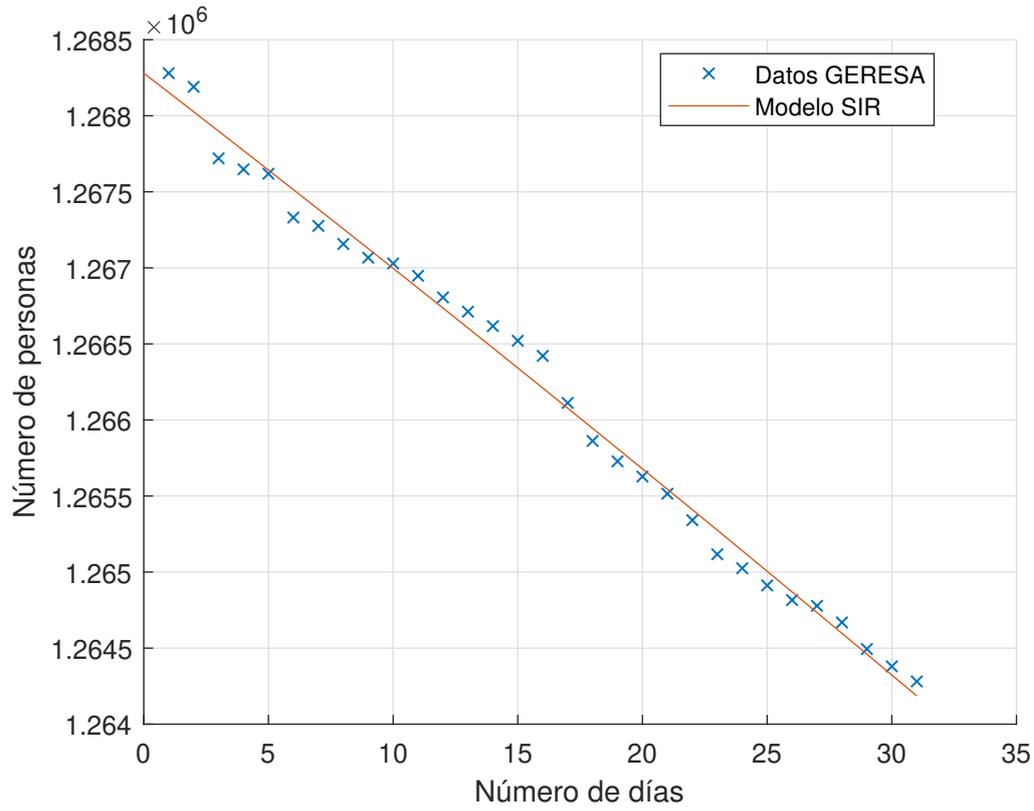
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de octubre con los parámetros $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$



3.7.1.23. Susceptibles octubre 2020

Figura 3.27

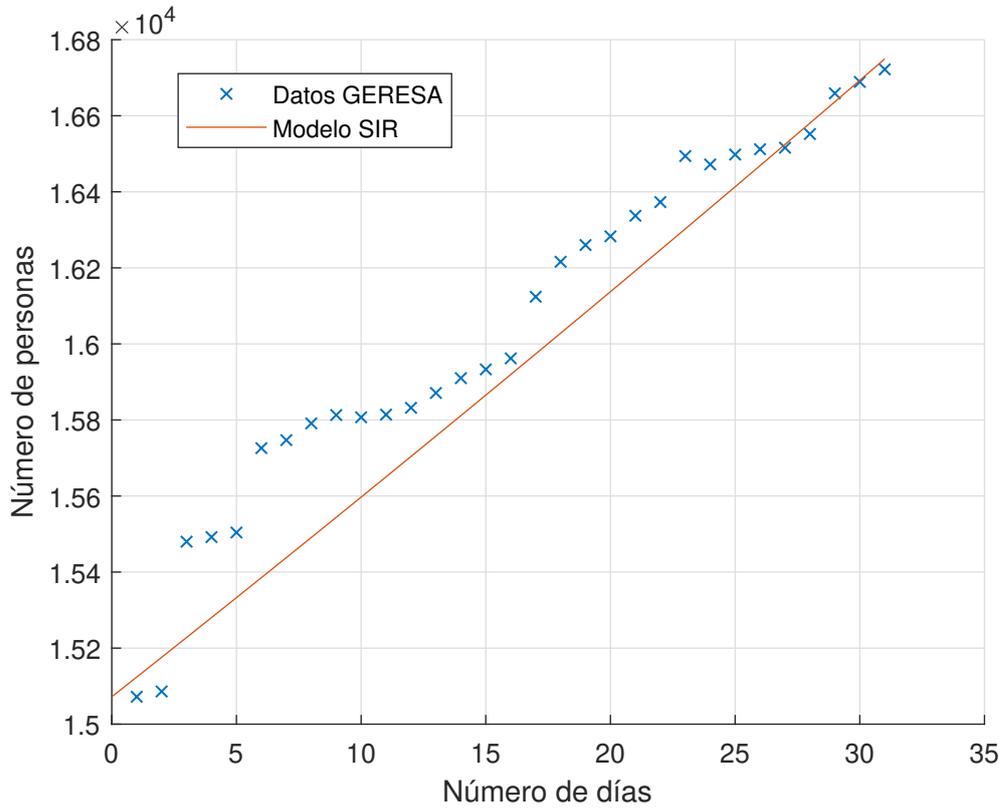
Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de octubre con los parámetros $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$



3.7.1.24. Removidos octubre 2020

Figura 3.28

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de octubre con los parámetros $\lambda = 3.7832 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001962766$



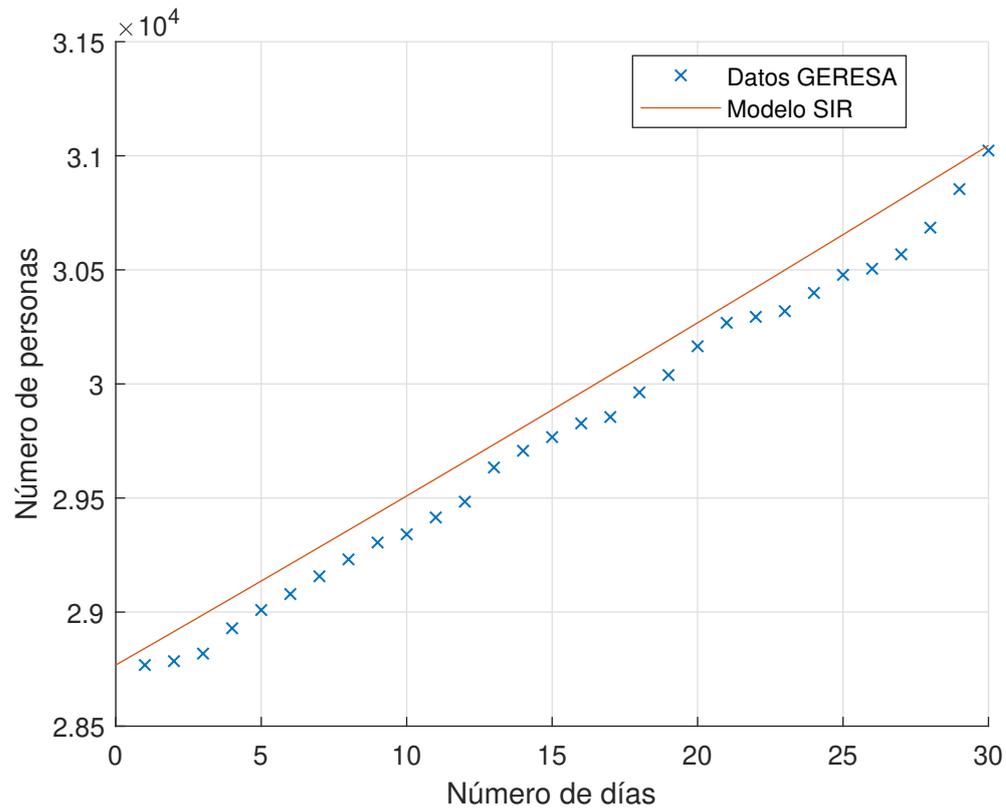
Mes de noviembre 2020

Para el mes de noviembre de 2020, se tomaron como parámetros iniciales $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$ para 30 días, obteniéndose:

3.7.1.25. Infectados noviembre 2020

Figura 3.29

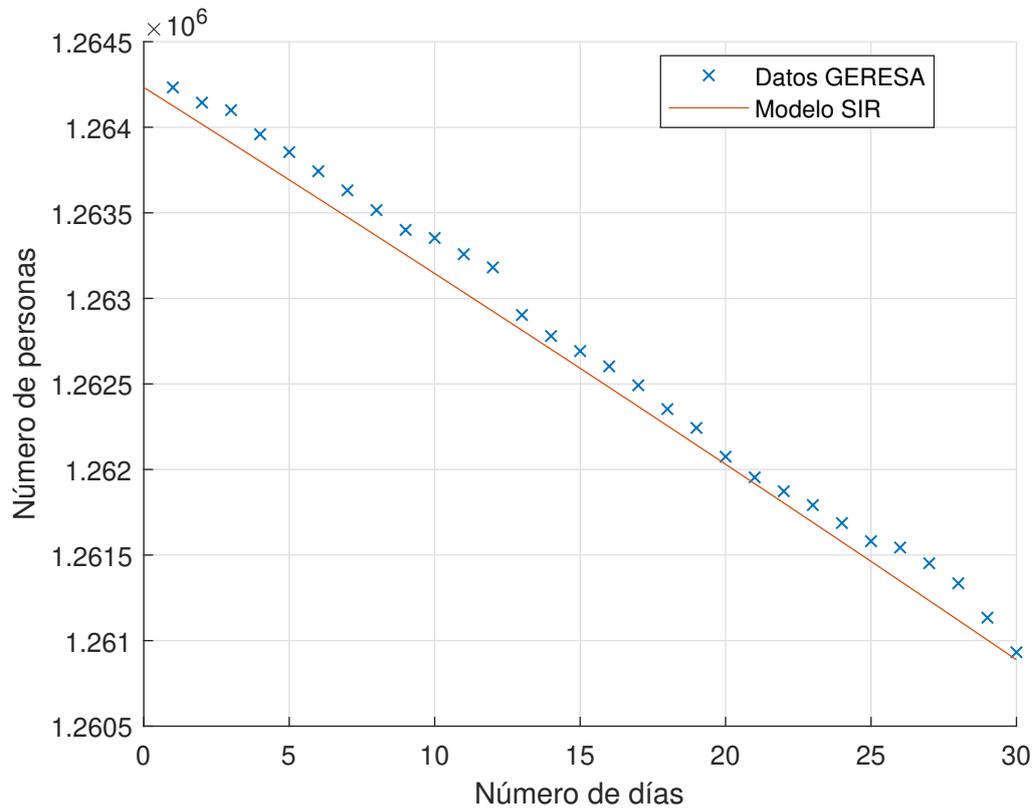
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de noviembre con los parámetros $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$



