



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

ESCUELA DE POSTGRADO

MAESTRÍA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS DE RAZONAMIENTO MATEMATICO PARA MEJORAR EL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMATICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 3º GRADO DE EDUCACION SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LUIS ANTONIO PAREDES MACEDA”, DISTRITO DE SONDORILLO-HUANCABAMBA 2013.

TESIS:

PRESENTADA PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA

PRESENTADO POR: PROF. VICTOR MANUEL RIOS ELERA

HUANCABAMBA, PIURA – PERÚ – 2013

DEDICATORIA

EL PRESENTE TRABAJO LO DEDICO CON MUCHO CARIÑO A MI QUERIDA MADRE MARIA ASUNCIÓN Y A MI PADRE VICTOR HORTENCIO QUIENES ME TRAJERON AL MUNDO POR AMOR Y POR OBRA DEL TODO PODEROSO, QUIEN DE MANERA ESPECIAL LO RECONOZCO COMO MI SEÑOR Y CREADOR, GRACIAS TAMBIEN A TODOS MIS HERMANOS Y A MIS HIJOS, PORQUE, SON ELLOS QUIENES ESTAN EN TODOS LOS MOMENTOS DE MI VIDA.

AGRADECIMIENTO

AGRADESCO A MI MADRE Y A TODOS MIS HERMANOS QUE ESTUVIERON Y ESTAN PRESENTES EN AQUELLOS MOMENTOS INICIALES DE MI FORMACIÓN Y FUERON LA BASE PARA LOGRAR CONCLUIR CON MIS ESTUDIOS DE NIVEL PRIMARIA, SECUNDARIA Y SUPERIOR. AGRADESCO TAMBIEN A MI QUERIDO PADRE QUE ESTUBO CONMIGO APOYANDOME PARA TERMINAR MIS ESTUDIOS DE SECUNDARIA Y SUPERIOR A PESAR DE LAS CIRCUNSTANCIAS.

INDICE

CONTENIDO	PÁGINA
RESUMEN	6
INTRODUCCIÓN	8
1. ANALISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO.....	11
1.1 UBICACIÓN	11
1.2 SURGIMIENTO DEL PROBLEMA	18
1.3 COMO SE MANIFIESTA.....	41
1.4 METODOLOGÍA EMPLEADA	41
1.5 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	43
1.6 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	43
1.7 METODO Y PROCEDIMIENTOS.....	44
1.8 ANÁLISIS ESTADISTICO	45
2. MARCO TEÓRICO	46
2.1 ANTECEDENTES DEL PROBLEMA	47
2.2.- BASE TEÓRICA	50
2.3.- ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA.....	69
3. RESULTADO DE LA INVESTIGACIÓN.....	72
3.1 ANALISIS DE LA INVESTIGACIÓN	72
3.2 PROPUESTA TEÓRICA ESTRUCTURA.....	81
CONCLUSIONES	91
RECOMENDACIONES	92
BIBLIOGRAFÍA.....	93

RESUMEN

La presente investigación, titulada “Programa de estrategias didácticas de razonamiento matemático para mejorar el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes para mejorar el trabajo diario de los docentes, fortalecer y desarrollar aprendizajes significativos en los estudiantes de la institución educativa Luis Antonio Paredes Maceda del caserío el Lanche distrito de Sondorillo - Huancabamba, Piura, 2013”; se plantea como finalidad contribuir, utilizar las estrategias en el proceso de enseñanza aprendizaje con los docentes de dicha institución.

Los medios utilizados fueron material bibliográfico especializado, material de escritorio, equipo de cómputo, internet, cámara digital, entre otros recursos. En cuanto a los métodos y técnicas utilizados tenemos: La investigación de tipo socrática y propositiva, el método deductivo - inductivo, las técnicas, la observación, la encuesta y guía de observación.

Los resultados más significativos el 92%, que demuestran que los estudiantes no manipulan elementos no objetos para aprender matemáticas, un 80% no asimila ni se siente cómodo con los elementos y objetos del aula para aprender a resolver problemas matemáticos, un 80% no nombra las propiedades ni el comportamiento, un 72% no diferencia un 92%no plantea el problema, un 80% no resuelve aplicando un plan,, un 84% no formula ni define las dificultades, un 80% no sugiere posibles soluciones, un 80% no comprende el problema cuando lee y un 84% no resuelve problemas aplicando estrategias

Entre la conclusión más significativa es que las estrategias planteadas sobre la resolución de problemas matemáticos no se han implementado ni gestionado en la institución, espero que la dirección se comprometa en sus aplicación.

Palabras clave: Uso de estrategias de resolución de Conflictos.

ABSTRAC

The present investigation, titled "Program of didactic strategies of mathematical reasoning to improve the development of mathematical skills in the students to improve the daily work of the teachers, to strengthen and to develop significant learnings in the students of the educational institution Luis Antonio Paredes Maceda of the hamlet the Lanche district of Sondorillo - Huancabamba, Piura, 2013"; it appears like purpose(finality) to contribute(pay), to use the strategies in the education process learning with the teachers of the above mentioned institution.

The used means were a specializing, material bibliographical office material, I equip of calculation, Internet, digital camera, between other resources(resorts). As for the methods and skills(technologies) used we have: The Socratic type investigation and propositiva, the deductive method - inductive, the skills(technologies), the observation, the survey and guide(handlebar,guidebook) of observation.

The most significant results 92 %, which demonstrate that the students do not manipulate elements not objects to learn mathematics, 80 % neither assimilates nor feels comfortable with the elements and objects of the classroom to learn to solve mathematical problems, 80 % names neither the properties nor the behavior(manner), 72 % does not differentiate one 92%no raises the problem, 80 % does not resolve applying a plan, 84 % neither formulates nor defines the difficulties, 80 % does not suggest possible solutions, 80 % does not understand the problem when he(she) reads and 84 % does not solve problems applying strategies.

Between the most significant conclusion the fact is that the strategies raised on the solving of mathematical problems have implemented (helped) nor managed in the institution, I hope that the direction(leadership) should commit itself in its application.
Key words: Use of strategies of resolution of Conflicts

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de Tesis es para optar el Título de Magister en ciencias de la educación con mención en investigación y docencia. El estudio trata de concretizar, potenciar y desarrollar nuevas capacidades y habilidades para desarrollar problemas matemáticos con los estudiantes de 3º grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Luis Antonio Paredes Maceda”, del Distrito de Sondorillo - Huancabamba 2013. Es así que la educación constituye el medio fundamental para hacer posible el desarrollo integral de las sociedades, y permite estar alerta y preparado para los grandes cambios que día a día experimentamos en los diversos campos de la vida humana: en el desarrollo de la investigación es descriptiva propositiva, denominada “Programa de estrategias didácticas de razonamiento matemático para mejorar el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes, realizado en la IE Luis Antonio Paredes Maceda del caserío El Lanche, con los estudiantes de dicha Institución.

El trabajo de investigación se sustenta en la Teoría de Vigotsky, Piaget, y el enfoque constructivista, que sirven como soporte básico del mismo. La investigación se realiza con la finalidad de solucionar, el problema de razonamiento matemático para construir aprendizajes significativos. Además, incorpóralas en el proceso de enseñanza aprendizaje y utilizarlas de manera pertinente y adecuada, tratando de sacar el máximo provecho positivo en los aprendizajes de los estudiantes y propiciar el aprendizaje innovador. Por todo esto se ha planteado un objetivo general y objetivos específicos como también la hipótesis el objeto de estudio y el campo de acción que ya esta precisado.

La tesis describe en el capítulo I, la ubicación donde se realiza la investigación, como surge el problema, como se manifiesta y que características tiene, que es a nivel institucional, la metodología de la investigación que guía y orienta el desarrollo del trabajo: $X_1 \longrightarrow O \longrightarrow X_2$

El capítulo II, contiene los antecedentes del problema teniendo a tres trabajos que sirven como base para la investigación. Estos trabajos se encontraron dos en España, y uno en México, los cuales están íntimamente relacionados con el trabajo de investigación. En este capítulo también se describe a las teorías que sirven de sustento básico y elemental a las Teorías de Vigotsky, Piaget, y el enfoque constructivista.

El capítulo III comprende los resultados de la investigación, para ello se ha tenido en cuenta a la teoría principal y al enfoque constructivista. Así mismo, las estrategias y aspectos generales de los teóricos y el enfoque constructivista. El capítulo IV, contiene la propuesta de tipo socrática y propositiva, que explica la forma y manera de cómo se debe solucionar el problema. Teniendo en cuenta, todo el programa didáctico que se eligió, con sus respectivas actividades a desarrollar.

CAPITULO I

ANÁLISIS SITUACIONAL PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS DE RAZONAMIENTO MATEMATICO PARA MEJORAR EL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMATICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 3º GRADO DE EDUCACION SECUNDARIA

1.1.-UBICACIÓN.

La I.E “Luis Antonio Paredes Maceda”, está ubicada en el caserío de El Lanche, Distrito de Sondorillo, Provincia de Huancabamba, Región Piura, fue creada en el año de 1957 como escuela elemental mixta N° 490, siendo la primera profesora la señora Hilda Guerrero Espinoza y como presidente del patronato escolar el señor Ricardo Facundo Ramírez, mediante la Resolución Ministerial N° 1110 del 30 de marzo de 1971 la escuela deja de ser escuela elemental y se convierte en escuela primaria de menores N° 14538. Mediante Resolución Directoral Regional n° 4472 de fecha 17 de diciembre del 2007 se amplía el servicio educativo al nivel secundaria con el mismo número que tenía la I. E. de primaria, ante esto el año 2008 el comité de gestión encabezado por el señor Sabino Manchay Peña, los padres de familia y el señor Alcalde Prof. Julio García Velásquez, lograron que se oficializara el nombre de la institución nivel primaria y secundaria y por consenso lleva el nombre actual. A partir del año 2003 de acuerdo a la nueva ley general de educación N°28044, estipula en el artículo N° 21, inciso c) el estado es el promotor del desarrollo científico y tecnológico en las instituciones educativas de todo el país, desde ese entonces las escuelas primarias y secundarias pasan a llamarse instituciones educativas.

Actualmente lleva como nombre nuestra I. E. “Luis Antonio Paredes Maceda” albergando estudiantes de los dos niveles educativos 90 estudiantes de primaria y 110 estudiantes de secundaria, además cuenta con cuatro profesores nombrados

en el nivel de primaria y tres profesores nombrados en nivel de secundaria, con tres plazas presupuestadas para contrato por parte del ministerio de educación y una plaza de apoyo por parte de la municipalidad distrital de Sondorillo para el nivel secundaria. Por tal motivo nuestra plana docente en educación secundaria está bien conformada porque contamos con profesores de especialidad, por este lado estamos cumpliendo con lo que nos exige el ministerio de educación, así mismo no contamos con personal administrativo ni personal de servicio por lo que los estudiantes se han comprometido en hacer limpieza diaria en todos los salones con la ayuda de los docentes.

Nuestra Institución Educativa “Luis Antonio Paredes Maceda” cuenta con dos pabellones uno para educación primaria y el otro para educación secundaria y que están separados por el campo deportivo de la institución educativa el primero son ambientes de una sola planta, paredes de adobe, techo de calamina piso de cemento, puertas y ventanas de madera cuenta con siete ambientes en los cuales cuatro se dictan clases uno la dirección, otro almacén de carpetas inservibles y el ultimo se utiliza para los docentes que pernoctan en la institución. El otro pabellón de educación secundaria es de dos pisos y tiene seis ambientes con paredes de adobe, techo de calamina, puertas y ventanas de fierro, el piso en la primera planta es de cemento y el piso de la segunda planta es de tabla, los estudiantes de los tres últimos grados estudian en la segunda planta donde se sienten más cómodos porque hace menos frio y en la parte baja estudian los grados de primero y segundo y el otro ambiente está el centro de computo, luego tenemos otro ambiente de una sola planta que es la cocina y que es utilizada por las madres de familia de educación primaria.

Se puede llegar al caserío por dos vías: de la ciudad del distrito de Sondorillo hay aproximadamente 12 kilómetros de trocha carrozable pasando por los siguientes

caseríos: Lacchan Bajo, Lacchan Alto, Vilelapampa, El Lanche bajo y luego se llega al caserío de El Lanche. Por otro lado podemos llegar al caserío de El Lanche partiendo de la ciudad de Huancabamba donde hay aproximadamente 25 kilómetros de distancia pasando por los siguientes caseríos: Quispampa, Puerto Arturo, Tocliapite, Juzgara, Nueva Esperanza, Mitupampa, Nuevo Porvenir, Ulpamache, Ingano Grande, Tierra Amarilla luego se llega a dicho caserío.

Los padres de familia son parte de nuestra institución educativa con bajo nivel educativo pero que están comprometidos con los estudios de sus menores hijos ya que el gobierno central por medio del programa “Juntos” los ha condicionado para enviar a sus hijos a las instituciones educativas públicas, caso contrario si los hijos no asisten a clase los padres y/o madres no tienen derecho a percibir su mensualidad, por tal motivo en todo centro educativo se nota la presencia de estudiantes en los tres niveles educativos que parte de la formación integral del futuro ciudadano.

Finalidad del trabajo de investigación tiene por finalidad crear y obtener mejores estrategias didácticas para el razonamiento matemático en los estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la Institución educativa “Luis Antonio Paredes Maceda”, así mismo el presente trabajo es novedoso porque hasta la fecha no se han realizado estudios de esta naturaleza en nuestro medio permitiendo que el estudiante pueda lograr construir un razonamiento ordenado y sistemático desde un enfoque social y cultural, estando en un proceso de reafirmación de su personalidad reconociendo su necesidad de independencia y de reafirmación de su propio Yo, sintiendo la necesidad de aumentar su confianza en sí mismo para asumir responsabilidades como joven y futuro ciudadano. Por

otro lado al realizarse este trabajo estaría contribuyendo con la mejora de la educación en nuestro caserío y también contribuyendo en la educación básica regular de nuestro país.

En la gestión institucional los instrumentos de gestión de largo y corto plazo (PEI, PCC, PIP, PM, RI, MOF) se encuentran elaborados gracias a la organización ,planificación y colaboración de la plana docente. La programación de corto plazo (PAT, PCA, UA,) se encuentran diversificada y articuladas de acuerdo a las necesidades de los estudiantes. Los documentos Administrativos y de Gestión Institucional se encuentran debidamente ordenados en el archivo general, algunos de estos están en trámite documentario en el órgano competente llámese el expediente de la construcción del complejo educativo. Asimismo; el clima institucional es inestable, es decir no existe un liderazgo por parte de la dirección que tenga la capacidad de convocar consensuar, que conozca los principios teóricos de la gestión educativa, con capacidades asertivas, empáticas, tolerantes con capacidad, con calidez y calidad humana para manejar los recursos humanos de tal manera de que estos se involucren y se comprometan en la comprensión significativa de formar estudiantes integralmente.

En el Aspecto Pedagógico la plana docente de los dos niveles cumple con sus programaciones de corto plazo, las horas efectivas programadas y el plan de contingencia y el plan de mejora son el soporte de la formación integral de los estudiantes. El plan de mejora se viene trabajando exitosamente, logrando desarrollar capacidades básicas en los estudiantes con necesidades especiales de aprendizaje. El proyecto de innovación pedagógico constituye una debilidad institucional debido a la falta de iniciativa por parte de la dirección como responsable de la gestión que involucre temas que vayan relacionados con la mejora integral de los docentes, estudiantes, padres de familia y la sociedad donde se encuentra inmersa la institución.

VISION

La Institución Educativa “Luis Antonio Paredes Maceda” al 2018 será una Institución líder en la prestación del Servicio Educativo, que fomenta y vivencia la educación de calidad, a través de una formación integral en un mundo cada vez más globalizado y competitivo tanto en el ámbito afectivo, social, cultural, político, económico y moral entregando a la sociedad hombres y mujeres enmarcados en la práctica de valores como: Respeto, Solidaridad, Responsabilidad, Tolerancia y Honradez; capacitados con aptitudes de liderazgo, creatividad y productividad.

MISION

Somos una Institución Educativa del ámbito rural que ofrece una educación integral a los estudiantes mediante una formación científica, humanista y técnica, afianzando así su identidad personal y social enfrentando acertadamente los retos y desafíos de la vida actual fortaleciendo la práctica de valores como: Respeto, Solidaridad, Responsabilidad, Tolerancia, Honradez y la vigencia de los derechos del niño y adolescente; educamos en la diversidad para el desarrollo del pensamiento, la ciencia y la investigación consolidando la formación de ciudadanos para el mundo del trabajo que es parte de la formación básica de todos los estudiantes.

El caserío de El Lanche es uno de los caseríos del distrito de Sondorillo que se ubica en la parte central del distrito, sus habitantes se dedican a la agricultura y crianza del ganado vacuno y animales domésticos. Se siembra arveja, haba, maíz, trigo, frejol y en tiempos de cosecha sus productos son llevados a la ciudad de Piura, ya que es el mercado ideal para la venta de sus productos; las mujeres se dedican al cuidado de sus menores hijos y también a la crianza de animales como el ganado vacuno y ovino, además del cuidado de los animales menores como: las aves de corral, chanchos, cuyes entre otros.

En este caserío se encuentra el templo adventista donde algunos habitantes del caserío rinden culto a Dios los días sábados, además llegan vecinos de otros caseríos a realizar el mismo ritual, ya que por medio de esta institución Religiosa el caserío tiene hoy en día existe la Institución Educativa Secundaria Privada que lleva por nombre “Atahualpa” en la que tiene veinte años de funcionamiento.

El caserío de lanche posee una gran variedad de especies de flora y fauna. Tales como: Chivato, chinchín, hierba santa, chamano, zarza que son plantas silvestres y las cultivables son pino, eucalipto, lanche, capulí, con relación a la fauna existen animales silvestres como: El cachul, el venado gris, el zorro, la pava de monte, el chucurillo, el añas. Estos animales se encuentran en peligro de extinción, por la excesiva caza y la falta de políticas de protección y cuidado de dichas especies de flora y de fauna. .

