UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

ESCUELA DE POSGRADO

TESIS PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

TESIS

Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático II en los estudiantes del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018

Investigadora:

Lic. Ruiz Ramírez Milagros Lizeth

Asesora:

Dra. Gloria María Ortiz Basauri

Lambayeque, 2023

Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático II en los estudiantes del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018

Lic. Ruiz Ramírez Milagros Lizeth

Autor

Dra. Gloria María Ortiz Basauri

Asesor

Tesis presentada a la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo para obtener el Grado académico de: MAESTRA EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACION EDUCATIVA.

Aprobado por:

Mag. /Dr. Ernesto Karlo Celis Arévalo

Presidente del jurado

Mag. /Dr. José Elías Ponce Ayala

Secretario del jurado

Mag. /Dr. Dante Guerrero Servigon

Vocal del jurado

Lambayeque, 2023

Acta de sustentación

UNPRG	ESCUELA DE POSGRADO M.Sc. Juana Villena Rodríguez	Versión:	01
		Fecha de Aprobación	29-8-2020
UNIDAD DE INVESTIGACION	FORMATO DE ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL DE TESIS	Pág. 1 de 3	

ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL DE TESIS

Siendo las 10 a.m. del jueves 01 de junio de 2023, se dio inicio a la Sustentación Virtual de Tesis soportado por el sistema Google Meet, preparado y controlado por la Unidad de Tele Educación de la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, con la participación en la Video Conferencia de los miembros del Jurado, nombrados con Resolución N°095 – 2019 de fecha 17 de enero de 2019, conformado por:

Dr. ERNESTO KARLO CELI AREVALO	Presidente
Dr. JOSE ELÍAS PONCE AYALA	Secretario
Dr. DANTE ALFREDO GUEVARA SERVIGON	Vocal
Dra. GLORIA ORTIZ BASAURI	Asesora

Para evaluar el informe de tesis de la tesista MILAGROS LIZETH RUIZ RAMIREZ, candidata a optar el grado de MAESTRA EN CIENCIAS CON MENCION EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACION EDUCATIVA, con la tesis titulada "MÉTODO DE POLYA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO II EN LOS ESTUDIANTES DEL V CICLO DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICAS FACFYM, UNPRG 2018.".

El Sr. Presidente, después de transmitir el saludo a todos los participantes en la Video Conferencia de la Sustentación Virtual ordenó la lectura de la Resolución N°472-2023-EPG de fecha 19 de mayo de 2023, que autoriza la Sustentación Virtual del Informe de tesis correspondiente, luego de lo cual autorizó a la candidata a efectuar la Sustentación Virtual, otorgándole 30 minutos de tiempo y autorizando también compartir su pantalla.

Culminada la exposición de la candidata, se procedió a la intervención de los miembros del jurado, exponiendo sus opiniones y observaciones correspondientes, posteriormente se realizaron las preguntas a la candidata.

Culminadas las preguntas y respuestas, el Sr. Presidente, autorizó el pase de los miembros del Jurado a la sala de video conferencia reservada para el debate sobre la Sustentación Virtual del Informe de tesis realizada por la candidata, evaluando en base a la rúbrica de sustentación y determinando el resultado total de la tesis con 19 puntos, equivalente a

Formato : Físico/Digital	Ubicación : UI-EPG - UNPRG	Actualización:

UNPRG	ESCUELA DE POSGRADO M.Sc. Juana Villena Rodríguez	Versión:	01
		Fecha de Aprobación	29-8-2020
UNIDAD DE INVESTIGACION	FORMATO DE ACTA DE SUSTENTACIÓN VIRTUAL DE TESIS	Pág. 2 de 3	

MUY BUENO, quedando la candidata apta para optar el Grado de MAESTRA EN CIENCIAS CON MENCION EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACION EDUCATIVA.

Se retomó a la Video Conferencia de Sustentación Virtual, se dio a conocer el resultado, dando lectura del acta y se culminó con los actos finales en la Video Conferencia de Sustentación Virtual.

Siendo las 11:10 a.m. se dio por concluido el acto de Sustentación Virtual.

Dr. ERNESTO KARLO CELI AREVALO
PRESIDENTE

Dr. JOSE ELÍAS PONCE AYALA
SECRETARIO

Dr. DANTE ALFREDO GUEVARA SERVIGON
VOCAL

Dra. GLORIA ORTIZ BASAURI
ASESORA

Formato : Físico/Digital	Ubicación : UI-EPG - UNPRG	Actualización:

Declaración jurada de originalidad

Yo, Milagros Lizeth Ruiz Ramirez investigador principal, y Dr. Gloria María Ortiz Basauri asesor del trabajo de investigación "Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático ii en los estudiantes del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018", declaramos bajo juramento que este trabajo no ha sido plagiado, ni contiene datos falsos. En caso se demostrará lo contrario, asumo responsablemente la anulación de este informe y por ende el proceso administrativo a que hubiere lugar. Que puede conducir a la anulación del título o grado emitido como consecuencia de este informe.

Lambayeque, noviembre del 2019

Nombre del investigador: Bach. Milagros Lizeth Ruiz Ramirez

Nombre del asesor: Dr. Gloria María Ortiz Basauri

Dedicatoria

Esta investigación está dedicada principalmente a Dios quien ha sido mi guía y fortaleza hasta el día de hoy. A mis padres Miguel y María de Lourdes por su amor y gran apoyo, por ser ejemplo de esfuerzo y valentía, A mi familia, Juan Carlos y mi hijita Olenka Ariana porque hicieron de mí una mejor persona e impulsaron a querer lograr todos mis sueños y metas.

A mis hermanas Geraldine y Lizbeth por su cariño y apoyo incondicional.

Agradecimiento

Quiero expresar mi gratitud a Dios, quien con su bendición me ha permitido alanzar una meta más y a toda mi familia por estar siempre presentes.

Finalmente quiero expresar mi más grande agradecimiento a mi asesora Dra. Gloria María Ortiz Basauri, principal colaboradora durante todo este proceso, quien con su dirección, conocimiento, enseñanza y colaboración permitió el desarrollo de este trabajo.

Asimismo, agradecer al Dr. Eduar Vásquez Sanchez y al Mag. Elmer Lluen Cumpa por la dedicación y apoyo que han brindado a este trabajo.

La autora

Índice General

Acta de sustentación (copia) 3

Declaración jurada de originalidad 4

Dedicatoria 5

Agradecimiento 6

Índice General 7

Índice de Tablas 9

Índice de Figuras 10

Índice de Anexos 11

Resumen 12

Abstract 13

Introducción 14

Capítulo I. Diseño Teórico 18

1.1 Antecedentes de la Investigación 18

1.2 Base Teórica 20

1.3 Hipótesis 41

Capítulo II. Métodos y Materiales 42

2.1 Tipo de Investigación 42

2.2 Método de Investigación 42

2.3 Diseño de Contrastación 42

2.4 Población, Muestra y Muestreo 43

2.5 Técnicas, Instrumentos, Equipos y Materiales de Recolección de Datos 43

2.6 Procesamiento y Análisis de Datos 43

Capítulo III. Resultados 44

Capítulo IV. Discusión 48

Conclusiones 50

Recomendaciones 51

Referencias Bibliográficas 52

Anexos 55

Índice de Tablas

Tabla 1: Modelo metodológico para el aprendizaje significativo del análisis matemático-II con el Método de Polya……33

Tabla 2: Calificaciones de entrada-salida y pruebas del contenido de análisis matemático II, desarrollado con el método de Polya, en alumnos del quinto ciclo de la escuela profesional de matemática de la UNPRG.....45

Tabla 3: Percepción de los estudiantes de la influencia del método de Polya en el aprendizaje del Análisis Matemático II- UNPRG……46

Índice de Figuras

Figura 1: Las cuatro fases del Método de Polya……25

Figura 2: Tipos de aprendizaje significativo…….....40

Figura 3: Rendimiento académico de análisis matemático II en los estudiantes

del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2019……46

Índice de Anexos

Anexo 1: Pre test - post test de Análisis Matemático II……56

Anexo 2: Cuestionario de percepción del estudiante sobre el uso del método de Polya……58

Anexo 3: Validación de los instrumentos pre test - post test y cuestionario por experto I……60

Anexo 4: Validación de los instrumentos pre test - post test y cuestionario por experto II……66

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo, estudiar el cambio en los rendimientos académicos al aplicar el método de Polya en el aprendizaje del análisis matemático II en los estudiantes de la escuela profesional de matemática, de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. El diseño para la investigación fue un estudio de caso con monitoreo del método de Polya - mixto. La muestra lo constituyó 13 alumnos del V ciclo matriculados en la asignatura de análisis matemático II, los instrumentos para la toma de datos lo constituyeron las pruebas de rendimientos académicos, y un cuestionario tipo escala de Likert para medir la precepción en el uso del método Polya al término de la experiencia. Las notas se incrementaron de manera altamente significativa de la primera a la segunda prueba, de 7.77± 3.24 a 11±3.46, *t=-2.27, P<0.01, y de manera significativa de la tercera prueba a la cuarta de 13.23±2.36 a 15.08±1.38 con **t=-1.92, P<0.05. En la percepción del estudiante sobre la influencia del método de Polya en su aprendizaje el 76.44% y el 16.83% afirman que siempre y casi siempre respectivamente les permitió aprendizaje, siendo la fase de mayor logro la de planificación de la solución del problema con 78.83% de siempre y 19.25% casi siempre respectivamente, se mejoró los aprendizajes de representaciones, conceptos y las proposiciones del análisis matemático II. La nota final del curso fue de 15±2, lo que demuestra que incorporando el método de Polya en el proceso aprendizaje del análisis matemático II mejora los rendimientos académicos.

Palabras clave: Método de Polya, resolución de problemas, aprendizaje significativo, análisis matemático II

Abstract

The objective of this research was to study the change in academic performance when applying the Polya method in the learning of mathematical analysis II in students of the professional school of mathematics, of the Faculty of Physical Sciences and Mathematics of the National Pedro University. Ruiz Gallo. The design for the research was a case study with monitoring of the Polya method - mixed. The sample was made up of 13 students from the V cycle enrolled in the subject of mathematical analysis II, the instruments for data collection were made up of the academic performance tests, and a Likert scale questionnaire to measure the perception in the use of the Polya method at the end of the experience. The grades increased highly significantly from the first to the second test, from 7.77 ± 3.24 to 11 ± 3.46, * t = -2.27, P <0.01, and significantly from the third test to the fourth from 13.23 ± 2.36 at 15.08 ± 1.38 with ** t = -1.92, P <0.05. In the student's perception of the influence of the Polya method on their learning, 76.44% and 16.83% affirm that it always and almost always respectively allowed them to learn, being the phase of greatest achievement that of planning the solution of the problem with 78.83% always and 19.25% almost always respectively, the learning of representations, concepts and propositions of mathematical analysis II was improved. The final grade for the course was 15 ± 2, which shows that incorporating Polya's method in the learning process of mathematical analysis II improves academic performance.

