UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE CIENCIAS HISTORICO SOCIALES Y EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

PROGRAMA DE MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DISEÑO DE ESTRATEGIAS BASADAS EN EL ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA PARA MEJORAR LA CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LOS ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ ANDRÉS RÁZURI - NUEVO CHATO CHICO - CURAMORI - PIURA, 2011

Tesis presentada para obtener el Grado Académico de Maestro en Ciencias de la Educación con Mención en Investigación y Docencia.

Autora: Alejandra Isabel Palomino Domínguez.

Asesor: M. Sc. Evert Fernandez Vásquez

Lambayeque, 2014

DISEÑO DE ESTRATEGIAS BASADAS EN EL ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA PARA MEJORAR LA CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LOS ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ ANDRÉS RÁZURI - NUEVO CHATO CHICO - CURAMORI - PIURA, 2011

Presentado por para obtener el grado académico de: maestra en ciencias de la educación con mención en Investigación y Docencia

-- --

Lic. Alejandra Isabel Palomino Domínguez. M. Sc. Evert Fernandez Vázquez

AUTORA ASESOR

APROBADA POR:

Dr. JOSE GOMEZ CUMPA

PRESIDENTE

Dr. YVONNE SEBASTIANI ELIAS

SECRETARIA

Dr. MARINO ENEQUE GONZALES
VOCAL

LAMBAYEQUE - PERU

DEDICATORIA

A Sergio Daniel y Dariana Sofía, pequeños seres que con su amor, afecto e inocencia hacen más fácil este Caminar.

A mis Padres, que con su esfuerzo, sacrificio y fortaleza, me hicieron creer desde pequeño que se pueden lograr muchas cosas a pesar de las limitaciones.

Y a alguien muy espacial que de manera anónima estuvo a mi lado apoyándome en todo momento.

AGRADECIMIENTO

Un agradecimiento muy especial a familia, las y los profesores de la Universidad, mis amigos y amigas de trabajo, las y los docentes colaboradores de este trabajo y finalmente la asesora de Tesis.

Cuando en la vida se encuentra uno con personas que no importa los problemas personales y profesionales que tengan, te dicen “en qué te puedo ayudar” y “cuenta conmigo”, no tiene valor. Uno se siente privilegiado de contar con ellos.

RESUMEN

Este trabajo es una Propuesta Metodológica en el Enfoque Constructivista, pretende brindar herramientas metodológicas al docente en el Nivel secundario, específicamente en el Área de Matemática, debido al limitado desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático, y ello se ve reflejado en la poca habilidad de resolver ejercicios y situaciones problemáticas. En este sentido la propuesta ha sido elaborada en base a la información del contexto mundial, nacional, regional y local, fortalecida por trabajos de investigación, realizados en otras realidades, y sobre los aportes propios de los docentes, experiencias tales, recogidas durante todo el proceso del trabajo de investigación. Para tal efecto, se hizo el diagnóstico en el que se aplicaron dos instrumentos de recolección de información, consistente en una guía de observación a docentes y alumnos, una encuesta a docentes y alumnos. Considerando los resultados obtenidos se realizó una propuesta metodológica la cual consistió en la elaboración de un Módulo autoinstructivo para el primer grado de educación secundaria basado en las teorías cognitivas y de la experiencia, y dentro de sus temas teóricos tenemos razonamiento lógico, conteo de figuras, operadores matemáticos, sucesiones y arreglos y planteo de ecuaciones; los cuales ayudaron a mejorar la capacidad de razonamiento matemático en los alumnos.

PALABRAS CLAVE: razonamiento matemático, constructivismo, resolución, problemas

ABSTRACT

This work is a methodological proposal in Constructivist Approach, aims to provide methodological tools to teachers at the secondary level, specifically in the area of mathematics, due to limited capacity development of mathematical reasoning, and this is reflected in the inability of solving exercises and problem situations. In this sense, the proposal has been prepared based on information global, national, regional and local context, strengthened by research, conducted in other realities, and on input from teachers themselves, such experiences, collected throughout the research process . To this end, the diagnosis in which two data collection instruments, consisting of an observation guide for teachers and students, a survey of teachers and students was applied . Considering the results obtained a methodological approach which involved the development of a Self-instructional module for the first grade of secondary education based on cognitive theories and the experiment was performed, and within its theoretical topics have logical reasoning, counting figures, mathematical operators, sequences and arrangements and raise of equations, which helped improve mathematical reasoning ability in students.

KEYWORDS: mathematical reasoning, constructivism, resolution problems

INDICE

INTRODUCCIÓN

En la Actualidad un aspecto muy importante que está perjudicando la enseñanza del Área de Matemática en el Nivel secundario son las estrategias metodológicas, la forma de enseñar del docente y la manera como los estudiantes están aprendiendo; es por ello que la novedad del trabajo radica en el diseño y aplicación de un módulo autoinstructivo trabajado de manera amena y entretenida para los estudiantes.

La presente investigación titulada "Diseño y aplicación de un módulo autoinstructivo basado el enfoque constructivista para mejorar la capacidad de razonamiento matemático en los alumnos de primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "José Andrés Rázuri" - Nuevo Chato Chico - Curamori - Piura, 2011"

Se plantea como Problema el limitado desarrollo de razonamiento matemático en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa "José Andrés Rázuri", generando dificultades en el logro de sus aprendizajes, manifestándose en la poca habilidad de resolver ejercicios y situaciones problemáticas.

Su objetivo es diseñar los fundamentos de estrategias con un enfoque constructivista para mejorar el razonamiento matemático de los alumnos del primer grado de la Institución Educativa "José Andrés Rázuri", superando sus logros de aprendizaje, el Objeto de Estudio es el Proceso Enseñanza Aprendizaje en el Área de Matemática del primer grado de nivel secundario. Su Campo de Acción determinado fue el Módulo autoinstructivo basado en el Enfoque Constructivista.

La Hipótesis comprobada consistió en Si se diseñan estrategias basadas en el enfoque constructivista entonces se dispondrá de herramientas para lograr mejorar el razonamiento matemático de los alumnos de la Institución Educativa “José Andrés Rázuri”.

El aporte teórico del estudio que se brinda es el diseño y fundamentación de la propuesta metodológica, planteándose desde la visión de la Teorías cognitivas y de la experiencia.

El aporte práctico del estudio que ofrece, materia de investigación, radica en sus posibilidades de la elaboración y aplicación de la Propuesta Metodológica.

El trabajo de investigación comprende Tres Capítulos:

En el ***capítulo I***, denominado Análisis del objeto de estudio, se presenta una visión lógica contextual delimitado problema de investigación. Describe el análisis del objeto de estudio de la investigación: El objeto de estudio, la ubicación, como surge el problema, tendencias del objeto de estudio, características del objeto de estudio, la justificación, los objetivos y las limitaciones en el desarrollo de la misma.

En el ***capítulo II***, se presentan los fundamentos teóricos, se abordan los antecedentes de estudio, las teorías científicas que se sustenta la elaboración de la Propuesta Metodológica. Comprende el marco teórico conceptual sobre cada una de las variables materia de investigación así pues: cómo se adquiere el conocimiento científico, La Didáctica, Módulos Autoinstructivo, Habilidades Científicas Básicas; conocimientos que sustentan la operacionalización de cada una de las variables y sus respectivos indicadores. Asimismo abarca las hipótesis de estudio y las variables. También aquí se describe y detalla la metodología.

En el ***capítulo III***, denominado resultados de la investigación, se aborda la Propuesta fundamentada de solución, antecedida de los resultados e la aplicación de nuestros instrumentos

Finalmente se obtienen las conclusiones que permiten visualizar los resultados de la investigación.

La autora

CAPÍTULO I

ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO

En el presente capítulo se abordan las características del problema planteado, así como presentar su estudio histórico tendencial, caracterizándolo en sus diferentes contextos e indicar sus principales tendencias en el proceso Enseñanza Aprendizaje del Área de Matemática en el Nivel secundario, en el ámbito Mundial, Internacional, Nacional, Local e Institucional, relevando los aspectos fundamentales que han determinado las manifestaciones de este problema, a través de una encuesta aplicada a los alumnos las cuales nos permiten describir las características que presenta el objeto de estudio en las Institución Educativa Institución Educativa “José Andrés Rázuri”.

1. Ubicación geográfica

La Región Piura se ubica en la Costa y Sierra (Andes) norte del Perú frontera con Ecuador.

Con una superficie de 35 892,49 Km².

Piura tiene las siguientes Provincias: Ayabaca, Huancabamba, Paita, Sechura, Piura, Sullana, Talara y Morropón.

Piura es una provincia del noroeste del Perú situada en la parte central del departamento de Piura. Limita con las provincias de Paita y de Sullana al noroeste, con las de Ayabaca, Morropón y Lambayeque por el este, y con la de Sechura por el suroeste.

El Distrito de Cura Mori es uno de los nueve distritos que conforman la Provincia de Piura en el Departamento de Piura, bajo la administración del Gobierno regional de Piura. Está situado en la costa norte del Perú, a 25 metros sobre el nivel de mar.

El distrito fue creado mediante Ley No.15434 del 19 de febrero de 1965, en el gobierno de Fernando Belaúnde.

El Caserío Nuevo Chato Chico tiene una población que se dedica a la agricultura y ganadería. Por lo general se siembran algunas frutas, frijoles, legumbres, etc. y en lo que respecta al ganado, lo caprino y ovino sobresale. También existe comercio de algunas aves de corral; otro grupo de la población de dedica al transporte de vehículos menores.

2. La Institución Educativa "José Andrés Rázuri" - Nuevo Chato Chico - Curamori - Piura, 2011"

La presente investigación se realiza en la Institución Educativa La Institución Educativa empezó su funcionamiento a partir del año 1961 contando actualmente con 49 años de vida institucional, contando con los tres niveles cuyo universo poblacional es de 800 alumnos. En el nivel secundario la población estudiantil es de 150 alumnos y con una plana docente de 7 profesores.

En el presente proyecto de investigación participarán 100 alumnos de primer grado de educación secundaria.

Los docentes de esta Institución Educativa utilizan como materiales de apoyo para su labor pedagógica utilizando los libros brindados por el MED u otros como papelotes, plumones y algunas maquetas no siendo suficiente estos materiales para poder enriquecer el aprendizaje de los alumnos y por ende su Razonamiento Matemático.

3. Enfoque histórico del proceso y las tendencias de la actividad matemática

A nivel internacional, estamos viviendo cambios tan acelerados en el desarrollo y economía mundial que nos está llevando a una transformación global de los sistemas de producción y comunicación, donde la ciencia, la tecnología, el desarrollo socio económico y la educación están íntimamente relacionados.

En este contexto el mejoramiento de las condiciones de vida de las sociedades dependen del desarrollo de las competencias de sus ciudadanos.

A nivel nacional, La política educativa vigente para el presente año escolar considera que los educandos de todo el Perú específicamente del nivel secundario, de primero a quinto grado en el área de matemática deben desarrollar conocimientos adecuados a sus realidades educativas, contemplando que los educandos sean personas críticas y creativas con capacidad de aplicar su razonamiento en la toma de decisiones y resolver problemas cotidianos.

En tal sentido, desde el aula se deben propiciar espacios libres para desarrollar y fortalecer las habilidades y capacidades matemáticas, partiendo de la aplicación de materiales y contenidos adecuados y pertinentes a su realidad, el mismo que busca desarrollar la comunicación matemática, el razonamiento y demostración, la resolución de problemas. Por lo consiguiente, luego de hacer un diagnóstico a los educandos del nivel secundario, a los docentes del nivel primario y secundario, se pudo constatar que los alumnos practican poco la matemática, tienen dificultad para expresar lo que saben en forma oral y escrita, se observan temerosos, por lo que sus ritmos de aprendizajes son lentos en el área de matemática y tienen poca capacidad de análisis y razonamiento por lo que sus aprendizajes son pocos significativos y funcionales hasta llegar al tedio y la rutina.

Por otro lado, se observó que los docentes de ambos niveles no elaboran ni aplican materiales educativos matemáticos durante el proceso de enseñanza aprendizaje, los docentes del nivel primario desarrollan conocimientos sencillos y repetitivos a lo largo de todos los años de estudio, lo que hace que los alumnos ingresen al nivel secundario con limitada base científica.

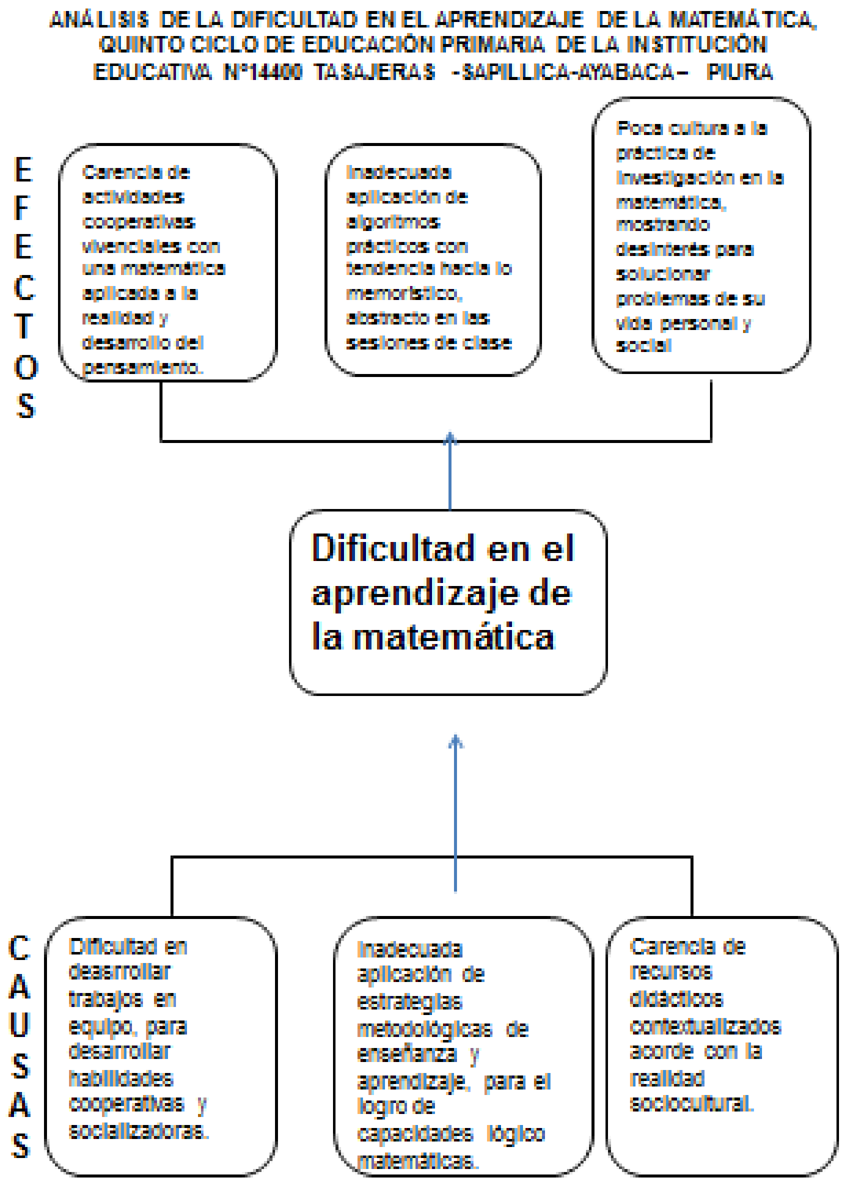
A nivel local, el MED dentro de sus políticas educativas ha dado prioridad a las Áreas de Matemática y Comunicación lo cual se ve plasmado en el Plan de estudios presente en el Diseño Curricular Nacional, dándole 4 horas pedagógicas a cada área. Se evidencia dentro de los propósitos de la EBR (Desarrollo del pensamiento matemático y de la cultura científica y tecnológica para comprender y actuar en el mundo), es indispensable el equilibrio de experiencias de aprendizaje previstas desde las diversas áreas y sobre todo el énfasis que se les está dando a otras áreas para mejorar la comprensión lectora y el razonamiento matemático en los alumnos.