Sondorillo, está ubicado a 15 km. al sur de la provincia de Huancabamba, en la margen derecha del río Huancabamba, Departamento de Piura. Forma parte de la cuenca del río del mismo nombre. En su parte más alta tenemos al caserío de Cascapampa a 3800 m.s.n.m., en su parte más baja está el caserío de Mandorcillo a 1050m.s.n.m. La Capital del distrito de Sondorillo se encuentra a 1,888 m.s.n.m., cuenta con una Superficie Territorial de 226.09 km²., dicha superficie corresponde al 5,32% de la superficie total de la provincia de Huancabamba, departamento de Piura, tiene 36 caseríos que conforman el distrito de Sondorillo: Sondorillo Parte Alta: Huaylas, Nuevo Porvenir, Limón, Cascapampa, Laguna Amarilla, Ingano Grande, Rodríguez de Mendoza, Ulpamache, Mitupampa, El Lanche, Cusmilan, Sicur Santa Rosa, Tierra Negra, La Lima, Uchupata, Nuevo Bolognesi .Sondorillo Parte Frontera: Lanchales, Cruz De Motupe, San Miguel de Cuse, Cuse (Sede), Mandorcillo, San Miguel Del Temple, Loma Grande, Cedros, Ovejerías, Bellavista. Sondorillo Parte Baja: Siclamache, La Soccha, Vilelapampa, Virgen del Carmen, Lacchan, La Lacte, Las Pampas. Y limita por el Norte: Con el distrito de

Huancabamba. Con el Sur: Con el distrito de Huarmaca. Con el Este: Con el distrito de Sándor. Con el Oeste: con el distrito de San Miguel del Faique y Canchaque.

Anaco se le conoce así a la vestimenta típica de Huancabamba, que aún se conserva especialmente en la campiña del distrito de Sondorillo y Huarmaca, y que es indumentaria de origen Tallan, Se compone de varias piezas (descripción apoyada por la profesora Guisela Elera.). Anaco es la principal pieza usada por el sexo femenino, cuya prenda de color negro que cubre desde el cuello hasta los pies. Hecha de lana de oveja, teñida con barro negro reforzado con agua de nogal durante quince días hasta afirmar el color. Aparte de su uso como prenda de vestir, las indignas usan sus grandes bolsillos para llevar los productos que comercializan. La usan también para abrigarse marido y mujer durante su luna de miel y en las temporadas frías, debido a la gran cobertura de la prenda pues extendida tiene aproximadamente ocho metros cuadrados, y pesa aproximado cinco kilos. La parte delantera esta tejida en forma llana, y la área posterior termina en su parte baja en pliegues. La camisa o blusa generalmente es hecha de algodón y de colores brillantes que resaltan con la pieza principal y va adornada con grecas. La faja o cusma es una faja tejida en lana de varios colores y adornada con flecos por ambos lados mide dos metros y medio, ciñe al anaco sobre la cintura amoldándolo al cuerpo, el rebozo es una prenda como una capa de lana, por lo general del mismo color de la camisa mide dos metros de largo por ochenta centímetros de ancho, esta prenda tiene varias funciones se usa sobre los hombros para abrigarse y para cargar a los bebés, ó para carga leña y como adorno del anaco se puede llevar en los hombros o en los brazos.

Capuz en una pañoleta que se coloca de manera de capucha hecha de algodón, y por lo general del mismo color de la camisa y el rebozo, luego complementan con chaquiras que son collares y cintas que adornan la parte pectoral y espalda, también usan pendientes que son los aretes ó anillos que adornan sus orejas y dedos de las manos, con los prendedores e imperdibles adornan con cintas o

hilos de colores la parte izquierda del pecho; también usa ojotas que son las sandalias hechas de cuero levantadas por los bordes que sujetan al pie con cintas del mismo material y para resaltar su vestido típico usan sombrero de paja ya que son muy buscados en las fiestas realizadas en los diferentes lugares de su localidad.

El copo es un palo pequeño de madera con el que las mujeres están constantemente hilando la lana de oveja elaborando el hilo y así confeccionar las diferentes prendas de vestir para su hogar, para llevarlos al mercado o también acostumbran hacer el trueque con cualquier tipo de menestra asegurando así su comida diaria para su familia, por otro lado ellos trabajan el barro en la confección de ollas, tiestos, teteras, tinajones y también hacen negocios con artículos de primera necesidad y como platos típicos tenemos el cuy con papa, gallina con trigo y el guarapo de México que es oriundo de la ciudad de Sondorillo y a la vez es medicinal para los varones que sufren a la próstata. Las alcaparras son los frutos de la planta del maguey después de cosecharlos se cocinan y luego se ponen a curtir con vinagre de piña, cebolla, ajíes y condimentos por un tiempo de quince o más días para luego consumirlos con sopa de cualquier tipo de menestras.

1.2.-COMO SURGE EL PROBLEMA

A nivel mundial el presente apartado tiene como propósito explicar cuál ha sido la historia del álgebra a lo largo del tiempo. Se describirán en él mismo los grandes períodos que han configurado su historia destacando algunos de los muchos personajes que han ayudado a escribir el origen del álgebra, una de las ramas de mayor importancia de las matemáticas. El álgebra es, en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos. Estudia la generalización del cálculo aritmético mediante expresiones compuestas de

constantes (números) y variables (letras). Curiosamente, proviene de la palabra árabe Amucabala, que significa reducción, operación de cirugía por la cual se reducen los huesos luxados o fracturados (algebrista era el médico reparador de huesos).

La historia del álgebra es extensa y ha habido muchas circunstancias adversas y de gran complejidad en todo su avance, pero las de mayor importancia han hecho que se puedan distinguir en el álgebra dos grandes períodos. El primero de ellos abarca desde sus inicios hasta el siglo XIX y el segundo comprende los dos últimos siglos de nuestra era. La gran distinción entre ellos es que, en la primera etapa, el principal objetivo del álgebra es la resolución de las ecuaciones algebraicas, por lo que se estudia y desarrolla todo lo que les concierne y lo que de un modo directo o indirecto está relacionado con ellas. Por el contrario, en la segunda etapa las metas del álgebra son distintas. Por un lado ya se ha resuelto el problema de las ecuaciones en cuya resolución han intervenido grandes matemáticos, y por otro lado las preocupaciones de estos que se centran principalmente en el estudio de las estructuras algebraicas.

Civilización egipcia. La civilización egipcia es la primera en manejar el álgebra con profundidad y rigor matemático. Los egipcios poseían ya un sistema de numeración al que, posteriormente, se asemejaría el sistema de numeración romano. Era de carácter jeroglífico y estaba basado en una serie de números especiales que se denominaban números clave (1, 10, 100, 1000...). Para la representación de los mismos, los egipcios empleaban distintos símbolos como palos, lazos y figuras diversas. La representación del resto de los números la basaban en el uso de estos números clave, y dio como resultado el desarrollo de un álgebra relativamente sencilla, impulsados por la necesidad de resolver problemas de la vida diaria, tales como la repartición de cosechas y materiales.

Las operaciones y cálculos empleados en la civilización egipcia, cabe destacar que ya se utilizaban operaciones y reglas de cálculo con números enteros positivos, así como con números fraccionarios positivos. Sólo trabajaban con las fracciones como divisores de la unidad $1/n$, y las usaban para expresar el resto de fracciones, combinándolas entre sí. No obstante, aún se encontraban lejos del conocimiento y manejo de los números negativos. En un nivel más avanzado, los egipcios fueron capaces de resolver ecuaciones de primer grado por el método que por ellos denominado como “de la falsa posición”. En estas ecuaciones, que podemos considerar primitivas o rudimentarias, la incógnita “ x ” recibía el nombre de montón.

Civilizaciones babilónicas y mesopotámicas. A diferencia del álgebra empleada por los egipcios, el sistema de numeración utilizado por los mesopotámicos era de carácter posicional sexagesimal. El gran avance de esta civilización en materia de números consistió en que un mismo símbolo podía representar distintas cantidades, dependiendo únicamente del lugar o posición en que se colocara. A diferencia de los egipcios, que no llegaron a resolver más que ecuaciones de primer grado, ya en el siglo XVII a.C., los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia eran capaces de resolver ecuaciones de primer y segundo grado. Incluso, hay constancia de que la resolución de algunos sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas estaba al alcance de sus manos.

También es digno de mención el progreso que realizaron los matemáticos babilónicos y mesopotámicos con la potenciación, progreso que les condujo a la resolución de ecuaciones cuadráticas e incluso a la suma de progresiones tanto aritméticas como geométricas. Esta gran labor de avance en matemáticas y, en particular en álgebra, fue posible debido al elevado grado de abstracción que fueron capaces de desarrollar. **Civilización china.** El sistema numérico empleado por los chinos era el decimal jeroglífico. Aunque aún no se habían introducido los números negativos de forma precisa, sí los admitían aunque no los aceptaban

como soluciones de ecuaciones. Sin embargo su contribución algebraica de mayor importancia fue en relación a los sistemas de ecuaciones lineales. Desarrollaron un sistema de resolución de ecuaciones lineales de carácter genérico que tenía cierta similitud con el que siglos más tarde desarrollaría Gauss.

Se atribuye a ellos alrededor del siglo I d.C. la invención de una especie de ábaco primitivo, (suanzí), que consistía en un conjunto de palos de bambú de dos colores asociados a números positivos y negativos respectivamente. Dicho instrumento recibió el nombre de tablero de cálculo. Entre las innovaciones de la civilización china hay que destacar que desarrollaron métodos que permitían obtener raíces racionales además de las enteras obtenidas hasta entonces. **Civilización helénica.** Una característica importante de los griegos es su interés por tratar de precisar todas las operaciones y de justificar de forma rigurosa todas las leyes relativas al álgebra, interés que no se había despertado en civilizaciones anteriores. En la época de Pitágoras (siglo VI a. C.) se llevó a cabo una recopilación y una fusión de muchos resultados matemáticos y la unión de los mismos dio lugar a nuevos sistemas teóricos. Se estudiaban en aquella época propiedades numéricas, divisibilidad de números, cuestiones sobre proporciones aritméticas, geométricas y armónicas y diferentes medias (aritmética, geométrica y armónica). Se estudiaron también las conocidas ternas pitagóricas, es decir, ternas de números que satisface la ecuación $a^2+b^2=c^2$ y se descubrió un método para el hallazgo de dichas ternas.

Otro gran descubrimiento de los griegos fue la existencia de la irracionalidad llevando a cabo, por ejemplo y mediante reducción al absurdo, la comprobación de la irracionalidad de 2. A partir de este descubrimiento surgió la necesidad de crear una teoría más amplia que comprendiera tanto los números racionales como los irracionales. Esto dio lugar a una reestructuración de la geometría que desembocó en el álgebra geométrica. Sin embargo, esta álgebra geométrica no era capaz de resolver problemas de dimensión mayor que dos lo que hacía imposible resolver

problemas que conllevaban la resolución de ecuaciones de tercer grado o superiores.

Destaca la figura del matemático griego Nicómaco de Gerasa, en el siglo II d.C. quién publicó su “Introducción a la Aritmética” exponiendo varias reglas para el buen uso de los números. A pesar de que las ecuaciones de primer y segundo grado ya se habían resuelto varios siglos antes, no fue hasta el siglo III d. C. cuando Diofanto, en su obra “Aritmética”, las estudia en profundidad y de forma rigurosa. Además encontró solución a más de 50 clases diferentes de ecuaciones llamadas ecuaciones diofánticas. Designó las incógnitas con un signo que se correspondía con la primera sílaba de la palabra griega arithmos, que significa número. Toda su obra y los problemas que planteó sentaron las bases de lo que posteriormente sería el álgebra moderna a pesar de que su labor carecía de precisión y era algo rudimentaria. Por lo tanto, se considera la época griega como un período donde se trataron las matemáticas de una forma muy amplia y se tocaron ya algunos de los elementos que posteriormente, y muchos siglos después, sentarían las nuevas ramas de las matemáticas. **Civilización hindú.** La civilización india usó un sistema de numeración posicional y decimal desde el siglo VIII a.C., época a la que pertenecen los primeros hallazgos de este pueblo. A pesar de que ya por entonces habían desarrollado en cierta medida el álgebra, es durante los siglos V- XII donde todos sus avances y logros alcanzan su mayor apogeo.

Dentro de sus avances se incluye la introducción del cero y las operaciones con números irracionales. Tuvo gran importancia el correcto uso de los números negativos ya que en el siglo VII los hindúes habían desarrollado las reglas algebraicas fundamentales para manejar números positivos y negativos. Aceptaban los números negativos como soluciones de ecuaciones y las interpretaban como deudas. En este progreso significativo que legaron los hindúes destacan grandes figuras matemáticas como Aryabhata (s.VI), Brahmagupta

(s.VI), Mahavira (s. IX) y BhaskaraAkaria (s.XII). A continuación vamos a repasar la biografía de algunos de estos personajes debido a la trascendencia que tuvieron:

Brahmagupta nació en el 598 d. C. y murió en el 665 d. C. Dentro de sus logros cabe mencionar la generalización de la fórmula de Herón para calcular el área de un triángulo. Acepta los dos signos posibles de las raíces cuadradas y es capaz de resolver ecuaciones diofánticas lineales de la forma $ax+by=c$, con a , b y c enteros. Descubrió que para que una ecuación de este tipo tuviera solución c debía ser divisible por el máximo común divisor de a y b . Más aún, en el caso de ecuaciones donde a y b fuesen primos entre sí llegó a comprobar que las soluciones eran de la forma fórmulas $x=p+mb$ y $y=q-ma$, donde m es un entero arbitrario.

Bhaskara nació en el año 1114 y murió en el año 1185. De los citados matemáticos hindúes fue el último de ellos y su labor es de un gran valor. Una de sus obras más conocidas es “Vijaganita” y en ella destaca el descubrimiento que hizo Bhaskara del doble signo de los radicales cuadráticos. También se incluye en este libro el intento de resolver las divisiones por cero. Bhaskara se empeñó en este propósito ya que en los matemáticos indios se despertó un gran interés por las cantidades muy grandes. El segundo libro más reconocido de su obra es el “Lilavati”. En él se trabaja y resuelven ecuaciones lineales y cuadráticas. Encuentra una solución al Teorema de Pitágoras. Entre los problemas geométricos da una resolución del teorema de Pitágoras: Teniendo en cuenta el cuadrado de una suma, $(b+c)^2=b^2+c^2+2bc$ y observado la figura $(b+c)^2=2bc+a^2$ y por tanto se obtiene $a^2=b^2+c^2$. También fue capaz de aproximar el número pi y dio algunas aproximaciones como $22/7$ y $3927/1250$.

La civilización musulmana. El mayor representante de la cultura musulmana fue matemático y astrónomo Al- Khowarizmi que perteneció a una de las más

importantes escuelas que se extendían por todo el Imperio. Una de sus obras más conocidas está basada en la obra de Brahmagupta que tradujo al árabe. Un detalle curioso referente a este libro fue que en él se incluyó una copia fiel del sistema de numeración hindú lo que ha llevado a un gran error y es que hoy en día muchos creen que nuestro sistema de numeración proviene del árabe debido a esta traducción que llevó a cabo Al- Khowarizmi. Su obra más importante lleva por nombre “Hisabal-jabrwa-al-muqabala”, nombre del que posteriormente ha derivado el término álgebra. La obra de Al-Khowarizmi fue seguida en el siglo X por el también musulmán Abu Kamil, cuyos avances en el álgebra serían aprovechados en el siglo XIII por el matemático italiano Fibonacci. Otro matemático musulmán a tener en cuenta fue Casi cuyo mérito se debió a haber encontrado las primeras 17 cifras del número pi en el siglo XV. Grandes matemáticos posteriores intentaron tal hazaña pero fracasaron en el intento (Viète sólo fue capaz de encontrar las 9 primeras cifras en 1593) Sólo a finales del siglo XVI se repite el logro de Casi. Los trabajos de los matemáticos árabes que se extienden desde el siglo IX hasta el siglo XV incluyen ecuaciones de primer y segundo grado. Además, algunos problemas de carácter geométrico como la división de la esfera por un plano o la trisección de un ángulo llevaron a plantear ecuaciones cúbicas.

El álgebra en el continente europeo.

En Europa la historia es bastante diferente a la evolución que ésta tuvo en Oriente. Fue en la Edad Media cuando empezaron a surgir centros de enseñanza como el que organizó Gerberto en el siglo X en Reims (Francia). En ellos comenzaron a difundirse todos los conocimientos indo-arábigos gracias a que los musulmanes tradujeron toda la obra hasta la época rompiendo así la barrera lingüística. Uno de los musulmanes a destacar fue Gerardo Cremona (siglo XII).

Otra gran figura digna de mencionar es Leonardo de Pisa que ha pasado a la historia como Fibonacci. Su importancia se debe a que aprendió el sistema de

numeración indo-arábigo tras viajes realizados al norte de África y a Oriente. Su obra más conocida recibe el nombre de “LiberAbaci” que significa Tratado del ábaco y que escribió alrededor de 1212. Es una obra muy completa donde se recogen entre otras operaciones con fracciones, la regla de tres simple y compuesta, la división proporcional y la sucesión por la que este personaje ha pasado a la historia y que lleva su nombre, la sucesión de Fibonacci.

En el siglo XIV se produjo un avance relativo a las potencias ya que se comenzó a calcular potencias de exponentes fraccionarios y se establecieron de forma rigurosa las reglas para operar con ellas. La figura encargada de esto fue Nicole Orestes. Estos avances en el cálculo de potencias y la progresiva expansión del álgebra de Oriente en Europa fueron los hechos más notables de carácter matemático que tuvieron lugar durante la Edad Media. Sin embargo, a pesar de este pequeño aletargamiento, resurge el álgebra de forma descomunal en el siglo XVI. Es la época del Renacimiento que en matemáticas se refleja en la escuela Italiana donde las matemáticas, y en concreto el álgebra, reciben un gran impulso. En este siglo destaca el interés en la búsqueda de una solución a las ecuaciones de tercer y cuarto grado.