Keywords: Polya method, problem solving, meaningful learning, mathematical analysis II

Introducción

En la actualidad una dificultad constante de los estudiantes del pre grado es el logro de aprendizajes significativos en el área de matemáticas y de modo muy particular los estudiantes de la carrera profesional de matemáticas.

El análisis matemático II necesita incorporar ciertas metodologías y estrategias pedagógicas para su enseñanza y naturalmente para su aprendizaje, fundamentalmente fundadas en operaciones intelectuales y lógicas tales como el análisis, la síntesis, la deducción o la inducción y esto parece que el método de Polya puede brindarnos, sobre todo, en la comprensión, la planificación ejecución de metacognición de la solución de problemas que tiene como faces el Método de Polya.

La realidad, en cuanto al desempeño de los estudiantes es el bajo nivel de logro en matemática específicamente en análisis matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG, siendo este problema formulado como sigue:

¿El Método propuesto por George Polya influye en el aprendizaje significativo del Análisis Matemático II en los estudiantes del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG-2019?

El objeto de estudio de la presente investigación recayó en el aprendizaje significativo en resolución de problemas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Siendo el objetivo general:

Aplicar el Método George Polya, para lograr un aprendizaje significativo de Análisis Matemático II en los estudiantes del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG

Mientras que los objetivos específicos son:

a) Diagnosticar el nivel de conocimiento de los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG-2019 en la región y provincia de Lambayeque.

b) Analizar las tendencias sobre el estudio del aprendizaje significativo del área de matemáticas en estudiantes de educación superior incidiendo con los fundamentos teóricos de metodología y didáctica del Método George Polya.

c) Analizar los fundamentos teóricos de metodología y didáctica del Método George Polya, al mismo tiempo el aprendizaje significativo.

d) Evaluar los resultados a través de test de salida cuestionario aplicado a los estudiantes a los estudiantes.

Además, el campo de acción es Método de George Polya del área de matemáticas, por lo que se propone como hipótesis:

"Si se aplica el método de George Pólya entonces se elevará el rendimiento académico de los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG, basado en la teoría del aprendizaje significativo".

Si se acepta que el centro del proceso educativo es el estudiante, entonces, el estímulo de creatividad y su pensamiento crítico reflexivo fortalecerán su aprendizaje significativo; pero para ello se requerirá de estrategias de aprendizaje.

Por ello, esta investigación se planteó y realizó como una alternativa para mejorar la práctica educativa de Matemática, del nivel superior. En esta perspectiva se aplicó el Método George Polya en la asignatura de análisis matemático II obteniendo aprendizajes significativos en los estudiantes.

El presente trabajo de investigación, se ha organizado en cuatro capítulos: En el primer capítulo: corresponde al marco teórico que implica los antecedentes de la investigación, las investigaciones realizadas sobre el Método George Polya, sistematiza las bases teóricas científicas que sustentan la investigación, operacionalización de variables y la hipótesis. En el segundo capítulo: corresponde a una descripción de la metodología empleada, tipo, método y diseño de investigación asimismo la población y muestra a emplear, técnicas e instrumentos de recolección, procesamiento y análisis de datos. En el tercer capítulo está referido a la demostración de la validez de los resultados obtenidos. En el cuarto capítulo se discuten los resultados. Y por último se presentan las conclusiones y las recomendaciones.

Capítulo I

Diseño Teórico

1.1 Antecedentes de la Investigación

Existen numerosos trabajos de investigación sobre la deficiencia de demostración de teoremas y resolución de problemas de matemáticas en el nivel superior en estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG-2019 en la región y provincia de Lambayeque. La mayor parte de éstos se basan en enfoques psicológicos y pedagógicos; pero es mínimo el abordaje desde una perspectiva deductiva.

Dado que un trabajo de investigación tiene referentes teóricos-empíricos es necesario enunciar los antecedentes que ayudan a fundamentar esta investigación.

Casimiro, María, (2017), en su investigación **"Estrategias metodológicas para la mejora de los aprendizajes en el área de matemática plan de acción"**, determinó que: "la incidencia del método de Polya en la resolución de problemas de ecuaciones demuestra que el docente debe aplicar nuevas herramientas, estrategias y métodos para facilitar en el estudiante el proceso enseñanza- aprendizaje, asimismo este método facilita el desarrollo del razonamiento y la habilidad en la resolución de problemas de ecuaciones. Aporta en los estudiantes la formación de nuevos hábitos de trabajo llevándolos a un resultado positivo en su aprendizaje en la resolución de problemas de ecuaciones. El método de Polya puede utilizarse como una nueva herramienta que contribuya a la innovación en el curso de matemáticas. Se recomienda utilizar el método de Polya como una nueva herramienta que contribuya a facilitar el desarrollo del razonamiento y habilidad en los estudiantes durante el proceso de aprendizaje".

Rodríguez, Nicolás, (2017), en su investigación **"Aplicación del método Pólya en el desempeño académico de los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Física de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos"** aspiro que: "al aplicar el método Polya según su estructura se pudo mejorar significativamente el desempeño académico del estudiante. El método Polya ha demostrado en múltiples casos su efectividad, y al considerar su simplicidad y fácil aplicación, se estima que el uso de este método favoreció significativamente en la mejora del desempeño académico de los estudiantes de la EPEF de la UNMSM. Es importante, señalar que es de total utilidad la aplicación del método Pólya de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática, ya que servirá como vía para mejorar el desempeño académico y permitirá dinamizar el procesar de la enseñanza y aprendizaje".

Zegarra, Rignoberto, (2018), en su investigación **"El Método Polya y su relación con el nivel del logro del aprendizaje matemático en los estudiantes de Estudios Generales de la Universidad de San Martín de Porres"**, propone que: "existe una relación muy buena entre el uso el Método Polya y el nivel del logro del aprendizaje matemático en los estudiantes, en tal sentido, esta investigación se realizó con el objetivo de dar a conocer una de las maneras en que el método de resolución de problemas denominado Método de Polya puede motivar a los estudiantes, brindándoles el camino adecuado para plantear un problema en forma diferente y conseguir satisfactoriamente su resolución".

1.2 Base Teórica

1.2.1. Estrategias Metodológicas Para La Enseñanza De La Matemática

Schoenfeld, (1988), afirmó que: "las estrategias metodológicas para la enseñanza son secuencias integradas de procedimientos y recursos utilizados por el formador con el propósito de desarrollar en los estudiantes capacidades para la adquisición, interpretación y procesamiento de la información; y la utilización de estas en la generación de nuevos conocimientos, su aplicación en las diversas áreas en las que se desempeñan la vida diaria para, de este modo, promover aprendizajes significativos. Las estrategias deben ser diseñadas de modo que estimulen a los estudiantes a observar, analizar, opinar, formular hipótesis, buscar soluciones y descubrir el conocimiento por sí mismos. Para que una institución pueda ser generadora y socializadora de conocimientos es conveniente que sus estrategias de enseñanza sean continuamente actualizadas, atendiendo a las exigencias y necesidades de la comunidad donde esté ubicada. Existen varias estrategias metodológicas para la enseñanza de la matemática. En la guía desarrollamos algunas, como resolución de problemas, actividades lúdicas y modelaje".

1.2.2. Resolución de problemas.

Blanco, (1991), afirmó que: "desde una perspectiva histórica la resolución de problemas ha sido siempre el motor que ha impulsado el desarrollo de la matemática. Pero, este papel clave de los problemas no se traduce, en general, como la actividad principal en las sesiones de aprendizaje de matemática de nuestros institutos como eje del desarrollo del currículo. Al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas. Por todo esto, la resolución

de problemas está siendo muy estudiada e investigada por los educadores. Su finalidad no debe ser la búsqueda de soluciones concretas para algunos problemas particulares sino facilitar el desarrollo de las capacidades básicas, de los conceptos fundamentales y de las relaciones que pueda haber entre ellos".

Las finalidades de la resolución de problemas según *Blanco, (1991)* son: "Hacer que el estudiante piense productivamente, desarrollar su razonamiento, enseñarle a enfrentar situaciones nuevas, darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática, hacer que las sesiones de aprendizaje de matemática sean más interesantes y desafiantes, equiparlo con estrategias para resolver problemas y darle una buena base matemática".

Tipos de problemas:

Baroody, (1988), afirmó que: "existen muchos tipos de problemas. La diferencia más importante para los profesores de matemática, es que existen los problemas rutinarios y los que no son rutinarios. Un problema es rutinario cuando puede ser resuelto aplicando directa y mecánicamente una regla que el estudiante no tiene ninguna dificultad para encontrar; la cual es dada por los mismos maestros o por el libro de texto. En este caso, no hay ninguna invención ni ningún desafío a su inteligencia. Lo que el alumno puede sacar de un problema como éste es solamente adquirir cierta práctica en la aplicación de una regla única. Un problema no es rutinario cuando exige cierto grado de creación y originalidad por parte del alumno. Su resolución puede exigirle un verdadero esfuerzo, pero no lo hará si no tiene razones para ello. Un problema no rutinario: Deberá tener un sentido y un propósito, desde el punto de vista del alumno. Deberá estar relacionado, de modo natural, con objetos o situaciones familiares. Deberá servir a una finalidad comprensible para él. Las situaciones que se consiguen crear y proponer en las aulas pueden tener diversos tipos y grados de problematización".

1.2.3. El plan de Polya.

Polya, G., (1945), afirmó que: "este plan consiste en un conjunto de cuatro pasos y preguntas que orientan la búsqueda y la exploración de las alternativas de solución que puede tener un problema. Es decir, el plan muestra cómo atacar un problema de manera eficaz y cómo ir aprendiendo con la experiencia. La finalidad del método es que la persona examine y remodele sus propios métodos de pensamiento de forma sistemática, eliminando obstáculos y llegando a establecer hábitos mentales eficaces; lo que Polya denominó pensamiento productivo. Pero seguir estos pasos no garantizará que se llegue a la respuesta correcta del problema, puesto que la resolución de problemas es un proceso complejo y rico que no se limita a seguir instrucciones paso a paso que llevarán a una solución, como si fuera un algoritmo. Sin embargo, el usarlos orientará el proceso de solución del problema. Por eso conviene acostumbrarse a proceder de un modo ordenado, siguiendo los cuatro pasos".

En el prefacio de su libro *How to Solve It* (Cómo plantear y resolver problemas) Polya, G., (1945), su pensamiento y su propuesta todavía siguen vigentes. En el prefacio de su libro, él dice: "Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por medios propios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimir una huella imperecedera en la mente y en el carácter. Pólya recomienda que para desarrollar la capacidad de resolución de problemas es fundamental estimular, en los alumnos, el interés por los problemas, así como también proporcionarles muchas oportunidades de practicarlos".

De forma práctica el alumno, según Polya, debería hacerse las siguientes preguntas en cada fase.

Entender el problema

¿Entiende todo lo que dice?

¿Puede replantear el problema?

¿Diferencia cuáles son los datos?

¿Conoce a qué quiere llegar?

¿Se tiene suficiente información?

¿Hay información desconocida para usted?

¿Este problema es similar a otro que haya hecho?

Configurar un plan

¿Entiendes todo lo que dice?

Hacer una lista, gráfico, figura, diagrama.

¿Hay alguna definición, teorema o corolario que pueda usar para demostrar el teorema?