A nivel de la Institución Educativa, el presente trabajo de investigación se ha desarrollado en la Institución Educativa “José Andrés Rázuri” que se encuentra ubicada en el Caserío Nuevo Chato Chico, distrito de Curamori, provincia y departamento de Piura.

La Institución Educativa empezó su funcionamiento a partir del año 1961 contando actualmente con 49 años de vida institucional, contando con los tres niveles cuyo universo poblacional es de 800 alumnos. En el nivel secundario la población estudiantil es de 150 alumnos y con una plana docente de 7 profesores.

Los docentes de esta Institución Educativa utilizan como materiales de apoyo para su labor pedagógica los libros brindados por el Ministerio de Educación y otros como papelotes, plumones y algunas maquetas no siendo suficiente estos materiales para poder enriquecer el aprendizaje de los alumnos y por ende su Razonamiento Matemático.

En el siguiente gráfico swe resume un análisis cualitativo global de la problemática del aprendizaje de matemáticas en la institución educativa:



FUENTE: Observaciones y entrevistas a los docentes y estudiantes.

Yendo a un aspecto cuantitativo, en el Área de Matemática se refleja resultados alarmantes, haciendo un análisis en los últimos dos años, solo el 10.5% de las y los estudiantes presenta resultados favorables, de los cuales solo el 6% resuelve situaciones problemáticas (capacidad de resolución de problemas). En la encuesta realizada a las y los estudiantes, estos manifiestan que algunos factores determinantes sobre estos resultados son: la metodología docente empleada(65%), no poseer una base matemática(20%), la falta de material bibliográfico(10%), y que no haya docentes permanentes(5%) que le permitan mejorar en sus aprendizajes.En la encuesta realizada a las y los docentes manifiestan que: la formación académica en el Área de Matemática no fue de la mejor manera (46%), no hay eventos de Capacitación en Estrategias Metodológicas (24%), no se sienten bien enseñando el Área de Matemática y falta de dominio del Área (23%) y la inseguridad laboral (07%).

El diagnóstico preliminar indica que

1. El Área de Matemática ha ido evolucionando en todo los niveles educativos.

2. Los últimos resultados demuestran un conjunto de deficiencias en el Área de Matemática en las y los docentes de educación básica regular (nivel primario), siendo la metodología docente el punto más frágil y débil del sistema.

3. Otro aspecto relevante es no poseer un sistema educativo pertinente a nuestra realidad y que las Instituciones Educativas no cuentan con un cartel diversificado y las y los docentes desconocen de estrategias metodológicas para la enseñanza de la Matemática en el nivel Primario consecuencia de ello son los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes 2010, reflejan una realidad alarmante en nuestra la Región Piura; pues sólo el 11,9 % de las y los estudiantes alcanzan el Nivel de Logro 2 en resolución de problemas matemáticos; es decir las capacidades y conocimientos mínimos que deben tener los niños y niñas es preocupante.

1. Corrientes en la enseñanza de la Matemática

Veamos las teorías específicamente interesadas por el aprendizaje de las matemáticas.

Presentamos en este punto dos teorías debidas a profesores de matemáticas que surgieron al comienzo de la segunda mitad del siglo XX. Pretendemos dar una visión general de ambas describiendo los principios que se deben aplicar en el aprendizaje y las etapas según Dienes y, los elementos y características principales de los niveles de razonamiento y de las fases de aprendizaje de Van Hiele.

1. ZOLTAN PAUL DIENES: PRINCIPIOS DE APRENDIZAJE, ETAPAS Y MATERIALES MANIPULATIVOS

Zoltan Paul Dienes (1.916-), profesor de matemáticas, perteneció al grupo de matemáticos, psicólogos y pedagogos orientados hacia enfoques conceptuales y significativos del aprendizaje de las matemáticas en la década de los sesenta del siglo XX. Enfoques que tenían en cuenta tanto que los niños fuesen capaces de comprender intuitivamente las estructuras de las matemáticas (no necesariamente las estructuras algebraicas), como las capacidades cognoscitivas de los estudiantes, como la relevancia de los contenidos matemáticos en las tareas de la vida real.

Para Dienes el problema del aprendizaje consiste, esencialmente, en encontrar una adecuación entre lo que exige la estructura de la materia a aprender y la estructura del pensamiento del aprendiz, por tanto, para construir una teoría que explique el proceso del aprendizaje, hay que tener en cuenta ambas estructuras.

En un estudio sobre la formación de conceptos matemáticos en el niño, Dienes (1.959) apunta que el pensamiento constructivo (intuitivo) se desarrolla antes que el pensamiento analítico (lógico), pero que ambos son necesarios en los estudios científicos y matemáticos. Dado su enfoque del aprendizaje de las matemáticas basado en la estructura, como las relaciones y pautas matemáticas no son evidentes, propone que se plasmen estas estructuras en forma de materiales para la enseñanza, que se concreten o que tomen cuerpo características y propiedades tanto cuantitativas como cualitativas, permitiendo aproximaciones «concretas» a cuestiones que tradicionalmente sólo eran tratadas simbólicamente.

Dedicó su carrera al diseño de materiales para la enseñanza de las matemáticas y a llevar a cabo experimentos para clarificar algunos aspectos de la adquisición de los conceptos matemáticos. Lo más característico de su enfoque de la enseñanza de las matemáticas era el empleo de materiales y juegos concretos, en secuencias de aprendizaje estructuradas cuidadosamente. (Resnick y Ford, 1.981)

A él son debidos los Bloques Aritméticos Multibase (BAM), material que se presenta en cajas que contienen de una serie de piezas de madera sin pintar, pero que los últimos años empiezan a ser fabricadas en plástico, que representan las unidades de primer, segundo, tercer y cuarto orden en sistemas de numeración posicionales. Cada caja corresponde a un sistema de base diferente, aunque los más conocidos y usados son los BAM del Sistema de Numeración Decimal (SND), estando compuesta cada una de ellas por:

• Cubos de 1 cm de arista, que representan las unidades simples o de primer orden. Son comunes a todas las cajas.

• Barras, prismas cuadrangulares de 1 cm2 de sección y b cm de longitud, donde b es la base del sistema de numeración, que representan las unidades de segundo orden. Están marcados tantos cubos como indica la base del sistema de numeración. En el SND, como la base es 10, la barra está formada por 10 cubos y representa la decena.

• Placas, prismas cuadrangulares de b2 cm2 de base y 1 cm de altura, donde b es la base del sistema de numeración, que representan las unidades de tercer orden. Están marcados los cubos que las componen. En el SND la placa está formada por 10x10 cubos, es decir, 100 cubos y representa la centena.

• Bloques, cubos de b3 cm3, donde b es la base del sistema de numeración, que representan las unidades de cuarto orden. Están marcados los cubos que los componen. En el SND el bloque está formada por 10x10x10 cubos, es decir, 1.000 cubos y representa la unidad de millar.

Con los BAM podemos trabajar de manera manipulativa los conceptos numéricos y las operaciones aritméticas principalmente, que es para lo que fueron concebidos, pero también pueden ser utilizados, por ejemplo los de base 10, en el Sistema Métrico Decimal para las magnitudes de Longitud (las barras como decímetros), Superficie (las placas como decímetros cuadrados) y Volumen (los cubos como centímetros cúbicos y los bloques como decímetros cúbicos).

Otro material son los Bloques de Atributos cuyo creador parece que fue William Hull (1.884-1.952), adjudicado a Dienes por utilizarlo en sus experiencias de aprendizaje de la matemática, principalmente para trabajar los procesos lógicos, y por divulgarlo en una versión que modificó, razones ambas por las que hoy conocemos el material como Bloques Lógicos de Z.

P. Dienes, que está formado por 48 piezas, de madera o de plástico, cada una de las cuales tiene los cuatro atributos color, forma, tamaño y grosor, que constan de las siguientes propiedades: el color, de las propiedades rojo, azul y amarillo; la forma, de círculo, triángulo, cuadrado y rectángulo; el tamaño de las propiedades grande y pequeño, y el grosor, de grueso y delgado. Cada pieza se diferencia de las demás, al menos, en una propiedad.

Además de los conceptos lógico-matemáticos, con los Bloques Lógicos también podemos trabajar el aprendizaje de las nociones conjuntistas, la introducción al concepto de número, los principios topológicos, etc.

En 1.960 Dienes publicó un libro, Building up Mathematics, cuyo capítulo Segundo lleva por título «Una teoría del aprendizaje matemático». Dice que la suya es una teoría simple del estudio de los conocimientos matemáticos, fundada en los conocimientos psicológicos de que se dispone por el momento (Dienes, 1.960, p. 10), que principalmente fueron las investigaciones de Piaget, los trabajos del Cognition Project de Harvard, dirigidos por Bruner, y los estudios de Bartlett (1.958), siendo partidario de incorporar los descubrimientos de las investigaciones psicológicas a la enseñanza de las matemáticas. En ella expone que en el aprendizaje matemático hay que aplicar los siguientes cuatro principios:

1 .º Principio dinámico. Por medio de un tipo de actividades que llama «juegos», introducidos en el momento oportuno, los niños adquirirán las experiencias necesarias para formar los conceptos matemáticos.

En las primeras edades los juegos se practicarán con materiales concretos y posteriormente se introducirán gradualmente juegos mentales.

2 .º Principio de constructividad. En los juegos la construcción precederá siempre al análisis, al menos hasta la etapa de las operaciones formales de Piaget.

3 .º Principio de variabilidad matemática. Los conceptos que constan de más de una variable deben ser formados mediante distintas actividades en cuyo conjunto se manipulen la totalidad de dichas variables.

4 .º Principio de variabilidad perceptiva. Para que los niños vayan adquiriendo el sentido matemático de una abstracción, la estructura del concepto que están formando deber ser presentada en tantas formas perceptivas equivalentes como sea posible.

En el Principio dinámico Dienes hace suyas las tres etapas de Piaget sobre la formación de conceptos. A cada una de ellas le corresponde un tipo de aprendizaje diferente.

A la etapa preliminar o etapa del juego corresponde una actividad, literalmente de juego libre, con los elementos constituyentes del concepto.

La segunda etapa es más dirigida, más orientada, su característica es una actividad ya estructurada, aunque tal estructuración no llegue demasiado lejos. La etapa queda cerrada cuando se nos aparezca en la mente una clara imagen y sintamos que «comprendemos». El método más seguro de conseguirlo será acumular muchas experiencias, en las que las distintas estructuras empleadas conduzcan todas al mismo concepto.

La tercera etapa es un período de práctica, cuyo objeto es aplicar y fijar en nuestra experiencia el concepto que ha sido formado. Ésta será a su vez también etapa de juego, dirigida a la formación de un nuevo concepto. De este modo sucesivo se encadenan ciclos, quedando formado cada uno de ellos sobre el conjunto de los ya formados.

Los juegos a practicar en estas etapas en la formación de un mismo concepto se clasifican en: a) juegos preliminares; b) juegos estructurados y,

c) juegos de práctica, no debiendo utilizarse juegos de práctica de un concepto como preliminares para el mismo concepto, pero sí para un nuevo concepto.

En el Principio de constructividad indica que cuando se intente crear situaciones matemáticas con un material cualquiera, habrá que tener en cuenta que si bien no siempre los niños pueden formar juicios lógicos, pueden en cambio construir conceptos matemáticos mucho antes de lo que se creía. La exploración lógica de lo que ha construido es posterior a la construcción misma y puede tardar incluso años en aparecer. Es después de los 12 años cuando lo niños comienzan a interesarse por las cuestiones que implican alguna demostración, y es entonces cuando se les puede introducir en ella progresivamente, cuidando de que siempre esté presente la construcción matemática y de que haya siempre algo que analizar.

Un concepto matemático contiene cierto número de variables, y lo que constituye el concepto es la constancia de las relaciones existentes entre tales variables, aunque éstas, por sí mismas, varíen. Por ejemplo, con el concepto de cuadrado, se puede cambiar el tamaño haciendo variar la longitud del lado; se puede cambiar la posición a voluntad, con tal que los lados contiguos sean perpendiculares. Evidentemente un conjunto de cuadrados isométricos, colocados en la misma posición, no forman un conjunto de experiencias apropiado al desarrollo del concepto. El Principio de variabilidad matemática lo que lo que nos dice es que si queremos disponer de las condiciones de experiencia óptimas para desarrollar el concepto de que se trate, habrá que variar todas las variables.

Mediante el Principio de variabilidad perceptiva Dienes pretende tener en cuenta todas las diferencias individuales que pueden presentarse en el modo de abordar la formación de «un mismo» concepto, y dice que el único modo de conseguirlo es proponer trabajos que parezcan muy distintos en los que haya que plasmar o percibir el concepto, pero que, esencialmente, tengan la misma estructura conceptual. Se deben presentar los conceptos en «materializaciones o concretizaciones múltiples», es decir, los niños deben trabajar con materiales que se diferencien entre sí todo lo que sea posible, cada uno de los cuales materialice el concepto en cuestión. Ver una pauta semejante incluso cuando se usan materiales diferentes, parece ayudar a los niños a descubrir lo que es y lo que no es relevante para el concepto. Por ejemplo, se puede dibujar cuadrados en el papel, se pueden construir en el geoplano, también con listones geométricos, o bien descubrirlos, encontrarlos, en los objetos que hay a nuestro alrededor, etc. Los niños captan lo que tienen en común estas diferentes representaciones y este algo común es lo que constituye el concepto matemático.

Fruto de los numerosos experimentos de Dienes sobre aprendizaje de las matemáticas en el aula, publicó en 1.970 Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique, en cuyo capítulo Primero «Descripción de las etapas», presenta genéricamente una especie de «programa» para la enseñanza a los niños pequeños, el «ciclo del aprendizaje». En los capítulos Segundo, Tercero y Cuarto, ve su concreción en tres contenidos matemáticos distintos. El ciclo de aprendizaje es una interacción planificada entre un contenido y un estudiante activo, llevada a cabo con la ayuda de unos materiales didácticos específicos en una secuencia de actividades que van de lo concreto a lo simbólico.