Hay varios nombres de italianos conocidos que han configurado la historia de esta búsqueda. Pocas veces, cuando se enseñan en las escuelas los conocimientos de las distintas áreas, se tiene en cuenta la dificultad y los problemas para llegar a tales hallazgos así como la parte humana de ese quehacer. En la historia de las ecuaciones de tercer y cuarto grado han contribuido tres personajes y una serie de eventos interesantes y no está exactamente claro como fue el transcurso de este descubrimiento que en algunas ocasiones ha estado confuso. Hay un par de versiones que circulan y voy a tratar de comentar las dos para que los lectores decidan cuál de ellos les parece más real. Los personajes que intervinieron en esta curiosa historia fueron Scipion del Ferro, Fiore, Tartaglia y Cardano. Vamos a repasar las sus historias:

El primer personaje que aparece en esta historia es Scipion del Ferro (1465-1526). Trabajó en la Universidad de Bolonia y fue allí donde descubrió una fórmula para resolver a las ecuaciones de tercer grado en las que faltaba el término cuadrático, conocida como cúbica reducida. Sin embargo decidió no hacerla pública. El motivo era que en aquella época era muy común que los distintos académicos se retaran públicamente entre ellos con problemas de distinta dificultad y el éxito en dichos retos era lo que garantizaba la permanencia de estos académicos en la universidad por lo que encontrarse en posesión de un arma tan valiosa como la que había encontrado era motivo suficiente para guardar el secreto en espera de un próximo reto. Así se garantizaba el triunfo con cualquiera de sus rivales. Sin embargo, justo antes de morir Scipion decidió transmitir su gran descubrimiento a uno de sus alumnos que era Antonio Fior, para que su secreto no pereciera con él. El problema era que este alumno no se caracterizaba por el talento y la genialidad de su maestro e hizo uso de su arma para retar públicamente a un conocido académico de Brescia, Niccolo Fontana(1499-1557)

Niccolo Fontana sufrió, cuando era niño, en 1512, una herida en la cara, por un golpe de espada en la mandíbula, en uno de los muchos conflictos que hubo en Italia a manos de Gastón de Foix en Brescia, su ciudad natal. Dicha herida le dejó secuelas de carácter estético y más aún pues a raíz de este altercado sufrió un receso en el habla y tuvo dificultades para hablar. Es por este motivo por lo que recibió el apodo de Tartaglia por el que posteriormente fue conocido y que significa tartamudo. Tartaglia era por entonces un matemático de familia pobre que se ganaba la vida dando clases de matemáticas en el norte de Italia. Explicó esta ciencia sucesivamente en Verona, Vicenza, Brescia y finalmente Venecia, ciudad en la que falleció en 1557 siendo tan pobre como lo fue a lo largo de toda su vida. Según cuenta la historia Tartaglia tenía un profesor que le enseñó medio alfabeto y no pudo enseñarle más porque su familia se quedó sin dinero. A partir de ahí su aprendizaje fue completamente autodidacta. El reto de Fior consistía en resolver

30 problemas de ecuaciones de tipo cúbica reducida. Cuando Tartaglia fue retado dedicó todos sus esfuerzos a resolver estos problemas y, finalmente, el 12 de Octubre de 1535 ganó el reto afirmando que había descubierto la solución de la ecuación cúbica con término lineal. Por el contrario, Fior perdió todo su prestigio y desapareció de los escenarios académicos. Es aquí donde interviene el siguiente personaje de esta historia.

Girolamo Cardano(1501-1576) nacido en Pavía y muerto en Roma. Era un hombre culto, científico y bizarro aunque un tanto extraño. Era médico y conocía, aunque de forma intuitiva, el fenómeno de la alergia. Su vida estuvo llena de anécdotas y una de ellas es la siguiente: era un hijo ilegítimo y su madre intentó en repetidas ocasiones abortar sin éxito. Finalmente y gracias a un baño en vino tibio nace, logró sobrevivir. Esta curiosidad fue incluida por el propio Cardano en su autobiografía. También hay que mencionar que pasó varias temporadas en la cárcel debido a sus trampas y pillerías. Es más, hay una leyenda que mantiene que mediante la astrología predijo el día de su muerte y que no tuvo más remedio que cometer suicidio para que su predicción fuese cierta. Según cuenta la historia, Cardano era muy ambicioso y cuando llegó a sus oídos que Tartaglia había descubierto la solución a la ecuación cúbica reducida trató de obtener la fórmula. Hubo un acercamiento progresivo tras conocerse y continuaron manteniendo contacto entre ellos. Cardano intentó sonsacar a Tartaglia para que este le revelara la fórmula y aunque este se negó repetidas veces en 1539 se la reveló aunque lo hizo de forma cifrada. Además hicieron un juramento y Cardano se comprometió a guardar dicha fórmula en secreto y no publicarla jamás.

A partir de aquí es donde la historia parece tener dos versiones distintas. En una de ellas se ofrece una imagen cruel y egoísta de Cardano que una vez enterado de la fórmula se apropió de ella, rompiendo el juramento con Tartaglia, y la publicó en su obra “Ars Magna” atribuyéndose el mérito de dicho logro. Este plagio fue un duro golpe para Tartaglia que protestó con vehemencia aunque no pudo conseguir

nada. Finalmente aparece en la historia Ludovico Ferrari que fue capaz de encontrar la solución de la ecuación de cuarto grado. La otra versión ofrece una imagen bien distinta de Cardano en una historia que es la siguiente.

Ludovico Ferrari entró en escena ya que se acercó Cardano buscando trabajo y éste lo contrató para labores sin importancia. Sin embargo el joven era muy despierto e inteligente y Cardano, que se dio cuenta de la capacidad de Ludovico, empezó a instruirlo de modo que Ludovico se convirtió en su alumno.

Se produjo entonces un hecho parecido al de Scipion y Fior ya que Cardano terminó revelándole sus conocimientos a su alumno Ludovico, en concreto la fórmula de la ecuación cúbica reducida. A partir de ahí comenzaron una labor juntos e hicieron nuevas investigaciones dentro del campo del álgebra. Cardano descubrió por fin cómo se resolvían las ecuaciones cúbicas completas pero su método se basaba en los conocimientos previos de Tartaglia por lo que el juramento entre ambos le prohibía llevar a cabo una publicación. También Ferrari hizo un gran descubrimiento ya que fue capaz de encontrar el modo de resolver las ecuaciones de cuarto grado. Sin embargo, se encontraba en la misma situación que su compañero y amigo Cardano ya que sus investigaciones tenían como punto de partida la resolución de la ecuación cúbica reducida de Tartaglia y, de nuevo, el juramento, le impedía la divulgación de sus conocimientos. Ante esta solución la única alternativa que les quedaba era tratar de encontrar los documentos de Scipion del Ferro que 30 años antes ya había descubierto la solución de la ecuación cúbica reducida y tratar de usar estos conocimientos en lugar de los de Tartaglia para no romper de esta forma el juramento. Para ello viajaron Bolonia y allí encontraron los apuntes de Ferro de puño y letra y a partir de ahí justificaron que sus descubrimientos se apoyaban en los resultados de del Ferro y no de Tartaglia.

Finalmente y en el año 1545 Cardano publicó su obra “Ars Magna” en cuyo capítulo IX incluía la solución de la ecuación cúbica tras esta introducción: “Scipio

del Ferro de Bolonia treinta años antes descubrió esta regla y la proporcionó a Antonio Fior de Venecia, cuyo concurso con Niccolo Tartaglia de Brescia dio a Niccolo la ocasión de descubrirlo. El me la dio en respuesta a mi solicitud, aunque guardando la demostración. Armado con esta ayuda, yo busqué la demostración de varias formas. Esta es muy difícil."Además de esta introducción, también reconocía en parte de su obra su deuda con Tartaglia. A pesar de esto, Tartaglia entró en cólera y trató de discutir con Cardano y Ferrari. Tartaglia se sintió ultrajado ya que Cardano había roto su promesa de guardar el secreto. Terriblemente enfadado, decidió retar a Cardano a una competición, pero éste último no se presentó ya que quiso permanecer alejado de esta disputa, aunque fue representado en su lugar por su alumno Ferrari (1522-1565). El ingenio y la agresividad de este último hicieron que Ferrari ganara el enfrentamiento por lo que Tartaglia perdió su prestigio. Debido a la trascendencia de Tartaglia y Cardano vamos a repasar un poco más sus logros.

Tartaglia realizó estudios en el cálculo de trayectorias de proyectiles lo que supuso un gran avance en la aplicación de las matemáticas en la artillería. Otro de sus descubrimientos fue el de la fórmula que lleva su nombre y se emplea para el cálculo del volumen de un tetraedro a partir de las longitudes de sus lados: Ideó el triángulo que permite obtener los coeficientes del desarrollo binomial, llamado Triángulo de Tartaglia, que es la disposición numérica formada a partir de los coeficientes de los distintos desarrollos de la potencia n -ésima de un binomio cuando n toma sucesivamente los valores 0, 1, 2, 3, etc.... Disponiendo en filas sucesivas dichos coeficientes para cada valor de n , se obtiene la siguiente configuración:

1
 1
 1 2 1
 1 3 3 1
 1 4 6 4 1

Cada fila corresponde a los coeficientes del desarrollo de la potencia $(n-1)$ -ésima de un binomio ($n= 1, 2, 3, \dots$ siendo n el orden que ocupa dicha fila), según la fórmula que Newton generalizó posteriormente, utilizando los números combinatorios. Tartaglia también escribió un libro en el que recogió grandes resultados sobre teorías de números en los que se incluían algunos juegos de ingenio como los siguientes: Tres matrimonios (en los cuales los maridos son extremadamente celosos) quieren cruzar un río en una barca en la que caben como máximo dos personas. Determinar cómo debe planificarse el cruce si no puede dejarse a ninguna mujer en compañía de un hombre a menos que su marido esté presente. Tres personas quieren repartirse el aceite que hay en una garrafa de 24 litros. Determinar cómo puede hacerse el reparto si se dispone de tres garrafas vacías con capacidades conocidas de 5, 11 y 13 litros.

Por su parte Cardano también es conocido por otros aspectos aparte de la curiosa historia. Estudió Medicina en la universidad de Pavía tras convencer a su padre pues este quería que estudiara Derecho aunque terminó sus estudios en la universidad de Padua, siendo un alumno brillante. Fue profesor de matemáticas en la fundación Piatti en Milán y aunque aún no estaba colegiado, curó a algunos enfermos graves por lo que su fama se extendió y muchos médicos acudían a él para pedirle consejo. Un caso concreto fue el del Arzobispo de ST. Andrews de Escocia que estaba a punto de morir ya que ningún médico de la corte francesa o alemana había podido hacer nada por él. Cardano fue llamado y milagrosamente salvó de la muerte al arzobispo. Aplicó sus conocimientos matemáticos al álgebra,

mecánica, astrología, hidrodinámica, geología y probabilidad y se dedicó a los juegos de apuesta, especialmente dados y ajedrez. Cardano fue un adicto al juego durante toda su vida (de hecho, muchos lo consideran como el descubridor de la teoría de probabilidad). También se le conoce porque fue el primero en hacer operaciones con números complejos.

Otro personaje importante de la historia del álgebra fue François Viète (1540-1603). Su gran labor se debe a que estableció un lenguaje simbólico de carácter algebraico que le permitió escribir de forma clara y precisa todas las ecuaciones así como sus propiedades usando fórmulas generales. Esta notación es, salvo pequeños cambios, la que se emplea hoy día. Estableció, además, una fuerte relación entre el álgebra y la trigonometría y es considerado por muchos como el padre del álgebra lineal.

Ya en pleno siglo XVII aparece la figura de **René Descartes** (1596-1650). Nació en La Haya y recibió una educación bastante sólida en el colegio de La Flèche (1606-1614). Cuando salió del colegio a los 18 años ingresó en la universidad de Poitiers para estudiar Derecho y algo de medicina. Se alistó unos meses en el ejército aunque no participó en ningún altercado bélico importante. Se cree que más bien lo hizo para viajar y conocer mundo. En 1619 conoció a Isaac Beeckman en Breda. Esto despertó en Descartes un enorme interés por las matemáticas y la física.

Descartes se entregó durante toda su vida a la investigación y al trabajo y cuando se trasladó a París su fama se extendió y su casa se convirtió en el centro de reunión de aquellos a los que gustaban discutir y discernir sobre distintos asuntos. Posteriormente se trasladó a vivir a Holanda. Esto se debió a que Holanda era por entonces un país tranquilo donde se potenciaban las ciencias y además, estaba alejado de Francia donde Descartes pensó que un mayor número de distracciones

podían alterar su trabajo. Se dedicó en Holanda al estudio llevando una vida bastante modesta.

Hubo dos grandes revoluciones que marcaron sus trabajos. La primera de ellas fue que simplificó la notación algebraica y la segunda fue la creación de la geometría analítica. Al igual que Viète tiene una gran relevancia en el álgebra por su dedicación a la notación. Fue él quien optó por designar a las constantes con las primeras letras del alfabeto (a, b, c...) y a las incógnitas con las últimas letras del alfabeto (...x, y, z). La notación exponencial que empleamos actualmente fue también ideada por Descartes.

En la parte de su conocida obra "Discurso del Método" llamada "Géometrie" recoge una teoría general sobre ecuaciones e incluye un método para resolver ecuaciones cuadráticas a partir de procesos geométricos y llega a la conclusión de que el número de soluciones de una ecuación coincide con el grado de la misma, resultado que no fue capaz de probar. En toda la "Géometrie" destaca una interrelación entre el álgebra y la geometría lo que desembocó en 1637 con la fusión del álgebra con la geometría dando lugar a la geometría analítica.

Otra de sus grandes aportaciones fue la creación del sistema de coordenadas cartesianas lo que permitió posteriormente al Isaac Newton y a Gottfried Leibnitz el desarrollo del cálculo diferencial e integral. Descartes fue capaz de explicar distintos fenómenos de tipo magnético, óptico, en astronomía, en fisiología orgánica...Por lo tanto fue el precursor del determinismo físico y biológico. Descartes murió en el año 1650 debido a una afección pulmonar. Antes de comenzar el siglo XVIII hay que destacar a dos matemáticos. Fermat (1601-1665) se desligó en cierta medida de las ecuaciones algebraicas que mantenían ocupados a la mayoría de matemáticos y es conocido por el progreso y el impulso que le dio a la teoría de números por el resultado por el que es más conocido "El último teorema de Fermat" cuyo enunciado es el siguiente: "Si n es un entero

mayor o igual que 3, entonces no existen números enteros x , y y z (excepto la solución trivial: $x = 0, y = 0, z = 0$) tales que cumplan la igualdad: $z^n = x^n + y^n$

Antes de terminar el siglo hubo otro resultado relevante y fue la formulación del principio de inducción matemática a manos de Pascal en el año 1665. Una serie de matemáticos se dedicó a la resolución numérica de ecuaciones. Entre ellos figuran Halley, Lagrange, Fourier y MacLaurin. Pero una de las grandes figuras a destacar en el siglo XVIII fue **Leonhard Euler**. Nació en Basilea (Suiza) en 1707 y murió en San Petersburgo (Rusia) en 1783. Euler era hijo de un clérigo y ya de niño se dejó ver su talento por lo que a una temprana edad fue a estudiar a la universidad de Basilea graduándose a la edad de 17 años. En 1727 se trasladó a San Petersburgo para reunirse con sus amigos los hermanos Bernoulli y en 1730 obtuvo la cátedra de filosofía natural. Cinco años más tarde resolvió un problema que la Academia necesitaba urgentemente aunque el esfuerzo realizado conllevó la pérdida de visión en un ojo.

En el año 1741 se trasladó a Alemania ya que el rey Federico el Grande lo invitó a vivir en Berlín, lugar donde permaneció hasta el año 1766. Allí mantuvo una estrecha relación con M. de Maupertuis, presidente de la Academia y que influyó mucho en él con respecto a la filosofía newtoniana. Tomó la decisión de trasladarse de nuevo a San Petersburgo para pasar allí sus últimos años pero nada más llegar perdió la visión del otro ojo. Sus discípulos e hijos le ayudaron a escribir su obra tal como él quería. En el año 1771 un compatriota de Basilea lo salvó de un gran incendio en la ciudad que alcanzó la casa de Euler y que, afortunadamente, no acabó con sus escritos. A partir de este momento Euler continuó trabajando y estudiando durante doce años más hasta el día de su muerte. Su obra más conocida fue “Aritmética Universal”, publicada en 1768, donde intervienen numerosos resultados como un sistema simbólico- literal del álgebra, aclaraciones sobre operaciones con números, monomios, radicales y complejos, reglas de extracciones de las raíces de los números, introducción de

los números poligonales, fracciones decimales periódicas y el estudio de resolución de fracciones algebraicas.

También hizo grandes avances numéricos pues estudió con detenimiento y detalle los números irracionales, imaginarios y complejos. Gracias a Euler existe la actual teoría de congruencias como resultado de arduos y extensos trabajos que requirieron de grandes esfuerzos y dedicación. En el siglo XVIII la teoría de números adquiere una gran importancia y se desvincula del resto de las matemáticas como una rama independiente. En este progreso colaboraron Lagrange, Lambert y Euler entre otros. Fundamentó la teoría de fracciones continuas lo que desembocó en sus estudios sobre análisis diofántico y estudió los números primos tratando de resolver su distribución.

El siglo XIX tiene una gran importancia en la evolución del álgebra. A partir de aquí el álgebra evoluciona de forma diferente y aparece un álgebra de carácter más abstracta donde surgen, además, objetos desconocidos hasta entonces pero que captan el interés de los matemáticos del momento como son los grupos, las matrices o los hipercomplejos. Además, el interés en torno al cual giraban las matemáticas también es distinto. Mientras que en el álgebra anterior el principal era la resolución de ecuaciones numéricas, aquí se centra en el estudio de las estructuras algebraicas.

Todo esto da lugar a lo que hoy en día se conoce como álgebra moderna. Debido a la productividad de esta época por los trabajos y resultados que se obtuvieron es conocido el siglo XIX como la edad de Oro de las matemáticas. Un problema importante que queda resuelto en este siglo es la posibilidad o no de la resolución de ecuaciones por radicales. Como se ha reflejado antes ya era conocido el método de resolución de ecuaciones cúbicas debido a los trabajos de Scipion del Ferro, Tartaglia, Cardano y Ferrari y de ecuaciones cuárticas por Ferrari. A partir de aquí gran cantidad de matemáticos se lanzaron a la búsqueda de la resolución

por radicales de ecuaciones de quinto grado o mayor pero el camino no fue fácil. Algunos personajes ya creían que tal búsqueda no tenía solución y admitieron la imposibilidad de solución de ecuaciones de quinto grado como Leibnitz (en el siglo XVII) y Gauss en su “Disertación doctoral” aunque no fueron capaces de demostrarlo. Fue Ruffini quien encontró una demostración aunque no lo suficientemente detallada y rigurosa pero ya se asemejaba bastante a la que posteriormente establecería Abel en el año 1826. Pero Abel no pudo dar un criterio general de resolubilidad en radicales de las ecuaciones con coeficientes numéricos. Sí fue posible gracias a Evaristo Galois. Debido a la importancia de este matemático veamos a continuación más detalles sobre su vida.

Evaristo Galois. Galois nació el 25 de octubre de 1811, en Bourgla-Reine, cerca de París y falleció el 31 de Mayo de 1832 en París. Destacó por su labor de carácter científico y por su inmersión en la vida política ya que fue un ardiente revolucionario en el París de 1830. Sufrió varios fracasos en su vida como los dos intentos fallidos de ingresar en la Escuela Politécnica, el primero de ellos a los 16 años. Realizó unos trabajos muy amplios entre los años 1829 y 1830. Dichos trabajos trataban sobre fracciones continuas, teoría de ecuaciones y teoría de números. En 1831 fue expulsado de la Escuela normal donde estudiaba debido a estar involucrado en los acontecimientos políticos.

