

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
ESCUELA DE POSGRADO
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECÁNICA Y
ELÉCTRICA CON MENCIÓN EN ENERGÍA



TESIS

Calculo de flujo de carga en sistemas de potencia


**Presentada para obtener el Grado Académico de Doctor en Ciencias de la
Ingeniería Mecánica y Eléctrica con mención en Energía**

Investigador:
MSc. Sotero Solís Jaime Héctor

Asesor:
Dr. Guevara Quiliche Santos Henry

Lambayeque, 2024

Calculo de flujo de carga en sistemas de potencia




MSc. Jaime Héctor Soteio Solís
Autor




Dr. Guevara Quiliche Santos Henry
Asesor

Tesis presentada a la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
para optar el Grado Académico de: DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
MECANICA Y ELÉCTRICA CON MENCIÓN EN ENERGÍA

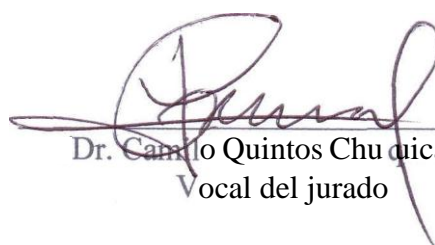
Aprobado por:



Dr. Arnulfo Cieza Ramos
Presidente del jurado



Dr. Oscar William Neciosup Obando
Secretario del jurado



Dr. Camilo Quintos Chuquicaliria
Vocal del jurado

Lambayeque, 2024

Acta de sustentación (copia)

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

152

Siendo las 10:00 horas del día 24 de mayo del año Dos Mil
veinticuatro, en la Sala de Sustentación de la Escuela de Posgrado de la
 Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, se reunieron los miembros del Jurado,
 designados mediante Resolución N° 364-2024-EPG-I de fecha 20-05-2024, conformado por:

Dr. Arnulfo Cieza Ramos PRESIDENTE (A)

Dr. Oscar William Noriega Obando SECRETARIO (A)

Dr. Camilo Quintos Chugucabua VOCAL

Dr. Santos Henry Guevara Quintiche ASESOR (A)

Con la finalidad de evaluar la tesis titulada "Cálculo de flujo
 de carga en sistemas de potencia"

presentado por el (la) Tesisista Jaime Hector Roberto Solis

sustentación que es autorizada mediante Resolución N° 364-2024-EPG-I de fecha 20
de mayo de 2024

El Presidente del jurado autorizó del acto académico y después de la sustentación, los señores
 miembros del jurado formularon las observaciones y preguntas correspondientes, las mismas que
 fueron absueltas por el (la) sustentante, quien obtuvo 19 puntos que equivale al
 calificativo de Muy Bueno

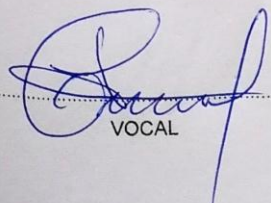
En consecuencia el (la) sustentante queda apto (a) para obtener el Grado Académico de:

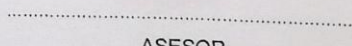
Doctor en Ciencias de la Ingeniería Mecánica y
Eléctrica con mención en Energía

Siendo las 12 horas del mismo día, se da por concluido el acto académico, firmando la
 presente acta.


 PRESIDENTE


 SECRETARIO


 VOCAL


 ASESOR

CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD

Yo, Dr. Guevara Quiliche Santos Henry, usuario revisor y asesor del documento titulado:

Calculo de flujo de carga en sistemas de potencia

Cuyo autor es, MSc. Sotero Solís, Jaime Héctor

Identificado con documento de identidad N° 18007486; declaro que la evaluación realizada por el Programa informático, ha arrojado un porcentaje de similitud de 9 % verificable en el resumen de Reporte automatizado de similitudes que se acompaña.

El suscrito analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas dentro del porcentaje de similitud permitido no constituye plagio y que el documento cumple con la integridad científica y con las normas para el uso de citas y referencias establecidas en los protocolos respectivos.

Se cumple con adjuntar el Recibo digital a efectos de trazabilidad respectiva del proceso

.