Resnick y Ford (1.981) comentan que se aprecia una similitud, un paralelismo entre esta concepción del aprendizaje con, el currículo en espiral que proponían los reformadores de los años 60 del siglo pasado y los modos de representación de Bruner, con quien Dienes colaboró en Harvard precisamente en esos años.

Pasemos a ver brevemente las «seis etapas».

En cada ciclo de aprendizaje, la primera etapa introduce al niño en el

«medio» al que tendrá que adaptarse, construido especialmente para poder deducir algunas estructuras matemáticas, que deberá ser tan variado y accesible como sea posible. La primera adaptación a este medio se llama «juego libre». No se debe intentar abreviar la etapa de juego libre del ciclo de aprendizaje, dice el autor. Los niños necesitan bastante tiempo para experimentar con los objetos físicos que les rodean, que luego en la etapa formal ya serán mentales (Dienes, 1.973, p.48), antes de que se pueda o deba dar forma a la manera en que piensan sobre los mismos.

Tras el período de adaptación el niño se dará cuenta de las limitaciones de cada situación. A partir de ese momento, estará dispuesto a jugar contando con unas restricciones que se le impondrán artificialmente, las «reglas del juego». En segundo lugar en el ciclo de aprendizaje está la etapa de los «juegos estructurados». Aquí empieza el niño a abstraer el concepto y es donde las características especiales de los materiales matemáticos manipulativos tienen su máximo impacto sobre el aprendizaje.

Jugar a juegos estructurados según las leyes matemáticas relativas a una estructura matemática cualquiera, no es aprender matemática. Jugando a juegos que poseen la misma estructura, pero que tienen una apariencia diferente, juegos de isomorfismo, tercera etapa del ciclo de aprendizaje, el niño llegará a descubrir las conexiones de naturaleza abstracta que existen entre los elementos de un juego y los elementos de otro, de estructuras idénticas. Así, el niño obtiene la estructura común de los juegos y se deshace de los aspectos irrelevantes. De esta forma, los juegos desarrollados con unos materiales concretos y después con otros materiales concretos, quedarán identificados desde el punto de vista de la estructura.

Será en ese momento cuando el niño se dará cuenta de lo que hay de «semejante» en los diversos juegos que ha practicado, es decir, habrá realizado una «abstracción».

El proceso de abstracción funciona siempre en el aprendizaje pero, para enseñar los conceptos matemáticos de alto nivel a los niños pequeños, puede ser necesaria la ayuda de los materiales concretos para la enseñanza de las matemáticas y las materializaciones múltiples, el Principio de variabilidad perceptiva.

Las materializaciones múltiples deben permitir también la manipulación de toda la gama de variables matemáticas que se asocian a un concepto, el Principio de variabilidad matemática.

Se supone que las variaciones matemáticas clarifican hasta qué punto se puede generalizar un concepto a otros contextos.

Para seguir con el ciclo de aprendizaje, dado que el niño no estará todavía en disposición de utilizar esta abstracción, puesto que no habrá quedado impresa en su mente, antes de tomar plenamente conciencia de la abstracción, el niño necesita un proceso de representación, cuarta etapa. “Esta representación le permitirá hablar de lo que ha abstraído, de observarlo desde fuera, de salir del juego o del conjunto de juegos, de examinar los juegos y reflexionar sobre ellos” (Dienes, 1.970, p. 11). Se representa la estructura común dibujando imágenes, gráficos o mapas sencillos, para acabar asociando símbolos matemáticos a los conceptos en la etapa siguiente. El empleo de símbolos debe ser informal al principio, incluso, utilizar símbolos que hayan elegido ellos mismos, dirigido a ayudar a los niños a recordar las formas y relaciones que han advertido. Se cree que esto es una manera de permitir que los niños participen en el proceso emocionante del descubrimiento y la formalización por el que pasan los matemáticos y también consigue que la experiencia del aprendizaje sea algo más que un ejercicio de memoria (Resnick y Ford, 1.981).

Tras la introducción de una representación, o incluso de varias representaciones de la misma estructura, en la quinta etapa se estudian las propiedades de la representación, es decir las propiedades de la estructura abstracta. Para ello es necesario inventar un lenguaje, una simbolización. En el momento adecuado se debe introducir a los niños el lenguaje matemático.

Las experiencias matemáticas hasta esta quinta etapa se han registrado como manipulaciones físicas o como imágenes mentales de las manipulaciones y de sus resultados. Una de las funciones que se atribuyen a las materializaciones múltiples es la de crear un fondo rico de imágenes mentales. La transición a la representación simbólica debe permitir que estas imágenes se lleguen a evocar por los símbolos matemáticos que se asocian a las mismas (Dienes, 1.963).

A partir de este punto del ciclo del aprendizaje y dado que no es posible describir todas las propiedades de la estructura matemática formada, en la sexta etapa y última del ciclo, se toma un conjunto mínimo de descripciones, los «axiomas», se inventa un procedimiento para deducir las demás propiedades, «demostración», y las propiedades deducidas se llaman «teoremas». “Han inventado un sistema formal” (Dienes, 1.970, p. 12) (con la dirección del profesor si es necesario), han formado un cuerpo de reglas estructurado. Ahora, los niños «juegan» con símbolos y con reglas más que con materializaciones concretas, y descubren qué manipulaciones y agrupaciones de reglas son posibles. Entran en una nueva etapa de juego libre en un nuevo ciclo de aprendizaje, que ahora utiliza los símbolos como objetos de manipulación, y que llevará a una estructura del pensamiento matemático de un orden superior. Pero Dienes (1.963) advierte que para que el simbolismo siga conectado de forma vital con las experiencias concretas de los niños, éstos deben poder «volver a pasar» por las manipulaciones concretas en cualquier momento, o, por lo menos, recibir imágenes de las mismas.

La manipulación de símbolos de la sexta etapa es la meta final del aprendizaje matemático de una estructura.

En la pedagogía tradicional el sentido del aprendizaje es exactamente inverso. Se empieza en la etapa simbólica, se entra directamente en un sistema formal, y ante los problemas de comprensión de los conceptos por los niños, se pasa a la etapa de la representación, utilizando medios audiovisuales para que los comprenda. Al comprobar que los niños no están en condiciones de aplicar los conceptos incluso con la ayuda de los métodos audiovisuales, se les enseñan las conexiones y aplicaciones en la realidad. Se llega finalmente a la realidad, de la cual se tenía que haber partido. (Dienes, 1.970)

A pesar de su antagonismo a la pedagogía tradicional es criticado por parte de algunos didactas como Brousseau (1.986) y como Freudenthal (1.983), quien alega que hay abstracciones que no pueden ser captadas por los alumnos pese a ser materializadas, en vez de hablar de adquisición de conceptos prefiere hablar de constitución de objetos mentales, que desde su punto de vista precede a la adquisición de conceptos, y sustituye las concreciones o materializaciones de conceptos por la constitución y manipulación de objetos mentales que van transformándose.

2.4.2. MODELO DE VAN HIELE

Aproximadamente por la mitad del siglo XX, dos profesores holandeses de matemáticas de Enseñanza Secundaria, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, preocupados por el deficiente aprendizaje y resultados de sus alumnos, estudiaron dicho problema y partiendo de la consideración de las matemáticas como actividad y del aprendizaje como proceso de reinvención (Freudenthal, 1.963), presentaron en sus tesis doctorales un modelo de enseñanza y aprendizaje de la Geometría (Van Hiele, 1.957) y un ejemplo concreto de aplicación de ese modelo en unos cursos de Geometría (Van Hiele-Geldof, 1.957).

En el Modelo de Van Hiele se pueden distinguir dos aspectos:

2. Uno descriptivo, que identifica diferentes formas de razonamiento matemático de los estudiantes y puede valorar el progreso de éstos, los «niveles de razonamiento».

3. Otro instructivo, que da a los profesores directrices para favorecer el avance de los alumnos a un nivel superior de razonamiento, las «fases de aprendizaje».

Las ideas centrales del Modelo son:

4. Hay diferentes niveles en el razonamiento de los estudiantes de matemáticas, que son secuenciales y ordenados.

5. Un estudiante sólo podrá comprender aquellas partes de las matemáticas adecuadas a su nivel de razonamiento.

6. Una relación matemática que no puede ser expresada en el nivel de razonamiento presente del estudiante, será necesario esperar a enseñársela a cuando alcance un nivel de razonamiento superior.

7. No se puede enseñar a un estudiante a razonar de una determinada forma, pero mediante una enseñanza adecuada de las matemáticas se puede favorecer que llegue lo antes posible a razonar de esa forma.

La filosofía que inspira el Modelo de Van Hiele se refiere al razonamiento y aprendizaje de las matemáticas en general, pero tanto los estudios iniciales del matrimonio Van Hiele como los significativos que se han hecho después están centrados en la Geometría, hasta el punto que se ha convertido en el modelo teórico de referencia más frecuente en las investigaciones y diseños curriculares relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría. Parece que hay consenso al respecto de que es sumamente difícil aplicar el Modelo a áreas de las matemáticas diferentes de la geometría.

Pierre Marie Van Hiele [1] ha seguido trabajando en su perfeccionamiento y desarrollo, así como otros educadores y psicólogos interesados por el Modelo han realizado investigaciones y experimentaciones que han posibilitado un mejor conocimiento y un uso más eficaz del mismo, a la vez que han contribuido a definir su forma actual.

Son evidentes las diferentes formas de expresarse, de trabajar y de aprender en geometría de los estudiantes de

1 Dina Van Hiele-Geldof falleció en 1.959

las etapas educativas de Primaria, Enseñanza Secundaria y de las Facultades de Matemáticas. Mientras que en los primeros cursos de la escuela sólo son capaces de trabajar de forma visual, refiriéndose a los objetos que tienen ante ellos, y no saben justificar con claridad sus ideas, los adolescentes en el instituto han logrado un notable desarrollo en su capacidad de expresión y, si bien es posible que necesiten objetos físicos para estudiar las matemáticas, esos objetos representan conceptos o propiedades generales y abstractas, aunque es probable que no sean capaces de realizar demostraciones, capacidad que sí poseen los estudiantes universitarios matemáticos. Por tanto, la existencia de niveles de razonamiento en geometría es clara.

En su forma más general, el Modelo de Van Hiele considera la existencia de cinco niveles de razonamiento, pero también se utiliza con frecuencia una restricción de ésta, que ignora el quinto nivel. Presentamos a continuación las características generales de los cinco niveles de razonamiento.

Nivel 1. Reconocimiento, visualización

1. Percepción de las figuras geométricas en su totalidad, de manera global. Se suelen incluir atributos irrelevantes en las descripciones, especialmente referidos a la posición en el plano.

2. Percepción de las figuras como objetos individuales, no generalizando las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase.

3. Descripción de las figuras basada principalmente en su aspecto físico y posición en el espacio. Los reconocimientos, distinciones o clasificaciones se basan en semejanzas o diferencias físicas globales.

4. Frecuentemente las descripciones de las figuras lo son por su semejanza con otros objetos que conocen, no necesariamente matemáticos, usando frases como «... se parece a...», «... tiene forma de...», etc.

5. Uso de propiedades imprecisas para identificar, comparar, ordenar o caracterizar figuras, con habituales referencias a prototipos visuales.

6. Aprendizaje de un vocabulario básico para hablar de las figuras, escribirlas, etc.

7. No se suele reconocer explícitamente las partes componentes de las figuras ni sus propiedades matemáticas y cuando se hace el reconocimiento, estos elementos o propiedades no tienen un papel central y, frecuentemente, manifiestan contradicciones.

Se trata del nivel de razonamiento típico de Educación Infantil y los primeros cursos de Primaria, pero no es exclusivo suyo; en realidad, cada vez que se presente a los estudiantes algún concepto geométrico nuevo, éstos van a pasar por el nivel 1, si bien algunas veces ese paso será muy rápido.

Nivel 2. Análisis

8. Reconocimiento de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y están dotadas de propiedades matemáticas. Se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades de manera informal. Se es capaz de analizar las propiedades matemáticas de las figuras.

9. Deducción de propiedades a partir de la experimentación y capacidad de generalización de dichas propiedades a todas las figuras de la misma clase.

10. Las definiciones de conceptos consisten en recitar una lista exhaustiva de propiedades, pero en la que puede haber omisiones de características necesarias. Se rechazan las definiciones del profesor o del libro de texto en favor de la del estudiante cuando entran en conflicto con la propia.

11. No relacionan diferentes propiedades de una misma figura o con las de otras figuras, por lo que no establecen clasificaciones a partir de las relaciones entre las propiedades. No se realizan clasificaciones inclusivas.

12. La demostración de una propiedad consiste en su comprobación en unos pocos casos.

En este nivel aparece un razonamiento que podemos calificar como «matemático», pues es el primero en el que los estudiantes son capaces de descubrir y generalizar (a partir de la observación y la manipulación) propiedades que desconocían. Pero esta capacidad es limitada, pues usan las propiedades de una figura como si fueran independientes entre sí, por ejemplo, no relacionan la existencia de ángulos de 90° en una figura poligonal con la perpendicularidad de los lados o con el paralelismo de los lados opuestos.

Nivel 3. Clasificación, deducción informal, abstracción

1. Se puede relacionar propiedades de una figura entre sí o con las de otras figuras: se comprende la existencia de relaciones y se descubren nuevas relaciones, de manera experimental.

2. Comprensión de lo que es una definición matemática y sus requisitos. Se definen correctamente conceptos y tipos de figuras. Se hacen referencias explícitas a las definiciones cuando se realizan razonamientos o demostraciones.

3. Se pueden realizar clasificaciones inclusivas.

4. La demostración de una propiedad ya no se basa en la comprobación de casos, pues hay necesidad de justificar de manera general la veracidad de dicha propiedad, para lo cual se usan razonamientos deductivos informales.

5. Comprensión y realización de implicaciones simples en un razonamiento formal.

6. Comprensión de una demostración realizada por el profesor, capacidad para repetir tal demostración y adaptarla a otra situación análoga.

7. Incapacidad para llevar a cabo una demostración formal completa, en la que haya que encadenar varias implicaciones, pues no se logra una visión global de las demostraciones y no se comprende su estructura.

8. Incomprensión de la estructura axiomática de las matemáticas.

Entre los avances y las características de los estudiantes de este nivel de razonamiento está el que son capaces de clasificar inclusivamente los cuadriláteros convexos: los cuadrados son rombos y rectángulos,...

Nivel 4. Deducción formal

9. Capacidad para comprender y desarrollar demostraciones formales. Capacidad para adquirir una visión global de las demostraciones y para comprender la misión de cada implicación simple en el proceso.

10. Realización de demostraciones mediante razonamientos deductivos formales y de varios pasos, asumiendo su necesidad como único medio para verificar la verdad de una afirmación.

11. Comprensión de la estructura axiomática de las matemáticas: sentido y utilidad de los axiomas, las definiciones, los teoremas, los términos no definidos,…

12. Aceptación de la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas o mediante diferentes formas de demostración.

13. Comprensión de la nueva expresión del enunciado de problemas o teoremas con un lenguaje más preciso.

Al alcanzar el nivel 4 de razonamiento se logra la plena capacidad de razonamiento lógico matemático.

