

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y
EDUCACIÓN**

UNIDAD DE POSGRADO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN**



TESIS

Programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

**PRESENTADA PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PSICOPEDAGOGIA
COGNITIVA.**

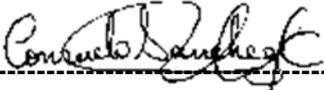
AUTORA: Sanchez Celis, Consuelo

ASESORA: Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez

LAMBAYEQUE – PERÚ

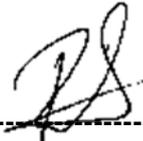
Programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

PRESENTADO POR:



Sanchez, Celis, Consuelo

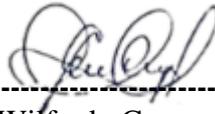
AUTORA



Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez

ASESORA

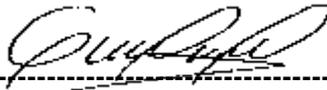
APROBADO POR:



Dr. Enrique Wilfredo Carpena Velásquez
PRESIDENTE



Dra. María Elena Segura Solano
SECRETARIO



Dra. Gloria Betzabeth Puicón Cruzálegui
VOCAL



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

N° 0764-VIRTUAL

Siendo las **11:00 horas**, del día **lunes 28 de agosto de 2023**; se reunieron **vía online mediante la plataforma virtual Google Meet**, <https://meet.google.com/jgr-gbmx-qbj>, los miembros del jurado designados mediante **Resolución N°0743-2023-V-D-FACHSE**, de fecha **18 abril de 2023**, integrado por:

- | | |
|------------|--|
| Presidente | : Dr. Enrique Wilfredo Carpena Velásquez. |
| Secretaria | : Dra. María Elena Segura Solano. |
| Vocal | : Dra. Gloria Betzabeth Puicón Cruzálegui. |
| Asesor | : Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez. |



La finalidad es evaluar la Tesis titulada: **“PROGRAMA PSICOPEDAGÓGICO PARA DESARROLLAR CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE CÁLCULO Y NUMERACIÓN DIRIGIDO A LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 821195 CENTRO POBLADO DE QUILCATE DISTRITO DE CATILLUC, PROVINCIA DE SAN MIGUEL – REGION CAJAMARCA”**; presentada por la tesista **CONSUELO SÁNCHEZ CELIS**, para obtener el **Grado Académico de Maestro en Ciencias de la Educación**, **mención: Psicopedagogía Cognitiva**.

Producido y concluido el acto de sustentación, de conformidad con el Reglamento General de Investigación (aprobado con Resolución N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023); los miembros del jurado procedieron a la evaluación respectiva, haciendo las preguntas, observaciones y recomendaciones al(os) sustentante(s), quien(es) procedió(eron) a dar respuesta a las interrogantes planteadas.

Con la deliberación correspondiente por parte del jurado, se procedió a la calificación de la Tesis, obteniendo un calificativo de (16) (DIECISEIS) en la escala vigesimal, que equivale a la mención de BUENO

Siendo las **...12pm..... horas** del mismo día, se dio por concluido el acto académico online, con la lectura del acta y la firma de los miembros del jurado.

Dr. Enrique Wilfredo Carpena Velásquez

Dra. María Elena Segura Solano Dra. Gloria Betzabeth Puicón Cruzálegui

PRESIDENTE

SECRETARIA

VOCAL

OBSERVACIONES:.....

El presente acto académico se sustenta en los artículos del 39 al 41 del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (aprobado con Resolución N° 270-2019-CU de fecha 4 de setiembre del 2019); la Resolución N° 407-2020-R de fecha 12 de mayo del 2020 que ratifica la Resolución N° 004-2020-VIRTUAL-VRINV del 07 de mayo del 2020 que aprueba la tramitación virtualizada para la presentación, aprobación de los proyectos de los trabajos de investigación y de sus informes de investigación en cada Unidad de Investigación de las Facultades y Escuela de Posgrado; la Resolución N° 0372-2020-V-D-NG-FACHSE de fecha 21 de mayo del 2020 y su modificatoria Resolución N° 0380-2020-V-D-NG-FACHSE del 27 de mayo del 2020 que aprueba el INSTRUCTIVO PARA LA SUSTENTACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN Y TESIS VIRTUALES.

DECLARACIÓN JURADA DE ORIGINALIDAD

Yo, **Sanchez Celis, Consuelo** investigadora principal, y **Rosa Elena Sánchez Ramírez** asesora del trabajo de investigación “**Programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca**” declaramos bajo juramento que este trabajo no ha sido plagiado, ni contiene datos falsos. En caso se demostrará lo contrario, asumo responsablemente la anulación de este informe y por ende el proceso administrativo a que hubiera lugar. Que pueda conducir a la anulación del título o grado emitido como consecuencia de este informe.

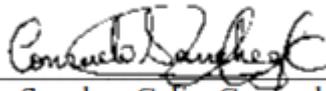
Lambayeque, enero del 2024



Dra. Rosa Elena Sanchez Ramirez

DNI: 16490896

Asesora



Sanchez Celis, Consuelo

DNI: 26705228

CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD

Yo, **Dra. Rosa Elena Sanchez Ramirez**, usuario revisor del documento titulado:

Programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

Cuyo autoría es **SANCHEZ CELIS, CONSUELO**, Identificado con documento de identidad, 31665401 declaro que la evaluación realizada por el Programa informático, ha arrojado un porcentaje de similitud de 20% verificable en el Resumen de Reporte automatizado de similitudes que se acompaña.

La suscrita analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas dentro del porcentaje de similitud permitido no constituyen plagio y que el documento cumple con la integridad científica y con las normas para el uso de citas y referencias establecidas en los protocolos respectivos.

Se cumple con adjuntar el Recibo Digital a efectos de la trazabilidad respectiva del proceso.

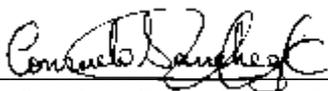
Lambayeque, enero del 2024



Dra. Rosa Elena Sanchez Ramirez

DNI: 16490896

Asesora



Sanchez Celis, Consuelo

DNI: 26705228

Se adjunta:

*Resumen del Reporte automatizado de similitudes

*Recibo Digital

DEDICATORIA

A Dios por ser el guía de mi vida.

Con especial cariño a mis hijos y esposo quienes son la razón de mi existencia. Que gracias a su comprensión y apoyo permanente he posibilitado realizar mis estudios y cristalizar mis sueños de superación.

AGRADECIMIENTO

A Dios quien me ha regalado el don de la vida y las oportunidades de crecer y mejorar constantemente.

Mi inmensa gratitud a mi asesora, la Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez, por su orientación constante, retroalimentación, motivación durante todas las etapas de esta investigación. Además, por haber despertado en mí el interés por la investigación.

A los profesores que trascendieron con sus conocimientos y habilidades docentes durante mis estudios de Maestría, brindándome sus conocimientos, acogida y experiencia, a mis amigos y compañeros que siempre me animaron a seguir adelante dándome fuerza, valor, optimismo y ganas de luchar para mejorar en mi compromiso docente.

TABLA DE CONTENIDOS

DEDICATORIA	3
AGRADECIMIENTO.....	4
TABLA DE CONTENIDOS.....	5
INDICE DE CUADROS	7
INDICE DE GRÁFICOS	7
RESUMEN.....	8
ABSTRAC	9
INTRODUCCIÓN	10
CAPITULO I: DISEÑO TEÓRICO.....	13
1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA	13
1.2. BASE TEÓRICA	13
1.2.1. Teorías generales que fundamentan el aprendizaje de las matemáticas	13
1.2.1.1.1. Skinner: aprendizaje programado.....	14
1.2.1.1.2. Gagné: Jerarquías de aprendizaje	16
1.2.1.2. El cognitivismo	20
1.2.1.2.1. Piaget: equilibrarían y etapas de desarrollo.....	20
1.2.1.2.2. Ausubel: aprendizaje significativo	29
1.2. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS	35
1.2.1. Definiciones Abstractas.....	35
1.2.2. Definiciones operacionales	37
1.2.2.1. Programa	37
1.2.2.1.1. Elementos para la configuración de un programa de intervención	38
1.2.2.1.2. Intervención.....	41
1.2.2.1.3. Intervención psicopedagógica	41
1.2.2.1.4. Principios de la orientación psicopedagógica.....	43
1.2.2.2. capacidades matemáticas.....	49
1.2.2.2.1. Definición.....	49
1.2.2.2.2. Competencias, capacidades y estándares de aprendizaje de matemática	50
1.2.2.2.3. Dimensiones de las capacidades matemáticas.....	50
CAPÍTULO II. MÉTODOS Y MATERIALES	56
2.1. METODOLOGÍA	56
2.1.1. Diseño de contrastación de hipótesis/Procedimiento a seguir en la investigación.....	56
2.1.1.1. Hipótesis de Investigación	56
2.1.1.2. Tipo de Investigación	56
2.1.1.3. Diseño de Investigación	56

2.1.2. Población, muestra	57
CAPITULO III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	64
3.1. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS	64
3.1.1. Resultado de la evaluación de entrada	64
3.1.2. Denominación del Programa psicopedagógico	69
3.1.2.1. Datos informativos	69
3.1.2.2. Presentación	69
3.1.2.3. Duración del programa	70
3.1.2.4. Fundamentación	70
3.1.2.5. Objetivos del programa	70
3.1.2.6. Actividades para el desarrollo del aprendizaje significativo	71
3.1.3. Resultado de la evaluación de salida.....	76
3.2. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS EN EVALUACIÓN DE ENTRADA Y SALIDA	83
CAPITULO IV: CONCLUSIONES	87
CAPITULO V: RECOMENDACIONES	88
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
ANEXOS.....	93

INDICE DE CUADROS

CUADRO N° 1: EVALUACIÓN DE ENTRADA.....	64
CUADRO 02: RESUMEN DEL RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE ENTRADA	66
CUADRO 03: RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE SALIDA.....	76
CUADRO 04: RESUMEN DEL RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE SALIDA.....	78
CUADRO 05: CUADRO COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA EVALUACION DE ENTRADA Y SALIDA.....	82

INDICE DE GRÁFICOS

GRÁFICO 01: RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE ENTRADA.....	67
GRÁFICO 02: RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE SALIDA	79
GRÁFICO 03: GRÁFICO DE BARRAS RESUMEN DE COMPARACIÓN EVALUACION DE ENTRADA Y SALIDA.....	83

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo verificar la influencia de un programa psicopedagógico en estudiantes de cuarto primaria, y capacidades matemáticas de cálculo y numeración, dentro del curso de matemática. El enfoque de la investigación es aplicada, pues se manipuló una variable independiente (Programa psicopedagógico) en función de una variable dependiente (capacidades matemáticas de cálculo y numeración).

Se seleccionaron a 15 estudiantes de cuarto primaria pertenecientes a la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

Los instrumentos utilizados en esta investigación fueron: una ficha de observación y la Prueba de rendimiento en matemática para cuarto grado de educación primaria, la cual fue utilizada como en la evaluación de entrada y en la evaluación de salida, las cuales fueron valoradas sobre cien puntos.

Para el análisis estadístico se tomaron los resultados de la evaluación de entrada y de la evaluación de salida aplicados al grupo. Los resultados de esta investigación demuestran que al implementar un Programa psicopedagógico “Desarrollando las habilidades matemáticas a través de actividades significativas” dentro del curso de matemática se incrementa de forma significativa las capacidades matemáticas de cálculo y numeración. Asimismo, es de un gran valor para profesores que imparten la asignatura, que quieren obtener mejores resultados en sus estudiantes, así como la mejora de la autoestima y gusto por la asignatura.

Palabras clave: Programa psicopedagógico y capacidades matemáticas de cálculo y numeración.

ABSTRAC

The present research aimed to verify the influence of a psychopedagogical program in fourth grade students, and mathematical calculation and numbering abilities, within the mathematics course. The research approach is applicative, since an independent variable (Psychopedagogical program) was manipulated based on a dependent variable (mathematical calculation and numbering capacities).

Fifteen fourth grade students belonging to the educational institution No. 821195 in the town of Quilcate, Catilluc district, San Miguel province - Cajamarca region were selected.

The instruments used in this research were: an observation sheet and the Mathematics Performance Test for fourth grade of primary education, which was used as in the entrance evaluation and in the exit evaluation, which were valued over one hundred points.

For the statistical analysis, the results of the entrance evaluation and the exit evaluation applied to the group were taken. The results of this research show that by implementing a psychopedagogical program "Developing mathematical skills through meaningful activities" within the mathematics course, the mathematical abilities of calculation and numbering are significantly increased. It is also of great value for teachers who teach the subject, who want to obtain better results in their students as well as the improvement of self-esteem and taste for the subject.

Keywords: Psychopedagogical program and mathematical calculation and numbering abilities.

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas, durante muchos años, han sido consideradas desde los grados pre escolares como una de las asignaturas importantes de todo proyecto educativo. Es sabido que las dificultades que los escolares presentan desde pequeños en la asignatura son muchas, pero diversos estudios han comprobado que algunas se deben a insuficiencias en el aprendizaje del cálculo aritmético en los escolares menores (Bernabeu, M. , 2005).

Bell, E. , (2001), afirma que “los más de los hombres han creído que las matemáticas son un estudio a que muy pocos debieran destinarse. La fuente de este error ha nacido de la utilidad que aquellos se imaginan o de la ponderada dificultad de esta ciencia; pero si llegaran a conocer la necesidad de las matemáticas, la facilidad con que se adquieren y su estrecho lazo con las demás artes y ciencias, convendrían en que todos las deberían aprender”. Esto enseña a muchos educadores a tomar en cuenta que se debe enseñar a estudiantes que las matemáticas son fáciles, se encuentran en todos lados y en todas las actividades cotidianas, por pequeñas que parezcan, en las que se utiliza el cálculo y numeración.

Según Reinhardt, F., (2009), el cálculo y numeración es una destreza que se puede enseñar desde que el niño o niña es pequeño, y consiste en hacer estimaciones únicamente utilizando la mente, sin hacer uso de ningún apoyo, como lo es los dedos de la mano, tablas de cálculo o la calculadora. Se puede considerar como una técnica para enseñar matemáticas de una forma divertida. Los juegos aritméticos se utilizan dentro o fuera del aula de forma grupal o individual. Alientan la participación de los estudiantes y dan lugar a que surjan rivalidades amistosas, que permiten el desarrollo de la autoestima y el sentido de competencia entre iguales. El uso frecuente del cálculo y numeración en las aulas, permite que los estudiantes se diviertan y aprendan desarrollando a la vez la habilidad mental, y velocidad al realizar estimaciones numéricas.

La presente investigación pretende, por medio de la enseñanza de las matemáticas basada en cálculo y numeración, determinar si se mejora las capacidades matemáticas de los estudiantes de cuarto primaria que cursaban de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate. Al alcanzar este objetivo se motivará el establecimiento de una metodología basada en capacidades matemáticas de cálculo y numeración en varios grados en la misma institución educativa. Además, se brindará un programa

psicopedagógico de cálculo y numeración, el cual se deberá adaptar a los grados de primaria superiores e inferiores.

La **formulación del problema científico** En la presente investigación sobre el procesamiento del número y el cálculo, se busca dar respuesta a la siguiente pregunta general: ¿Cuál es el perfil del procesamiento del número y el cálculo en los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.?

La **Hipótesis/solución de problemas:** Si se elabora y aplica un programa psicopedagógico, entonces, se podría solucionar las dificultades en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de 4to. Grado de Educación Primaria de la institución educativa Peña Blanca N° 82283 – En El Distrito De Tumbaden, Provincia De San Pablo – Región Cajamarca.

El objetivo general de la investigación: Demostrar el desarrollo de las capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc.

Los objetivos específicos de la investigación: Identificar el nivel de aprendizaje de cálculo y numeración de los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc; Estructurar el sustento teórico de la investigación, fundamentando el cálculo y numeración desde las teorías científicas estudiadas en esta investigación; Diseñar el programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc; Aplicar un programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc.

La presente investigación se ha dividido en cinco capítulos:

donde en el Primer Capítulo se desarrolla el diseño teórico de la investigación, es decir al desarrollo de una concepción teórica a partir un análisis de la situación problemática en

cuanto al uso de las TIC como un medio para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, con el uso de estrategias didácticas integradoras.

En el segundo capítulo denominado, métodos y materiales se detalla el Marco Metodológico; así como los resultados y la interpretación de la presente investigación, con ayuda de las técnicas e instrumentos para la obtención de los resultados.

En el tercer capítulo abordamos los resultados y discusión, contiene la propuesta concreta elaborada a partir de la solución teórica del capítulo I, con la cual se da solución al problema de la investigación y se comprueba la hipótesis, las ideas que se defienden o la respuesta a las preguntas científicas.

Se termina este trabajo con cuarto y quinto capítulo, donde encontramos las conclusiones y recomendaciones respectivamente, que hacen referencia a los hallazgos significativos de la investigación; las sugerencias referidas al compromiso de apropiarse y hacerlas parte de la práctica educativa de los docentes y si fuera posible aplicarlas en todas las áreas de aprendizaje.

Y por último se presenta la bibliografía y los anexos.

CAPITULO I: DISEÑO TEÓRICO

1.1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA

(Alsina, A., 2016), realizó “un análisis de las orientaciones internacionales sobre la enseñanza del número en general y la adquisición del sentido numérico en particular, durante la etapa de educación infantil” (p.135), llegándose a la conclusión “que es necesario centrar las prácticas docentes en la comprensión del número, en las distintas representaciones de este (evitando la insistencia en la enseñanza de la notación convencional) y en el significado de las operaciones elementales” (Alsina, 2016, p. 135).

Alsina, A. y Coronata, C., (2014), “realizaron una investigación que permitió reconocer la necesidad de crear instrumentos de evolución que ayuden a constatar los procesos matemáticos en el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en niveles de inicial, para poder así tener oportunidades de capacitaciones a través de programas que beneficien a los procesos en las practicas docentes”.

1.2. BASE TEÓRICA

1.2.1. Teorías generales que fundamentan el aprendizaje de las matemáticas

Las teorías del aprendizaje que tienen su origen en los trabajos que los psicólogos de la educación llevaron a cabo en los tres primeros cuartos del siglo XX presentan, algunas, características comunes entre ellas, y discrepancias notables con otras, lo que permiten agruparlas en dos grandes tipos de teorías. El primer tipo históricamente hablando, tiene una raíz conductual, nos referiremos a él como “conductismo”, mientras que el segundo tiene una base cognitiva, nos referiremos a él como “cognitivismo”.

Como no es posible dar una definición explícita y unánimemente aceptada de ellos, pasamos, sin más dilación, a describir sus características más sobresalientes.

1.2.1.1.1. Skinner: aprendizaje programado

Después de los trabajos de Thorndike, durante los años treinta y cuarenta del siglo XX, hasta que en los años 50 del s. XX en el cual se empezó a transformarse la circunscripción el convite que partió de los psicólogos del aprendizaje pasó de boga. Los psicólogos conductistas empezaron a interesarse por los problemas de la educación, y algunos, sobre todo Sorenson, H., (1964) y sus colaboradores, empezaron a adscribirse sistemáticamente a la entrenamiento los noticia de la interpretación conductual y de la exposición del simple, en lo que ha venido a llamarse “condicionamiento operativo”, que se define la frecuencia con que ocurre una disposición depende de las consecuencias que tiene esa postura como un crítica en el cual; para el don nadie se ve fortalecida y tiende a repetirse, y la disposición que tiene consecuencias negativas para el cualquiera se debilita y tiende a desaparecer la postura que tiene consecuencias agradables (Beltrán, J. et al. , (1987).

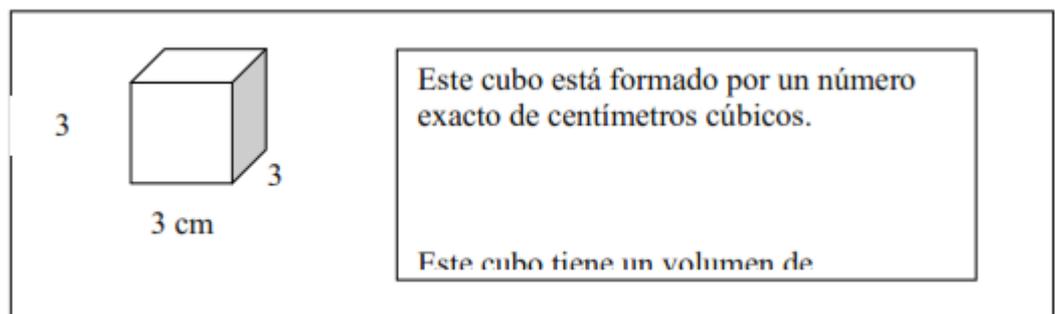
El reforzamiento ha constituido siempre una parte importante de los métodos docentes. A comienzos del siglo XX el reforzamiento estaba ampliamente basado en el temor: el miedo a incurrir en la ira del profesor, el miedo al castigo. Incluso hoy, algunos aspectos de la conducta de los chicos en la escuela están fundados en su afán de evitar el castigo o el ridículo y no en un deseo de aprender.

Skinner se interesó por el hecho de que los chicos no aprendieran en ningún sentido positivo, sino sólo para evitar las consecuencias de no aprender, por lo que su ideal fue que todos los alumnos recibieran una retroalimentación constante y rápida de los resultados, que el reforzamiento fuese inmediato, lo que constituyó una parte de la justificación que hizo (Skemp, R., 1971) del “aprendizaje programado”: “todo el proceso de alcanzar una competencia en cualquier campo debe ser dividido en un número muy grande de pasos muy pequeños y el reforzamiento ha de ser contingente a la realización de cada paso”.

El sistema de pequeños pasos, así como el reforzamiento adecuado para todos los alumnos considerados de manera individualizada son difíciles de lograr sin el uso de máquinas de enseñar.