Resolver un problema similar, por ejemplo, reduciendo las dimensiones.

Ejecutar el plan y dar una respuesta.

Implementa la estrategia que escogiste hasta solucionar completamente el problema.

Si no logras solucionar el problema, empieza de nuevo.

Busca nueva estrategia.

Mirar hacia atrás.

Comprobar el resultado

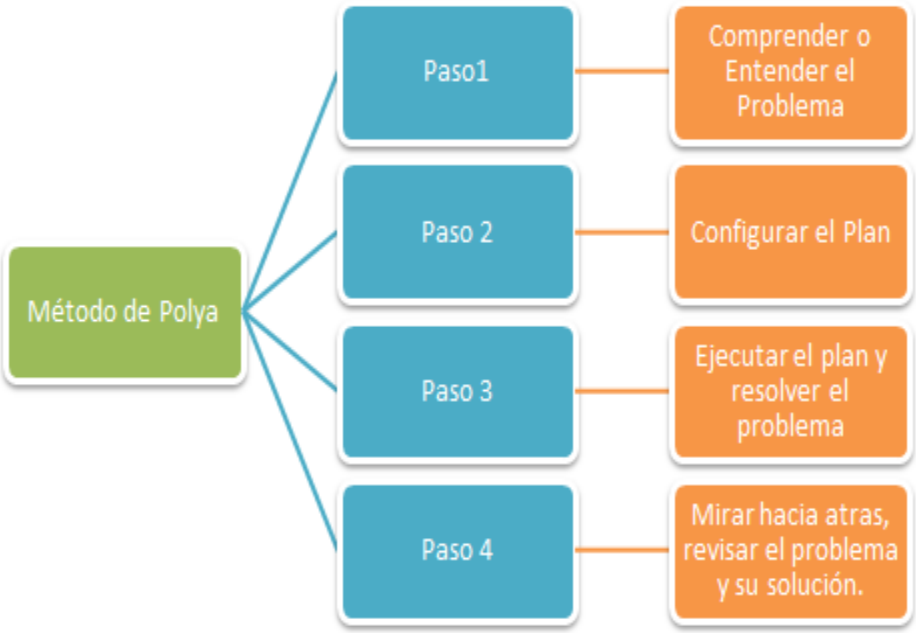
¿Tu respuesta es correcta?

¿Tus resultados satisfacen lo requerido en el problema?

¿Se te ocurre otra solución más sencilla?

¿Puedes extender la solución a un caso más general?

Figura 1: Las cuatro fases del Método de Polya



1.2.2. Base Teórica de Análisis Matemático II

El análisis matemático II es una asignatura de contenido muy amplio, aquí se presentan las definiciones medulares y algunos teoremas más relevantes de la asignatura:

Definición 1

La *bola abierta* de centro en un punto $a \in R^n$ y radio $r > 0$ es el conjunto de los pontos $x \in R^n$ cuya distancia al punto a es menor que r. Usaremos la notación B (a; r) para indicar ese conjunto, así: $B(a; r) = \{x \in R^n; |x - a| < r\}$.

Análogamente, definiremos la *bola cerrada* B [a; r] y la *esfera* S [a; r], ambas con centro a y radio r, poniendo: $B[a; r] = \{x \in R^n; |x - a| = r\}$ y $S[a; r] = \{x \in R^n; |x - a| = r\}$.

Definición 2

Un subconjunto $X \subset R^n$ se dice *limitado* cuando existe un número real $c > 0$ tal que $|x| = c$ para todo $x \in X$. Esto equivale a decir que X está contenido en la bola cerrada de centro en el origen y radio c.

Definición 3

Una *sucesión* en R^n es una aplicación $x: N \rightarrow R^n$, definida en el conjunto N dos números naturales. El valor que esa aplicación asume en el número k es indicado con x es llamado el k-ésimo término de la sucesión. Usaremos las notaciones (x_k), $(x_1, x_2, \ldots x_k, \ldots)$ o (x_k) para indicar la sucesión cuyo k-ésimo termino es x_k. Una *subsucesión* de $(x_k)_{k \in N}$ es la restricción de la sucesión a un subconjunto infinito $N' = \{k_1 < k_2 < \cdots < k < \cdots\} \subset N$. La subsucesión es denotada por las notaciones $(x_k)_{k \in N'}$ o $(x_{ki})_{i \in N}$ o $(x_{k1}, x_{k2}, \ldots, x_{ki}, \ldots)$. Se dice que la sucesión (x_k) es *limitada* cuando el conjunto de sus términos es limitado en R^n, o sea, cuando

existe un número real $c > 0$ tal que $|x_k| \leq c$ para todo $k \in N$. Una sucesión (x_k) en R^n equivale a n sucesiones de números reales.

Definición 4

Dados dos conjuntos $X \subset R^m$ e $Y \subset R^n$, un *homeomorfismo* entre X y Y es una biyección continua $f: X \rightarrow Y$, cuja inversa $f^{-1}: Y \rightarrow X$ también es continua. Se dice entonces que X y Y son conjuntos homeomorfos.

Definición 5

Un conjunto $X \subset R^n$ se llama *abierto* cuando todos sus puntos son interiores, esto es, cuando para cada $x \in X$ existe $d > 0$ tal que $B(x; d) \subset X$. Así, X es abierto $\Leftrightarrow$ int $X = X$.

Teorema 1.

Sea $f: X \rightarrow R^n$ una aplicación definida no conjunto $X \subset R^n$. Para que f sea continua, es necesario y suficiente que la imagen inversa $f^{-1}(A)$ de todo abierto $A \subset R^n$ sea un conjunto abierto en X.

Definición 6

Un conjunto $X \subset R^n$ se llama *cerrado* cuando contiene todos sus pontos adherentes, esto es, cuando $X = \bar{X}$. Decir que $X \subset R^n$ es cerrado significa, por tanto, lo siguiente:

$$\text{si} \lim_{x \to \infty} x_k = a \text{ y } x_k \in X \text{ para todo } k \in N \text{, entonces } a \in X \text{ .}$$

Teorema 2.

Sea $f: X \rightarrow R^n$ una aplicación definida no conjunto $X \subset R^n$. Para que f sea continua, es necesario y suficiente que la imagen inversa $f^{-1}(F)$ de todo cerrado $F \subset R^n$ sea un conjunto cerrado en X.

Definición 7

Diremos que un conjunto $K \subset R^n$ es *compacto* cuando es limitado y cerrado.

Teorema 3

Un conjunto $K \subset R^n$ es compacto si, y solamente si, toda sucesión de puntos $x_k \in K$ posee una subsucesión que converge para un punto de K.

Definición 8

Un conjunto $X \subset R^n$ se llama *conexo* cuando no admite otra cisión a no ser de la trivial. Así, cuando X es conexo, $X = A \cup B$, con A, B disjuntos y abiertos en X, implica $A = \emptyset$ o $B = \emptyset$.

Teorema 4

La imagen de un conjunto conexo por una aplicación continua es un conjunto conexo.

Definición 9

Un *camino* en R^n es una aplicación f: I → R^n, cuyo dominio es un intervalo I ⊂ R. Para cada t ∈ I, tenemos f(t) = (f_1(t), …, f_n(t)). Las n funciones f_i: I → R son llamadas funciones coordenadas de f. Se escribe entonces, f = (f_1, . . ., f_n).

Definición 10

Cuando el camino f posee vector velocidad en un punto, decimos que f es diferenciable en ese punto. Si existe f'(a) para todo a ∈ I, decimos que f: I → R^n es un camino *diferenciable*.

Definición 11

Si existe el límite $\lim_{|P|\to 0}\sum(f;P^*)$ diremos que el camino f es *integrable*, y a este límite le llamaremos la integral del camino f en el intervalo [a, b] y escribiremos:

$$\int_a^b f(t)dt = \lim_{|P|\to 0}\sum(f;P^*).$$

Teorema 5

Teorema Fundamental del Cálculo para caminos.

Sea f: [a, a + h] → R^n un camino con derivada integrable. Entonces

$$f(a+h)-f(a)=\int_a^{a+h} f'(t)dt=\int_0^1 f'(a+th)\,dt.$$

Definición 12

Dado el camino f: [a, b] → R^n, hagamos variar a P entre todas las particiones del intervalo [a, b]. Sí el conjunto de los números l(P), así obtenidos, fuera limitado, diremos que f es un *camino rectificable* y al número l(f) = sup l(P), extremo superior de las longitudes de las poligonales inscritas en f, llamaremos la *longitud del camino f.*

Teorema 6

Todo camino f: [a, b] → Rn de clase C1 es rectificable , con $l(f)=\int_a^b |f'(t)|\,dt.$

Definición 13

Dada f: U → R, con U ⊂ R^n, sea a ∈ U. Diremos que la función f es *diferenciable en el punto* $a \in U$ cuando existieren constantes $A_1, A_2, ..., A_n$ tales que, para todo vector $v=(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) \in$ R^n con $a+v \in U$ se tenga $f(a+v)=f(a)+A_1 \cdot \alpha_1 + ... + A_n \cdot \alpha_n + r(v),$ donde $\lim_{v \to 0} \frac{r(v)}{|v|}=0.$

Cuando f es diferenciable en todos los puntos de U, decimos simplemente que *f es diferenciable*.

Definición Equivalente a la 13

Diremos que la función f: U → R es *diferenciable en el punto a* $\in U$ cuando existieren las derivadas parciales

$\frac{\partial f}{\partial x_1}(a),...,\frac{\partial f}{\partial x_n}(a)$ y, además de eso, para todo vector $v=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)\in$ R^n con $a+v\in U$ tuviéramos

$$f(a+v)=f(a)+\frac{\partial f}{\partial x_1}(a)\cdot\alpha_1+...+\frac{\partial f}{\partial x_n}(a)\cdot\alpha_n+r(v),\ \text{donde}\ \lim_{v\to 0}\frac{r(v)}{|v|}=0.$$

Definición 14

Sea f: U → R definida no abierto U ⊂ R^n, diferenciable en el punto a ∈ U. La *diferencial de f en el punto a* es el funcional lineal df(a): R→ R, cuyo valor en el vector $v=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)\in$ R^n es dado por

$$df(a)\cdot v=\frac{\partial f}{\partial v}(a)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}(a)\cdot\alpha_i$$

Teorema 6

Teorema del Valor Medio

Sea f: U → R diferenciable en todos los pontos del segmento de recta abierto (a, a+v) y sea continua su restricción al segmento cerrado [a, a + v] ⊂ U ⊂ R^n. Existe θ ∈ (0, 1) tal que:

$$f(a+v)-f(a)=df(a+\theta v)\cdot v=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}(a+\theta v)\cdot\alpha_i,$$

donde $v=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n)$.

