



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA



**Sistema Dinámico Caótico que
Describe el Comportamiento de la
Estabilidad en la Política Monetaria
durante los Años 2004 al 2008 en
Perú.**

Tesis

Para optar el título profesional de

LICENCIADO(A) EN MATEMÁTICAS

Autores:

BACH.MAT. HENDER NOÉ LLAUCE CHAPOÑÁN

BACH.MAT. MAYRA OLENKA TRUJILLANO DELGADO

Asesor(a):

DRA. GLORIA MARÍA ORTIZ BASAURI



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA



Los firmantes, por la presente certifican que han leído y recomiendan a la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas la aceptación de la tesis titulada **“Sistema Dinámico caótico que describe el comportamiento de la estabilidad en la Política Monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú”**, presentada por los bachilleres en matemáticas, Llauce Chaponán Hender Noé, Trujillano Delgado Mayra Olenka, en el cumplimiento parcial de los requisitos necesarios para la obtención del título profesional de Licenciado en Matemáticas .

Mg. Arnulfo Llontop Santamaría
Presidente del Jurado

Lic. Mat. Rolando Javier Córdova Descalzi
Secretario del Jurado

Dr. Rubén Burga Barboza
Vocal del Jurado

Fecha de defensa: 10 de marzo del 2021



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA



TESIS:

**SISTEMA DINÁMICO CAÓTICO QUE DESCRIBE EL
COMPORTAMIENTO DE LA ESTABILIDAD EN LA POLÍTICA
MONETARIA DURANTE LOS AÑOS 2004 AL 2008 EN PERÚ.**

Bach.Mat. Hender Noé Llauce Chapoñán

Autor de la tesis

Bach.Mat. Mayra Olenka Trujillano Delgado

Autora de la tesis

Dra. Gloria María Ortiz Basauri

Asesor(a)

Fecha de defensa: 10 de marzo de 2021

Agradecimientos

Primero agradecer a Dios todopoderoso por brindarnos bendiciones, orientarnos y darnos las energías necesarias para terminar esta fase de educación académica y motivarnos a continuar desarrollándonos como excelentes profesionales.

De igual manera, dar un agradecimiento a la Dra. María Gloria Ortiz Basauri por ser nuestra asesora, por su apropiada dirección, por su tiempo, comprensión, paciencia y continuo apoyo en nuestra educación, y sus primordiales sugerencias que permitieron ser puntos importantes para alcanzar el éxito en el progreso de nuestro estudio.

A nuestro jurado Mg. Llontop Santamaría Arnulfo, Lic. Mat. Córdova Descalzi Rolando Javier y Dr. Burga Barboza Rubén, por darnos sus pertinentes apreciaciones, sugerencias que permitieron poder concluir de manera satisfactoria este estudio y apoyarnos a poseer una posición más crítica sobre el problema que se investigó.

De forma especial expresar el agradecimiento a todos los docentes que con sus correspondientes valores, ética nos brindaron una apropiada enseñanza, ofreciéndonos la información necesaria para cumplir los objetivos establecidos en nuestra investigación.

Dedicatorias

A nuestro creador del universo por darme fortaleza para continuar con este trabajo de investigación.

A mis abuelitos Marcelino y Andrea; Catalino y Juana con mucho amor en el cielo.

A mis padres Segundo y Manuela por haberme dado la vida y mostrarme su amor cada día, por sus consejos, comprensión, y por inculcarme buenos valores para llegar hacer un gran profesional.

A mis hermanos(Marilú, Hugo y Avelino), sobrinos(Mirella, Anyela, Segundo Jesús, Bayron, Andrea y Gael) y a todos mi familiares con mucho cariño por animarme siempre.

A mi novia Melissa, por su apoyo, paciencia, comprensión y por estar siempre conmigo apoyándome en cada momento en el desarrollo de mi tesis.

Llauce Chapoñan, Hender Noé

Esta tesis la dedico: A mis padres, Elmer y Julia, ya que son mi pilar fundamental y apoyo en mi formación académica, a mis maestros y amigos que con su ayuda no se habría logrado realizar esta tesis. A todos ellos dedico esta tesis por su apoyo incondicional.

A mis hermanos, John y Darwin, por su apoyo incondicional que me brindaron día a día en el transcurso de cada año de mi carrera universitaria.

A todas las personas que hicieron posible este trabajo.

Trujillano Delgado, Mayra Olenka

Resumen

El comportamiento económico es complejo, irregular y no lineal, por lo tanto; el estudio de los sistemas dinámicos caóticos en materia económica a conllevado a la realización de modelos económicos con comportamientos caóticos, pues la presencia de realimentación entre las correspondientes variables económicas, la no linealidad en las vinculaciones y la sensibilidad del pertinente sistema cuando se manifiestan variaciones en las condiciones primarias ha generado la elaboración de dichos modelos. El propósito del presente estudio es determinar el sistema dinámico caótico que describe el comportamiento de la estabilidad en la política monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú. Con este fin, la pregunta de investigación es la siguiente: ¿Es posible describir mediante un sistema dinámico el comportamiento de la estabilidad en la política monetaria durante los años 2004 a 2008 en Perú? Si la política monetaria durante los años 2004 al 2008 cumple con el comportamiento de la estabilidad entonces se describe como un sistema dinámico.

La pregunta de investigación se responde por medio de un método lógico deductivo e histórico.

Palabras clave: Sistema dinámico discreto, estabilidad.

Abstract

The economic behavior is complex, irregular and non-linear, therefore; The study of chaotic dynamic systems in economics has led to the elaboration of economic models with chaotic behaviors, since the existence of feedback between the economic variables, the non-linearity in the relationships and the delicacy of the system in the face of changes in the initial conditions has made possible the elaboration of these models.

The objective of this research is to determine the chaotic dynamic system that describes the behavior of stability in monetary policy during the years 2004 to 2008 in Peru. To this end, the research question is the following: Is it possible to describe through a dynamic system the behavior of stability in monetary policy during the years 2004 to 2008 in Peru? If the monetary policy during the years 2004 to 2008 complies with the behavior of stability then it is described as a dynamic system.

The research question is answered through a logical deductive and historical method.

Keywords: Chaotic dynamic system, stability.

Índice general

Índice general	III
Introducción	2
1. Preliminares	4
Preliminares	4
1.1. Sistemas dinámicos(SD)	4
1.1.1. Sistemas dinámicos en tiempo continuo	5
1.1.2. Sistemas dinámicos discretos	6
1.2. Equilibrio dinámico: Atractores	8
1.2.1. Atractor de punto fijo	9
1.2.2. Atractor extraño	12
1.3. Sistemas dinámicos caóticos	14
1.4. Aplicación logística	16
1.5. Política monetaria	18
1.6. Reglas de control en política monetaria y estabilización macroeconómica . . .	19
2. Modelo de inflación de Futoma y Southworth	23
Modelo de inflación de Futoma y Southworth	23
2.1. Derivación del modelo	24

3. Comportamiento de la política monetaria durante los años 2004-2008	28
3.1. Política monetaria durante los años 2004-2008	28
3.2. Comportamiento de la política monetaria según ecuación de Futoma y Southworth	32
Conclusiones	36
Bibliografía	37
A. Anexos	39

Introducción

El presente estudio hace referencia acerca del comportamiento de estabilidad en la política monetaria durante los años 2004 a 2008 en el Perú, esta estabilidad es uno de los primordiales objetivos de las autoridades monetarias, por ello, se ha tratado de buscar reglas o instrumentos para conseguir tal objetivo donde el comportamiento económico es complejo, irregular y no lineal, por ello, que el estudio de sistemas dinámicos en la economía a conllevado a la elaboración de modelos económicos con comportamientos caóticos. Para realizar un análisis de esta problemática es fundamental determinar sus causas. Una de ellas es la inflación. Se entiende por inflación a la elevación del nivel de precios reales del mercado durante un tiempo determinado. Si el nivel de precios crece, entonces la unidad de cada moneda obtienen pocos bienes y servicios. La investigación de esta problemática se realizó por el interés de conocer si es posible describir mediante un sistema dinámico el comportamiento de la estabilidad en la política monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú. El objetivo que se ha estructurado fue determinar el Sistema Dinámico Caótico que describe el comportamiento de la estabilidad en la Política Monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú. La hipótesis con la cual se operativizó la investigación es la siguiente: El comportamiento de la estabilidad en la política monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú se describe mediante un sistema dinámico caótico.

El trabajo se ha organizado de la siguiente manera: En el capítulo I, se han abarcado las principales definiciones a tener en cuenta en el manejo de la investigación. Se comenzará con la definición de sistemas dinámicos (distinguiendo entre sistemas continuos y discretos), para profundizar nuestra comprensión de temas como atractores de punto fijo y atractores extraños. Del mismo modo, definimos un sistema dinámico caótico para dar paso a la investigación de aplica-

ciones logísticas, este sistema se utiliza para ilustrar los comportamientos complejos producidos por el sistema de dinámico caótico e introducir algunas políticas monetarias en este capítulo. En el Capítulo 2, se estudió el modelo de inflación de Futoma y Southworth, que se basan en el modelo desarrollado originalmente por Matsuyama para identificar y estudiar las fluctuaciones endógenas en la economía monetaria. Las fuerzas internas en la economía monetaria pueden producir cambios caóticos en la inflación, lo que indica que para los valores ideales de ciertos indicadores, el modelo tiende a reestructurarse como una aplicación lógica conocida. Por lo tanto, su comportamiento caótico puede estabilizarse mediante técnicas de control. En el capítulo III, se describió el comportamiento de la estabilidad de la política monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú, habiendo recogido información muy valiosa del ente principal de la política monetaria, el BCRP, con la cual dicha información se ha estudiado en las ecuaciones dadas en el capítulo anterior para poder así lograr el objetivo de nuestra investigación.

Capítulo 1

Preliminares

En el presente capítulo, se presentan las principales definiciones sobre sistemas dinámicos continuos o discretos, como atractores de punto fijo y extraños, sistemas dinámicos caóticos, la aplicación logística, así mismo, se introducen algunas nociones de política monetaria y estabilización macroeconómica.

1.1. Sistemas dinámicos(SD)

Bertuglia y Vaio [18] indican que son parte de la matemática que intenta explicar el proceso de movimiento, es decir, estudia el sistema cuyo estado cambia con el transcurrir del periodo bajo la actividad de la ley del movimiento que detalla el desarrollo del sistema. La dinámica intenta responder interrogantes vinculadas con las energías que producen la transformación, los motivos de por qué cambia, cómo se desarrolla el sistema en cuanto al cambio y la forma de controlar el cambio. En economía, la dinámica analiza los cambios temporales de las variables económicas. Un SD constará de:

- Una **variable independiente** varía el sistema, el plazo, en el que estará determinado como una variable cuantitativa de tipo discreta o continua.
- Un grupo de **variables dependientes o de estado** $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ que calificaron el estado del sistema y cuyas valoraciones varían con el tiempo.

- Un grupo de **parámetros de control** $\mu = \{\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_p\}$ que detallarán el nivel de relación entre el propio sistema y su entorno y cuyo mínimo cambio provocará cambios en el desarrollo de la dinámica del sistema, siendo este pertinentemente monitoreado.
- Una **ley de movimiento** que señala la transformación continua o discreta de variables de estado $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ en cuanto al tiempo en un procedimiento de realimentación, en otras palabras, la modificación del sistema se verá relacionado por la ley de movimiento que tiene actuación en las variables de estado.

Isaza y Campos [16] sostienen que la ley de movimiento es un elemento que conforma el SD y matemáticamente abarcará la estructura de ecuaciones diferenciales, si las variables de estado evolucionan de forma continua respecto al tiempo o, ecuaciones en diferencias, si las variables de estado se cambian de manera discreta en relación al plazo, y estará determinada por la misma cantidad de ecuaciones como variables de estado tenga el sistema.

1.1.1. Sistemas dinámicos en tiempo continuo

Chaparro [1] manifiesta que un sistema dinámico en tiempo continuo se particulariza debido a que la variable independiente t se transforma de manera persistente en el intervalo $\mathbb{R}^+ : t \in I = \{t_0, t_f\}$. Aquella variable de estado $x(t)$ de un SD continuo, se modificará en relación al tiempo de manera infinitesimal y su cambio se mostrará personificada por la derivada de aquellas variables de estado $x(t)$ en cuanto al plazo t :

$$\dot{x} = \frac{dx(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} \quad (1.1)$$

Un SD en donde las variables de estado se transforman de manera constante en el tiempo se denominará como un sistema cambiante constante. La situación del SD continuo en el momento de tiempo t será establecido por la valoración de las n variables de estado $x(t)$ en ese momento:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \quad (1.2)$$

Donde cada $x_n(t)$ simboliza una tarea real que se vinculará con la variable independiente t .

El intercambio de estado del SD continuo se encontrará representado por un conjunto de ecua-

ciones diferenciales:

$$\begin{aligned}
x_1 &= f_1(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t, \mu) \\
x_2 &= f_2(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t, \mu) \\
&\dots \\
x_n &= f_n(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t), t, \mu)
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Este sistema indica la modificación constante en el periodo de las n variables de estado $x(t)$ relacionado por la ley del movimiento. El SD (1.3) se vincula a un SD de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y será detallado de manera compacta :

$$x = f(x(t), t, \mu) \tag{1.4}$$

Con $x \in D \subset \mathbb{R}^n; t \in \mathbb{R}; \mu \in V \subset \mathbb{R}^p$. En este sistema, $x = dx(t)/dt$ indica la variación en relación al plazo de las n variables de estado, x es el vector de estados de las variables dependientes, t es la variable independiente tiempo y μ (vector de parámetros del sistema). El espacio \mathbb{R}^n (espacio de estado del sistema), incluirá todos los estados puntuales del SD en un instante de tiempo determinado; cada uno de estos se determinará por la totalidad de las correspondientes variables que conforman el sistema y su pertinente dimensión será equitativa a la cantidad de estado que posea el SD. \mathbb{R}^p es el espacio apropiado de parámetros del sistema; sus ejes se corresponderá a cada uno de los parámetros y sus componentes serán puntos que permitirán evidenciar conjugaciones de parámetros. Para algunos casos los parámetros de un SD podrán ser cambiados con la finalidad de llevar al sistema a una dinámica deseada. La teoría respectiva del control de SD incentivan la empleabilidad de la posibilidad de realizar transformaciones suaves en la valoración de los parámetros para ejecutar una supervisión sobre los pertinentes sistemas, entre tanto que la teoría de bifurcación analiza las modificaciones cualitativas de la dinámica del sistema cuando se cambia la valoración de los parámetros.