Más tarde ingresa en el ejército después del fracaso de un curso que pretendía impartir sobre números imaginarios, teoría de las ecuaciones resolubles por radicales, teoría de números, y teoría de las funciones elípticas pero que no contó con oyentes por lo que se suspendió. Galois fue detenido y pasó casi un año en la cárcel. Pero su vida fue bastante desdichada ya que no tardaría en morir. Al ser puesto en libertad se vio envuelto en una cuestión de honor por una mujer y murió en el duelo consiguiente. Esa misma noche y antes de ir al duelo Galois escribía también a su amigo Auguste Chevalier: "He hecho algunos descubrimientos nuevos en análisis. El primero concierne a la teoría de ecuaciones; los otros, a las

funciones enteras. En teoría de ecuaciones he investigado las condiciones de solubilidad de ecuaciones por medio de radicales; con ello he tenido ocasión de profundizar en esta teoría y describir todas las transformaciones posibles en una ecuación, aun cuando no sea posible resolverla por radicales. Todo ello puede verse aquí, en tres memorias

Haz petición pública a Jacobi o a Gauss para que den su opinión, no acerca de la veracidad, sino sobre la importancia de estos teoremas. Confío en que después algunos hombres encuentren de provecho organizar todo este embrollo." En el amanecer del día siguiente Galois abandonó su habitación de la pensión SieurFaultrier, en París, y se enfrentó en duelo de honor a un activista político llamado d'Herbenville, cerca de un estanque cercano. Galois quedó abandonado tras recibir un balazo en el abdomen. Un transeúnte lo encontró y llevó al Hospital Cochin, donde murió al día siguiente. Catorce años después Joseph Liouville publicó el legado que Galois dejó a Chevalier, naciendo de esta forma la rama la teoría de grupos.

Toda esa labor constituyó la Teoría de Grupos en la que aparecían entes matemáticos como cuerpo que Galois introdujo para otorgar carácter general al teorema del número de raíces de las congruencias de grado de módulo primo. De esta forma y con colaboración de otros matemáticos como Riemann y Dedekind, se constituyó la Teoría actual de grupos de la que Galois es su principal fundador. A pesar de que la noción de grupo estaba ya esbozada en trabajos de Lagrange, Gauss, Abel, Ruffini y Cauchy, fue Galois el que introdujo los conceptos de subgrupo e isomorfismo mostrando claramente la teoría general.

Kart Friedrich Gauss. Otro de los grandes personajes del siglo XIX por la gran contribución que hizo a las matemáticas fue Karl Friedrich Gauss. Nació el 30 de Abril de 1777 en Brunswick (actualmente en Alemania) y murió en el 23 de Febrero de 1855 en Göttinge, (actualmente también en Alemania) Era hijo de un

humilde albañil y cuando era muy pequeño y antes de cumplir los 3 años Gauss se revelaba como un genio pues era capaz de leer y de realizar cálculos aritméticos por lo que ingresó en la escuela de primaria antes de cumplir los 7 años. A los 10 años sorprendió a su profesor que un día dijo a los alumnos que trataran de contar cuanto sumaban todos los números entre uno y cien, pensando que eso mantendría a los alumnos ocupados durante un rato. Pero cuál fue su sorpresa cuando al momento Gauss levantó la mano y dijo que ya tenía el resultado pues había aplicado el álgebra para ello. En ese momento su profesor se dio cuenta de que sería un genio matemático.

A los 15 años probó el binomio de Newton y ya por entonces se había interesado incluso por la geometría no euclidiana. Todo esto llegó a oídos del duque de Brunswick que se ofreció para costear toda la educación de Gauss para el que las matemáticas resultaron una atracción irresistible. Una de las grandes aportaciones de Gauss fue el descubrimiento de la construcción de un polígono regular de diecisiete lados usando sólo regla y compás, descubrimiento que tuvo lugar el 30 de Marzo de 1796. Poco después, fue capaz de construir los demás polígonos regulares con regla y compás.

Gauss fue una persona polifacética pues aparte de las matemáticas se interesó también por la astronomía, física y geodesia. Se graduó en 1798 en Göttinge, y en 1807 se convirtió en el director del observatorio y profesor de astronomía de la universidad de Göttinge. Por esta fecha publicó su gran obra “Disquisiciones aritméticas” Otros descubrimientos que se le atribuye es la deducción de la curva normal de la probabilidad, llamada también curva de Gauss, que aún actualmente se usa en cálculos estadísticos. Quizás la contribución más significativa de todas fue la exposición de la primera demostración del “Teorema fundamental del álgebra” cuyo enunciado es el siguiente: Todo polinomio de grado n , con coeficientes complejos, tiene exactamente n raíces, no forzosamente distintas, es decir contadas con su orden de multiplicidad.

Dicho resultado era conocido desde el siglo XVII por Descartes pero a pesar de los intentos, nadie había sido capaz de probarlo. Gauss lo hizo y, además en los años 1815, 1816 y 1849 dio tres nuevas demostraciones. También es de destacar su papel de inventor que lo llevó a construir un telégrafo eléctrico y un magnetómetro bifilar para medir el magnetismo. Los trabajos conjuntos de Gauss y su discípulo Riemann sobre la teoría del electromagnetismo fueron un anticipo de la ley universal de la gravitación de Newton. Gauss murió en el año 1855 a la edad de 77 años. Se dice que el diagrama que señala su tumba con forma de polígono de diecisiete lados fue construido por él mismo. Durante su vida se reconoció que era el matemático más grande de los siglos XVIII y XIX. Toda su labor sirvió para resolver numerosos problemas posteriores de gran dificultad del área de las ciencias físicas y naturales

En la segunda mitad del siglo XIX las investigaciones se centran en tres campos distintos: **Teoría de grupos**. Es en la segunda mitad del siglo XIX cuando se desarrolló la teoría de grupos en profundidad. Destaca la obra de Cayley donde figura una definición bastante abstracta de grupo. A partir de 1870 la obra de Jordan adquiere también una relevancia especial pues en ella aparece el primer estudio de grupos infinitos tras haber realizado un resumen de la teoría de grupos finitos y sus aplicaciones. Los grupos infinitos fueron estudiados por los discípulos de Jordan, F. Klein y S. Lie. A finales del siglo XIX y principios del siglo XX se forma el núcleo del álgebra actual a partir de la teoría de grupos que se desarrolla estudiando los grupos finitos, los grupos discretos infinitos y los grupos continuos de una forma independiente pues la teoría de grupos comienza a ramificarse.

De esta forma y, como se comentó anteriormente, el centro de las investigaciones algebraicas pasa a ser la teoría de grupos, subgrupos, anillos y estructuras lo que constituyen el período de las matemáticas modernas. **Teoría de números y de conjuntos**. Otra campo en el que distintos matemáticos profundizaron durante el siglo XIX fue la teoría de números. Debida a la importancia de una

fundamentación correcta de la teoría del número real matemáticos como Dedekind, Weiesatrass y Heine dedicaron sus esfuerzos a justificar de forma rigurosa dicha teoría. También la teoría de conjuntos sufre un impulso gracias a los trabajos de G. Cantor, que identificó el número real con una sucesión convergente de números reales. A él pertenecen las teorías de conjuntos infinitos y los números transinitos.

Entre 1879 y 1884 elaboró de forma sistemática la teoría de conjuntos, introduciendo el concepto de potencia de un conjunto, el concepto de punto límite, de conjunto derivado lo que constituyó el núcleo de la teoría abstracta de conjuntos. La fundamentación de la teoría de conjuntos y sus aplicaciones dieron lugar en el siglo XX a la lógica matemática que es parte fundamental de las matemáticas modernas.

América la resolución de problemas en **México** Quisiera comenzar lanzando una interrogante ¿es un problema la enseñanza de las matemáticas en México? Y ¿Dónde se genera esta problemática? Si nos remitimos al último resultado de la prueba PISA, en donde México obtuvo en la materia de matemáticas el lugar 36 de 42 integrantes de la OCDE, si observamos los porcentajes que la evaluación ENLACE ofrece en el área de matemáticas en cualquiera de sus parámetros: a nivel individual, por escuela, zona, estado, podremos ver que los resultados dejan a México como un país que sigue avanzado; pero que es necesario que el estado mexicano siga invirtiendo en esta materia. ¿Cuál es la materia que más les gusta? es casi seguro que contestara que las matemáticas ¿es que fundamental que a los niños mexicanos se les motiven desde muy temprana edad para el aprendizaje de esta área y entiendan y comprendan las matemáticas.

En su artículo Talleres de Matemáticas Básicas (TAMBA) Alatorre, Saiz y Torres hacen el siguiente señalamiento: “En México como en muchos países, la

formación y el desarrollo profesional de los maestros se ha enfocado en asuntos de tipo didáctico y pedagógico en general, con más relación a la materia a enseñar o insertando algunos cuantos ejemplos; se ha dado por sentado que los maestros han adquirido los conocimientos disciplinarios que necesitan para enseñar a lo largo de su educación. Además, es posible separar el contenido de lo didáctico y lo pedagógico, empezando porque es necesario que los maestros aprendan matemáticas (y otras materias) de la misma manera en que se espera que ellos las enseñen. Con este sencillo comentario, a nuestro juicio, Alatorre, Saiz y Torres nos ayudan a identificar un primer logro de la enseñanza de las matemáticas que tiene que ver con la adecuada preparación de los docentes. Otro aspecto a considerar es la organización del currículo al contexto para la comprensión de las matemáticas.

EN Huancabamba, existe un conjunto de instituciones educativas, donde todas se preocupan por este tema: “desarrollar y potenciar la capacidad de resolver problemas desde el primer nivel hasta el más alto del conocimiento” lamentablemente, existen problemas coyunturales en cada una de estas instituciones que no logran este objetivo, las más interesadas en atacar este problema son; El San Francisco de Asís, El agropecuario N° 13, María Inmaculada y El Inca Pachacutec que se encuentran en la ciudad existen otras instituciones del entorno rural como; Virgen del Perpetuo Socorro, Javier Pérez de Cuellar, entre otras. Según los últimos informes, la IE. San Francisco de Asís es la institución que sigue dando resultados exitosos, el 2012 el 7% de 280 de sus estudiantes se encuentran estudiando en las mejores universidades de la ciudad de Piura y Lambayeque lo que significa que en cuanto se refiere a la resolución de problemas tanto en comunicación y matemática los docentes están demostrando que sus trabajo es efectivo.

En Sondorillo, como ya sabemos el Distrito de Sondorillo es uno de los distritos de Huancabamba que ha tenido mayor pobreza educativa por el motivo que los padres de familia por su bajo nivel cultural no mandaban los hijos a las

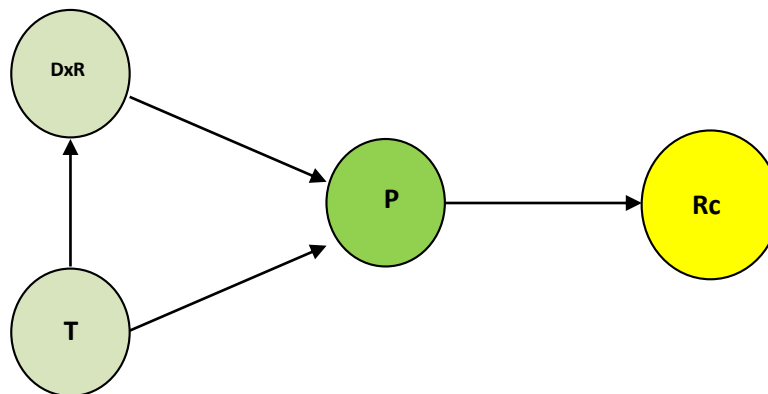
instituciones educativas más cercanas porque no les interesaba que sus menores hijos estudien y los tenían trabajando o los empleaban a terceros acostumbrándolos a trabajos forzados, es así que en la actualidad los gobiernos de turno obligan a todos los padres de familia mandar a sus menores hijos a estudiar en cualquier centro educativo caso contrario se les corta los diferentes programas que tiene el gobierno en ayuda a las personas más pobres del país; por tal motivo en la actualidad los estudiantes asisten normalmente a cualquier centro educativo y creo que en un corto plazo el distrito de Sondorillo saldrá de la pobreza educativa que tanto daño nos ha hecho y nos sigue haciendo por la falta de cultura de los padres de familia.

1.3.-COMO SE MANIFIESTA Y QUE CARACTERISTICAS TIENE.

En nuestra I.E. el estudiante es activo en la labor pedagógica, pero no tiene la oportunidad de complementar su labor educativa en su hogar porque no tiene el suficiente material como libros, biblioteca, internet, no pueden buscar información fuera de la institución educativa, por tal motivo como docente me he involucrado en brindarles toda y la mejor información posible, además: de no existir bibliografía existen otros problemas que los detallo a continuación. Nivel cultural de los padres y la sociedad, Los medios de comunicación; lo primero que los padres de familia no tienen estudios suficientes para qué puedan ayudar en sus tareas a sus menores hijos lo cual dificulta el aprendizaje de los estudiantes, por otro lado tenemos los medios de comunicación como la televisión y las radios locales que tienen programas no aptos para jóvenes que están en etapas de estudio.

1.4.- METODOLOGIA

Por las características de la investigación, esta se enmarca en el Nivel de Investigación Pre experimental, cualitativo de tipo Socio Crítica y Propositiva.



Leyenda:

- DxR : Diagnóstico de la realidad
 T : Estudios teóricos o modelos teóricos
 P : Propuesta
 PRc : Posible Realidad a cambiada

En la presente investigación haré uso del experimento de campo en la que la variable dependiente será la única manipulada en condiciones tan cuidadosamente controlada como lo permita la situación. El diseño que utilizaré será el de Pre prueba - con un solo grupo, que consiste en administrar un tratamiento o estímulo a un grupo pero aplicando una prueba previa a la administración del tratamiento o estímulo experimental y después aplicar una medición en la variable independiente para determinar el nivel de significatividad que haya producido el tratamiento. El esquema del diseño de la investigación es.



- X_1 : Prueba de entrada o pre test
 O : Propuesta metodológica
 X_2 : Prueba de salida o pos test.

1.5.- POBLACIÓN Y MUESTRA.

La población que se ha considerado para la presente investigación, está representada por todos los estudiantes del 3º grado nivel secundario de la I.E. Luis Antonio Paredes Maceda del caserío de El Lanche que representan un total de 25 estudiantes. El tamaño de la muestra será por conveniencia que representan los 25 estudiantes de la institución Educativa en mención del Caserio el Distrito de Sondorillo de la Provincia de Huancabamba.

MATERIALES DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

Utilizaré equipo de cómputo, libros, revistas científicas e informes científicos referidos al problema de investigación, del mismo modo se hará uso de papel bond, papel bulki y otros materiales de escritorio necesarios para el trabajo del investigador y el desarrollo de la investigación.

1.6.- TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

Para la realización del presente trabajo procederé de la siguiente manera: previa autorización del responsable de la Institución Educativa se procederá a aplicar las encuestas a los componentes de la muestra, así como para poder obtener una fiabilidad en los datos que se recojan esta se podrá aplicar a estudiantes, y para corroborar la información se aplicará la guía de observación, con el propósito de triangular la información que se recoja. Los instrumentos que utilizaremos para la recolección de datos serán:

LA FICHA DE OBSERVACIÓN.- En donde se llevará a cabo el registro sistemático, válido y confiable del comportamiento o conducta manifiesta. Puede utilizarse como un instrumento de medición en diversas circunstancias

CUESTIONARIO.- Está compuesto por un conjunto de preguntas respecto a las variables que se desea medir. Serán preguntas abiertas con varias alternativas.

1.7.- MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS.

Para la ejecución de la tarea número uno de la presente investigación haré uso del método histórico tendencial, el mismo que está vinculado al conocimiento de las distintas etapas del objeto de la investigación y a través del cual revelaré el modo de actuación en la actividad académica por la que ha pasado la información.

Para desarrollar la segunda y tercera tarea, haré uso del método empírico para poder recoger toda la información empírica respecto a la forma como los estudiantes resuelven problemas de matemáticas en el PEA, utilizaré la técnica de la Encuesta Auto administrada. Se utilizará una guía de observación para testificar el problema, el propósito de recoger la información y arribar a determinados criterios de sistematización de las características fundamentales presentes en el objeto de investigación, que es lo que deberé demostrar.

La tarea cuatro y cinco. Para estas tareas el método que utilizaré será el de la modelación mediante el cual creo abstracciones con vistas a explicar la realidad, *con un solo grupo*, que consiste en administrar un tratamiento o estímulo a un grupo pero aplicando una prueba previa a la administración del tratamiento o estímulo experimental y después aplicar una medición para identificar con certeza el problema y proponer el tratamiento, determinado el nivel de significatividad que haya producido.

1.8.- ANALISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS.

Los datos obtenidos durante la investigación, por medio de los instrumentos de recolección de datos, se ordenaran y procesaran en una computadora personal,

valiéndome del programa de Excel y de Word. Se estudiarán las variables obtenidas en la consolidación, se procesará estadísticamente, se observará y analizará los resultados y la posible aparición de relaciones entre ellos. Para las tablas y gráficos se usará el programa Excel y de Word. Haré el análisis estadístico correspondiente para cada una de las encuestas, así como para observación de las dificultades de la realidad y la propuesta, se aplicarán los instrumentos correspondientes.

Para analizar los datos lo haré con los siguientes pasos:

- Seriación: se ordenan los instrumentos de recolección de datos.
- Codificación. Se codifican de acuerdo al objeto de estudio. Se otorga un número a cada uno de los instrumentos.
- Tabulación. Después de aplicar los instrumentos y recabar los datos, se procederá a realizar la tabulación, empleando la escala numeral. Se tabulará cada uno de los instrumentos aplicados por separados.
- Elaboración de cuadros o tablas por cada uno de los instrumentos.
- Los cuadros o tablas elaboradas nos permiten realizar un análisis de los datos recogidos y así poder comprobar la hipótesis de estudio planteada

CAPITULO. II
MARCO TEÓRICO

2.1.- ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

España en la universidad de Complutense. Departamento de psicología evolutiva y de la educación en su Tesis Doctoral para optar el Grado Académico de Doctor en Educación Titulado “El desarrollo de capacidades de metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas: Propone que el conocimiento es la relación entre cognición y metacognición Uno de los componentes de la resolución de tareas matemáticas es el conocimiento, que puede ser de tres tipos: conceptual, procedimental y condicional. Los conocimiento conceptuales y procedimentales (conocimientos estáticos) tienen carácter cognitivo, mientras que el conocimiento condicional se correspondería con el conocimiento meta cognitivo. Estos dos niveles de conocimiento -cognitivo y meta cognitivo- se caracterizan por su interactividad e interdependencia. Poseer conocimiento meta cognitivo de un concepto o procedimiento implica, como condición necesaria pero no suficiente, disponer de conocimiento conceptual y/o procedimental del mismo. El conocimiento condicional (metacognitivo) será el que permita tanto la puesta en juego (selección) del concepto y/o procedimiento cuando sea necesario, como que sea aplicado de manera flexible (adaptación) en función de las características de la tarea. Así podemos definir el *conocimiento metacognitivo* como el conocimiento condicional, tanto de los conceptos como de los procedimientos, necesario para su selección y aplicación adaptada a las condiciones de la tarea. (E. Rodríguez Q; 2009 Pág.34)

Al **respecto** debo puntualizar, que para la enseñanza de las matemáticas es necesario utilizar las estrategias mas pertinentes y adecuadas, de tal manera que estas se conviertan en la base fundamental para llegar al nivel óptimo de los aprendizajes de los estudiantes de tal manera los resultados o logros académicos sean más significativos y beneficiosos. Afirmo que, la utilización de las estrategias deben partir tomando en cuenta el contexto y desde la concepción o también llamada estimulación temprana. Las estrategias deben estar articuladas

y adecuadas a los temas o conocimientos, tanto conceptuales como procedimentales.