Teorema 7

Teorema de Schwarz

Sea f: U → R dos veces diferenciable en el punto c ∈ U ⊂ R^n. Para cualquiera $1 \leq i, j \leq n$, se tiene:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(c) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}(c).$$

Teorema 8

Teorema de la Función Implícita

Sea $f: U \to \mathbb{R}$ una función de clase C^k $k \geq 1$ definida en el conjunto abierto $U \subset R^2$ y $(x_0, y_0) \in U$ tal que $f(x_0, y_0) = c$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \neq 0$. Entonces existe un rectángulo abierto $I \times J$ de centro (x_0, y_0), tal que $f^{-1}(c) \cap (I \times J)$ es el gráfico de una función $\xi : I \to J$, de clase C^k, se tiene $\xi'(x) = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$ estas derivadas son calculadas en el punto $(x, \xi(x))$.

Definición 15

Sean f, a: [a, b] → R dos funciones reales definidas en el intervalo compacto [a, b]. A cada partición puntillada $P^* = (P, \xi)$, $P = \{a = t_0 < t_1 <, ..., t_n = b\}$, $t_{i-1} \leq \xi_i \leq t_i$, del intervalo [a, b],

le asociaremos la suma de Stieltjes $\sum(f,\alpha,P^*)=\sum(P^*)$, definida por $\sum(P^*)=\sum f(\xi_i)\left[\alpha(t_i)-\alpha(t_{i-1})\right]$.

Definiremos la *Integral de Stieltjes de f relativamente a* α como sigue:

$$\int_a^b f(t)\,d\alpha=\lim_{|P|\to 0}\sum(P^*).$$

El límite anterior puede ser que no exista. En caso exista, se dice que *f es integrable según Stieltjes*, relativamente a α.

Teorema 9

Si f es continua y α es de clase C^1 en [a, b] entonces $\int_a^b f(t)\,d\alpha=\int_a^b f(t)\alpha'(t)dt$.

1.2.3. Modelo metodológico para el aprendizaje significativo del análisis matemático-II con el Método de Polya.

Tabla 1 ***Fases del Método de Polya y aprendizaje de representaciones, conceptos y proposiciones del aprendizaje significativo en el Análisis Matemático II, demostración de teoremas.***	
Demuestre el siguiente teorema: Sea $f: U \to \mathbb{R}$ una función de clase C^k $(k \geq 1)$ definida en el conjunto abierto $U \subset \mathbb{R}$^2 y $(x\_0, y\_0) \in U$ tal que f (x_0, y_0)=c, $(\partial f)/\partial y(x\_0, y\_0) \neq 0$, entonces existe un rectángulo abierto $I \times J$ de centro (x_0, y_0), tal que f^(-1) (c) ∩ $(I \times J)$ es el gráfico de una función $\xi: I \to J$, de clase C^k, se tiene $[\![\xi'(x) = (-(\partial f)/\partial x)/((\partial f)/\partial y)$ estas derivadas son calculadas en el punto $(x, \xi(x))$ con $(x\_0, y\_0) \in I \times J$.	
COMPRENDER EL PROBLEMA (Conceptos y representaciones)	**CONFIGURAR UN PLAN (Conceptos y proposiciones)**
1. Identifico los conceptos: Función de clase C^k. Funciones diferenciales. Imagen inversa de un punto.	1. Como $(x_0, y_0) \in U$ buscar la existencia de una bola. 2. Saber lo que significa $(\partial f)/\partial y(x\_0, y\_0) \neq 0$. 3. Analizar qué forma tiene este conjunto f^(-1)(c).

Gráfica de una función. Derivadas parciales. **2.** Elaboro un gráfico.	**4.** Determinar cómo se conseguirá la función $\xi: I \to J$.

EJECUTAR EL PLAN (Proposiciones, diferenciando afirmaciones de justificaciones)

AFIRMACIONES	***JUSTIFICACIONES***
1. ∃un abierto $I \times J \subset U$ tal que $(x_0, y_0) \in I \times J$	Ya que $(x_0, y_0) \in U$, U es un conjunto abierto.
2. ∃δ>0, ε>0 tal que $I = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ $J = (y_0 - \varepsilon, y_0 + \varepsilon)$, además $I \times \overline{J} \subset U$.	Por ser I, J abiertos.
3. Supongamos que $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) > 0$, sin pérdida de generalidad.	$\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \neq 0$
4. La función $y \to f(x, y)$ es estrictamente creciente en el intervalo $\overline{J}$.	Porque $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) > 0$
5. Observe que $f(x, y_0 - \varepsilon) < c$ y $f(x, y_0 + \varepsilon) > c$.	
6. Para cada $x \in I$, existe un único $y = \xi(x) \in \overline{J}$ tal que $f(x, y) = c$.	Por el teorema del valor intermedio.
7. $f^{(-1)}(c) \cap (I \times \overline{J}) = f^{(-1)}(c) \cap (I \times J)$ es el gráfico de la función $\xi : I \to J$	Puesto que $y \in J$.
8. Ahora se demostrará que ξ es C^1.	
9. $f(x+h, \xi(x)+k) = f(x, \xi(x)) = c$	$k = \xi(x+h) - \xi(x)$
10. Sea ahora $0 = f(x+h, \xi(x)+k) - f(x, \xi(x))$	
11. Existe θ con $0 < \theta < 1$ tal que, $\frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h, \xi(x)+\theta k).h + \frac{\partial f}{\partial y}(x+\theta h, \xi(x)+\theta k).k = 0$	Por el Teorema del Valor Medio. aplicado a $0 = f(x+h, \xi(x)+k) - f(x, \xi(x))$

12. Observe que: $\frac{\xi(x+h)-\xi(x)}{h}=\frac{k}{h}=-\frac{\frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h,\xi(x)+\theta k)}{\frac{\partial f}{\partial y}(x+\theta h,\xi(x)+\theta k)}$	De las afirmaciones 9 y 11.
13. Es continua $\xi: I \to J$.	Ya que $\bar{J}$ es compacto.
14. $\xi'(x)=-\frac{\frac{\partial f}{\partial x}(x,\xi(x))}{\frac{\partial f}{\partial y}(x,\xi(x))}$	Puesto que $\xi'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\xi(x+h)-\xi(x)}{h}=\lim_{h\to 0}-\frac{\frac{\partial f}{\partial x}(x+\theta h,\xi(x)+\theta k)}{\frac{\partial f}{\partial y}(x+\theta h,\xi(x)+\theta k)}$
EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA (Proposiciones y pensamiento crítico)	
La función ξ es la función buscada, permite escribir la variable y en función de la variable x, además de ser diferenciable.	
Fuente: Segundo Examen, julio del 2020	

1.3. Teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel.

1.3.1. Aprendizaje significativo

Según Ausubel, D., (1983) plantea que: "el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por estructura cognitiva, al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de estabilidad".

"Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con mentes en blanco o que el aprendizaje de los alumnos comience de cero, pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de

experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio".

Ausubel resume este hecho de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

Requisitos para el aprendizaje significativo

Al respecto Ausubel, D. dice que: "el alumno debe manifestar […] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria"

Según Ausubel, D., (1983) lo anterior presupone: "que el material sea potencialmente significativo, esto implica que el material de aprendizaje pueda relacionarse de manera no arbitraria y sustancial (no al pie de la letra) con alguna estructura cognoscitiva específica del alumno, la misma que debe poseer significado lógico es decir, ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno, este significado se refiere a las características inherentes del material que se va aprender y a su naturaleza. Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo, se puede decir que ha adquirido un significado psicológico de esta forma el emerger del significado psicológico no solo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideáticos necesarios, en su estructura cognitiva". p.48

Ausubel, D., (1983) afirma que: "el que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas. Por ejemplo, la proposición: *en todos los casos en que un cuerpo sea acelerado, es necesario que actúe una fuerza externa sobre tal para producir la aceleración*, tiene significado psicológico para los individuos que ya poseen algún grado de conocimientos acerca de los conceptos de aceleración, masa y fuerza".

"Disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Así independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva ".

13.2. Tipos de aprendizaje significativo

Según Ausubel, D., (1983) es importante recalcar que: "el aprendizaje significativo no es la simple conexión de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la simple conexión, arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones".

Aprendizaje de representaciones (primera fase)

Para Ausubel, D., (1983) el aprendizaje de representaciones es: "el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto Ausubel dice: Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan. Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra pelota, ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la pelota que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva". p.46

Aprendizaje de conceptos (primera y tercera fase)

Por otro lado, según Ausubel, D., (1983) los conceptos se: "definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos, partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones. Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del ejemplo anterior podemos decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra pelota, ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural pelota, en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de

pelota a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños. El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una pelota, cuando vea otras en cualquier momento". p.61

Aprendizaje de proposiciones (tercera y cuarta fase)

Según Ausubel, D., (1983) este tipo de aprendizaje: "va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones. El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e idiosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición". P.67

Figura 2: Tipos de aprendizaje significativo

1.3.4. Ventajas del aprendizaje significativo

Según Ausubel, D., (1983) sostiene que: "el Aprendizaje Significativo tiene claras ventajas sobre el Aprendizaje Memorístico, produce una retención más duradera de la información. Modificando la estructura cognitiva del alumno mediante reacomodos de la misma para integrar a la nueva información, facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos en forma significativa, ya que al estar clara mente presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos. La nueva información, al relacionarse con la anterior, es depositada en la llamada memoria a largo plazo, en la que se conserva más allá del olvido de detalles secundarios concretos. Es activo, pues depende de la asimilación deliberada de las actividades de aprendizaje por parte del alumno. Es personal, pues la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del alumno (conocimientos previos y la forma como éstos se organizan en la estructura cognitiva). A pesar de estas ventajas, muchos alumnos prefieren aprender en forma memorística, convencidos por triste experiencia que frecuentemente los profesores evalúan el aprendizaje mediante

instrumentos que no comprometen otra competencia que el recuerdo de información, sin verificar su comprensión. Es útil mencionar que los tipos de aprendizaje memorístico y significativo son los extremos de un continuo en el que ambos coexisten en mayor o menor grado y en la realidad no podemos hacerlos excluyentes. Muchas veces aprendemos algo en forma memorista y tiempo después, gracias a una lectura o una explicación, aquello cobra significado para nosotros; o lo contrario, podemos comprender en términos generales el significado de un concepto, pero no somos capaces de recordar su definición o su clasificación". p.72

1.3 Hipótesis

Si se aplica el método de George Polya entonces se elevará el rendimiento académico de manera significativa en los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG.

Capítulo II

Métodos y Materiales

2.1 Tipo de Investigación

La investigación es de tipo aplicada de enfoque mixto es decir cualitativo por cuanto se desea conocer como el estudiante aprende cuando es conducido con la metodología de Polya, y cuantitativo por cuanto las evaluaciones fueron pruebas que se calificaron en el sistema vigesimal, y ver el cambio en los rendimientos académicos en la asignatura de Análisis matemático II.

2.2 Método de Investigación

En la investigación se utilizan los métodos descriptivo, analítico e interpretativo. A la muestra de estudiantes (caso) se tuvo bajo observación en el desarrollo de la metodología de Polya. (Grupo sólo después)

2.3 Diseño de Contrastación de la hipótesis

El diseño para probar la hipótesis es de naturaleza cuasi experimental mixto: estudio de caso - solo después con un solo grupo, dado que se estudia cómo el alumno aprende el análisis matemático II (caso), guiándolo con la metodología de Polya.