1.1.2. Sistemas dinámicos discretos

Chaparro [1] afirma que un sistema dinámico discreto se particulariza debido a que la variable del plazo comprenderá valoraciones en pasos discretos: $k \in K \subseteq \mathbb{N}$ donde $K = \{k/k = 0, 1, 2, \dots, \mathbb{N}\}$.

La siguiente ecuación muestra una correspondiente variable de estado $x(k)$ que cambia en pasos discretos de plazo tomará una vinculación de repetición entre dos lapsos juntos.

$$\Delta x = x(k+1) - x(k) \tag{1.5}$$

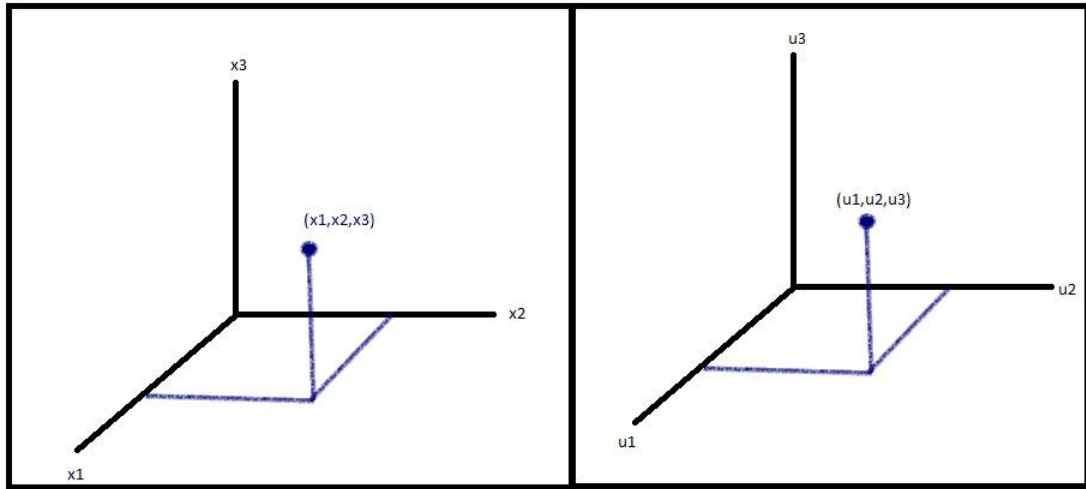


Figura 1.1: Espacio de fases de un SD de 3 dimensiones. Espacio de parámetros de un SD con 3 parámetros.

Un SD en donde las correspondientes variables de estado varían de manera discreta en el periodo se llamará SD discreto.

La situación de un SD en tiempo discreto se encontrará vinculado con la valoración de las n variables de estado $x(k)$ en el punto de tiempo k :

$$x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)) \quad (1.6)$$

La variación de estado de un SD discreto se encontrará conceptualizado de forma continua y se establecerá por medio de un sistema de ecuaciones en diferencias:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= f_1(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), k, \mu) \\ x_2(k+1) &= f_2(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), k, \mu) \\ &\dots \\ x_n(k+1) &= f_n(x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), k, \mu) \end{aligned} \quad (1.7)$$

El anterior sistema provoca una cadena de valores $\{x(k)\}$ de las “ n ” variables de estado denotado por la ley de movimiento.

El concerniente sistema (1.7) se podrá escribir de forma compacta:

$$x(k+1) = f(x(k), k, \mu) \quad (1.8)$$

con $x \in D \subset \mathbb{R}^n$; $k \in \mathbb{N}$; $\mu \in \mathbb{R}^p$.

Donde $x(k)$ es el vector columna de las “ n ” variables de estado $x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)$ del

sistema, $k = 1, 2, 3, \dots, n$ manifiesta lapsos de pertinente amplitud continua (día, mes, años, etc.) y μ es el vector de parámetros del sistema.

Los espacios \mathbb{R}^n y \mathbb{R}^p serán los espacios de fases y de parámetros del sistema respectivamente.

1.2. Equilibrio dinámico: Atractores

La característica de retracción del volumen del campo fases de los SD disipativos hará posible que se manifiesten los grupos atractores a los que permitirán las resoluciones de un SD en el largo plazo, motivo por el cual conforman estados asintóticos del sistema. Los atractores simbolizan momentos de igualdad dinámica constante ya que, son el estado donde se encuentran estabilizadas las soluciones de un sistema al momento que ha culminado la dinámica transitoria consecuente a las situaciones primarias; las soluciones se mantendrán en el atractor de forma permanente si no se genera alguna variación del sistema.

Los repulsores significan momentos de equilibrio dinámico en donde se caracterizan por su inestabilidad, cuando el sistema se ubica en uno de estos correspondientes repulsores se mantendrá en él de forma continua en carencia de ninguna alteración que lo separe de manera mínima de él, debido a que estos repulsores son equilibrios dinámicos. No obstante, la disparidad de los atractores, los repulsores son inconstantes, en la medida de que cualquier escasa modificación que aparte al sistema de ese repulsor provocará que el sistema no retorne de manera normal a él. Es así que sería necesaria fuerzas externas al sistema con la finalidad de guiarlo hacia uno de los equilibrios dinámicos inconsistentes, lo opuesto ocurre si estos repulsores actúan al sistema y lo apartarán de él.

Se puede detallar un equilibrio dinámico de un sistema como un subgrupo del espacio de etapas que no varía cuando se ubica bajo la acción del sistema, en otras palabras, los desplazamientos que se generan de situaciones primarias en el interior del equilibrio se mantendrán limitadas en el atractor.

El conjunto $S \subset \mathbb{R}^n$, no varía bajo el sistema $\dot{x} = F(x(t), t; \mu)$ si para cualquier $x(0) \in S$ se constata $\phi(t; t_0, x_0) \forall t \in \mathbb{R}$; de igual manera, S no varía bajo el sistema $x(k+1) = F(x(k), k, \mu)$ si para cualquier $x(0) \in S$ se verifica $F^T(x(0)) \in S \forall T \in \mathbb{Z}$.

Un grupo atractor es un equilibrio dinámico inalterable, y puede especificarse como un conjunto cerrado que no varía $A \subset \mathbb{R}^n$ para el que se manifiesta algún entorno V de A tal que $\phi(t; t_0, x_0) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} A, \forall x \in V$ y $\forall t \geq 0$ para un SD continuo y, para un SD discreto, $F^T(x(0)) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} A$,

$\forall x \in V$ y $\forall T \geq 0$.

Chaparro [1] en su tesis sostiene que los atractores estarían conformados por puntos del sistema. Una cadena de puntos producirá un camino que podrá ser vía por la solución del sistema iniciando con una condición primaria. Por tanto, la manera en que esté conformada un atractor, particularizará la dinámica asintótico del sistema. La cuenca de atracción del atractor se encontrará conformada por el grupo de puntos primarias o iniciales $x(t_0/k_0)$ cuyas vías $\phi(t/k)$ convergirán al conjunto atractor; así, una vía que parte desde el interior de la cuenca de atracción será pertinentemente atraída al atractor y una vez que se ubique dentro del atractor, ya no podrá salir de esa zona del espacio de fases. Es así, como se ha indicado previamente, la cuenca de atracción de un correspondiente repulsor se mantendrá simbolizada por el conjunto vacío.

1.2.1. Atractor de punto fijo

Shone [13] define al atractor de punto fijo como un pertinente equilibrio dinámico conformado por un solo punto que simboliza un estado estable del sistema. La trayectoria de un punto fijo se encontrará en una sucesión continua del mismo estado del correspondiente sistema.

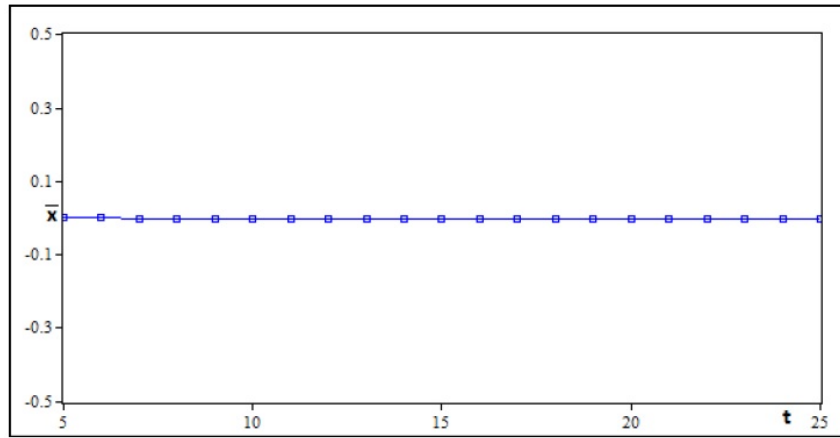


Figura 1.2: Trayectoria temporal estacionaria

Los puntos fijos podrán ser encontrados desarrollando el pertinente sistema de ecuaciones: $\dot{x} = f(x(t), t; \mu) = 0$ si es continuo y $x(s) = F(x(s), k, \mu)$, si es discreto; sin embargo, los puntos fijos de los apropiados sistemas no lineales, no serán establecidos, en general, como soluciones de equilibrio puntuales, siendo necesario acudir a los elementos numéricos y geométricos que permitan brindar un acercamiento a la correspondiente solución. De forma gráfica, un punto fijo

se obtendrá estableciendo en donde se intersectan del gráfico del sistema con la línea recta de 45° .

Una solución $\phi(t) = \bar{x}$, $\forall t \in \mathbb{R}$ es un punto fijo para el SD en tiempo constante $\dot{x} = f(x(t), t; \mu)$, si:

$$f(\bar{x}, t; \mu) = 0 \quad (1.9)$$

Esto es, un punto fijo de un SD continuo simboliza una “tasa de cambio nula” del sistema.

De igual manera, la solución $\phi(k) = \bar{x}$, $\forall k \in \mathbb{N}$ es un punto fijo para el SD en periodo discreto $x(k+1) = F(x(k), k, \mu)$, si:

$$f(\bar{x}, k; \mu) - \bar{x} = 0 \quad (1.10)$$

Chaparro [1] sostiene que los atractores de punto fijo son los únicos estados de equilibrio posibles para un SD lineal.

Estabilidad de los puntos fijos

Shone [13] manifiesta que un atractor de punto fijo puede ser inalterable, asintóticamente inestable además de estable, conforme con los subsiguientes criterios:

- (i) El punto fijo \bar{x} del sistema $x = \dot{f}(x(t))$ es estable si dado $\epsilon > 0$ existe una cantidad real $\delta(\epsilon) > 0$, tal que si $\|x_0 - \bar{x}\| < \delta$, entonces la solución $\|f(t, x_0) - \bar{x}\| < \epsilon$ para todo $t > 0$.

De igual manera, el punto fijo \bar{x} del sistema $x(k+1) = F(x(k))$ es estable si para todo $\epsilon > 0$ se manifiesta $\delta(\epsilon)$ tal que $\|x_0 - \bar{x}\| < \delta(\epsilon)$, entonces la órbita $\|F^T(x(0) - \bar{x})\| < \epsilon$, $\forall T > 0$.

En otras palabras, un sistema podrá ser estable siempre que al ser ligeramente modificados de su estado de equidad, todos los resultados subsecuentes se mantienen cerca al equilibrio. Esta definición de estabilidad, es una concepción de inmovilidad local debido a que hace referencia a la dinámica del sistema en la cercanía de un punto de equilibrio, y se denomina como estabilidad de acuerdo con Lyapunov.

La estabilidad de los puntos fijos se determina considerando el razonamiento de la derivada estudiada en el punto fijo:

$$\lim_{\|x_0 - \bar{x}\| \rightarrow 0} \frac{\|f(t, x_0) - \bar{x}\|}{\|x_0 - \bar{x}\|} = |f'(\bar{x})| \quad (1.11)$$

- Si $|f'(\bar{x})| < 1$, el punto fijo \bar{x} es estable.

- Si $|f'(\bar{x})| > 1$, el punto fijo \bar{x} es inestable.
 - si $|f'(\bar{x})| = 1$, el punto fijo \bar{x} es neutral.
- (ii) El punto fijo \bar{x} del sistema $\dot{x} = f(x(t))$ es asintóticamente estable si es invariable de esta manera el limite $\lim_{t \rightarrow \infty} \|f(t, x_0) - \bar{x}\| = 0$.
 Así mismo, el punto fijo \bar{x} del sistema $x(k+1) = F(x(k))$ es asintóticamente estable siempre que sea estable y, manifieste $\eta > 0$ tal que $\|x_0 - \bar{x}\| < \eta$, entonces el limite $\lim_{T \rightarrow \infty} \|F^T(x(0) - \bar{x})\| = 0$.
 Es decir, cada dinámica que comienza muy próximo al punto de equilibrio, se encuentra con el punto de equilibrio cuando $t \rightarrow \infty$ o $T \rightarrow \infty$. Así mismo, es una concepción de inmovilidad local y se determina como estabilidad asintótica o general en la razón de Lyapunov, dicha estabilidad no es dependiente de la distancia que se encuentra entre la etapa inicial con el correspondiente punto de equilibrio.
- (iii) El punto fijo \bar{x} de los sistemas $\dot{x} = f(x)$ y $x(k+1) = F(x(t))$ es inestable sino es estable, es decir, si manifiesta $\epsilon > 0$ y una órbita que comienza en $x(0)$ arbitrariamente cerca al punto fijo tal que, la separación entre la órbita con el pertinente punto fijo es superior que ϵ en un tiempo futuro: $\|f(t, x_0) - \bar{x}\| \geq \epsilon$ para todo $t > 0$ y $\|F^T(x(0) - \bar{x})\| < \epsilon, \forall T > 0$. Los puntos fijos pueden categorizarse en: focos, centros, nodos y puntos de silla, de acuerdo a su estabilidad. Estas categorías se generan conforme con las valoraciones propias del Jacobiano para un estado de equilibrio \bar{x} .