Los criterios de presentación de material en el aprendizaje programado son los mismos en cualquiera de los medios de presentación, tanto a través de máquinas como mediante libros de texto.

Consisten en la presentación de una secuencia de estímulos al alumno bajo la forma de “cuadros”. Un solo cuadro contiene cualquier información necesaria y luego plantea una pregunta que exige una respuesta. El medio de presentación empleado debe proporcionar al alumno los recursos para que formule la respuesta. En la Figura. vemos un ejemplo de cuadro.



Tras haber formulado una respuesta, el alumno desplaza el programa al siguiente cuadro al tiempo que recibe retroalimentación sobre el cuadro previo.

La aplicación de los criterios anteriores a las circunstancias y las necesidades individuales hace necesario un programa muy complejo y completamente diversificado. Los ordenadores lo permiten, pero no han tenido ningún éxito los intentos de realizar programas de diversificación bajo la forma de libros de texto.

Al tipo de aprendizaje con ayuda de ordenador y basado en el aprendizaje programado se le denomina a menudo “instruccional”.

Pero como apunta Orton, A., (1988), también deben existir algunas desventajas, como, por ejemplo: 1) no existe la motivación producida por el trabajo con otros alumnos, 2) es posible que, a lo largo del programa, el

alumno escoja por error rutas inapropiadas y 3) algunos tipos de experiencias de aprendizaje no pueden ser presentados en forma programada.

El aprendizaje programado tiene una utilización importante en alumnos con necesidades especiales, por ejemplo, el desarrollo de sus capacidades para quienes operan con rapidez, el repaso y la repetición para quienes trabajan con lentitud y, para que se pongan al día alumnos nuevos o que han faltado por enfermedad.

Ahora que empiezan a haber ordenadores en las aulas, una de las posibilidades de su aprovechamiento podría ser la utilización con objetividad de programas instruccionales en la enseñanza de las matemáticas.

1.2.1.1.2. Gagné: Jerarquías de aprendizaje

La forma moderna o actualizada de instrucción conductista se apoya en las ideas de Ruiz, L. , (2005), sobre la jerarquía de aprendizaje y el análisis de las tareas que conforman la secuencia de instrucción.

Según Gagné, debemos comenzar definiendo el objetivo, por ejemplo «los alumnos serán capaces de hallar la división de cualquier par de números». El paso siguiente consistirá en realizar el análisis minucioso de la tarea, considerando cuáles son los contenidos previos requeridos con objeto de alcanzar el contenido final



Repetiremos entonces el procedimiento, definiendo qué requisitos previos son precisos para alcanzar los contenidos previos a y b. Y así hasta llegar a lo que ya sabe el alumno.

Este concepto, que Gagné llama «jerarquía de aprendizaje», ya lo presentó (Skemp, R., 1971), como hemos visto en las páginas 21-22.

Siguiendo con el ejemplo anterior, el conocimiento del algoritmo de la división depende de la multiplicación, y la multiplicación del conocimiento de la adición, etc. Se constituye así el conocimiento del contenido final en una secuencia de instrucción. El aprendizaje tiene, por tanto, un carácter acumulativo (Gagné, R., 1985).

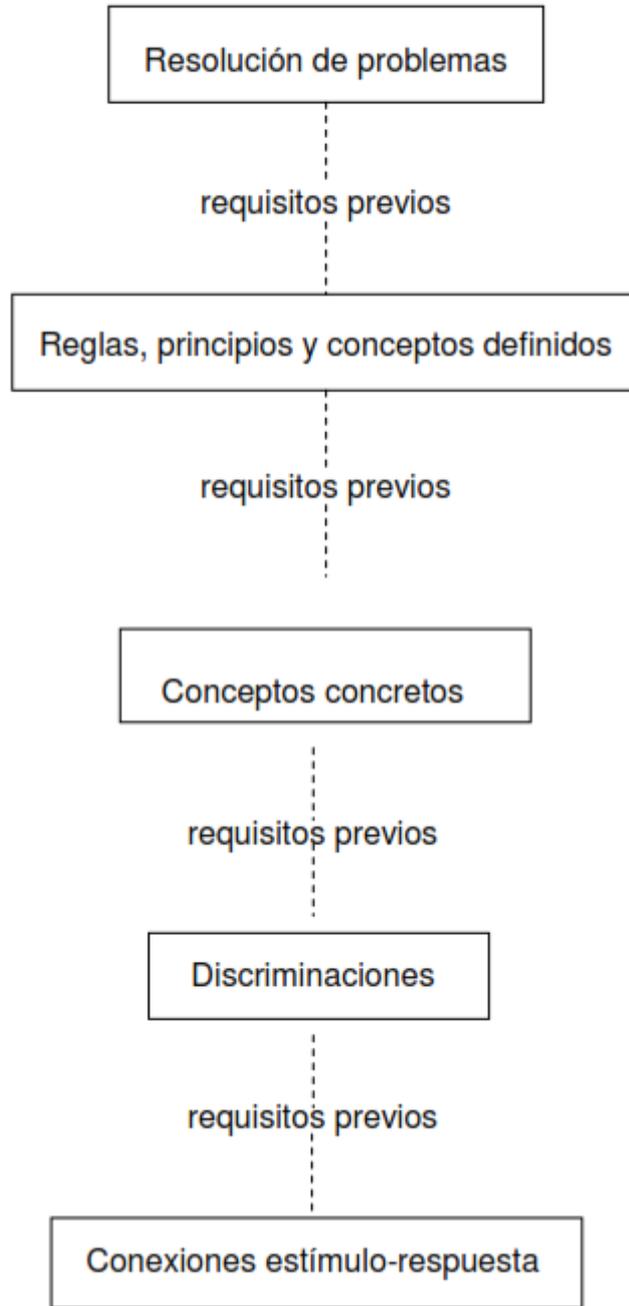
Robert M. Gagné y sus colaboradores investigaron la posibilidad de que fuesen necesarios y suficientes los requisitos determinados hipotéticamente. En todos los niveles de una jerarquía, la realización de esta tarea exige mucho tiempo, pero los trabajos de Gagné han dado lugar a un número considerable de jerarquías comprobadas en matemáticas.

Como en educación las cosas no siempre funcionan perfectamente es posible encontrar alumnos que poseen la capacidad final, pero que no tienen la a, la b o ninguna de las dos. También pueden hallarse ocasiones en que los alumnos puedan alcanzar a o b sin una enseñanza específica en el proceso de recibir instrucciones sobre la capacidad final. Por eso no hay que olvidar la reflexión de Gagné, R., (1985), p. 129: “una jerarquía de aprendizaje describe una ruta eficaz, en promedio, para alcanzar el dominio de un conjunto organizado de habilidades intelectuales que representan la «comprensión» de un tema”.

Por tanto, el profesor puede utilizar una jerarquía de aprendizaje como base para la toma de decisiones que le permita adaptar la enseñanza a las diferencias individuales de los niños.

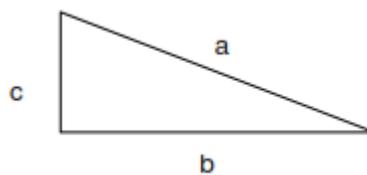
Las jerarquías de aprendizaje de Gagné indican que los diferentes requisitos previos pueden ser de distintas cualidades, es decir, hay dos tipos de jerarquías. Uno se refiere a la organización del conocimiento, el otro a la jerarquía de los «tipos» de aprendizaje.

Para el caso concreto de las matemáticas, tanto Orton, A., (1988), como Resnick, L. y Ford, W., (1981), resumen la jerarquía de tipos de aprendizaje de Gagné en la siguiente lista:



Veámoslos en el siguiente ejemplo:

Consideremos el teorema de Pitágoras: «la suma de los cuadrados de las longitudes de los dos lados



más cortos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa (como se ilustra en la Figura. La fórmula $a^2 = b^2 + c^2$ es claramente una regla (que solo se aplica a los triángulos cuando son rectángulos).

Una regla es una formulación de la relación entre cualidades. Tanto la relación como las cualidades implican un aprendizaje conceptual, por ejemplo, cuadrado o área, igualdad, suma, triángulo, ángulo recto, longitud, lado, ángulo.

Los propios conceptos suponen una discriminación, entre longitudes y áreas por ejemplo y también implican clasificación, por ejemplo: qué es lo que es común a todos los triángulos.

En un nivel muy bajo, un cuadrado supone productos y el modo más eficaz de hallarlos es conocer las tablas de multiplicar. Es probable que su aprendizaje suponga ciertos elementos de aprendizaje de estímulo-respuesta, sean cuales fueren las opiniones propias acerca del modo en que deben aprenderse las tablas. (Orton, A., 1988), p. 75

Si por problema entendemos una cuestión que requiere cierta originalidad por parte del que aprende hasta lograr su solución, exige del alumno que aporte e integre de un modo nuevo elementos de aprendizajes anteriores, por lo que tras haber resuelto el problema habrá aprendido algo. Podemos afirmar pues que la resolución de problemas es el máximo nivel de los tipos de aprendizaje.

La aportación de Gagné es esencial para el análisis del modo en que se produce el aprendizaje y de la manera en que puede organizarse. Es probable que una cuidadosa elaboración de la secuencia del contenido que ha de ser aprendido promueva la calidad y la cantidad del aprendizaje. Sin embargo, no es mucha la probabilidad de que tal elaboración de la secuencia sea todo lo que se precise en la planificación de las experiencias de aprendizaje.

La palabra «jerarquía» aplicada a cómo y en qué orden aprenden los niños los contenidos matemáticos, es utilizada de varias maneras no todas ellas conductistas, pues como dice Gómez, B, (1996), se puede utilizar para describir:

- Una secuencia de aprendizaje o de comprensión que se da en el estudiante.
- Una secuencia de enseñanza que usa el profesor.
- Una secuencia lógica que se da en el tema.

Los tres usos no son lo mismo, pero Hart los considera interdependientes, ya que, para tener éxito en el aprendizaje escolar, los tres aspectos deben estar estrechamente relacionados, de lo contrario el resultado será el fracaso. En todos ellos, “jerarquía” indica una cadena de destrezas, niveles, etapas o conceptos ordenados de simple a complejo.

1.2.1.2. El cognitivismo

1.2.1.2.1. Piaget: equilibrarían y etapas de desarrollo

La obra de Piaget, J. , (1970), presenta una visión de las estructuras cognitivas algo diferente de la del movimiento de la Gestalt. Estos psicólogos estudiaron principalmente la forma inmediata en que se perciben las estructuras de los problemas o de los contenidos, como si las estructuras completas se percibieran de una sola ojeada. Debido a su insistencia en que el insight era inmediato y en que la comprensión subsiguiente era relativamente completa, la psicología de la Gestalt no parecía preocuparse de cómo se iba fortaleciendo el conocimiento de las relaciones hasta el punto en que era posible tal insight y reconocimiento. Tampoco parecía preocupar a los gestálticos cómo podían cambiar a lo largo del tiempo las capacidades de reconocimiento y de insight de las personas. Por el contrario, Piaget se preocupó específicamente del proceso y del desarrollo del pensamiento. También creía que las características fundamentales del pensamiento humano se podían comprender en términos de las proposiciones y relaciones lógicas que expresaba la conducta humana. Tanto su interés por la lógica, como su preocupación por cómo se modifica el pensamiento durante el crecimiento y la experiencia, le permitieron dar forma a su definición de estructura cognitiva.

Piaget es célebre, sobre todo, por sus estudios extensos sobre el desarrollo del pensamiento de los niños. La mayor parte de los estudios de su obra ponen de manifiesto sobre todo la idea de las etapas de desarrollo.

Para Piaget el conocimiento físico es el conocimiento de las propiedades de los objetos, y resulta directamente de la acción sobre los mismos objetos (abstracción simple). En cambio, el conocimiento lógico matemático no surge ya de las acciones en sí, sino de la reflexión sobre dichas acciones, de la libre coordinación, interiorizada, de tales acciones (abstracción reflexiva), por ejemplo, cuando un niño descubre que el resultado de contar los objetos de un conjunto es independiente del orden que atribuya a los elementos que se cuentan.

El conocimiento no es para Piaget una mera copia de los datos procedentes de la realidad exterior, no es directamente transmisible, el conocimiento no es la consecuencia de un acto instantáneo de comprensión, su adquisición requiere una acción por parte del que aprende y una interacción con el entorno, debe ser construido activamente desde la propia experiencia y no recibido pasivamente del entorno por el sujeto.

Como biólogo que era Piaget consideró el desarrollo intelectual del mismo modo que el crecimiento físico y, en particular, pensó que incluía una autorregulación. Así, cuando nuevas ideas inciden sobre otras ya existentes, puede suceder que creen un conflicto, un desequilibrio mental, que la persona trata de resolver, con un efecto como de contrapeso, de reacción, que Piaget denominó de “equilibración”, considerado por muchos investigadores este aspecto de su teoría como el más importante.

Para explicar este fenómeno, Piaget introdujo las ideas de “asimilación” y de «acomodación»: entiende por “asimilación” la adopción o incorporación de nuevos datos a las estructuras existentes, la aceptación de nuevas ideas, y por «acomodación» entiende la modificación y enmienda de las estructuras existentes para hacer posible la asimilación. Estos dos aspectos de la equilibración se producen juntos y son inseparables, generalmente.

Un ejemplo matemático podríamos encontrarlo en la adición. Hasta la aparición del tema de los números enteros, los niños han trabajado con números naturales y fracciones no negativas, por lo que la adición suponía la obtención de un resultado igual o mayor ($2 + 6$, $1/5 + 4/3$), es decir, generalmente adicionar era aumentar, en cambio en la adición con números enteros el resultado puede suponer disminución ($[+5] + [-3]$), lo que produce un desequilibrio en la

concepción de la operación adición, que se resolverá con la correspondiente asimilación y acomodación.

La disponibilidad para el aprendizaje viene determinada por la idoneidad del bagaje cognitivo que posee el estudiante para enfrentarse con los requisitos de una determinada nueva tarea de aprendizaje. Esta idoneidad abarca dos aspectos: por un lado, los conocimientos previos específicos que se poseen en relación con la materia a aprender y por otro, el estado de desarrollo intelectual o madurez cognitiva del individuo.

Los profesores de matemáticas estamos obligados a mantener una mentalidad abierta ante la disponibilidad. Posiblemente resultaría contraproducente para el desarrollo cognitivo de los alumnos suponer con demasiada facilidad que no están aún preparados para un nuevo contenido. Pero la experiencia docente indica que los intentos de presentar nuevos contenidos no siempre alcanzan el éxito, y, por consiguiente, nosotros mismos hemos de estar preparados para cuando esto ocurra.

La teoría de Piaget ofrece una clara consideración de la disponibilidad. Los niños no están preparados para las matemáticas que dependan de la adquisición de la conservación de la cantidad si no han alcanzado la etapa de desarrollo intelectual en la que la conservación es una de las características definitorias. Igualmente, los alumnos no están preparados para las matemáticas basadas en la razón y en la proporción (y es muy amplia la parte de las matemáticas escolares que corresponde a esta categoría, como por ejemplo los números racionales y la trigonometría) si no han llegado a la etapa en la que se domina la proporcionalidad.

El trabajo de Piaget tiene en su origen la noción de que los individuos recorren, a lo largo de su desarrollo, la historia intelectual de la especie humana. Creía, por tanto, que era posible comprender el desarrollo de la capacidad intelectual de la especie estudiando el desarrollo intelectual de los individuos al ir haciéndose adultos siempre que mantuviesen una relación normal con el entorno físico y social. La idea general era que las personas estaban conformadas biológicamente para interrelacionarse con su entorno de formas determinadas. A

lo largo de esta interrelación, se formaría una secuencia de estructuras complejas de pensamiento.

Para estudiar el desarrollo del pensamiento de los niños Piaget trabajó fundamentalmente sobre el desarrollo de los conceptos lógicos y matemáticos. Estudió, tanto con niños como con adolescentes, el desarrollo de los sistemas de clasificación lógica, y el de los conceptos numéricos, geométricos, de tiempo, de movimiento y de velocidad. Eligió estos temas para su estudio porque suponían claramente el empleo de ciertas estructuras lógicas fundamentales que Piaget creía eran la base del pensamiento y del razonamiento, sobre todo del pensamiento y razonamiento científico.

La teoría del desarrollo de Piaget se centra en el aspecto dinámico de la actividad intelectual y de las estructuras psicológicas que caracterizan a los niños en diferentes etapas de su desarrollo. Utiliza el término «estructura» para describir la organización mental de la experiencia por parte de un estudiante activo. Para probar la existencia de estructuras cognitivas cualitativamente diferentes interpretó protocolos de niños y adolescentes que realizan tareas matemáticas y lógicas, que permiten comprensiones y resoluciones diferentes de las tareas. Estas diferentes estructuras cognitivas se desarrollan siguiendo una secuencia que cubre varias etapas definidas.

Diferentes estudiosos de Piaget han agrupado las etapas de modos ligeramente distintos, así que es posible hallar autores que se refieren a las cinco etapas, a las cuatro e incluso a las tres de Piaget. Las cuatro aquí consideradas son las siguientes:

1. La etapa sensorio-motriz
2. La etapa preoperatoria
3. La etapa de las operaciones concretas
4. La etapa de las operaciones formales

Según Piaget todos los niños pasan por estas etapas y en este orden, es decir, que sucesivamente manifiestan aquellas características de la actividad intelectual que él formuló para las etapas.

La trascendencia curricular de las etapas es notoria y se deriva de la interpretación que se les ha dado como estrategia para decidir el punto óptimo para introducir un determinado contenido en el currículum.

Desde el punto de vista del aprendizaje de las matemáticas, la consecuencia debería ser que, si se sabe que un chico opera a un determinado nivel piagetiano, si se conoce en qué etapa está funcionando, no existe ninguna posibilidad de que pueda hacer frente a matemáticas que dependen de capacidades asociadas con una etapa siguiente.

El término “operación” es común a tres de las etapas y, para Piaget, significa acción, pero efectuada en la mente y organizada en un sistema.

Durante el periodo de escolarización obligatoria, los niños suelen partir de la etapa preoperatoria, pasar por la etapa de operaciones concretas y llegar a la de operaciones formales, por lo que pasamos a continuación a describir brevemente características matemáticas de estas tres etapas.

El pensamiento que Piaget ha llamado preoperatorio se caracteriza por la dependencia de las características perceptuales de los objetos o de las configuraciones y la incapacidad de pensar de forma reversible.

El niño preoperatorio en edad escolar intuye, por lo que puede afirmar, pero no demostrar. La suya es una inteligencia práctica sus intuiciones son muy primarias todavía, rígidas e irreversibles. Su pensamiento es concreto, puede representar mentalmente objetos y acciones, pero no tiene capacidad para realizar operaciones lógicas de comprensión abstracta. Por eso, cuando trabaja debe tener el material concreto delante, manipulando, experimentando, descubriendo con él, trabajando directamente con la realidad.

Dice Piaget que, en la génesis de la noción de número, los conceptos cuantitativos prenuméricos como: grande, pequeño, ninguno, algunos, pocos, muchos, todos... están, en general, a merced de las cualidades perceptuales de los objetos.

Respecto de la clasificación, hasta los 5 años, el niño tiende a organizar el material clasificable en lo que Piaget, J. e Inhelder, B., (1975), llaman «colecciones figurales», la colección lograda, no es en modo alguno una clase

lógica, sino una figura compleja, de ahí el nombre de colección figural. De los 5 1/2 a 7-8 años, las colecciones figurales son reemplazadas por colecciones abstractas no figurales, para llegar a realizar finalmente verdaderas clasificaciones.

Si las primeras matematizaciones organizan el mundo que rodea al niño esencialmente en función de lo que se vive, y las referencias espaciales se forman a partir de su propio cuerpo, las estructuras a que dan origen, se constituyen, según Piaget, a partir de referencias topológicas: volumen, superficie, punto, frontera, interior, exterior, etc. Ya en el final de esta etapa preoperatoria comenzarán a desarrollarse las nociones de geometría euclídea.

Para Piaget, entre las capacidades que se alcanzan y se desarrollan con el comienzo del pensamiento operacional concreto figuran la inclusión en clases, la conservación de la cantidad, la reversibilidad, la combinación y la separación, la ordenación y la posición relativa, todas las cuales pueden ser muy importantes en el paso de un enfoque informal e intuitivo de las matemáticas (implicando poco más que la manipulación de objetos y materiales), a las matemáticas como actividad de papel y lápiz.

El término “concreto” no implica que la enseñanza de las matemáticas exija siempre objetos concretos hasta la plena aparición de las operaciones formales. En una situación nueva de aprendizaje, es probable que sea importante la actividad física con objetos reales en la etapa de las operaciones concretas, pero sólo hasta el momento en que el niño sea capaz de sustituir tales manipulaciones físicas por las correspondientes actividades mentales fruto de experiencias personales concretas anteriores. A pesar de que a veces se asocia incorrectamente “operaciones concretas” y uso de materiales concretos en el aula, el error habitual cometido en la enseñanza de las matemáticas no ha sido precisamente el empleo excesivo de materiales, ni contar muy a menudo con ellos como una referencia física.