En México la Ciudad de la Paz, en Baja California Sur, en la universidad de Nacional.Secretaría de Educación Pública Dirección de Profesiones, Educación Media Superior. En su Tesis presentada para obtener el grado de Maestría en Docencia e Innovación Educativa. Titulada “La resolución de problemas de problemas Matemáticos” Propone“Llevar a las aulas una matemática que permita a los alumnos construir los conocimientos a través de actividades que susciten su interés y los hagan involucrarse y mantener la atención hasta encontrar la solución de un problema”. **(R. Leal E; 2009 Pág.55)**

Al **respecto** Esto es en esencia, el enfoque que soporta las formas de enseñanza matemática, en las distintas materias integradas al Plan y Programas de Estudio de Educación. Inmersa en esa tendencia, las matemáticas cimentan su enseñanza a partir del manejo de problemas, los cuales por su misma dinámica provocan un despliegue de posibilidades para resolverlos. Este proceso abre la puerta para activar distintas estrategias e interacciones –en los planos individual y grupal– ricas en su contenido: lectura de comprensión, reflexión y utilización de procesos matemáticos, aplicación de operaciones como la adición, sustracción, multiplicación y división, aprendizaje cooperativo y otros. Esta interacción de elementos presentes en la resolución de problemas matemáticos, marca la línea de investigación a seguir en este ejercicio, ya que se encuentran evidencias vía observación, análisis documental, entrevistas y otros, sobre las dificultades que tiene el alumno al momento de tratar de resolver problemas matemáticos, reflejados cuando se aplican evaluaciones e interpretan sus resultados, que en ocasiones son de bajo rendimiento académico.

En España en la Ciudad de la Barcelona, en la universidad de Barcelona. Programa de doctorado en Didáctica experimentales I. En su Tesis presentada

para obtener el grado de Doctor en Didáctica. Titulada “Estudio de resolución de problemas matemáticos con alumnos recién llegados del Ecuador en Secundaria” Propone “Las fases, procesos, para la resolución de problemas matemáticos se debe realizar el diagnóstico también se caracteriza como pedagógico, porque examina la problemática docente en sus diversas dimensiones, a fin de lograr comprenderla de manera integral, en su complejidad, conforme se está dando, lo importante es, no estudiar la dificultad sólo en alguna de sus dimensiones, porque se examinaría sólo de manera parcial, con lo que dejaría de ser pedagógico, y podría ser psicológico o didáctico, etc. Dependiendo de la dimensión o aspecto que se analice.”(R. Leal E. 2009 Pág.217, 219 y 228)

Al **respecto manifiesto que** apoyado en el referido diagnóstico, se tratará de establecer el vínculo entre el educando y los factores económicos, familiares y educativos, cuya presencia se manifiesta en la investigación del objeto de estudio, obedeciendo su agrupamiento a la coincidencia de elementos que la conforman. Determinando, en función de la interpretación a realizar la influencia que éstos pudieran ejercer en el aprendizaje escolar del estudiante, en este aspecto los estudiantes presentan características distintas, puesto que se abren segmentos diferentes al interior del grupo sobre las aportaciones económicas de cada familia. Padre y madre trabajan en la chacra su distribución se establece en diversas ocupaciones y en ciertos casos se cuentan los siguientes empleos: Agricultor, ganadero, albañil, etc. Estos factores son determinantes en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes. Los factores anteriores son muy conocidos y característicos.

2.2.- BASES TEORICAS

TEORIA DE PIAGET.

APRENDIZAJE Y DESARROLLO DE JEAN PIAGET.

“La psicología cognitiva, se preocupa del estudio de procesos tales como lenguaje, percepción, memoria, razonamiento y resolución de problema. Ella concibe al sujeto como un procesador activo de los estímulos. Es este procesamiento, y no los estímulos en forma directa, lo que determina nuestro comportamiento. Los niños, construyen activamente su mundo al interactuar con él. Por lo anterior, este autor pone énfasis en el rol de la acción en el proceso de aprendizaje. La teoría, divide el desarrollo cognitivo en etapas caracterizadas por la posesión de estructuras lógicas cualitativamente diferentes, que dan cuenta de ciertas capacidades e imponen determinadas restricciones a los niños. Con todo, la noción piagetiana del desarrollo cognitivo en términos de estructuras lógicas progresivamente más complejas ha recibido múltiples críticas por parte de otros teóricos cognitivos, en especial de los teóricos provenientes de la corriente de procesamiento de la información.” (Piaget. J.1989 pág. 85) Al respecto manifiesto que, este teórico del procesamiento de la información, plantea que las etapas se diferencian no cualitativamente, sino por capacidades crecientes de procesamiento y memoria, por ejemplo, rechaza explícitamente la noción de etapas desarrollistas, sin embargo, sostiene que diferentes modos de procesar y representar la información son enfatizados durante diferentes períodos de la vida del niño. Él plantea que, durante los primeros años, la función importante es la manipulación física: «saber es principalmente saber cómo hacer, y hay una mínima reflexión» Durante el segundo período que alcanza un punto más alto entre los 5 y 7 años, el énfasis se desvía hacia la reflexión y el individuo, se hace más capaz de representar aspectos internos del ambiente. Durante el tercer período, que coincide en general con la adolescencia, el pensamiento se hace cada vez más abstracto y dependiente del lenguaje. El individuo adquiere una

habilidad para tratar tanto con proposiciones como con objetos. Es decir, nosotros desarrollamos tres sistemas paralelos para procesar y representar información. Un sistema opera a través de la manipulación y la acción, otro a través de la organización perceptual y la imaginación y un tercero a través del instrumento simbólico. Y en distintos períodos del desarrollo, se le otorga distinto énfasis a diferentes modos de representación. En este sentido, para el desarrollo intelectual se caracteriza por una creciente independencia de los estímulos externos; una creciente capacidad para comunicarse con otros y con el mundo mediante herramientas simbólicas y por una creciente capacidad para atender a varios estímulos al mismo tiempo y para atender a exigencias múltiples. El aprendizaje por descubrimiento es la capacidad de reorganizar los datos ya obtenidos de maneras novedosas, de manera que permitan descubrimientos nuevos.

“Pero este contacto parcial y efímero con la realidad se refiere a la experiencia no afecta en lo más mínimo el curso general de su pensamiento. Esto mismo es cierto también para los niños”. (Piaget. J.1989 pág. 88) En relación a lo manifestado por este teórico manifiesto, que para aprender a la resolución y comprensión de problemas matemáticos es necesario tener en cuenta cuatro aspectos fundamentales: la motivación a aprender, la estructura del conocimiento a aprender, la estructura o aprendizajes previos del individuo, y el refuerzo al aprendizaje. Así como, el desarrollo cognitivo en términos de capacidades crecientes en procesos básicos tales como la memoria, la atención, el almacenamiento y la recuperación de la información, también se encuentra el Aprendizaje Mecánico. Este se entiende como la incorporación de nueva información en la estructura cognoscitiva llamado programa cognitivo del que se aprende sin que establezca ninguna relación con los conceptos. Sintetizando más específicamente, el hombre primitivo como el niño son impermeables a la experiencia... el curso general del desarrollo del pensamiento de uno y otro es paralelo a la experiencia, son dos líneas que nunca se tocan. Pero, si la experiencia es la única puerta de entrada a la conciencia y esa puerta está

cerrada o no conduce al desarrollo, ¿cómo pudiera la escuela influir sobre él? Este planteamiento, tiene que ver con el hecho de que para Piaget el desarrollo es “espontáneo,” es decir que escapa a todo control o influencia externa. El desarrollo cognoscitivo ocurre como producto de tendencias que son una continuación, una expresión, de tendencias biológicas, inscritas por tanto en lo más profundo de la naturaleza humana y que, al igual que otros que rigen otros procesos biológicos como el crecimiento, por ejemplo, siguen leyes sobre las que el hombre no tiene absolutamente ningún poder.

“El segundo punto que consideró limitado y por lo tanto revisable, en general, la aplicabilidad que el niño es impermeable a la experiencia”.(Piaget. J.1989 pág. 89 90) Por las expresiones expuesta por Piaget manifiesto, que la construcción del conocimiento es el producto del equilibrio entre asimilación y acomodación que es un proceso subjetivo. Por eso es que, como pedagogo, Piaget se encuentra también en las filas de la “escuela activa”, la “escuela nueva” y toda la tendencia moderna a resaltar el papel activo que el alumno juega en su propia educación. Este es uno de sus méritos. Pero hay que estar de acuerdo que sus ideas tiene una limitada aplicabilidad a la educación y no puede ser de otro modo por que la suya es una teoría del desarrollo en la que no se tienen en cuenta los vínculos esenciales de este con la educación. Si la descripción piagetiana del desarrollo tiene algún significado para la educación es como una indicación de qué es lo que se puede hacer con el niño, o dicho de otro modo, una indicación acerca de la disposición o la aptitud del niño para recibir ciertos contenidos y no otros. De acuerdo con este punto de vista el conocimiento de las fases o estadios del desarrollo del pensamiento es un dato útil para la escuela porque le ayuda a dosificar y a planificar el curriculum sobre la base de las características del pensamiento del niño en un momento dado (operaciones concretas, operaciones formales, etc.). Se puede planificar y dosificar la enseñanza en función del niño que está en disposición de aprender. El curriculum se puede ajustar así a las posibilidades del estudiante.

“Los esquemas - conjunto de acciones, físicas operacionales mentales conceptos o teorías con los cuales organizamos y adquirimos información sobre el mundo. Son acciones que pueden ser aplicadas directamente sobre los objetos, (de acción) o sobre su representación tras ser interiorizados (operatorios). Pueden diversificarse e integrarse para dar a nuevas conductas cada vez mas adaptativas y complejas”. (Piaget. J.1989 pág. 89 100) Por estas razones manifiesto que los organismos cambian y se adaptan a su medio para la supervivencia. De la misma forma, nuestra mente se adapta al medio modificando su estructura cognitiva e incorporando la infinidad de estímulos que a cada momento recibe. La organización, puedo decir que desde el punto de vista biológico, es inseparable de la adaptación: ambas son procesos complementarios de un mismo mecanismo; la primera representa el aspecto interno del ciclo, de la cual la adaptación es el aspecto externo. Para poder comprender los procesos de desarrollo cognitivo y de organización intelectual se deben primero comprender los cuatro conceptos cognoscitivos básicos: El esquema, La asimilación, el ajuste, el equilibrio. Asimismo, manifiesto que la asimilación: es el proceso cognoscitivo mediante el cual las personas integran nuevos elementos preceptuales, motores o conceptuales a los esquemas o patrones de conducta existente, la asimilación no provoca un cambio de esquemas pero sí condiciona su crecimiento y, en consecuencia, forma parte del desarrollo. Es una parte del proceso mediante el cual el individuo se adapta cognoscitivamente y organiza el medio. El proceso de asimilación da pauta a que crezcan los esquemas, pero no explica el cambio de estos. Piaget describe y explica el cambio de los esquemas mediante el ajuste. El ajuste. Está frente a un estímulo nuevo el niño trata de integrarlo a sus esquemas. Sin embargo no siempre es posible, a veces el estímulo no puede ajustarse fácilmente a ningún esquema. El ajuste consiste en la creación de nuevos esquemas o de la modificación de los antiguos. Ambas acciones determinan un cambio, o desarrollo, de las estructuras cognoscitivas. Una vez que se lleva a cabo el ajuste, el niño puede tratar de asimilar otra vez el estímulo, y como la

estructura ya cambió, ésta es asimilado con facilidad. La asimilación es siempre el producto final. Esto implica que los esquemas se construyen con la experiencia y con el tiempo, reflejan el nivel normal de comprensión y conocimiento del mundo, no son copias exactas de la realidad. Su forma está determinada por la asimilación y el ajuste de la experiencia, y con el tiempo se parecen más a la realidad. Por lo tanto en conjunto, el ajuste y la asimilación explican la adaptación intelectual y el desarrollo de las estructuras cognoscitivas. También el equilibrio el ajuste y la asimilación son importantes para el desarrollo cognoscitivo sano de la persona. Al balance entre la asimilación y el ajuste Piaget lo denomina equilibrio; que es un mecanismo de autorregulación necesario para asegurar una interacción eficaz entre el desarrollo y el medio. La acción de equilibrar es un proceso autor regulador cuyas herramientas son la asimilación y el ajuste y mediante el cual se pasa del desequilibrio al equilibrio. Dicha acción permite incorporar la experiencia externa a las estructuras internas (esquemas). El desequilibrio, al presentarse, produce la motivación para que el niño busque el equilibrio, esto es, para que busque mayor asimilación o ajuste. El equilibrio es una condición necesaria hacia la que tiende, de manera constante, el organismo, el que, en última instancia, asimila con un ajuste o sin él todos los estímulos. Así, se puede considerar que el equilibrio es un estado de “armonía” cognoscitiva que se alcanza en el momento en que se produce asimilación.

“El desarrollo cognoscitivo-factores, el contenido, la función y la estructura Piaget consideró que está compuesto por tres elementos: El contenido La función y la estructura” (Piaget. J.1989 pág. 101 102) Al respecto manifiesto que el contenido, es referente a lo que el niño sabe, mostrando conductas observables sensorio motoras y conductuales que reflejan la actividad intelectual. Debido a su naturaleza, el contenido de la inteligencia tiene variaciones considerables de una edad a otra y de un niño a otro. La función se refiere a las características de la actividad intelectual, esto es, la asimilación y el ajuste, que se mantienen estables y continuas a lo largo del desarrollo cognoscitivo y la estructura se refiere a las

propiedades e organización inferida (esquemas) que explican la presencia de determinadas conductas.

“La acción y el conocimiento, el conocimiento físico, el descubrimiento, el conocimiento lógico-matemático, la invención, el conocimiento social, los factores del desarrollo, la maduración y la herencia, la experiencia activa, La interacción social” (Piaget. J.1989 pág. 102 104) al respecto manifiesto que estos elementos son indispensables para construir aprendizajes, lograr aprendizajes significativos y duraderos. Es decir, que el estudiante actúe sobre su medio para que el desarrollo cognoscitivo tome su curso, pues actuar significa moverse, manipula objetos, busca con los ojos y los oídos o piensa, está tomando ingredientes nuevos para asimilarlos y ajustarlos. Estas acciones dan como resultado el desarrollo de esquemas. La actividad es entonces básica para el desarrollo del estudiante. Del conocimiento físico puedo decir que es el conocimiento de las propiedades físicas de los objetos, fenómenos o acontecimientos: tamaño, forma, textura, peso, entre otros. Un niño adquiere conocimiento físico de un objeto cuando lo manipula con sus sentidos, las experiencias activas son las que se integran para formar sus esquemas. Por lo tanto el conocimiento pleno y apropiado de las propiedades de los objetos no puede adquirirse mediante la lectura, la observación de ilustraciones o escuchando lo que la gente dice (todas estas son formas de representaciones simbólicas), sino solo teniendo relaciones con los objetos. De la misma manera el conocimiento lógico-matemático es el conocimiento construido mediante la reflexión acerca de las experiencias con los objetos y los acontecimientos. Al igual que el conocimiento físico, el conocimiento lógico-matemático sólo puede desarrollarse si el niño tiene contacto con los objetos; sin embargo, los papeles correspondientes de las acciones y los objetos son diferentes. El niño inventa el conocimiento lógico-matemático; éste, a diferencia del conocimiento físico, no está implícito en el objeto, sino que se construye a partir de los actos y reflexión del niño con los objetos, los que sólo sirven como un

medio que permite la realización de la construcción. Los conceptos numéricos son ejemplos de conceptos lógico matemáticos. Por medio de muchas experiencias activas, los niños desarrollan con el tiempo el concepto matemático como por ejemplo la regla de que el número de elementos de un conjunto sigue siendo el mismo a pesar de la disposición individual de los elementos, es decir, la suma es independiente del orden. A medida que las experiencias se repiten una y otra vez, en ambientes distintos y con materiales diferentes, los conceptos se depuran. Por consiguiente, el conocimiento social es aquel al que los grupos sociales o culturales llegan por acuerdos, por convención: las reglas, las leyes, los sistemas morales, los valores, la ética y los sistemas de lenguaje son ejemplos de conocimiento social. Estos tipos de conocimiento evolucionan dentro de cada cultura y pueden ser diferentes de un grupo a otro. A diferencia del conocimiento físico y lógico-matemático, el conocimiento social no puede extraerse de las acciones efectuadas con los objetos, sino que las acciones (o interacciones) con otras personas. Los factores del desarrollo siguen un curso fijo dentro de un continuo. Con fines analíticos, el continuo del desarrollo se ha dividido en cuatro etapas: por lo tanto puedo manifestar que de la misma manera se debe trabajar con los estudiantes respetando a cada etapa del desarrollo del conocimiento. También propuso cuatro factores relacionados con todo desarrollo cognoscitivo que serán presentados a continuación. La maduración y la herencia La experiencia activa La interacción social.

TEORIA DE VIGOSTKY

Aprendizaje y Desarrollo en Vigotsky.