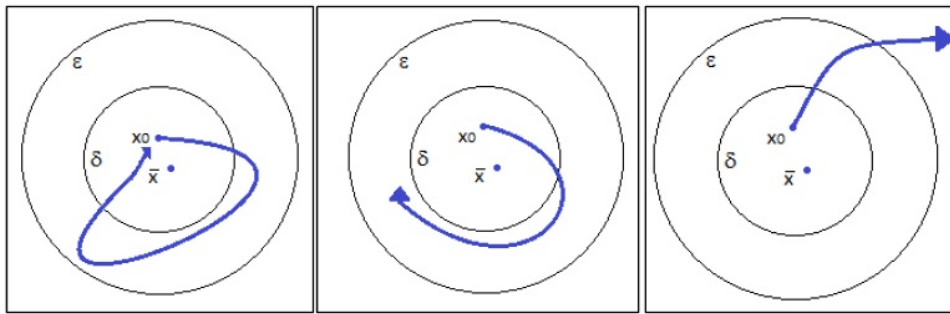


Figura 1.3: Estabilidad de los puntos fijos: estable, asintóticamente estable, inconstante respectivamente.

1.2.2. Atractor extraño

Chaparro [1] sostiene que un Atractor Extraño (AE) se determinará porque la trayectoria del sistema se compondrá por una cantidad no finita de puntos que la solución debe de recorrer de manera secuencial y de manera pertinentemente aperiódica; es así que, los recorridos no pasarán por puntos en los cuales ya pasó el sistema, manifestando las correspondientes soluciones del sistema una alta irregularidad, debido a que el periodo de su fluctuación se considerará infinito. Los AE poseen un esquema más complejo que aquellos que simbolizan los atractores periódicos y los cuasi-periódicos debido a que se compondrán por un grupo no limitado de puntos localizados en un espacio limitado del entorno de fases que se estira para luego plegarse sobre si en un procedimiento constante, conformando infinitas capas de trayectorias que se combinan pero que se cortan. Este proceso de estirado y posterior plegado de espacio de fases sobre si le brinda una geometría complicada al atractor el cual recibe por ello el nombre de AE.

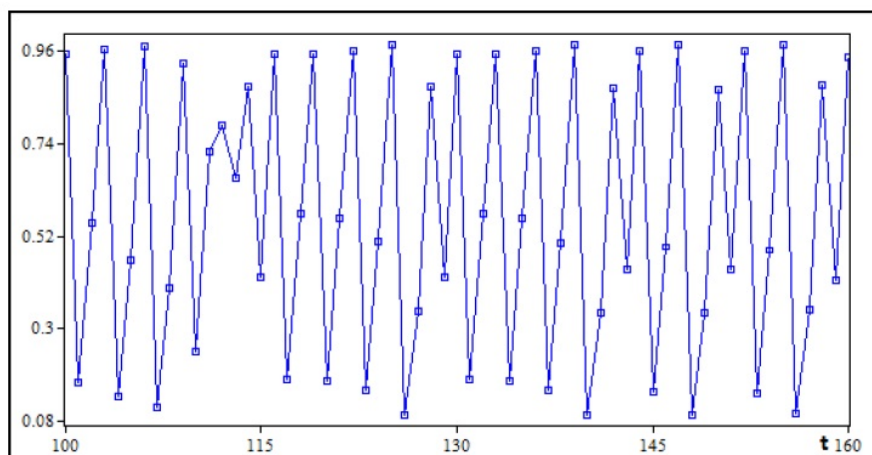


Figura 1.4: Trayectoria temporal caótica

Un AE manifestará las correspondientes particularidades:

(i) Infinitas órbitas inestables

Li y Yorke [19] manifiestan que en el interior de un atractor extraño se manifestarán una cuantía no finita de puntos periódicos de características inconstantes arbitrariamente cercano de otro punto del atractor; esto es, los puntos concernientes a las trayectorias periódicas (puntos fijos) se mantendrán presentes en un AE, pero se mostrarán puntos inconstantes. Las órbitas periódicas inconstantes dentro de un AE serán de cualquier periodo.

(ii) Movimiento ergódico de las trayectorias en el interior del atractor

Romera [12] define que la ergodicidad es una característica de los procedimientos que son dependientes del plazo y tratan en que la distribución del estado final de un sistema no corresponda de su estado primario. La suposición del movimiento ergódico fue manifestada por Boltzman en 1871 y de acuerdo con ella, la totalidad de las actividades de un sistema pasan arbitrariamente cerca de alguna de sus posibles estados si se espera un periodo. Desde cualquier pertinente estado primario en que se comience un sistema, éste irá a otro. Considerando la suposición de movimiento ergódico, en su evolución constante, un desplazamiento del sistema se moverá de manera secuencial todos los puntos para cada una de las trayectorias periódicas no estables determinadas en el AE.

(iii) Sensibilidad a las condiciones iniciales

Una particularidad resaltante de los AE es que las soluciones en el interior del atractor son sensibles a las circunstancias iniciales, en otras palabras, dos desplazamientos que principian en condiciones iniciales próximas, en el lugar de fases; se disgregarán de forma exponencial a medida que transcurre el tiempo.

Esta dinámica se produce de forma básica en sistemas que tienen como característica ser dinámicos no lineales, en donde la presencia de magnitudes que reaccionan de manera multiplicativa genera una escases de proporcionalidad entre las valoraciones iniciales y finales del sistema o, entre las correspondientes causas y efectos, provocando que pequeñas modificaciones en las valoraciones originales motiven grandes transformaciones los resultados concluyentes.

Dos soluciones de un SD que comienzan en situaciones iniciales $x(0)$ y $x(0) + \varepsilon$ respectivamente, siendo ε una cuantía muy reducida que simboliza la separación entre la evolución de las 2 soluciones, pueden distanciarse de manera exponencial de manera rápida el espacio de fases a medida que se aumenta el tiempo. Esta disparidad se puede particularizar como:

$$\varepsilon(n) \approx \varepsilon e^{\lambda n}$$

donde λ es el exponente de Lyapunov que brinda la tasa de promedio de diferencia.

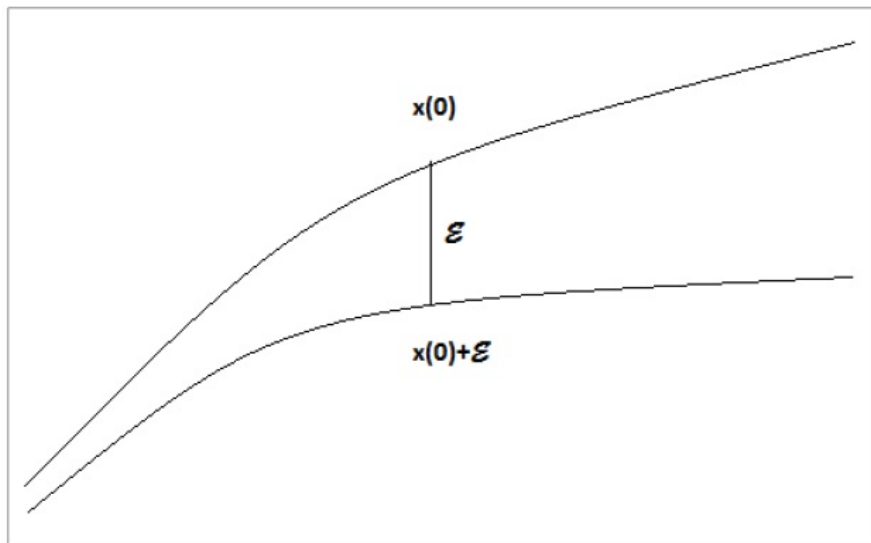


Figura 1.5: Diferencia exponencial incentivada por la sensibilidad a las condiciones primarias.

1.3. Sistemas dinámicos caóticos

La dinámica aperiódica e irregular provocada por un SD se denomina como caos y es particular de SD no lineales, estos SD se establecen como SD caóticos y se particularizan por:

- (i) Concurrir a un AE.
- (ii) Sus soluciones son no periódicas e inconstantes.
- (iii) Sus resultados son seuceptibles a los términos primarios.

Pueden ser métodos estocásticos, en otras palabras, sistemas irregulares que se encuentran sujetos a energías aleatorias endógenas, pero la escasa regularidad de los sistemas caóticos es intrínseca al sistema y está motivada por el procedimiento de combinación de las órbitas en el interior del atractor, en otras palabras, por las actividades de estirado como de plegado del espacio de fases.

Richard Day [2] hace mención a una novedosa distinción para los SD en donde por una parte se ubicarán los SD que muestra dinámica simple y por el otro, se localizan los que muestra dinámica complicada. Por dinámica simple se indica aquel comportamiento que une a atractores periódicos como a los cuasi periódicos. La fundamental diferencia de la dinámica simple es que sus soluciones repiten secuencialmente una cantidad finita de estados periódicos, en otras palabras, sus patrones se particularizan de manera simple o finita. Los SD complejos serán

los que el patrón de modificación no es periódico ni tampoco pertinentemente equilibrado. La modificación a largo plazo, por lo que concurre a un AE.

Una de las conceptualizaciones de sistema caótico que es utilizada es la relacionada con Devaney [9]; pero, la definición inicial fue proveída por Li acompañado de Yorke en 1975 y desde ese momento han aparecido una variedad de maneras de particularizar la dinámica caótica, sin embargo; una de ellas se fundamenta en la presencia de un atractor extraño, con lo cual, un SD caótico llegará a ser aquel en donde la dinámica se mantenga estable en un AE. Esta forma de detallar la dinámica caótica es reconocida como caos en el razón de Ruelle.

A continuación se mostrará la conceptualización de Devaney [9] debido a que es una de las más empleadas.

(i) Transitividad topológica o mezclado

Un SD es transitivo si para otro par de puntos x e y , y entorno $\epsilon > 0$ hay un tercer punto z en el entorno ϵ de x cuya órbita se relaciona en el entorno ϵ de y .

Por transitividad, de igual manera se entenderá, la propiedad en donde 2 puntos cualquiera de un SD, se ubicará un tercer punto arbitrariamente cerca a los dos. La interpretación intuitiva de esta propiedad es que las aplicaciones topológicamente transitivas poseen puntos que tienen movimiento, bajo la actividad del sistema, desde un grupo arbitrariamente pequeño a otro consecutivo. En otras palabras, que el atractor caótico no se puede separar en 2 grupos abiertos disjuntos no variantes bajo la actividad del sistema.

(ii) Puntos periódicos densos en el atractor

Establecido un conjunto $Y \subset X$, se indica que Y es denso en X si, para otro punto $x \in X$ hay un punto $y \in Y$ arbitrariamente cerca a x , en otras palabras, arbitrariamente cercano de cada punto de Y existirá algún punto de X .

Esta propiedad señala que un SD caótico poseerá puntos periódicos próximos a otro punto de un AE. Estos puntos periódicos estarán, no estables, y poseerán un papel importante en la teoría del control del caos cuya finalidad será, el de la estabilización, en cierto grado, alguno de esos puntos periódicos no estables.

(iii) Dependencia sensible a las restricciones iniciales

Un SD F es sensible si dados 2 puntos arbitrariamente cerca estos se separan en una valoración β posteriormente de k iteraciones; esto es: $|F^k(x) - F^k(y)| > \beta$, siendo $F^k(x)$ y $F^k(y)$ las iteraciones de los puntos x e y k veces. En otras palabras, puntos arbitrariamente

te cerca en el atractor presentan sendas trayectorias que se pueden separar o progresar de forma diferente, pero ambas siempre en el interior del atractor.

Las 3 propiedades previas particularizarán a un sistema caótico. Es así que, de acuerdo con la conceptualización de Devaney, un SD F es caótico si:

1. F es transitorio.
2. Los puntos periódicos de F son densos en el atractor.
3. F presentan dependencia sensible a las restricciones primarias

1.4. Aplicación logística

Chaparro [1] manifiesta que la aplicación logística es empleada de manera amplia para dibujar el comportamiento complicado provocado por un SD relativamente simple. Presenta las particularidades diferentes de un SD caótico: está incentivado por un SD determinista no lineal, presenta comportamiento no periódico o no regular con apariencia aleatoria, es sensible a las circunstancias primarias y se unen a un AE.

La ejecución logística posee su inicio en la ecuación manifestada por Malthus para detallar el desarrollo de una población:

$$x(k+1) = \mu x(k) \quad (1.12)$$

donde el valor de $x(k+1)$ manifiesta la dimensión de una población en el lapso de tiempo, la cual es dependiente del tamaño de la población en el periodo previo $x(k)$; μ es la palabra que simboliza un elemento de desarrollo no limitado por el entorno. La ecuación (1.12) detalla un procedimiento en donde la población de cualquier plazo previo, mostrando de esta manera una relación lineal en donde la solución demuestra un progreso exponencial de la población:

Verhulst [14] en el año 1845 agregó a la ecuación (1.12) el término $(1 - x)$, que indica que la ecuación sea no lineal y que modeliza una dinámica más realista en donde la cuantía de elementos que se dispone coloca un límite al desarrollo de la población:

$$x(k+1) = \mu x(k)(1 - x(k)), \quad x \in [0, 1], \mu \in [0, 4] \quad (1.13)$$

La ecuación (1.13) simboliza un SD discreto de una única variable de estado que adquiere valoraciones en el rango $0 \leq x \leq 1$ y un parámetro μ que se ubica en el rango $0 \leq \mu \leq 4$. Modeliza

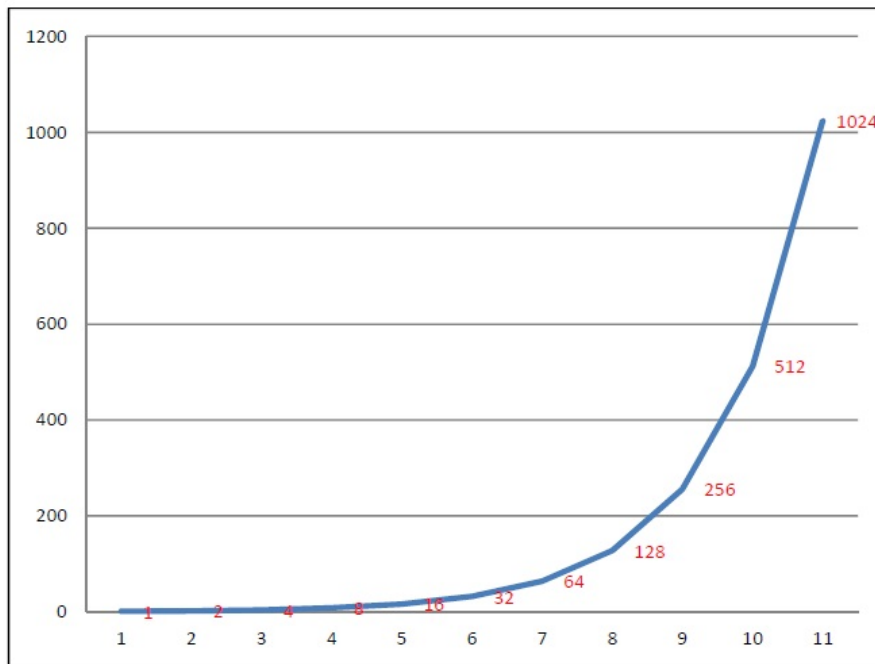


Figura 1.6: Crecimiento exponencial logístico.

una situación en donde la transformación de la variable de estado es una actividad de la variable en un instante previo; la modificación en el estado del sistema se encuentra establecido por la ley de movimiento (1.13). El espacio de fases de la ejecución es el intervalo $[0, 1]$ de la recta real.