Las investigaciones llevadas a cabo en los niveles educativos no universitarios coinciden en señalar que son pocos los alumnos que logran una adquisición alta del cuarto nivel de razonamiento y lo consiguen al final de la Educación Secundaria.

Nivel 5. Rigor

14. Posibilidad de trabajar en sistemas axiomáticos de la geometría euclídea distintos del usual.

15. Capacidad para realizar deducciones abstractas basándose en un sistema de axiomas determinado.

16. Capacidad para establecer la consistencia de un sistema de axiomas. Capacidad para comparar sistemas axiomáticos diferentes y decidir sobre su equivalencia.

17. Comprensión de la importancia de la precisión al tratar los fundamentos y las relaciones entre estructuras matemáticas.

Acabada la exposición de las características generales de los niveles de razonamiento, veamos a continuación las principales **propiedades globales del Modelo de Van Hiele** cuya consideración y análisis es imprescindible para una adecuada comprensión y utilización de éste.

1. Jerarquización y secuencialidad de los niveles

Cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior, para alcanzar un nivel de razonamiento es necesario haber adquirido previamente los niveles anteriores (Van Hiele, 1.986, p. 51); jerarquización que han corroborado todas las investigaciones al respecto.

Por otra parte, entre las características de los niveles 1, 2 y 3 siempre hay alguna que se refiere a habilidades que todavía no saben usar los estudiantes o que están siendo usadas implícitamente y cuyo uso explícito se aprende en el nivel siguiente, es decir, los niveles de Van Hiele tienen una estructura secuencial.

2. Relación entre el lenguaje y los niveles de razonamiento

Para un alumno del segundo nivel de razonamiento, «demostrar» una propiedad consiste en comprobarla en unos pocos casos, para un alumno del tercer nivel consiste en buscar algún tipo de justificación lógica pero intuitiva de la propiedad, mientras que para un alumno del cuarto nivel consiste en aplicar el razonamiento lógico formal para obtener una verificación correcta y aceptable matemáticamente.

Con este ejemplo vemos como una palabra tiene significados diferentes en los distintos niveles, es decir, que a cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico.

Esta propiedad del Modelo tiene una importancia trascendental en la actividad de los profesores en sus clases: si un profesor quiere hacerse comprender por sus alumnos debe hablarles en su nivel de lenguaje, de lo contrario provocará la incomprensión mutua, pues el profesor, por su desconocimiento psicodidáctico, tampoco entenderá por qué los alumnos responden de esa manera, o no responden, a las actividades y, probablemente, los evaluará erróneamente.

3. Localidad de los niveles de razonamiento

¿Los niveles de razonamiento son específicos de un concepto, es decir, son locales, o son genéricos para toda la geometría, es decir, globales?

Investigadores como Freudenthal (1.973), Mayberry (1.983) y, Gutiérrez y Jaime (1.987) concluyen que la característica local de los niveles de razonamiento es la correcta.

4. El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua

Van Hiele (1.986) sugirió que el paso de un estudiante desde un nivel de razonamiento al siguiente se produce de una forma brusca, como un salto pero Burger y Shaughnessy (1.986) y Jaime (1.993) citan algunas de las investigaciones30 que han mostrado que la interpretación discontinua de los niveles no puede explicar ciertas situaciones frecuentes de alumnos que razonan simultánea o alternativamente en dos niveles consecutivos, por ello actualmente se considera que el paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua, gradual, y que durante algún tiempo el estudiante se encontrará en un período de transición en el que combinará razonamientos de un nivel y del otro.

5. La instrucción: herramienta para progresar en los niveles de razonamiento

Van Hiele afirma que la instrucción es un factor básico para avanzar en los niveles de razonamiento: “la transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural; tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje. La transición no es posible sin el aprendizaje de un nuevo lenguaje" (Van Hiele, 1.986, p. 50) y añade Crowley (1.987): ningún método de enseñanza permite al estudiante saltarse un nivel.

Finalmente, para completar la descripción del Modelo, vamos a exponer las fases de aprendizaje, es decir, la propuesta de Van Hiele sobre los pasos que debe seguir un profesor en la graduación y organización de las actividades que deben realizar los alumnos para pasar de un nivel de razonamiento al siguiente.

Las fases no están asociadas a un nivel determinado, sino que en cada nivel la instrucción comienza con actividades de la primera fase y continúa con actividades de las siguientes fases. A lo largo de estas fases, es necesario conseguir, en primer lugar, que los estudiantes adquieran de manera comprensiva los conocimientos básicos necesarios (nuevos conceptos, propiedades, vocabulario, etc.) con los que tendrán que trabajar, para después centrar su actividad en aprender a utilizarlos y combinarlos. Al finalizar la fase quinta, los alumnos deben haber alcanzado el nivel de razonamiento siguiente.

Las características principales de las fases de aprendizaje son las siguientes:

Fase 1. Información

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo contenido objeto de estudio.

El profesor debe identificar los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo tema y su nivel de razonamiento en el mismo.

Los alumnos deben recibir información para conocer el campo de estudio que van a iniciar, los tipos de problemas que van a resolver, los métodos y materiales que utilizarán, etc. Así mismo, los estudiantes aprenderán a manejar el material y adquirirán una serie de conocimientos básicos imprescindibles para poder empezar el trabajo matemático propiamente dicho.

Esta fase de aprendizaje puede evitar repetir o tratar de «enseñar» cosas que los estudiantes ya saben bien porque tienen un conocimiento extraescolar sobre el tema, bien porque vamos a trabajar en un contenido que no es absolutamente nuevo para los alumnos que ya lo han estudiado en algún curso anterior.

La primera fase puede que sea innecesaria en algunos casos, como por ejemplo cuando el profesor imparte docencia a los mismos estudiantes en cursos consecutivos, o cuando dentro del mismo curso, y sin que haya interrupción de las clases dedicadas a un tema de matemáticas, se produzca el paso de los alumnos de un nivel de razonamiento al siguiente (es relativamente fácil que esto ocurra al pasar del nivel 1 al 2 o del nivel 2 al 3).

Fase 2. Orientación dirigida

En esta fase de aprendizaje los estudiantes empiezan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en los materiales que se les proporciona.

El profesor guía a los alumnos mediante actividades y problemas (dados por él o planteados por los mismos estudiantes) para que éstos descubran, comprendan y aprendan cuales son los conceptos, propiedades, definiciones, figuras, relaciones, etc., principales en el área de la geometría que están estudiando y en los que deben basar su nueva forma de razonamiento.

Los problemas propuestos han de llevar, progresiva pero directamente, a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El profesor tiene que seleccionar cuidadosamente estos problemas y actividades y debe orientar a sus alumnos hacia la solución cuando lo necesiten.

Refiriéndose a esta fase dice Van Hiele: “las actividades, escogidas cuidadosamente, forman la base adecuada del pensamiento del nivel superior” (Van Hiele, 1.986, p. 97). El papel del profesor es, por tanto, básico en esta fase, ya que debe guiar a sus alumnos para que adquieran correctamente las estructuras básicas del nivel y éstos, por sí mismos, no podrían realizar un aprendizaje eficaz en cuanto a los resultados obtenidos y al tiempo empleado.

Fase 3. Explicitación

En esta fase los alumnos deben intentar expresar, en un contexto de diálogo con el grupo o por escrito, cómo han resuelto las actividades, sus experiencias los resultados que han obtenido, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y terminen de aprender y afiancen el nuevo vocabulario, todo ello correspondiente al tema objeto de estudio y al propio nivel de razonamiento.

No se producen aprendizajes nuevos de estructuras o contenidos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo, de puesta a punto de conclusiones y de práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que se está formando.

La tercera fase no debe interpretarse como fijada temporalmente después de la segunda fase y antes de la cuarta como parece indicar su número ordinal, sino más bien como una actitud permanente de diálogo y análisis en todas las actividades posibles de las diferentes fases de aprendizaje.

Fase 4. Orientación Libre

Ahora se debe producir la aplicación, perfeccionamiento y consolidación del aprendizaje de conocimientos y de lenguaje realizado en las fases anteriores.

El profesor propondrá a sus alumnos verdaderos problemas, es decir, que no sean actividades de simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino problemas diferentes de los anteriores y, probablemente, más complejos, que planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, preferiblemente con varias vías de resolución, con varias soluciones o con ninguna.

La intervención del profesor en la resolución de las tareas debe ser mínima, son los alumnos quienes tienen que encontrar el camino adecuado a partir de lo aprendido en la segunda fase, pues dice Van Hiele (1.986, p. 54): “los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales”.

El tipo de actividades de esta cuarta fase es la que permitirá completar la red de relaciones que se empezó a formar en las fases anteriores, dando lugar a que se establezcan relaciones más complejas y más importantes.

Fase 5. Integración

Las actividades de esta fase no provocan aprendizaje de elementos nuevos, deben favorecer la adquisición de una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente, actividades que también deben permitirle al profesor comprobar si se ha conseguido ya dicha adquisición e integración.

El profesor debe fomentar esta integración confeccionando y presentando a los estudiantes resúmenes o recopilaciones de los contenidos estudiados.

Los estudiantes deben memorizar los resultados más importantes y adquirir destreza y agilidad en el uso de los nuevos algoritmos, procedimientos de resolución de problemas o métodos de trabajo.

Completada esta fase, los alumnos tendrán a su disposición una nueva red de relaciones mentales, más amplia que la anterior y que la sustituye, habrán adquirido un nuevo nivel de razonamiento y estarán preparados para repetir las fases de aprendizaje en el nuevo nivel.

Para concluir con las fases de aprendizaje de Van Hiele, creemos importante destacar que una actividad por sí misma no corresponde a un nivel de razonamiento y una fase de aprendizaje concretos, pues generalmente las actividades propuestas se pueden resolver utilizando métodos de trabajo y formas de razonamiento propias de distintos niveles.

Por último, dos apuntes sobre la utilización del modelo de Van Hiele. En las propiedades globales del Modelo ya vimos que la secuencia de niveles es inalterable por lo que no se debe pretender que una persona alcance un nivel de razonamiento mientras no haya adquirido suficiente competencia en el nivel anterior.

Las fases de aprendizaje deben aplicarse en la enseñanza de la geometría (o de las matemáticas) y en la organización de la docencia con la suficiente flexibilidad y sentido común como para adaptarlas al grupo de alumnos con los que estamos trabajando. La fase 1 es importante y, como hemos visto, se puede prescindir de ella en algunas ocasiones. Las fases 2 y 4 marcan la secuenciación de las actividades para el aprendizaje de un tema y la adquisición de un nivel de razonamiento. La fase 3 debe abarcar todas las actividades de los estudiantes. La fases 5 es la que cierra, redondea, el aprendizaje en un nivel de razonamiento.

1. Metodología

La presente investigación está enmarcada dentro del paradigma sociocrítico propositivo.

Para poder cumplir con la investigación se tendrá en cuenta un diseño de investigación descriptivo con propuesta.

El universo está definido por la totalidad de estudiantes del 1° grado de secundaria de la Institución Educativa José Andrés Razuri, en un total de 100 alumnos. Para la selección del tamaño de muestrase ha asumido en forma convencional un aula (33 alumnos).

Los materiales son básicamente los formatos de los instrumentos, lapiceros, cuaderno, folder manila, computadora, etc.

Las técnicas usadas han sido la entrevista, técnica que brindó información sobre las estrategioas usadas por los docentes.

La encuesta, que sirvió para recoger de manera concreta información sistemática sobre el módulo autoinstructivo, aplicada a los docentes y alumnos.

Además la observación, que permitió sistematizar el comportamiento de los estudiantes en la actitud frente el aprendizaje de la Matemática.

Para la recolección de datos se usaron los siguientes métodos:

Método analítico: Ayuda de manera concreta al análisis de hechos sobre el objeto de la investigación.

Método sintético: Importante porque permite sintetizar la realidad, el contenido, los aportes de manera sencilla y clara de la investigación.

Método deductivo: Nos permite obtener conclusiones y elaborar sugerencias a fin de contribuir a la aplicación de los instrumentos didácticos de la alternancia.

Método Inductivo: Nos permite partir de hechos concretos para formular abstracciones.

La Observación científica: Permite obtener el conocimiento acerca del comportamiento del objeto de investigación tal y como éste se da en la realidad.

Método de la Modelación: Nos permite diseñar el Módulo Autoinstructivo.

Recolectado los datos, estos fueron ingresados, agrupados y procesados en un ordenador y utilizando software computacional (Microsoft Office Excel) o software estadístico aplicativo (SPSS), para agilizar el agrupamiento, resultado y análisis de los mismos. El análisis de los datos los realizó la investigadora a la luz de los resultados obtenidos.

CAPÍTULO II

LA ENSEÑANZA DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

El presente capítulo presenta los antecedentes bibliográficos relacionados con la investigación, definiciones sobre Módulo autoinstructivo, también las bases teóricas relacionadas con la concepción, características, fundamentos y principios del pensamiento creativo, asimismo definiciones de estrategias didácticas, los procesos pedagógicos a utilizar y la definición de elementos curriculares como, la competencia, capacidades, actitudes y contenidos.

2.1. Antecedentes bibliográficos

En la revisión bibliográfica sobre lo relacionado al tema de investigación, se ha encontrado los siguientes antecedentes de estudio:

"Estrategias metodológicas para desarrollar la habilidad de resolución de problemas matemáticos en los alumnos del primer grado de educación secundaria del CPSM Ramón Castilla y Marquezado" – Jaén, Sustentada por Vásquez Torres, Evelia. Esta investigación se basa en las teorías George Polya, Piaget;

concluyendo que las estrategias metodológicas potencializan la adquisición de experiencias significativas, tomar decisiones ante problemas que puedan surgir en las actividades de aprendizaje, el trabajo colectivo, creativo y despierta el interés personal hacia el área, logrando así desarrollar la habilidad de resolución de problemas.

"Estrategias metodológicas para mejorar el razonamiento lógico en el área de matemática de los estudiantes del tercer año de educación secundaria de la Institución Educativa Ladislao Espinar, Cusco 2008". Sustentada por Vilca Mayta, Jesús.

La investigación está basado en las teorías de Jean Piaget, Ausubel, el método problémico de Lisette Pérez Martínez y el principio del pensamiento matemático de José Fernandez, enmarcándose dentro del enfoque cualitativo – cuantitativo, siendo una investigación de tipo cuasi- experimental. Éste interesante trabajo aplica un programa y concluye que la aplicación de estrategias metodológicas influye significativamente en el desarrollo de las habilidades y/o destrezas del razonamiento lógico en el área de matemática, para lograr solidez en lo que se aprende. Otra conclusión a tener en cuenta es que pone énfasis en que la adolescencia es una etapa crucial del desarrollo de habilidades lógicas.