2.4 Población

La población lo constituyó los estudiantes matriculados en la asignatura de análisis matemático II, ciclo académico 2019, estudiantes de matrícula regular no repitentes del curso, V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG

La muestra

La muestra fue de tipo censal equivalente a la población estudiantes de matrícula regular que llevan todas las asignaturas del ciclo, una de las cuales es la asignatura de análisis matemático II, el grupo es llamado cuasi-estático (en el contexto educacional) constituida por 13 estudiantes, 10 hombres y 3 mujeres del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG.

Muestreo

El muestreo fue de tipo criterial por ser grupo cuasi- estático.

2.5 Técnicas e instrumentos.

Las técnicas usadas fueron de tipo documental puesto que se revisó la base teórica de del análisis matemático II, la base teórica del método de Polya, la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel etc., Los instrumentos fueron prueba de entrada y de salida, cuatro evaluaciones de acuerdo al contenido de la asignatura, cada prueba con las cuatro fases del método de Polya orientadas al aprendizaje significativo y un cuestionario sobre percepción del aprendizaje.

2.6 Procesamiento y Análisis de Datos

En el procesamiento de los datos se necesitó el promedio y la desviación estándar tanto en el pre como en el postest; así como, en las pruebas de control de aprendizajes por cada unidad del contenido del análisis matemático II. Se usó el test de Student, para ver la significación de cambio en el aprendizaje de una prueba a otra. En el cuestionario de percepción se usó la distribución de frecuencia porcentual.

Capítulo III

Resultados

En la tabla 2 se muestra las temáticas del contenido de la asignatura del análisis matemático II distribuido en cuatro unidades, la topología y caminos en el espacio euclidiano, la tercera función real de n variables y en la cuarta unidad las integrales curvilíneas. Se detalla también las calificaciones de una prueba de entrada, de cuatro pruebas preparadas con los contenidos de la asignatura y de una prueba de salida. En cada una de ellas se tiene una pregunta representativa de cada unidad de modo que se cubra la validez de contenido, para ser resueltas usando el método de Polya. Cuatro preguntas para una nota de 20 en el sistema vigesimal, prueba cuya función es dar cuenta de cómo se encuentra el nivel de los conocimientos relacionados con la asignatura.

La prueba de entrada arroja un promedio de 5 ± 5.12, esto muestra un rendimiento muy bajo y muy disperso dado por la desviación estándar de las notas. La misma prueba fue aplicada

después de la cuarta prueba, arrojando un promedio de 15 ± 2.17 muy parecido a la cuarta prueba con pequeña variación.

En las dos primeras evaluaciones se muestra la diferencia significativa; así como, en las dos últimas, lo cual muestra la influencia en la mejora del rendimiento y apropiación de la metodología de solucionar las pruebas.

Tabla 2 *Calificaciones de entrada- salida y pruebas del contenido de análisis matemático II, desarrollado con el método de Polya, en alumnos del quinto ciclo de la escuela profesional de matemática de la UNPRG.*					
Prueba I: Topología en el espacio euclidiano.					
Prueba II: Caminos en el espacio euclidiano.					
Prueba III: Funciones reales de n variables.					
Prueba I V: Integrales curvilíneas.					
Proceso de investigación Método de Polya en el Aprendizaje de Análisis Matemático II					
PRE-TEST	*Prueba I	*Prueba II	**Prueba III	**Prueba IV	POST-TEST
5 ± 5.12	7.77 ± 3.24	11 ± 3.46	13.23 ± 2.36	15.08 ± 1.38	15 ± 2.17
	*t=-2.27, P<0.01		**t =-1.92, P<0.05		
Fuente: Evaluaciones del ciclo académico 2019-I					

Las preguntas fueron tipo desarrollo porque permitió ver la metodología de Polya y los tipos de aprendizaje de significativo de Ausubel, los proceso, el análisis y justificaciones de los pasos, así como las relaciones que se establece en los teoremas y definiciones, son muy adecuadas en la asignatura, como se aprecia en la tabla 1 del modelo metodológico.

Figura 3: Rendimiento académico de análisis matemático II en los estudiantes del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2019

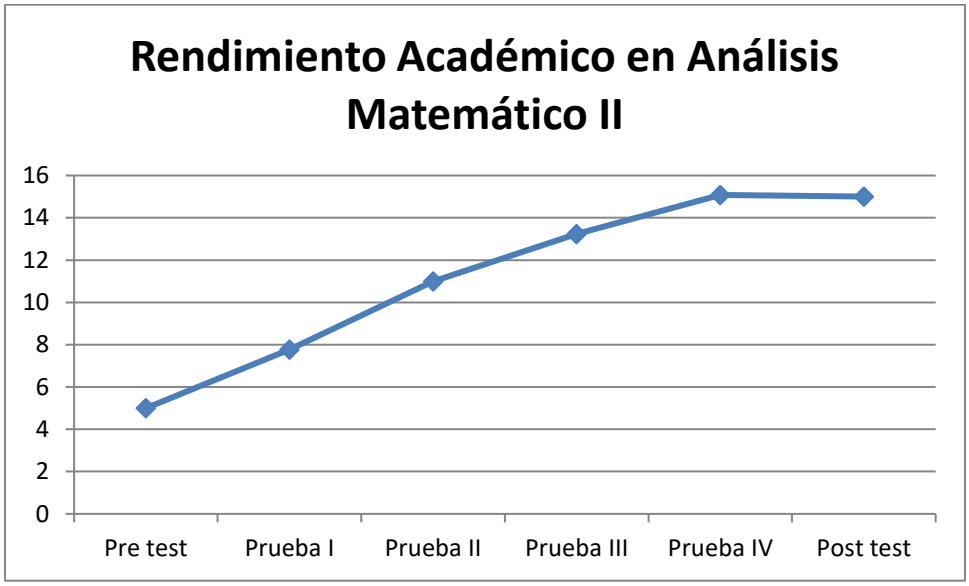


Tabla 3

Percepción de los estudiantes de la influencia del método de Polya en el aprendizaje del Análisis Matemático II- UNPRG.

1: Nunca 3: Casi nunca 5: Casi siempre 7: Siempre

Indicadores por dimensión del método	VALORACIÓN (n=13)%			
Dimensión 1: Comprender el problema	**1**	**3**	**5**	**7**
1. Entiendo el enunciado del problema.	0	0	23.1	76.9
2. Identifico las variables del enunciado del problema.	0	7.7	15.4	76.9
3. Relaciono las variables del problema.	0	15.4	15.4	69.2
4. Elaboro una representación gráfica del enunciado.	0	0	23.1	76.9
Porcentaje promedio de la dimensión	**0**	**5.78**	**19.25**	**74.98**
Dimensión 2: Elaborar un plan				
5. Elaboro una estrategia de solución del problema.	0	7.7	15.4	76.9
6. Reconozco las etapas de solución del problema.	0	0	30.8	69.2
7. Identifico las operaciones a realizar en cada etapa.	0	0	23.1	76.9
8. Relaciono las etapas de la estrategia.	0	0	7.7	92.3
Porcentaje promedio de la dimensión	**0**	**1.93**	**19.25**	**78.83**
Dimensión 3: Ejecutar el plan				
9. Verifico cada paso del plan.	0	15.4	7.7	76.9

10. Ejecuto las operaciones de cada etapa.	0	7.7	23.1	69.2
11. Justifico cada operación.	0	7.7	7.7	84.6
12. Integra todas las operaciones elaboradas.	0	15.4	15.4	69.2
Porcentaje promedio de la dimensión	**0**	**11.55**	**13.48**	**74.98**
Dimensión 4: Hacer la verificación				
13. Reviso si la solución encontrada es la pertinente.	0	15.4	15.4	69.2
14. Busco otra forma de solucionar el problema.	0	7.7	7.7	84.6
15. Verifico o compruebo la solución del problema.	0	7.7	23.1	69.2
16. Reflexiono si el procedimiento es el más adecuado.	0	0	15.4	84.6
Porcentaje promedio de la dimensión	**0**	**7.7**	**15.4**	**76.9**
PORCENTAJE PROMEDIO GENERAL	**0**	**6.73**	**16.83**	**76.44**

Fuente: Cuestionario aplicado el 20 julio de 2021

Capítulo IV

Discusión

Los resultados de la investigación permiten afirmar que el aprendizaje del análisis matemático II en los estudiantes de la escuela profesional de matemáticas conducido con la metodología propuesta por Polya se adecúa a la naturaleza de la asignatura, incluso las preguntas tipo texto permiten mejorar las competencias matemáticas de la identificación el análisis, establecer relaciones e interpretación, Se constató también la influencia significativa del Método Polya en el aprendizaje de las representaciones, los conceptos, y las proposiciones , tipos del aprendizaje significativo, se encontraron resultados similares en la tesis de Cárdenas y Gonzáles (2016), titulada: "Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las Tics, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas" quien concluye que: "la implementación de la estrategia didáctica, basada en el Método Polya, sirvió como elemento integrador de las 4 fases: Comprender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y verificar la respuesta; permitiendo a los estudiantes interpretar un problema, encontrar la estrategia adecuada para resolverlo y llevarla a cabo para encontrar la solución, Así mismo se determinó que existe una relación significativa entre el Método Polya el Nivel del logro en comunicación matemática en los estudiantes de *Estudios Generales de la Universidad de San Martín de Porres, Lima, 2017*",

En la tabla 2 se aprecia claramente, como el grupo va mejorando los aprendizajes en la prueba I obtienen 7.77 ± 3.24 en la calificación con fuerte dispersión respecto al promedio, en la prueba II 11 ± 3.46, se obtiene un buen salto pero todavía manteniendo la dispersión de los rendimientos es necesario acotar que en cada pregunta se planteaban situaciones para desarrollar los cuatro momentos de Polya; en la tabla 1 se presenta la metodología para abordar

las preguntas de Polya así como el aprendizaje de las representaciones los conceptos y proposiciones del aprendizaje según Ausubel, *t=-2.27, $P<0.01$

El tratamiento de la investigación como un estudio de caso por el hecho de realizar el seguimiento de las interrogantes de Polya y la apropiación de los aprendizajes según Ausubel se comprueba por el mejoramiento en los rendimientos de modo significativo en cada evaluación , llegando a la tercera y cuarta evaluación a consolidarse, estos rendimientos con 13.23 ± 2.36 y 15.08 ± 1.38 respectivamente diferencias que a la prueba t de Student resultaron significativas como se aprecia en la tabla 2, t =-1.92, $P<0.05$, certificándose en la prueba de salida en donde de obtuvo 15 ± 2.17 comprobándose así la hipótesis planteada.

Para conocer por parte de os estudiantes que recibieron el curso la percepción que tienen sobre la metodología experimentada, se aplicó un cuestionario de 16 preguntas, 4 por cada etapa de del método de Polya, con valoración tipo Likert, de siempre, casi siempre, casi nunca y nunca, las cuales tuvieron las siguientes respuestas (tabla 3):

En la fase del método Comprensión del problema, el 76.9% respondieron que siempre entendieron el enunciado y 23.1% casi siempre lo entendieron; en general el 75% siempre entendieron todas las operaciones que implica esta fase es decir identificó las variables del enunciado del problema, las relaciones entre ellas, así como elaboró una representación gráfica el problema, y el 19% casi siempre lo hizo etapa muy importante del aprendizaje significativo. En la etapa de Elaboración de un plan para el desarrollo del problema, en promedio el 79% lo hicieron y el 19% casi siempre lo hicieron, acá el hecho de que el 92% de estudiantes puedan relacionar la estrategia de solución del problema es reflejo de su comprensión integral del problema.