La ecuación logística, ejecutada al modelo poblacional señala que la cantidad de personas conforman una población podrá obtener una valoración máxima de desarrollo de acuerdo con la cabida de soporte del entorno, y al ubicarse en dicha valoración, la población sólo tenderá a disminuir.

La figura de la ejecución logística es una curva parabólica en donde la altura se adapta por medio del parámetro de control μ . La forma particular de campana de la ejecución está generada por el término no lineal $(1 - x)$ que provoca dos consecuencias que pertinentemente se oponen: el aumento en la valoración de $x(k + 1)$ provoca que la curva se incremente, llegando a un punto máximo localizado en $f(1/2) = \mu/4$ luego del cual, el término no lineal provoca que la curva comience a disminuir.

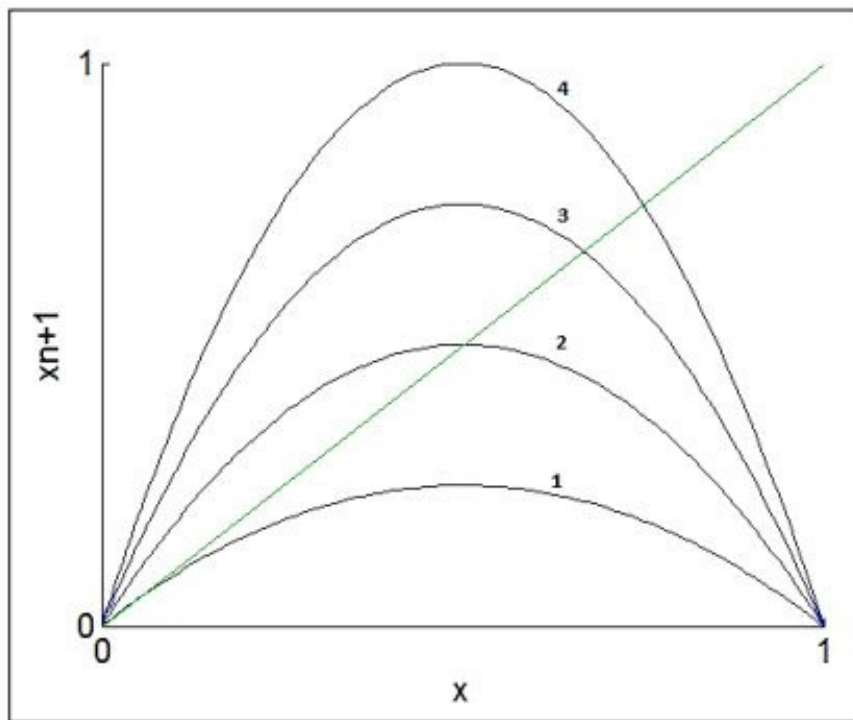


Figura 1.7: Aplicación logística para distintas valoraciones de μ . La línea diagonal se vincula a $x(k+1) = x(k)$.

1.5. Política monetaria

Según el *glosario* del BCRP [3] la política monetaria es el ordenamiento que efectúa la entidad bancaria de la oferta monetaria y de las clases de interés, para mantener la inflación y mantener pertinentemente la divisa. En el Perú, el BCRP es la entidad que tiene la responsabilidad de la política monetaria. El propósito del Banco es realizar la preservación de la estabilidad de la moneda, en otras palabras defender el poder de adquisición del dinero. Para esto posee diversas tareas como la de realizar la regularización del total de dinero, gestionar las pertinentes reservas internacionales, realizar la emisión de billetes como de monedas y brindar información continuamente sobre las finanzas del país. La política monetaria utiliza herramientas de mercado para realizar la inyección o el retiro de liquidez del correspondiente sistema bancario. El BCRP efectúa la regulación de la liquidez por medio de sus instrumentos de supervisión y control de la moneda, los que pueden disgregarse en:

Instrumentos de mercado

- Subastas de certificados CDBCRP y CDR BCRP

- Adquisición con contrato de recompra de títulos Valores del BCRP y del Tesoro Público
- Ventas de fondos del Banco de la Nación
- Mediación en el mercado cambiario

Instrumentos de ventanilla

- Financiación de regulación de la moneda
- Adquisición temporal de monedas internacionales
- Depósitos overnight
- Requerimientos de encaje.

1.6. Reglas de control en política monetaria y estabilización macroeconómica

Chaparro [1] en su tesis manifestó que por inestabilidad económica, se puede entender los desequilibrios provocados por diferentes variables económicas; y en cuanto a políticas de estabilización, se entiende, suprimir estas oscilaciones innecesarias. La inconsistencia del sistema económico puede ser motivada por factores externos o internos del sistema. El estudio de la dinámica caótica en economía da una exposición endógena de la existencia de ciclos y enfatiza que estos factores endógenos son la base del SD.

Según Barnett y He [20] la conceptualización de política de estabilización asume implícitamente que la macroeconomía es variable sin una normativa. Por tanto, se entiende a través de la política de estabilización elegir una normativa que transforme la economía de un sistema operativo inestable a un sistema económico. Estabilice los parámetros moviéndolos de un punto inestable a un punto estable.

Por lo tanto, los SD caóticos pueden ser estables a plazo largo en diversos equilibrios dinámicos calificados como atractores. Estos pueden considerarse tipos de punto fijo donde la dinámica del sistema se mantiene estable, o imitar oscilaciones periódicas o atractores extraños con oscilaciones no periódicas. Puede estabilizarse. Los sistemas no lineales pueden permanecer estables en cualquier equilibrio dinámico, en contraste de los sistemas lineales, el único punto de equilibrio posible en un sistema lineal es un atractor de punto fijo. Según estos diferentes

comportamientos, la estrategia de estabilización se puede definir como el valor del parámetro de control para obtener una economía de un equilibrio dinámico irregular a un estado estable. Cuando el sistema dinámico caótico es estable en el extractor, presentará fluctuaciones irregulares, esta irregularidad no es provocada por los factores inherentes al sistema, sino por la retroalimentación no lineal del sistema, en otras palabras, afectada por factores internos. La teoría del control del caos menciona algunos métodos para tratar de suprimir este comportamiento caótico: el método consiste en hacer que el camino pase irregularmente por cada estado de equilibrio dinámico inestable, y estos estados de equilibrio dinámico inestable se encontrarán en el interior del atractor, se mantenga en uno de ellos y se quede ahí.

La ejecución de metodologías de control del caos a los sistemas económicos dinámicos (no lineales como lineales) requerirá simbolizar estos modelos en el espacio de estados. En general, la puntualización de un modelo a nivel económico espacial utilizará dos tipos de variables: estado y control. Las variables de estado (correspondientes a las variables externas del modelo económico) describen el estado económico, pero no consiguen ser cambiadas por los tomadores de decisiones o responsables de las políticas; las de control (instrumentos de política) pueden modificarse de forma directa para influir en el comportamiento de las “variables de estado” y dirigir la economía al comportamiento planificado por las autoridades económicas por medio de políticas de estabilización, tratamos de ajustar o controlar variables externas como tasas de interés o montos, de manera que las variables objetivo (x) (desempleo, inflación, producción, entre otros) estén cerca del valor esperado o valor predeterminado (x^*). Por lo tanto, en un entorno de dinámica caótica, implementar una normativa estabilizadora simbolizará que la economía alcanzará el equilibrio dinámico ideal.

Al aplicar métodos de control del caos a los correspondientes modelos económicos, intentamos transformar la economía de un equilibrio dinámico inestable a un equilibrio estable mediante la aplicación de reglas de políticas de supervisión adoptada por el método de control del caos. En efecto,

$$r_t = r_{t-1} + \delta(x_{t-1}^* - x_{t-1}) \quad (1.14)$$

De forma, global un método de inspección se encargará que una variable controlada x , adquiera una valoración deseada x^* , a través de arreglos en el valor de una segunda variable denominada como variable de control r .

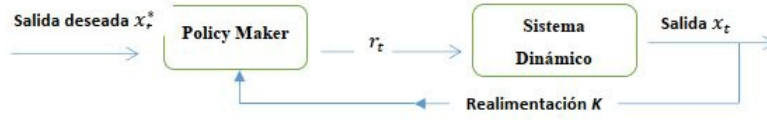


Figura 1.8: Sistema de retroalimentación negativa en una pauta de política monetaria.

Con la ejecución de la regla (1.14), el policy maker intentará que la variable controlada x_t adquiera una valoración deseada x_t^* realizando el ajuste necesario de la variable de control r_t : el instrumento r_t debe minimizarse (elevarse) si la variable objetivo x_t se ubica debajo (encima) de su valoración objetivo x_t^* en el período previo.

Briggs y Peat [17] en su libro titulado “Espejo y reflejo: del caos al orden” relatan que, como lo muestra la regla de Taylor, la estabilidad de las reglas de política flexible se debe a que son reglas de retroalimentación, y esta posee un papel definitivo en los siguientes aspectos: estabilizar el proceso, porque regula la interacción entre las dos variables asociadas a la actividad. La retroalimentación negativa controla el cambio de una variable en relación con otra, entre tanto que la retroalimentación positiva las aumenta. Un ejemplo de retroalimentación positiva es la espiral ascendente de la inflación, donde el incremento de los precios conduce a salarios más altos para los trabajadores, lo que a su vez conduce a precios más elevados, entre otros.

Kendrick [10] en 1989 indica que la retroalimentación negativa se aplica en economía bajo la denominación de estabilizador automático (Kendrick, 1989), que se entiende como el reconocimiento de estos comportamientos económicos que corrigen los desequilibrios del mercado sin mediación del Estado, organizaciones o personas. El estabilizador automático funciona compensando las fluctuaciones cíclicas de la economía, por ejemplo, el gasto público, el seguro de desempleo o los cambios fiscales equilibran la expansión y las tendencias ocultas de la economía en varias etapas..

La ejecución de la política monetaria actual, puede ser percibida como una solución al problema de control, y el objetivo del policy maker es controlar a estabilidad (o supervisión) de la producción y la inflación alrededor de unas valoraciones de equilibrio:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \pi(t) = \pi^* \quad (1.15)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = Y^* \quad (1.16)$$

Con el propósito de estabilización las autoridades económicas indagarán que las variables in-

flación y producción de un SD económico sean asegurados de acuerdo a su pertinente punto de equilibrio, en otras palabras, se busca llevar las soluciones $\pi(t)$ e $Y(t)$ del sistema a sus equilibrios π^* e Y^* . La consecución de este propósito de control abarcará el diseño de una normativa de control en lazo cerrado de la siguiente forma:

$$i(t) = -K_1\pi_t - K_2Y_t \quad (1.17)$$

Como se indicó previamente, la “regla de Taylor” ha sido pertinentemente ejecutada en una diversidad de países en el interior de un régimen de control de manera directa de la inflación dada a su habilidad para realizar una estabilización de inflación y la productividad entorno a unas valoraciones de equilibrio:

$$i_t = r^* + \alpha(\pi_t - \pi^*) + \beta(Y_t - Y^*) \quad (1.18)$$

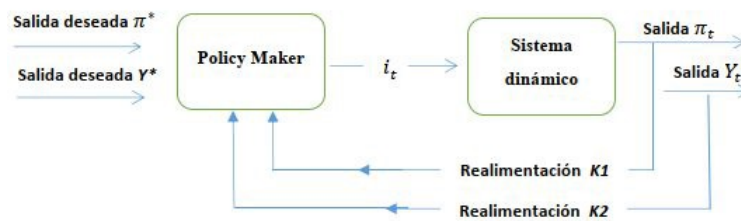


Figura 1.9: Sistema de retroalimentación negativa en la regla de Taylor.

Con la ejecución de la regla propuesta por Taylor (1.18) el policy maker intentará que las variables en control π_t e Y_t se acerquen a una valoración esperada π^* e Y^* realizando el ajuste al instrumento de control i_t . En política monetaria esta conceptualización de control estará considerada como el ajuste que deben realizar las compañías bancarias centrales sobre la pertinente tasa de interés de plazo corto para que la clase de inflación y el grado de productividad se acerquen a sus valoraciones establecidas.

Capítulo 2

Modelo de inflación de Futoma y Southworth

En este capítulo, se presenta el modelo de inflación tal y como lo presento Futoma y Southworth [15] en el año 2011; quienes reconocieron y analizaron las fluctuaciones externas en una economía monetaria partiendo del modelo brindado en un primer momento por Matsuyama [11]. Estos autores visualizaron como las energías internas en una economía de capital pueden generar modificaciones confusas de la inflación y determinaron que, para valoraciones específicas de algunos parámetros, el modelo puede ser reescrito como la aplicación logística y por ende puede ser estabilizado su comportamiento caótico mediante las estrategias de control.