3.7.1.26. Susceptibles noviembre 2020

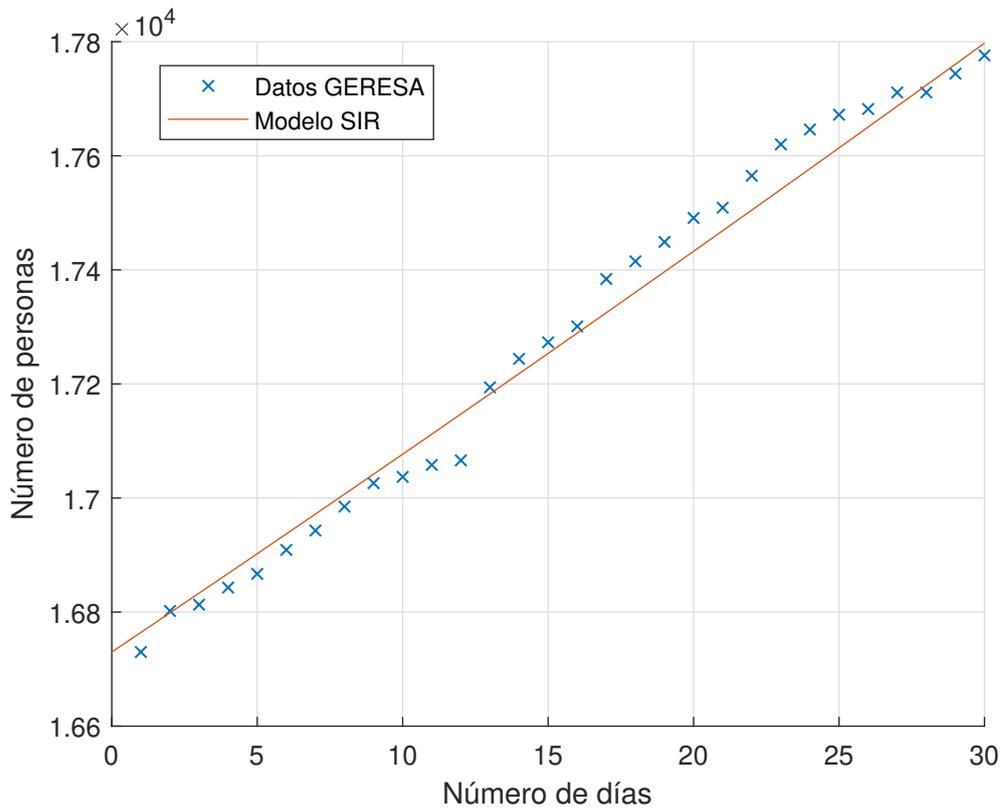
Figura 3.30

Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de noviembre con los parámetros $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$



3.7.1.27. Removidos noviembre 2020**Figura 3.31**

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de noviembre con los parámetros $\lambda = 2.9542 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001190257$

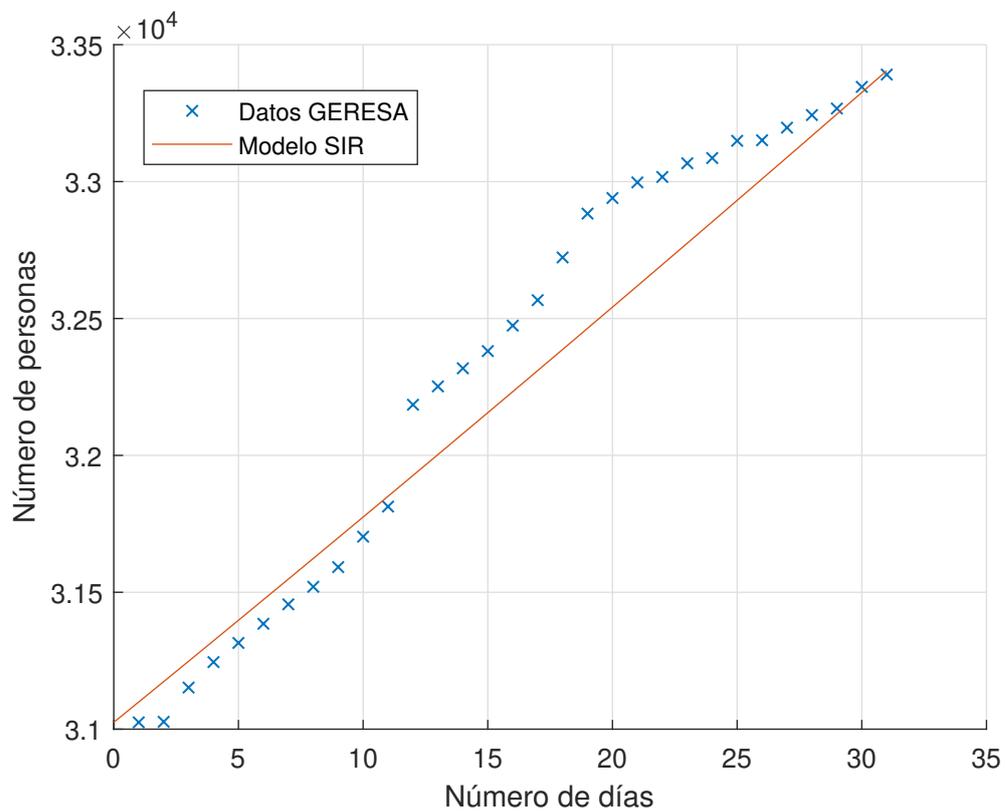
**Mes de diciembre 2020**

Para el mes de diciembre de 2020, se tomaron los parámetros iniciales $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$ para 31 días, obteniéndose:

3.7.1.28. Infectados diciembre 2020

Figura 3.32

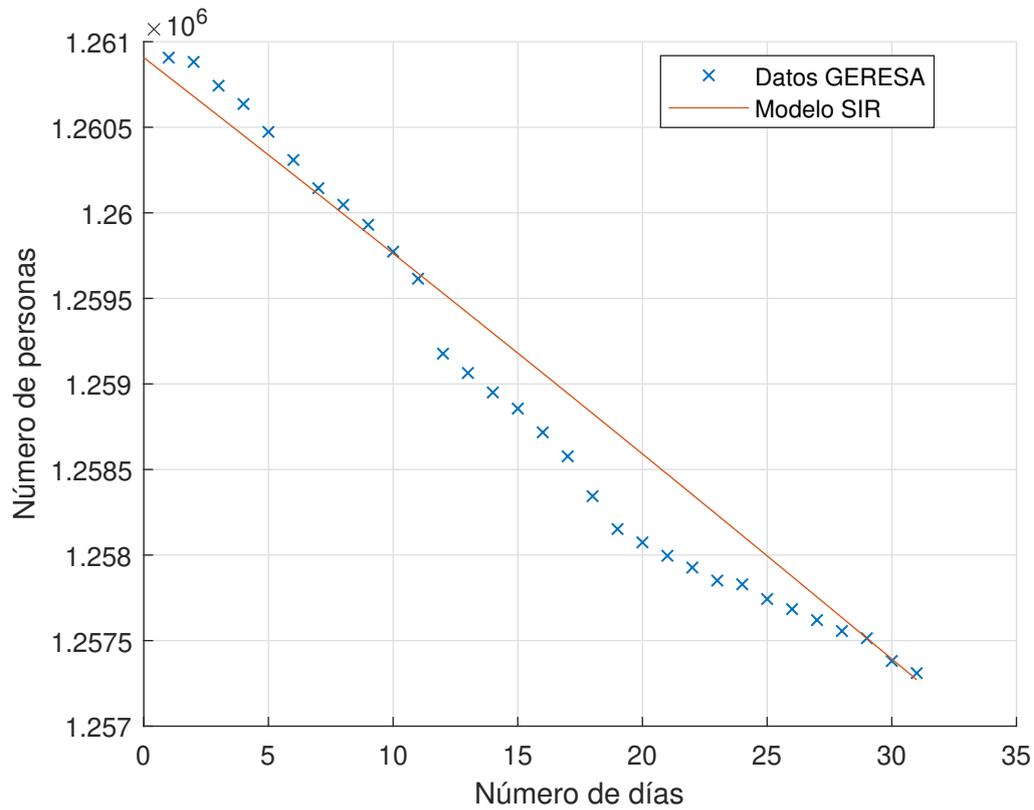
Solución del modelo SIR para los infectados del mes de diciembre con los parámetros $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$