En lo que respecta a la ejecución del plan de solución del problema también resultó de mucho logro pues el 75% siempre ejecutó lo planificado y el 15 % casi siempre lo ejecutó, en esta etapa se de acuerdo a la naturaleza del curso es la justificación de cada operación lo más relevante, que lo hace siempre el 85% y el 8% casi siempre lo que significa logros de aprendizaje, finalmente en la metacognición o lo que en la etapa de Polya es la Verificación de la solución en promedio el 77% siempre lo realiza y el 15% casi siempre, esto es más del 90% termina las evoluciones haciendo una revisión del trabajo realizado lo que significa en términos del aprendizaje que se apropia de la metodología.

Conclusiones

El método de Polya incorporado en el proceso de enseñanza aprendizaje del análisis matemático II facilita al estudiante en la identificación de los elementos principales de los teoremas, lemas postulados, problemas, ejercicios etc. equivalentes a las representaciones, en el aprendizaje, en los estudiantes de la escuela profesional de matemática, de la Facultad de ciencias físicas y matemáticas mejore significativamente.

En la segunda fase del método de Polya es referida a la planificación de la solución del problema o la demostración de los teoremas presentados el estudiante logró desarrollar las habilidades. En la etapa de ejecución del plan de solución según Polya en el caso del análisis matemático los estudiantes desarrollas competencias de análisis, deducción de acuerdo a los tópicos del análisis matemático II.

En la etapa de revisión de la solución realizada del problema, implica la sistematización, el análisis la síntesis es decir la meta-análisis del curso

La evaluación durante del proceso mediante el desarrollo de cuatro exámenes, de una nota de 7.77 ± 3.24 en la primera parte del curso, se llegó a un rendimiento de 15.08 ±1.38

demostrándose la influencia significativa del método en mejora del rendimiento sobre todo con un alta homogenizad pues las dispersiones de las notas están en ± un punto en la cuarta prueba y en postest. Logran un promedio de 15 ± 2.17, puntaje que corrobora el rendimiento obtenido en las últimas evaluaciones.

La didáctica desarrollada del método de Polya se sustentó en las preguntas diseñadas en cada una de las etapas del método las cuales las cuales se relacionan con el aprendizaje significativo de las representaciones conceptos y proposiciones de la teoría de Ausubel.

La percepción de los estudiantes acerca de la influencia del método de Polya en el aprendizaje del Análisis Matemático II, es muy relevante pues el 76% de estudiantes declaran que siempre influye y el 17% que casi siempre influye, haciendo un 93% de estudiantes que perciben favorable el método para aprender Análisis Matemático II.

Recomendaciones

Se recomienda aplicar metodologías de que permitan describir, analizar y explicar los objetos matemáticos que se aprende en estudiantes de matemáticas.

Investigar comparativamente con diseños de Solomón y en grupos de mayor número de estudiantes.

I. Referencias bibliográficas.

- Ausubel, D, Novak, L y Hanesian, H. (1998). Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo. México: Editorial Trillas.
- Ausubel, D. (1991). Teoría del aprendizaje significativo
- Baroody, A. (1988), *"Resolución de problema".* Blog Del Área De Formación Inicial Docente.
- Blanco, A.M, (1991). *"La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la eso un ejemplo concreto".*
- Ballester, (1992). *"Estrategia para la resolución de problemas como un recurso para la interacción sociocultural".*
- Dewey, J., (1933), *"Resolución de problema".* Blog Del Área De Formación Inicial Docente.
- González, C., (1954*). "Estrategia Para La Resolución De Problemas Como Un Recurso Para La Interacción Sociocultural"*
- González, C., (1995). *"Estrategia Para La Resolución De Problemas Como Un Recurso Para La Interacción Sociocultural".*
- Guzmán, M., (1992). *"Estudio Teórico De Las Estrategias Para La Resolución De Problemas".*
- Lester, (1994.)*," La Enseñanza De Estrategias De Resolución De Problemas Matemáticos En La Eso1: Un Ejemplo Concreto".*
- Leontiev (1986*). "Estrategia Para La Resolución De Problemas Como Un Recurso Para La Interacción Sociocultural".*
- Monereo Carlos, (1998)." *Estrategias De Enseñanza Y Aprendizaje Formación Del Profesorado Y Aplicación En La Escuela".*

- Pólya G, (1957). *Estrategias Para La Solución De Problemas.I.E.S. Rosa Chacel.Dpto. de Matemáticas*
- Pólya George, G, (1981).” *Estudio Teórico De Las Estrategias Para La Resolución De Problemas”.*
- Polya, G. (1989). Cómo Plantear y resolver Problemas. México: Trillas.
- Puig, (1993)*.” La Enseñanza De Estrategias De Resolución De Problemas Matemáticos En La Eso Un Ejemplo Concreto”.*
- Schoenfeld, (1992). *“Aprender A Pensar Matemáticamente: Resolución De Problemas, Metacognición Y Sentido De Decisiones En Matemáticas “,* Nueva York: Macmillan Publishing Company
- Viar Pérez Rosa, (2007),” *Estrategias En La Resolución De Problemas”,* I.E.S. “Conde de Aranda” ALAGON
- http://www.academia.edu/9597578/UNIVERSIDAD_TANGAMANGA_PLANTEL_HUASTECA_TESIS_ALTERNATIVA_DID%C3%81CTICA_PARA_LA_COMPRENSI%C3%93N_Y_RESOLUCI%C3%93N_DE_PROBLEMAS_DE_SUSTRACCI%C3%93N
- http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/,Blog de Formación Inicial Docente .1
- http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-descargas/mundomate/pdf/001_Mundomate_estrategias_de_matematica.pdfEstrategias Metodológicas Para La Enseñanza De La Matemática, 2006, Año 1, Número 1.
- http://www.monografias.com/trabajos30/estrategias-matematica/estrategias-matematica.shtml#ixzz3rT3Jso8s, Planificación de estrategias para la enseñanza de la matemática.

- http://www.eumed.net/rev/ced/17/boh.htm

  Estrategia Para La Resolución De Problemas Como Un Recurso Para La Interacción Sociocultural.

- http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf Estrategias Para La Solución De Problemas.I.E.S. Rosa Chacel.Dpto. de Matemáticas.

- Http://Www.Raco.Cat/Index.Php/Ensenanza/Article/Viewfile/21745/21579

  La Enseñanza De Estrategias De Resolución De Problemas Matemáticos En La Eso Un Ejemplo Concreto.

- http://www.eumed.net/rev/ced/17/boh.htm , Estudio Teórico De Las Estrategias Para La Resolución De Problemas.

- http://www.eumed.net/rev/ced/17/boh.htm

  Estudio Teórico De Las Estrategias Para La Resolución De Problemas.

- http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial1, Resolución De Problemas.

Anexos

Anexo 1:

PRE TEST - POST TEST

Análisis Matemático II

Anexo 2:

Cuestionario:

Percepción del estudiante sobre el uso del Método Polya

Anexo 1

PRE TEST - POST TEST

Análisis Matemático II

Lea comprensivamente para dar respuesta a cada pregunta.

1. *Sean f y g dos homeomorfismos, pruebe que la función compuesta $g°f$ es también un homeomorfismo.*

2. **Demuestre el siguiente teorema**: *Un camino $f: I \to \mathbb{R}^n$, definido en un intervalo I, es continuo en el punto $a \in I$ si y solamente si, para toda sucesión de puntos $x_k \in I$ con $lim x_k = f(a)$, se tiene $\lim_{k\to\infty} f(x_k) = f(a)$.*

3. **De las justificaciones de cada afirmación en la demostración del siguiente teorema**: *Sea $f: U \to \mathbb{R}$ dos veces diferenciable en el punto $c \in U \subset \mathbb{R}^n$.Para cualesquiera $o \leq i, j \leq n$ se tiene $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(c) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}(c)$.*

Demostración:

Afirmaciones	**Justificaciones**
Supongamos que $U \subset \mathbb{R}^2$	
Sea c=(a, b) probaremos que $\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}$(a, b)= $\frac{\partial^2 f}{\partial y\, \partial x}$(a, b)	
Existe $\varepsilon > 0$ tal que el cuadrado (a$-\varepsilon$, a$+\varepsilon$) x(b$-\varepsilon$, b$+\varepsilon$) está contenido en U	
Para todo $t \in (-\varepsilon, \varepsilon)$ definamos $\varphi(t) = f(a+t, b+t) - f(a+$	

$t, b) - f(a, b + t) + f(a, b)$	
Haciendo $g(x) = f(x, b + t) - f(x, b)$, $\varphi(t) =$	
Luego existe $\theta \in (0,1)$ tal que $\varphi(t) = g'(a + \theta t)t$	
Así $\varphi(t) =$ …… en función de f.	
Luego $\frac{\partial f}{\partial x}(a + \theta t, b + t) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\theta t + \frac{\partial^2 f}{\partial y\, \partial x} t + \delta_1 t$ $\frac{\partial f}{\partial x}(a + \theta t, b) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\theta t + \delta_2 t$ donde $\lim_{t \to 0} \delta_1 = 0$ y $\lim_{t \to 0} \delta_2 = 0$.	
Así $\varphi(t) = \frac{\partial^2 f}{\partial y\, \partial x} t^2 + \delta t^2$ donde $\delta = \delta_1 - \delta_2$	
Por tanto: $\lim_{t \to 0} \delta = 0$	
Se sigue $\lim_{t \to 0} \frac{\varphi(t)}{t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y\, \partial x}$	
Por lo tanto, se concluye que $\lim_{t \to 0} \frac{\varphi(t)}{t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y\, \partial x}$.	Haciendo $g(x) = f(a + t, y) - f(a, y)$

4. Demuestre el siguiente teorema: *Sea $f: U \to \mathbb{R}$ una función de clase $C^k (k \geq 1)$ definida en el conjunto abierto $U \subset \mathbb{R}^2$ y $(x_0, y_0) \in U$ tal que $f(x_0, y_0) = c$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \neq 0$, entonces existe un rectángulo abierto IxJ de centro (x_0, y_0), tal que $f^{-1}(c) \cap (IxJ)$ es el gráfico de una función $\varepsilon: I \to J$, de clase C^k, además se tiene que $\varepsilon'(x) = \frac{-\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$, estas derivadas son calculadas en el punto $(x, \varepsilon(x))$ con $(x_0, y_0) \in IxJ$, el intervalo abierto I contiene a x_0, en cuanto J contiene a y_0.*

Suerte.

Anexo 2

Escuela Profesional de Matemáticas

Cuestionario:

Percepción sobre el uso del Método Polya

Marque con una X la valoración de su percepción sobre el uso del

Método Polya en el aprendizaje del Análisis Matemático II.