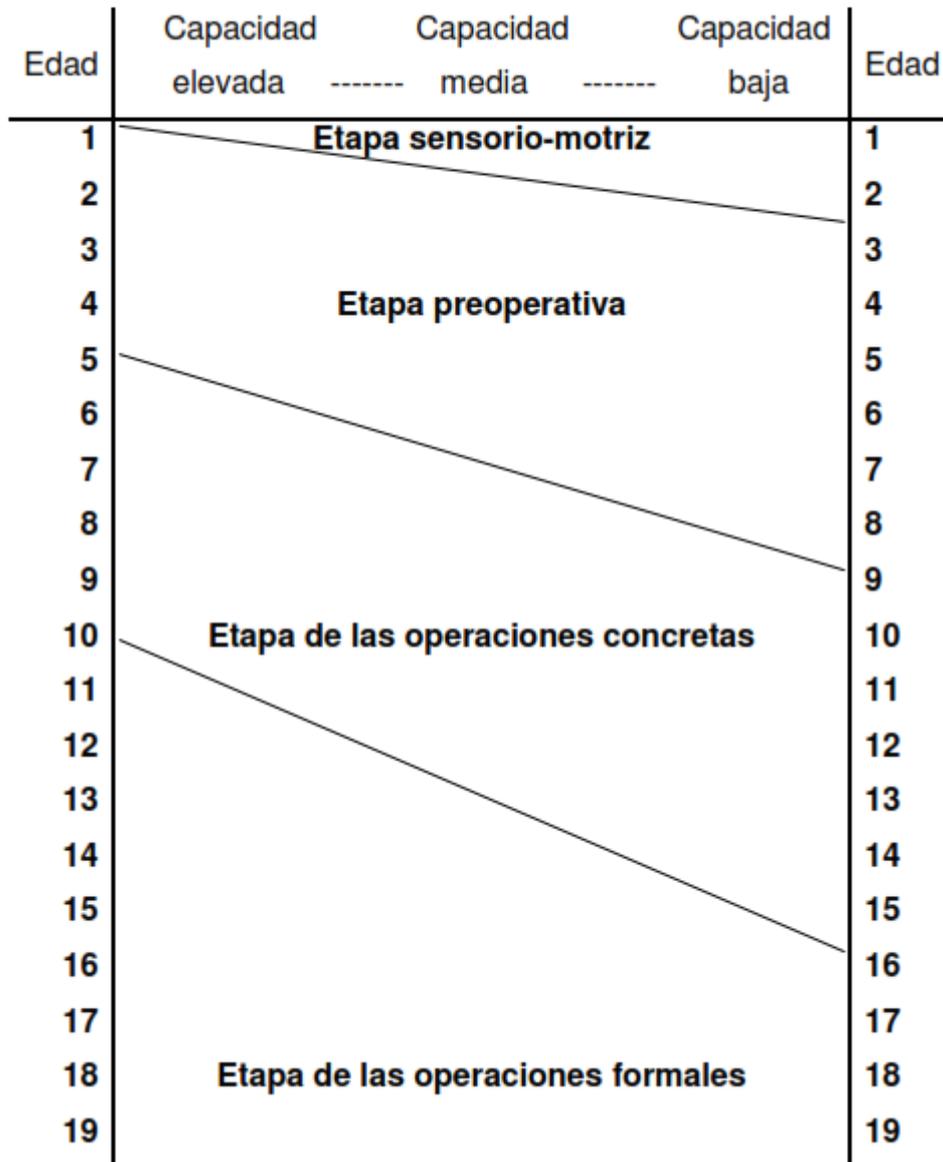
Según Piaget, el pensamiento operacional formal permite la hipótesis y la deducción, autoriza la argumentación lógica y el razonamiento en las proposiciones verbales.

En términos de aprendizaje de las matemáticas, además de la proporcionalidad, existen en esta etapa muchos temas e ideas en matemáticas que los profesores de enseñanza secundaria saben que ofrecerán grandes dificultades a sus alumnos en razón del nivel de abstracción exigido. El álgebra como generalización de la aritmética depende de la abstracción de relaciones numéricas más bien concretas. A muchos alumnos les resulta difícil y, desde luego, irrelevante, porque lo que les pedimos hacer en álgebra no tiene para ellos un significado real subyacente y algunos llegan a experimentar un rechazo tan intenso que condiciona su actitud global hacia las matemáticas.

Frecuentemente todos necesitamos funcionar en un nivel más concreto y a menudo es útil una introducción práctica a una nueva idea.

Piaget señaló los 7 años como la edad aproximada en que se producía el cambio del pensamiento preoperacional al pensamiento operacional concreto, pero añadía que podía haber una amplia variación de un individuo a otro. Investigaciones posteriores han indicado que, en muchos alumnos, no comenzaban a manifestarse hasta los 14 o los 15 años aquellas características que Piaget describió para la etapa de las operaciones formales. El Informe Cockroft señala:

Ante esta situación, Orton, A., (1988), p. 88 propone que, en la figura, que reproducimos a continuación, ilustra la relación probable entre las etapas piagetianas y las edades a través de los ojos de un profesor de matemáticas, aunque no debe considerarse este diagrama como preceptivo.



La asignación de niveles absolutos de dificultad a determinados contenidos matemáticos no resulta fácil, y puede ser peligrosa e inútil. La disponibilidad para el aprendizaje es un tema muy complejo y no debemos hacer uso de declaraciones generales de las etapas de desarrollo para justificar no utilizar métodos apropiados para ayudar a los niños a aprender ideas matemáticas, del mismo modo que no debemos presentárselas de manera que reforcemos su convencimiento de que las matemáticas no son para ellos.

De la teoría de Piaget se derivan principios generales de aprendizaje constructivo, de representaciones concretas, de respuesta social, y de interacción clínica entre profesor y alumno, que pueden ayudar a crear ajustes óptimos entre

las capacidades del estudiante y el contenido y procedimientos de la enseñanza de la matemática que resumimos muy brevemente.

- Aprendizaje constructivo. En el título de su libro de 1973, Piaget lo dice claramente: “Comprender es inventar”, es construir uno mismo. Podemos ayudar a los niños a adquirir conceptos matemáticos por medio de materiales didácticos y de preguntas de los profesores, pero sólo por su propio trabajo pueden comprender verdaderamente.
- Representaciones concretas. Las investigaciones de Piaget demuestran que los niños pequeños son capaces de pensar de forma operatoria sólo con respecto a materiales y situaciones que estén presentes físicamente y por tanto, que les ofrezcan una respuesta (feedback) en forma de representaciones concretas de conceptos. Pero nuestro sistema educativo se basa casi exclusivamente en la verbalización de ideas, y según Piaget, la verbalización no garantiza la comprensión, ni se puede afirmar que la comprensión dependa de la verbalización.
- El entorno social en el aprendizaje. Otro tipo de situaciones que incitan al niño a abandonar sus concepciones y estructuras antiguas y a construir otras nuevas es el entorno social. La acomodación de las estructuras en el proceso de desarrollo intelectual se produce en parte, según Piaget, cuando los niños ven que sus propuestas se reciben con escepticismo. Sugiriendo Piaget que en este proceso la disconformidad de los adultos influye menos sobre los niños que la disconformidad de los otros niños que están más próximos en edad y en nivel conceptual general. Si es así, el aprendizaje de los niños depende en gran medida del entorno social y de las oportunidades que brinda para relacionarse con otros niños en la realización de tareas.
- La enseñanza como interacción clínica. Para sus investigaciones Piaget utilizó un tipo especial de entrevista consistente en marcar un problema claramente determinado, materializado en objetos físicos con los que experimenta el niño a lo largo de la entrevista. Las respuestas verbales del niño y sus acciones físicas aportan los datos de los que se deducen

sus procesos de pensamiento. Este tipo de entrevista proporciona un método por el que los profesores que comprenden las bases conceptuales de las matemáticas que enseñan pueden llegar a saber qué es lo que comprenden los niños. Esto representa un paso crucial en una estrategia educativa que pretenda ajustar la enseñanza al desarrollo del niño.

Los críticos a la teoría piagetiana ponen en tela de juicio la realidad de las etapas, porque los niños presentan rendimientos muy variables en tareas que supuestamente dependen de las mismas operaciones y porque la modificación de las tareas puede alterar radicalmente su dificultad. Sugieren que hacen falta una serie de variables, además de las estructuras lógicas en las que se centra Piaget, para explicar los rendimientos; por lo tanto, no es posible deducir una falta de competencia lógica a partir de un rendimiento dado en una tarea.

1.2.1.2.2. Ausubel: aprendizaje significativo

La teoría del aprendizaje significativo propuesta por (Ausubel, D., 1968), en su libro de 1968 *Educational Psychology: A Cognitive View* es una teoría general y no específica de las matemáticas, de la que presentamos a continuación una muy breve síntesis, por lo que no vamos a hacer constantes referencias al texto, indicando solamente las citas textuales.

Ausubel, D. , (1961), discrepa de la mayoría de los psicólogos que pensaban que tipos de aprendizaje escolar cualitativamente diferentes, se podían incluir en un sólo modelo explicativo, y reconoce varios tipos de aprendizaje de acuerdo con dos criterios:

1. Respecto a la formación de conceptos: por repetición y significativo;
2. Respecto a la resolución de problemas: verbal y no verbal.

Para diferenciar los tipos de aprendizaje en el aula formuló dos distinciones: la primera, según el proceso de adquisición, en aprendizaje por recepción y por descubrimiento, porque la mayoría de las nociones adquiridas por el alumno, lo mismo dentro que fuera de la escuela, no las descubre por sí mismo, sino que le son dadas; y la otra distinción, según el proceso de formación, en aprendizaje mecánico o por repetición y aprendizaje significativo, pues como la mayor parte del material de aprendizaje se le presenta al estudiante de manera verbal,

conviene considerar que el aprendizaje por recepción verbal no tiene por qué ser mecánico, puede ser significativo, sin experiencias previas, no verbales o de resolución de problemas.

El aprendizaje “mecánico o por repetición” se produce cuando la tarea del aprendizaje consta de asociaciones puramente arbitrarias o cuando el sujeto lo hace arbitrariamente. Por ejemplo, el aprendizaje de números de teléfonos asociados a determinados nombres; o el aprendizaje del vocabulario de una segunda lengua. Aprendizaje “significativo” es aquel en que la materia de aprendizaje puede relacionarse de manera sustancial, no arbitraria, con la que el alumno ya posee, siendo necesario para ello que la materia sea potencialmente significativa, es decir, coherente en su estructura con la estructura de conocimiento y lógica previa del estudiante, y siendo necesaria también, como cuestión básica, la predisposición hacia ese aprendizaje por parte del alumno.

En el aprendizaje “por recepción” se presenta al estudiante el contenido a aprender como producto completamente elaborado y terminado, no teniendo que hacer el alumno ningún descubrimiento. Su misión consiste en incorporar, internalizar el material de modo que después pueda recuperarlo o reproducirlo. En el aprendizaje “por descubrimiento” el contenido principal de lo que va a ser aprendido no se da, sino que debe ser descubierto por el estudiante antes de que lo pueda incorporar a su estructura cognitiva.

No debe identificarse aprendizaje por descubrimiento con aprendizaje significativo, ni aprendizaje receptivo con aprendizaje repetitivo. Los aprendizajes por recepción y por descubrimiento pueden ser o repetitivos o significativos.

En el aprendizaje por recepción significativo, el material potencialmente significativo es comprendido o hecho significativo durante el proceso de internalización. En el aprendizaje por descubrimiento significativo, el contenido descubierto se hace significativo, en gran parte, de la misma manera.

Al respecto de estos tipos de aprendizajes matiza Ausubel que en los alumnos menores, cierta proporción de aprendizaje por repetición y por descubrimiento puede ser conveniente, pero la mayor parte del aprendizaje en el aula, especialmente el de los alumnos de mayor edad, es aprendizaje por recepción

significativo Ausubel, D; Novak, J. y Hanesian, H. , (1978), pues “después de los años de la escuela primaria, el aprendizaje por recepción verbal constituye el método más eficaz de asimilar significativamente el contenido sustancial de una disciplina” (Ausubel, D; Novak, J. y Hanesian, H. , 1978).

Raramente se encuentra aprendizaje por descubrimiento o receptivo en estado puro, hay varios grados de dirigismo o de mayor o menor descubrimiento, como también hay más o menos participación de los estudiantes en el aprendizaje receptivo.

El aprendizaje por descubrimiento se puede situar en un continuo recepción-descubrimiento y el aprendizaje significativo en otro continuo repetición-significativo. Los aprendizajes por repetición y significativo no son completamente dicotómicos, ambos tipos de aprendizaje pueden darse en la misma tarea de aprendizaje, por lo que no pueden ser colocados en polos opuestos del mismo continuo. Esta misma limitación también se aplica a la distinción entre los aprendizajes por recepción y por descubrimiento. Simplificadamente estas relaciones se muestran en la figura a continuación, en la cual Ausubel consideró las dos dimensiones del aprendizaje como perpendiculares. (Ausubel, D; Novak, J. y Hanesian, H. , 1978)



(Ausubel, Novak y Hanesian, 1.978, p. 35)

En la defensa de su concepción del aprendizaje añade Ausubel que el aprendizaje por descubrimiento representa un rechazo de uno de los aspectos culturales más importantes, que los descubrimientos originales efectuados durante milenios pueden ser trasmitidos en la infancia y la juventud por medio del aprendizaje significativo por recepción y no necesitan ser redescubiertos por cada generación nueva ((Ausubel, D; Novak, J. y Hanesian, H. , 1978), p. 448).

Para que el aprendizaje por recepción sea verdaderamente significativo la presentación o exposición de los contenidos (proceso instruccional) debe respetar dos principios:

- Diferenciación progresiva, las ideas generales e incluyentes primero, lo particular después, y
- Reconciliación integradora, con la nueva información adquirida los conocimientos ya existentes se reorganizan y adquieren nuevo significado.

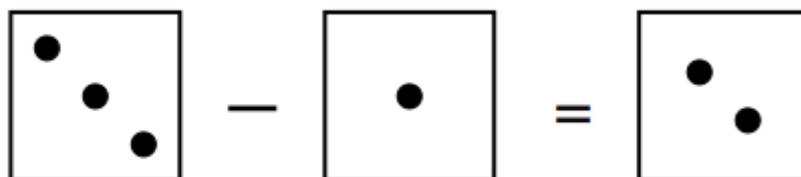
La reconciliación resulta facilitada cuando se anticipan posibles comparaciones y se adelantan semejanzas y diferencias entre las nuevas ideas y las ya adquiridas.

La capacidad del alumno para adquirir significativamente nuevos conocimientos viene influida por variables organizacionales de las estructuras cognitivas:

1. Disponibilidad de ideas de afianzamiento que suministran capacidad relacional. Cuando no existen, el sujeto aprende de forma repetitiva. En estos casos conviene suministrar materiales introductorios previos que hagan de puente cognitivo, cumplen la misión de llenar el vacío entre lo que se conoce y lo que se necesita conocer. Ausubel les llama «organizadores previos» y se deben presentar en un nivel de abstracción mayor que el material que se va a aprender.
2. El grado de discriminabilidad de los contenidos de la estructura cognitiva respecto a los nuevos contenidos, y viceversa. Esta variable es función de la claridad y estabilidad de las ideas ya existentes.
3. Estabilidad y claridad de las ideas de afianzamiento. Si estas son ambiguas o inestables además de que no suministran relacionabilidad para el material nuevo, resultan indiscriminables respecto a dicho material.

Ausubel distingue tres tipos básicos de aprendizaje significativo: de representaciones, de proposiciones y de conceptos.

El “aprendizaje significativo de representaciones” consiste en captar el significado de los símbolos o palabras y entender lo que representan. El aprendizaje de la sustracción de números naturales se puede realizar mediante representaciones del “modelo” cardinal que utiliza los diagramas de conjuntos. Por ejemplo, $3 - 1 = 2$ se “representa” mediante el “modelo”:



El aprendizaje significativo de representaciones es condición necesaria para el aprendizaje proposiciones.

Con el “aprendizaje significativo de proposiciones” se trata de captar el significado de nuevas ideas, expresadas en forma proposicional. Realizadas por parte del alumno distintas representaciones de la sustracción de modo significativo, toda la información que aportan se sintetiza en el hecho numérico: “tres menos uno es dos”, que expresa mediante una única proposición toda la riqueza de las situaciones trabajadas. Este tipo de aprendizaje significativo es necesario para lograr el dominio de los números y las operaciones aritméticas.

Otro tipo de aprendizaje significativo de importancia en la adquisición de la materia de estudio es el “aprendizaje de conceptos”. Como los conceptos se representan por palabras, aprender lo que significan es un tipo superior de aprendizaje de representaciones. Este tercer tipo de aprendizaje también se da al estudiar las operaciones aritméticas. Se considera que un niño ha logrado el concepto de sustracción significativamente cuando sabe reconocer y utilizar dicha operación en los diferentes contextos numéricos en los que se presenta, es decir, cuando utiliza con sentido la sustracción en la resolución de problemas y aplicaciones prácticas.

La diferenciación entre aprendizaje significativo y no significativo puede relacionarse con la diferenciación que hace Skemp, R, (1971) entre “comprensión instrumental” y “comprensión relacional”. La comprensión instrumental de un concepto cuantitativo consistiría en disponer sólo de una colección de reglas aisladas (probablemente aprendidas por repetición) para obtener las soluciones de una limitada clase de problemas. Comprensión relacional, por contra, consistiría en disponer de un esquema apropiado o conjunto de estructuras conceptuales suficientes para resolver una clase más amplia de problemas.

Ausubel empleó datos recogidos por Piaget, aceptó las ideas de asimilación y acomodación y, de cuando en cuando, se refirió a las etapas “concreta” y “formal o abstracta”, sin aceptar todas las connotaciones de la teoría piagetiana de las etapas. Novak, J., (1977), que con su trabajo explicó y aclaró eficazmente la teoría ausubeliana, afirmó que “Desde nuestro punto de vista, no existe ningún conflicto operacional entre las ideas de Piaget y las de Ausubel” (p. 115).

En términos de disponibilidad para el aprendizaje, la concepción de Ausubel se halla más próxima a la de Gagné que a la de Piaget. Shulman (1970) expresó la opinión de que Ausubel coincidía con Gagné en los términos fundamentales, en cuanto que la clave de la disponibilidad era el conocimiento previo requerido, pero Novak, J., (1977), afirmó que consideraba que la concepción de Ausubel sobre la disponibilidad se hallaba próxima a la de Bruner. Para Ausubel no está todo perdido, aunque el niño no esté dispuesto en el sentido de tener inclusores apropiados, existe entonces la posibilidad de emplear un organizador previo que llene el vacío existente. Aunque en matemáticas su naturaleza jerárquica parecería indicar que no deben ser muchas las ocasiones en que un conocimiento nuevo no pueda ser conectado a otro ya existente, la idea del organizador previo hay que para tomarla en consideración. (Orton, A., 1988)

La concepción pedagógica de Ausubel revela como superficiales muchas de las críticas efectuadas a los métodos de aprendizaje por recepción, y obliga a una reflexión más detenida sobre las posibles ventajas de los métodos de aprendizaje por descubrimiento.

Los educadores matemáticos no han prestado mucha atención a la teoría ausubeliana, por lo que la relación con el aprendizaje de las matemáticas no se ha debatido con la amplitud suficiente y pocos autores han proporcionado ejemplos matemáticos en relación con la teoría. Algunos profesores de matemáticas reaccionaron contra la afirmación de que el aprendizaje verbal o expositivo sea tan eficaz y efectivo como señalaba Ausubel. Los más firmes defensores de la teoría ausubeliana han acusado siempre a los críticos de no haberla estudiado con suficiente minuciosidad (Orton, A., 1988).

1.2. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS

1.2.1. Definiciones Abstractas

Programa psicopedagógico

Lagos D, (2014), Un programa psicopedagógico tiene como fin instruir a los niños, padres o docentes, dotándoles con estrategias de intervención para mejorar la calidad de la enseñanza, así como del aprendizaje en niños que tengan algún tipo de necesidad educativa especial. En este proceso se debe considerar el medio en donde el niño se encuentra la mayoría del tiempo ya que este será el responsable de identificar dichas necesidades y remitirlas hacia un especialista capacitado que pueda ayudar tanto al niño como a los que se encuentran en su

entorno. El objetivo es brindar las herramientas necesarias la hora de trabajar con el niño con el fin de potenciar sus habilidades. De igual manera se debe educar al niño para que este pueda dar cuenta de sus necesidades y así reconocer e identificar personas que le pueden apoyar en todo momento.

Cálculo

En general, término cálculo (del latín *calculus* = piedra) hace referencia, indistintamente, a la acción o el resultado correspondiente a la acción de calcular. Calcular, por su parte, consiste en realizar las operaciones necesarias para prever- el resultado de una acción previamente concebida, o conocer las consecuencias que se pueden derivar de unos datos previamente conocidos (Acosta, 2013).

El cálculo es una actividad natural y primordial en el hombre, que comienza en el mismo momento en que empieza a relacionar unas cosas con otras en un pensamiento o discurso. El cálculo lógico natural como razonamiento es el primer cálculo elemental del ser humano. El cálculo en sentido lógico-matemático aparece cuando se toma conciencia de esta capacidad de razonar y trata de formalizarse (Acosta, 2013).

Numeración

Con respecto a la numeración, abarca la noción de número y el sistema numérico (noción de número, valor posicional de las cifras, etc.) se enseña en nuestras escuelas con cierta independencia de los símbolos que expresan relaciones entre números ($<$, $>$, $=$, $+$, ...) y que, por lo tanto, tiendan a considerarse aprendizajes separados, diferentes, desde nuestra perspectiva se trata de aprendizajes profundamente relacionados entre sí, sobre todo por el nivel de representación que exigen del sistema cognitivo, de modo que en este apartado incluiremos unos y otros (Bedoya & Orozco, 1991).

El aprendizaje de la numeración implica cinco principios que debe realizar el niño: principio de correspondencia uno a uno, de orden, estable la cardinalidad, de abstracción y de irrelevancia de orden (Bedoya & Orozco, 1991).

1.2.2. Definiciones operacionales

1.2.2.1. Programa

Desde un enfoque psicopedagógico Riart, J., (1996), indica que los programas de intervención son un conjunto organizado e interdependiente de acciones expresadas en clave pedagógica, orientadas a cumplir objetivos previamente justificados y definidos a partir de un análisis de necesidades, acompañándose de una planificación en fases diferenciadas con expresión de destinatarios, actividades y evaluación.