3.7.1.29. Susceptibles diciembre 2020

Figura 3.33

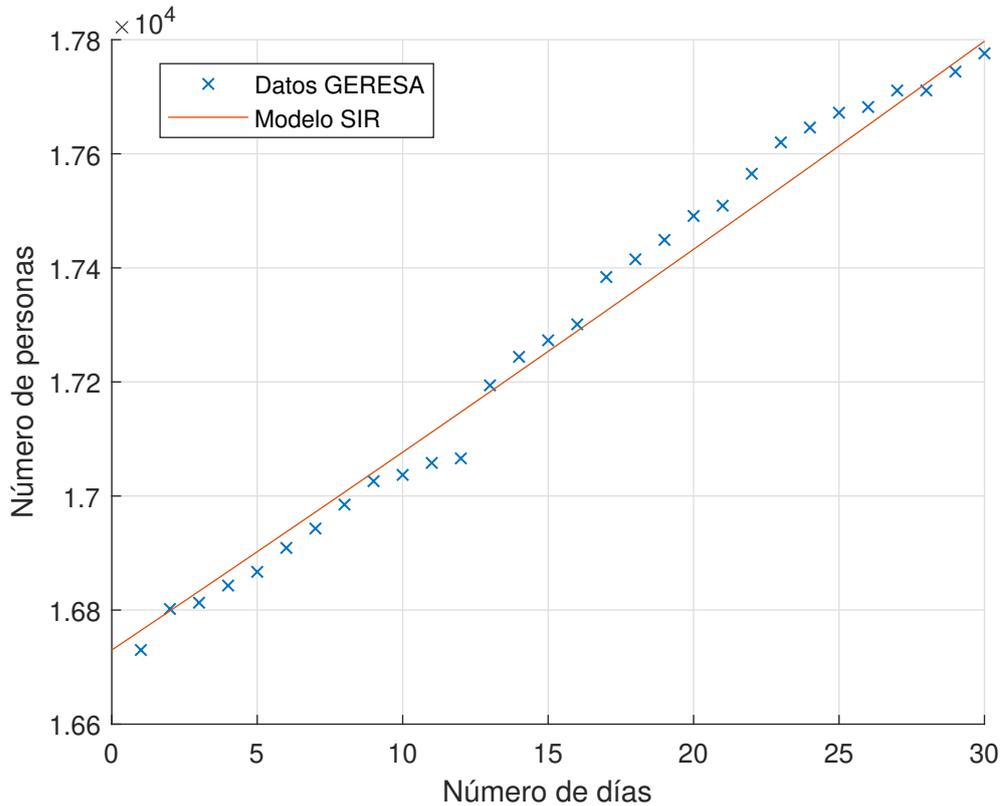
Solución del modelo SIR para los susceptibles del mes de diciembre con los parámetros $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$



3.7.1.30. Removidos diciembre 2020

Figura 3.34

Solución del modelo SIR para los removidos del mes de diciembre con los parámetros $\lambda = 2.8928 \times 10^{-9}$ y $\gamma = 0.001258022$



Como se puede apreciar en las figuras (3.5) al (3.34), los datos obtenidos de la solución del modelo SIR con los parámetros establecidos para los 3 grupos de personas (susceptibles, infectados y removidos) están próximos a los datos que maneja la GERESA Lambayeque con respecto a la pandemia del COVID - 19, por lo que podemos concluir que el modelo SIR describe de manera óptima la evolución del COVID - 19 en la región Lambayeque.

Capítulo IV. Discusión

El objetivo principal de este trabajo fue la aplicación del modelo SIR para describir la pandemia del COVID-19 en la región Lambayeque durante el año 2020, para esto fue necesario hacer un cálculo de los parámetros λ (tasa de contagio) y de γ (tasa de recuperación) que se aproximen más a los datos que maneja la GERESA sobre la pandemia, es así que para hacer este cálculo se tomaron las fórmulas 3.11 y 3.12 propuestas por Vergara et al. (2020), luego de los cuales se tomaron las medias de dichos datos de cada mes (desde marzo a diciembre de 2020).

Los modelos matemáticos han demostrado ser efectivos para modelar diferentes pandemias, en particular el modelo básico epidemiológico SIR destaca por su simplicidad y extensibilidad para el estudio de epidemias (Hernández, 2016) y ha sido utilizado por distintos investigadores para predecir el comportamiento de algunas pandemias en plazos cortos de tiempo ya que se requiere datos simples y escasos para su aplicación. Sin embargo, a largo plazo no ha demostrado ser muy útil ya que no toma en cuenta ciertas suposiciones ni parámetros que influyen en una población como la reinfección, aislamiento, tasa de nacimiento, etc.

En esta investigación se realizaron las aproximaciones del número de personas susceptibles, infectadas y removidas de la pandemia del Covid-19 en la región Lambayeque durante el año 2020, para ello se utilizaron parámetros mensuales y se compararon dichas simulaciones con la data de la GERESA, observando que las simulaciones se aproximan a los datos oficiales.

Los resultados obtenidos en el presente estudio usando los parámetros anteriormente establecidos, muestran que el Modelo Básico Epidemiológico SIR describe de manera aproximada la evolución del COVID-19 en la región Lambayeque.

Para la resolución del modelo SIR se utilizó el método de Runge Kutta de cuarto orden para poder obtener una solución aproximada del modelo.

En todas las figuras mostradas en este estudio se pueden ver que las funciones $S(t)$, $I(t)$ y $R(t)$ tienen un comportamiento similar al obtenido en otras investigaciones consultadas como las de Vargas et al. (2022) , Espinola et al. (2020), Abelló et al.(2020) entre otros lo que nos confirma la validez de nuestros resultados.

Cabe indicar que el modelo utilizado solo considera dos parámetros, la tasa de infección y tasa

de recuperación, no considerando otros parámetros que pueden influir en el comportamiento de una pandemia, es por eso que para futuras proyecciones, los resultados dependerán de las condiciones iniciales y de otros parámetros, ya que a partir de febrero del año 2021 se empezó el proceso de vacunación en la región con la aplicación de la primera y segunda dosis y a partir del año 2022 se empezó a inmunizar a las personas con la tercera y cuarta dosis.

Conclusiones

- En este trabajo se aplicó el modelo básico epidemiológico SIR para describir la evolución del COVID-19 en la región Lambayeque durante el año 2020 teniendo como datos los proporcionados por la Dirección Regional de Salud de Lambayeque (GERESA).
- Se identificaron las variables del modelo básico epidemiológico SIR, para determinar los datos iniciales de las personas susceptibles, infectadas y removidas. Este modelo no considera parámetros como la tasa de nacimientos, tasa de defunciones o tasa de vacunación.
- Se logró demostrar la no negatividad y el punto de equilibrio del modelo.
- Se estimaron los parámetros del modelo básico epidemiológico SIR de acuerdo a los índices proporcionados por la Gerencia Regional de Salud de la región Lambayeque.
- Al comparar los resultados del modelo básico epidemiológico SIR con los datos oficiales de la GERESA (números de personas susceptibles, infectadas y removidas) se logró determinar que hay una buena aproximación del modelo.
- De los resultados obtenidos en las simulaciones se puede concluir que el modelo básico epidemiológico SIR permite hacer una descripción y análisis de la evolución de la pandemia del COVID-19 en la región Lambayeque en un corto plazo.

Recomendaciones

- Recomendamos que para futuras investigaciones se pueden agregar otros parámetros al modelo como la tasa de natalidad, tasa de mortalidad, número de expuestos, tasa de vacunación u otro que pueda influir en el comportamiento de la enfermedad.
- Para cualquier mejora del modelo que se desee realizar, se pueden ajustar los parámetros γ y λ para mejorar su variación.
- Utilizar el modelo epidemiológico SIR para modelar diferentes enfermedades que son propias de la región Lambayeque como por ejemplo el dengue.

Referencias Bibliográficas

- Abelló, I. A., Guinovart, R. & Morales, W. (2020). El modelo SIR básico y políticas antiepidémicas de salud pública para la COVID-19 en Cuba. *Revista Cubana de Salud Pública*, 46, 1-24.
<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=asn&AN=148054398&lang=es&site=ehost-live&scope=site&custid=s9226804>
- Borbón, M. & Borbón, H. (2014). Modelación de la propagación de enfermedades infectocontagiosas: Revisión de literatura. *Informe quincenal Epidemiológico Nacional*, 19(2), 15-27. <https://www.ins.gov.co/buscador/IQEN/IQEN%20vol%2019%202014%20num%202.pdf>
- Espinola, M., Racchumí, A., Sanca, S., Espinola, S., Arango, P., Saldaña, C., Paredes, J. S. & Mejico, M. (2020). Pandemia de COVID-19 y efecto de medidas de contención en población peruana: Un modelamiento matemático SIR. *Revista del Cuerpo Médico del Hospital Nacional Almanzor Aguinaga Asenjo*, 13(2), 110-115.
<https://doi.org/10.35434/rmhnaaa.2020.132.656>
- García, A. (2014). *Modelos de ecuaciones diferenciales para la propagación de enfermedades infecciosas* (Tesis doctoral). Universidad de Cantabria.
<https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/7125>.
- GERESA, L. (2020). *Comportamiento Covid-19 Región Lambayeque* (Sala situacional Covid 19). Oficina de Epidemiología. Lambayeque. <https://siga.regionlambayeque.gob.pe/docs/ainformacion/0604202012245069949983.pdf>
- GERESA, L. (2023). *Comportamiento Covid-19 Región Lambayeque* (Sala situacional Covid 19). Oficina de Epidemiología. Lambayeque.
<https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/4203668/Sala%20Situacional%20SISCOVID%20Regi%C3%B3n%20Lambayeque%20SE%20003-2023.pdf?v=1677679641>
- Grillo, E. K., Bravo, L. E., Guerrero, R. & Santaella, J. (2020). Mathematical models and the coronavirus, COVID-19. *Colombia Medica*. <https://doi.org/10.25100/cm.v51i2.4277>
- Hernández, Á. (2016). *Estudio numérico de un modelo de propagación de enfermedades* (Tesis doctoral). Universidad de Zaragoza. Zaragoza, España.