A nivel de investigaciones, el desarrollo lógico-matemático siempre ha sido fuente de investigaciones no solo por parte de educadores y pedagogo sino también por psicólogos, quienes están preocupados por la adquisición de este aprendizaje en edades tempranas, esto se observa en la gran cantidad de fuentes literarias que han realizado numerosas investigaciones con respecto a las matemáticas desde los grados iníciales como es el preescolar hasta los grados superiores como bachillerato e incluso universidad (Villegas Acevedo, 2010)

Por ejemplo, “La etapa preoperacional y la noción de conservación de cantidad en niños de 3 a 5 años del colegio San José de Lasalle”. En esta investigación empieza haciendo un rastreo para elegir el tema a trabajar desde la práctica pedagógica. Una vez llevado a cabo este proceso iniciara con una consulta acerca de la construcción de la noción de conservación de cantidad, teniendo en cuenta la etapa preoperatoria de los niños de 3 a 5 años, el desarrollo lógico-matemático, el primer acercamiento al número, entre otros.

Mediante la búsqueda de información teórica, la colaboración de expertos en el tema y la recolección de información a través de encuestas a padres de familia, entrevistas a docentes y observaciones a estudiantes de jardín y transición del Colegio San José de la Salle.

Se logra obtener información valiosa sobre el tema de la etapa pre-operacional y la conservación de cantidad en niños de 3 a 5 años de edad, y es de esta manera como surgen las conclusiones y las recomendaciones que dan cuenta de lo que la investigación dio como resultados de forma concreta, permitiendo la elaboración del producto-propositivo, como propuesta alternativa de solución a la problemática abordada desde el inicio (Villegas Acevedo, 2010).

Valásquez (1984) hace una propuesta para el aprendizaje de la matemática. Esta propuesta trae consigo la importancia de proporcionarles material a los maestros para el trabajo en matemáticas. Este se divide en cinco partes; fundamentos teóricos, organización y evaluación (Velázquez, 1984). Actividades secuenciadas; aquí es donde se diseñan una serie de actividades que conducen a la adquisición de determinados conceptos matemáticos. Los juegos para trabajar en el área de matemáticas, y por los cuales el maestro ayudara a estimular por medio de divertidas actividades secuenciadas. Y por último nos habla de las matemáticas en relación con otros temas, como por ejemplo; la lecto-escritura y en temas derivados de las ciencias sociales.

Albuja (2007) trabaja la importancia de la música durante la etapa preescolar. La música es un elemento primordial en el desarrollo social del ser humano, así como una forma de expresión artística, se ha descubierto que el simple hecho de escucharla influye directamente sobre los procesos de aprendizaje en otras áreas del cerebro (Albuja Bayas, 2007). Además de ser divertida, la música "mejora el desarrollo cerebral, y aún más, mejora las habilidades como la lectura y las matemáticas" (Winberger, 1998). Esto la convierte en una herramienta que debería ser utilizada constantemente por los maestros de preescolar, a fin de garantizar el éxito presente y futuro de los alumnos (Albuja Bayas, 2007). El efecto positivo de la música en el aprendizaje es que ayuda a la memoria. Cuántos niños han aprendido el alfabeto a través de una canción, cuántos recuerdan nombres de planetas, ciudades y países gracias a la musicalización de dichos contenidos (Albuja Bayas, 2007).

Rodríguez Barreto (sf) en su artículo publicado en Ilustrados.com sobre el desarrollo del pensamiento lógico en la educación infantil, presenta una revisión documental acerca del desarrollo del pensamiento lógico de los niños en el contexto de la educación sistemática Venezolana. Al respecto Jean Piaget propone a través de su teoría una serie de consideraciones, vistas desde una perspectiva psicogenética que permite a los docentes adecuar la planificación escolar atendiendo a las necesidades de los niños, y en particular a los procesos y ritmo de desarrollo. Aquí se expone una interpretación personal de esa propuesta ajustada al contexto de la educación venezolana y con énfasis en la formación matemática (Rodriguez Barreto)

En el libro educación y enseñanza “matemática “viva” en el párvulo, se habla sobre la importancia de la estructura mental en el niño, además de cómo se da la inteligencia en el preescolar, describiendo algunos factores que intervienen en el desarrollo intelectual del niño. Nos dice también como se forman las estructuras del pensamiento en este periodo del niño, y su vínculo en diferentes aspectos con las matemáticas.

Luego nos lleva a tratar el aprendizaje, la enseñanza y el desarrollo intelectual, como lazos que se unen entre sí, pero que a la vez son diferentes. El niño aprende más y más cosas a medida que se desarrolla, pero estas cosas que aprende se integran en una estructura cognoscitiva, en la cual los elementos aprendidos forman parte y permanecen disponibles para ser utilizados. Y por último nos describe el docente debe tener presente, el nivel de desarrollo alcanzado por los niño, y por otra los conocimientos previos de que dispone como resultado de experiencias anteriores para hacerlas progresar accediendo a un tipo de conocimiento más evolucionado.

Otro libro “Las matemáticas de los cuentos y las canciones”, es un material que permite reflexionar sobre los contenidos matemáticos de ese nivel y sobre la forma de trabajos a partir de cuentos y canciones. En su primera parte resaltan la importancia de los relatos, mostrando múltiples situaciones de carácter matemático que subyacen en ellos, para resaltar la relación que se establece entre ellos y en otras áreas del conocimiento, como un lenguaje que representa y expresa ideas y situaciones muy diferentes. Y en la segunda parte plantean un esquema de trabajo de los relatos del aula, aclarando momentos del mismo se puede abordar las situaciones matemáticas del relato que interese tratar y cómo hacerlo para ayudar al niño a pensar sobre ellas. Luego muestran algunos ejemplos para trabajar en el aula desde el cuento, las canciones con relación al as matemáticas.

2.2 Teorías generales de aprendizaje

2.2.1. **El aprendizaje significativo de Ausubel**

Es una manera de aprender que señala una diferencia en la conducta del individuo, en sus actividades futuras, en sus actitudes y su personalidad; es un aprendizaje penetrante, que no consiste en un simple aumento del caudal de conocimientos, sino que se entreteje con cada aspecto de su existencia.

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

Los aportes de la teoría son:

1. El ser humano posee una potencialidad natural para el aprendizaje.

2. El aprendizaje significativo tiene lugar cuando el alumno percibe el tema de estudio como importante para lograr sus propios objetivos.

3. El tipo de aprendizaje que implica un cambio en la organización del sí mismo -en la percepción de sí mismo- es amenazador y existe tendencia a rechazarlo.

4. Los aprendizajes que amenazan el sí mismo se perciben e integran con mayor facilidad si las amenazas externas son reducidas. Buscar ambiente de comprensión y apoyo.

5. Cuando no existe amenaza al sí mismo, la experiencia se percibe de otra forma y resulta fácil el aprendizaje.

6. La mayor parte del aprendizaje significativo se logra mediante la práctica.

7. El aprendizaje se facilita cuando el alumno participa en él de manera responsable.

8. El aprendizaje autoiniciado que se refiere a la totalidad de la persona -afectividad e inteligencia- es el más perdurable y profundo.

2.2.2 Teoría del desarrollo cognitivo de Bruner.

El aprendizaje consiste esencialmente en la categorización. La categorización está estrechamente relacionada con procesos como la selección de información, generación de proposiciones, simplificación, toma de decisiones y construcción y verificación de hipótesis.

Los aportes de la teoría va por el que Bruner se preocupa por el proceso de CONOCER, es decir, de qué modo la persona se enfrenta con la información a través de la selección, retención y la transformación. Acentúa las semejanzas más que las diferencias entre percepción y cognición. El individuo es concebido como alguien que construye su mundo perceptivo con la información que le dan los sentidos.

La percepción es, en primer lugar, un proceso de toma de decisiones, el perceptor basa sus decisiones en ciertas pistas que obtiene del objeto percibido y que él ordena de acuerdo con los esquemas que ha desarrollado.

Sobre la base de las pistas "adivina" o "infiere" la naturaleza del objeto. El ir de una pista a una inferencia es probablemente la más extendida y primitiva actividad cognitiva.

El crecimiento es considerado como un desarrollo de 2 formas de competencia:

1. La habilidad para "representar las regularidades que ocurren en el entorno".

2. La habilidad para trascender lo momentáneo desarrollando modos de enlazar el pasado al presente y al futuro.

2.3. Módulo autoinstructivo.

Son unidades de enseñanza – aprendizaje, elaborados sistemáticamente por el docente sobre el contenido temático de una determinada Área.

Tienen por finalidad ofrecer al estudiante, información básica necesaria que permita adquirir conocimientos, en suma el logro de los objetivos de aprendizajes.

"Podemos definir el módulo entonces como un conjunto coherente de experiencias de enseñanza – aprendizaje diseñadas para que los estudiantes puedan lograr por sí mismos un conjunto de objetivos interrelacionados" (Arboleda 1991).

Para el diseño de los Módulos Autoinstructivos se toma como base los principios de "actividad" y de "individualización", haciendo que cada Módulo promueva en el estudiante, atención sobre los siguientes aspectos:

1. Qué es lo que va aprender.
2. Porqué necesita aprenderlo.
3. Cómo lo va aprender.
4. Cómo se dará cuenta de su progreso en el aprendizaje.
5. Cuándo está completo su aprendizaje (Fregoso 1987).
6. Los Módulos deben planificarse con mucho cuidado, y deberán considerarse los tres puntos fundamentales (Gagné 1992).
7. Contener objetivos de ejecución claramente identificados y en términos que los estudiantes puedan entender;

8. Incluir una evaluación adecuada de la ejecución, para asegurarse que se ha logrado la capacidad especificada en el objetivo, y;

9. Contener los materiales necesarios para presentar los acontecimientos didácticos y estimular la memorización de las capacidades o informaciones requeridas.

2.4. Capacidad de razonamiento matemático.

Capacidad es el conjunto de recursos y aptitudes que tiene el alumno para construir nuevos conocimientos.

La capacidad de razonamiento matemático. El Razonamiento Matemático es considerado en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante el razonamiento matemático, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea.

La competencia en razonamiento matemático consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Forma parte de la competencia matemática la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social.

Los indicadores de razonamiento matemático son

1. Ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad:

1. Conocer los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.)
2. Comprender una argumentación matemática.
3. Seguir determinados procesos de pensamiento (como la inducción y la deducción, entre otros).
4. Integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento.

Producir e interpretar distintos tipos de información:

1. Expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático.

2. Expresar e interpretar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones.

3. Seguir cadenas argumentales identificando las ideas fundamentales.

4. Estimar y enjuiciar la lógica y validez de argumentaciones e informaciones.

5. Identificar la validez de los razonamientos.

6. Identificar situaciones cotidianas que requieren la aplicación de estrategias de resolución de problemas.

7. Seleccionar las técnicas adecuadas para calcular, representar e interpretar la realidad a partir de la información disponible.

Resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral:

1. Manejar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.

2. Aplicar algoritmos de cálculo o elementos de la lógica.

3. Aplicar los conocimientos matemáticos a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.

4. Poner en práctica procesos de razonamiento que llevan a la obtención de información o a la solución de los problemas.

5. Aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente.

6. Utilizar los elementos y razonamientos matemáticos para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan.

2.5. Didáctica de la Matemática.

Didáctica de cualquier materia significa, en palabras de Freudenthal (1991), la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal materia. Los didactas son organizadores, desarrolladores de educación, autores de libros de texto, profesores de toda clase, incluso los estudiantes que organizan su propio aprendizaje individual o grupal.

La didáctica de la Matemática estudia las actividades que tienen por objeto su enseñanza, en lo que ellas tienen de específico. Los resultados, en este dominio, son cada vez más numerosos, tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también los tipos de situaciones empleadas para enseñarles y, sobre todo, los fenómenos que genera la comunicación del saber.

La didáctica a nivel general se ha desarrollado en los últimos años; pero no termina la lucha entre el idealista, que se inclina por potenciar la comprensión mediante una visión amplia de la Matemática y el práctico, que clama por el restablecimiento de las técnicas básicas en interés de la eficiencia en el aprendizaje.

La Didáctica de la Matemática es un área de conocimientos sobre los fenómenos relacionados con la enseñanza, el aprendizaje y la comunicación de las matemáticas (fenómenos educativos en matemáticas) o medio social.

Forma parte del campo más general de Educación Matemática y una de sus principales finalidades es identificar y resolver los problemas que surgen en esos tres ámbitos, para optimizar los procesos correspondientes en orden a conseguir una formación y un nivel de autonomía intelectual que favorezcan la adaptación al medio y su organización y que aseguren la transmisión de la cultura matemática y la creación de nuevos conocimientos.

Por otra parte, Hiebert y Carpenter (1992), afirman que una de las ideas más ampliamente aceptadas en la educación matemática es que los estudiantes deberían comprender las Matemáticas. Por ello, es importante responder a las siguientes interrogantes ¿Cómo enseñar de modo que los y las estudiantes comprendan?, ¿qué es lo que no comprenden exactamente?, ¿qué comprenden y cómo?

También es importante darles a los y las estudiantes las herramientas adecuadas para poder expresar sus dudas, por ello el docente debe crear puentes entre el lenguaje rutinario de los alumnos y el lenguaje matemático. Afirma Lee (2010:47), los docentes deben —crear puentes entre ambos discursos para que los alumnos sean capaces de utilizar el lenguaje matemático para reflexionar, investigar y comunicar sus ideas‖.

La didáctica estudia la comunicación de los conocimientos y tiende a teorizar su objeto de estudio, pero solo puede revelar ese reto bajo dos condiciones:

1. Poner en evidencia fenómenos específicos que los conceptos originales que propone parecen explicar.

2. Indicar los métodos de pruebas específicas que ella utiliza para hacerlo.

Esas dos condiciones son indispensables para que la didáctica de las Matemáticas pueda conocer de manera científica su objeto de estudio y por tanto permitir acciones controladas sobre su enseñanza.

Quienes están vinculados con la didáctica de las Matemáticas consideran que los y las estudiantes deben adquirir diversas formas de conocimientos matemáticos en y para diferentes situaciones, tanto para su aplicación posterior como para fortalecer estrategias didácticas en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

De Pablos (2006), dice que para que esto sea posible se exige, obviamente, profundizar sobre los correspondientes métodos de aprendizaje y, particularmente, sobre técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza, considerar la interdisciplinaridad de las Matemáticas con otras ciencias experimentales (física, química y biología) para trabajar herramientas comunes como el cálculo o el método experimental, así como romper el enfoque abstracto de las Matemáticas al mostrar su utilidad práctica.

Otro aspecto a considerar, son los recursos disponibles en la actualidad, nos referimos al uso de nuevas tecnologías en el aula, con los cuales podemos motivar, visualizar, construir conocimiento, experimentar y resolver problemas prácticos.

2.6. Operaciones Básicas Matemáticas

La educación básica plantea la formación de un individuo proactivo y capacitado para iniciar su vida en sociedad, le da una plataforma sólida para seguir estudios universitarios, en teoría, pero en la práctica muchas veces nos encontramos con estudiantes que poseen deficiencias de conocimientos elementales, por ejemplo, en Matemática, que no les permite su aplicación en la vida cotidiana a través de la resolución de problemas, lo cual formará en el estudiante la base necesaria para la valoración de la misma, dentro de la cultura de su comunidad, de su región y de su país. Parra (citado por Martínez, 1999):

El objetivo de la enseñanza de la matemática es estimular al razonamiento matemático, y es allí que se debe partir para empezar a rechazar la tradicional manera de planificar las clases en función del aprendizaje mecanicista. El docente comienza sus clases señalando una definición determinada del contenido a desarrollar, basándose luego en la explicación del algoritmo que el alumno debe seguir para la resolución de un ejercicio, realizando planas de ejercicios comunes hasta que el alumno pueda llegar a asimilarlos, es por ello, que para alcanzar el reforzamiento del razonamiento y opacar la memorización o mecanización se debe combatir el esquema tradicional con que hasta ahora se rigen nuestras clases de matemática (p.25).