En otras palabras, un programa de intervención es un plan, acción o propuesta, creativa y sistemática, ideada a partir de una necesidad, a fin de satisfacer dicha carencia, problemática o falta de funcionalidad para obtener mejores resultados en determinada actividad.

Morrill, H., (1998), expresa que el programa de intervención específico es un conjunto de pasos para ayudar a un niño a mejorar en un área de necesidad. Los niños pueden tener muchas necesidades. Si un niño se comporta inapropiadamente, la escuela puede ofrecer una intervención conductual. Existen intervenciones educativas (en ocasiones conocidas como intervenciones académicas) para asignaturas como lectura y matemáticas.

El concepto de programa que se ha analizado se conceptualiza como proceso en donde la escuela, familia y sociedad, han de asumir un papel activo, en la definición del conjunto de actividades integradas en los ejes de: enseñar a pensar, enseñar a ser persona, enseñar a convivir, enseñar a comportarse y enseñar a decidirse, facilitan el proceso de intervención en la problemática planteada como es la violencia y el acoso escolar.

Una de las características de los programas de modificación de conducta son aquellos que están orientados tanto a la adquisición o el incremento de comportamientos adaptativos, como a la extinción o disminución de aquellos que por sus efectos no lo son.

Se entiende como comportamientos adaptativos aquellos que le van a permitir al niño integrarse a ciertos grupos sociales, ya sea en el ámbito educativo, social,

afectivo o emocional. Estos comportamientos se regulan de acuerdo a las reglas tanto implícitas como explícitas que marca la sociedad como buenos o malos.

Estos programas incluyen tanto la estructura de los mismos, así como sus objetivos, primordialmente terminales, y las estrategias que han de seguirse para su logro y manejo de contingencias, modelamiento, ayudas, restricción de estímulos, etc.

Por otra parte, la intervención conductual se puede definir como todas aquellas acciones (o inacciones conscientes) en las que participan maestros y padres para ampliar las probabilidades de que los niños, en forma individual y en grupo, manifiesten comportamientos eficaces que les resulten satisfactorios en lo personal además de ser productivos y aceptables en términos sociales.

1.2.2.1.1. Elementos para la configuración de un programa de intervención

Las líneas teóricas que se manejan en el apartado anterior llevaron a la realización de las siguientes precisiones con respecto a los elementos orientadores y guías para efectos de construcción de un programa de orientación psicopedagógico.

a) ¿A quién va dirigido el programa?

Es fundamental precisar quiénes son los beneficiarios del programa, ya que todos los alumnos tienen derecho a la orientación. Si se trata de un programa de prevención primaria es conveniente integrar el mayor número de alumnos. También, debemos tener presente a los profesores y agentes educativos, como sujetos claves del proceso orientador.

b) ¿Él para qué?

Es otro de los elementos del programa que implica delimitar los objetivos: estos nos guía lo que se pretende conseguir en un ámbito determinado, que puede responder a una o varias áreas del desarrollo: personal-social, escolar o vocacional. Los objetivos generales de carácter más amplio, se pueden pormenorizar a nivel de objetivos específicos.

c) ¿El qué?

Representa los contenidos, que constituyen los núcleos temáticos del programa vinculados a cada objetivo específico. Si lo que planteamos en los objetivos es la formación hábitos de trabajo cooperativo, la autoestima, la promoción del aprendizaje significativo, los contenidos deben representar estos tópicos, los cuales aportan un conjunto de elementos que facilitan el logro de los objetivos que se persiguen.

d) ¿El cómo?

Determina las estrategias a utilizar para el logro de los objetivos. Para la selección de las actividades debemos tener en cuenta los beneficiarios, los objetivos y contenidos. Las estrategias deben ser flexibles, dinámicas y responder a las necesidades, expectativas e intereses de quienes intervienen en el programa.

e) ¿El con qué?

Tiene que ver con los recursos humanos, institucionales y financieros que se disponen para la implementación del programa. Este elemento hace posible su ejecución y determina el grado de compromiso de los agentes educativos.

f) ¿El cuándo?

Obliga necesariamente al establecimiento de la secuencia de ejecución del programa e incluye su temporalización o cronograma.

g) ¿El dónde?

Invita necesariamente a delimitar geográficamente y espacialmente el ámbito donde se llevará a cabo la intervención, ya sea el centro escolar, la etapa educativa, el grado o los grados o la sección.

Estos programas incluyen tanto la estructura de los mismos, así como sus objetivos, primordialmente terminales, y las estrategias que han de seguirse para su logro y manejo de contingencias, modelamiento, ayudas, restricción de estímulos, etc.

Por otra parte, la intervención conductual se puede definir como todas aquellas acciones (o inacciones conscientes) en las que participan maestros y padres para ampliar las probabilidades de que los niños, en forma individual y en grupo, manifiesten comportamientos eficaces que les resulten satisfactorios en lo personal además de ser productivos y aceptables en términos sociales.

Siguiendo esta línea de pensamiento es importante mencionar que para la realización de un programa de modificación de conducta es necesario realizar un diagnóstico del niño tomando en cuenta 2 aspectos importantes:

- El estudio del comportamiento humano (evaluación conductual)
- La aplicación de principios y relaciones funcionales que rigen la conducta; es decir la propia intervención conductual.

Cuando se habla del primer aspecto dentro de la realización del diagnóstico es importante lo siguiente:

Se elabora en base a la observación directa de la conducta ¿Qué conducta ocurre, con que dimensiones cuantitativas y ante que estímulos o situaciones ambientales?

- a) Su resultado no es una etiqueta, sino un conjunto de cuantificaciones de la conducta y de descripciones de las condiciones en las que se observó esta.
- b) El diagnóstico consta de dos partes, en la primera se observa al niño y se evalúan las siguientes áreas: conductas básicas, habilidades sociales y de adaptación, habilidades académicas y conductas problemas.
- c) En la segunda parte es una entrevista con los padres que nos permite complementar la información obtenida en la primera parte, detectar problemas hogareños y hacer contacto con el medio social y cultural del individuo.

1.2.2.1.2. Intervención

La intervención psicopedagógica en nuestro país es poco conocida por no decir poco utilizada. Las instituciones educativas públicas y privadas mayormente, han cobijado a especialistas como educadores especiales, psicólogos, fonoaudiólogos, terapeutas ocupacionales, para el abordaje de aquellos niños que, en comparación operativa con los niños de su misma edad y nivel académico, presentan un rendimiento diferente, o problemas en su comportamiento, en conductas de agresividad o de alteración de las normas preestablecidas. (Ovejero, A., 2010)

Este abordaje no es otro que el establecimiento de una evaluación e intervención se puede tornarse fragmentadas por la mirada de las diferentes disciplinas. Normalmente esta posición hacia el estudiante en general es de carácter remedial, de apoyo, de acompañamiento, etc.

Lo típico no es un abordaje propositivo (tanto en el docente como en el estudiante) de una serie de potencialidades que, de ser abordadas, eliminarían diferencias y dificultades en el proceso académico; lo común es la tendencia a maximizar la diferencia y a trabajar de forma individualista con cada estudiante.

1.2.2.1.3. Intervención psicopedagógica

Coll, J. Palacios y A. Marchesi, (1990), quienes han construido acerca de lo que se entiende por psicopedagógico, de modo que éste sea el punto de partida para adentrarse en este campo y posibilitar el discernimiento con relación a los conceptos de orientación e intervención psicopedagógica. Como segundo aspecto para efectos de este escrito se focaliza el concepto de intervención psicopedagógica específicamente en el área de orientación en procesos de enseñanza – aprendizaje, que aborda tres aspectos fundamentales: adquisición de técnicas y estrategias de aprendizaje, desarrollo de estrategias metacognitivas y motivación.

La orientación psicopedagógica es un proceso que apoya y acompaña en forma continua a las personas en los diversos momentos y aspectos de su existencia,

con la finalidad de potenciar la prevención y el desarrollo humano a través de los diferentes momentos de la vida.

Con base en las situaciones, la orientación puede atender preferentemente aspectos en particular educativos, vocacionales y personales en este caso comportamentales más lo que le da el carácter de orientación es la integración de estas facetas en una unidad de acción coordinada, que pasa a tener como objetivos específicos la prevención, el desarrollo humano y la intervención social. A la intervención se le adjudica un adjetivo calificativo acorde con la faceta concreta en que se centra; es así como se habla de orientación educativa, profesional, para la prevención, y de procesos de enseñanza y aprendizaje, sin que unas y otras sean excluyentes, sino complementarias (Martínez C, 2002).

La concepción como intervención psicopedagógica como un proceso integrador e integral, supone la necesidad de identificar las acciones posibles según los objetivos y contextos a los cuales se dirige; diferentes autores han aportado una propuesta de principios en la acción psicopedagógica: Principio de prevención: concibe la intervención como un proceso que ha de anticiparse a situaciones que pueden entorpecer el desarrollo integral de las personas. Con la prevención se busca impedir que un problema se presente, o prepararse para contrarrestar sus efectos en caso de presentarse.

La intervención preventiva debe ejecutarse de manera grupal, con quienes no presenten desajustes significativos, lo que no excluye a los que puedan ser potencialmente una población en riesgo; por otra parte, se intenta reducir el número de casos de la población que pueda verse afectada por un fenómeno, ya sea de tipo personal o contextual, de tal manera que si no se logra una modificación de las condiciones del contexto, pueda ofrecerse una serie de competencias para desenvolverse de manera adaptativa, a pesar de las condiciones nocivas.

a) Principio de Desarrollo

las concepciones modernas de la intervención psicopedagógica han integrado este principio al de prevención, y esto cobra pertinencia si se tiene en cuenta que durante todas las etapas del ciclo vital y en particular en la primera fase de escolarización, el sujeto no sólo se enfrenta a los cambios propios de su

desarrollo evolutivo, sino que surge un nuevo contexto de relaciones y exigencias a nivel cognitivo, social y comportamental para los que en muchas ocasiones el sistema familiar no lo ha preparado.

Desde una perspectiva de desarrollo se postula que la meta de toda educación es incrementar y activar el desarrollo del potencial de la persona, mediante acciones que contribuyan a la estructuración de su personalidad, acrecentar capacidades, habilidades y motivaciones, a partir de dos posiciones teóricas no divergentes pero sí diferenciales: el enfoque madurativo y el enfoque cognitivo; el primero postula la existencia de una serie de etapas sucesivas en el proceso vital de toda persona, que van unidas a la edad cronológica, y por tanto, con fuerte dependencia del componente biológico; el segundo concede gran importancia a la experiencia y a la educación como promotoras de desarrollo.

1.2.2.1.4. Principios de la orientación psicopedagógica

Una nueva imagen del orientador tiene que irrumpir en el contexto educativo. Una imagen proactiva que tome en consideración el contexto, que atienda a la prevención y al desarrollo y que su radio de acción traspase las paredes del recinto escolar.

Se señala tres principios básicos de la orientación: Espinar, R. , (1993)

a) Principio de prevención

La prevención pretende reducir el índice de nuevos casos. Para ello hay que actuar en contra de las circunstancias negativas antes de que tengan oportunidad de producir efectos. En el campo educativo la prevención toma sentido al anticiparse a la aparición de circunstancias o situaciones que puedan ser un obstáculo al desarrollo de una personalidad sana e integrada, propiciando que pueda desarrollar al máximo sus potencialidades.

Coyne, J, (1983), caracteriza la prevención primaria de la siguiente manera: proactiva, se centra en poblaciones de riesgo, reduce la incidencia de una situación, eliminando circunstancias o modificando condiciones ambientales, la

intervención puede ser directa o indirecta y estimula la fortaleza emocional para que la persona sepa afrontar situaciones de riesgo. (Santana, M, 2007).

Por lo tanto, este principio supone actuaciones de tipo proactivo; se trata de actuar antes de que surja el problema.

La prevención, pone su énfasis en el grupo o comunidad, pretende reducir los riesgos de la totalidad de los miembros de un sistema, mejorando las condiciones existentes o previniendo posibles problemas.

b) Principio de desarrollo de capacidades

La orientación psicopedagógica puede ser un agente activador y facilitador del desarrollo de las capacidades, habilidades y potencialidades de la persona. Para lograrlo se debe dotar al alumno de las capacidades necesarias para afrontar las demandas de cada etapa evolutiva y el proporcionarle las situaciones de aprendizaje que facilite el progreso del mismo.

Por lo tanto, se debe tener en cuenta que el aprendizaje que promueve el desarrollo es aquel que propicia cambios en la persona, tanto en el plano cognitivo como en su forma de percibirse y que percibe a los demás y de relacionarse con ellos. (Santana, M, 2007)

El principio de desarrollo implica una orientación que atienda a todos los aspectos del desarrollo humano. Supone considerar al individuo en un continuo crecimiento y la orientación como un proceso continuo dirigido al desarrollo integral de la persona. Dentro de este proceso, en algunos «momentos críticos» la orientación ha de ser particularmente intensa.

c) Principio de intervención social

Si la educación es un proceso de aprendizaje continuo que no acontece sólo en el marco escolar, lógico es pensar que debemos prestar atención a los otros marcos sociales donde también se produce aprendizaje.

Por lo tanto, esta "consiste en proporcionar al individuo la información necesaria, síntesis de los conocimientos científicos disponibles al respecto, para que, de manera racional y objetiva, rigurosamente crítica, pueda asumirse plenamente como persona, consciente de sus limitaciones y dueño de sus

posibilidades, conocer los factores que lo determinan, constituyendo su destino, y los recursos que amplían sus alternativas y le confieran libertad." (Valles, A. & Valles, C., 1996)

Según este principio la orientación no sólo ha de tener en cuenta el contexto en que se realiza, sino también la posibilidad de intervenir sobre el propio contexto. La actividad orientadora estará dirigida a la modificación de aspectos concretos del contexto. Así mismo, la orientación, desde esta perspectiva, tratará de ayudar al alumno a concienciarse sobre los obstáculos que se le ofrecen en su contexto y le dificultan el logro de sus objetivos personales, para que pueda afrontar el cambio necesario de dichos obstáculos

d) Programas de apoyo al proceso de enseñanza- aprendizaje, foco central de intervención

La intervención psicopedagógica en esta área, durante mucho tiempo estuvo centrada en las dificultades de aprendizaje; en la actualidad se propone una tendencia que vaya más allá de lo remedial e integre un modelo de consulta colaborativa que posibilite un proceso de enseñanza-aprendizaje en el cual se reconozca la diversidad de los estudiantes, sus intereses, motivaciones, contextos, capacidades cognitivas y desarrollo afectivo.

A partir de estas propuestas ha surgido la tendencia a concebir la intervención psicopedagógica desde puntos de vista más globalizadores en los cuales se toma en cuenta el análisis del contexto, intervenciones de tipo preventivo, de desarrollo, dirigida a toda la comunidad educativa: familia, profesores, alumnos, reconociendo un sujeto que se enfrenta a una sociedad que le demanda cambios, responsabilidades, transformaciones, nuevas formas de apropiación del conocimiento y de concepción de valores, para lo cual la institución educativa ha de contribuir con la formación centrada no sólo en el conocimiento teórico, sino también en la formación personal, socioemocional y ciudadana que posibilite además de un buen desenvolvimiento escolar y laboral , una postura crítica ante el mundo y las propuestas que le circundan, y una capacidad de pensar por sí mismo, y criticar libremente pero con argumentos fundamentados en la razón.

La definición de procesos de enseñanza aprendizaje ha sido nutrida desde los últimos 40 años por enfoques como el conductismo, la psicología cognitiva, el constructivismo, la teoría de la comunicación, la lingüística, la teoría general de sistemas, la cibernética, entre otros, para llegar en la actualidad, al énfasis en el abordaje del contexto, donde surgen las dificultades, donde hay que prevenirlas o potenciar habilidades, encaminando las acciones hacia la adquisición de técnicas y estrategias de aprendizaje, desarrollo de estrategias metacognitivas y motivación.

Por razones como la enunciada anteriormente, cobra sentido la implementación de programas psicopedagógicos los que abran espacios que permitan que con los estudiantes no se establezcan procesos remediales, sino que al contrario se ejerzan acciones de carácter propositivo, que incrementen el desempeño de los estudiantes en el ámbito escolar.

e) Estrategias de enseñanza

Se refieren a una serie de acciones potencialmente conscientes del profesional en educación, del proceso de enseñanza en su triple dimensión de saber, saber hacer y saber ser. Entendida la dimensión del saber cómo aquella que se focaliza en la adquisición y dominio de conocimientos específicos, la dimensión del saber hacer, se refiere a un conjunto de habilidades que le posibilitan la ejecución de acciones o tareas con base en los contextos y la dimensión del ser, enfatiza en el aspecto afectivo de la persona, donde ocupa un papel central la modificación y consolidación de intereses, actitudes y valores.

Pozo, J., (1989), expone la necesidad de que los profesores sean estratégicos, para que de este modo sus alumnos también lo sean; esto implica, según lo expone en el Congreso Internacional de Educación en febrero del 2006, la necesidad de que los docentes se doten de estrategias para gestionar la autonomía de los alumnos, sin que la labor social del profesor se pierda, sino por el contrario, ayude a que los discentes se acerquen a un verdadero aprendizaje. Para lograr este objetivo de que los alumnos aprendan verdaderamente a aprender, propone cambiar las propuestas y materiales, así como también, las metas que orientan y los métodos que desarrollan en clase.

El maestro cambia su perfil, evoluciona del rol de expositor del conocimiento, al de monitor del aprendizaje y hace consciente el estudio y generación de las innovaciones en el ámbito de las estrategias de enseñanza y aprendizaje. Como bien ha mencionado Jesús Martín Barbero con relación al oficio del educador “...de mero retransmisor de saberes se convierte en formulador de problemas, provocador de interrogantes, coordinador de equipos de trabajo, sistematizador de experiencias”.

Esta evolución se convierte en razón suficiente para que se aborden de manera más específica las estrategias de enseñanza y aprendizaje, como respuesta a este proceso. La actualidad exige permitir la flexibilidad y la autonomía en el aprendizaje; hace que este foco investigativo sea relevante y beneficioso, en tanto que daría cuenta de cómo los docentes facilitan las condiciones para que el alumno aprenda a aprender, por medio de una serie de estrategias utilizadas por el educador, como son las de sensibilización, atención, adquisición de la información, personalización, recuperación, cooperación, transferencia, actuación y valoración de la información. Y como el discente, aprende a través de estrategias cognitivas dirigidas hacia la adquisición de la información a través de diversas técnicas (la exploración, fragmentación y repetición), la codificación de ese saber, a partir de técnicas (reglas nemotécnicas, imágenes, relaciones, metáforas, aplicaciones, auto preguntas, parafraseado, agrupamientos, secuencias, mapas y diagramas), la recuperación o evocación de ese conocimiento dado, mediante las técnicas de (búsqueda de codificaciones e indicios, planificación de respuestas y respuesta escrita) . (Ovejero, A., 2010)

Por último, las de apoyo, a través de las técnicas (de autoconocimiento y automanejo denominadas metacognitivas y las socio-afectivas tales como las sociales, afectivas, y motivacionales). Desarrollo de estrategias metacognitivas La metacognición es entendida como la habilidad de conocer, discernir y controlar los propios mecanismos de aprendizaje, incluyendo el conocimiento y el control de aspectos personales tales como el autoconcepto, autoestima y autoeficacia. La referencia a la metacognición parte del conocimiento de lo que el sujeto sabe, y se asocia con dos aspectos:

El conocimiento sobre los procesos cognitivos y la regulación de dichos procesos; el primero es de naturaleza declarativa y se caracteriza por ser un

conocimiento estable y tematizable; la regulación de los procesos cognitivos se conceptualiza como la habilidad que el aprendiz activa sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, y hace referencia al aspecto procedimental del conocimiento, permitiendo secuenciar eficazmente las acciones necesarias para lograr objetivos. Estos dos tipos de estrategias se vinculan a la metacognición, en primer término porque el concepto de estrategia está ligado estrechamente con el aspecto regulador de la metacognición; luego, por la actividad consciente e intencional por parte del aprendiz, sobre la elección de los procedimientos, para el alcance de un objetivo específico; y finalmente, porque la referencia al concepto de conocimiento estratégico enfatiza la diferencia entre desarrollar una estrategia y el desarrollo de conocimientos sobre la misma.

Las estrategias metacognitivas son las que ejercen un papel de control y dirección de las cognitivas; llevan al aprendiz desde el inicio hasta el final del proceso de aprendizaje a fijar objetivos para éste, controlando y modificando los procesos correspondientes; además ejercen un papel de control frente a los estados afectivos, bien sea de ansiedad, expectativas, atención, y verifican los procesos sociales cómo: las habilidades para obtener apoyo, evitar conflictos, cooperar, competir y modificar a otros. (Mucchielli, R, 1996)

Las estrategias metacognitivas son las de autoconocimiento, cuyas tácticas son del “qué” y del “cómo”, del “cuándo” y del “por qué”; las de automanejo, cuyas tácticas son de planificación y de regulación - evaluación, lo cual posibilitará la utilización más eficaz y flexible en el uso de las propias estrategias de aprendizaje.