- INEI. (2009). *PERÚ: Estimaciones y proyecciones de población por departamento, sexo y grupo quinquenales de edad 1995 - 2025* (Edit. Digital). Edit. Digital.
<http://proyectos.inei.gob.pe/web/biblioineipub/bancopub/Est/Lib0846/libro.pdf>
- Kermack, W. & McKendrick, A. (1927). *A contribution to the mathematical theory of epidemics*. Proceedings of the Royal Society.
- López, R., Vidal, M. & Valdez, W. (2015). *Nociones básicas de modelamiento matemático aplicado a la epidemiología*. Ministerio de Salud del Perú.
<https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/388432/nociones-basicas-de-modelamiento-matematico-aplicado-a-la-epidemiologia.pdf>
- Madge, J. & Pérez, J. R. (2022). Análisis y simulación de un modelo matemático SEIR extendido con vacunación para la propagación del SARS-COV-2 [Number: 01]. *Selecciones Matemáticas*, 9(01), 121-136. <https://doi.org/10.17268/sel.mat.2022.01.09>
- Manrique, F. G., Agudelo, C. A., González, V. M., Gutiérrez, O., Téllez, C. F. & Herrera, G. (2020). Modelo SIR de la pandemia de covid-19 en colombia. *Revista de Salud Pública*, 22(2), 1-9. <https://doi.org/10.15446/rsap.v22n2.85977>
- Marques, J. A. L., Gois, F. N. B., Xavier-Neto, J. & Fong, S. (2021). *Predictive models for decision support in the COVID-19 crisis*. Springer.
- Olivera, R. E. H. & Rivera, A. M. L. (2021). Modelo SIR de la tendencia pandémica de COVID-19 en Perú [Number: 3]. *Revista de la Facultad de Ciencias Médicas de Córdoba*, 78(3), 236-242. <https://doi.org/10.31053/1853.0605.v78.n3.31142>
- Pedersen, S. (2015). *(algunos) modelos matemáticos para (algunas) enfermedades contagiosas: Transmisión, infección, tratamiento* (Tesis doctoral). Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires, Argentina.
- Pino, N., Soto, P. & Quispe, R. (2020). A segmented SIR-d mathematical model for coronavirus propagation dynamics (COVID-19) in Peru. *Selecciones Matemáticas*, 7(1), 162-171. <https://doi.org/10.17268/sel.mat.2020.01.15>
- Pliego, E. C. (2011). *Modelos epidemiológicos de enfermedades virales infecciosas* (Tesis de grado). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/EmileneCarmelitaPliegoPliego.pdf>
- Salcedo, G. A. (2015). *Número Reproductivo Básico Para Sistemas Epidemiológicos: Una Aplicación al Estudio de la Rickettsiosis* (Tesis doctoral). Universidad de Sonora. México. <https://lic.mat.uson.mx/tesis/TesisGabrielAdrianSalcedoVarela.pdf>

- Santamaría, J. S. (2015). *Modelización y simulación del comportamiento epidemiológico de la gripe en la ciudad de barcelona* (Tesis doctoral). Universidad Politécnica de Catalunya. Barcelona, España.
- Sedaghat, A., Band, S., Mosavi, A. & Nadai, L. (2020). Predicting COVID-19 (coronavirus disease) outbreak dynamics using SIR-based models: Comparative analysis of SIRD and weibull-SIRD. *2020 IEEE 3rd International Conference and Workshop in Óbuda on Electrical and Power Engineering (CANDO-EPE)*, 283-288.
<https://doi.org/10.1109/CANDO-EPE51100.2020.9337791>
- Vargas, H. B., Coayla, E. A. & Tejada, E. (2022). El modelo epidemiológico SIRD aplicado a la propagación de la COVID -19 en la región peruana de Tacna. *Selecciones Matemáticas*, 9(1), 137-144. <https://doi.org/10.17268/sel.mat.2022.01.10>
- Vásquez, R. D. (2018). *Estabilidad de un modelo matemático de la obesidad con factor genético-ambiental* (Tesis doctoral). Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Lima.
- Vergara, E., León, R., More, J., Arteaga, D., Asmat, R., Peralta, J., Quito, C., Vargas, H. & Rubio, O. (2020). Basic epidemiologic model SIR for COVID-19: Case of peruvian regions. *Selecciones Matemáticas*, 7(1), 151-161.
<https://doi.org/10.17268/sel.mat.2020.01.14>
- Vinitsky, S. I., Gusev, A. A., Derbov, V. L., Krassovitskiy, P. M., Pen'kov, F. M. & Chuluunbaatar, G. (2021). Reduced SIR model of COVID-19 pandemic. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 61(3), 376-387.
<https://doi.org/10.1134/S0965542521030155>
- Zarate, L. A. (2012). *Modelación de enfermedades infecciosas con información geográfica* (Tesis de maestría). Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa.
<https://doi.org/10.24275/uami.jw827b83g>

Anexos

1. Programas utilizados

1.1. Modelo SIR resuelto por el método de Runge Kutta de cuarto orden

```
% Datos. Modelo SIR
t0 = 0;
%MARZO
lambda=1.7752e-07; %PROMEDIOS MARZO
gamma=0.030969175; %PROMEDIOS MARZO
%ABRIL:
%lambda=1.6707e-07; %PROMEDIOS ABRIL
%gamma=0.073784139; %PROMEDIOS ABRIL
%MAYO:
%lambda=5.6913e-08; % PROMEDIOS MAYO
%gamma=0.030694125; % PROMEDIOS MAYO
%JUNIO:
%lambda=1.6627e-08; % PROMEDIOS JUNIO
%gamma=0.006299962; % PROMEDIOS JUNIO
%JULIO:
%lambda=8.8496e-09; % PROMEDIOS JULIO
%gamma=0.00377143; % PROMEDIOS JULIO
%AGOSTO:
%lambda=1.028e-08; % PROMEDIOS AGOSTO
%gamma=0.005078797; % PROMEDIOS AGOSTO
%SEPTIEMBRE:
%lambda=6.2777e-09; % PROMEDIOS SEPTIEMBRE
%gamma=0.002425049; % PROMEDIOS SEPTIEMBRE
%OCTUBRE
%lambda=3.7832e-09; %PROMEDIOS OCTUBRE
%gamma=0.001962766; %PROMEDIOS OCTUBRE
%NOVIEMBRE
```

%lambda=2.9542e-09; %PROMEDIOS NOVIEMBRE
%gamma=0.001190257; %PROMEDIOS NOVIEMBRE
%DICIEMBRE:

%lambda=2.8928e-09; %PROMEDIOS DICIEMBRE
%gamma=0.001258022; %PROMEDIOS DICIEMBRE
%MARZO:

tN = 17;
S0 = 1309730;
IO = 1;
R0 = 0;

%ABRIL:
%tN = 30;
%S0 = 1309693;
%IO = 34;
%R0 = 4;

%MAYO:
%tN = 31;
%S0 = 1305629;
%IO = 2358;
%R0 = 1744;

%JUNIO:
%tN = 30;
%S0 = 1294845;
%IO = 8839;
%R0 = 6047;

%JULIO:
%tN = 31;
%S0 = 1287524;

1. PROGRAMAS UTILIZADOS

74

%IO = 13779;

%RO = 8428;

%AGOSTO:

%tN = 31;

%S0 = 1282054;

%IO = 17440;

%RO = 10237;

%SETIEMBRE:

%tN = 30;

%S0 = 1274045;

%IO = 22331;

%RO = 13355;

%OCTUBRE:

%tN = 31;

%S0 = 1268280;

%IO = 26379;

%RO = 15072;

%NOVIEMBRE:

%tN = 30;

%S0 = 1264233;

%IO = 28768;

%RO = 16730;

%DICIEMBRE:

%tN = 31;

%S0 = 1260907;

%IO = 31025;

%RO = 17799;

```

h = 0.01;
N = round((tN-t0)/h);
t = t0:h:tN;
S1 = zeros(1,N+1);
I1 = zeros(1,N+1);
R1 = zeros(1,N+1);
S2 = zeros(1,N+1);
I2 = zeros(1,N+1);
R2 = zeros(1,N+1);
S1(1) = S0;
I1(1) = I0;
R1(1) = R0;
S2(1) = S1(1);
I2(1) = I1(1);
R2(1) = R1(1);

for i= 1:N
S1(i+1) = S1(i) + h*(-lambda*S1(i)*I1(i));
I1(i+1) = I1(i) + h*(lambda*S1(i)*I1(i)-gamma*I1(i));
R1(i+1) = R1(i) + h*(gamma*I1(i));

k1S = -lambda*S2(i)*I2(i);
k1I = lambda*S2(i)*I2(i)-gamma*I2(i);
k1R = gamma*I2(i);
k2S = -lambda*(S2(i) + 1/2*k1S*h)*(I2(i) + 1/2*k1I*h);
k2I = lambda*(S2(i) + 1/2*k1S*h)*(I2(i) + 1/2*k1I*h)-gamma*(I2(i) + 1/2*k1I*h);
k2R = gamma*(I2(i) + 1/2*k1I*h);
k3S = -lambda*(S2(i) + 1/2*k2S*h)*(I2(i) + 1/2*k2I*h);
k3I = lambda*(S2(i) + 1/2*k2S*h)*(I2(i) + 1/2*k2I*h)-gamma*(I2(i) + 1/2*k2I*h);
k3R = gamma*(I2(i) + 1/2*k2I*h);
k4S = lambda*(S2(i) + k3S*h)*(I2(i) + k3I*h);

```

```

k4I = lambda*(S2(i) + k3S*h)*(I2(i) + k2I*h)- gamma*(I2(i) + 1/2*k2I*h);
k4R = gamma*(I2(i) + k3I*h);
S2(i+1) = S2(i) + (h/6)*(k1S+2*k2S+2*k3S+k4S);
I2(i+1) = I2(i) + (h/6)*(k1I+2*k2I+2*k3I+k4I);
R2(i+1) = R2(i) + (h/6)*(k1R+2*k2R+2*k3R+k4R);
end

```

```
hold on
```

```

%plot(t,S2,'b','Linewidth',2)
%plot(t,I2,'r','Linewidth',2)
%plot(t,R2,'g','Linewidth',2)
%legend('susceptible','I' Infectados','R' Recuperados','Location','best')
%legend('Modelo SIR')