En las Matemáticas, la columna vertebral, en el nivel de educación primaria, son las Operaciones Básicas: la adición, sustracción, multiplicación y división. Entendemos las operaciones básicas del nivel secundario como el conjunto de procedimientos aritméticos que nos permitirán resolver problemas matemáticos, en los que estén involucradas cantidades numéricas y/o variables con una precisión determinada.

Las operaciones básicas matemáticas, en particular la multiplicación y división, representan para el niño un gran problema por la forma como se enseñan, ―una separación excesiva entre la multiplicación y división por una parte, y la proporcionalidad por otra‖ (Vergnaud, 2001:213), lo cual complica la adquisición de los conocimientos de otros conceptos que dependen de éstas, por otro lado, los ejercicios y problemas asociados a estas operaciones a menudo están fuera del contexto sociocultural del alumno.

En este trabajo hacemos énfasis en las operaciones de multiplicación y división. Tomamos en cuenta la situación de partida en que se encuentran los alumnos(as) del primer año de Educación Secundaria Bolivariana de la muestra, y es que ya conocen las tablas de multiplicación pero no dominan sus propiedades, los algoritmos de la multiplicación y división ni la resolución de problemas de estructura multiplicativa.

Antes de iniciar el trabajo con la multiplicación y la división se requiere que el niño utilice y tenga cierto dominio de los números y su simbología, la razón la exponen Castro y otros (1995:45), —multiplicar es reiterar una cantidad en su nivel más intuitivo‖, donde los números involucrados responden a contextos distintos (al contrario que en la suma y resta), el multiplicando es un cardinal concreto y se refiere al número que se repite, mientras que el multiplicador es un cardinal abstracto que da el número de veces que se repite el anterior. Por ejemplo: En un colegio hay 2 laboratorios de computación, en cada uno hay 12 computadoras ¿Cuántas computadoras hay en total? Observemos que el número 12 es un cardinal concreto, el número de elementos (computadoras, en este caso) que se quiere repetir y 2 es el cardinal abstracto que representa un simple operador sin representación física (grupos de computadoras).

Otro tópico que los niños deben comprender son las propiedades de la multiplicación. Una estrategia usada por los docentes para su aprendizaje es repasar las tablas y aplicar la propiedad Conmutativa, por ejemplo, cuando preguntan ¿cuánto es 3x2? y luego recuerdan que es lo mismo que 2x3.

El producto de los números mayores a 10 se rige por las leyes del algoritmo de la multiplicación. Otra opción sería la enseñanza de la propiedad Distributiva respecto a la suma pero no lo hacen, a juicio de Vergnaud (1985:151), —esta propiedad debe necesariamente ser explicada a los niños si se quiere que comprendan la regla operatoria de la multiplicación‖, tomando en cuenta ciertas precauciones pedagógicas porque ahora se ha descompuesto aditivamente el multiplicador, adicionando la descomposición polinómica de un número con base 10.

Otro ejemplo es la resolución de problemas verbales en el campo conceptual de la estructura multiplicativa, donde se pretende incentivar a los alumnos(as) a esforzarse en el análisis de la situación planteada y en el establecimiento de las relaciones expresadas. Además se deben enunciar ejercicios y problemas aplicados a la vida diaria y a las ciencias que promuevan el interés, la búsqueda y la investigación por los alumnos(as).

La división está implícita en la tabla de multiplicar de doble entrada, así, ambos algoritmos (el de la multiplicación y el de la división) pueden ser presentados como un camino de ida y vuelta.

Realmente estamos planteando la división como la inversa de la multiplicación (y viceversa), con lo cual los alumnos(as) del primer año de la Educación Secundaria lograrán ampliar sus conocimientos de estas dos operaciones.

La división es de por sí una operación compleja porque involucra a la resta, la multiplicación y una búsqueda por tanteo de los términos del cociente. En esta operación, según Vergnaud (1985:150), —el dividendo y el cociente con frecuencia representan medidas; el divisor, es un operador sin dimensión. Además el divisor representa un doble papel, el número de partes en las que se divide la cantidad inicial o una cantidad fija para formar las partes en que se divide el total (Castro y otros, 1995).

Por otro lado, la división se dificulta cuando docentes y alumnos(as) enseñan y aprenden mecánicamente su algoritmo, lo cual repercute negativamente en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, razón y números racionales.

1. Errores en el aprendizaje de las Matemáticas.

Los errores que cometen los estudiantes no deben ser ignorados, más bien se pueden utilizar para profundizar en su pensamiento matemático, logrando así atender sus problemáticas y además, intentar que los mismos se constituyan en un importante elemento motivador.

Según Brousseau (1994), el error se define como un concepto equivocado que tienen los estudiantes a raíz de distintos conocimientos previos que poseen, el cual en algún momento era de su interés, pero ahora se muestra falso o inadecuado.

Los errores encontrados permiten retomar al docente los contenidos logrando que los estudiantes, con su ayuda, identifiquen e intenten superar sus dificultades y obstáculos para lograr nuevos aprendizajes y realimentar los conocimientos existentes.

Según Cadenas (2007:70), ―el tipo de error más común se debe al aprendizaje deficiente de conocimientos previos y al escaso manejo de destrezas matemáticas elementales. Por lo general, los estudiantes presentan deficiencias y dificultades por conocimientos erróneos que han obtenido en años anteriores, lo que genera un retraso en el aprendizaje de los nuevos.

Rico (1995) a partir de una investigación sobre errores cometidos por estudiantes de secundaria en Matemática, clasifica los errores de la siguiente manera:

1. *Datos mal utilizados*: Son los errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno. Puede ser porque se añaden datos extraños, se olvida algún dato

necesario para hallar la solución, se contesta a algo que no es necesario, se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado, se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta o se hace una lectura incorrecta del enunciado.

2. *Interpretación incorrecta del lenguaje*: Son errores debido a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.

3. *Inferencias no válidas lógicamente: Tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.*

4. *Teoremas o definiciones deformados: Son errores que se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.*

5. *Falta de verificación en la solución: Se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución a la pregunta planteada.*

6. *Errores técnicos: Se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, al tomar datos de una tabla, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.*

Los errores forman parte del desarrollo de los estudiantes durante su aprendizaje de las matemáticas, y a su vez aportan información necesaria para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es esencial tomar como punto de partida los errores de los alumnos y plantearnos cómo deber ser planificada la enseñanza para primero diagnosticar y luego, eliminar esos errores.

Además, el docente debe motivar a los estudiantes a recapacitar sobre sus ideas erróneas y refl onar por sí mismos dirigiéndolos hacia conceptos más amplios y correctos.

Es importante resaltar que se puede superar un error y aceptarlo no como algo que no tendría que haber aparecido sino como algo cuya aparición es útil e interesante, ya que permite la adquisición de un nuevo conocimiento correcto.

Capítulo III

Resultados y propuesta

3.2. Propuesta de Plan de Mejora de la Competencia Matemática.

3.2.1. FUNDAMENTACIÓN

Como indica el Diseño Curricular Básico del Ministerio de Educación, afrontamos una transformación global de los sistemas de producción y comunicación donde la ciencia, la tecnología, el desarrollo socio-económico y la educación están íntimamente relacionados. En este contexto, el mejoramiento de las condiciones de vida de las sociedades depende de las competencias de sus ciudadanos. Frente a ello, uno de los principales propósitos de la educación básica es "el desarrollo del pensamiento matemático y de la cultura científica para comprender y actuar en el mundo". Consecuentemente, el área curricular de matemática se orienta a desarrollar el pensamiento matemático y el razonamiento lógico del estudiante, desde los primeros grados, con la finalidad que vaya desarrollando las capacidades que requiere para plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad.

Los conocimientos matemáticos se van construyendo en cada nivel educativo y son necesarios para continuar desarrollando ideas matemáticas, que permitan conectarlas y articularlas con otras áreas curriculares. En ello radica el valor formativo y social del área. En este sentido, adquieren relevancia las nociones de función, equivalencia, proporcionalidad, variación, estimación, representación, ecuaciones e inecuaciones, argumentación, comunicación, búsqueda de patrones y conexiones.

Ser competente matemáticamente supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad y aplicar con propiedad lo aprendido en diferentes contextos. Es necesario que los estudiantes desarrollen capacidades, conocimientos y actitudes matemáticas, pues cada vez más se hace necesario el uso del pensamiento matemático y del razonamiento lógico en el transcurso de sus vidas: matemática como ciencia, como parte de la herencia cultural y uno de los mayores logros culturales e intelectuales de la humanidad; matemática para el trabajo, porque es fundamental para enfrentar gran parte de la problemática vinculada a cualquier trabajo; matemática para la ciencia y la tecnología, porque la evolución científica y tecnológica requiere de mayores conocimientos matemáticos y en mayor profundidad.

Para desarrollar el pensamiento matemático resulta relevante el análisis de procesos de casos particulares, búsqueda de diversos métodos de solución, formulación de conjeturas, presentación de argumentos para sustentar las relaciones, extensión y generalización de resultados, y la comunicación con leguaje matemático.

En el caso del área de Matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, siendo este último el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles.

1. Razonamiento y demostración para formular e investigar conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos y comprobar demostraciones matemáticas, elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración para que el estudiante pueda reconocer estos procesos como aspectos fundamentales de las matemáticas.

2. Comunicación matemática para organizar y comunicar su pensamiento matemático con coherencia y claridad; para expresar ideas matemáticas con precisión; para reconocer conexiones entre conceptos matemáticos y la realidad, y aplicarlos a situaciones problemáticas reales.

3. Resolución de problemas, para construir nuevos conocimientos resolviendo problemas de contextos reales o matemáticos; para que tenga la oportunidad de aplicar y adaptar diversas estrategias en diferentes contextos, y para que al controlar el proceso de resolución reflexione sobre éste y sus resultados. La capacidad para plantear y resolver problemas, dado el carácter integrador de este proceso, posibilita la interacción con las demás áreas curriculares coadyuvando al desarrollo de otras capacidades; asimismo, posibilita la conexión de las ideas matemáticas con intereses y experiencias del estudiante.

Desarrollar estos procesos implica que los docentes propongan situaciones que permitan a cada estudiante valorar tanto los procesos matemáticos como los resultados obtenidos, poniendo en juego sus capacidades para observar, organizar datos, analizar, formular hipótesis, reflexionar, experimentar empleando diversos procedimientos, verificar y explicar las estrategias utilizadas al resolver un problema.

En el nivel de Educación Secundaria se busca que cada estudiante desarrolle su pensamiento matemático con el dominio progresivo de los procesos de Razonamiento y demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas, conjuntamente con el dominio creciente de los conocimientos relativos a Número, relaciones y funciones, Geometría y medición, y Estadística y probabilidad.

Asimismo, se promueve el desarrollo de actitudes que contribuyen al fortalecimiento de valores vinculados al área, entre ellos: la seguridad al resolver problemas; honestidad y transparencia al comunicar procesos de solución y resultados; perseverancia para lograr los resultados; rigurosidad para representar relaciones y plantear argumentos; autodisciplina para cumplir con las exigencias del trabajo; respeto y delicadeza al criticar argumentos, y tolerancia a la crítica de los demás.

Para fines curriculares, el área de Matemática en este nivel se organiza en función de:

3. Números, relaciones y funciones

4. Geometría y medición

5. Estadística y probabilidad

Número, relaciones y funciones

Se refiere al conocimiento de los Números, relaciones y funciones y a las propiedades de las operaciones y conjuntos.

Es necesario que los estudiantes internalicen, comprendan y utilicen varias formas de representar patrones, relaciones y funciones, de manera real. Asimismo, deben desarrollar habilidades para usar modelos matemáticos para comprender y representar relaciones cuantitativas.

Geometría y medición

Se relaciona con el análisis de las propiedades, los atributos y las relaciones entre objetos de dos y tres dimensiones. Se trata de establecer la validez de conjeturas geométricas por medio de la deducción y la demostración de teoremas y criticar los argumentos de los otros; comprender y representar traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones con objetos en el plano de coordenadas cartesianas; visualizar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas y analizar sus secciones trasversales. La Medida le permite comprender los atributos o cualidades mensurables de los objetos, así como las unidades, sistemas y procesos de medida mediante la aplicación de técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.

Estadística y probabilidad

Se orienta a desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos, seleccionar y utilizar métodos estadísticos para el análisis de dichos datos, y formular y responder preguntas a partir de la organización y representación de los mismos. El manejo de nociones de estadística y probabilidad les permite comprender y aplicar conceptos de espacio muestral y distribuciones en casos sencillos

Primer Año de Secundaria, cartel de capacidades y conocimientos (DCB 1ro. De Secundaria)

Número, Relaciones Y Funciiones

CAPACIDADES	CONOCIMIENTOS
Razonamiento y demostración	**Sistemas numéricos**
Compara y ordena números naturales, enteros y racionales.	Representación, orden y operaciones con números naturales.

Estima el resultado de operaciones con números naturales.

Interpreta criterios de divisibilidad.

Identifica relaciones de proporcionalidad directa e inversa en situaciones de contexto real.

Identifica la variable dependiente e independiente de una relación en situaciones de diverso contexto.

Transforma fracciones en decimales y viceversa.

Realiza y verifica operaciones utilizando la calculadora, para reflexionar sobre conceptos y para descubrir propiedades.

Establece relaciones entre magnitudes directa e inversamente proporcionales.

Comunicación matemática

Interpreta el significado de números naturales, enteros y racionales en diversas situaciones y contextos.4

Describe y utiliza reglas de correspondencia.

Identifica patrones numéricos, los

Representación, orden y operaciones con números enteros.

Divisibilidad, propiedades de números primos y compuestos.

Representación, orden y operaciones con números racionales. Operaciones con fracciones y decimales.

Álgebra

Patrones numéricos.

Ecuaciones lineales con una incógnita.

Valor numérico de expresiones algebraicas.

Funciones

Noción de dependencia, función, variables dependientes e independientes.

Representación tabular y gráfica de funciones.

Dominio y rango de funciones lineales.

Proporcionalidad directa e inversa.

Relaciones lógicas y conjuntos

Noción de conjunto. Determinación de conjuntos.

generaliza y simboliza. Matematiza situaciones de contexto real, utilizando los números naturales, enteros o racionales y sus propiedades. Representa de diversas formas la dependencia funcional entre variables: verbal, tablas, gráficos, etc.	Relaciones y operaciones entre conjuntos. Diagramas de clasificación y organización de información cuantitativa (Venn, Carroll, cuadros numéricos, etc.)