“El enfoque sociocultural de Vigotsky. Precursor del constructivismo social. Sus concepciones sociales de aprendizaje. Son: Considerar al individuo como el resultado del proceso histórico y social donde el lenguaje desempeña

un papel esencial. Para Vigotsky, el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente, no solamente físico, como lo considera primordialmente Piaget. En Vigotsky, cinco conceptos son fundamentales: las funciones mentales, las habilidades psicológicas, la zona de desarrollo próximo, las herramientas psicológicas y la mediación. En este sentido, se explica cada uno de estos conceptos.” (Vigotsky. L. S 1978 pag.80) Por las razones formuladas por Vigotsky en conclusión manifiesto, que las funciones mentales, existen dos tipos: las inferiores y las superiores. Las funciones mentales inferiores son aquellas con las que nacemos, son naturales y están determinadas genéticamente. El comportamiento derivado de las funciones mentales inferiores es limitado; está condicionado por lo que podemos hacer. Las funciones mentales inferiores nos limitan en nuestro comportamiento a una reacción o respuesta al ambiente. Las funciones mentales superiores se adquieren y se desarrollan a través de la interacción social. Puesto que el individuo se encuentra en una sociedad específica con una cultura concreta. Estas funciones superiores están determinadas por la forma de ser de esa sociedad: Las funciones mentales superiores son mediadas culturalmente. El comportamiento derivado de Las funciones, está abierto a mayores posibilidades. El conocimiento es resultado de la interacción social; en la interacción con los demás adquirimos conciencia de nosotros, aprendemos el uso de los símbolos que, a su vez, nos permiten pensar en formas cada vez más complejas. A mayor interacción social, mayor conocimiento, más posibilidades de actuar, más robustas funciones mentales. De acuerdo con esta perspectiva, el ser humano es ante todo un ser cultural y esto es lo que establece la diferencia entre el ser humano y otro tipo de seres vivos, incluyendo los primates. El punto central de esta distinción entre funciones mentales inferiores y superiores es que el individuo no se relaciona únicamente en forma directa con su ambiente, sino también mediante la interacción con los demás individuos. La psicología propiamente humana es un producto mediado por la cultura. Podría decirse que somos porque los demás son. En cierto sentido, somos lo que los demás son.

Habilidades psicológicas. Puedo manifestar también que, las funciones mentales superiores se desarrollan y aparecen en dos momentos. En un primer lugar, las habilidades psicológicas o funciones mentales superiores se manifiestan en el ámbito social y, en un segundo momento, en el ámbito individual. La atención, la memoria, la formulación de conceptos son primero un fenómeno social y después, progresivamente, se transforman en una propiedad del individuo. Cada función mental superior, primero es social, es decir primero es interpsicológica y después es individual, personal, es decir, intrapsicológica.

Esta separación o distinción entre habilidades interpsicológica y habilidades intrapsicológica y el paso de las primeras a las segundas es el concepto de *interiorización*. En último término, el desarrollo del individuo llega a su plenitud en la medida en que se apropia, hace suyo, interioriza las habilidades interpsicológica. En un primer momento, dependen de los otros; en un segundo momento, a través de la interiorización, el individuo adquiere la posibilidad de actuar por sí mismo y de asumir la responsabilidad de su actuar. Desde este punto de vista, el proceso de interiorización es fundamental en el desarrollo: lo interpsicológica se vuelve intrapsicológica.

Por lo tanto la posibilidad que los individuos tenemos, es ir desarrollando las habilidades psicológicas en un primer momento depende de los demás. Este potencial de desarrollo es mediante la interacción con los demás, llamado por Vigotsky *zona de desarrollo próximo*. Desde esta perspectiva, la zona de desarrollo próximo es la posibilidad de los individuos de aprender en el ambiente social, en la interacción con los demás. Nuestro conocimiento y al experiencia de los demás es lo que posibilita el aprendizaje; consiguientemente, mientras más rica y frecuente sea la interacción con los demás, nuestro conocimiento será más rico y amplio. La zona de desarrollo próximo, consecuentemente, está

determinada socialmente. Aprendemos con la ayuda de los demás, aprendemos en el ámbito de la interacción social y esta interacción social como posibilidad de aprendizaje es la zona de desarrollo próximo. En cierto sentido los maestros, padres o compañeros la sociedad que se interactúa con el estudiante son las que, en cierto sentido, son responsables de que el individuo aprende. Así el nivel de desarrollo de las habilidades interpsicológica depende del nivel de interacción social. El nivel de desarrollo y aprendizaje que el individuo puede alcanzar con la ayuda, guía o colaboración de los adultos o de sus compañeros siempre será mayor que el nivel que pueda alcanzar por sí sólo, por lo tanto el desarrollo cognitivo completo requiere de la interacción social.

¿Qué es lo que hace que aprendamos, que construyamos el conocimiento? La respuesta a estas preguntas es la siguiente: los símbolos, las obras de arte, la escritura, los diagramas, el *lenguaje* los mapas, los dibujos, los signos, los sistemas numéricos, en una palabra, *las herramientas psicológicas*. Las herramientas psicológicas son el puente entre las funciones mentales inferiores y las funciones mentales superiores y, dentro de estas, el puente entre las habilidades interpsicológicas (sociales) y las intrapsicológicas (personales). Las herramientas psicológicas median nuestros pensamientos, sentimientos y conductas. Nuestra capacidad de pensar, sentir y actuar depende de las herramientas psicológicas que usamos para desarrollar esas funciones mentales superiores, ya sean interpsicológicas o intrapsicológicas.

Por otro lado, puedo manifestar lo que, aprendemos depende de las herramientas psicológicas que tenemos, y a su vez, las herramientas psicológicas dependen de la cultura en que vivimos, consiguientemente, nuestros pensamientos, nuestras experiencias, nuestras intenciones y nuestras acciones están culturalmente mediadas.” La Mediación” La cultura proporciona las orientaciones que estructuran

el comportamiento de los individuos, lo que los seres humanos percibimos como deseable o no deseable depende del ambiente, de la cultura a la que pertenecemos, de la sociedad de la cual somos parte. En palabras de Vigotsky, el hecho central de su psicología es el hecho de la mediación. El ser humano, en cuanto sujeto que conoce, no tiene acceso directo a los objetos; el acceso es mediado a través de las herramientas psicológicas, de que dispone, y el conocimiento se adquiere, se construye, a través de la interacción con los demás, mediada por la cultura, desarrollada histórica y socialmente. La cultura es el determinante primario del desarrollo individual. Los seres humanos somos los únicos que creamos cultura y es en ella donde nos desarrollamos, y a través de la cultura, los individuos adquieren el contenido de su pensamiento, el conocimiento; más aún, la cultura es la que nos proporciona los medios para adquirir el conocimiento. La cultura nos dice que pensar y cómo pensar; nos da el conocimiento y la forma de construir ese conocimiento a todo ello viene hacer el conocimiento mediado.

Finalmente de los elementos teóricos de Vigotsky, puedo deducir diversas aplicaciones concretas en el presente programa aquí, algunas de ellas: Puesto que el conocimiento se construye socialmente, es conveniente que los planes y programas de estudio estén diseñados de tal manera que incluyan en forma sistemática la interacción social, no sólo entre alumnos y profesor, sino entre estudiantes y comunidad. La zona de desarrollo próximo, que es la posibilidad de aprender con el apoyo de los demás, es fundamental en los primeros años del individuo, pero no se agota con la infancia; siempre hay posibilidades de crear condiciones para ayudar a los alumnos en su aprendizaje y desarrollo. Si el conocimiento es construido a partir de la experiencia, es conveniente introducir en los procesos educativos el mayor número de estas; debe irse más allá de la explicación del pizarrón y aceptado, e incluir actividades de laboratorio, experimentación y solución de problemas; el ambiente de aprendizaje tiene mayor

relevancia que la explicación o mera transmisión de información. Si el aprendizaje o construcción del conocimiento se da en la interacción social, la enseñanza, en la medida de lo posible, debe situarse en un ambiente real, en situaciones significativas. El diálogo entendido como intercambio activo entre locutores es básico en el aprendizaje; desde esta perspectiva, el estudio colaborativo en grupos y equipos de trabajo debe fomentarse; es importante proporcionar a los alumnos oportunidades de participación en discusiones de alto nivel sobre el contenido de la asignatura. El aprendizaje es un proceso activo en el que se experimenta, se cometen errores, se buscan soluciones; la información es importante, pero es más la forma en que se presenta y la función que juega la experiencia del alumno y del estudiante. En el aprendizaje o la construcción de los conocimientos, la búsqueda, la indagación, la exploración, la investigación y la solución de problemas pueden jugar un papel importante.

Los problemas con los que nos encontramos en el análisis psicológico de la enseñanza no pueden resolverse de modo correcto, ni siquiera formularse, sin situar la relación entre aprendizaje y desarrollo en niños de edad escolar". A partir de esta proposición, propuso una aproximación completamente diferente frente a la relación existente entre aprendizaje y desarrollo, criticando la posición comúnmente aceptada, según la cual el aprendizaje debería equipararse al nivel evolutivo del niño para ser efectivo. Quienes sostienen esta posición consideran, por ejemplo, que la enseñanza de la lectura, escritura y aritmética o resolución de problemas debe iniciarse en una etapa determinada.

Lo más importante es que el aprendizaje es desarrollo...el desarrollo se considera como el dominio de los reflejos condicionados; esto es, el proceso de aprendizaje está completa e inseparablemente unido al proceso desarrollo...el desarrollo como la elaboración y sustitución de las respuestas innatas...el desarrollo se reduce básicamente a la acumulación de todas las respuestas posibles. Cualquier respuesta adquirida se considera o bien un sustituto o una forma más compleja de la respuesta innata...aprendizaje y desarrollo coinciden en todos los puntos, del

mismo modo que dos figuras geométricas idénticas coinciden cuando se superponen.

El desarrollo se basa en dos procesos inherentemente distintos pero relacionados entre sí, que se influyen mutuamente. Por un lado está la maduración, que depende directamente del desarrollo del sistema nervioso; por el otro, el aprendizaje, que, a su vez, es también un proceso evolutivo...el proceso de maduración prepara y posibilita un proceso específico de aprendizaje...el proceso de aprendizaje estimula y hace avanzar el proceso de maduración.

La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), el autor postula la existencia de dos niveles evolutivos: un primer nivel lo denomina Nivel Evolutivo Real, "es decir, el nivel de desarrollo de las funciones mentales de un niño, que resulta de ciertos ciclos evolutivos llevados a cabo". Es el nivel generalmente investigado cuando se mide, mediante test, el nivel mental de los niños. Se parte del supuesto de que únicamente aquellas actividades que ellos pueden realizar por sí solos, son indicadores de las capacidades mentales.

El segundo nivel evolutivo que plantea el teórico pone de manifiesto ante un problema que el niño no puede solucionar por sí solo, pero que es capaz de resolver con ayuda de un adulto o un compañero más capaz. Por ejemplo, si el maestro inicia la solución y el niño la completa, o si resuelve el problema en colaboración con otros compañeros. Esta conducta del niño no era considerada indicativa de su desarrollo mental. Ni siquiera los educadores más prestigiosos se plantearon la posibilidad de que aquello que los niños hacen con ayuda de otro, puede ser en cierto sentido, aún más significativo de su desarrollo mental que lo que pueden hacer por sí solos.

El Nivel de Desarrollo Real caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente, diciendo lo que el niño es ya capaz de hacer, es decir, "define funciones que ya han madurado", mientras que la «Zona de Desarrollo Próximo» caracteriza el

desarrollo mental prospectivamente, en términos de lo que el niño está próximo a lograr, con una instrucción adecuada . La *ZDP* "define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, funciones que un mañana no lejano alcanzarán su madurez y que aún se encuentran en estado embrionario. Estas funciones, dice el autor, podrían denominarse «capullos» o «flores» del desarrollo, en lugar de «frutos» del desarrollo.

Esta instrucción adecuada da origen al carácter dialógico, dado por la mediación, del desarrollo cognitivo. La experiencia educativa supone la ayuda de otro sujeto (profesor, niño mayor, niño más capaz, etc.), es decir, el desarrollo humano ya no es dado sólo en la relación sujeto - objeto, sino que la relación está dada por una tríada: sujeto - mediador - objeto. Se trata entonces de una relación mediada, es decir, que hay un tercero mediador, que ayuda al proceso que está haciendo el sujeto (el valor no está en la intervención en sí, sino en la medida que esta ayuda). En esta relación dialógica, el otro permanece como otro externo y autónomo con relación al yo, y viceversa. No destruye al otro en cuanto otro. En este sentido, la relación dialógica propuesta es la intervención más válida para la educación.

Esta mediación social de la educación implica el uso de estrategias de aprendizaje centradas en el futuro del sujeto. Las estrategias educativas para el cambio del otro, en la lógica de la Edad mental, están centradas en el pasado del niño, en el nivel de desarrollo real. La estrategia ahora, en la perspectiva Vygotskyana, está basada en el futuro del niño, en la idea que intervenga en la Z.D.P., que ayude a recorrer el potencial por la mediación: "El niño puede ser, pero todavía no es". El profesor es un mediador de los conflictos socio - cognitivos. Por lo anterior, el buen aprendizaje es el que se coloca delante del desarrollo. La relación entre aprendizaje y desarrollo se puede plantear en los siguientes términos: ¿Cómo hacer que los aprendizajes se transformen en procesos de desarrollo ?. La educación no es un proceso que culmina con el aprendizaje; va más allá, considera los desarrollos. Los aprendizajes conducen a los procesos de

desarrollo, el desarrollo va a remolque del aprendizaje. En otras palabras, el aprendizaje va delante del desarrollo: "La noción de una zona de desarrollo próximo nos ayuda a presentar una nueva fórmula, a saber, que el *buen aprendizaje* es sólo aquel que precede al desarrollo".

Consideraciones Finales

El estudio del desarrollo cognitivo representa un gran aporte a la educación, dado que permite conocer las capacidades y restricciones de los niños en cada edad; y por ende, graduar la instrucción a las capacidades cognitivas del alumno, haciendo más efectivo el proceso de aprendizaje. De este modo, dichos factores han conducido a que sea posible planear las situaciones de instrucción con mayor eficacia, tanto en cuanto a la organización de los contenidos programáticos como en cuanto a tomar en cuenta las características del sujeto que aprende.

La psicología cognitiva da al estudiante un rol activo en el proceso de aprendizaje. Gracias a esto, procesos tales como la motivación, la atención y el conocimiento previo del sujeto pueden ser manipulados para lograr un aprendizaje más exitoso. Además, al otorgar al estudiante un rol más importante, se logró desviar la atención desde el aprendizaje memorístico y mecánico, hacia el significado de los aprendizajes para el sujeto, y la forma en que éste los entiende y estructura.

La psicología cognitiva aplicada a la educación se ha preocupado principalmente de los procesos de aprendizaje que tienen lugar en cualquier situación de instrucción, incluida la sala de clases. Sin embargo, la psicología educacional aplicada a la sala de clases debe ocuparse además de factores tales como los procesos emocionales y sociales que tienen lugar en la escuela. Así, a la hora de analizar los procesos que ocurren en la sala de clases, es importante complementar los enfoques cognitivos con otros que permitan tener una visión integral del alumno en situación escolar.

Con todo, el enfoque Vygotskyano, tiene la ventaja, sobre el enfoque de estructuras lógicas progresivamente más complejas, de permitir establecer parámetros mucho más claros para la intervención educativa. Así lo podemos concluir de las afirmaciones del mismo Vygotsky: "En resumen, el rasgo esencial de nuestra hipótesis es la noción de que los procesos evolutivos no coinciden con los procesos del aprendizaje. Por el contrario, el proceso evolutivo va a remolque del proceso de aprendizaje, esta secuencia es lo que se convierte en la zona de desarrollo próximo. Nuestro análisis altera la tradicional opinión de que, en el momento en que el niño asimila el significado de una palabra, o domina una operación como puede ser la adición o el lenguaje escrito, sus procesos evolutivos se han realizado por completo. De hecho, tan sólo han comenzado. La principal consecuencia que se desprende del análisis del proceso educacional según este método es el demostrar que el dominio inicial, por ejemplo, de las cuatro operaciones básicas de aritmética proporciona la base para el subsiguiente desarrollo de una serie de procesos internos sumamente complejos en el pensamiento del niño...Nuestra hipótesis establece la unidad, no la identidad, de los procesos de desarrollo interno. Ello presupone que los unos se convierten en los otros. Por este motivo, el mostrar cómo se internalizan el conocimiento externo y las aptitudes de los niños se convierte en un punto primordial de la investigación psicológica".

La Mediación Social.

La mediación instrumental converge en otro proceso de mediación que la hace posible y sin ella el hombre no habría desarrollado la representación externa con instrumentos. Lev Vygotsky distingue entre mediación instrumental y mediación social. Sería precisamente la mediación interpersonal, entre dos o más personas que cooperan en una actividad conjunta o colectiva, lo que construye el proceso de mediación que el sujeto pasa a emplear más tarde como actividad individual.

Este proceso de mediación social es el que define el autor ruso en su ley de la doble formación de los procesos psicológicos.

Esta ley de la doble formación explica, extendiéndola a la mediación instrumental que se realiza articuladamente con lo social, tanto en el desarrollo de las funciones psicológicas superiores en la historia o en el devenir de un niño concreto o del niño en una cultura determinada. Lev Vygotsky analiza la actividad conjunta padre-hijo y la interacción entre ambos señalando que el adulto impone al niño el proceso de comunicación y representación aprovechando las acciones naturales de éste; de esa manera, convierte su movimiento para alcanzar un objeto inalcanzable o difícilmente alcanzable en un gesto para señalar, en la medida en que el niño advierte que siempre que hace tal movimiento el adulto le alcanza el objeto. Por eso, comenta Lev Vygotsky, el camino de la cosa al niño y de ésta a aquélla, pasa a través de otra persona, el camino a través de otra persona es la vía central del desarrollo de la inteligencia práctica. Puede apreciarse indirectamente así la estrecha articulación entre ambos tipos de mediación, instrumental y social. Se puede decir sin riesgo de mal interpretar a Lev Vygotsky que esa frase se podría completar con su simétrica: el camino del niño a otra persona pasa a través del objeto. Efectivamente, el adulto utiliza los objetos reales para establecer una acción conjunta y, de este modo, una comunicación con el niño, de modo que la comunicación inicial del niño con el adulto se construirá con objetos reales o con imágenes y sonidos físicos claros, con entidades físicas que se asocian a las primeras, esto es a los instrumentos psicológicos.

Este proceso de mediación gestionado por el adulto u otras personas permite que el niño disfrute de una conciencia impropia, de una memoria, una atención, unas categorías, una inteligencia, prestadas por el adulto que suplementan y conforman paulatinamente su visión del mundo y construyen poco a poco su mente que será así, durante bastante tiempo, una mente social que funciona en el exterior y con

apoyos instrumentales y sociales externos. Solo a medida de que esa mente externa y social va siendo dominada con maestría y se van construyendo correlatos mentales de los operadores externos, esas funciones superiores van interiorizándose y conformando la mente del niño. Emplear conscientemente la mediación social implica dar educativamente importancia no solo al contenido sino también mediadores instrumentales esto es, qué es lo que se enseña y con qué, sino también a los agentes sociales esto es quién enseña en sus peculiaridades.