El modelo parte de los siguientes supuestos:

1. Se presenta un agente característico con una extensión de vida no finita y la capacidad de realizar pronósticos perfectamente de los precios futuros.
2. El incremento de la utilidad del agente; emana su satisfacción del consumo de productos y de tener dinero.
3. El ejercicio de utilidad del agente se encontrará brindada por la actividad de consumo y de saldos reales. Los saldos reales son la cuantía actual de dinero que el agente tiene, ajustados por la inflación.

2.1. Derivación del modelo

Futoma y Southworth [15] afirman que una hipótesis principal del modelo es que se incrementará la utilidad total del agente. Pero, se entiende que el agente posee una extensión de vida no finita, abarcará una tarea de empleabilidad para cada uno de la cantidad infinita de tiempos que vive. El agente aumenta la adición de su empleabilidad sobre la totalidad de los periodos:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c(t), m(t))$$

Su utilidad U en el pertinente tiempo presente, t , se manifiesta como una tarea de su consumo actual $c(t)$, y de sus saldos reales $m(t)$. $\beta \in (0, 1)$ es un indicador de descuento de utilidad del agente en los futuros periodos. Esto es, β se encarga de medir qué tanto alarma al agente su utilidad futura cotejada en su utilidad actual.

Como la utilidad depende tanto de sus saldos monetarios reales como de su nivel de consumo, puede producir trayectorias de precios divergentes con una oferta monetaria constante; sin embargo, se muestra que algunas condiciones débiles y económicamente sensibles son suficientes para descartar estas trayectorias divergentes y seleccionar el estado estacionario como la única trayectoria de equilibrio.

El agente posee diversas limitantes en su consumo y en sus saldos reales. La delimitación presupuestaria del agente, dada una cantidad primaria de dinero $M_0 = M(0)$:

$$M(t) = P(t)(y - c(t)) + H(t) + M(t - 1)$$

La fórmula muestra el presupuesto minimizado del agente en el tiempo t . El indicador y que simboliza el equipamiento de bienes no duraderos, detalla un grado constante de bienes dado para el agente. $M(t)$ personifica el dinero nominal del agente en el periodo t , es decir, la parte de dinero que posee el agente sin realizar el ajuste de la inflación. $M(t)$ se vincula con los saldos reales así:

$$m(t) = \frac{M(t)}{P(t)}$$

donde $P(t)$ simboliza el grado presente de precios. El agente establece el grado de precios en el periodo $\{P(t)\}_{t=0}^{\infty}$, de manera independiente a su adquisición de dinero, con lo cual $P(t)$ nunca depende de $M(t)$ o $m(t)$. De igual manera, al inicio de cada plazo t , el agente consigue papel moneda del Estado $H(t)$, evento que no depende de la tenencia previa de dinero del agente. $H(t)$ simboliza así, el “helicopter drop” de dinero del agente en cada tiempo.

En la economía, la oferta de dinero aumenta a una tasa μ , con $\mu > \beta$. Por la conceptualización de μ se consigue que $M(t) = (\mu - 1)M(t - 1)$. $H(t)$ se puede manifestar como la diferencia en la posesión de saldos nominales entre los periodos $t - 1$ y t ; empleando la preliminar se consigue alcanzar:

$$H(t) = (\mu - 1)M(t - 1)$$

Entonces, el mercado se vacía cuando:

$$M(t) = \mu^t M_0, \quad c(t) = y, \quad \forall t$$

El punto de muerto o de equilibrio de la correspondiente economía está señalada por una serie no negativa de saldos reales que satisfacen:

$$\beta U_c(y, m(t + 1)) m(t + 1) = \mu m(t) [U_c(y, m(t)) - U_m(y, m(t))] \quad (2.1)$$

donde U_c y U_m manifiestan las pertinentes derivadas parciales de U . La condición de transversalidad que debe satisfacer el punto muerto o de equilibrio es:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t U_c(y, m(t)) m(t) = 0$$

El estado estacionario está dado por $m(t) = m^*$. Sin embargo, como también se tiene que $M(t) = \mu^t M_0$ y $m(t) = M(t)/P(t)$, el estado estacionario se puede volver a escribir como:

$$P(t) = \mu^t \frac{M_0}{m^*}, \quad \forall t$$

Nótese que $m^* > 0$, m^* debe ser el único estado estacionario, además m^* satisface:

$$(\mu - \beta)U_c(y, m^*) = \mu U_m(y, m^*)$$

La anterior expresión está obtenida sustituyendo $m(t + 1) = m(t) = m^*$ en la ecuación 2.1. De acuerdo a Matsuyama, realizan la hipótesis simplificadora de la función de utilidad posee la siguiente representación:

$$U(c, m) = \left\{ \begin{array}{ll} -\frac{[g(c)m]^{-(1+\eta)}}{1+\eta} & \text{para } \eta \neq -1 \\ \log g(c) + \log g(m) & \text{en otro caso} \end{array} \right\} \quad (2.2)$$

Donde g es una función arbitraria de c que satisface $g > 0$, $g' > 0$, y

$$\sup \left[\frac{gg'}{g'^2} \right] < 1$$

De forma adicional, η es un parámetro que satisface:

$$(\eta + 2) \left[2 - \sup \left(\frac{gg'}{g'^2} \right) \right] > 1$$

El parámetro η vincula la elasticidad de subsustitución intertemporal de saldos reales, σ , por medio de:

$$\sigma = (\eta + 2)^{-1}$$

La elasticidad de substitución intertemporal de saldos reales detalla la delicadeza de la tasa de aumento de los saldos reales al porcentaje de interés, o la tasa que una persona inversora espera obtener después de haber descontado la inflación. Reemplazando la ecuación (2.2) en (2.1) se obtiene:

$$p(t+1) = (1 + \delta)^{\frac{1}{\eta}} p(t) (1 - p(t))^{\frac{1}{\eta}} \equiv F(p(t)) \quad (2.3)$$

El nuevo parámetro δ está establecido por:

$$\delta \equiv \frac{\mu}{\beta} - 1 > 0$$

La variable nueva $p(t)$ está definida por:

$$p(t) \equiv \frac{g(y)}{g'(y)m(t)}, \quad p(t) \in (0, 1)$$

Para la variable p la situación de transversalidad es:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t p^\eta(t) = 0$$

El estado estacionario en conceptualización del novedoso parámetro es:

$$p^* = \frac{\delta}{1 + \delta}$$

Los autores desestiman el caso $\eta = 0$ por simpleza. La situación singular en la cual $\eta = 1$ es un caso asunto distinguido debido a que reemplaza $\eta = 1$ en (2.3) se obtiene la reconocida ejecución logística:

$$F(p(t)) = (1 + \delta)p(t)(1 - p(t)), \quad p(t) \in (0, 1) \quad (2.4)$$

El análisis aquí puede considerarse como una demostración de especulación desestabilizadora de precios consistente con competencia perfecta y expectativas racionales en un escenario de equilibrio general, ya que el arbitraje intertemporal por agentes es una fuerza impulsora detrás

de la dinámica de precios. Uno puede sentir intuitivamente que está defectuoso. Para ver esto, tenga en cuenta que, de (2.2) y la definición de $p(t)$,

$$U(y, m(t)) = -\frac{B}{1+\eta}(p(t))^{1+\eta} = \frac{B}{1+\eta}\{(\beta/\mu)(p(t+1))^\eta - (p(t))^\eta\},$$

donde B es una constante positiva, independiente de μ , y se ha utilizado la ecuación (2.3). Por lo tanto, se puede calcular fácilmente el nivel de bienestar bajo una oferta monetaria constante ($\mu = 1$) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} W = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(y, m(t)) &= \frac{B}{1+\eta} \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \{ \beta(p(t+1))^\eta - (p(t))^\eta \} \right] \\ &= \frac{B}{1+\eta} \left[\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t (p(t))^\eta - (p(0))^\eta \right]. \end{aligned}$$

Considere el caso de $\eta > 0$, donde hay múltiples equilibrios con límites. A partir de la acotación, $\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t (p(t))^\eta = 0$ se tiene que,

$$W = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(y, m(t)) = -\frac{B}{1+\eta} (p(0))^\eta.$$

Por lo tanto, un equilibrio con un precio inicial más bajo da un mayor bienestar bajo una oferta monetaria constante. En particular, cuando $\delta > 2\eta > 0$, todos los equilibrios fluctuantes que comienzan con $p(0) < p^*$ son mejores que el equilibrio de estado estacionario.

Capítulo 3

Comportamiento de la política monetaria durante los años 2004-2008

En el presente capítulo, se describe el comportamiento de la estabilidad de la política monetaria durante los años 2004 al 2008 en Perú, habiendo recogido información muy valiosa del ente principal de la política monetaria, el Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), usando las ecuaciones dadas en el capítulo anterior para poder lograr el objetivo de ésta investigación.

3.1. Política monetaria durante los años 2004-2008

AÑO 2004

Según la reporte del BCRP [4] el año 2004 se particularizó por un incremento de los indicadores macroeconómicos más resaltantes, demostrando una continuación de la creciente generada en el periodo 2002. Se visualizó una elevada eficacia de la parte económica del Perú, detallándose en el mes de diciembre de 2004 un incremento sostenido por cuarenta y dos meses de manera continua, reflejándose en niveles mayores de trabajo, puntualmente en las regiones. La evolución de los productos se explica por la estabilidad macroeconómica interna, mayor financiamiento interno y menores tasas de interés (en un entorno internacional particularmente favorable), lo que no solo beneficia el crecimiento económico, sino que también mejora las cuentas externas y los ingresos por producción. Sin embargo, dado que durante el año se registraron presiones

inflacionarias por choques de oferta externo e interno, el BCRP logró su meta de inflación por tercer año consecutivo. Durante 2004, el interés de inflación anual fue de 3,48 por ciento que se acercó al umbral más alto establecido por el Banco Central (3,5 %). Durante el año, especialmente en los primeros seis meses, se produjeron una serie de shocks de oferta, que incluyeron el aumento de los precios del petróleo y los viveres importados y la sequía. Esto ha afectado la oferta principal agrícola local y ha hecho subir el precio de los alimentos, principalmente arroz y azúcar. Esto incrementó temporalmente la tasa de inflación, alcanzando su tasa anual más alta en julio (4,6 %). Considerando la naturaleza transitoria de estos choques, el banco central no modificó la orientación de su política monetaria en el primer semestre del año. Sin embargo, dada la magnitud y persistencia de la desviación de la tasa de inflación objetiva, el BCRP elevó dos veces la tasa de interés para evitar ampliar el diferencial entre ambas. El lado negativo es el choque de oferta al resto de la canasta de consumo, como el aumento de las expectativas de inflación. Además, la decisión es consistente con la reducción gradual del estímulo monetario.

AÑO 2005

Conforme con el informe del BCRP [5] en 2005 la economía del Perú se particularizó por establecer un apropiado desempeño macroeconómico. En un entorno global apropiado, con el aumento de los primordiales asociados comerciales y la mejora de los criterios de intercambio, la ampliación del porcentaje de PBI es de 6,4 y la tasa de inflación es tan baja llegando a un 1,5 por ciento. Todo ello contribuye a la tributación y reduce el déficit fiscal al porcentaje de 0,3 del PBI. En el programa de metas de inflación lanzado en 2002, el BCRP logró su meta de inflación por cuarto año consecutivo en 2005, ubicándose así en el límite inferior del 2,5 por ciento del rango anunciado por el BCRP, con una tolerancia de un punto porcentual hacia arriba y hacia abajo. En comparación con el año anterior, la razón de la menor tasa de inflación es que las malas condiciones climáticas hicieron que la tasa de inflación aumentará en 2004, se revirtió el choque de oferta y el menor impacto de la tasa de inflación aumentó precios del petróleo para medidas fiscales compensatorias. La economía creció un 6,4 por ciento, el nivel más elevado desde el respectivo periodo de 1997, motivado fundamentalmente por la vitalidad de la demanda interna, con un incremento del 5,5 por ciento. Por otro lado, el consumo y la inversión del sector privado aumentaron un 4,4 por ciento y un 13,9 por ciento, respectivamente. Estimulada por la demanda enérgica de minerales y textiles además de bienes agrícolas que son no tradicionales, la demanda externa también es importante.

AÑO 2006

Conforme con el informe del BCRP [7] la economía del Perú se particularizó por establecer un propio desempeño macroeconómico en 2006. El PBI aumentó un 8,0 por ciento, la tasa más alta desde 1995. En un entorno internacional favorable, la tasa de inflación alcanzó 1,1 por ciento principalmente por el aumento de los primordiales socios comerciales y la mejora de los términos de intercambio. El aumento de la recaudación tributaria y el superávit fiscal del 2,0 por ciento de PBI y el perfeccionamiento de las razones financieras de las compañías bancarias se explican en gran medida. El favorable desarrollo de la economía peruana ha contribuido a mejorar la categorización de la deuda soberana de Perú por parte de Fitch y Standard & Poor's, posicionándonos a un paso del nivel de inversión. Como en años anteriores, el crecimiento del PBI indica un incremento generalizado de la totalidad de los elementos de la demanda interna, especialmente el consumo privado (6,5 por ciento) y la inversión del correspondiente sector privado (20,2 por ciento). El crecimiento visualizado en 2006 se produjo en un clima de alta confianza entre comerciantes y consumidores, que se vio respaldado por el entorno macroeconómico, la estabilidad de precios y un crédito más dinámico en una situación internacional, la tasa de crecimiento sigue aumentando y los precios de los bienes básicos de exportación están aumentando. En 2006, el crecimiento estuvo relacionado con el incremento de la producción de los elementos, junto con elevados grados de inversión, tuvo una consecuencia positiva en el producto potencial. La mayor tasa de incremento económico se refleja en el importante el aumento del empleo. Entre las compañías con más de 10 colaboradores en el casco urbano, el número de empleados aumentó un 7,3 por ciento, resaltando el aumento del 8,3 en las localidades del interior, que supera el determinado en Lima metropolitana (7,1 por ciento). La acumulación de la inflación hasta el último mes de 2006 fue 1,1 %, cifra inferior de la visualizada el año anterior (1,5 por ciento). Debido a la reversión del shock de oferta en 2005, el colapso de los precios de los combustibles y las facturas de la electricidad afectaron los precios de los alimentos. El indicador de inflación subyacente (indicador de tendencia de precios) varió 1,4 por ciento superior al nivel de 2005 (1,2 %). En los primeros 5 meses de este periodo, el BCRP incrementó la tasa de interés de referencia de política económica en 25 puntos básicos cada 30 días hasta llegar a mayo de 2006. La situación explicaba que, a junio, el BCRP había mantenido de manera permanente la tasa de interés de referencia sin cambios en un entorno donde la tasa de inflación de referencia se mantuvo estable y aumentó de acuerdo con la demanda interna, a las escasas expectativas de inflación, elevada productividad económica y apreciación del nuevo Sol.