GEOMETRÍA Y MEDICIÓN

CAPACIDADES

Razonamiento y demostración

19. Clasifica polígonos de acuerdo a sus características.
20. Identifica las propiedades de sólidos geométricos como: cubos, prismas rectos y cilindros rectos.
21. Identifica figuras con simetría axial y simetría puntual.
22. Aplica traslaciones a figuras geométricas planas en el plano cartesiano.
23. Aplica rotaciones a sólidos geométricos en las coordenadas cartesianas de tres dimensiones.

Comunicación matemática

24. Grafica el desarrollo de diversos cuerpos geométricos.
25. Matematiza situaciones reales utilizando las unidades de longitud, masa y capacidad del sistema métrico decimal.

CONOCIMIENTOS

Geometría plana

26. Polígonos.
27. Perímetros y áreas de figuras poligonales.
28. Ángulos internos y externos de un polígono. Noción de área.

Medida

29. Conversión de unidades de longitud, masa y capacidad en el sistema métrico decimal.

30. Construcción y medición de ángulos y segmentos.

Transformaciones

31. Sistema rectangular de coordenadas.

32. Simetría: simetría axial, simetría puntual.

33. Operaciones de traslación y rotación de figuras geométricas en el plano cartesiano.

Geometría del espacio

34. Cubo, prisma y cilindro.

35. Áreas lateral y total del cubo, prisma y cilindro.

CAPACIDADES

Resolución de problemas

1. Calcula el perímetro y área de figuras poligonales.

2. Estima o calcula exactamente el área de figuras planas utilizando diversos métodos.

3. Resuelve problemas de contexto matemático que involucran segmentos y ángulos.

4. Resuelve problemas de contexto matemático que involucra el cálculo de ángulos internos y externos de un polígono.

5. Resuelve problemas de conversión de unidades de longitud, masa y capacidad en el sistema métrico decimal.

6. Resuelve problemas de construcción y medición de ángulos y segmentos.

7. Resuelve problemas de optimización de trayectos que involucran el desarrollo de sólidos geométricos.

8. Resuelve problemas que implican el cálculo de las áreas lateral y total del cubo, prisma y cilindro.

ACTITUDES

1. Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos. Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar resultados. Toma la iniciativa para formular preguntas, buscar conjeturas y plantear problemas.

2. Actúa con honestidad en la evaluación de sus aprendizajes y en el uso de datos estadísticos. Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formative.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

CAPACIDADES

Razonamiento y demostración

3. Aplica el principio aditivo y el principio multiplicativo para realizar conteos.

4. Formula ejemplos de experimentos aleatorios y determinísticos.

Comunicación matemática

5. Organiza la información mediante gráficos de barras, pictogramas y tablas de frecuencias absolutas.

6. Elabora tablas de frecuencias absolutas utilizando escalas e intervalos con datos no agrupados.

7. Representa eventos en diagramas de árbol para contar y listar.

Resolución de problemas

8. Resuelve problemas que involucra el cálculo de promedios aritmético, simple y ponderado; mediana y moda en datos numéricos no agrupados.

9. Resuelve problemas que requieran del cálculo del espacio de un determinado suceso.

10. Identifica ejemplos de experimentos aleatorios y determinísticos en situaciones reales.

11. Calcula experimentalmente la probabilidad de eventos equiprobables.

CONOCIMIENTOS

Estadística

12. Gráfico de barras, pictogramas y tablas de

1. frecuencias absolutas.

2. Escalas e intervalos con datos no agrupados.

3. Promedios: aritmético, simple y ponderado; mediana y moda en datos numéricos no agrupados.

Azar

4. Sucesos y espacio de sucesos.

5. Experimento determinístico y aleatorio en situaciones reales.

6. Probabilidad de eventos equiprobables.

Combinatoria

7. Principio aditivo y principio multiplicativo para la realización de conteos.

8. Gráfica de árboles para contar y listar.

ACTITUDES

1. Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos. Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar

resultados. Toma la iniciativa para formular preguntas, buscar conjeturas y plantear problemas.

2. Actúa con honestidad en la evaluación de sus aprendizajes y en el uso de datos estadísticos. Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.

3.2.2. PROPUESTA METODOLÓGICA PARA LA ELABORACIÓN DE UN MÓDULO AUTOINSTRUCTIVO PARA MEJORAR LA CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LOS ALUMNOS DE PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JOSÉ ANDRÉS RÁZURI - NUEVO CHATO CHICO - CURAMORI - PIURA, 2011

Los resultados obtenidos por nuestros alumnos/as en relación con la competencia matemática reflejaron que los ámbitos relacionados con la comprensión del problema y las estrategias para la resolución del problema son los más susceptibles de mejora. Nuestro principal objetivo es por tanto que los alumnos/as aprendan a razonar apoyándonos en el apremio de que "lo que se razona se aprende, pero lo que en matemáticas se memoriza acaba olvidándose, tarde o temprano".

Para desarrollar dicho objetivo se han diseñado las cinco estrategias que a continuación se detallan:

1. Concurso: "resuelve el problema".

2. Cálculo mental.

3. Interdisciplinariedad

1. Competencia lingüística.

2. Competencia matemática: otras áreas.

4. Problema: razonamiento y resolución.

5. Unificación de criterios para la resolución de problemas.

1. Estrategia: Concurso: "resuelve el problema".

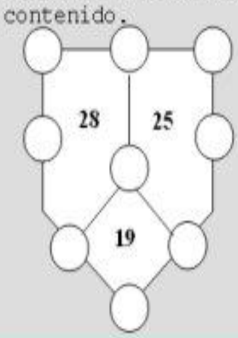
Surge como propuesta tras el análisis de los resultados en Matemáticas en las Pruebas de Diagnóstico.

Se han diseñado estrategias para despertar el ingenio y la curiosidad en nuestro alumnado abordando las matemáticas desde el ámbito más atractivo posible. La actividad que proponemos consiste en incluir en nuestra programación juegos matemáticos relacionados con la vida cotidiana, bien sean mediante problemas de ingenio, de lógica, de sentido común o intuición. En definitiva presentar a nuestro alumnado una serie de actividades que no son tratadas en el currículum habitual impartido en las clases. Pero esta inclusión también depende del nivel en el que el alumnado se halle, es decir, que tanto los problemas como los textos vendrán adaptados a su nivel.

Cada semana se pondrán en el tablón de anuncios de cada clase dos tipos de problemas a resolver, uno por nivel. La actividad se comenzará en febrero y finalizará en el mes de mayo.

Esta otra manera de presentar las matemáticas tiene unas connotaciones más atractivas y motivadoras. Sirva como ejemplo el siguiente ejercicio:

Colocando los números del 1 al 9 SIN REPETIR, se deben rellenar los círculos de forma que la suma de los círculos correspondientes debe dar por resultado el número contenido.



El indicador con el que se va a evaluar esta Estrategia será el número de problemas entregados y resueltos correctamente. El alumno/a que más problemas resuelva será premiado con ir gratuitamente al viaje lúdico que el Centro programe y sus trabajos se expondrán en la revista escolar de final de curso.

2. Estrategia: Cálculo mental.

Generalmente, el alumnado de 1º de secundaria tiende a relajarse a la hora de hacer operaciones aritméticas y, o bien usa la calculadora o lápiz y papel para efectuarlas, por no hablar de aquellos alumnos/as que incluso dudan en las tablas de multiplicar.

Analizada la situación real de nuestro alumnado, con esta Estrategia se pretende alcanzar los objetivos siguientes:

1. Agilizar el cálculo mental. La práctica es fundamental para conseguir este objetivo.
2. Adquirir seguridad y soltura en el manejo de operaciones aritméticas básicas.

3. Concentrarse a la hora de hacer operaciones mentales. Por regla general, al alumnado le cuesta retener cifras numéricas.

4. Respetar a los demás. Es una manera de escuchar a los demás compañeros/as.

5. Dinamizar el trabajo en equipo. La participación de todo el alumnado no sólo hace más atrayente la clase, también se aprende de lo que dicen otros/as.

6. Autocontrolarse. El alumno/a debe pensar lo que dice y no responder de manera impulsiva, por el mero hecho de participar.

El propio profesor/a de matemáticas dedicará diariamente 5 minutos de su clase para proponer verbalmente un ejercicio de cálculo y los alumnos/as deben resolverlo lo más rápido posible, contestándolo de forma oral. Se pretende, por tanto, mejorar el cálculo mental

El indicador que se va a considerar para evaluar esta propuesta será el número de ejercicios de cálculo que el alumnado es capaz de responder correctamente. Al alumno/a que conteste con más rapidez y de forma correcta más cuestiones de cálculo mental se le escribe una felicitación en la agenda escolar para que sus padres lo sepan y quede constancia de ello.

3. Estrategia: Interdisciplinariedad.

La competencia lingüística también está tratada desde el área de las Matemáticas. En la mayoría de los casos, la literatura que puede encerrar un simple problema suele ocasionar grandes dificultades a nuestro alumnado y por otra parte un gran número de ellos parecen desligar un texto escrito del ámbito matemático. Además, no sólo se trata de analizar matemáticamente un texto, también pretendemos ampliar el campo de estudio cuando se tiene que interpretar una tabla o un gráfico, tan habituales en medios escritos: periódicos, libros de texto, revistas, facturas, etc. o visuales, como la televisión o Internet.

Los objetivos a conseguir en esta Estrategia van a ser:

1. Comprender lo que se lee: hacer una lectura razonada.

2. Interpretar un texto escrito con datos numéricos o gráficos. Abrir fronteras de conocimiento.

3. Analizar la información. Saber con qué datos contamos y el porqué de Secundarias datos.

4. Seleccionar la información. A veces se nos da más información de la necesaria. Hay que simplificar información.

5. Hacer inferencia sobre lo leído. Aprender a deducir.

6. Realizar un trabajo interdisciplinar con otras áreas.

Cada dos semanas se propondrá a los alumnos un texto relacionado con la vida cotidiana y que tenga un tratamiento matemático, mejorando la lectura, el proceso de extracción de información y el análisis de datos numéricos. Se intentará trabajar desde un punto de vista interdisciplinario con otras áreas.

Desde el mes de marzo se viene realizando este tipo de actuaciones en los que el profesor/a implicado es el encargado de elaborar y entregar una copia de ese material en Jefatura de Estudios. Además el profesor hace un registro personal con las valoraciones y observaciones oportunas de cada alumno/a al realizar la prueba. La entrega del material y el registro personal del profesor son los indicadores utilizados en este Estrategia.

Un ejemplo, aplicado al alumnado del 1º de Secundaria.

Balance de 8 meses de reglas de Tránsito

El descenso acumulado de víctimas mortales desde que entró en vigor el permiso por puntos el pasado 1 de julio de 2.006 se sitúa en el 15'2%, 337 menos que en el mismo período del año anterior. En este período se han cursado ___________ denuncias por infracciones que llevan aparejada la pérdida de puntos. El grupo más numeroso es el de los excesos de velocidad (35'9%), seguido del incumplimiento de la obligación de llevar cinturón o casco (19'1%), conducir con tasas de alcoholemia superiores a las permitidas (12'2%) y usar el móvil al volante (10'9%).

Con todo, se han restado 321.989 puntos por un total de 99.805 sanciones firmes y se tramita el descuento de cerca de 1.320.000 puntos. Precisamente, para su recuperación parcial, se han realizado 34 cursos en los que han participado 67 conductores.

Además, la DGT ya ha declarado la pérdida de vigencia del permiso de 23 conductores y está en fase de tramitación la de otros 246. Incluso, un total de 14.630 conductores han recibido una carta de la DGT en la que se les comunica que han perdido la mitad de su saldo.

Contesta estas preguntas:

1. Escribe en una línea de qué trata el texto.
2. Interpreta la gráfica. ¿Es más cómodo entender la gráfica, el texto o da igual?
3. ¿Cuál es el número total de denuncias cursadas durante ese período de tiempo?

(Escribe el resultado en el cuadrito que queda libre en el texto)

4. ¿Qué ha implicado que se hayan interpuesto 99.805 sanciones firmes?
5. ¿Qué significa que haya un descenso del 15'2% en víctimas mortales?
6. ¿A qué conclusiones llegas tras estudiar este balance? ¿Qué puedes aportar?

En este texto, donde se hace un balance de los ocho primeros meses desde que entró en vigor el carné por puntos, nos encontramos varias cifras en porcentajes o numéricas y un gráfico en el que explica a qué se han debido las denuncias con resta de puntos. El alumnado de este nivel debe contestar estas preguntas e interpretar un diagrama de sectores, en el que se da el % y el valor. En la cuestión 6, se hace una inferencia sobre el texto y se añade una opinión personal, ya que se entiende que los alumnos/as tienen que ser críticos y hacer juicios de valor de lo leído.

El texto que a continuación se ejemplifica corresponde al área de Educación Física para 1º de Secundaria, perteneciente a la competencia lingüística, pero por la forma de mostrarse y analizar la información, tiene un tratamiento interdisciplinar con el área de Matemáticas. Se presenta mediante una tabla en la que se dan magnitudes de longitud y tiempo, y una gran cantidad de fechas que el alumno/a deberá comparar y hacer deducciones. Además el alumno/a sacará como conclusión con la pregunta 5, que la forma de registrar una información es fundamental para poder analizarla y comprenderla mejor, y que el uso de una gráfica (ejemplo anterior) o de una tabla simplifica mucho la búsqueda de datos.

Algunos récords mundiales de atletismo masculinos

100 m	9.77 s	Asafa Powell, Jamaica	14/06/2005
200 m	19.32 s.	Michael Johnson, EEUU	01/08/1995
400 m	43.15 s.	Michael Johnson, EEUU	26/08/1999
800 m	1 min., 41.11 s.	Wilson Kipketer, Dinamarca	24/08/1997
1.500 m	3 min., 26 s.	Hicham el Guerouj, Marruec.	14/07/1998
3.000 m	7 min., 20.67 s.	Daniel komen, Kenia	01/09/1996
5.000 m	12 min., 37.35 s.	Kenenisa Bekele, Etiopía	31/05/2004
10.000 m	26 min., 17.53 s.	Kenenisa Bekele, Etiopía	26/08/2005
3.000 m con obstáculos	7 min., 53.63 s.	Saif Saaeed Shaheen, Qatar	03/09/2004
110 m	12.91 s.	Colin Jackson, Reino Unido	20/08/1993
400 m	46.78 s.	Kevin Young, EEUU	06/08/1992
4 x 100 m	37.4 s.	Equipo olímpico, EEUU	08/08/1992
Salto de altura	2.45 m	Javier Sotomayor, Cuba	27/07/1993
Salto de longitud	8.95 m	Mike Powell, EEUU	30/08/1991
Triple salto	18.29 m	Jonathan Edwards, G. Bretañ	07/08/1995
Pértiga	6.14 m	Sergei Bubka, Ucrania	31/07/1994
Peso	23.12 m	Randy Barnes, EEUU	20/05/1990
Disco	74.08 m	Jurgen Schuitz, RDAlemana	06/06/1996
Jabalina	98.48 m	Jan Zelezny, Repúb. Checa	25/05/1996
Martillo	86.74 m	Yuriy Syedikh, URSS	30/08/1986

Contesta estas preguntas:

1. ¿De qué país es quién posee el récord mundial de salto de longitud?
2. ¿Cuál es el récord más antiguo de los reseñados en la tabla?
3. ¿En qué estación del año se producen la mayoría de las marcas? ¿Por qué?
4. Si la pista en la que se desarrollan las pruebas tiene 400 metros, ¿cuántas vueltas deben completar los atletas de 1.000 metros? ¿Cuánto tarda K. Bekele en dar una vuelta para lograr su marca?
5. Clasifica las 20 pruebas de la tabla: lanzamientos, carreras y saltos.