El proceso de interiorización. Lev niega que la actividad externa e interna del hombre sean idénticas, pero niega igualmente que estén desconectadas. La explicación a esto es que su conexión es genética o evolutiva: es decir, los procesos externos son transformados para crear procesos internos. Los procesos de interiorización no son la transferencia de una actividad externa a un plano de conciencia interno preexistente: es el proceso en el que se forma ese plano de conciencia. Efectivamente, la sustitución del habla en voz alta por el habla interna supone cambios estructurales. De lo ya dicho se desprende con claridad que el proceso de interiorización se mejora y optimiza cuando los procesos de mediación están más escalonados y permiten al niño una educación más precisa a su nivel de actividad posible. Esta graduación del proceso de interiorización de la zona de desarrollo próximo ha sido referido como interiorización por etapas y en él se facilita el paso de la actividad externa a la mental gracias al escalonamiento de la proporción de interiorización, dosificación entre lo interno y lo externo, en los puntos de apoyo de la mediación, define estos escalones en las tareas escolares haciendo hincapié en los cinco aspectos o etapas básicas siguientes: Crear una concepción preliminar de la tarea. Dominar la acción utilizando objetos. Dominar la acción en el plano del habla audible. Transferir la acción al plano mental. Consolidar la acción mental.

Concepción de aprendizaje. Aprendizaje: Partiendo de las ideas constructivistas, el aprendizaje no es un sencillo asunto de transmisión y acumulación de

conocimientos, sino "un proceso activo" por parte del alumno que ensambla, extiende, restaura e interpreta, y por lo tanto "construye" conocimientos partiendo de su experiencia e integrándola con la información que recibe.

Concepción de docente. En este proceso de aprendizaje constructivo, el profesor cede su protagonismo al alumno quien asume el papel fundamental en su propio proceso de formación. Es él mismo quien se convierte en el responsable de su propio aprendizaje, mediante su participación y la colaboración con sus compañeros. Para esto habrá de automatizar nuevas y útiles estructuras intelectuales que le llevarán a desempeñarse con suficiencia no sólo en su entorno social inmediato, sino en su futuro profesional. Es el propio alumno quien habrá de lograr la transferencia de lo teórico hacia ámbitos prácticos, situados en contextos reales. Es éste el nuevo papel del alumno, un rol imprescindible para su propia formación, un protagonismo que es imposible ceder y que le habrá de proporcionar una infinidad de herramientas significativas que habrán de ponerse a prueba en el devenir de su propio y personal futuro.

El aprendizaje se produce más fácilmente en situaciones colectivas que favorecen conductas de imitación. La interacción con los pares, en el contexto de la escuela, facilita el aprendizaje, y ello por las siguientes razones: La necesidad de verificar el pensamiento surge en situaciones de discusión.

La capacidad del niño para controlar su propio comportamiento nace en situaciones de discusión. Importancia de los procesos de "Internalización". Lo que la persona aprende en situaciones colectivas debe ser internalizado. En este sentido cuando la persona es capaz de utilizar un lenguaje interno sus interacciones con el entorno social se enriquecen y se van haciendo cada más compleja.

2.3.-EL ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA DE POLYA DE GUZMÁN Y SCHOENFELD

El proceso de resolución de problemas.

Distinguiendo diversas fases en el proceso de resolución, señalo las siguientes.

Se siente una dificultad: localización de un problema. Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto. Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución. Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas y se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba.

El plan de George Pólya contempla cuatro fases principales para resolver un problema: Comprender el problema, Elaborar un plan, Ejecutar el plan y Hacer la verificación.

Miguel de Guzmán (1994) presenta el siguiente modelo. Familiarízate con el problema, búsqueda de estrategias, lleva adelante tu estrategia, revisa el proceso y saca consecuencias de él.

La resolución de problemas, según Alan Schoenfeld (1985).

Este investigador se considera continuador de la obra de Pólya, sin embargo sus trabajos están enmarcados en otra corriente psicológica, la del procesamiento de la información. Sus investigaciones se han centrado en la observación de la conducta de expertos y novicios resolviendo problemas. Su trabajo juega un papel importante en la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas y se fundamenta en las siguientes ideas: En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de esta ciencia. Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y consecuentemente para proponer actividades que

puedan ayudarlos es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en este proceso influyen los siguientes factores: El dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema; tales como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio. *Estrategias cognoscitivas*, que incluyen métodos heurísticos; por ejemplo, descomponer el problema en casos simples, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema. *Estrategias metacognitivas* que se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y Estrategias; es decir, acciones tales como planear, evaluar y decidir. El sistema *de creencias*, que se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras. Como dice Luis Roberto Dante, “enseñar a resolver problemas es más difícil que enseñar conceptos, habilidades o algoritmos matemáticos. No es un mecanismo directo de enseñanza, pero sí una variedad de procesos de pensamiento que necesitan ser cuidadosamente desarrollados por el estudiante con el apoyo e incentivo del docente.

CAPITULO III

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE LOS INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Para realizar el (DxR): Diagnóstico de la realidad, estuvo determinada por todos los estudiantes de 3º grado de educación secundaria de la institución educativa “Luis Antonio Paredes Maceda”, del caserío El Lanche Distrito de Sondorillo-Huancabamba 2013. Aplicando para tal efecto una encuesta y corroborar sus respuestas se hizo una guía de observación. Este DxR, en esencia, es el punto central en que se aplica el estudio, definiéndose sus características luego del análisis; para determinar el problema de manera cuantitativa y cualitativa se inicia con el estudio de los instrumentos.

MOMENTO INICIAL

Luego de realizar el diagnostico de la realidad (DxR) de forma cuantitativa, se analiza e interpreta de forma cualitativa los resultados de la encuesta aplicados a los estudiantes del 3º grado de la institución educativa Luis Antonio Paredes Maceda de el caserío. El Lanche, que está basado en proceso de enseñanza aprendizaje de acuerdo a la teoría de Vigotsky y Piaget y el enfoque constructivista de Pólya entre otros que establece momentos, formas pasos y procedimientos del cómo resolver problemas matemáticos en los que cada estudiante debe aplicar y tener en cuenta. El análisis realizado es para conocer y determinar el nivel de rendimiento resolutivo de los problemas de las tecnologías de la información y la comunicación de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje, de la IE en mención del Distrito de Sondorillo – Provincia Huancabamba

CUADRO Nº 01.

“Manipula en reiteradas oportunidades los objetos y elementos del aula.”

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACION

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	3	12%	22	88%	100%	2	8%	23	92%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. “L.A.P.M.” 01/10/13/.

Fuente: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo tres estudiantes que representan el 12%, Manipulan en reiteradas oportunidades los objetos y elementos del aula, frente a veintidós estudiantes que representa un 88% que no lo hace.

En el momento de la observación dos estudiantes que viene hacer el 8% Manipulan en reiteradas oportunidades los objetos y elementos del aula, frente a veintitrés estudiantes que representan el 92% que no realizan esta actividad.

CUADRO Nº 02

“Asimila y se siente cómodo con los elementos que se le presentan para trabajar”

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACIÓN

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	10	40%	15	60%	100%	5	20%	20	80%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. “L.A.P.M.”01/10/13/.

Fuente: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo diez estudiantes que representan el 40%, Asimilan y se sienten cómodos con los elementos que se les presenta para trabajar, frente a quince estudiantes que representa un 60% que no lo hace.

En el momento de la observación cinco estudiantes que viene hacer el 20%, Asimilan y se sienten cómodos con los elementos que se les presenta para trabajar, frente a veinte estudiantes que representan el 80% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado.

CUADRO Nº 03

“Conoce y Nombra el nombre, propiedades, características y comportamiento de los objetos del aula.”

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACIÓN

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	8	32%	17	68%	100%	5	20%	20	80%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. “L.A.P.M.” 01/10/13/.

Fuente: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo ocho estudiantes que representan el 32%, Conocen y Nombran el nombre, propiedades, características y comportamiento de los objetos del aula, frente a diecisiete estudiantes que representan el 68% que no lo hace.

En el momento de la observación cinco estudiantes que viene hacer el 20%, Conoce y Nombra el nombre, propiedades, características y comportamiento de los objetos del aula, frente a veinte estudiantes que representan el 80% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado.

CUADRO Nº 4

“Diferencia el nombre, propiedades, características y comportamiento de los objetos del aula”

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACIÓN.

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	7	28%	18	72%	100%	7	28%	18	72%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE.”L.A.P.M.” 01/10/13/.

FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria I IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo siete estudiantes que representan el 28%, Diferencian el nombre, propiedades, características y comportamiento de los objetos del aula, frente a dieciocho estudiantes que representa un 72% que no lo hace.

En el momento de la observación siete estudiantes que viene hacer el 28%, Diferencian el nombre, propiedades, características y comportamiento de los objetos del aula, frente a dieciocho estudiantes que representan el 72% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado

CUADRO Nº 5

“Plantea problemas con los objetos utilizando las propiedades, características y comportamiento de los mismos“

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACIÓN.

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	5	20%	20	80%	100%	2	8%	23	92%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. “L.A.P.M.” 01/10/13/.

FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo cinco estudiantes que representan el 20%, Plantea problemas con los objetos utilizando las propiedades, características y comportamiento de los mismos, frente a veinte estudiantes que representa un 80% que no lo hace.

En el momento de la observación dos estudiantes que viene hacer el 8%, Plantea problemas con los objetos utilizando las propiedades, características y comportamiento de los mismos, frente a veintitrés estudiantes que representan el 92% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado

CUADRO Nº 6

“Resuelve aplicando el planteamiento de los problemas de la vida cotidiana con los objetos utilizando las propiedades, características y comportamiento de los mismos “

INICIO: ENCUESTA**GUIA DE OBSERVACION**

Nº De docentes	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	6	24%	19	76%	100%	5	20%	20	80%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. N° 14460 01/10/13/.

FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo seis estudiantes que representan el 24%, Resuelve aplicando el planteamiento de los problemas de la vida cotidiana con los objetos utilizando las propiedades, características y comportamiento de los mismos, frente a diecinueve estudiantes que representa un 76% que no lo hace.

En el momento de la observación cinco estudiantes que viene hacer el 20%, Resuelve aplicando el planteamiento de los problemas de la vida cotidiana con los objetos utilizando las propiedades, características y comportamiento de los mismos, frente a veinte estudiantes que representan el 80% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado

CUADRO Nº 7

“Formula y define la dificultad, delimita el problema en la mente “

INICIO: ENCUESTA**GUIA DE OBSERVACION**

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	6	24%	19	76%	100%	4	16%	21	84%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. "L.A.P.M." 01/10/13/.

FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo seis estudiantes que representan el 24%, Formula y define la dificultad, delimita el problema en la mente, frente a diecinueve estudiantes que representa un 76% que no lo hace.

En el momento de la observación cuatro estudiantes que viene hacer el 16%, Formula y define la dificultad, delimita el problema en la mente, frente a veintiún estudiantes que representan el 84% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado.

CUADRO Nº 8

“Sugiere posibles soluciones tentativas de solución y obtienen consecuencias.”

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACION

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	5	20%	20	80%	100%	5	20%	20	80%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE “L.A.P.M.” 01/10/13/.

FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo cinco estudiantes que representan el 20%, Sugiere posibles soluciones tentativas de solución y obtienen consecuencias, frente a veinte estudiantes que representa un 80% que no lo hace.

En el momento de la observación cinco estudiantes que viene hacer el 20%, Sugiere posibles soluciones tentativas de solución y obtienen consecuencias frente a veinte estudiantes que representan el 80% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado.

CUADRO Nº 9

“Comprende el problema, elabora un plan, ejecuta el plan y hace la verificación.”

INICIO: ENCUESTA

GUIA DE OBSERVACIÓN

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	5	20%	20	80%	100%	5	20%	20	80%	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE. “L.A.P.M.” 01/10/13/.

FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo cinco estudiantes que representan el 20%, Comprende el problema, elabora un plan, ejecuta el plan y hace la verificación, frente a veinte estudiantes que representa un 80% que no lo hace.

En el momento de la observación cinco estudiantes que viene hacer el 20%, Comprende el problema, elabora un plan, ejecuta el plan y hace la verificación, frente a veinte estudiantes que representan el 80% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado

CUADRO Nº 10

“Resuelve el problema aplicando estrategias, lo interpreta y lo transforma implícitamente”

INICIO: ENCUESTA**GUIA DE OBSERVACION**

Nº De Alumnos	SI	%	NO	%	TOTAL	SI	%	NO	%	TOTAL
25	4	16%	21	84%	100%	4	16 %	21	84. %	100%

FUENTE: ENCUESTA LA IE."L.A.P.M." 01/10/13/.

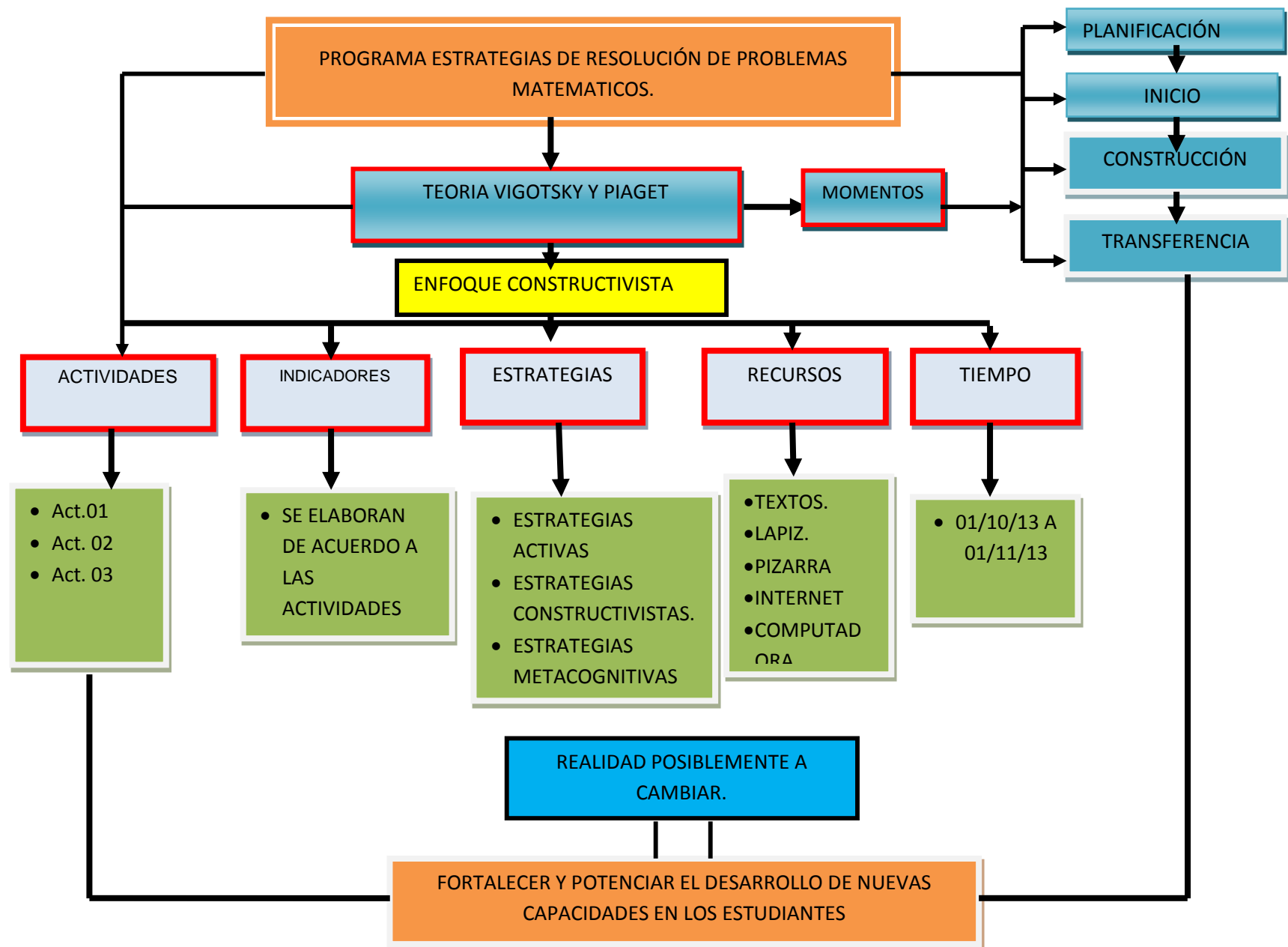
FUENTE: 15, 16/10/13

Se puede observar que de los veinticinco estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Luis Antonio Paredes Maceda; solo cuatro estudiantes que representan el 16%, Resuelve el problema aplicando estrategias, lo interpreta y lo transforma implícitamente, frente a veintiún estudiantes que representa un 84% que no lo hace.

En el momento de la observación cuatro estudiantes que viene hacer el 16%, Resuelve el problema aplicando estrategias, lo interpreta y lo transforma implícitamente, frente a veintiún estudiantes que representan el 84% que no realizan esta actividad. Esto significa que la propuesta resulta deficiente para resolver el problema focalizado.

**PROPUESTA TEÓRICA:
DE TIPO SOCRÁTICA PROPOSITIVA**

ESTRUCTURA DE LA PROPUESTA



TITULO DE LA PROPUESTA

PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS DE RAZONAMIENTO MATEMATICO PARA MEJORAR EL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMATICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 3º GRADO DE EDUCACION SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LUIS ANTONIO PAREDES MACEDA”, DISTRITO DE SONDORILLO-HUANCABAMBA 2013.

PRESENTACIÓN.

La presente investigación pretende ser un instrumento de apoyo para los estudiantes de la IE Luis Antonio Paredes Maceda del caserío El lanche denominada “Programa de estrategias Didácticas de Razonamiento Matemático para mejorar el desarrollo de habilidades matemáticas”, debe ser oportunidad significativa para generar, propiciar y desarrollar nuevas capacidades y habilidades de aprendizaje, en los estudiantes,. Como docente es un honor hacer un trabajo como este, por la razón que se mejorará y desarrollan nuevas estrategias, para ponerlas en práctica con los estudiantes. Herramienta que integran de manera consistente, ágil y completan los diversos aspectos de procedimiento metodológicos, en el proceso docente educativo.

En este sentido, el programa tiene un conjunto de actividades debidamente organizadas con sus respectivas estrategias donde describe el cómo se realizan el cuándo, el donde y a quienes se piensa posiblemente cambiar la realidad. Sus apartados están claramente diferenciados, ordenadas, y planificadas que tipifican la magnitud de la posible solución al problema sucintado referente a la deficiencia de resolución de problemas matemáticos. El Programa didáctico, brinda pautas y orienta al docente, a poner en práctica el cómo se deben hacer uso de las estrategias para la resolución de problemas en el proceso docente educativo. El

punto central es sensibilizar y comprometer a la plana docente de la institución, para que pongan sus buenos oficios en practicar la propuesta, como también potenciar y desarrollar nuevas capacidades y habilidades para el ejercicio del proceso educativo en los estudiantes. Espero que este documento sea de utilidad para la institución, que sirva como instrumento de iniciativa a la gestión educacional de la Institución. Agradeceré sus sugerencias y aportes de los usuarios del programa didáctico docente en el uso y manejo adecuado de las TIC.