Desde este punto de vista enseñar estrategias enfrenta al profesional a la necesidad de posibilitar en el estudiante la toma de conciencia y estimulación de la autorregulación de los procesos cognitivos, llevándolo a resolver aspectos concretos de su propio aprendizaje y no sólo a resolver una tarea determinada; es decir, orienta al estudiante a que se cuestione, revise, planifique, controle y evalúe su propia acción de aprendizaje.

f) Motivación

La motivación es un proceso constante durante el aprendizaje, los motivos y metas han sido tomados como partes integradoras del contexto intelectual de los

individuos, que influyen en el mantenimiento o modificación del conocimiento previo. De la motivación para una tarea y su relación con el significado o valor asignado surgen diversos sistemas motivacionales con características particulares:

- Sistema motivacional individualista Suele apoyarse en incentivos internos o externos, es decir personales (el propio aprendizaje) o para agradar a otros; las expectativas se relacionan principalmente con el grado de habilidad que el sujeto se atribuye a sí mismo, la creencia en la posibilidad de modificar sus habilidades a través del esfuerzo. Sistema motivacional competitivo: el incentivo del sujeto radica en que sus logros estén por encima de los demás, el éxito personal radica en el resultado obtenido por los otros, lo cual lleva hacia una tendencia descalificadora del punto de vista del compañero, como criterio para superarlo.
- Sistema motivacional cooperativo Se da importancia al logro personal, al mismo tiempo que se espera haber contribuido al de los demás; hay una motivación intrínseca en tanto el sujeto busca incrementar sus habilidades, pero igualmente hay un interés por ayudar a los otros. Contribuye a una mejor interacción entre los discentes, estimula la búsqueda y una mejor elaboración de la información y facilita un mayor compromiso con el acto de aprender. De este último sistema se deriva el énfasis que se ha puesto en la promoción del trabajo cooperativo como posibilitador de situaciones motivacionales que lleven a activar, regular y mantener interés por el aprendizaje.

1.2.2.2. capacidades matemáticas

1.2.2.2.1. Definición

Capacidad matemática según Lupiáñez, J, (2005), p.3 está referida a la forma de proceder de un estudiante frente a un tipo de tarea, por ejemplo, los problemas de transformar una forma subjetiva de respuesta en una escala en otra concreta la medible.

Gómez, P., y Lupiáñez, J., (2005), coincidieron con (Dorsch, F, 1985), quien la presentó como las condiciones necesarias para desarrollar un

proceso concreto y con Grant, R. , (1996), cuando la relaciona con los conocimientos, experiencias y habilidades que se requieren para ejecutar una tarea.

En suma, se habrá desarrollado una capacidad si se es capaz de llevar a cabo la tarea que la requiere. De ser así una capacidad es específica para un tema concreto, aun cuando también involucran otras capacidades vinculadas a otros tipos de tareas. Deberá entenderse por capacidad al atributo que asocia aspectos cognitivos.

1.2.2.2.2. Competencias, capacidades y estándares de aprendizaje de matemática

De acuerdo con el currículo formulado por el MINEDU, (2017), p. 140 un estudiante deberá lograr cuatro competencias en el área de matemática, al término de su permanencia dentro del sistema escolar, para lo cual requiere desarrollar una serie de capacidades que interaccionan para ello.

Como estándares de aprendizaje se consideran a los parámetros a evaluar, ellos representan niveles de desarrollo desde el inicio hasta el fin del proceso educativo, a partir de ellos es posible establecer si se alcanzó el nivel esperado en cada período lectivo. Como criterios de evaluación, precisos y comunes, van a permitir el grado de desarrollo, es decir, que tan lejos o cerca se está de lograr el estándar.

A partir de la información que brindan será posible retroalimentar a los estudiantes en las deficiencias de su aprendizaje y adecuar la enseñanza a los requerimientos de sus necesidades de aprendizaje; en tal sentido a partir de ellos se haría la programación de actividades en busca de lograr el desarrollo de las competencias de los estudiantes.

1.2.2.2.3. Dimensiones de las capacidades matemáticas

Para el análisis de esta variable en la investigación se establecieron las capacidades en base a las competencias referidas por el MINEDU, (2017):

Capacidades para resolver problemas de cantidad.

Según el MINEDU, (2017), p. 141 la solución de los problemas o el planteamiento de nuevos problemas demandan en el estudiante el elaborar y asimilar el concepto de número, y todo lo que de él emana, características, sistemas, y las operaciones que ellos permiten, con lo que podrá construir nuevas ideas, formar teorías y utilizarlos adecuadamente en la resolución de problemas, elaborar relaciones entre los datos que representan a estos. El razonamiento lógico aparece cuando el individuo realiza asociaciones, demuestra las semejanzas, utiliza las propiedades a partir de eventos individuales, que permiten alcanzar la solución del problema. Para alcanzar esta competencia se requiere de habilidades como:

Traducir cantidades a expresiones numéricas: cambia de un lenguaje formal a uno simbólico, representación de cómo se encuentran relacionados los datos de un problema; y en la que interviene no solo los números sino los símbolos operacionales. Es construir problemas a partir de un hecho o una expresión numérica dada. Permite corroborar si la solución es satisfactoria de acuerdo con las condiciones planteadas en el problema.

Comunicar su comprensión sobre los números y las operaciones: exhibe la forma como entiende las expresiones numéricas, las operaciones y relaciones que entre ellas se establecen, las unidades de medida, mediante la simbología numérica y las diversas formas en las que se representan; permitiendo su lectura y comprensión.

Usar estrategias y procedimientos de número y cálculo: hacer uso de un conjunto de herramientas, eligiéndolas según las necesidades del problema, transformándolas, combinándolas, o elaborando nuevas en caso de que no tenga las que requiere para realizar el cálculo tanto mental como escrito, para la aproximación y medición, comparar cantidades; y en el uso de distintos contextos.

Argumentar afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones: sustentar en forma afirmativa la asociación que existe entre

números, sus respectivas operaciones y sus propiedades, dentro del conjunto de los números naturales, enteros, racionales, reales; haciendo uso de analogías y experiencias en las que induce propiedades a partir de casos particulares; así como explicarlas con comparaciones, justificarlas, validarlas o refutarlas con ejemplos y contraejemplos.

Capacidades para resolver problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

MINEDU, (2017), p.147 refiere que el estudiante logre caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Para esto plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones, y usa estrategias, procedimientos y propiedades para resolverlas, graficarlas o manipular expresiones simbólicas. Así también razona de manera inductiva y deductiva, para determinar leyes generales mediante varios ejemplos, propiedades y contraejemplos.

Esta competencia implica, por parte de los estudiantes, la combinación de las siguientes capacidades:

Traducir datos y condiciones a expresiones algebraicas: consiste en transformar los datos, valores desconocidos, variables y relaciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica (modelo) que generalice la interacción entre estos. Implica también evaluar el resultado o la expresión formulada, con respecto a las condiciones de la situación; y formular preguntas o problemas a partir de una situación o una expresión.

Comunicar su comprensión sobre las relaciones algebraicas: referido a expresar su comprensión de la noción, concepto o propiedades de los patrones, funciones, ecuaciones e inecuaciones estableciendo relaciones entre estas; usando lenguaje algebraico y diversas representaciones. Así como interpretar información que presente contenido algebraico.

Usar estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales: referido a seleccionar, adaptar, combinar o crear, procedimientos,

estrategias y algunas propiedades para simplificar o transformar ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas que le permitan resolver ecuaciones, determinar dominios y rangos, representar rectas, parábolas, y diversas funciones.

Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia: referido a elaborar afirmaciones sobre variables, reglas algebraicas y propiedades algebraicas, razonando de manera inductiva para generalizar una regla y de manera deductiva probando y comprobando propiedades y nuevas relaciones.

Capacidades para resolver problemas de forma, movimiento y localización.

MINEDU, (2017), p. 154| refiere a que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Implica que realice mediciones directas o indirectas de la superficie, del perímetro, del volumen y de la capacidad de los objetos, y que logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, describa trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico.

Esta competencia implica, por parte de los estudiantes, la combinación de las siguientes capacidades:

Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, cuyo fin es construir un modelo que reproduzca las características de los objetos, su localización y movimiento, mediante formas geométricas, sus elementos y propiedades; la ubicación y transformaciones en el plano. Es también evaluar si el modelo cumple con las condiciones dadas en el problema.

Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, es comunicar su comprensión de las propiedades de las formas geométricas,

sus transformaciones y la ubicación en un sistema de referencia; es también establecer relaciones entre estas formas, usando lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas.

Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio, implica seleccionar, adaptar, combinar o crear, una variedad de estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas, trazar rutas, medir o estimar distancias y superficies, y transformar las formas bidimensionales y tridimensionales.

Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas, es elaborar afirmaciones sobre las posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las formas geométricas; en base a su exploración o visualización. Asimismo, justificarlas, validarlas o refutarlas, en base a su experiencia, ejemplos o contraejemplos, y conocimientos sobre propiedades geométricas; usando el razonamiento inductivo o deductivo.

Capacidades para resolver problemas de gestión de datos e incertidumbre.

MINEDU, (2017), p. 161 refiere que el estudiante este en la capacidad de realizar el examen de los datos sobre un tema de interés o estudio o de contextos de cualquier índole, que le conlleve a emitir juicios, presentar diagnósticos y emitir conclusiones en base a los datos proporcionados. Esto requiere que, recopila, organiza y representa la información preparándola para su posterior análisis, interpretación e inferencia sobre la información obtenida a partir de estos, buscando en la estadística y la teoría de probabilidades el sustento de sus conclusiones.

Esta competencia implica, por parte de los estudiantes, la combinación de las siguientes capacidades:

Hacer uso de gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas; es decir, organizar y exhibir los datos a través de tablas o gráficos estadísticos, medidas de tendencia central, de localización o dispersión. Identificar las variables en la población o los elementos muestrales del tema a investigar.

Así también implica el estudio de cada uno de los contextos que se presentan y representarlos mediante el valor de la probabilidad.

Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos, puede expresar en términos matemáticos lo que representan las cantidades en las tablas y gráficos estadísticos y probabilísticos referidos al estudio.

Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos, se encuentra en la capacidad de realizar la elección, transformación, combinar o elaborar distintos procedimientos, estrategias y recursos para obtener, sistematizar y analizar datos, así como también la selección de técnicas de muestreo y el cálculo de las medidas estadísticas y probabilísticas.

Sustenta conclusiones o decisiones en base a información obtenida, se encuentra apto para decidir sobre los casos que se le presentan, realizar inferencias y sacar conclusiones, con base sustentatoria en la información recopilada en el proceso.

CAPÍTULO II. MÉTODOS Y MATERIALES

2.1. METODOLOGÍA

2.1.1. Diseño de contrastación de hipótesis/Procedimiento a seguir en la investigación

2.1.1.1. Hipótesis de Investigación

La Aplicación de un Programa psicopedagógico, mejora el desarrollo de capacidades matemáticas de cálculo y numeración en los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

2.1.1.2. Tipo de Investigación

La investigación es de tipo aplicada.

2.1.1.3. Diseño de Investigación

El diseño es de tipo pre experimental, enmarcado en el diseño con un solo grupo a quienes se le aplicará un Programa psicopedagógico, a fin de ver si mejora o no las capacidades matemáticas de cálculo y numeración:

GE: O₁----- X----- O₂

Donde

GE = Grupo de sujetos (Grupo experimental)

X = Variable independiente

O₁ = Pre test (evaluación de entrada)

O₂ = Pos test (evaluación de salida)

2.1.2. Población, muestra.

Población

La población seleccionada para este estudio estuvo constituida por 58 estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca, de los cuales sus edades oscilan entre los 9 a 11 años y a continuación presentamos la siguiente tabla:

Muestra

La muestra está integrada por las estudiantes del cuarto grado B, que son en total de 15 estudiantes. La muestra es de tipo no probabilística y por conveniencia ya que la investigadora trabaja directamente como docente en dicha sección.

2.1.3. Técnicas, instrumentos, equipos y materiales

La técnica utilizada es de evaluación cuyo instrumento fue una ficha de observación y la Prueba de rendimiento en matemática para cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

Luego de la aplicación del instrumento, los datos fueron presentados mediante tablas de frecuencia, con interpretaciones porcentuales y la gráfica de barras.

CAPITULO III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS

3.1.1. Resultado de la evaluación de entrada

CUADRO N° 1: EVALUACIÓN DE ENTRADA

CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE CÁLCULO Y NUMERACIÓN											
N°	ESTUDIANTES	Reconocer relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras.	Identifica una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural	Compara cantidades y números de hasta cuatro cifras	Identifica la operación que resuelve un problema simple	Utiliza los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado	Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas	Muestra constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos	Resuelve cálculos de suma, resta con reagrupamiento.	Resuelve cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división.	Estima cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos
1	-----	B	C	C	B	B	C	C	C	C	C
2	-----	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
3	-----	C	B	B	C	C	B	C	C	C	C
4	-----	C	C	C	C	C	C	C	C	B	C
5	-----	B	C	C	C	B	C	C	B	C	B
6	-----	C	B	C	B	C	C	C	C	C	C
7	-----	C	C	B	C	C	B	B	C	C	C
8	-----	B	C	C	C	B	C	C	B	B	B
9	-----	C	B	B	C	B	C	B	C	C	C

10	-----	C	C	C	C	C	B	C	B	B	C
11	-----	B	C	C	C	C	C	C	C	C	C
12	-----	C	B	C	B	B	C	C	C	C	B
13	-----	C	C	C	C	C	C	C	B	C	C
14	-----	C	C	C	C	C	B	C	C	C	C
15	-----	B	C	C	B	C	C	B	C	B	C
PUNTAJE	A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	B	5	4	3	4	5	4	3	4	4	3
	C	10	11	12	11	10	11	12	11	11	12
PORCENTAJE	A	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
	B	33%	27%	20%	27%	33%	27%	20%	27%	27%	20%
	C	67%	73%	80%	73%	67%	73%	80%	73%	73%	80%

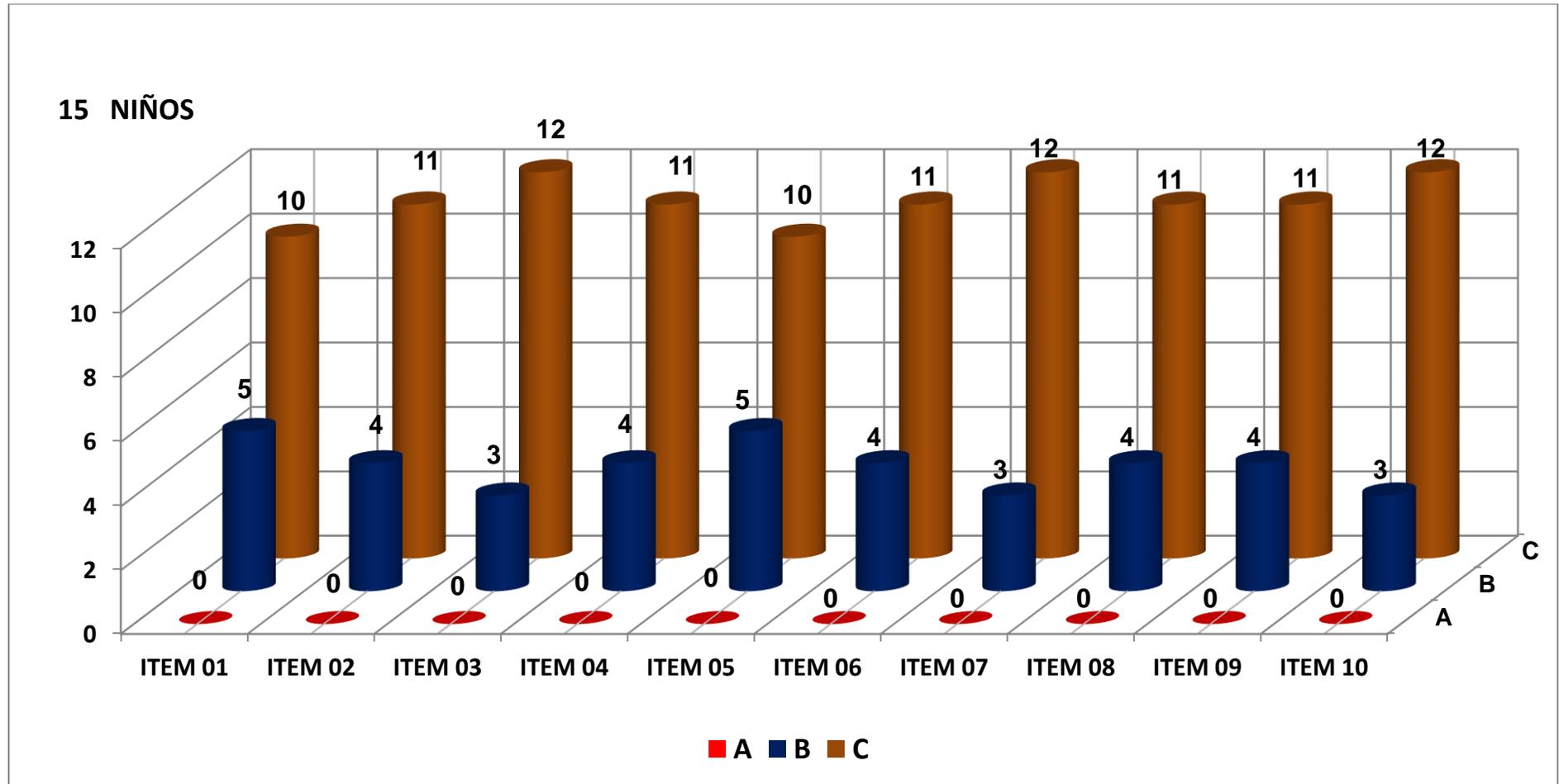
Fuente: Lista de Cotejo

**CUADRO 02: RESUMEN DEL RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE
ENTRADA**

ITEM	CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE CÁLCULO Y NUMERACIÓN	A		B		C	
01	Reconoce relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras	0	0%	5	33%	10	67%
02	Identifica una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural	0	0%	4	27%	11	73%
03	Compara cantidades y números de hasta cuatro cifras	0	0%	3	20%	12	80%
04	Identifica la operación que resuelve un problema simple	0	0%	4	27%	11	73%
05	Utiliza los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado	0	0%	5	33%	10	67%
06	Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas	0	0%	4	27%	11	73%
07	Muestra constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos	0	0%	3	20%	12	80%
08	Resuelve cálculos de suma, resta con reagrupamiento.	0	0%	4	27%	11	67%
09	Resuelve cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división.	0	0%	4	27%	11	73%
10	Estima cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos	0	0%	3	20%	12	80%
PROMEDIO		0	0%	4	27%	11	73%

Fuente: Lista de Cotejo

GRÁFICO 01: RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE ENTRADA



Fuente: Lista de Cotejo

Análisis e interpretación del resultado de la evaluación de entrada

En el gráfico 01 presenta los siguientes resultados de los 15 estudiantes quienes, en su evaluación de entrada para poder saber el desarrollo de sus habilidades matemáticas de cálculo y numeración, tenemos que:

- En el primer ítem solo 5 estudiantes (33%) su aprendizaje de reconocer relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras; está en proceso, en tanto 10 estudiantes (67%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el segundo ítem solo 4 estudiantes (27%) su aprendizaje de identificar una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural; está en proceso, en tanto 11 estudiantes (73%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el tercer ítem solo 3 estudiantes (20%) su aprendizaje de comparar cantidades y números de hasta cuatro cifras; está en proceso, en tanto 12 estudiantes (80%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el cuarto ítem solo 4 estudiantes (27%) su aprendizaje de identificar la operación que resuelve un problema simple; está en proceso, en tanto 11 estudiantes (73%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el quinto ítem solo 5 estudiantes (33%) su aprendizaje de utilizar los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado; está en proceso, en tanto 10 estudiantes (67%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el sexto ítem solo 4 estudiantes (27%) su aprendizaje de utilizar estrategias personales de planificación y resolución de problemas, en tanto 11 estudiantes (73%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el séptimo ítem solo 3 estudiantes (20%) su aprendizaje de mostrar constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos; está en proceso, en tanto 12 estudiantes (80%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el octavo ítem solo 4 estudiantes (27%) su aprendizaje de resolver cálculos de suma, resta con reagrupamiento; está en proceso, en tanto 11 estudiantes (73%) su aprendizaje está recién en inicio.
- En el noveno ítem solo 4 estudiantes (27%) su aprendizaje de resolver cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división; está en proceso, en tanto 11 estudiantes (73%) su aprendizaje está recién en inicio.

- En el décimo ítem solo 3 estudiantes (20%) su aprendizaje de estimar cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos; en tanto 12 estudiantes (80%) su aprendizaje está recién en inicio.

3.1.2. Denominación del Programa psicopedagógico

“Desarrollando las habilidades matemáticas a través de actividades significativas”

3.1.2.1. Datos informativos

UGEL	: Cajamarca
Institución Educativa	: N° 821195 centro poblado de Quilcate
Lugar	: Distrito de Catilluc
Nivel	: Primaria
Años	: 09 años
Aula	: B
N° de sesiones	: 24
Investigadora	: Sánchez Celis Consuelo

3.1.2.2. Presentación

Las destrezas de cálculo y numeración se pueden desarrollar desde la temprana edad. Un programa de cálculo y numeración, es el “conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados”, Es decir, se caracteriza por la presencia de una diversidad de técnicas que se adaptan a los números que están en juego, y a los conocimientos que la persona tenga previamente. Es instalar una práctica que requiera diferentes estrategias basadas en propiedades de la numeración y de las operaciones. Al desplegar estas estrategias en una situación específica, se favorece el análisis de las relaciones involucradas en las mismas.

3.1.2.3. Duración del programa

En esta investigación, el programa se desarrolló dentro del curso de matemáticas que se imparte a cuarto primaria. Tendrá una duración de 24 sesiones, de lunes a viernes, durante los primeros 20 minutos del período de 50 minutos. En cada sesión, realizarán ejercicios que desarrollarán destrezas de cálculo en los estudiantes.

3.1.2.4. Fundamentación

La presente aplicación de intervención, se realiza porque se observan necesidades en el desarrollo de las Habilidades Matemáticas de cálculo y numeración en los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca. Por tal razón se ha visto por conveniente una aplicación de Actividades Significativas que desarrollen las Habilidades Matemáticas de cálculo y numeración llevando a cabo un proceso dinámico en las sesiones de aprendizaje, permitiendo desarrollar de manera gradual las Habilidades Matemáticas de nuestros estudiantes, dichas estrategias serán desarrolladas para cada uno de las sesiones de aprendizaje.