AÑO 2007

De acuerdo con el informe del BCRP [8] en un transfondo de expectativas optimistas, el crecimiento de la producción nacional alcanzó el 9 por ciento en 2007, el nivel más alto de los últimos 13 años. Este sorprendente cambio (logrado por octavo año consecutivo) permitió al país consolidar su senda de crecimiento y reducir gradualmente la pobreza. El PBI a crecido el 34 % en todo este tiempo. El crecimiento económico está respaldado por la demanda interna. El aumento real de la demanda interna en 2007 fue del 11,6 por ciento, reflejando la alta tasa de crecimiento del consumo y la inversión. El optimismo de empresas privadas, aumento de la renta disponible, aumento de los puestos laborales, elevados precios de los insumos principales de exportación y extensión del crédito. La inversión privada aumentó un 23 por ciento después de un aumento del 20 por ciento en 2006. Esta expansión ha estado acompañada de la adopción de tecnologías más modernas, lo que se refleja en un aumento significativo de los bienes de capital importados. Es importante descartar la vitalidad de este año. La exportación de productos registrados alcanzó un nuevo récord histórico (US\$ 28 mil millones). Los precios en los mercados extranjeros se han visto afectados por la evolución positiva (las exportaciones tradicionales son 16 dólares, las exportaciones no tradicionales son 9 dólares), la diversificación de productos y el acceso a nuevos mercados se han incrementado el crecimiento de las exportaciones no tradicionales (19 %). A nivel internacional, el combustible sigue aumentando y los alimentos vinculados a sus precios. Todo se ha convertido en presiones inflacionarias en la mayoría de las economías del mundo. En Perú, estas presiones se sienten directamente por medio del sector alimentos e indirectamente mediante los costos de producción e insumos de la empresa. En este caso, desde octubre, la tasa de inflación acumulada en los últimos 12 meses ha estado por sobre el rango establecido, lo que llevó al BCRP a tomar medidas preventivas para restaurar la inflación y alcanzar el rango objetivo establecido lo antes posible, de 1 a 3 por ciento, por lo tanto, en julio y septiembre, cada oportunidad elevará la tasa de interés de referencia en un total de 25 puntos básicos para evitar que el alto crecimiento de la demanda interna provoque inflación y mantenga el crecimiento esperado .

AÑO 2008

De acuerdo al informe del BCRP [6] el año 2008, en setiembre, tras la paralización del banco Lehman Brothers, se recordará como el comienzo de la crisis financiera internacional, la crisis más crítica desde la gran depresión en 1929. A partir de ese mes, el colapso del mercado financiero internacional ha estado afectando la economía real de una gran parte de las naciones

del mundo, lo que significa que las economías de los países emergentes y otros países se han desacelerado severamente. Sin embargo, una perspectiva internacional, la actividad económica del Perú ha logrado un crecimiento del PBI de 9,8 por ciento, el nivel más alto de los últimos 14 años y el más alto de América Latina, por lo que ha logrado expansión durante años consecutivos. Cabe señalar que los bucles de esta longitud no se han registrado desde la década de 1960. Cada tres meses, el ratio se incrementó en más de un diez por ciento de los 3 primeros trimestres del correspondiente año y descendió una media del 6,7 por ciento del cuarto trimestre. Gracias a la progresión de la inversión de la parte privada y el consumo privado, la demanda interna aumentó un 12,3 por ciento en 2008 (para un total de tres años, la tasa de crecimiento fue de dos dígitos). Existe una confianza en la solidez macroeconómica entre consumidores con los empresarios. La tasa de inflación, determinada por la fluctuación del índice de precios al consumidor (IPC) puntualmente de Lima, se ubicó en 6,65 por ciento en el respectivo periodo de 2008, lo que refleja principalmente el efecto de los choques en la oferta de alimentos importados y nacionales. Los precios aumentaron un 9,7 por ciento durante el año. Debido al rápido ajuste de los precios internacionales de las materias primas en el contexto del deterioro de la economía mundial, la presión alcista sobre los precios de los alimentos importados se atenuó gradualmente en los últimos meses de este año.

3.2. Comportamiento de la política monetaria según ecuación de Futoma y Southworth

En el siguiente apartado se muestra el comportamiento de la política monetaria durante los años 2004-2008 en Perú según la ecuación (2.4), para lo cual hemos recogido información real de la base de datos del BCRP. Así mismo, por las condiciones del modelo desarrollado en el capítulo II, se ha creído conveniente considerar la función arbitraria $g(x) = x^2$.

El análisis de la ecuación(2.4) se hará para el caso $-1 < \delta \leq 3$. ¿Porqué?. Si $h(p(t)) = p(t)(1 - p(t))$ y calculamos su máximo: $p(t) = 1/2$.

Ahora calculando el valor de $h(p(t))$ en $p(t)=1/2$ queda $h(1/2)=1/4$. Por lo tanto; si $-1 < \delta \leq 3$ se garantiza $F(p(t)) = (1 + \delta)h(p(t)) \in [0; 1]$.

Puntos fijos y estabilidad

Para calcular los puntos fijos de F dada por (2.4) se resuelve:

$$\begin{aligned}p(t) &= (1 + \delta)p(t)(1 - p(t)) \\p(t) &= (1 + \delta)p(t) - (1 + \delta)p^2(t) \\p(t) - (1 + \delta)p(t) + (1 + \delta)p^2(t) &= 0 \\(1 + \delta)p^2(t) - \delta p(t) &= 0\end{aligned}$$

de donde $p(t) = 0$ y $p(t) = \frac{\delta}{1 + \delta}$.

Así que F tiene dos puntos fijos, $p_1(t) = 0$ y $p_2(t) = \frac{\delta}{1 + \delta}$.

Ahora se analizará para que valores de δ son estables. Como se ha visto en el capítulo I, estabilidad de los puntos fijos, se tiene que comprobar para que puntos $p(t)$ se cumple:

$$|F'(p(t))| = |(1 + \delta)(1 - 2p(t))| < 1.$$

Para $p_1(t) = 0$, se tiene

$$|F'(0)| = |1 + \delta|$$

Así, $p_1(t)$ es estable cuando $|1 + \delta| < 1$, entonces $-1 < \delta < 0$.

Para $p_2(t) = \frac{\delta}{1 + \delta}$, se tiene

$$|F'(\frac{\delta}{1 + \delta})| = |1 - \delta|$$

cuando $|1 - \delta| < 1$, luego si $0 < \delta < 2$, entonces $p_2(t)$ es estable.

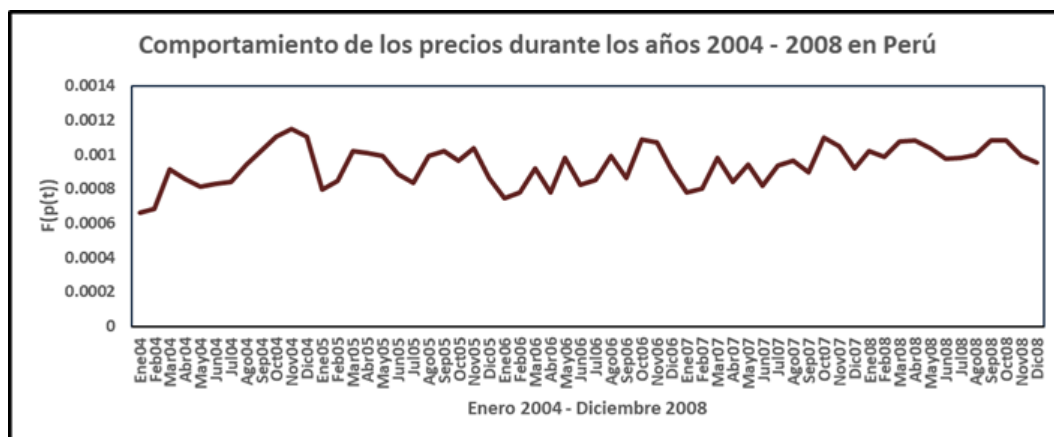
En el cuadro 3.1 se puede apreciar los meses en los cuales la función “**F**” con diversos valores de δ durante los años 2004-2008, y siguiendo los párrafos anteriores se puede inducir que la función “ F ” tiene un comportamiento estable en dos puntos, para valores correspondientes de δ .

Cuadro 3.1: *Comportamiento de los Precios Durante los Años 2004 al 2008 en Perú*

Año	Mes	p(t)	δ	F(p(t))	Año	Mes	p(t)	δ	F(p(t))
2004	Enero	0.000655801	0.007774291	0.000660466	2007	Enero	0.000779114	-0.001089159	0.000777659
	Febrero	0.000693493	-0.010942387	0.000685429		Febrero	0.00080362	0.000499655	0.000803375
	Marzo	0.000908372	0.008136253	0.000914931		Marzo	0.000964035	0.018807319	0.000981219
	Abril	0.000851809	0.008307921	0.000858154		Abril	0.000838914	0.001977339	0.000839868
	Mayo	0.00079997	0.014204044	0.000810683		Mayo	0.000921602	0.02544746	0.000944184
	Junio	0.00082379	0.011549418	0.000832618		Junio	0.000817867	0.004610683	0.000820966
	Julio	0.000834418	0.012517893	0.000844158		Julio	0.000909863	0.031293937	0.000937483
	Agosto	0.000951848	-0.010550432	0.000940909		Agosto	0.000935113	0.030033901	0.000962297
	Setiembre	0.001017626	0.004496669	0.001021162		Setiembre	0.000905441	-0.006473036	0.000898766
	Octubre	0.001080275	0.023093825	0.001104028		Octubre	0.001082291	0.016916278	0.001099408
	Noviembre	0.00113507	0.012051345	0.001147445		Noviembre	0.001011726	0.035623124	0.001046707
	Diciembre	0.001076844	0.029536647	0.001107456		Diciembre	0.000885004	0.042886151	0.000922142
2005	Enero	0.000803412	-0.010752088	0.000794135	2008	Enero	0.001027328	-0.006343713	0.001019763
	Febrero	0.000838396	0.013394066	0.000848913		Febrero	0.000971262	0.016119899	0.00098596
	Marzo	0.001008196	0.011207386	0.001018468		Marzo	0.001071773	0.00754094	0.001078698
	Abril	0.001001361	0.010525207	0.001010887		Abril	0.001046623	0.038022294	0.001085281
	Mayo	0.000983218	0.009415721	0.000991499		Mayo	0.001036167	0.003841555	0.00103907
	Junio	0.000877419	0.009068991	0.0008846		Junio	0.000947515	0.029290355	0.000974344
	Julio	0.000813877	0.026422437	0.000834702		Julio	0.000974536	0.009125526	0.000982471
	Agosto	0.000984146	0.011125611	0.000994116		Agosto	0.000969513	0.031786083	0.000999361
	Setiembre	0.001011164	0.013331596	0.001023608		Setiembre	0.001051741	0.02908415	0.001081192
	Octubre	0.000953936	0.015135528	0.00096745		Octubre	0.001027759	0.05395859	0.001082102
	Noviembre	0.00100113	0.035448329	0.001035581		Noviembre	0.001006389	-0.009907712	0.000995415
	Diciembre	0.000820265	0.056404574	0.000865821		Diciembre	0.000939792	0.01675021	0.000954636
2006	Enero	0.000767659	-0.029152757	0.000744708					
	Febrero	0.000775928	0.008788608	0.00078214					
	Marzo	0.000892423	0.031721372	0.00091991					
	Abril	0.000804455	-0.033425058	0.000776941					
	Mayo	0.00099019	-0.007294385	0.000981994					
	Junio	0.000820031	0.009498025	0.00082714					
	Julio	0.000843169	0.010591282	0.000851381					
	Agosto	0.000981537	0.010185623	0.000990561					
	Setiembre	0.000864051	0.003215992	0.000866081					
	Octubre	0.001078804	0.010448291	0.0010889					
	Noviembre	0.001036324	0.036176167	0.001072702					
	Diciembre	0.000870165	0.054332365	0.000916645					

Fuente:Elaboración propia de los autores.

Figura 3.1: Comportamiento de los precios durante los año 2004-2008 en Perú.



Fuente: Banco Central de Reserva del Perú (BCRP).

Conclusiones

- 1.- La ecuación(2.4) describe el comportamiento de la estabilidad en la política monetaria durante los años 2004-2008, para determinados valores del parámetro δ .
- 2.- Los precios se estabilizan en $p(t) = 0$, cuando $-1 < \delta < 0$; es decir; por ejemplo para los meses de febrero y agosto del año 2004, los precios se estabilizan en cero(Cuadro3.1).
- 3.- Los precios se estabilizan en $p(t) = \frac{\delta}{1 + \delta}$, cuando $0 < \delta < 2$; así en el año 2005, a excepción de enero, todos los precios se estabilizaron en dicho valor(Cuadro3.1).
- 4.- De acuerdo a lo estudiado en nuestra presente investigación podemos concluir que durante los años 2004-2008 la política monetaria tuvo una estabilidad deseable.