4. Estrategia: Problema: Razonamiento y resolución.

Esta Estrategia es en el que más se incide en el área de Matemáticas, por eso es fundamental abordarlo dentro de este plan de actuación. Este núcleo se está trabajando desde el propio

Departamento de Matemáticas, con las directrices del de Orientación, aunque también están implicados los Departamentos de Tecnología y Ciencias Naturales (Física y Química).

El problema que el profesor/a elabora y entrega en Jefatura de Estudios es el que plantea a sus alumnos/as quincenalmente, según grupos flexibles, siguiendo el siguiente procedimiento de trabajo: el enunciado lo lee un alumno y una alumna en voz alta, se explican las dudas posibles que haya y después es leído individualmente para finalizar, tras unos 20 minutos de duración aproximadamente, con su resolución. El enunciado se desglosa en varias preguntas que irán, en algunos casos, desmenuzando el interrogante inicial del problema, a las que los alumnos/as deben responder de forma detallada.

Será el profesor/a quien hará una breve corrección del mismo, una vez acabado, y hará hincapié en la regla ortográfica que se esté tratando esa semana desde la competencia lingüística.

El indicador de esta Estrategia será el número de problemas resueltos correctamente. El profesor llevará un registro personal en el que realizará una pequeña reseña de los resultados de cada alumno/a.

Por seguir con la misma dinámica, se muestra a continuación dos ejemplificaciones.

Reparte S/.990 entre dos personas de las siguientes maneras:

Contesta estas preguntas razonando la respuesta:

1. En partes iguales
2. Una el doble que la otra
3. Una la cuarta parte que la otra
4. La razón de 2 es a 7

Reparte 88 Kg. de patatas entre dos familias de 3 y 8 personas respectivamente para que cada persona coma la misma cantidad.

Contesta estas preguntas razonando la respuesta:

a) ¿Cuántas personas comen patatas?

b) ¿Cuántos kilos corresponden a cada persona?

c) ¿Cuántos kilos corresponderán a la primera familia?

d) ¿Cuántos kilos corresponderán a la segunda familia?

5. Estrategia: Unificación de criterios para la resolución de problemas.

Hacer una lectura rápida de un problema es lo más frecuente que suele hacer nuestro alumnado. Y una vez leído automáticamente se escucha la pregunta: ¿y ahora qué hago? Pues bien, con este último Estrategia se pretenden establecer unos criterios comunes para la resolución de cualquier tipo de problema, y es una propuesta de mejora que, para el próximo curso, también lo trabajen desde las otras áreas implicadas: Ciencia, Tecnología y Ambiente (CTA).

Siguiendo con la misma dinámica planteada, los objetivos que pretendemos conseguir son los siguientes:

1. Establecer pautas generales en los departamentos implicados para la resolución de cualquier problema.

2. Crear destrezas para emprender el camino de dicha resolución. Llegar a las preguntas iniciales tras la lectura de cualquier problema: ¿qué me dice?, ¿qué tengo?, ¿qué me piden?, ¿qué se hacer? Y ¿cómo hacerlo?

3. Motivación. Cuando al alumno/a sabe resolver problemas mecánicamente se plantea nuevas expectativas.

4. Autoestima. Para atajar los resultados negativos en Matemáticas.

Desmenuzando estos objetivos se establecen así los respectivos procedimientos que llevan a su consecución:

OBJETIVOS	PROCEDIMIENTOS
1.- Comprensión matemática.	1.- Hacer una lectura comprensiva.
2.- Seleccionar información.	2.- ¿Qué se pregunta?
3.- Manejar información.	3.- ¿Qué datos me dan?
4.- Usar la lógica matemática: aplicar el sentido común y la intuición.	4.- ¿Conozco un ejemplo con datos más sencillos que se haya trabajado en clase? ¿Puedo hacer una gráfica para visualizar mejor el problema?
5.- Aplicación de los conocimientos matemáticos: razonar.	5.- ¿Cómo relacionar esos datos para llegar a la solución analítica?, ¿qué operaciones tengo que hacer?
6.- Sensibilidad por el trabajo bien hecho.	6.- Dar la solución detallada.
7.- Gusto por la buena presentación.	7.- Usar en todo momento una grafía legible: hay que haber explicado todo lo que se ha ido haciendo.

Objetivo 1.- Comprensión matemática.

Procedimiento 1.- Hacer una lectura comprensiva.

Enunciado:

María compra un tubo de golosinas. El primer día se come la mitad. El segundo día se come un tercio de lo que le quedaba. El tercer día se come un cuarto del resto. El cuarto día se come 3 chocolatinas y se le termina el tubo. ¿Cuántas chocolatinas había?

(Se observa mucha información para una pregunta tan lógica)

Objetivo 2.- Seleccionar información.

Procedimiento 2.- ¿Qué se pregunta?

Actividad.-

Por el número de golosinas que habia en el tubo de golosinas de María.

Para visualizarlo mejor, se van a trabajar todos estos criterios con un ejemplo, adaptado al alumnado de 1º de secundaria:

Objetivo 3.- Manejar información.

Procedimiento 3.- ¿Qué datos me dan?

Actividad.-

El primer día se come $\frac{1}{2}$

El segundo día se come $\frac{1}{3}$ del resto = $\frac{1}{6}$

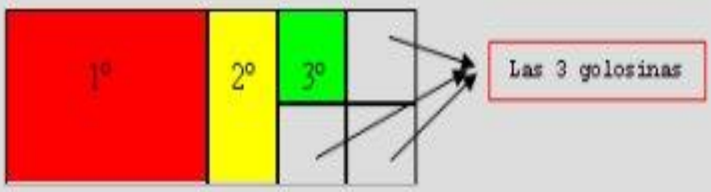
El tercer día se come $\frac{1}{4}$ del resto = $\frac{1}{12}$

El cuarto día se come 3 golosinas.

Objetivo 4.- Usar la lógica matemática: aplicar el sentido común y la intuición.

Procedimiento 4.- ¿Puedo hacer una gráfica para visualizar mejor el problema?

Actividad.-



Objetivo 5.- Aplicación de los conocimientos matemáticos: razonar.

Procedimiento 5.- ¿Cómo relacionar esos datos para llegar a la solución analítica?, ¿qué operaciones tengo que hacer?

Actividad.-

Sumas y restas de fracciones.

Objetivo 7.- Gusto por la buena presentación.

Procedimiento 7.- Usar en todo momento una grafía legible: hay que explicar todo lo que se va haciendo.

(Explicar cómo hemos ido obtenido esas fracciones)

Todas estas estrategias de trabajo que hemos ido desarrollando para mejorar la competencia matemática de nuestro alumnado, nos llevan a la reflexión: "en nuestra tarea de docentes está, sin duda, el poner al alcance del alumnado las herramientas posibles para que aprenda y afiance nuevos conocimientos y se consigan así las capacidades que se pretendían alcanzar. Para ello basta tener ilusión y echarle horas de trabajo".

Y nadie dijo que la tarea fuera fácil, por eso, qué mejor frase para concluir que la que nos dejó en herencia Benjamín Franklin:

"Un camino de mil millas comienza con un paso".

Conclusiones

1. Se hallaron deficiencias marcadas en el desarrollo de competencias matemáticvas, particularmente en razonamiento matemático, debido a diversos factores desde las estrategias docentes, hasta deficientes hábitos de estudio.

2. Se diseñaron estrategias didácticas para mejorar el desarrollo de capacidades en razonamiento matemático, desde un enfoque constructivista.

Recomendaciones

1. Desde la dirección de la institución educativa establecer un sistema de capacitación y motivación para el desarrollo de materiales y estrategias adecuados para el desarrollo de competencias matemáticas.

2. Este sistema debe incluir implementación adecuada de la Biblioteca de la institución.

Bibliografía

AA. VV. (1.999). Problemas actuales de nuestra educación matemática primaria y secundaria. Suma. Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, 31, 15-18.

Albuja, Mariluz. La importancia de la música en la etapa preescolar: documentos pedagógicos. Recuperado en http://planamanecer.com/

Almanza, Verónica B. Preescolar y la dimensión comunicativa. Recuperado en http://cmap.upb.edu.co

ALSINA, C. et al. (1.996). Enseñar matemáticas. Barcelona: Graó.

Anónimo. “Desarrollo infantil” Recuperado en http://www.cmb.org.co/escueladominical/DesarrolloInfantil.html

Anónimo. Educación Inicial, Febrero/2005. Procesos Matemáticos: Dirigido a docentes y otros adultos significativos que atienden niños y niñas entre 0 y 6 años. Recuperado en: http://portaleducativo.edu.ve/Politicas_edu/lineamientos_mppe/documentos/p rocesosmatematicos.pdf

Anónimo. El Número Natural; secuencia numérica. Recuperado en http://www.uhu.es/luis.contreras/temas_docentes/numprim.htm

Aprender sobre Iniciación musical infantil de niños y bebés en la música para infantil; los beneficios de la música en los niños. Recuperado en: http://www.cucurrucu.com/cucuaprender/iniciacin-musical-infantil-de-nios-y- bebs-en-la-msica.html

Arboleda Toro, Nestor (1991) Tecnología Educativa y Diseño Instrumental – Bogotá.

BRUNER, J. S. (1.988). Desarrollo cognitivo y educación. Selección de textos por J. Palacios. Madrid: Morata S. A.

Carr, Wilfred y Kemmis, Stephen (1988). Teoría crítica de la enseñanza: Barcelona, Ediciones Martínez Roca.

Cascallana, María Teresa. Iniciación A Las Matemáticas: materiales y recursos didácticos (pág. 22) Aula XXI. Grupo Santillana.

Delors, Jaques. La educación encierra un tesoro los cuatro pilares de la educación, Unesco. Revista internacional magisterio educación y pedagogía editorial grupo planeta.

DIENES, Z. P. (1.973). Una teoría del aprendizaje matemático. En Z. P. DIENES y A. VICENS, La nueva matemática (pp. 36-56). Barcelona: Vicens-Vives.

Fernández Bravo, José Antonio (Mayo de 2003). “La construcción del pensamiento lógico-matemático”. Centro Universitario de Enseñanza Superior "Don Bosco" Madrid, España. Congreso Internacional “Cerebro, Inteligencias y Programas Educativos”. Educación de la Infancia Inicial y Parvulario. El Salvador.

FOUZ, Fernando; Berritzegune de DONOSTI “Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría”. En: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ciaem/articulos/universitario/materia les/Modelo%20de%20Van%20Hiele%20para%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20la%20Geometr%C3%ADa.*Fouz,%20Fernando%3B%20%20De%20Donosti,%20Berritzegune.*Fernando%20Fouz,%20Berritzegune%20de%20Donosti.pdf

Gagné, Robert. M (1992) La Planificación de la Enseñanza. Sus principios. México, Ed. Trillas. Fregoso Iglesias, Margarita (1987) Guía para la elaboración de paquetes didácticos. México: Universidad Autónoma de México.

GODINO, J. D. (2.002). La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la Didáctica de las Matemáticas: el proyecto EDUMAT-MAESTROS. Granada. (Extraído el 19/10/2.004 de URL: http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/descripcion.pdf).

Guías Pedagógicas articuladas a los estándares Básicos de Calidad y a los Lineamientos Curriculares con Aplicación de los materiales en sus Diferentes Niveles y Grados de Aprendizaje de la Educación Básica y Media.

Hemsy De Gainza, Violeta (1964). La Iniciación Musical Del Niño: la música. Página 25. Ricordi americana S.A. Buenos Aires.

http://momentospreescolar12.files.wordpress.com/2009/11/dimensiones-del- desarrollo-en-preescolar.pdf

Indicadores de logros (1998). hacia una fundamentación, cooperativa editorial magisterio. Santa Fe De Bogotá, D.C.

Investigación sobre la etapa pre operacional y la noción de conservación de cantidad en niños de 3 a 5 años del Colegio San José de la Salle.

La lúdica en preescolar. Recuperado en http://www.renatica.org/wiki2/index.php?title=LA_L%C3%9ADICA_EN_PREE SCOLAR

Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998. Por el cual se reglamenta el Ministerio de Educación Nacional. Colombia

Máynez Torres, Perla Aurora. 1° y 2° de preescolar. El desarrollo del niño. Recuperado en http://es.scribd.com/doc/57970479/desarrollo-del-nino-por- etapas

Ministerio de Educación. Serie lineamientos curriculares > Preescolar. Dimensión socio-afectiva. Recuperado en http://menweb.mineducacion.gov.co/lineamientos/preescolar/desarrollo.asp?i d=12%2B1

Programa curricular básico para niños y niñas de 2 a 4 años. Recuperado en http://www.oei.es/inicial/curriculum/ecb0_2anos_peru.pdf

Repetto, Linskens, & Fesquet Celina & Marcel Hilda, (1993). Aritmética 1. Primer Edición, (Pág.1-26). Editorial Kapelusz. Tomo 1. Quito.

Ríos Mariscal, María Angélica. Procesos matemáticos en el nivel preescolar. Recuperado en http/portalsej.jalisco.gob.mx/educación-preescolar

Rodríguez Barreto, Martha Elena. El desarrollo del pensamiento lógico en la Educación Infantil Universidad de Carabobo- Área de Estudios de Postgrado. Ilustrados

Sandia Rondel, Luisa Deyanira (2002)La mediación de las nociones lógico- matemáticas en la edad preescolar; Revista de Pedagogía, ISSN 0798-9792 versión impresa. Caracas.

Santizo García, José. & CUÉ, José Luis. Definición de conjunto. Recuperado en: http://colposfesz.galeon.com/est501/conjunto/teoconj.htm

Secretaría de Educación Pública (1995). Antología de bloque de juego y actividades en apoyo al programa de educación preescolar. México. Recuperado en

SIGOB. Gestión y seguimiento a las metas del gobierno, protección social, instituto de bienestar familiar hogares múltiples. Recuperado en http://www.sigob.gov.co/met/meta.info.aspx?m=647

Velázquez. Irma, (1984) propuesta para el aprendizaje de las matemáticas. Tesis de investigación. México

Villasmil De Vásquez, Teresita. Influencia De La Música En El Desarrollo Del Pensamiento Lógico Matemático. Recuperado en http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/20331/1/articulo7.html

Villegas Acevedo, Luz Elena (2010) tesis de grado. Licenciatura en Preescolar. Corporación Universitaria Lasallista.

Yturralde Tagle. Ernesto, Turralde & asociados Latinoamérica. La lúdica y el aprendizaje, talleres lúdicos, ¿Qué es lúdica? . Recuperado en http:// http://www.ludica.org/

Zorrilo Pallanvicino, Alix. Músico Terapia (1999). Música, juego y aprendizaje. Cooperativa editorial magisterio. Página 17 reimpreso 2001. Bogotá.