3.1.2.5. Objetivos del programa

General:

Desarrollar en los estudiantes de cuarto primaria, habilidades matemáticas de cálculo y numeración, que los ayuden a resolver problemas matemáticos que se les presentan día con día.

Específicos:

- Estimular los procesos cognitivos básicos de percepción, atención y memoria que faciliten las habilidades matemáticas de cálculo y numeración.
- Estimular los procesos cognitivos que faciliten las habilidades matemáticas de cálculo y numeración, con números naturales.

3.1.2.6. Actividades para el desarrollo del aprendizaje significativo

N°	HABILIDAD A DESARROLLAR	TEMA	ACTIVIDAD	RECURSOS (MEDIOS MATERIALES)
1	Relación de suma y resta	Adivinar el número	Se plantean adivinanzas relacionando sumas y restas combinadas y el alumno debe descubrir el número.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeracion, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
2	Cálculo utilizando centenas	Descomponer numerales	Descomponer numerales hasta los millares.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeracion, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
3	Sumas y restas con números particulares	Sistema decimal	Utilizar sistema base 10 para calcular resultados exactos.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeracion, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
4	Estimaciones	Estimaciones con unidades, decenas y centenas	Estimaciones con unidades, decenas y centenas Utilizar unidades, decenas y centenas para estimar resultados exactos	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeracion, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.

5	Estimaciones numéricas	Sumar y restar con múltiplos de 25	Utilizar los múltiplos de 25 para calcular sumas y restas.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
6	Estimación de diferencias	Calcular la distancia entre dos numerales	Valerse de la resta, para descubrir la distancia entre un número y otro.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
7	Cálculo de doble y mitad	Multiplicación por 2 y división entre dos	Calcular mitades y dobles de diferentes cantidades.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
8	Multiplicar dígitos	Tabla de asociación de dígitos	Relacionar factores de una cifra, y descubrir los productos.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
9	Utilización de tabla pitagórica	Estimación de productos	Estimar productos por medio de una tabla pitagórica.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.

10	Estimación de cocientes	Divisiones exactas	Encontrar cocientes por medio de la multiplicación.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
11	Estimación de productos	Multiplicación abreviada	Multiplicar de forma abreviada por potencias de 10 con decenas.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
12	Estimación de productos	Multiplicación abreviada	Multiplicar de forma abreviada por potencias de 10 con decenas.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
13	Multiplicar con números particulares	números particulares Multiplicaciones con factores de dos y tres cifras	Utilizar aproximaciones para resolver productos	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
14	Cálculos a partir de un número conocido	Estimación de productos a partir de números conocidos	Estimar productos de dos cifras partiendo de números conocidos	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.

15	Cálculos a partir de un número conocido	Estimación de productos a partir de números conocidos	Estimar productos de tres cifras partiendo de números que ya conocen	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
16	Cálculos a partir de un número conocido	Estimación de productos a partir de números conocidos por descomposición	Descomponer un número y estimar los productos indicados.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
17	Estimación de cocientes	Estimación de cocientes por descomposición	Descomponer un número y estimar los cocientes de una cifra.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
18	Estimación de cocientes	Estimación de cocientes por descomposición	Descomponer un número y estimar los cocientes indicados de dos cifras.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
19	Estimación de cocientes por aproximación	Cocientes de dos y tres cifras	Estimar cocientes aproximando a la decena o centena superior.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.

20	Descubrir números por medio de la descomposición	Cantidades de 2, 3 y 4 cifras	Sumar y restar números utilizando la descomposición numérica.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
21	Descomponer cantidades de más de 4 cifras	Descomponer números de más de 4 cifras para poder hacer cálculos numéricos	Hacer cálculos numéricos con números de 5, 6 y 7 cifras.	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
22	Multiplicación y división	Multiplicación y división por y entre 10, 100, 1000 y 10000	Multiplicación y división por y entre 10, 100, 1000 y 10000	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
23	Multiplicación y división	Multiplicación y división por y entre 10, 100, 1000 y 10000	Multiplicación y división por y entre 10, 100, 1000 y 10000	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.
24	Multiplicación y división	Multiplicación y división por y entre 10, 100, 1000 y 10000	Multiplicación y división por y entre 10, 100, 1000 y 10000	<ul style="list-style-type: none"> - Hojas de trabajo de cálculo numeración, una para cada estudiante. - Pizarrón. - Marcadores de colores - Fotocopias (27 diarias durante 25 días) - Fólder para cada estudiante.

3.1.3. Resultado de la evaluación de salida

CUADRO 03: RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE SALIDA

CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE CÁLCULO Y NUMERACIÓN											
Nº	ESTUDIAN TES	Reconocer relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras.	Identifica una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural	Compara cantidades y números de hasta cuatro cifras	Identifica la operación que resuelve un problema simple	Utiliza los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado	Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas	Muestra constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos	Resuelve cálculos de suma, resta con reagrupamiento.	Resuelve cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división.	Estima cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos
1	-----	A	A	B	A	A	B	A	B	A	A
2	-----	A	B	A	B	A	A	A	A	B	A
3	-----	B	A	A	A	A	A	A	B	A	B
4	-----	A	A	A	A	B	A	A	A	A	A
5	-----	A	A	B	A	A	B	B	A	A	A
6	-----	A	A	A	A	B	A	A	B	A	A
7	-----	A	B	A	A	A	A	A	A	B	A
8	-----	A	A	A	B	A	B	A	A	A	A

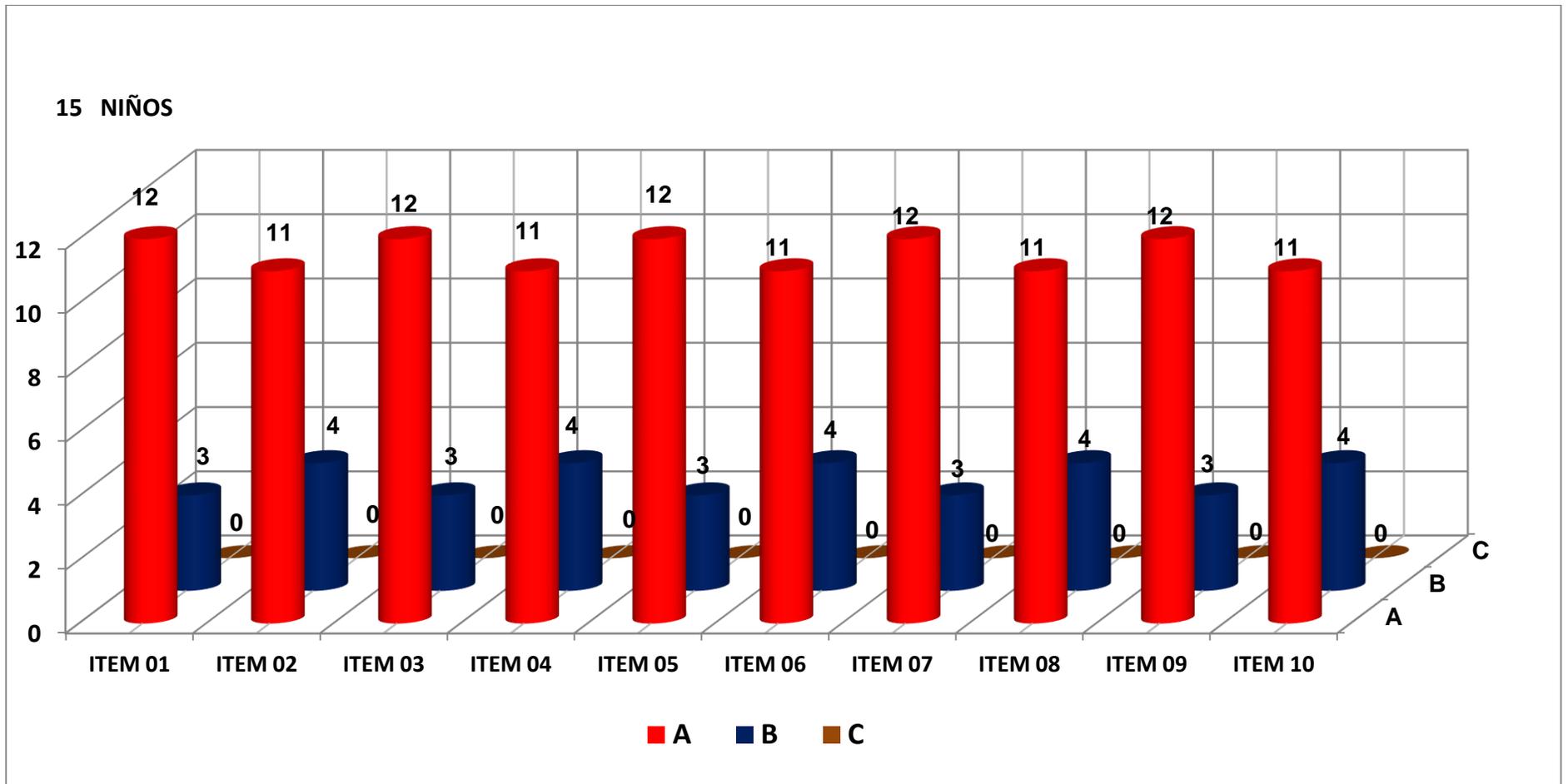
9	-----	B	A	A	B	A	A	A	A	A	B	
10	-----	A	A	A	A	B	A	B	A	A	B	
11	-----	A	B	B	A	A	A	A	A	A	A	
12	-----	A	A	A	A	A	B	A	B	B	A	
13	-----	B	A	B	A	A	A	B	A	A	A	
14	-----	A	A	A	A	A	A	A	A	A	B	
15	-----	A	B	A	B	A	A	A	A	A	A	
PUNTAJE		A	12	11	12	11	12	11	12	11	12	11
		B	3	4	3	4	3	4	3	4	3	4
		C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PORCENTAJE		A	80%	73%	80%	73%	80%	73%	80%	73%	80%	73%
		B	20%	27%	20%	27%	20%	27%	20%	27%	20%	27%
		C	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

CUADRO 04: RESUMEN DEL RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE SALIDA

ITEM	CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE CÁLCULO Y NUMERACIÓN	A		B		C	
01	Reconoce relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras	12	80%	3	20%	0	0%
02	Identifica una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural	11	73%	4	27%	0	0%
03	Compara cantidades y números de hasta cuatro cifras	12	80%	3	20%	0	0%
04	Identifica la operación que resuelve un problema simple	11	73%	4	27%	0	0%
05	Utiliza los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado	12	80%	3	20%	0	0%
06	Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas	11	73%	4	27%	0	0%
07	Muestra constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos	12	80%	3	20%	0	0%
08	Resuelve cálculos de suma, resta con reagrupamiento.	11	73%	4	27%	0	0%
09	Resuelve cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división.	12	80%	3	20%	0	0%
10	Estima cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos	11	73%	4	27%	0	0%
PROMEDIO		12	80%	3	20%	0	0

Fuente: lista de cotejo

GRÁFICO 02: RESULTADO DE LA EVALUACIÓN DE SALIDA



Fuente: Lista de Cotejo

Análisis e interpretación del resultado de la evaluación de salida

En el gráfico 02 presenta los siguientes resultados de los 15 estudiantes quienes, en su evaluación de salida para poder saber el desarrollo de sus habilidades matemáticas, tenemos que:

- En el primer ítem: 12 estudiantes (80%) han logrado reconocer relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras; en tanto 3 estudiantes (20%) su aprendizaje está en proceso.
- En el segundo ítem: 11 estudiantes (73%) han logrado identificar una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural; en tanto 4 estudiantes (27%) su aprendizaje está en proceso.
- En el tercer ítem: 12 estudiantes (80%) han logrado comparar cantidades y números de hasta cuatro cifras; en tanto 3 estudiantes (20%) su aprendizaje está en proceso.
- En el cuarto ítem: 11 estudiantes (73%) han logrado Identifica la operación que resuelve un problema simple; en tanto 4 estudiantes (27%) su aprendizaje está en proceso.
- En el quinto ítem: 12 estudiantes (80%) han logrado utilizar los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado; en tanto 3 estudiantes (20%) su aprendizaje está en proceso.
- En el sexto ítem: 11 estudiantes (73%) han logrado utilizar estrategias personales de planificación y resolución de problemas; en tanto 4 estudiantes (27%) su aprendizaje está en proceso.
- En el séptimo ítem: 12 estudiantes (80%) han logrado mostrar constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos; en tanto 3 estudiantes (20%) su aprendizaje está en proceso.
- En el octavo ítem: 11 estudiantes (73%) han logrado resolver cálculos de suma, resta con reagrupamiento; en tanto 4 estudiantes (27%) su aprendizaje está en proceso.
- En el noveno ítem: 12 estudiantes (80%) han logrado resolver cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división; en tanto 3 estudiantes (20%) su aprendizaje está en proceso.

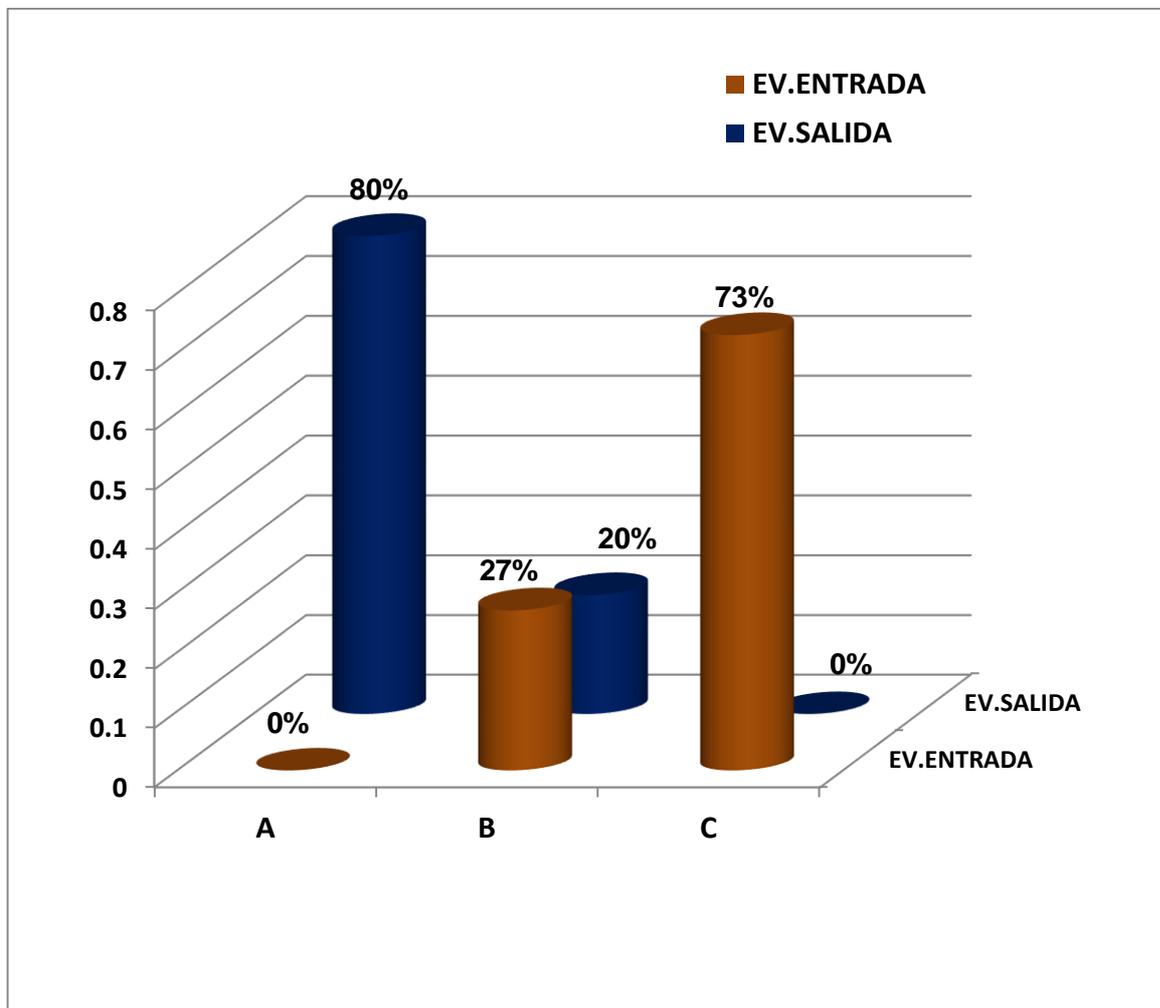
- En el décimo ítem: 11 estudiantes (73%) han logrado estimar cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos; en tanto 4 estudiantes (27%) su aprendizaje está en proceso.

CUADRO 05: CUADRO COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS EN LA EVALUACION DE ENTRADA Y SALIDA

HABILIDADES MATEMÁTICAS	ENTRADA						SALIDA						LOGRO		
	A		B		C		A		B		C		A	B	C
Reconoce relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras	0	0%	5	33%	10	67%	12	80%	3	20%	0	0%	80%	20%	0%
Identifica una representación o una descomposición aditiva correspondiente a un número natural	0	0%	4	27%	11	73%	11	73%	4	27%	0	0%	73%	27%	0%
Compara cantidades y números de hasta cuatro cifras	0	0%	3	20%	12	80%	12	80%	3	20%	0	0%	80%	20%	0%
Identifica la operación que resuelve un problema simple	0	0%	4	27%	11	73%	11	73%	4	27%	0	0%	73%	27%	0%
Utiliza los números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales, empleando el vocabulario apropiado	0	0%	5	33%	10	67%	12	80%	3	20%	0	0%	80%	20%	0%
Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas	0	0%	4	27%	11	73%	11	73%	4	27%	0	0%	73%	27%	0%
Muestra constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos	0	0%	3	20%	12	80%	12	80%	3	20%	0	0%	80%	20%	0%
Resuelve cálculos de suma, resta con reagrupamiento	0	0%	4	27%	11	73%	11	73%	4	27%	0	0%	73%	27%	0%
Resuelve cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división	0	0%	4	27%	11	73%	12	80%	3	20%	0	0%	80%	20%	0%
Estima cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos	0	0%	3	20%	12	80%	11	73%	4	27%	0	0%	73%	27%	0%
PROMEDIO	0	0%	4	27%	11	73%	12	80%	3	20%	0	0%	80%	20%	0%

Fuente: Lista de Cotejo

GRÁFICO 03: GRÁFICO DE BARRAS RESUMEN DE COMPARACIÓN EVALUACION DE ENTRADA Y SALIDA



Fuente: Lista de Cotejo

3.2. Discusión de los resultados en evaluación de entrada y salida

El análisis de estos resultados a la luz de la teoría del aprendizaje de BF Skinner y su enfoque en el aprendizaje programado podría abordarse de la siguiente manera:

Reconocimiento de relaciones entre números naturales:

Skinner abogaba por un enfoque de aprendizaje gradual y secuencial. La mejora del 80% en este ítem sugiere que la mayoría de los estudiantes han logrado reconocer relaciones entre números naturales, lo que indica un progreso positivo en su aprendizaje.

El 20% que aún está en proceso de aprendizaje podría beneficiarse de una atención adicional y actividades de refuerzo para consolidar este concepto.

Identificación de representaciones y descomposiciones aditivas:

Skinner enfatizaba la importancia de desglosar el aprendizaje en pasos pequeños y manejables. El 73% de éxito en este artículo es un indicio de avance, pero aún queda margen de mejora.

El 27% que no ha alcanzado este nivel podría necesitar actividades de práctica adicionales y una enseñanza más individualizada.

Comparación de cantidades y números:

Skinner creía en el refuerzo constante y la práctica continua. El 80% de éxito en este artículo muestra una buena comprensión de esta habilidad.

El 20% que sigue en el proceso de aprendizaje podría necesitar ejercicios adicionales y desafiantes para fortalecer su capacidad de comparación numérica.

Identificación de operaciones para resolver problemas:

Skinner abogaba por el aprendizaje basado en la retroalimentación y la corrección de errores. El 73% de éxito en este artículo sugiere un progreso, pero aún hay espacio para la mejora.

El 27% que no ha alcanzado este nivel podría necesitar ejemplos adicionales y problemas para resolver que les ayuden a desarrollar sus habilidades en la identificación de operaciones adecuadas.

En resumen, estos resultados reflejan un avance positivo en el aprendizaje de los estudiantes, con un alto porcentaje de éxito en los ítems evaluados. Sin embargo, también indican que un segmento significativo de estudiantes todavía está en proceso de aprendizaje en ciertos aspectos. Para aplicar el enfoque de aprendizaje programado de Skinner de manera efectiva, podría ser beneficioso ofrecer oportunidades de práctica y retroalimentación adicional a aquellos estudiantes que aún no han alcanzado los niveles deseados en estos ítems específicos.

El análisis de estos resultados a la luz de la teoría de Robert Gagné y su Jerarquía de Aprendizaje podría ser el siguiente:

Utiliza números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales:

Gagné propone una graduación de aprendizaje que comienza con la adquisición de habilidades más simples y avanza hacia habilidades más complejas. El 80% de éxito en este ítem sugiere que la mayoría de los estudiantes han logrado adquirir una habilidad relativamente compleja, que implica comprender y aplicar conceptos de números fraccionarios en contextos reales.

El 20% que todavía está en proceso de aprendizaje podría necesitar actividades adicionales que les permitan consolidar su comprensión y aplicación de números fraccionarios en situaciones reales.

Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas:

La Jerarquía de Aprendizaje de Gagné también incluye habilidades cognitivas, como la resolución de problemas. El 73% de éxito en este artículo indica un progreso en el desarrollo de estas habilidades.

El 27% que aún está en proceso de aprendizaje podría beneficiarse de estrategias de enseñanza que fomenten la planificación y la resolución de problemas de manera más efectiva, posiblemente a través de ejercicios y ejemplos prácticos.