Datos Personales: Código …….. Sexo (M) (F) Ciclo ….

1: Nunca 3: Casi nunca 5: Casi siempre 7: Siempre Ítems	VALORACIÓN			
Dimensión 1: Comprender el problema	**1**	**3**	**5**	**7**
1. Entiendo el enunciado del problema. 2. Identifico las variables del enunciado del problema. 3. Relaciono las variables del problema. 4. Elaboro una representación gráfica del enunciado.				
Dimensión 2: Elaborar un plan	**1**	**3**	**5**	**7**
5. Elaboro una estrategia de solución del problema. 6. Reconozco las etapas de solución del problema.				

7. Identifico las operaciones a realizar en cada etapa. 8. Relaciono las etapas de la estrategia.				
Dimensión 3: Ejecutar el plan	**1**	**3**	**5**	**7**
9. Verifico cada paso del plan. 10. Ejecuto las operaciones de cada etapa. 11. Justifico cada operación. 12. Integra todas las operaciones elaboradas.				
Dimensión 4: Hacer la verificación	**1**	**3**	**5**	**7**
13. Reviso si la solución encontrada es la pertinente. 14. Busco otra forma de solucionar el problema. 15. Verifico o compruebo la solución del problema. 16. Reflexiono si el procedimiento es el más adecuado.				

Muchas gracias por tu colaboración

Anexo 3: Rúbricas de Expertos de Instrumentos de Recolección de Datos

ESCUELA DE POSGRADO
PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

Chiclayo, 20 de enero del 2019

Sr. Dr.
Eduar Vásquez Sánchez
Chiclayo. -
De mi consideración:

Reciba el saludo institucional y personal y al mismo tiempo para manifestarle lo siguiente: la suscrita está elaborando su investigación para obtener el grado de magister en maestría en ciencias con mención en docencia universitaria e investigación educativa

Como parte del proceso ha elaborado instrumentos de recolección de datos consistente en: una prueba de entrada y salida sobre conocimientos de análisis matemático II, un cuestionario de percepción del estudiante del análisis matemático II después de haber desarrollado el curso con aplicación del método de Polya.

Conocedora de su experticia en Investigación le solicito realizar la validación de los respectivos instrumentos, emitiendo su juicio crítico.

Para tal efecto, adjunto los siguientes documentos:

Instrumento 1: Prueba pretest - postest

Instrumento 2: Cuestionario de percepción sobre el método de Polya.

Sin otro particular quedo de usted.

Atentamente,

Lic. Ruiz Ramírez Milagros Lizeth
DNI:44833444

Título de la tesis

"Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático II en los estudiantes del V ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018".

Objetivo general:

Aplicar el Método George Polya, para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG- Lambayeque.

Hipótesis: Si se aplica el método de George Polya entonces se elevará el rendimiento académico de los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG, basado en la teoría del aprendizaje significativo.

PRE TEST - POST TEST
Análisis Matemático II

Lea comprensivamente para dar respuesta a cada pregunta.

1. *Sean f y g dos homeomorfismos, pruebe que la función compuesta $g \circ f$ es también un homeomorfismo.*

2. **Demuestre el siguiente teorema:** *Un camino $f: I \to \mathbb{R}^n$, definido en un intervalo I, es continuo en el punto $a \in I$ si y solamente si, para toda sucesión de puntos $x_k \in I$ con $\lim x_k = f(a)$, se tiene $\lim_{k \to \infty} f(x_k) = f(a)$.*

3. **De las justificaciones de cada afirmación en la demostración del siguiente teorema:** *Sea $f: U \to \mathbb{R}$ dos veces diferenciable en el punto $c \in U \subset \mathbb{R}^n$. Para cualesquiera $a \leq i, j \leq n$ se tiene $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(c) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}(c)$.*

Demostración:

Afirmaciones	Justificaciones
Supongamos que $U \subset \mathbb{R}^2$	
Sea $c=(a, b)$ probaremos que $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$	
Existe $\varepsilon > 0$ tal que el cuadrado $(a-\varepsilon, a+\varepsilon) \times (b-\varepsilon, b+\varepsilon)$ está contenido en U	
Para todo $t \in (-\varepsilon, \varepsilon)$ definamos $\varphi(t) = f(a+t, b+t) - f(a+t, b) - f(a, b+t) + f(a, b)$	
Haciendo $g(x) = f(x, b+t) - f(x, b)$, $\varphi(t) =$	
Luego existe $\theta \in (0,1)$ tal que $\varphi(t) = g'(\theta t)t$	
Así $\varphi(t) =$ ..... en función de f.	
Luego $\frac{\partial f}{\partial x}(a+\theta t, b+t) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^3 f}{\partial y^2 \partial x} t + \frac{\partial^3 f}{\partial y \partial x^2} t + \delta_1 t$ $\frac{\partial f}{\partial x}(a+\theta t, b) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \theta t + \delta_2 t$ donde $\lim_{t \to 0} \delta_1 = 0$ y $\lim_{t \to 0} \delta_2 = 0$.	
Así $\varphi(t) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} t^2 + \delta t^2$ donde $\delta = \delta_1 - \delta_2$	
Por tanto $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\varphi(t)}{t^2} - \delta$	
Se sigue $\lim_{t \to 0} \frac{\varphi(t)}{t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$	
Por lo tanto, se concluye que $\lim_{t \to 0} \frac{\varphi(t)}{t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$	Haciendo $g(x) = f(a+t, y) - f(a, y)$

4. Demuestre el siguiente teorema: *Sea $f: U \to \mathbb{R}$ una función de clase $C^k (k \geq 1)$ definida en el conjunto abierto $U \subset \mathbb{R}^2$ y $(x_0, y_0) \in U$ tal que $f(x_0, y_0) = 0$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \neq 0$, entonces existe un rectángulo abierto $I \times J$, de centro (x_0, y_0), tal que $f^{-1}(0) \cap (I \times J)$ es el gráfico de una función $\varepsilon: I \to J$, de clase C^k, además se tiene que $\varepsilon'(x) = \frac{-\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$, estas derivadas son calculadas en el punto $(x, \varepsilon(x))$ con $(x_0, y_0) \in I \times J$, el intervalo abierto I contiene a x_0, en cuanto J contiene a y_0.*

3.1. Validación de pretest-postest.

Contenido del análisis matemático II

Criterios		Preguntas			
		1	2	3	4
1. **SUFICIENCIA** Las preguntas son suficientes para evaluar los objetivos del estudio	B	X	X	X	X
	R				
	D				
2. **CLARIDAD** Las preguntas se comprenden fácilmente	B	X	X	X	X
	R				
	D				
3. **COHERENCIA** Las preguntas son coherentes con lo que se quiere evaluar	B	X	X	X	X
	R				
	D				
4. **RELEVANCIA** Las preguntas son importantes para lo que se quiere aprender.	B	X	X	X	X
	R				
	D				
Calificación de las preguntas: B:Buena. R:Regular. D:Deficiente					

Observaciones:

El cuestionario de preguntas elaborado para el pre y postest. es adecuado

Conclusión: Se puede aplicar en la toma de datos para la investigación.

Validado por : Dr. Eduar Vásquez Sánchez

Profesión : Lic. En estadística. (Colegio de estadísticos N° 1088)

: Doctor en Ciencias de la educación. (Colegio de doctores N°. 284)

Filiación : Profesor Principal Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas UNPRG

Cargo que desempeña: Docente

ORCID : https://orcid.org/0000-0002-5465-3483

E-mail : evasquez@unprg.edu.pe

Fecha : 05 Diciembre del 2021

Firma: _____

Escuela Profesional de Matemáticas
Cuestionario:
Percepción sobre el uso del Método Polya

Marque con una X la valoración de su percepción sobre el uso del Método Polya en el aprendizaje del Análisis Matemático II.

Datos Personales: Código…….. Sexo (M) (F) Ciclo …..

1: Nunca 3: Casi nunca 5: Casi siempre 7: Siempre Ítems	VALORACIÓN			
Dimensión 1: Comprender el problema	**1**	**3**	**5**	**7**
1. Entiendo el enunciado del problema. 2. Identifico las variables del enunciado del problema. 3. Relaciono las variables del problema. 4. Elaboro una representación gráfica del enunciado.				
Dimensión 2: Elaborar un plan	**1**	**3**	**5**	**7**
5. Elaboro una estrategia de solución del problema. 6. Reconozco las etapas de solución del problema. 7. Identifico las operaciones a realizar en cada etapa. 8. Relaciono las etapas de la estrategia.				
Dimensión 3: Ejecutar el plan	**1**	**3**	**5**	**7**
9. Verifico cada paso del plan. 10. Ejecuto las operaciones de cada etapa. 11. Justifico cada operación. 12. Integra todas las operaciones elaboradas.				
Dimensión 4: Hacer la verificación	**1**	**3**	**5**	**7**
13. Reviso si la solución encontrada es la pertinente. 14. Busco otra forma de solucionar el problema. 15. Verifico o compruebo la solución del problema. 16. Reflexiono si el procedimiento es el más adecuado.				
Muchas gracias				

3.2 Validación del cuestionario.

Validación del cuestionario.

COMPONENTE	CALIFICACIÓN				
	1	2	3	4	5
SUFICIENCIA ¿Los ítems son suficientes para evaluar los objetivos del estudio, es decir, el instrumento posee la cantidad suficiente de ítems?					X
CLARIDAD ¿Los ítems se comprenden fácilmente, es decir, están sintáctica y semánticamente están bien elaborados?					X
COHERENCIA ¿Los ítems son coherentes con lo que se quiere medir, es decir, tienen relación con los indicadores, dimensiones y la variable?					X
RELEVANCIA ¿Los ítems son importantes para lo que se quiere medir, es decir, dan calidad a la medición?					X
1:DEFICIENTE,2:REGULAR,3:BUENO 4: MUY BUENO, 5: EXCELENTE.					
RECOMENDACIONES: ***Conclusión: Aplicable para la toma de datos.***					

Validado por : Dr. Eduar Vásquez Sánchez

Profesión : Lic. En estadística. (colegio.1088)

: Doctor en Ciencias de la educación. (colegio. 284)

Filiación : Profesor Principal Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas UNPRG

Cargo que desempeña: Docente

ORCID : https://orcid.org/0000-0002-5465-3483

E-mail :evasquez@unprg.edu.pe……

Fecha : 05 Diciembre del 2021

Firma: _____

Anexo 4: Rúbricas de Expertos de Instrumentos de Recolección de Datos

ESCUELA DE POSGRADO
PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN CIENCIAS CON MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

Chiclayo, 20 de enero del 2019

Sr. Mag.
Elmer Lluen Cumpa
Chiclayo. -
De mi consideración:

Reciba el saludo institucional y personal y al mismo tiempo para manifestarle lo siguiente: la suscrita está elaborando su investigación para obtener el grado de magister en maestría en ciencias con mención en docencia universitaria e investigación educativa

Como parte del proceso ha elaborado instrumentos de recolección de datos consistente en: una prueba de entrada y salida sobre conocimientos de análisis matemático II, un cuestionario de percepción del estudiante del análisis matemático II después de haber desarrollado el curso con aplicación del método de Polya.