Bibliografía

- [1] G. Chaparro. *El control de sistemas dinámicos caóticos en economía: una aplicación a las reglas de política monetaria*. Universidad Complutense de Madrid, 2015.
- [2] R. Day. *Complex Economic Dynamics*. Cambridge: The MIT Press, 1994.
- [3] Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Glosario 2020 [En línea]. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/publicaciones/glosario/p.html>.
- [4] Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Memoria 2004 [En línea]. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Memoria/2004/Memoria-BCRP-2004-0.pdf>.
- [5] Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Memoria 2005 [En línea]. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Memoria/2005/Memoria-BCRP-2005-0.pdf>.
- [6] Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Memoria 2008 [En línea]. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Memoria/2008/Memoria-BCRP-2008-0.pdf>.
- [7] Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Memoria anual 2006 [En línea]. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Memoria/2006/Memoria-BCRP-2006-0.pdf>.

- [8] Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Memoria institucional 2007 [En línea]. Disponible en: <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Memoria/2007/Institucional/Memoria-BCRP-2007.pdf>.
- [9] R. Devaney. *An Introduction to chaotical dynamical systems*. Estados Unidos: Addison-Wesley, 1989.
- [10] D. Kendrick. *Feedback. A new frameword for macroeconomic policy*. Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [11] K. Matsuyama. Endogenous price fluctuations in an optimizing model of a monetary economy. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1991.
- [12] M. Romera. *Técnica de los Sistemas Dinámicos Discretos*. Madrid: Textos Universitarios No.27, 1997.
- [13] R. Shone. *Economic Dynamics*. Estados Unidos: Cambridge Univesity Press, 2002.
- [14] P. F. Verhulst. *Recherches mathématiques sur la loi daccroissement de la population*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, 1845.
- [15] J. Futoma y B. Southworth. *Discrete Chaotic Dynamical Systems in Economic Models*. Dartmouth College, 2011.
- [16] J. Isaza y D. Campos. *Rolegómenos a los Sistemas Dinámicos*. Bogotá:Universidad Nacional de Colombia, 2002.
- [17] J. Briggs y F. Peat. *Espejo y reflejo: del caos al orden*. España: Gedisa, 1989.
- [18] C. Bertuglia y F. Vaio. *Nonlinearity, chaos and complexity*. Estados Unidos: Oxford University Press, 2005.
- [19] T. Li y J. Yorke. *Period Three Implies Chaos*. American Mathematical.No.82, 1975.
- [20] W. Barnett y Y. He. *Stabilization policy as a bifurcation selection: would stabilization policy work if the economy really were unstable*. Macroeconomic dynamics. No.6., 2002.

Apéndice A

Anexos

A continuación se muestra tablas que han sido de mucha ayuda para nuestra investigación.

Cuadro A.1: $p(t)$

AÑOS	MES	BIENES DE					$p(t)$	AÑOS	MES	BIENES DE					$p(t)$
		CONSUMO	$g(y)$	$g'(y)$	$m(t)$					CONSUMO	$g(y)$	$g'(y)$	$m(t)$		
		(y)								(y)					
2004	Enero	68.468655	4687.95672	136.93731	52202.3268	0.00006558		2007	Enero	117.711867	13856.0836	235.423734	75542.1453	0.00077911	
	Febrero	70.79274	5011.61204	141.58548	51040.6739	0.0006558			Febrero	121.152681	14677.9721	242.305362	75379.3701	0.00080362	
	Marzo	93.064316	8660.966913	186.128632	51225.87781	0.000908372			Marzo	147.625227	21793.20765	295.250454	76566.28824	0.000964035	
	Abril	88.282495	7793.798923	176.56499	51820.58167	0.000851809			Abril	128.725724	16570.31202	257.451448	76721.63019	0.000838914	
	Mayo	83.819267	7025.66952	167.638534	52389.03368	0.00079997			Mayo	144.393411	20849.45714	288.786822	78338.22969	0.000921602	
	Junio	86.83881	7540.978922	173.67762	52706.85946	0.00082379			Junio	128.129194	16417.09036	256.258388	78331.29625	0.000817867	
	Julio	89.100591	7938.915317	178.201182	53390.85054	0.000834418			Julio	146.676844	21514.09657	293.353688	80603.77804	0.000909863	
	Agosto	100.543484	10108.99217	201.086968	52814.8910	0.000951848			Agosto	155.198319	24086.51822	310.396638	82983.75819	0.000935113	
	Setiembre	107.971832	11657.91651	215.943664	53050.83644	0.001017626			Setiembre	148.334229	22003.04349	296.668458	81912.66318	0.000905441	
	Octubre	117.464505	13797.90993	234.92901	54367.8855	0.001080275			Octubre	180.022756	32408.19268	360.045512	83167.43683	0.001082291	
	Noviembre	124.588744	15522.35513	249.177488	54881.54199	0.00113507			Noviembre	174.269782	30369.95692	348.539564	86124.95245	0.001011726	
	Diciembre	121.813327	14838.48663	243.626654	56560.36659	0.001076844			Diciembre	158.445972	25105.12604	316.891944	89517.06436	0.000885004	
2005	Enero	89.639399	8035.221853	179.278798	55786.71451	0.000803412		2008	Enero	182.699457	33379.09159	365.398914	88919.69254	0.001027328	
	Febrero	95.065918	9037.528765	190.131836	56695.14134	0.000838396			Febrero	173.972769	30266.52435	347.945538	89560.14745	0.000971262	
	Marzo	114.871174	13195.38662	229.742348	56968.6532	0.001008196			Marzo	191.41272	36638.82938	382.82544	89297.23416	0.001071773	
	Abril	115.437528	13325.82287	230.875056	57640.33354	0.001001361			Abril	194.816719	37953.554	389.633438	93069.17712	0.001046623	
	Mayo	114.29829	13064.0991	228.59658	58124.61501	0.000983218			Mayo	192.899462	37210.20244	385.798924	93083.19188	0.001036167	
	Junio	102.674436	10542.03981	205.348872	58509.34087	0.000877419			Junio	180.292659	32505.44289	360.585318	95139.73297	0.000947515	
	Julio	97.924652	9589.237469	195.849304	60159.35672	0.000813877			Julio	186.393454	34742.51969	372.786908	95631.8982	0.000974536	
	Agosto	119.992815	14398.27565	239.98563	60962.92504	0.000984146			Agosto	190.351706	36233.77198	380.703412	98168.68249	0.000969513	
	Setiembre	125.104645	15651.1722	250.20929	61861.71103	0.001011164			Setiembre	211.451955	44711.92927	422.90391	100524.732	0.001051741	
	Octubre	119.901107	14376.27546	239.802214	62845.48195	0.000953936			Octubre	216.649843	46937.15447	433.299686	105399.1855	0.001027759	
	Noviembre	130.345305	16989.89854	260.69061	65099.08448	0.00100113			Noviembre	209.312802	43811.84908	418.625604	103992.0202	0.001006389	
	Diciembre	112.529404	12662.86676	225.058808	68593.2828	0.000820265			Diciembre	198.101194	39244.08306	396.202388	105396.2659	0.000939792	
2006	Enero	101.494508	10301.13515	202.989016	66106.46383	0.000767659									
	Febrero	102.935642	10595.74639	205.871284	66330.67642	0.000775928									
	Marzo	121.691933	14808.92656	243.383866	68180.64239	0.000892423									
	Abril	105.605984	11152.62386	211.211968	65638.18317	0.000804455									
	Mayo	129.716967	16826.49153	259.433934	65501.048	0.00099019									
	Junio	108.626825	11799.78711	217.25365	66233.40148	0.000820031									
	Julio	113.32879	12843.41464	226.65758	67204.05301	0.000843169									
	Agosto	133.121316	17721.28477	266.242632	67812.70519	0.000981537									
	Setiembre	117.542831	13816.31712	235.085662	68018.4466	0.000864051									
	Octubre	148.511972	22055.80583	297.023944	68831.75109	0.001078804									
	Noviembre	148.421438	22028.92326	296.842876	71609.56667	0.001036324									
	Diciembre	131.577885	17312.73982	263.15577	75605.11571	0.000870165									

Fuente: Elaboración propia de los autores.

Cuadro A.2: Tasa de crecimiento de la oferta de dinero

Año	Mes	Liquidez total	Tasa de Crecimiento (μ)	Año	Mes	Liquidez total	Tasa de Crecimiento (μ)
2004	Enero	44514.52769	1.007170645	2007	Enero	68065.79132	0.999261315
	Febrero	43996.65766	0.988366269		Febrero	68095.35373	1.000434321
	Marzo	44359.61903	1.008249749		Marzo	69408.85936	1.019289211
	Abril	44864.39148	1.011379098		Abril	69673.62219	1.003814539
	Mayo	45517.02844	1.014546881		Mayo	71491.63919	1.026093333
	Junio	46051.34927	1.011738922		Junio	71821.07255	1.004607998
	Julio	46739.05319	1.014933415		Julio	74256.13541	1.033904574
	Agosto	46230.43961	0.989118017		Agosto	76553.35341	1.030936407
	Setiembre	46444.71976	1.004635045		Setiembre	76028.09514	0.993138664
	Octubre	47586.46116	1.024582803		Octubre	77435.12291	1.018506682
	Noviembre	48173.91554	1.01234499		Noviembre	80277.80713	1.036710528
	Diciembre	49642.90933	1.030493552		Diciembre	83817.6928	1.044095446
2005	Enero	49012.91367	0.987309453	2008	Enero	83443.22648	0.995532371
	Febrero	49694.16959	1.013899519		Febrero	84806.53305	1.016338133
	Marzo	50258.57532	1.011357584		Marzo	85438.53815	1.007452316
	Abril	50911.5647	1.012992596		Abril	89184.81775	1.043847656
	Mayo	51404.16972	1.0096757		Mayo	89527.82724	1.003846052
	Junio	51880.88493	1.009273863		Junio	92210.04856	1.029959638
	Julio	53399.7762	1.02927651		Julio	93201.90888	1.010756532
	Agosto	54015.86444	1.011537281		Agosto	96239.17605	1.032588036
	Setiembre	54760.55263	1.013786472		Setiembre	99107.8882	1.029808154
	Octubre	55711.93906	1.017373572		Octubre	104550.7632	1.054918686
	Noviembre	57749.0053	1.036564267		Noviembre	103473.698	0.98969816
	Diciembre	61103.78048	1.058092346		Diciembre	105248.7143	1.017154276
2006	Enero	59182.70219	0.968560402	2009	Enero	105248.7143	1.017154276
	Febrero	59709.01765	1.008893062		Febrero	105248.7143	1.017154276
	Marzo	61654.88561	1.032589181		Marzo	105248.7143	1.017154276
	Abril	59658.49086	0.967619845		Abril	105248.7143	1.017154276
	Mayo	59219.53876	0.992642253		Mayo	105248.7143	1.017154276
	Junio	59802.29451	1.009840599		Junio	105248.7143	1.017154276
	Julio	60575.27707	1.012925634		Julio	105248.7143	1.017154276
	Agosto	61209.06802	1.010462865		Agosto	105248.7143	1.017154276
	Setiembre	61411.57682	1.003308477		Setiembre	105248.7143	1.017154276
	Octubre	62173.09551	1.012400247		Octubre	105248.7143	1.017154276
	Noviembre	64499.68624	1.037421182		Noviembre	105248.7143	1.017154276
	Diciembre	68116.10768	1.056068822		Diciembre	105248.7143	1.017154276

Fuente: Elaboración propia de los autores.

Cuadro A.3: Consumo actual y función $g(c) = c^2$

AÑOS	MES	CONSUMO	CONSUMO	CONSUMO	FUNCIÓN	AÑOS	MES	CONSUMO	CONSUMO	CONSUMO	FUNCIÓN
		PRIVADO	PUBLICO	ACTUAL	ARBITRARIA			PRIVADO	PUBLICO	ACTUAL(c)	ARBITRARIA
				(c)	$g(c)=c^2$					(c)	$g(c)=c^2$
2004	Enero	37434.0875	5447.20518	42881.2927	1838805262	2007	Enero	46181	7999	54180	2935472400
	Febrero	37434.0875	5447.20518	42881.2927	1838805262		Febrero	46181	7999	54180	2935472400
	Marzo	37434.0875	5447.20518	42881.2927	1838805262		Marzo	46181	7999	54180	2935472400
	Abril	38656.2621	6119.49944	44775.7615	2004868822		Abril	47902	7888	55790	3112524100
	Mayo	38656.2621	6119.49944	44775.7615	2004868822		Mayo	47902	7888	55790	3112524100
	Junio	38656.2621	6119.49944	44775.7615	2004868822		Junio	47902	7888	55790	3112524100
	Julio	39540.7455	6694.30306	46235.0485	2137679712		Julio	48878	8475	57353	3289366609
	Agosto	39540.7455	6694.30306	46235.0485	2137679712		Agosto	48878	8475	57353	3289366609
	Setiembre	39540.7455	6694.30306	46235.0485	2137679712		Setiembre	48878	8475	57353	3289366609
	Octubre	39363.9049	7395.99233	46759.8972	2186487991		Octubre	49355	9062	58417	3412545889
	Noviembre	39363.9049	7395.99233	46759.8972	2186487991		Noviembre	49355	9062	58417	3412545889
	Diciembre	39363.9049	7395.99233	46759.8972	2186487991		Diciembre	49355	9062	58417	3412545889
2005	Enero	39436.6458	6173.0503	45609.6961	2080244381	2008	Enero	51808.7549	8679	60487.7549	3658768498
	Febrero	39436.6458	6173.0503	45609.6961	2080244381		Febrero	51808.7549	8679	60487.7549	3658768498
	Marzo	39436.6458	6173.0503	45609.6961	2080244381		Marzo	51808.7549	8679	60487.7549	3658768498
	Abril	40498.3352	6674.69597	47173.0311	2225294865		Abril	56327.3986	8747	65074.3986	4234677349
	Mayo	40498.3352	6674.69597	47173.0311	2225294865		Mayo	56327.3986	8747	65074.3986	4234677349
	Junio	40498.3352	6674.69597	47173.0311	2225294865		Junio	56327.3986	8747	65074.3986	4234677349
	Julio	41439.3255	7232.58153	48671.907	2368954530		Julio	57342.896	9352	66694.896	4448209150
	Agosto	41439.3255	7232.58153	48671.907	2368954530		Agosto	57342.896	9352	66694.896	4448209150
	Setiembre	41439.3255	7232.58153	48671.907	2368954530		Setiembre	57342.896	9352	66694.896	4448209150
	Octubre	41440.6936	8616.67221	50057.3658	2505739867		Octubre	56165.9099	9977	66142.9099	4374884525
	Noviembre	41440.6936	8616.67221	50057.3658	2505739867		Noviembre	56165.9099	9977	66142.9099	4374884525
	Diciembre	41440.6936	8616.67221	50057.3658	2505739867		Diciembre	56165.9099	9977	66142.9099	4374884525
2006	Enero	42239.8442	6819.44114	49059.2853	2406813473						
	Febrero	42239.8442	6819.44114	49059.2853	2406813473						
	Marzo	42239.8442	6819.44114	49059.2853	2406813473						
	Abril	43478.2395	7414.63853	50892.878	2590085035						
	Mayo	43478.2395	7414.63853	50892.878	2590085035						
	Junio	43478.2395	7414.63853	50892.878	2590085035						
	Julio	44481.6043	7991.61681	52473.2211	2753438929						
	Agosto	44481.6043	7991.61681	52473.2211	2753438929						
	Setiembre	44481.6043	7991.61681	52473.2211	2753438929						
	Octubre	44382.3121	9462.30352	53844.6156	2899242630						
	Noviembre	44382.3121	9462.30352	53844.6156	2899242630						
	Diciembre	44382.3121	9462.30352	53844.6156	2899242630						

Fuente: Elaboración propia de los autores.