```

```
%infectados MARZO:
```

```
%f=[1 5 6 6 6 6 8 8 9 10 13 13 14 15 22 29 30]; %17 dias
```

```
%susceptibles
```

```
f=[1309730 1309726 1309725 1309725 1309725 1309725 1309723 1309723
1309722 1309721 1309718 1309718 1309717 1309715 1309708 1309700 1309698];
```

```
%removidos
```

```
%f=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 2 3];
```

```
%infectados ABRIL:
```

```
%f=[34 35 41 64 101 104 118 188 296 319 355 369 369 369 532 561 642 660 660 688
708 767 829 924 1392 1602 1651 1814 1956 2176]; %INFECTADOS ABRIL 30 dias
```

```
%susceptibles
```

```
%f=[1309693 1309692 1309686 1309655 1309617 1309607 1309589 1309513 1309405
1309375 1309333 1309288 1309244 1309200 1308981 1308900 1308761 1308690 1308646
1308497 1308463 1308354 1308246 1308074 1307292 1306941 1306850 1306566 1306319
1305950];
```

```
%removidos
```

```
%f=[4 4 4 12 13 20 24 30 30 37 43 74 118 162 218 270 328 381 425 546 560 610
```

656 733 1047 1188 1230 1351 1456 1605];

%infectados MAYO:

%f=[2358 2458 2555 2805 3004 3136 3268 3390 3512 3634 3756 3928 4100 4272
4444 4616 4788 4961 5238 5515 5792 6069 6346 6623 6900 7177 7454 7731 8008
8285 8562]; %31 de mayo

%susceptibles:

%f=[1305629 1305434 1305243 1304822 1304484 1304251 1304012 1303796 1303581
1303366 1303150 1302854 1302558 1302262 1301966 1301671 1301375 1301076 1300607
1300138 1299669 1299200 1298731 1298262 1297793 1297324 1296855 1296386 1295917
1295448 1295154];

%Recuperados:

%f=[1744 1839 1933 2104 2243 2344 2451 2545 2638 2731 2825 2949 3073 3197 3321
3444 3568 3694 3886 4078 4270 4462 4654 4846 5038 5230 5422 5614 5806 5998 6015];

%INFECTADOS JUNIO:

%f=[8839 9118 9279 9440 9563 9686 9910 9933 10037 10286 10532 10791 11059
11276 11426 11576 11725 11874 12024 12175 12315 12437 12559 12709 12892 13098
13259 13475 13566 13657] %infectados junio

%susceptibles:

%f=[1294845 1294515 1294346 1294177 1294051 1293925 1293697 1293657 1293539
1293281 1293019 1292750 1292462 1292244 1292012 1291780 1291548 1291317 1291084
1290850 1290638 1290436 1290234 1290018 1289781 1289467 1289252 1288978 1288334
1287689];

%removidos:

%f=[6047 6098 6106 6114 6117 6120 6124 6141 6155 6164 6180 6190 6210 6211 6293
6375 6458 6540 6623 6706 6778 6858 6938 7004 7058 7166 7220 7278 7832 8385];

%INFECTADOS JULIO

%f=[13779 13904 14011 14137 14246 14355 14454 14561 14742 14818 14912 15057 15129
15210 15308 15308 15609 15670 15753 15823 15922 16023 16122 16256 16415 16551
16604 16815 16954 17111 17285] %infectados julio

%Susceptibles:

```
%f=[1287524 1287357 1287129 1286946 1286795 1286644 1286470 1286312 1286085
1285942 1285732 1285587 1285472 1285329 1285189 1285142 1284729 1284664 1284567
1284459 1284269 1284133 1283941 1283729 1283542 1283382 1283287 1283038 1282860
1282526 1282263];
```

%Removidos:

```
%f=[8428 8470 8591 8648 8690 8732 8807 8858 8904 8971 9087 9087 9130 9192 9234
9281 9393 9397 9411 9449 9540 9575 9668 9746 9774 9798 9840 9878 9917 10094 10183];
```

%INFECTADOS AGOSTO:

```
%f=[17440 17584 17678 17801 17977 18185 18341 18549 18775 18875 18984 19165
19369 19558 19733 19884 19980 20101 20250 20433 20749 20932 21095 21204
21310 21420 21647 21785 21960 22142 22253] %infectados agosto
```

%susceptibles:

```
%f=[1282054 1281885 1281682 1281524 1281299 1281023 1280739 1280441 1280161
1280019 1279863 1279642 1278977 1278740 1278529 1278344 1277516 1277356
1277166 1276942 1276353 1276024 1275835 1275701 1275505 1275399 1275041
1274860 1274630 1274351 1274186];
```

%removidos:

```
%f=[10237 10262 10371 10406 10455 10523 10651 10741 10795 10837 10884 10924
11385 11433 11469 11503 12235 12274 12315 12356 12629 12775 12801 12826 12916
12912 13043 13086 13141 13238 13292];
```

%INFECTADOS SETIEMBRE:

```
%f=[22331 22434 22595 22698 22863 23028 23061 23138 23285 23395 23570 23669
23878 24020 24085 24288 24445 24711 24862
25002 25172 25229 25343 25548 25741 25897 26060 26189 26238 26291]
```

%susceptibles:

```
%f=[1274045 1273901 1273560 1273414 1273188 1272983 1272922 1272796 1272609
1272322 1272092 1271969 1271700 1271520 1271398 1271078 1270854 1270461
1270275 1270115 1269866 1269788 1269644 1269302 1269081 1268915 1268680
1268519 1268446 1268376];
```

%Removidos:

%f=[13355 13396 13576 13619 13680 13720 13748 13797 13837 14014 14069 14093
14153 14191 14248 14365 14432 14559 14594 14614 14693 14714 14744 14881 14909
14919 14991 15023 15047 15064];

%INFECTADOS OCTUBRE:

%f=[26379 26455 26531 26591 26608 26674 26708 26783 26851 26895 26969 27093
27149 27204 27277 27348 27495 27653 27743 27820 27879 28017 28120 28234 28321
28403 28437 28510 28578 28662 28728];

%susceptibles:

%f=[1268280 1268190 1267720 1267648 1267619 1267331 1267276 1267157 1267067
1267029 1266948 1266806 1266712 1266617 1266521 1266421 1266112 1265862
1265728 1265628 1265515 1265341 1265117 1265025 1264912 1264816 1264778
1264669 1264494 1264380 1264281];

%Removidos:

%f=[15072 15086 15480 15492 15504 15726 15747 15791 15813 15807 15814 15832 15871
15910 15933 15962 16124 16216 16260 16283 16337 16373 16494 16472 16498 16512
16516 16552 16659 16689 16722];

%INFECTADOS NOVIEMBRE:

%f=[28768 28785 28818 28929 29009 29079 29157 29231 29305 29341 29415 29484
29634 29707 29767 29827 29855 29963 30039 30165 30268 30294 30319 30399 30478
30505 30568 30685 30854 31023]; %NOVIEMBRE

%susceptibles:

%f=[1264233 1264144 1264100 1263959 1263855 1263743 1263631 1263516 1263400
1263353 1263258 1263181 1262903 1262780 1262692 1262603 1262492 1262353
1262243 1262075 1261954 1261873 1261792 1261687 1261581 1261544 1261452
1261335 1261134 1260932];

%Removidos:

%f=[16730 16802 16813 16843 16867 16909 16943 16985 17026 17037 17058 17066
17194 17244 17273 17301 17384 17415 17449 17491 17509 17565 17620 17646 17672
17682 17711 17711 17744 17776];

```
%INFECTADOS DICIEMBRE:
```

```
%f=[31025 31027 31152 31245 31315 31385 31456 31520 31592 31703 31813 32185  
32252 32318 32381 32474 32567 32723 32883 32940 32997 33017 33067 33086 33149  
33151 33197 33243 33267 33346 33391]; %DICIEMBRE
```

```
%susceptibles:
```

```
%f=[1260907 1260882 1260743 1260636 1260473 1260309 1260144 1260047 1259930  
1259773 1259615 1259177 1259064 1258950 1258856 1258717 1258577 1258344  
1258152 1258074 1257996 1257927 1257851 1257829 1257743 1257684 1257620  
1257556 1257514 1257381 1257310];
```

```
%Removidos:
```

```
%f=[17799 17822 17836 17850 17943 18037 18131 18164 18209 18256 18303 18369  
18416 18463 18494 18541 18587 18664 18696 18717 18738 18787 18813 18816 18839  
18896 18914 18932 18950 19004];
```

```
grid on
```

```
%v=[I1']
```

```
v=[S1']
```

```
%v=[R1']
```

```
plot(f,'X')
```

```
%legend ('Datos GERESA')
```

```
plot(t,v)
```

```
legend('Datos GERESA','Modelo SIR','Location','best')
```

```
%legend ('Modelo SIR')
```

```
xlabel('Número de días')
```

```
ylabel ('Número de personas')
```

```
hold off
```

1.2. Programa para contagios netos

```

clc
%CONTAGIO NETO COVID 19 LAMBAYEQUE

f=[1 5 6 6 6 6 8 8 9 10 13 13 14 14 21 27 27 30 31 37 52 88
84 94 158 266 282 312 295 251 207 314 291 314 279 235 142 148
157 173 191 345 414 421 463
.....
14254 14270 14310 14255 14255 14311 14317 14342 14361];
plot (f,'LineWidth',3)

xlabel('Días')
ylabel('Contagio Neto')

```

1.3. Programa Método de mínimos cuadrados

```

%ajuste lineal
clear all;
close all;
load datosxy.mat;
fun=@(x,xdata)x(1)*xdata-x(2)
x0=[xdata(1),ydata(1)];
x=lsqcurvefit(fun,x0,xdata,ydata)
xindep = linspace(xdata(1),xdata(end));
plot(xdata,ydata,'ko',xindep,fun(x,xindep),'b-')
legend('Datos','Ajuste lineal')
title('Datos y Recta de ajuste')
grid on

```

2. Instrumentos de Recolección de Datos

Datos de la evolución del covid 19 en la región Lambayeque.