Muestra constancia, iniciativa y espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos:

Gagné también considera aspectos motivacionales en su grado de aprendizaje. El 80% de éxito en este ítem sugiere que la mayoría de los estudiantes muestran un nivel adecuado de motivación y compromiso en sus actividades relacionadas con las matemáticas.

El 20% que todavía está en proceso de aprendizaje podría beneficiarse de estrategias de motivación adicionales, como reforzar la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana o proporcionar desafíos adicionales para mantener su interés.

En resumen, estos resultados reflejan un progreso en la adquisición de habilidades matemáticas y en el desarrollo de habilidades cognitivas y motivacionales entre los estudiantes. La Jerarquía de Aprendizaje de Gagné sugiere que se han abordado aspectos cognitivos, pero aún hay margen para

mejorar la planificación y la resolución de problemas. Además, es importante mantener y fomentar la motivación de los estudiantes para garantizar un aprendizaje continuo y efectivo.

Resolución de cálculos de suma y resta con reagrupamiento:

Piaget sostuvo que los niños pasan por etapas de desarrollo cognitivo, y en cada etapa, adquieren nuevas habilidades cognitivas. El 73% de éxito en este ítem indica que la mayoría de los estudiantes han alcanzado un nivel de desarrollo que les permite abordar cálculos de suma y resta con reagrupamiento.

El 27% que aún está en proceso de aprendizaje podría encontrarse en una etapa de desarrollo cognitivo anterior, donde la comprensión de estas operaciones es más limitada. Podría ser necesario proporcionar ejercicios adicionales y estrategias de enseñanza específicas para ayudarlos a avanzar en su comprensión.

Resolución de cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división:

El 80% de éxito en este ítem sugiere que la mayoría de los estudiantes han alcanzado un nivel de desarrollo cognitivo que les permite abordar cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división.

El 20% que todavía está en proceso de aprendizaje podría necesitar refuerzo en estas habilidades o estar en una etapa de desarrollo donde la comprensión de estas operaciones es más incipiente.

Estimación de cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos:

Piaget también consideraba la capacidad de los niños para razonar y aplicar su conocimiento en situaciones nuevas. El 73% de éxito en este ítem sugiere que la mayoría de los estudiantes han desarrollado la capacidad de estimar cálculos basados en resultados previos.

El 27% que todavía está en proceso de aprendizaje podría requerir ejercicios y ejemplos adicionales que les permitan mejorar su capacidad de razonamiento y estimación.

En resumen, estos resultados pueden interpretarse en términos del desarrollo cognitivo de acuerdo con la teoría de Piaget. Indican que la mayoría de los estudiantes han alcanzado ciertos niveles de desarrollo que les permiten abordar ciertas operaciones matemáticas con éxito. Sin embargo, también revelan que algunos estudiantes están en etapas cognitivas anteriores o en proceso de adquirir estas habilidades más avanzadas. Para apoyar a estos estudiantes, es importante adaptar la enseñanza a su nivel de desarrollo y proporcionar actividades y ejercicios que les ayuden a avanzar hacia etapas cognitivas más avanzadas.

CAPITULO IV: CONCLUSIONES

- Al identificar el nivel de aprendizaje de los estudiantes, se pueden identificar áreas específicas en las que los estudiantes pueden necesitar apoyo adicional. Esto proporciona la oportunidad de brindar recursos y estrategias de enseñanza adicionales para ayudar a los estudiantes a mejorar.
- Al desarrollar un sustento teórico sólido y fundamentado en teorías científicas, la investigación contribuye al conocimiento y avance en el campo de cálculo y numeración. Esto enriquece la base de conocimientos existente y proporciona una sólida plataforma para futuras investigaciones y desarrollos en esta área.
- El diseño de un programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 en el centro poblado de Quilcate, distrito de Catilluc, fue un objetivo altamente positivo que tuvo un impacto significativo en la educación y el desarrollo de los estudiantes, se pudo también identificar áreas de dificultad y proporcionar intervenciones personalizadas para abordarlas.
- La aplicación de un programa psicopedagógico específicamente diseñado para el desarrollo de capacidades matemáticas pudo llevar a mejoras concretas y medibles en el rendimiento académico de los estudiantes. Esto pudo manifestarse en un mayor dominio de conceptos matemáticos, mejores calificaciones y una mayor comprensión de las matemáticas.

CAPITULO V: RECOMENDACIONES

- Utiliza ejemplos y aplicaciones del mundo real para mostrar la relevancia de las matemáticas en la vida cotidiana.
- Utilizar manipulativos y ejemplos visuales para ayudar a los estudiantes a visualizar y comprender los conceptos abstractos.
- Realiza evaluaciones formativas periódicas para comprender el progreso de los estudiantes y ajustar tu enseñanza en consecuencia.
- Es importante que los docentes sean pacientes y empáticos, ya que las matemáticas pueden ser una materia desafiante para algunos estudiantes. El refuerzo positivo y el apoyo individualizado pueden marcar una gran diferencia en el aprendizaje de cálculo y numeración en el cuarto grado de primaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carrasco, A. F. . (2004). *Las TIC en la vida de los jóvenes. In Memorias III Congreso Online– Observatorio para la sociedad*. Madrid: Rialp.
- Acosta, W. (2013). *Historia del Cálculo*. Colombia: Calameo.
- Alsina, A. (2016). El currículo del número en educación infantil. Un análisis desde una perspectiva internacional. *Revista PNA*,, 10(3), 135-160.
- Alsina, A. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Revista Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Ausubel, D. . (1961). *En defensa del aprendizaje verbal. Teoría educativa*. México: Trillas.
- Ausubel, D. (1968). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Ausubel, D; Novak, J. y Hanesian, H. . (1978). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo* . México: Trillas.
- Bedoya, E., & Orozco, M. (1991). *El niño y el Sistema de numeración decimal*. España: Comunicación, Lenguaje y Educación.
- Beltrán, J. et al. . ((1987). *Psicología de la educación*.
- Bell, E. . (2001). *Los grandes matemáticos*. México: Trillas.
- Bernabeu, M. . (2005). *Una concepción didáctica para el aprendizaje del cálculo aritmético en el primer ciclo*. Cuba: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- Coll, J. Palacios y A. Marchesi. (1990). *Desarrollo psicológico y educación*. Madrid: Narcea.
- Coyne, J. (1983). El papel de la cognición en la depresión: una valoración crítica. *evista de Consultoría y Psicología Clínica*, 94, 472-505.
- Chapman. (2014). *Overall commentary: understanding and changing mathematics teachers*. In J.–J. Lo, K. R. Leatham, & L. R. Van Zoest.
- Dorsch, F. (1985). *Diccionario de Psicología*. Barcelona: Herde.

- Espinar, R. . (1993). *Diagnostico y prediccion en orientacion*. Barcelona: Guatavo Gili.
- Gagné, R. (1985). *Las condiciones del aprendizaje*. México: Nueva Editorial Interamericana, S.A. de C.V.
- Galvis, A., Flórez, N., Bermúdez, M., & Vera, J. (2016). Estrategia alternativa en contexto Latinoamericano para reforzar aprendizaje de matemáticas en educación media: Una innovación disruptiva. *Revista de Educación a Distancia*, 30.
- Giacomone, B., Godino, J., Wilhe, M., & Blanco, T. (2017). Desarrollo de la competencia de análisis ontosemiótico de futuros profesores de matemáticas. *Complutense de Educación*, 23.
- Gómez, B. (1996). Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética. El caso de los algoritmos de cálculo. *Revista Aula de Innovación Educativa*, 50, 11-16. .
- Gómez, P., y Lupiáñez, J. (2005). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Oporto, Portuga: Trabajo presentado en V Congreso iberoamericano de educação matemática.
- Grant, R. . (1996). *Dirección estratégica. Conceptos, técnicas y aplicaciones*. Madrid: Cívitas.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* . México D.F: McGraw-Hil.
- Jiménez, T., & Revuelta, M. J. (2008). Aprobado en lengua, matemáticas y TV. *DOSSIER*, 8.
- Lagos D. (2014). Los programas de intervencion psicopedagogica. *Instituto Mexicano de investigacion y evaluacion educativa*.
- Lupiáñez, J. (2005). *Objetivos y fines de la educación matemática. Capacidades y competencias matemáticas*. Universidad de Granada. España: Trabajo presentado en Seminario análisis didáctico en educación matemática, Málaga.
- Manson, J. (2016). Perception, interpretation and decision making: understanding gaps between competence and performance-a commentary. *ZDM*, 1-2.
- Martínez C. (2002). *La orientación psicopedagógica: Modelos y estrategias de* . Madrid: EOS.

- Mendoza, M. . (2016). *La utilización del ábaco para potenciar la destreza de olución de problemas, con suma y resta del área de matemáticas, en los niños de tercer grado de educación básica de la escuela José María Jaramillo Suárez, del barrio Solamar de la ciudad de Loja* . Ecuador: Tesis de maestría: Universidad Nacional de Loja.
- MINEDU. (2017). *Norma técnica para la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes de la educación básica*. Lima-Peru.
- Morrill, H. (1998). *Orientación e Intervención Psicopedagógica*. Málaga: Aljibe.
- Mucchielli, R. (1996). *Diccionario de métodos cualitativos en ciencias humanas y sociales*. Madrid. España: Siglo XXI.
- Nitsch, R., Fredebohm, A., Bruder, R., Kelava, A., Naccarella, D., Leuders, T., & Wirtz, M. (2015). *Students' competencies in working with functions in secondary mathematics education-empirical examination of a competence structure model*. International Journal of Science and Mathematics Education.
- Novak, J. (1977). *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza Ed.
- Novo, M., Alsina, Á., Marban, J., & Berciano, A. (2017). Inteligencia conectiva para la educación matemática infantil. *Revista Científica de Educomunicación*, 11.
- Orton, A. (1988). *Didáctica de las matemáticas. Cuestiones, teoría y práctica en el aula*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia y Ed. Morata S. A.
- Ovejero, A. (2010). *Psicología Social: algunas claves para entender la conducta humana*. Madrid: Biblioteca Nueva.
- Piaget, J. . (1970). *La teoría de Piaget Infancia y Aprendizaje*. New York: P. H. MUSSEN.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). *Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones*. Buenos Aires: Guadalupe.
- Pochulu, M., & Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Relime*, 19 (1).
- Pozo, J. (1989). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.

- Reinhardt, F. (2009). *Atlas de matemáticas*. Chile: Alianza.
- Resnick, L. y Ford, W. (1981). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Ministerio de Educación y Ciencia y Ed. Paidós.
- Riart, J. (1996). *Funciones General y Básica de la Orientación*. Barcelona: Praxis.
- Rodríguez, A. (1984). "Hacia una fundamentación epistemológica de la pedagogía social", en Educación y Educadores. *Universidad de La Sabana (Colombia), diciembre, 131-147.*, (9), N°. 2.
- Ruiz, L. . (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson Educación, S.A. .
- Santana, M. (2007). *Enseñanza y aprendizaje*. Virgili.: Universitat Rpoviera.
- Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2008). *Towards a theory of proficiency in teaching mathematics*. In D. Tirosh & T. L. Wood (.
- Skemp, R. (1971). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata S. A.
- Skemp, R. (1971). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata S. A.
- Skemp, R. (1971). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Morata S. A.
- Sorenson, H. (1964). *La psicología en la educación. Nuevas orientaciones de la Educación*. Buenos Aires: El Ateneo.
- Valles, A. & Valles, C. (1996). *Las habilidades sociales en la escuela*. . España: EOS.
- Vásquez, & Cano. (2016). Teachers' difficulties to plan, coordinate, and evaluate key competencies. *Revista Complutense de Educación*, 27 (3).

ANEXOS

**ANEXO N° 1: INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN ENTRADA Y SALIDA PARA
DESARROLLAR LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS**

CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE CÁLCULO Y		VALOR		
NUMERACIÓN NIVEL O ESCALA		A	B	C
ESCALA LITERAL VALORATIVA		FRECUENCIA		
Reconoce relaciones entre números naturales de hasta cuatro cifras				
A	ALTO	16 – 20		
	ESCALA DESCRIPTIVA	ESCALA LITERAL		
	APRENDIZAJE LOGRADO	A		
Identifica la o	APRENDIZAJE EN PROCESO	B		
Utiliza los nú relaciones en c	APRENDIZAJE EN INICIO	C		
Utiliza estrategias personales de planificación y resolución de problemas				
Muestra constancia, iniciativa, espíritu de superación en la realización de actividades relacionadas con contenidos matemáticos				
Resuelve cálculos de suma, resta con reagrupamiento				
Resuelve cálculos de multiplicación sin reagrupamiento y de división				
Estima cálculos de multiplicaciones y divisiones sencillas a partir de resultados conocidos				

Actividad 1

CONTENIDOS

Construcción y difusión de diferentes estrategias de cálculo para distintas clases de problemas de suma y resta en un mismo contexto.

EL JUEGO DE “ADIVINAR EL NÚMERO”

En este juego, el docente plantea “adivinanzas” que los alumnos deberán responder. Estas “adivinanzas” requieren apelar a la relación entre suma y resta: dados dos elementos de una suma, hay que determinar el tercero.

Pienso un número, le agrego 30, y obtengo 70. ¿Cuál es el número que pensé?

Algunos ejemplos de “adivinanzas” para ir planteando sucesivamente:

- a) Pienso un número, le quito 200 y obtengo 700. ¿Qué número pensé?
- b) Al número 300 le agrego otro número y obtengo 1.000. ¿Qué número le agregué?
- c) Al número 6.000 le resto un número y obtengo 2.000. ¿Qué número le resté?
- d) Pienso un número, le agrego 100 y obtengo 450. ¿Qué número pensé?
- e) Pienso un número, le agrego 3.000 y obtengo 8.000. ¿Qué número pensé?
- f) Pienso un número, le resto 900 y obtengo 100. ¿Qué número pensé?
- g) Pienso un número, le agrego 250 y obtengo 600, ¿qué número pensé?
- h) Pienso un número, le quito 150 y obtengo 450, ¿qué número pensé?
- i) A 450 le agrego 250, ¿qué número obtengo?
- j) A 900 le quito 450, ¿qué número obtengo?
- k) A 470 le agrego 140, ¿qué número obtengo?

1) A 530 le quito 150, ¿qué número obtengo?

Actividad 2

- 1) Si el visor de la calculadora muestra el número que aparece en la columna de la izquierda, ¿qué cálculo se podría hacer a continuación para que el visor mostrara el resultado que figura en la columna de la derecha? Anotalo primero en la columna del centro, y recién después verificalo con la calculadora.

	Si el visor muestra	Cálculo propuesto	Resultado esperado
a)	300		900
b)	270		300
c)	320		400
d)	560		610
e)	740		540
f)	500		410
g)	400		1.000
h)	650		1.000
i)	830		1.000
j)	1.600		2.000

- 2) Si el visor de la calculadora muestra el número que aparece en la columna de la izquierda, ¿qué cálculo se podría hacer a continuación para que el visor mostrara el resultado que figura en la columna de la derecha? Anotalo primero en la columna del centro y recién después verificalo con la calculadora.

	Si el visor muestra	Cálculo propuesto	Resultado esperado
a)	840		1.000
b)	2.300		1.900
c)	4.000		3.600
d)	3.400		4.200
e)	780		2.000
f)	670		580
g)	3.900		6.000
h)	980		5.000
i)	8.000		6.700

- 3) Completá los siguientes cálculos:

- a) $530 + \dots = 600$
- b) $720 + \dots = 1.000$
- c) $45 + \dots = 1.000$
- d) $890 + \dots = 3.000$
- e) $600 + 800 = \dots$

- f) $1.500 + 700 = \dots$
- g) $900 - 700 = \dots$
- h) $800 - 250 = \dots$
- i) $1.000 - 400 = \dots$
- aj) $3.400 - 600 = \dots$

Actividad 3

Sumas y restas con números particulares

1) Calculá:

- a) $1.900 + 100 =$
- b) $990 + 10 =$
- c) $3.900 + 1.100 =$
- d) $790 + 110 =$

2) Cuando hayas encontrado los resultados, explicá si hay alguna forma rápida de hacer estas sumas.

3) Buscá una manera de conocer rápidamente el resultado de:

- a) $43 + 99 =$
- b) $1.362 + 99 =$
- c) $2.240 + 900 =$
- d) $3.572 + 990 =$
- e) $368 + 9 =$
- f) $262 - 90 =$
- g) $5.639 - 900 =$
- h) $1.970 - 99 =$

4) Buscá un modo de obtener rápidamente el resultado de:

- a) $86 + 11 =$
- b) $529 + 11 =$
- c) $894 + 101 =$
- d) $963 + 101 =$
- e) $7.305 + 11 =$
- f) $7.305 + 101 =$
- g) $7.305 + 1.001 =$

5) Buscá una manera de saber rápidamente la solución para:

- a) $26 + 59 =$
- b) $108 + 79 =$
- c) $463 + 41 =$
- d) $579 + 21 =$

Actividad 4

Estimacione

1) Tratá de responder, sin hacer el cálculo exacto:

- a) $235 + 185$ ¿será mayor o menor que 500?
- b) $567 - 203$ ¿será mayor o menor que 300?
- c) $567 - 243$ ¿será mayor o menor que 300?
- d) $418 + 283$ ¿será mayor o menor que 600?
- e) $639 - 278$ ¿será mayor o menor que 400?

2) Para cada uno de los siguientes cálculos, te damos tres opciones. Una de ellas, corresponde al resultado correcto. Sin hacer la cuenta, analizá las opciones y marcá cuál te parece que es el resultado:

- a) $235 + 185 =$ 620 320 420
- b) $567 - 203 =$ 464 264 364
- c) $186 + 238 =$ 424 224 324
- d) $639 - 278 =$ 361 461 261

Actividad 5



SUMAS Y RESTAS CON MÚLTIPLOS DE 25

1) Sumá mentalmente:

- $150 + 25 =$
- $350 + 125 =$
- $425 + 150 =$
- $1.025 + 350 =$
- $1.325 + 350 =$
- $175 + 125 =$
- $425 + 275 =$
- $375 + 425 =$
- $1.075 + 125 =$
- $1.025 + 175 =$

2) Restá mentalmente:

- $375 - 175 =$
- $125 - 75 =$
- $125 - 50 =$
- $450 - 125 =$
- $475 - 125 =$
- $450 - 75 =$
- $675 - 150 =$

Actividad 6

Cálculo de distancias entre números

1) ¿Cuánto hay que sumarle a... para obtener...?

¿Cuánto hay que sumarle a	para obtener...?	Respuesta	Anotaciones en borrador que necesites hacer para averiguarlo
358	1.000		
699	3.000		
2.455	10.000		
678	10.000		
8.322	15.000		
6.189	7.200		
199	10.000		
9.999	50.000		

2) ¿Cuánto hay que restarle a... para obtener...?

¿Cuánto hay que restarle a	para obtener...?	Respuesta	Anotaciones en borrador que necesites hacer para averiguarlo
1.000	755		
2.000	898		
10.000	4.570		
10.000	999		

Actividad 7

Dobles y Mitades

Calculá el doble de cada uno de estos números:

$$12 - 21 - 26 - 29 - 34 - 57$$

$$15 - 18 - 25 - 42 - 37 - 38$$

$$55 - 80 - 100 - 150 - 300$$

Calculá la mitad de cada uno de estos números:

$$26 - 30 - 36 - 48 - 52$$

$$22 - 38 - 46 - 56 - 94$$

$$260 - 500 - 1.000 - 930$$

Actividad 8

Multipliquemos

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0											
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											

Actividad 9

Tabla Pitagórica para resolver divisiones

1) Un número, multiplicado por 7, da 56. ¿Qué número es?

Después de buscar el número, identifícalo entre las siguientes escrituras la que representa esta adivinanza:

$$7 + \dots = 56 \quad \dots \times 7 = 56 \quad \dots - 7 = 56$$

2) Para cada una de las siguientes preguntas, señalará la respuesta correcta y anotará el cálculo que hiciste para responder:

- ¿Cuál es el número que, multiplicado por 5, da 40?

$$5 \quad 8 \quad 10$$

4) A partir de los resultados de la tabla de multiplicaciones, completará el cociente de las siguientes divisiones:

- ¿Cuál es el número que, multiplicado por 7, da 21?

$$6 \quad 3 \quad 9$$

- ¿Cuál es el número que, multiplicado por 8, da 32?

$$7 \quad 3 \quad 4$$

3) Inventen adivinanzas similares y desafíen sus compañeros.

$$36 : 6 =$$

$$48 : 8 =$$

$$81 : 9 =$$

$$36 : 4 =$$

$$42 : 7 =$$

Actividad 10

Multiplicaciones por 10, 100 y 1000

1)

a) En la tabla de multiplicaciones encontramos algo que ya sabíamos: al multiplicar un número por 10, el producto termina en cero. ¿Eso sucede siempre? ¿Podemos saber con certeza que si uno continúa con la tabla del 10 hasta un número cualquiera, el producto terminará en 0? ¿Por qué sucede eso?

b) ¿Podés dar rápidamente el resultado de 25×10 ? ¿Y, luego el de 64×10 ?

c) ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 10?

168 – 7.980 – 7.809 – 9.800 – 5.076 – 3.460

2) Vamos a retomar las relaciones anteriores para analizar las multiplicaciones por 100.

a) Calculá

23×100 20×100 105×100 123×100 120×100

b) ¿Cuáles de estos números podrían ser el resultado de una multiplicación por 100?

450 400 2.350 2.300 2.003 2.030 1.200.000

Actividad 11

Multiplicaciones por 10, 100 o 1000

3) Calculá mentalmente:

a) $45 \times \dots = 4.500$

b) $128 \times \dots = 1.280$

c) $17 \times \dots = 17.000$

d) $\dots \times 10 = 320$

e) $\dots \times 100 = 800$

f) $\dots \times 100 = 1.300$

g) $\dots \times 100 = 4.000$

h) $\dots \times 1.000 = 7.000$

i) $\dots \times 1.000 = 29.000$

j) $\dots \times 1.000 = 50.000$

4)

a) Anoten divisiones que se pueden conocer a partir de las multiplicaciones que hicieron en los problemas anteriores.