Cuadro A.4: Saldos reales

AÑOS	MES	LIQUIDEZ TOTAL	ÍNDICE DE PRECIOS	SALDO REAL (m)	AÑOS	MES	LIQUIDEZ TOTAL	ÍNDICE DE PRECIOS	SALDO REAL (m)
2004	Enero	44514.5277	0.85273072	52202.3268	2007	Enero	68065.7913	0.90103069	75542.1453
	Febrero	43996.6577	0.8619921	51040.6739		Febrero	68095.3537	0.90336857	75379.3701
	Marzo	44359.619	0.86596113	51225.8778		Marzo	69408.8594	0.90651984	76566.2882
	Abril	44864.3915	0.86576395	51820.5817		Abril	69673.6222	0.90813532	76721.6302
	Mayo	45517.0284	0.86882741	52389.0337		Mayo	71491.6392	0.91260218	78338.2297
	Junio	46051.3493	0.87372592	52706.8595		Junio	71821.0726	0.9168886	78331.2962
	Julio	46739.0532	0.87541316	53390.8505		Julio	74256.1354	0.92124882	80603.778
	Agosto	46230.4396	0.87532964	52814.8911		Agosto	76553.3534	0.92251008	82983.7582
	Setiembre	46444.7198	0.87547573	53050.8364		Setiembre	76028.0951	0.92816046	81912.6632
	Octubre	47586.4612	0.87526783	54367.8855		Octubre	77435.1229	0.93107502	83167.4368
	Noviembre	48173.9155	0.87777992	54881.542		Noviembre	80277.8071	0.93210858	86124.9524
	Diciembre	49642.9093	0.8776978	56560.3666		Diciembre	83817.6928	0.93633201	89517.0644
2005	Enero	49012.9137	0.87857681	55786.7145	2008	Enero	83443.2265	0.9384111	88919.6925
	Febrero	49694.1696	0.87651549	56695.1413		Febrero	84806.533	0.94692266	89560.1474
	Marzo	50258.5753	0.88221456	56968.6532		Marzo	85438.5382	0.95678818	89297.2342
	Abril	50911.5647	0.88326284	57640.3335		Abril	89184.8178	0.95826374	93069.1771
	Mayo	51404.1697	0.88437867	58124.615		Mayo	89527.8272	0.96180444	93083.1919
	Junio	51880.8849	0.88671115	58509.3409		Junio	92210.0486	0.96920651	95139.733
	Julio	53399.7762	0.88763875	60159.3567		Julio	93201.9089	0.97459018	95631.8982
	Agosto	54015.8644	0.8860445	60962.925		Agosto	96239.176	0.98034499	98168.6825
	Setiembre	54760.5526	0.88520915	61861.711		Setiembre	99107.8882	0.98590552	100524.732
	Octubre	55711.9391	0.88649076	62845.482		Octubre	104550.763	0.99195039	105399.185
	Noviembre	57749.0053	0.88709397	65099.0845		Noviembre	103473.698	0.99501575	103992.02
	Diciembre	61103.7805	0.89081289	68593.2828		Diciembre	105248.714	0.99860003	105396.266
2006	Enero	59182.7022	0.89526347	66106.4638					
	Febrero	59709.0177	0.900172	66330.6764					
	Marzo	61654.8856	0.90428725	68180.6424					
	Abril	59658.4909	0.90889918	65638.1832					
	Mayo	59219.5388	0.90410063	65501.048					
	Junio	59802.2945	0.90290236	66233.4015					
	Julio	60575.2771	0.90136345	67204.053					
	Agosto	61209.068	0.90261947	67812.7052					
	Setiembre	61411.5768	0.9028665	68018.4466					
	Octubre	62173.0955	0.90326186	68831.7511					
	Noviembre	64499.6862	0.90071326	71609.5667					
	Diciembre	68116.1077	0.90094575	75605.1157					

Fuente:Elaboración propia de los autores.

Cuadro A.5: Utilidad y factor de descuento de la utilidad

AÑOS	MES	LOG(g (c))	LOG(m)	UTILIDAD	FACTOR DE	AÑOS	MES	LOG(g (c))	LOG(m)	UTILIDAD	FACTOR DE
					DESCUENTO (β)						DESCUENTO (β)
2004	Enero	9.26453574	4.71768986	13.9822256	0.99940101	2007	Enero	9.467678	4.87818931	14.3458673	1.00035086
	Febrero	9.26453574	4.7079164	13.9724521	0.99930101		Febrero	9.467678	4.8772525	14.3449305	0.9999347
	Marzo	9.26453574	4.70948941	13.9740251	1.00011258		Marzo	9.467678	4.88403759	14.3517156	1.000473
	Abril	9.30208596	4.71450228	14.0165882	1.00304587		Abril	9.49311272	4.88491782	14.3780305	1.00183358
	Mayo	9.30208596	4.71924039	14.0213263	1.00033804		Mayo	9.49311272	4.89397375	14.3870865	1.00062985
	Junio	9.30208596	4.72186714	14.0239531	1.00018734		Junio	9.49311272	4.89393531	14.387048	0.99999733
	Julio	9.32994264	4.72746684	14.0574095	1.00238566		Julio	9.51711228	4.9063554	14.4234677	1.00253142
	Agosto	9.32994264	4.72275639	14.052699	0.99966491		Agosto	9.51711228	4.9189931	14.4361054	1.00087619
	Setiembre	9.32994264	4.72469224	14.0546349	1.00013776		Setiembre	9.51711228	4.91335105	14.4304633	0.99960917
	Octubre	9.3397471	4.73534244	14.0750895	1.00145537		Octubre	9.5330785	4.91995332	14.4530318	1.00156395
	Noviembre	9.3397471	4.73942631	14.0791734	1.00029015		Noviembre	9.5330785	4.935129	14.4682075	1.00105
	Diciembre	9.3397471	4.75251222	14.0922593	1.00092945		Diciembre	9.5330785	4.95190583	14.4849843	1.00115957
2005	Enero	9.31811436	4.74653078	14.0646451	0.99804047	2008	Enero	9.56333493	4.94899795	14.5123329	1.00188806
	Febrero	9.31811436	4.75354584	14.0716602	1.00049877		Febrero	9.56333493	4.9521148	14.5154497	1.00021477
	Marzo	9.31811436	4.75563595	14.0737503	1.00014853		Marzo	9.56333493	4.95083801	14.5141729	0.99991204
	Abril	9.34738757	4.76072649	14.1081141	1.00244169		Abril	9.62682033	4.96880587	14.5956262	1.00561198
	Mayo	9.34738757	4.76436009	14.1117477	1.00025755		Mayo	9.62682033	4.96887127	14.5956916	1.00000448
	Junio	9.34738757	4.76722521	14.1146128	1.00020303		Junio	9.62682033	4.97836193	14.6051823	1.00065024
	Julio	9.37455672	4.77930318	14.1538599	1.0027806		Julio	9.6481852	4.98060278	14.628788	1.00161626
	Agosto	9.37455672	4.7850658	14.1596225	1.00040714		Agosto	9.6481852	4.99197296	14.6401582	1.00077725
	Setiembre	9.37455672	4.79142193	14.1659787	1.00044889		Setiembre	9.6481852	5.00227292	14.6504581	1.00070354
	Octubre	9.39893598	4.79827406	14.19721	1.00220468		Octubre	9.64096659	5.02283725	14.6638038	1.00091094
	Noviembre	9.39893598	4.81357488	14.2125109	1.00107773		Noviembre	9.64096659	5.01700002	14.6579666	0.99960193
	Diciembre	9.39893598	4.83628159	14.2352176	1.00159766		Diciembre	9.64096659	5.02282522	14.6637918	1.00039741
2006	Enero	9.38144243	4.82024393	14.2016864	0.99764449						
	Febrero	9.38144243	4.82171443	14.2031569	1.00010354						
	Marzo	9.38144243	4.83366109	14.2151035	1.00084113						
	Abril	9.41331402	4.81715655	14.2304706	1.00108104						
	Mayo	9.41331402	4.81624825	14.2295623	0.99993617						
	Junio	9.41331402	4.82107706	14.2343911	1.00033935						
	Julio	9.43987545	4.82739547	14.2672709	1.00230989						
	Agosto	9.43987545	4.83131107	14.2711865	1.00027445						
	Setiembre	9.43987545	4.83262671	14.2725022	1.00009219						
	Octubre	9.46228456	4.83778882	14.3000734	1.00193177						
	Noviembre	9.46228456	4.85497105	14.3172556	1.00120155						
	Diciembre	9.46228456	4.87855118	14.3408357	1.00164697						

Fuente: Elaboración propia de los autores.

Cuadro A.6: Parámetro delta

AÑOS	MES	μ	β	δ	AÑOS	MES	μ	β	δ
2004	Enero	1.00717064	0.99940101	0.00777429	2007	Enero	0.99926131	1.00035086	-0.00108916
	Febrero	0.98836627	0.99930101	-0.01094239		Febrero	1.00043432	0.9999347	0.00049966
	Marzo	1.00824975	1.00011258	0.00813625		Marzo	1.01928921	1.000473	0.01880732
	Abril	1.0113791	1.00304587	0.00830792		Abril	1.00381454	1.00183358	0.00197734
	Mayo	1.01454688	1.00033804	0.01420404		Mayo	1.02609333	1.00062985	0.02544746
	Junio	1.01173892	1.00018734	0.01154942		Junio	1.004608	0.99999733	0.00461068
	Julio	1.01493342	1.00238566	0.01251789		Julio	1.03390457	1.00253142	0.03129394
	Agosto	0.98911802	0.99966491	-0.01055043		Agosto	1.03093641	1.00087619	0.0300339
	Setiembre	1.00463504	1.00013776	0.00449667		Setiembre	0.99313866	0.99960917	-0.00647304
	Octubre	1.0245828	1.00145537	0.02309383		Octubre	1.01850668	1.00156395	0.01691628
	Noviembre	1.01234499	1.00029015	0.01205134		Noviembre	1.03671053	1.00105	0.03562312
	Diciembre	1.03049355	1.00092945	0.02953665		Diciembre	1.04409545	1.00115957	0.04288615
2005	Enero	0.98730945	0.99804047	-0.01075209	2008	Enero	0.99553237	1.00188806	-0.00634371
	Febrero	1.01389952	1.00049877	0.01339407		Febrero	1.01633813	1.00021477	0.0161199
	Marzo	1.01135758	1.00014853	0.01120739		Marzo	1.00745232	0.99991204	0.00754094
	Abril	1.0129926	1.00244169	0.01052521		Abril	1.04384766	1.00561198	0.03802229
	Mayo	1.0096757	1.00025755	0.00941572		Mayo	1.00384605	1.00000448	0.00384155
	Junio	1.00927386	1.00020303	0.00906899		Junio	1.02995964	1.00065024	0.02929036
	Julio	1.02927651	1.0027806	0.02642244		Julio	1.01075653	1.00161626	0.00912553
	Agosto	1.01153728	1.00040714	0.01112561		Agosto	1.03258804	1.00077725	0.03178608
	Setiembre	1.01378647	1.00044889	0.0133316		Setiembre	1.02980815	1.00070354	0.02908415
	Octubre	1.01737357	1.00220468	0.01513553		Octubre	1.05491869	1.00091094	0.05395859
	Noviembre	1.03656427	1.00107773	0.03544833		Noviembre	0.98969816	0.99960193	-0.00990771
	Diciembre	1.05809235	1.00159766	0.05640457		Diciembre	1.01715428	1.00039741	0.01675021
2006	Enero	0.9685604	0.99764449	-0.02915276	2009	Enero	0.99926131	1.00035086	-0.00108916
	Febrero	1.00889306	1.00010354	0.00878861		Febrero	1.00043432	0.9999347	0.00049966
	Marzo	1.03258918	1.00084113	0.03172137		Marzo	1.01928921	1.000473	0.01880732
	Abril	0.96761984	1.00108104	-0.03342506		Abril	1.00381454	1.00183358	0.00197734
	Mayo	0.99264225	0.99993617	-0.00729438		Mayo	1.02609333	1.00062985	0.02544746
	Junio	1.0098406	1.00033935	0.00949803		Junio	1.004608	0.99999733	0.00461068
	Julio	1.01292563	1.00230989	0.01059128		Julio	1.03390457	1.00253142	0.03129394
	Agosto	1.01046287	1.00027445	0.01018562		Agosto	1.03093641	1.00087619	0.0300339
	Setiembre	1.00330848	1.00009219	0.00321599		Setiembre	0.99313866	0.99960917	-0.00647304
	Octubre	1.01240025	1.00193177	0.01044829		Octubre	1.01850668	1.00156395	0.01691628
	Noviembre	1.03742118	1.00120155	0.03617617		Noviembre	1.03671053	1.00105	0.03562312
	Diciembre	1.05606882	1.00164697	0.05433236		Diciembre	1.04409545	1.00115957	0.04288615

Fuente: Elaboración propia de los autores.