A.- FUNDAMENTACIÓN

FILOSÓFICA

El presente trabajo de investigación se sustenta en la teoría de de Piaget y Vigotsky y el enfoque constructivista busca ayudar a los estudiantes a mejora, internalizar, reacomodar, o transformar el proceso docente con el uso adecuado de las estrategias de resolución de problemas como una nueva alternativa para enseñar y aprender. Esta transformación ocurre a través de la creación de nuevos aprendizajes y esto resulta del surgimiento de nuevas estructuras cognitivas en nuestra práctica docente, que permita enfrentarse a situaciones iguales o parecidas en la realidad. Así el constructivismo percibe el aprendizaje como actividad personal enmarcada en contextos funcionales, significativos y auténticos.

PSICOLÓGICA

La teoría de Piaget y Vigotsky y el enfoque constructivista se basa en generar aprendizajes significativos en los estudiantes a través de herramientas psicológicas, es decir; que la introducción de las estrategias en el PEA sirva como instrumentos auxiliares para incrementar la eficacia y la eficiencia en la práctica docente, por lo tanto; además; el enfoque constructivista, parte de una tesis central “el desarrollo cognitivo y el aprendizaje del saber haciendo a través de la

referencia al contexto social, histórico y cultural estilos, ritmos y el respeto por la inteligencias múltiples de cada aprendiz en el que ocurre”. La teoría del aprendizaje sociocultural propone el aprendizaje a partir del contexto fortaleciendo la zona de desarrollo próximo propone los siguientes postulados:

PEDAGÓGICA

Desde la perspectiva de las teorías citadas y el enfoque constructivista, aprender una materia supone reconstruir el conocimiento de la experiencia, resultado de la interacción con el medio o contexto. Desde la perspectiva constructivista, la enseñanza de las ciencias naturales y de las ciencias sociales que da como resultado el aprendizaje significativo es más conveniente que sea una consecuencia de la interacción y del conocimiento compartido entre el profesorado y el alumnado; es más adecuada una metodología no centrada en el profesor como en las clases magistrales, ni una metodología centrada en el alumno como en las escuelas activas, sino que profesorado y alumnado aprenden en interacción con el medio y con el conjunto de recursos disponibles para construir aprendizajes duraderos, significativos y autónomos. El objetivo del trinomio de la interacción profesor alumnos y recursos tecnológicos es, construir conocimientos y significados sobre una materia específica.

Desde el enfoque constructivista meta-cognitivo, se refiere a la información procesual y declarativa llamada desde de la memoria, guía la actividad cognitiva. El conocimiento meta-cognitivo está conformado por creencias y conocimientos previos adquiridos a través de diferentes experiencias vitales que se han almacenado en la memoria a largo plazo. Este modelo describí los componentes del pensamiento y el comportamiento Meta-cognitivos del individuo. El modelo incluye acciones e interacciones entre cuatro componentes: conocimiento meta-cognitivo, experiencia meta-cognitiva, tipo de tarea y estrategias. El conocimiento meta-cognitivo involucra los conocimientos o creencias de los individuos sobre los factores que afectan el desarrollo y los resultados de sus actividades cognitivas.

MODELO CURRICULAR POR COMPETENCIAS.

La pretensión de la propuesta curricular está enfocada a un currículo por competencias; es decir, todo curriculum tiene objetivos que ostenta un carácter cognoscitivo para todos los discentes en educación de todos los niveles, donde se tiene que brindar conocimientos relativos al mundo y los vinculados al trabajo y sobre ello, o con ello. Fomentar su espíritu inquisitivo y la formación de su intelecto en su dimensión razonadora. Pero el conocer no es una competencia, es una capacidad interna que debemos actualizar e incentivar a los estudiantes. Eso a desarrollar su capacidad intelectual; es decir, que a los estudiantes no debemos de llenarlos de conocimiento, pero inútiles para la vida y para el trabajo. Esto significa que deben haber logrado un mínimo de competencias factuales, comunicacionales y sociales.

OBJETIVO GENERAL.

Diseñar el programa didáctico Pprograma de estrategias Didácticas de razonamiento matemático para mejorar el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes del 3º grado de secundaria, de la institución Educativa Luis Antonio Paredes Maceda del Caserio de El Lanche, distrito Sondorillo de la Provincia Huancabamba. Piura.

OBJETIVOS:

- Planificar estrategias de elaboración, ejecución, metacognitivas, cognitivas, evaluación, control, para la resolución de problemas matemáticos.
- Diseñar estrategias de elaboración, ejecución, metacognitivas, cognitivas, evaluación, control, para el trabajo docente educativo en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos.

- Elaborar sesiones utilizando las estrategias de los teóricos y el enfoque constructivista, para mejorar y potenciar las capacidades y habilidades resolutorias..
- Proponer el paquete de estrategias de resolución de problemas matemáticos, articulando los conocimientos en cada uno de los constructos curriculares.
- Evaluar el impacto del programa de estrategias didácticas sobre la resolución de problemas matemáticos.

DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

FORTALECER Y DESARROLLAR CAPACIDADES Y COMPETENCIAS TIC.

COMPETENCIAS.	CAPACIDADES TIC EN EL PEA
Diseña estrategias de resolución de problemas matemáticos en todas las fases del proceso de enseñanza aprendizaje, que sean pertinentes al contexto escolar, desarrollando el uso crítico y reflexivo	<ul style="list-style-type: none"> • Disponibilidad de las estrategias de resolución a los estudiantes. • Fortalecer y potenciar el desarrollo de capacidades a los estudiantes con el uso de estrategias resolutorias. • Articular y contextualizar la presencia de las estrategias de resolución de problemas PEA. • Describir las estrategias de resolución para la comprensión matemática.

V. I	ACTIVIDADES	INDICADORES	ESTRATEGIAS	RECURSOS	T
PROGRAMA DE ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	Selección de medios y recursos	<ul style="list-style-type: none"> Organizar los medios y recursos para la planificación. 	<ul style="list-style-type: none"> Estrategias activas Estrategias cognitivas y metacognitivas 	Textos, hojas de información	01/10/2013
	Descripción de las estrategias para la resolución de problemas matemáticos.	<ul style="list-style-type: none"> Se describen las estrategias teniendo en cuenta las teorías y el enfoque constructivista Se seleccionan las estrategias y los conocimientos 	<ul style="list-style-type: none"> Revisión de de textos Selección de estrategias resolutivas Redacción 	Papel, lapiceros, pizarra, cuadernos y equipo de compuo	22,08/15/10/2013
	Articular las estrategias en el PEA	<ul style="list-style-type: none"> Elaboración de sesiones de aprendizaje teniendo en cuenta los constructos curriculares 	<ul style="list-style-type: none"> Observación de los instrumentos de gestión y propuesta 	Papel, lapiceros, pizarra, cuadernos, equipo de computo PEI.PCC, otros.	22/10/2013
	Evaluación de actividades	<ul style="list-style-type: none"> Se realizara una prueba de salida para conocer el impacto de la propuesta. 	<ul style="list-style-type: none"> Se solicitara a la Dirección su autorización 	Prueba impresa, lápices, borradores.	

DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES.

A.- ACTIVIDAD 01: SELECCIÓN DE MEDIOS Y RECURSOS.

Para la ejecución de esta actividad se procederá a realizar las siguientes acciones:

- Gerenciar los instrumentos de gestión Institucional, materiales, equipo de computo, internet, textos escolares y bibliografía.
- Selección del conjunto de estrategias de resolución de problemas, teniendo en cuenta las teorías citadas y el enfoque constructivista.
- Redactar y plasmar en un lugar visible o en el equipo de computo para su disponibilidad y trabajar.
- Asegurarse que las estrategias respondan a las necesidades de los estudiantes y se encuentren articuladas al contexto.

B.- ACTIVIDAD 02-03: DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.

La presente actividad tiene como propósito articular, contextualizar y adaptar las estrategias para mejorar y desarrollar las competencias, capacidades así como facilitar el aprendizaje de los conocimientos programados en la propuesta curricular del Centro para ello de manera sucinta describiré parte de estas.

- Expresar relaciones matemáticas utilizando la terminología y notación apropiada.
- Justificar los distintos pasos de los procedimientos.
- Utiliza algoritmos para resolver lo que se le pide.
- Comunicar su trabajo adecuadamente.
- Evalúese según los criterios establecidos. Anote los resultados

El autor propone un conjunto de categorías que corresponden con diferentes tipos de estrategias: CATEGORÍAS	TIPOS DE ESTRATEGIAS
<p>ESTRATEGIAS COGNITIVAS Integrar lo nuevo con el conocimiento previo.</p> <p>PROCESO: atención, selección, comprensión, elaboración, recuperación, aplicación</p>	<p><u>Estrategias de procesamiento superficial</u> De repetición memorísticas mnemotecnia.</p> <p><u>Estrategias de procesamiento profundo</u> * De selección * De organización * De elaboración</p>
<p>METACOGNICIÓN: la planificación, supervisión y evaluación. Control del conocimiento.</p>	<p>* Con la persona * Con la tarea * Con la estrategia</p>
<p>ESTRATEGIAS DE APOYO: mecanismos o procedimientos que Facilitan el estudio. Sensibilizar hacia el aprendizaje. Optimizar las tareas de estudio y aprendizaje.</p>	<p>* Afectivas * Motivacionales * Actitudinales</p>

METODOLOGÍA DE TRABAJO.

- ✓ Las sesiones se elaboran teniendo en cuenta una matriz que servirá como guía didáctica.
- ✓ Se articulan todos los conocimientos, estrategias, temas transversales contextualizados.
- ✓ Se respeta los momentos y los constructos curriculares.
- ✓ Se elaboran y seleccionan los materiales y recursos didácticos
- ✓ Se presenta la primera sesión como una demostración.

C.- ACTIVIDAD 03: EVALUACIÓN DE ACTIVIDADES

La evaluación se realizará con la única finalidad de conocer el impacto de la aplicación de dichas estrategias de resolución de problemas en el Proceso Docente Educativo. El modelo de evaluación consiste en evaluar tanto el aprendizaje de los estudiantes como la parte actitudinal frente al nuevo modelo. Se elabora dos tipos de exámenes.

CONCLUSIONES

El Programa Didáctico de estrategias de resolución de problemas matemáticos demuestra ser un cambio importante en el proceso de enseñanza por parte de los docentes y la generación de aprendizajes significativos en los estudiantes.

La incorporación de las nuevas estrategias de resolución de problemas matemáticos demuestra ser una contribución muy importante que va directamente a mejorar la calidad de los aprendizajes en los estudiantes.

La implementación de las estrategias de resolución de problemas matemáticos. Demuestra ser contundente usarlas en el proceso de enseñanza aprendizaje, por que los docentes demuestran y presentan nuevas formas de aprender en sus estudiantes, generando aprendizajes significativos y duraderos en los estudiantes.

Los resultados más significativos el 92%, que demuestran que los estudiantes no manipulan elementos no objetos para aprender matemáticas, un 80% no asimila ni se siente cómodo con los elementos y objetos del aula para aprender a resolver problemas matemáticos, un 80% no nombra las propiedades ni el comportamiento, un 72% no diferencia un 92%no plantea el problema, un 80% no resuelve aplicando un plan,, un 84% no formula ni define las dificultades, un 80% no sugiere posibles soluciones, un 80% no comprende el problema cuando lee y un 84% no resuelve problemas aplicando estrategias.

RECOMENDACIONES

El presente trabajo de investigación lo considero importante porque constituye en primer lugar, una contribución para el fortalecimiento, y desarrollo de las capacidades y habilidades en la resolución de problemas matemáticos, en los estudiantes; por lo que recomiendo poner en práctica el programa didáctico de estrategias metodológicas sobre la resolución de problemas consideradas por dichos teóricos como las herramientas psicológicas o también llamadas puentes de aprendizaje el proceso de enseñanza aprendizaje. En segundo lugar, porque constituye una contribución ante el álgido problema de la falta de estrategias de aprendizaje en los docentes, esto será el aporte fundamental para lograr aprendizajes significativos en los estudiantes y en tercer lugar porque se propone la forma de cómo se debe hacer para aprender las matemáticas para ser tratados en todo proceso. Finalmente quiero recomendar que este programa se deba trabajar en todas las instituciones del distrito y provincia.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ❖ Aebli, H. (1958). Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Buenos Aires: Editorial
- ❖ ATTENTION-DEFICIT DISORDER HIPERACTIVITY DISORDER AND NORMAL BOYS. JOURNAL OF ABNORMAL CHILD
- ❖ (AUSUBEL, PIAGET, VIGOTSKY, Anderson, Merrill, Reguelut 1990 constructivismo y Psicoterapia Edición I pág. 445).
- ❖ BERK, L. E. (1994a). Why children talk to themselves. American Scientist, November, 78-83.
- ❖ BERK, L. E. (1994b). Vygotsky's views: The value of make believe play. Young Children, November, 1-
- ❖ BERK, L. E. & Landau, S. (1993). Private speech of learning disabled and normally achieving children.
- ❖ BRUNING, R. H., SCHRAW, G. J. & Ronning, R. R. (1995). (2nd. ed.). Cognitive psychology and
- ❖ BRONCKART, J.P (1996): "Units of analysis in psychology and their interpretations: Social interactionism or logical interactionism?", en . Vonèche and a. Tryphon compls.), Piaget-Vigotsky, The social genesis of Thought. East Sussex, UK, Psychology Press.
- ❖ BRUNER, J (1986): Actual Minds, possibles worlds, Cambridge MA: Havard Unversity Press.
- ❖ BRUNER,J (1997): "Celebrating divergence: Piaget- Vigotsky", Human Development,40;63-73.
- ❖ BRUNER, J (1999): "Introducción" a (G.Blanck comp.) Lev. Vigotsky: El Desarrollo Cultural del Niño y Otros Textos Ineditos, Buenos Aires. Ed. Almagesto.
- ❖ CASTORINA,J.A (1995): "El debate Piaget-Vigotsky: la búsqueda de un criterio para su evaluación",en Piaget-Vigotsky, contribuciones para replantear el debate, Bs.As. Paidós (hay versión portuguesa, Editorial Atica,

1997)

- ❖ CASTORINA, J.A (2000): “La construcción del conocimiento social. Una perspectiva epistemológica”, en (J.A. Castorina comp.) Desarrollos y Problemas en Psicología Genética. Buenos Aires. EUDEBA.
- ❖ CHILD DEVELOPMENT, 64, 556-571.
- ❖ DILTHEY, W (1977): Descriptive Psychology and historical understanding. The Hague: Nijhoff (Originally published 1911).
- ❖ GADAMER, H (1975): Truth and Method. London. Sheed & Ward.
- ❖ GARCIA, R (2000): El Conocimiento en Construcción. Barcelona. Gedisa.
- ❖ GIL ANTÓN, M (1997): Conocimiento Científico y Acción Social. Barcelona. Gedisa.
- ❖ HABERMAS, J (1972). Knowledge and human interest. London. Heinemann.
- ❖ HOLT, RINEHART AND WINSTON. INSTRUCTION. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- ❖ INSTRUCTION. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall
- ❖ KAPLUSZ.
- ❖ NAGEL, E (1961): The Structure of Science. Problems in the logic of scientific explanation. New York. Harcourt Brace & World.
- ❖ OUTHWAITE, W (1987): New Philosophies of Social Science. London. Mc Millan.
- ❖ OVERTON, W (1998): “Developmental Psychology: Philosophy, Concepts and Methodology”, (en W. Damon and R. Lerner Ed.) Handbook of Child Psychology. New York. John Wiley.
- ❖ PIAGET, J (1972). Epistémologie des sciences de l’homme. Paris. Gallimard.
- ❖ PIAGET, J; García (1989): Hacia una lógica de las significaciones. Barcelona. Gedisa.
- ❖ VIGOTSKY, L. (2000). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona:

- ❖ VIGOTSKY, L. (1978). Mind in society: the development of higher psychological process. Cambridge, MA: Harvard University
- ❖ VIGOTSKY, L. (1993): "El significado histórico de la crisis en psicología. Una investigación metodológica". Obras Escogidas, T. I. Madrid. Visor.
- ❖ VIGOTSKY, L. (1995): "Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores", en Obras Escogidas, T. III, Madrid. Visor.
- ❖ VIGOTSKY, L. (2000). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona
- ❖ VIGOTSKY, L. (2000). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona:
- ❖ VIGOTSKY, L. (1978). Mind in society: the development of higher psychological process. Cambridge, MA: Harvard University.

DIRECCIONES WEB.

<http://www.ideasapiens.com/>

<http://www.sedl.org/scimath/compass/v01n03/welcome.html>

http://carbon.cudenver.edu/~mryder/itc_data/constructivism.html

<http://www.coe.uh.edu/~ichen/ebook/ET-IT/constr.htm>

http://www.tochtli.fisica.uson.mx/educacion/la_psicología_de_aprendizaje_de_l.htm

<http://www.sedl.org/scimath/compass/v01n03/welcome.html>

http://carbon.cudenver.edu/~mryder/itc_data/constructivism.html

<http://www.coe.uh.edu/~ichen/ebook/ET-IT/constr.htm>

ANEXOS

ANEXO: 01

MODELO DE ENCUESTA

N°	ITEN SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMATICOS	FRECUENCIAS				
		SI	%	NO	%	TOTAL
	INICIO					
	CONSTRUCCIÓN	SI	%	NO	%	TOTAL
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

FUENTE: 15, 16/10/13

**PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS DE RAZONAMIENTO
MATEMATICO PARA MEJORAR EL DESARROLLO DE HABILIDADES
MATEMATICAS EN LOS ESTUDIANTES DE 3º GRADO DE EDUCACION
SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LUIS ANTONIO PAREDES
MACEDA ”, DISTRITO DE SONDORILLO-HUANCABAMBA 2013.**

.....
VICTOR MANUEL RIOS ELERA
AUTOR

.....
MARINO ENEQUE GONZALES
ASESOR

**PRESENTADA A LA ESCUELA DE POSTGRADO DE LA UNIVERSIDAD
NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO. PARA OPTAR EL GRADO DE: MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INVESTIGACIÓN Y
DOCENCIA.**

APROBADO POR:

Dr. JOSÉ GÓMEZ CUMPA
PRESIDENTE DEL JURADO

Dra. JULIA LIZA GONZALES
SECRETARIO DEL JURADO

Dr. JUAN AGUINAGA MORENO
VOCAL DEL JURADO.