Conocedora de su experticia en Investigación le solicito realizar la validación de los respectivos instrumentos, emitiendo su juicio crítico.

Para tal efecto, adjunto los siguientes documentos:

Instrumento 1: Prueba pretest - postest

Instrumento 2: Cuestionario de percepción sobre el método de Polya.

Sin otro particular quedo de usted.

Atentamente,

Lic. Ruiz Ramírez Milagros Lizeth
DNI:44833444

Título de la tesis

"Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático II en los estudiantes del V ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018".

Objetivo general:

Aplicar el Método George Polya, para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG- Lambayeque.

Hipótesis: Si se aplica el método de George Polya entonces se elevará el rendimiento académico de los estudiantes de Análisis Matemático II del V ciclo de la escuela profesional de Matemáticas de la UNPRG, basado en la teoría del aprendizaje significativo.

PRE TEST - POST TEST
Análisis Matemático II

Lea comprensivamente para dar respuesta a cada pregunta.

1. *Sean f y g dos homeomorfismos, pruebe que la función compuesta $g^{\circ}f$ es también un homeomorfismo.*

2. **Demuestre el siguiente teorema:** *Un camino $f: I \to \mathbb{R}^n$, definido en un intervalo I, es continuo en el punto $a \in I$ si y solamente si, para toda sucesión de puntos $x_k \in I$ con $\lim x_k = f(a)$, se tiene $\lim_{k\to\infty} f(x_k) = f(a)$.*
3. **De las justificaciones de cada afirmación en la demostración del siguiente teorema:** *Sea $f: U \to \mathbb{R}$ dos veces diferenciable en el punto $c \in U \subset \mathbb{R}^n$. Para cualesquiera $o \leq i, j \leq n$ se tiene $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(c) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_i}(c)$.*

Demostración:

Afirmaciones	Justificaciones
Supongamos que $U \subset \mathbb{R}^2$	
Sea $c=(a, b)$ probaremos que $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(a, b) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(a, b)$	
Existe $\varepsilon > 0$ tal que el cuadrado $(a-\varepsilon, a+\varepsilon) \times (b-\varepsilon, b+\varepsilon)$ está contenido en U	
Para todo $t \in (-\varepsilon, \varepsilon)$ definimos $\varphi(t) = f(a+t, b+t) - f(a+t, b) - f(a, b+t) + f(a, b)$	
Haciendo $g(x) = f(x, b+t) - f(x, b)$, $\varphi(t) =$	
Luego existe $\theta \in (0,1)$ tal que $\varphi(t) = g'(a+\theta t)t$	
Así $\varphi(t) =$ …… en funcion de f.	
Luego $\frac{\partial f}{\partial x}(a+\theta t, b+t) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\theta t + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} t + \delta_1 t$ $\frac{\partial f}{\partial x}(a+\theta t, b) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\theta t + \delta_2 t$ donde $\lim_{t\to 0} \delta_1 = 0$ y $\lim_{t\to 0} \delta_2 = 0$.	
Así $\varphi(t) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} t^2 + \delta t^2$ donde $\delta = \delta_1 - \delta_2$	
Por tanto: $\lim_{t\to 0} \delta = 0$	
Se sigue $\lim_{t\to 0} \frac{\varphi(t)}{t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$	
Por lo tanto, se concluye que $\lim_{t\to 0} \frac{\varphi(t)}{t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.	Haciendo $g(x) = f(a+t, y) - f(a, y)$

4. Demuestre el siguiente teorema: *Sea $f: U \to \mathbb{R}$ una función de clase $C^k (k \geq 1)$ definida en el conjunto abierto $U \subset \mathbb{R}^2$ y $(x_0, y_0) \in U$ tal que $f(x_0, y_0) = c$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \neq 0$, entonces existe un rectángulo abierto $I \times J$ de centro (x_0, y_0), tal que $f^{-1}(c) \cap (I \times J)$ es el gráfico de una función $\varepsilon: I \to J$, de clase C^k, además se tiene que $\varepsilon'(x) = \frac{-\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$, estas derivadas son calculadas en el punto $(x, \varepsilon(x))$ con $(x_0, y_0) \in I \times J$, el intervalo abierto I contiene a x_0, en cuanto J contiene a y_0.*

4.1. Validación de pretest-postest.

Contenido del análisis matemático II

Criterios		Preguntas			
		1	2	3	4
1. **SUFICIENCIA** Las preguntas son suficientes para evaluar los objetivos del estudio	B	X	X	X	X
	R				
	D				
2. **CLARIDAD** Las preguntas se comprenden fácilmente	B	X	X	X	X
	R				
	D				
3. **COHERENCIA** Las preguntas son coherentes con lo que se quiere evaluar	B	X	X	X	X
	R				
	D				
4. **RELEVANCIA** Las preguntas son importantes para lo que se quiere aprender.	B	X	X	X	X
	R				
	D				
Calificación de las preguntas: B:Buena, R:Regular, D:Deficiente					

Observaciones:

El cuestionario de preguntas elaborado para el pre y postest es adecuado

Conclusión: Se puede aplicar en la toma de datos para la investigación.

Validado por : Elmer Lluen Cumpa

Profesión : Lic. En Matemática

: M.Sc. en matemática aplicada, Dr. Gestión pública y gobernabilidad.

Filiación : Colegio de matemáticos del Perú-COMAP

Cargo que desempeña: Docente UNPRG

ORCID : 0000-0002-3975-9407

E-mail : elmer.lluen@unprg.edu.pe

Fecha : 28/12/2021

Firma: _____

Escuela Profesional de Matemáticas
Cuestionario:
Percepción sobre el uso del Método Polya

Marque con una X la valoración de su percepción sobre el uso del Método Polya en el aprendizaje del Análisis Matemático II.

Datos Personales: Código..... Sexo (M) (F) Ciclo .....

1: Nunca 3: Casi nunca 5: Casi siempre 7: Siempre Ítems	VALORACIÓN			
Dimensión 1: Comprender el problema	**1**	**3**	**5**	**7**
1. Entiendo el enunciado del problema. 2. Identifico las variables del enunciado del problema. 3. Relaciono las variables del problema. 4. Elaboro una representación gráfica del enunciado.				
Dimensión 2: Elaborar un plan	**1**	**3**	**5**	**7**
5. Elaboro una estrategia de solución del problema. 6. Reconozco las etapas de solución del problema. 7. Identifico las operaciones a realizar en cada etapa. 8. Relaciono las etapas de la estrategia.				
Dimensión 3: Ejecutar el plan	**1**	**3**	**5**	**7**
9. Verifico cada paso del plan. 10. Ejecuto las operaciones de cada etapa. 11. Justifico cada operación. 12. Integra todas las operaciones elaboradas.				
Dimensión 4: Hacer la verificación	**1**	**3**	**5**	**7**
13. Reviso si la solución encontrada es la pertinente. 14. Busco otra forma de solucionar el problema. 15. Verifico o compruebo la solución del problema. 16. Reflexiono si el procedimiento es el más adecuado.				
Muchas gracias				

4.2 Validación del cuestionario.

Validación del cuestionario.

COMPONENTE	CALIFICACION				
	1	2	3	4	5
SUFICIENCIA ¿Los ítems son suficientes para evaluar los objetivos del estudio, es decir, el instrumento posee la cantidad suficiente de ítems?					X
CLARIDAD ¿Los ítems se comprenden fácilmente, es decir, están sintáctica y semánticamente están bien elaborados?					X
COHERENCIA ¿Los ítems son coherentes con lo que se quiere medir, es decir, tienen relación con los indicadores, dimensiones y la variable?					X
RELEVANCIA ¿Los ítems son importantes para lo que se quiere medir, es decir, dan calidad a la medición?					X
1:DEFICIENTE,2:REGULAR,3:BUENO 4: MUY BUENO, 5: EXCELENTE.					
RECOMENDACIONES: ***Conclusión: Aplicable para la toma de datos.***					

Validado por : Elmer Lluen Cumpa

Profesión : Lic. En Matemática

: M.Sc.Matemática aplicada, Dr. Gestión pública y Gobernabilidad

Filiación : Colegio de matemáticos del Perú-COMAP

Cargo que desempeña: Docente UNPRG

ORCID : 0000-0002-3975-9407

E-mail : elmer.lluen@unprg.edu.pe

Fecha : 28/12/2021

Firma: _____

Resultado del informe de similitud (SOLO el porcentaje de similitud).

Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático II en los estudiantes del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018

INFORME DE ORIGINALIDAD

15%	15%	2%	7%
ÍNDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	repositorio.unprg.edu.pe:8080 Fuente de Internet	2%
2	es.scribd.com Fuente de Internet	2%
3	Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo Trabajo del estudiante	2%
4	repositorio.unprg.edu.pe Fuente de Internet	1%
5	www.scribd.com Fuente de Internet	1%
6	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	1%
7	repositorio.une.edu.pe Fuente de Internet	1%
8	1library.co Fuente de Internet	<1%

GLORIA MARÍA ORTIZ BASAURI

DOCTORA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

DNI 16748071

MILAGROS LIZETH RUIZ RAMIREZ

9	Submitted to Universidad Catolica Los Angeles de Chimbote Trabajo del estudiante	<1 %
10	telelab3.iti.uned.es Fuente de Internet	<1 %
11	repositorio.ug.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
12	repositorio.unjfsc.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
13	Submitted to Consorcio CIXUG Trabajo del estudiante	<1 %
14	www.branchingnature.org Fuente de Internet	<1 %
15	pt.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
16	repositorio.uncp.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
17	Submitted to Universidad Católica de Santa María Trabajo del estudiante	<1 %
18	repositorio.uandina.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
19	www.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
20	idoc.pub Fuente de Internet	<1 %
21	docplayer.com.br Fuente de Internet	<1 %
22	gaceta.diputados.gob.mx Fuente de Internet	<1 %
23	repositorio.unc.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
24	Submitted to Universidad Cesar Vallejo Trabajo del estudiante	<1 %
25	hdl.handle.net Fuente de Internet	<1 %

Excluir citas	Activo	Excluir coincidencias	< 15 words
Excluir bibliografía	Activo		

CONSTANCIA de originalidad consignando el porcentaje del Turnitin los nombres completos y firmas del asesor y del autor.

CONSTANCIA DE TURNITIN

Yo, Gloria María Ortiz Basauri docente de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo y asesor de la tesis titulada "Método de Polya en el aprendizaje significativo de análisis matemático II en los estudiantes del v ciclo de la escuela profesional de matemáticas, FACFyM-UNPRG, 2018".de autoría de la alumna. Milagros Lizeth Ruiz Ramirez y habiendo sido capacitado e instruido en el uso de la herramienta Turnitin, he constatado lo siguiente:

Que la citada tesis tiene un índice de similitud del 15% verificable en el informe de originalidad del programa Turnitin, grado de coincidencia mínimo que convierte a la tesis en aceptable y no constituye plagio, en tanto cumple con todas las normas del uso de citas y referencias establecidas por la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Lambayeque, 30 de diciembre del 2021

Dra. Gloria María Ortiz Basauri
DNI: 16748071

Bach. Milagros Lizeth Ruiz Ramirez
DNI:44833444