Región:		Lambayeque			Muertos + Recuperados	Infectados	Poblacion - (Recuperados + Infectados)	FORMULAS				
		Población 2020	1309731									
		Datos GERESA	LAMBAYEQUE			Calculados para modelo			Calculo de parámetros			
Fecha	Infectados	Muertos o fallecidos	Recuperados o dados de alta	Removidos	Infectados	Susceptibles	Lambda	gamma	Contagios netos			
1	15-mar	1	0	0	0	1	1309730	0	0	1		
2	16-mar	5	0	0	0	5	1309726	3.8176E-07	0	5		
3	17-mar	6	0	0	0	6	1309725	6.3627E-08	0	6		
4	18-mar	6	0	0	0	6	1309725	0	0	6		
5	19-mar	6	0	0	0	6	1309725	0	0	6		
6	20-mar	6	0	0	0	6	1309725	1.2725E-07	0	6		
7	21-mar	8	0	0	0	8	1309723	9.544E-08	0	8		
8	22-mar	8	0	0	0	8	1309723	4.772E-08	0	8		
9	23-mar	9	0	0	0	9	1309722	8.4836E-08	0	9		
10	24-mar	10	0	0	0	10	1309721	1.527E-07	0	10		
11	25-mar	13	0	0	0	13	1309718	8.8099E-08	0	13		
12	26-mar	13	0	0	0	13	1309718	2.9366E-08	0	13		
13	27-mar	14	0	0	0	14	1309717	8.1806E-08	0.03571429	14		
14	28-mar	15	1	0	1	15	1309715	2.2906E-07	0.03333333	14		
15	29-mar	22	1	0	1	22	1309708	2.6029E-07	0.02272727	21		
16	30-mar	29	2	0	2	29	1309700	1.3164E-07	0.03448276	27		
17	31-mar	30	3	0	3	30	1309698	8.9079E-08	0.03333333	27		
18	01-abr	34	4	0	4	34	1309693	6.7371E-08	0.01470588	30		
19	02-abr	35	4	0	4	35	1309692	7.6354E-08	0	31		
20	03-abr	41	4	0	4	41	1309686	3.4452E-07	0.09756098	37		
21	04-abr	64	9	3	12	64	1309655	4.1161E-07	0.0703125	52		
22	05-abr	101	10	3	13	101	1309617	1.8145E-07	0.03960396	88		
23	06-abr	104	15	5	20	104	1309607	1.0279E-07	0.05288462	84		
24	07-abr	118	19	5	24	118	1309589	3.0415E-07	0.04237288	94		
25	08-abr	188	24	6	30	188	1309513	3.737E-07	0.01595745	158		

26	09-abr	296	24	6		30	296	1309405		1.7803E-07	0.01182432	266
27	10-abr	319	31	6		37	319	1309375		8.6188E-08	0.02037618	282
28	11-abr	355	33	10		43	355	1309333		9.3586E-08	0.05211268	312
29	12-abr	369	42	32		74	369	1309288		9.2108E-08	0.10162602	295
30	13-abr	369	42	76		118	369	1309244		9.1076E-08	0.11924119	251
31	14-abr	369	42	120		162	369	1309200		2.722E-07	0.13550136	207
32	15-abr	532	54	164		218	532	1308981		2.154E-07	0.10150376	314
33	16-abr	561	62	208		270	561	1308900		1.498E-07	0.09803922	291
34	17-abr	642	76	252		328	642	1308761		1.2497E-07	0.0864486	314
35	18-abr	660	85	296		381	660	1308690		6.6571E-08	0.07348485	279
36	19-abr	660	85	340		425	660	1308646		1.1173E-07	0.125	235
37	20-abr	688	96	450		546	688	1308497		1.0164E-07	0.09811047	142
38	21-abr	708	100	460		560	708	1308463		7.7181E-08	0.04519774	148
39	22-abr	767	111	499		610	767	1308354		1.0812E-07	0.06258149	157
40	23-abr	829	117	539		656	829	1308246		1.2909E-07	0.07418577	173
41	24-abr	924	132	601		733	924	1308074		3.9465E-07	0.21158009	191
42	25-abr	1392	142	905		1047	1392	1307292		3.1131E-07	0.16343391	345
43	26-abr	1602	147	1041		1188	1602	1306941		1.0555E-07	0.0571161	414
44	27-abr	1651	157	1073		1230	1651	1306850		8.6902E-08	0.04936402	421
45	28-abr	1814	172	1179		1351	1814	1306566		1.1202E-07	0.06229327	463
46	29-abr	1956	185	1271		1456	1956	1306319		1.2054E-07	0.06492843	500
47	30-abr	2176	191	1414		1605	2176	1305950		1.214E-07	0.06617647	571
48	01-may	2358	211	1533		1744	2358	1305629		8.3802E-08	0.04961832	614
49	02-may	2458	241	1598		1839	2458	1305434		6.0148E-08	0.03844589	619
50	03-may	2555	272	1661		1933	2555	1305243		9.1757E-08	0.0518591	622
51	04-may	2805	281	1823		2104	2805	1304822		1.0369E-07	0.05525847	701
52	05-may	3004	290	1953		2243	3004	1304484		7.2856E-08	0.03994674	761
53	06-may	3136	306	2038		2344	3136	1304251		5.77E-08	0.03316327	792
54	07-may	3268	327	2124		2451	3268	1304012		5.3385E-08	0.03075275	817
55	08-may	3390	341	2204		2545	3390	1303796		4.8757E-08	0.02758112	845
56	09-may	3512	355	2283		2638	3512	1303581		4.6962E-08	0.02648064	874
57	10-may	3634	369	2362		2731	3634	1303366		4.5498E-08	0.02572922	903
58	11-may	3756	384	2441		2825	3756	1303150		5.2302E-08	0.02902023	931

59	12-may	3928	396	2553		2949	3928	1302854		5.7839E-08	0.03156823	979
60	13-may	4100	408	2665		3073	4100	1302558		5.5426E-08	0.0302439	1027
61	14-may	4272	420	2777		3197	4272	1302262		5.3206E-08	0.02902622	1075
62	15-may	4444	432	2889		3321	4444	1301966		5.1072E-08	0.02779028	1123
63	16-may	4616	444	3000		3444	4616	1301671		4.918E-08	0.02675477	1172
64	17-may	4788	456	3112		3568	4788	1301375		4.7745E-08	0.02610693	1220
65	18-may	4961	469	3225		3694	4961	1301076		5.9492E-08	0.03204999	1267
66	19-may	5238	481	3405		3886	5238	1300607		6.8843E-08	0.03665521	1352
67	20-may	5515	493	3585		4078	5515	1300138		6.5409E-08	0.03481414	1437
68	21-may	5792	505	3765		4270	5792	1299669		6.2303E-08	0.03314917	1522
69	22-may	6069	517	3945		4462	6069	1299200		5.9481E-08	0.03163618	1607
70	23-may	6346	529	4125		4654	6346	1298731		5.6905E-08	0.03025528	1692
71	24-may	6623	541	4305		4846	6623	1298262		5.4545E-08	0.02898988	1777
72	25-may	6900	553	4485		5038	6900	1297793		5.2374E-08	0.02782609	1862
73	26-may	7177	565	4665		5230	7177	1297324		5.0371E-08	0.02675212	1947
74	27-may	7454	577	4845		5422	7454	1296855		4.8517E-08	0.02575798	2032
75	28-may	7731	589	5025		5614	7731	1296386		4.6795E-08	0.02483508	2117
76	29-may	8008	601	5205		5806	8008	1295917		4.5193E-08	0.02397602	2202
77	30-may	8285	613	5385		5998	8285	1295448		3.5545E-08	0.01261316	2287
78	31-may	8562	625	5390		6015	8562	1295154		2.7189E-08	0.00286148	2547
79	01-jun	8839	637	5410		6047	8839	1294845		2.7916E-08	0.0046951	2792
80	02-jun	9118	655	5443		6098	9118	1294515		2.1138E-08	0.00323536	3020
81	03-jun	9279	663	5443		6106	9279	1294346		1.4071E-08	0.00086216	3173
82	04-jun	9440	671	5443		6114	9440	1294177		1.2073E-08	0.00058263	3326
83	05-jun	9563	674	5443		6117	9563	1294051		1.0182E-08	0.00031371	3446
84	06-jun	9686	677	5443		6120	9686	1293925		1.4123E-08	0.00036135	3566
85	07-jun	9910	681	5443		6124	9910	1293697		1.0452E-08	0.00105954	3786
86	08-jun	9933	698	5443		6141	9933	1293657		6.1479E-09	0.00156046	3792
87	09-jun	10037	712	5443		6155	10037	1293539		1.448E-08	0.00114576	3882
88	10-jun	10286	721	5443		6164	10286	1293281		1.9545E-08	0.00121524	4122
89	11-jun	10532	737	5443		6180	10532	1293019		1.9496E-08	0.00123433	4352
90	12-jun	10791	747	5443		6190	10791	1292750		1.9964E-08	0.00139005	4601
91	13-jun	11059	767	5443		6210	11059	1292462		1.7701E-08	0.00094945	4849