Por ejemplo, si $45 \times 100 = 4.500$, entonces se puede escribir:

$$4.500 : 100 = 45 \text{ y}$$

$$4.500 : 45 = 100$$

b) En parejas, traten de recordar o elaborar una regla que sirva para las divisiones por 10, 100 ó 1.000.

Actividad 12

Multiplicaciones por 10, 100 o 1000

- 5) Analizá estos cálculos para anticipar cuáles darán el mismo resultado. Explicá cómo lo pensaste.

$4 \times 2 \times 10 =$

$80 \times 10 =$

$4 \times 2 \times 10 \times 10 =$

$4 \times 20 =$

$5 \times 10 \times 4 \times 10 =$

$50 \times 40 =$

6)

- a) Imaginate que el visor de la calculadora muestra cada uno de los números que aparecen en la columna de la izquierda. Anotá cómo es posible, con una única operación en cada caso, lograr que aparezca en el visor de la calculadora el resultado escrito en la columna de la derecha. Como siempre, te pedimos que primero lo anticipes y, recién después, lo verifiques en tu calculadora.

28		280
6		120
470		47
8		2.400
6.300		63
12		3.600
4.000		40

- b) Anotá 35 en la calculadora y realizá una operación por vez para obtener sucesivamente los números de la "tira".

35		350		700		7.000		1.000		10		180		6
----	--	-----	--	-----	--	-------	--	-------	--	----	--	-----	--	---

- c) Calculá mentalmente:

$4 \times 60 =$

$12 \times 20 =$

$15 \times 30 =$

$50 \times 60 =$

$200 \times 70 =$

$\dots \times 200 = 800$

$\dots \times 50 = 4.000$

$8 \times \dots = 320$

$\dots \times 50 = 1.000$

$\dots \times 80 = 16.000$

- d) ¿Podés ahora proponer una regla para multiplicaciones y divisiones por cualquier número terminado en cero? (Por ejemplo, 20, 50, 200, 1400.)

Actividad 13

Multiplicar por números particulares

1)

a) Multiplicar 3×20 es fácil. Ahora bien, ¿cómo se puede utilizar esa cuenta para calcular 3×19 mentalmente?

b) Calculá mentalmente estos productos:

$$5 \times 19 =$$

$$7 \times 19 =$$

$$30 \times 19 =$$

2) Calculá mentalmente estos productos y explicá cómo los pensaste:

a) $5 \times 29 =$

c) $6 \times 38 =$

b) $7 \times 49 =$

d) $3 \times 78 =$

3) Calculá mentalmente estos productos y explicá cómo los pensaste:

a) $7 \times 39 =$

b) $9 \times 22 =$

c) $6 \times 22 =$

d) $5 \times 59 =$

e) $4 \times 53 =$

Actividad 14

Cálculos a partir de un número conocido

1)

a) A partir de las siguientes multiplicaciones, ¿es posible completar la tabla sin volver a hacer toda la cuenta?

$$\begin{aligned}2 \times 28 &= 56 \\3 \times 28 &= 84 \\4 \times 28 &= 112 \\5 \times 28 &= 140\end{aligned}$$

	6	8	10	20	30	40	50	100
x 28								

2)

a) A partir de los siguientes resultados, ¿cómo podrías resolver las multiplicaciones que aparecen a continuación?

1 x 34	2 x 34	3 x 34	4 x 34	5 x 34	6 x 34	7 x 34	8 x 34	9 x 34	10 x 34
34	68	102	136	170	204	238	272	306	340

$$\begin{aligned}12 \times 34 &= \\11 \times 34 &= \\15 \times 34 &= \end{aligned}$$

b) Anotá tres multiplicaciones que se puedan calcular con la ayuda de los resultados que aparecen en la tabla anterior; luego, intercambiá esas multiplicaciones con un compañero para que las resuelva sin hacer toda la cuenta.

Actividad 15

Cálculos a partir de un número conocido

3)

- a) A continuación te damos el resultado de dos multiplicaciones. ¿Cómo podrías usar esos resultados para calcular el de las otras?

Sabiendo que	Sabiendo que
$3 \times 40 = 120,$	$80 \times 20 = 1.600,$
calculá:	calculá:
$3 \times 400 =$	$80 \times 40 =$
$30 \times 40 =$	$80 \times 80 =$
$300 \times 4 =$	$80 \times 60 =$
$6 \times 40 =$	
$9 \times 40 =$	

- b) ¿Qué divisiones podrías plantear a partir de las multiplicaciones y los resultados que produjiste en el ejercicio anterior?

- c) A continuación te damos el resultado de una división. ¿Cómo podrías usar ese resultado para resolver los cálculos que aparecen a continuación?

$$2.400 : 30 = 80$$

$$2.400 : 80 =$$

$$80 \times 30 =$$

$$4.800 : 30 =$$

- 4) Tomando en cuenta que $120 \times 30 = 3.600$, calculá los resultados de:

$$220 \times 30 =$$

$$320 \times 30 =$$

$$420 \times 30 =$$

Para cada caso, explicá cómo lo pensaste.

Actividad 16

Cálculos a partir de un número conocido

5)

b) Calculá mentalmente:

- $24 \times 5 =$
- $98 \times 5 =$
- $72 \times 5 =$
- $23 \times 5 =$
- $15 \times 5 =$

Será necesario que el docente preste especial atención a los dos últimos ejemplos, donde los números impares pueden generar mayor dificultad.

c) Calculá mentalmente y explicá cómo lo pensaste:

- $38 \times 50 =$
- $24 \times 50 =$
- $36 \times 500 =$

d) De a dos, piensen si se podría formular una regla para las multiplicaciones por 50 y por 500, y busquen una manera de estar seguros de que se cumplirá en todos los casos.

7) Calculá mentalmente:

$48 \times 5 =$	$80 : 5 =$
$24 \times 5 =$	$90 : 5 =$
$120 \times 5 =$	$120 : 5 =$
$280 \times 5 =$	$260 : 5 =$
$37 \times 5 =$	$320 : 5 =$

6)

a) Anotá el resultado de los siguientes cálculos:

- $30 : 5 =$
- $70 : 5 =$
- $120 : 5 =$
- $340 : 5 =$

b) Calculá mentalmente:

- $80 : 5 =$
- $90 : 5 =$
- $130 : 5 =$
- $520 : 5 =$

c) Calculá mentalmente y explicá cómo lo pensaste:

- $600 : 50 =$
- $800 : 50 =$
- $1.200 : 50 =$
- $3.000 : 500 =$
- $12.000 : 500 =$

d) De a dos, piensen si se podría formular una regla para las divisiones por 50 y por 500, y luego, busquen una manera de estar seguros si esa regla se cumplirá en todos los casos.

8) Aprendimos que la multiplicación y la división por 10, 100, 1.000, etc. ayudan a resolver otros cálculos. ¿Cómo pueden utilizarse para resolver mentalmente las siguientes multiplicaciones y divisiones?

- a) $36 \times 5 =$
- b) $52 \times 25 =$
- c) $31 \times 50 =$
- d) $480 : 5 =$
- e) $155 : 5 =$
- f) $650 : 50 =$
- g) $2.400 : 25 =$
- h) $12.000 : 25 =$

Estimación de cocientes

Actividad 17

Estimación de cocientes

2) Sabiendo que:

$$36 \times 10 = 360$$

$$36 \times 100 = 3.600$$

$$36 \times 1.000 = 36.000$$

$$36 \times 10.000 = 360.000$$

Decidí si:

- $400 : 36$ dará un número mayor, menor o igual a 10.
- $3.500 : 36$ dará un número mayor, menor o igual a 1.000.
- $9.898 : 36$ dará un número mayor, menor o igual a 1.000.
- $39.000 : 36$ dará un número mayor, menor o igual a 10.000.

3) Para cada una de las siguientes divisiones que figuran en la tabla, indicá en qué columna debería colocarse el cociente. Debés completarla señalando si dichos cocientes se encuentran entre:

- 0 y 10;
- 10 y 100;
- 100 y 1.000;
- 1.000 y 10.000

Actividad 18

Estimación de cocientes

Escribe entre qué rango se estima cada uno de los cocientes. No olvides hacerlo de forma mental

Por supuesto, deberás anticiparlo sin hacer la cuenta.

	Entre 0 y 10	Entre 10 y 100	Entre 100 y 1.000	Entre 1.000 y 10.000
5.940 : 24				
3.648 : 12				
492 : 41				
347 : 18				
15.675 : 12				
4.699 : 16				
9.428 : 8				
5.230 : 4				
931 : 133				

Actividad 19

Estimación de cocientes

4) Para cada una de las siguientes divisiones, te proponemos tres números. Señalá el más cercano al cociente y explicá cómo te diste cuenta.

a) $436 : 25$	20	10	30
b) $6.000 : 45$	100	200	300
c) $738 : 95$	10	15	5

5) A veces, para hacer divisiones es útil descomponer el dividendo de una manera que resulte "cómoda", es decir, en números que "den justo" al dividirlos por el divisor dado.

Por ejemplo, para $180 : 15 =$

Es conveniente pensar a 180 como $150 + 30$, dividir cada una de esas partes por 15 y, luego, sumarmas:

$$150 : 15 + 30 : 15 = 10 + 2 = 12$$

También sabemos que no hay una única manera que resulte conveniente para descomponer el número:

además, es posible pensar el 180 como $90 + 90$ y hacer

$$90 : 15 + 90 : 15 = 6 + 6 = 12$$

$$\text{ó } 180 = 120 + 60$$

$$180 : 15 = 120 : 15 + 60 : 15 = 8 + 4 = 12$$

etcétera.

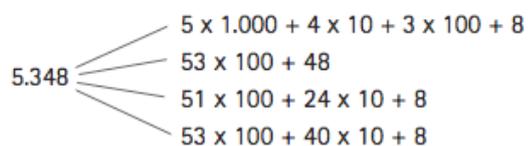
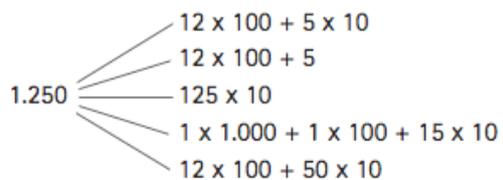
A continuación, te proponemos una serie de divisiones. Para cada una de ellas, elegí una manera de descomponer el dividendo que facilite los cálculos:

Dividendo	Divisor	Descomposición del dividendo	Divisiones parciales	Cociente	Resto
784	7				
672	6				
372	6				
1.224	12				
968	8				
1.484	7				
3.672	18				

Actividad 20

Armando números con descomposiciones de 10, 100 o 1000

1) Indicá cuál o cuáles de las opciones que aparecen para cada número son correctas:



2) Decidí, para cada descomposición, qué número se forma:

- a) $53 \times 100 + 8 \times 10 + 3 =$
- b) $4 \times 1.000 + 32 \times 10 + 8 =$
- c) $13 \times 100 + 6 =$
- d) $8 \times 100 + 12 \times 10 + 5 =$
- e) $14 \times 100 + 11 \times 100 + 15 =$
- f) $10 \times 100 + 12 \times 1.000 + 14 \times 10 =$

3) Proponé para cada uno de los siguientes números, cuatro descomposiciones diferentes que contengan multiplicaciones con uno o varios de estos números: 10, 100, 1.000, al estilo de los cálculos del problema anterior

- a) 34.076
- b) 8.976
- c) 1.867

Actividad 21

Descomposición de números más grandes. El 10,000

1)

- a) Ya sabes que $2.000 = 2 \times 1.000$. ¿Es cierto que $2.000 = 20 \times 100$? ¿Es verdad que $2.000 = 200 \times 10$?

b) Completá las siguientes multiplicaciones:

$$3.000 = 3 \times \dots$$
$$3.000 = 30 \times \dots$$
$$3.000 = \dots \times 10$$

2) Calculá:

- a) $9 \times 1.000 + 100 =$
b) $9 \times 1.000 + 500 =$

- c) $9 \times 1.000 + 900 =$
d) $9 \times 1.000 + 1.000 =$
e) $9 \times 1.000 + 10 =$
f) $9 \times 1.000 + 1 =$

3)

- a) ¿Cuáles de los siguientes cálculos dan 25.030?

$$25 \times 1.000 + 300 =$$
$$25 \times 1.000 + 30 =$$
$$25 \times 1.000 + 3 =$$

b) ¿Cuáles de estos cálculos dan 25.030?

$$25 \times 10 \times 100 + 30 =$$
$$25 \times 100 + 30 =$$
$$25 \times 10 \times 10 \times 10 + 30 =$$
$$250 \times 100 + 30 =$$

Actividad 22

Sistema de numeración. Multiplicación y división por 10, 100 y 1000

1) Completar las siguientes tablas:

a) Un número multiplicado por ... da ... ¿De qué número se trata?

Un número multiplicado por...	da...	¿Qué número es?
10	450	
10	980	
10	360	
10	750	
10	420	

b) Un número multiplicado por... da... ¿Qué número es?

Un número multiplicado por...	da...	¿Qué número es?
100	4.500	
100	3.200	
100	1.700	
100	3.800	

c) Un número multiplicado por... da... ¿Qué número es?

Un número multiplicado por...	da...	¿Qué número es?
1.000	4.000	
1.000	7.000	
1.000	45.000	
1.000	36.000	

Actividad 23

Sistema de numeración. Multiplicación y división por 10, 100 y 1000

2)

a) Completá esta tabla indicando el cociente entero que resulta de dividir cada uno de los siguientes números por 10:

	: 10
30	
35	
38	
40	
42	
44	

b) Completá la tabla señalando el cociente entero que resulta de dividir cada uno de estos números por 100:

	: 100
100	
102	
120	
180	
200	
295	

c) Completá esta tabla indicando el cociente entero que resulta de dividir cada uno de los siguientes números por 1.000:

	: 1.000
1.000	
2.000	
2.100	
2.930	
3.000	
3.500	

d) Calculá:

$$20.000 : 10 =$$

$$20.000 : 100 =$$

$$20.000 : 1.000 =$$

$$20.000 : 10.000 =$$

Actividad 24

Sistema de numeración. Multiplicación y división por 10, 100 y 1000

3)

Cálculo	Cociente	Resto
1.234 : 10		
1.234 : 100		
1.234 : 1.000		

Cálculo	Cociente	Resto
4.672 : 10		
4.672 : 100		
4.672 : 1.000		

Cálculo	Cociente	Resto
48.530 : 10		
48.530 : 100		
48.530 : 1.000		
48.530 : 10.000		



Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: **Sanchez Celis Consuelo**
Título del ejercicio: **Turnitin**
Título de la entrega: **Tesis maestría**
Nombre del archivo: **399081**
Tamaño del archivo: **2.86M**
Total páginas: **112**
Total de palabras: **24,448**
Total de caracteres: **132,582**
Fecha de entrega: **30-abr.-2022 07:19a. m. (UTC-0700)**
Identificador de la entrega... **1824689370**

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y
EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA
EDUCACIÓN



TESIS

Programa psicopedagógico para desarrollar capacidades matemáticas de cálculo y numeración dirigido a los estudiantes del cuarto grado de educación primaria de la institución educativa N° 821195 centro poblado de Quilcate distrito de Catilluc, provincia de San Miguel – región Cajamarca.

PRESENTADA PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PSICOPEDAGOGÍA
COGNITIVA.

AUTORA: Sanchez, Celis, Consuelo

ASESORA: Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez

LAMBAYEQUE – PERÚ

Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez
Asesora

Tesis maestría

INFORME DE ORIGINALIDAD

20%

INDICE DE SIMILITUD

17%

FUENTES DE INTERNET

1%

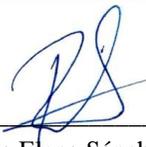
PUBLICACIONES

7%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola Trabajo del estudiante	2%
2	Submitted to Universidad Tecnológica Indoamerica Trabajo del estudiante	1%
3	Submitted to Universidad Ricardo Palma Trabajo del estudiante	1%
4	dmgr.eresmas.net Fuente de Internet	1%
5	www.psico.mx Fuente de Internet	1%
6	creativecommons.org Fuente de Internet	1%
7	madianescobar.blogspot.com Fuente de Internet	1%
8	www.huascararan.edu.pe Fuente de Internet	1%


Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez
Asesora

9	laeducacionconstruyenuestrofuturo.blogspot.com	Fuente de Internet	1 %
10	repositorio2.udelas.ac.pa	Fuente de Internet	1 %
11	tesis.ucsm.edu.pe	Fuente de Internet	1 %
12	sites.google.com	Fuente de Internet	1 %
13	13dejuliode1882sp.edu.pe	Fuente de Internet	<1 %
14	repositorio.espe.edu.ec	Fuente de Internet	<1 %
15	jessmndz.weebly.com	Fuente de Internet	<1 %
16	cybertesis.unmsm.edu.pe	Fuente de Internet	<1 %
17	www.juntadeandalucia.es	Fuente de Internet	<1 %
18	ridum.umanizales.edu.co	Fuente de Internet	<1 %
19	Submitted to Universidad Estatal a Distancia	Trabajo del estudiante	<1 %
20	ikua.iiap.gob.pe	Fuente de Internet	<1 %



Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez
Asesora

21	www.lareferencia.info Fuente de Internet	<1 %
22	normalistas-lasmaticasyeljuego.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
23	148.216.10.92 Fuente de Internet	<1 %
24	premio.fundacionlanacion.org.ar Fuente de Internet	<1 %
25	cursoseducadoras.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
26	administrativos.ut.edu.co Fuente de Internet	<1 %
27	eticar.org Fuente de Internet	<1 %
28	tesis.luz.edu.ve Fuente de Internet	<1 %
29	dugi-doc.udg.edu Fuente de Internet	<1 %
30	seiem-funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet	<1 %
31	www.efdeportes.com Fuente de Internet	<1 %
32	slideplayer.es Fuente de Internet	<1 %



<1 %

33

livrosdeamor.com.br

Fuente de Internet

<1 %

34

reneyepezb.blogspot.com

Fuente de Internet

<1 %

35

www.redined.educacion.es

Fuente de Internet

<1 %

36

webcache.googleusercontent.com

Fuente de Internet

<1 %

37

www.tiraya-group.com

Fuente de Internet

<1 %

38

unicrom.com

Fuente de Internet

<1 %

39

guiadocent.udl.cat

Fuente de Internet

<1 %

40

tkseo.net

Fuente de Internet

<1 %

41

www.educa.rcanaria.es

Fuente de Internet

<1 %

42

archive.org

Fuente de Internet

<1 %

43

repositorio.ipcb.pt

Fuente de Internet

<1 %



Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez

Asesora

44	rabida.uhu.es Fuente de Internet	<1 %
45	servidor-opsu.tach.ula.ve Fuente de Internet	<1 %
46	educacionoperaciones.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
47	directo.uniovi.es Fuente de Internet	<1 %
48	doaj.org Fuente de Internet	<1 %
49	espdf.info Fuente de Internet	<1 %
50	galeon.com Fuente de Internet	<1 %
51	ispa.edu.pe:8080 Fuente de Internet	<1 %
52	didacticayevaluacionbc.wordpress.com Fuente de Internet	<1 %
53	maestrosdeeducacion.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
54	silviapinedov.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
55	www.aragon.ccoo.es Fuente de Internet	<1 %


Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez
Asesora

56 Marta Romero-Ariza, Antonio Quesada, Ana-María Abril, Cristina Cobo. " Changing teachers' self-efficacy, beliefs and practices through STEAM teacher professional development () ", Journal for the Study of Education and Development, 2021
Publicación <1 %

57 tesisexarxa.net
Fuente de Internet <1 %

58 www.iesezequielgonzalez.com
Fuente de Internet <1 %

59 cdn.goconqr.com
Fuente de Internet <1 %

60 ciencias.unex.es
Fuente de Internet <1 %

61 www.amicmexico.org
Fuente de Internet <1 %

62 Submitted to Universidad Catolica De Cuenca
Trabajo del estudiante <1 %

63 rdw.rowan.edu
Fuente de Internet <1 %

64 repositorio.pucesa.edu.ec
Fuente de Internet <1 %

65 Submitted to tec
Trabajo del estudiante <1 %



Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez

Asesora

66	www.edufi.ucr.ac.cr Fuente de Internet	<1 %
67	pelagch.blogspot.com Fuente de Internet	<1 %
68	www.aamr.org.ar Fuente de Internet	<1 %
69	www.cpeip.cl Fuente de Internet	<1 %
70	repositorioslatinoamericanos.uchile.cl Fuente de Internet	<1 %
71	tel.archives-ouvertes.fr Fuente de Internet	<1 %
72	eresmama.com Fuente de Internet	<1 %
73	espaciologopedico.com Fuente de Internet	<1 %
74	mail.ues.edu.sv Fuente de Internet	<1 %
75	repositorio.udh.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
76	repositorio.unac.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
77	tumi.lamolina.edu.pe Fuente de Internet	<1 %


 Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez
 Asesora

78	upc.aws.openrepository.com Fuente de Internet	<1 %
79	webdiee.cem.itesm.mx Fuente de Internet	<1 %
80	www.diariodelaltoaragon.es Fuente de Internet	<1 %
81	123dok.com Fuente de Internet	<1 %
82	Repositorio.Upagu.Edu.Pe Fuente de Internet	<1 %
83	jmte.riau.ac.ir Fuente de Internet	<1 %
84	onlinevegasblackjack.net Fuente de Internet	<1 %
85	repositorio.untrm.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
86	revistas.ufps.edu.co Fuente de Internet	<1 %

Excluir citas

Apagado

Excluir coincidencias

Apagado

Excluir bibliografía

Apagado



Dra. Rosa Elena Sánchez Ramírez
Asesora