92	14-jun	11276	768	5443		6211	11276	1292244		1.5441E-08	0.00368038	5065
93	15-jun	11426	788	5505		6293	11426	1292012		1.5715E-08	0.00717661	5133
94	16-jun	11576	808	5567		6375	11576	1291780		1.5515E-08	0.00712681	5201
95	17-jun	11725	829	5629		6458	11725	1291548		1.5287E-08	0.00703625	5267
96	18-jun	11874	849	5691		6540	11874	1291317		1.5131E-08	0.00694795	5334
97	19-jun	12024	870	5753		6623	12024	1291084		1.5041E-08	0.00690286	5401
98	20-jun	12175	891	5815		6706	12175	1290850		1.4189E-08	0.0063655	5469
99	21-jun	12315	901	5877		6778	12315	1290638		1.3024E-08	0.00617134	5537
100	22-jun	12437	918	5940		6858	12437	1290436		1.2586E-08	0.00643242	5579
101	23-jun	12559	935	6003		6938	12559	1290234		1.2898E-08	0.00581256	5621
102	24-jun	12709	950	6054		7004	12709	1290018		1.3815E-08	0.00472106	5705
103	25-jun	12892	958	6100		7058	12892	1289781		1.6569E-08	0.00628297	5834
104	26-jun	13098	962	6204		7166	13098	1289467		1.5661E-08	0.00618415	5932
105	27-jun	13259	968	6252		7220	13259	1289252		1.4303E-08	0.00422355	6039
106	28-jun	13475	968	6310		7278	13475	1288978		2.6441E-08	0.02269017	6197
107	29-jun	13566	982	6850		7832	13566	1288334		3.6876E-08	0.04080053	5735
108	30-jun	13657	996	7389		8385	13657	1287689		2.3016E-08	0.02183862	5272
109	01-jul	13779	1005	7423		8428	13779	1287524		9.357E-09	0.0030844	5351
110	02-jul	13904	1020	7450		8470	13904	1287357		1.1034E-08	0.00586162	5434
111	03-jul	14011	1042	7549		8591	14011	1287129		1.1395E-08	0.00635215	5420
112	04-jul	14137	1049	7599		8648	14137	1286946		9.1791E-09	0.00350145	5489
113	05-jul	14246	1057	7633		8690	14246	1286795		8.2371E-09	0.0029482	5556
114	06-jul	14355	1065	7667		8732	14355	1286644		8.7982E-09	0.00407524	5623
115	07-jul	14454	1088	7719		8807	14454	1286470		8.9273E-09	0.00435866	5647
116	08-jul	14561	1097	7761		8858	14561	1286312		1.0278E-08	0.00333082	5703
117	09-jul	14742	1122	7782		8904	14742	1286085		9.7577E-09	0.00383259	5838
118	10-jul	14818	1132	7839		8971	14818	1285942		9.2626E-09	0.00617492	5847
119	11-jul	14912	1152	7935		9087	14912	1285732		9.2579E-09	0.00388948	5825
120	12-jul	15057	1152	7935		9087	15057	1285587		6.7159E-09	0.00142791	5970
121	13-jul	15129	1181	7949		9130	15129	1285472		6.6331E-09	0.00347016	5999
122	14-jul	15210	1186	8006		9192	15210	1285329		7.2379E-09	0.0034188	6018
123	15-jul	15308	1211	8023		9234	15308	1285189		4.7525E-09	0.00290698	6074
124	16-jul	15308	1224	8057		9281	15308	1285142		1.1691E-08	0.00519336	6027

125	17-jul	15609	1251	8142		9393	15609	1284729		1.1918E-08	0.0037158	6216
126	18-jul	15670	1271	8126		9397	15670	1284664		4.0237E-09	0.00057435	6273
127	19-jul	15753	1271	8140		9411	15753	1284567		5.0653E-09	0.00165048	6342
128	20-jul	15823	1297	8152		9449	15823	1284459		7.3312E-09	0.00407634	6374
129	21-jul	15922	1308	8232		9540	15922	1284269		7.9714E-09	0.00395679	6382
130	22-jul	16023	1328	8247		9575	16023	1284133		7.9706E-09	0.00399426	6448
131	23-jul	16122	1330	8338		9668	16122	1283941		9.7586E-09	0.00530331	6454
132	24-jul	16256	1352	8394		9746	16256	1283729		9.56E-09	0.00326033	6510
133	25-jul	16415	1353	8421		9774	16415	1283542		8.2347E-09	0.00158392	6641
134	26-jul	16551	1353	8445		9798	16551	1283382		6.0025E-09	0.00199384	6753
135	27-jul	16604	1378	8462		9840	16604	1283287		8.0722E-09	0.00240906	6764
136	28-jul	16815	1381	8497		9878	16815	1283038		9.896E-09	0.00228962	6937
137	29-jul	16954	1393	8524		9917	16954	1282860		1.177E-08	0.00637018	7037
138	30-jul	17111	1399	8695		10094	17111	1282526		1.3602E-08	0.00777278	7017
139	31-jul	17285	1412	8771		10183	17285	1282263		1.0648E-08	0.00413653	7102
140	01-ago	17440	1421	8816		10237	17440	1282054		8.453E-09	0.00226491	7203
141	02-ago	17584	1426	8836		10262	17584	1281885		8.2518E-09	0.00381028	7322
142	03-ago	17678	1462	8909		10371	17678	1281682		7.9664E-09	0.00407286	7307
143	04-ago	17801	1471	8935		10406	17801	1281524		8.3946E-09	0.00235942	7395
144	05-ago	17977	1479	8976		10455	17977	1281299		1.0875E-08	0.00325416	7522
145	06-ago	18185	1487	9036		10523	18185	1281023		1.202E-08	0.00538906	7662
146	07-ago	18341	1498	9153		10651	18341	1280739		1.2388E-08	0.00594297	7690
147	08-ago	18549	1510	9231		10741	18549	1280441		1.2168E-08	0.00388161	7808
148	09-ago	18775	1512	9283		10795	18775	1280161		8.7789E-09	0.00255659	7980
149	10-ago	18875	1527	9310		10837	18875	1280019		6.1671E-09	0.00235762	8038
150	11-ago	18984	1540	9344		10884	18984	1279863		7.7582E-09	0.0022914	8100
151	12-ago	19165	1549	9375		10924	19165	1279642		1.8064E-08	0.0130707	8241
152	13-ago	19369	1981	9404		11385	19369	1278977		1.8206E-08	0.01313955	7984
153	14-ago	19558	1992	9441		11433	19558	1278740		8.9566E-09	0.00214746	8125
154	15-ago	19733	2000	9469		11469	19733	1278529		7.848E-09	0.00177368	8264
155	16-ago	19884	2014	9489		11503	19884	1278344		1.9926E-08	0.01926172	8381
156	17-ago	19980	2042	10193		12235	19980	1277516		1.9354E-08	0.01929429	7745
157	18-ago	20101	2056	10218		12274	20101	1277356		6.8157E-09	0.00198995	7827

158	19-ago	20250	2074	10241		12315	20250	1277166		8.0038E-09	0.00202469	7935
159	20-ago	20433	2075	10281		12356	20433	1276942		1.558E-08	0.00768365	8077
160	21-ago	20749	2077	10552		12629	20749	1276353		1.7332E-08	0.01009687	8120
161	22-ago	20932	2086	10689		12775	20932	1276024		9.6968E-09	0.00410854	8157
162	23-ago	21095	2091	10710		12801	21095	1275835		6.0007E-09	0.00120882	8294
163	24-ago	21204	2100	10726		12826	21204	1275701		6.0998E-09	0.00271175	8378
164	25-ago	21310	2108	10808		12916	21310	1275505		5.5553E-09	0.00201783	8394
165	26-ago	21420	2112	10800		12912	21420	1275399		8.4922E-09	0.00296452	8508
166	27-ago	21647	2115	10928		13043	21647	1275041		9.7642E-09	0.00401903	8604
167	28-ago	21785	2122	10964		13086	21785	1274860		7.3993E-09	0.00224925	8699
168	29-ago	21960	2129	11012		13141	21960	1274630		9.0922E-09	0.00346084	8819
169	30-ago	22142	2132	11106		13238	22142	1274351		7.8677E-09	0.00340981	8904
170	31-ago	22253	2138	11154		13292	22253	1274186		5.396E-09	0.00262886	8961
171	01-sep	22331	2145	11210		13355	22331	1274045		5.0087E-09	0.0023286	8976
172	02-sep	22434	2157	11239		13396	22434	1273901		8.4853E-09	0.00492556	9038
173	03-sep	22595	2170	11406		13576	22595	1273560		8.4619E-09	0.00493472	9019
174	04-sep	22698	2180	11439		13619	22698	1273414		6.4351E-09	0.00229095	9079
175	05-sep	22863	2189	11491		13680	22863	1273188		7.4032E-09	0.00220881	9183
176	06-sep	23028	2205	11515		13720	23028	1272983		4.537E-09	0.00147646	9308
177	07-sep	23061	2224	11524		13748	23061	1272922		3.1852E-09	0.00166949	9313
178	08-sep	23138	2233	11564		13797	23138	1272796		5.3141E-09	0.00192324	9341
179	09-sep	23285	2241	11596		13837	23285	1272609		7.9979E-09	0.00465965	9448
180	10-sep	23395	2254	11760		14014	23395	1272322		8.6844E-09	0.00495832	9381
181	11-sep	23570	2263	11806		14069	23570	1272092		5.8866E-09	0.00167586	9501
182	12-sep	23669	2278	11815		14093	23669	1271969		6.5103E-09	0.00177447	9576
183	13-sep	23878	2286	11867		14153	23878	1271700		7.3932E-09	0.0020521	9725
184	14-sep	24020	2294	11897		14191	24020	1271520		4.944E-09	0.00197752	9829
185	15-sep	24085	2297	11951		14248	24085	1271398		7.2171E-09	0.00361221	9837
186	16-sep	24288	2307	12058		14365	24288	1271078		8.8106E-09	0.00378788	9923
187	17-sep	24445	2316	12116		14432	24445	1270854		9.9305E-09	0.00396809	10013
188	18-sep	24711	2326	12233		14559	24711	1270461		9.2214E-09	0.00327789	10152
189	19-sep	24862	2334	12260		14594	24862	1270275		5.4779E-09	0.00110611	10268
190	20-sep	25002	2337	12277		14614	25002	1270115		6.4398E-09	0.00197984	10388

191	21-sep	25172	2345	12348		14693	25172	1269866		5.115E-09	0.00198633	10479
192	22-sep	25229	2359	12355		14714	25229	1269788		3.4649E-09	0.00101074	10515
193	23-sep	25343	2369	12375		14744	25343	1269644		7.5521E-09	0.0032948	10599
194	24-sep	25548	2387	12494		14881	25548	1269302		8.6807E-09	0.00322922	10667
195	25-sep	25741	2392	12517		14909	25741	1269081		5.9233E-09	0.00073812	10832
196	26-sep	25897	2402	12517		14919	25897	1268915		6.1014E-09	0.00158319	10978
197	27-sep	26060	2408	12583		14991	26060	1268680		5.9888E-09	0.0019954	11069
198	28-sep	26189	2412	12611		15023	26189	1268519		3.5218E-09	0.00106915	11166
199	29-sep	26238	2425	12622		15047	26238	1268446		2.1483E-09	0.00078131	11191
200	30-sep	26291	2429	12635		15064	26291	1268376		2.489E-09	0.00047545	11227
201	01-oct	26379	2431	12641		15072	26379	1268280		2.7798E-09	0.000417	11307
202	02-oct	26455	2435	12651		15086	26455	1268190		8.3458E-09	0.00771121	11369
203	03-oct	26531	2446	13034		15480	26531	1267720		8.0574E-09	0.00765143	11051
204	04-oct	26591	2449	13043		15492	26591	1267648		1.4982E-09	0.00045128	11099
205	05-oct	26608	2453	13051		15504	26608	1267619		4.6992E-09	0.00439717	11104
206	06-oct	26674	2460	13266		15726	26674	1267331		5.0732E-09	0.004555	10948
207	07-oct	26708	2466	13281		15747	26708	1267276		2.5704E-09	0.00121686	10961
208	08-oct	26783	2478	13313		15791	26783	1267157		3.0791E-09	0.00123212	10992
209	09-oct	26851	2484	13329		15813	26851	1267067		1.8811E-09	0.00029794	11038
210	10-oct	26895	2490	13317		15807	26895	1267029		1.7461E-09	1.8591E-05	11088
211	11-oct	26969	2497	13317		15814	26969	1266948		3.2633E-09	0.0004635	11155
212	12-oct	27093	2501	13331		15832	27093	1266806		3.4454E-09	0.00105193	11261
213	13-oct	27149	2505	13366		15871	27149	1266712		2.7479E-09	0.00143654	11278
214	14-oct	27204	2509	13401		15910	27204	1266617		2.7643E-09	0.00113954	11294
215	15-oct	27277	2514	13419		15933	27277	1266521		2.8367E-09	0.00095318	11344
216	16-oct	27348	2521	13441		15962	27348	1266421		5.9046E-09	0.00349203	11386
217	17-oct	27495	2526	13598		16124	27495	1266112		8.0289E-09	0.00461902	11371
218	18-oct	27653	2553	13663		16216	27653	1265862		5.4849E-09	0.00245905	11437
219	19-oct	27743	2561	13699		16260	27743	1265728		3.3319E-09	0.00120751	11483
220	20-oct	27820	2564	13719		16283	27820	1265628		3.0247E-09	0.0013839	11537
221	21-oct	27879	2572	13765		16337	27879	1265515		4.0673E-09	0.00161412	11542
222	22-oct	28017	2583	13790		16373	28017	1265341		5.6134E-09	0.00280187	11644
223	23-oct	28120	2598	13896		16494	28120	1265117		4.4413E-09	0.00176031	11626

224	24-oct	28234	2600	13872		16472	28234	1265025		2.8698E-09	7.0837E-05	11762
225	25-oct	28321	2602	13896		16498	28321	1264912		2.9171E-09	0.00070619	11823
226	26-oct	28403	2607	13905		16512	28403	1264816		1.865E-09	0.00031687	11891
227	27-oct	28437	2611	13905		16516	28437	1264778		2.0436E-09	0.00070331	11921
228	28-oct	28510	2618	13934		16552	28510	1264669		3.9383E-09	0.00250789	11958
229	29-oct	28578	2625	14034		16659	28578	1264494		3.9987E-09	0.00239695	11919
230	30-oct	28662	2631	14058		16689	28662	1264380		2.9388E-09	0.00109902	11973
231	31-oct	28728	2648	14074		16722	28728	1264281		2.0237E-09	0.00071359	12006
232	01-nov	28768	2650	14080		16730	28768	1264233		1.8834E-09	0.00139043	12038
233	02-nov	28785	2656	14146		16802	28785	1264144		1.8275E-09	0.00144172	11983
234	03-nov	28818	2663	14150		16813	28818	1264100		2.5392E-09	0.00071136	12005
235	04-nov	28929	2668	14175		16843	28929	1263959		3.3502E-09	0.00093332	12086
236	05-nov	29009	2671	14196		16867	29009	1263855		2.9457E-09	0.00113758	12142
237	06-nov	29079	2675	14234		16909	29079	1263743		3.0478E-09	0.00130678	12170
238	07-nov	29157	2691	14252		16943	29157	1263631		3.0874E-09	0.00129471	12214
239	08-nov	29231	2698	14287		16985	29231	1263516		3.1272E-09	0.00141973	12247
240	09-nov	29305	2705	14321		17026	29305	1263400		2.1945E-09	0.00089575	12279
241	10-nov	29341	2711	14326		17037	29341	1263353		1.9154E-09	0.00054531	12304
242	11-nov	29415	2717	14341		17058	29415	1263258		2.3144E-09	0.00049295	12357
243	12-nov	29484	2718	14348		17066	29484	1263181		4.7659E-09	0.00230634	12418
244	13-nov	29634	2723	14471		17194	29634	1262903		5.3574E-09	0.00300331	12440
245	14-nov	29707	2742	14502		17244	29707	1262780		2.819E-09	0.00132124	12463
246	15-nov	29767	2744	14529		17273	29767	1262692		2.3546E-09	0.00095744	12495
247	16-nov	29827	2746	14555		17301	29827	1262603		2.6487E-09	0.00186911	12526
248	17-nov	29855	2748	14636		17384	29855	1262492		3.3164E-09	0.00190923	12471
249	18-nov	29963	2748	14667		17415	29963	1262353		3.2916E-09	0.00108467	12548
250	19-nov	30039	2760	14689		17449	30039	1262243		3.6659E-09	0.00126502	12590
251	20-nov	30165	2772	14719		17491	30165	1262075		3.7956E-09	0.00099453	12674
252	21-nov	30268	2778	14731		17509	30268	1261954		2.6442E-09	0.00121415	12759
253	22-nov	30294	2784	14781		17565	30294	1261873		2.1189E-09	0.00183208	12729
254	23-nov	30319	2790	14830		17620	30319	1261792		2.4375E-09	0.00134404	12699
255	24-nov	30399	2796	14850		17646	30399	1261687		2.7507E-09	0.00085531	12753
256	25-nov	30478	2802	14870		17672	30478	1261581		1.853E-09	0.00059059	12806

257	26-nov	30505	2807	14875		17682	30505	1261544		1.676E-09	0.00063924	12823
258	27-nov	30568	2829	14882		17711	30568	1261452		2.7101E-09	0.00047435	12857
259	28-nov	30685	2829	14882		17711	30685	1261335		4.1146E-09	0.00052957	12974
260	29-nov	30854	2834	14910		17744	30854	1261134		5.1785E-09	0.00105335	13111
261	30-nov	31023	2839	14937		17776	31023	1260932		2.8951E-09	0.0008945	13247
262	01-dic	31025	2848	14951		17799	31025	1260907		6.3907E-10	0.00074134	13226
263	02-dic	31027	2857	14965		17822	31027	1260882		2.096E-09	0.00059625	13205
264	03-dic	31152	2859	14977		17836	31152	1260743		3.1318E-09	0.00044941	13316
265	04-dic	31245	2869	14981		17850	31245	1260636		3.4274E-09	0.00171227	13395
266	05-dic	31315	2873	15070		17943	31315	1260473		4.1422E-09	0.00298579	13372
267	06-dic	31385	2878	15159		18037	31385	1260309		4.1588E-09	0.00299506	13348
268	07-dic	31456	2883	15248		18131	31456	1260144		3.3048E-09	0.00201869	13325
269	08-dic	31520	2894	15270		18164	31520	1260047		2.6941E-09	0.00123731	13356
270	09-dic	31592	2897	15312		18209	31592	1259930		3.4482E-09	0.00145606	13383
271	10-dic	31703	2904	15353		18256	31703	1259773		3.9436E-09	0.00148253	13447
272	11-dic	31813	2910	15393		18303	31813	1259615		7.4304E-09	0.001776	13510
273	12-dic	32185	2915	15454		18369	32185	1259177		6.8042E-09	0.00175548	13816
274	13-dic	32252	2920	15496		18416	32252	1259064		2.7951E-09	0.0014573	13836
275	14-dic	32318	2925	15538		18463	32318	1258950		2.55E-09	0.00120676	13855
276	15-dic	32381	2935	15559		18494	32381	1258856		2.8641E-09	0.00119669	13887
277	16-dic	32474	2937	15604		18541	32474	1258717		3.4128E-09	0.00143191	13934
278	17-dic	32567	2938	15649		18587	32567	1258577		4.544E-09	0.00189609	13980
279	18-dic	32723	2951	15713		18664	32723	1258344		5.1607E-09	0.0016655	14059
280	19-dic	32883	2954	15742		18696	32883	1258152		3.2631E-09	0.00080589	14187
281	20-dic	32940	2960	15758		18717	32940	1258074		1.8822E-09	0.00063752	14223
282	21-dic	32997	2965	15773		18738	32997	1257996		1.7707E-09	0.0010607	14259
283	22-dic	33017	2967	15820		18787	33017	1257927		1.7456E-09	0.00113578	14230
284	23-dic	33067	2970	15843		18813	33067	1257851		1.1781E-09	0.0004385	14254
285	24-dic	33086	2973	15843		18816	33086	1257829		1.2976E-09	0.00039292	14270
286	25-dic	33149	2989	15850		18839	33149	1257743		1.7389E-09	0.00120667	14310
287	26-dic	33151	2993	15903		18896	33151	1257684		1.4751E-09	0.00113119	14255
288	27-dic	33197	2995	15919		18914	33197	1257620		1.533E-09	0.00054222	14283
289	28-dic	33243	2997	15935		18932	33243	1257556		1.2678E-09	0.00054147	14311

290	29-dic	33267	3007	15943		18950	33267	1257514		2.0916E-09	0.00108215	14317
291	30-dic	33346	3008	15996		19004	33346	1257381		2.4327E-09	0.00119954	14342
292	31-dic	33391	3008	16022		19030	33391	1257310		1.453E-09	0.00076368	14361
293	01-ene	33417	3016	16039		19055	33417	1257259				14362