Lambayeque, 23 Abril de 2024



GUEVARA QUILICHE SANTOS HENRY
DN1: 17629546
ASESOR



JAIME HÉCTOR SOTERO SOLÍS
DNI: 18007486
AUTOR

Calculo de flujo de carga en sistemas de potencia

INFORME DE ORIGINALIDAD

9%

INDICE DE SIMILITUD

9%

FUENTES DE INTERNET

1%

PUBLICACIONES

3%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1

qdoc.tips

Fuente de Internet

1%

2

Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Trabajo del estudiante

1%

3

idoc.pub

Fuente de Internet

1%

4

hdl.handle.net

Fuente de Internet

<1%

5

repositorio.tec.mx

Fuente de Internet

<1%

6

www.slideshare.net

Fuente de Internet

<1%

7

eprints.uanl.mx

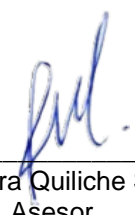
Fuente de Internet

<1%

8

Bingane, Christian. "Application De l'Optimisation Conique Au probleme d'ecoulement De Puissance Optimal.", Ecole Polytechnique, Montreal (Canada), 2021

<1%



Dr. Guevara Quiliche Santos Henry
Asesor

Publicación

9	nanopdf.com Fuente de Internet	<1 %
10	vbook.pub Fuente de Internet	<1 %
11	repositorio.utp.edu.co Fuente de Internet	<1 %
12	repositorio.unprg.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
13	Submitted to Aston University Trabajo del estudiante	<1 %
14	bibdigital.epn.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
15	bibliotecavirtual.dgb.umich.mx:8083 Fuente de Internet	<1 %
16	dokumen.site Fuente de Internet	<1 %
17	Submitted to The Hong Kong Polytechnic University Trabajo del estudiante	<1 %
18	fdocuments.es Fuente de Internet	<1 %
19	Submitted to University of Birmingham Trabajo del estudiante	<1 %



Dr. Guevara Quiliche Santos Henry
Asesor

20	dspace.ups.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
21	zagan.unizar.es Fuente de Internet	<1 %
22	cybertesis.uni.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
23	fr.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
24	departamento.us.es Fuente de Internet	<1 %
25	es.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
26	Submitted to Instituto Superior de Artes, Ciencias y Comunicación IACC Trabajo del estudiante	<1 %
27	Submitted to Escuela Politecnica Nacional Trabajo del estudiante	<1 %
28	tesis.ipn.mx Fuente de Internet	<1 %
29	worldwidescience.org Fuente de Internet	<1 %
30	ebin.pub Fuente de Internet	<1 %
31	es.slideshare.net	



Dr. Guevara Quiliche Santos Henry
Asesor

	Fuente de Internet	<1 %
32	cris.utec.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
33	repositorio.comillas.edu Fuente de Internet	<1 %
34	Submitted to Infile Trabajo del estudiante	<1 %
35	Submitted to University Of Tasmania Trabajo del estudiante	<1 %
36	aprenderly.com Fuente de Internet	<1 %
37	idus.us.es Fuente de Internet	<1 %
38	pt.scribd.com Fuente de Internet	<1 %
39	www.mdpi.com Fuente de Internet	<1 %
40	repositorioinstitucional.buap.mx Fuente de Internet	<1 %
41	Carla Terrón Santiago. "Desarrollo e implementación de un banco de ensayos virtual de aerogeneradores para diferentes regímenes de funcionamiento y condiciones	<1 %



Dr. Guevara Quiliche Santos Henry
Asesor

de fallo", Universitat Politecnica de Valencia, 2022

Publicación

42	Submitted to Nazarbayev University	<1 %
	Trabajo del estudiante	
43	acceda.ulpgc.es	<1 %
	Fuente de Internet	
44	e-archivo.uc3m.es	<1 %
	Fuente de Internet	
45	www.dee.feis.unesp.br	<1 %
	Fuente de Internet	
46	www.epa.gov	<1 %
	Fuente de Internet	
47	documentop.com	<1 %
	Fuente de Internet	

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo



Dr. Guevara Quiliche Santos Henry
Asesor



Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por **Turnitin**. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega:	Jaime Héctor Sotero Solís
Título del ejercicio:	Quick Submit
Título de la entrega:	Calculo de flujo de carga en sistemas de potencia
Nombre del archivo:	TESIS_Dr.doc
Tamaño del archivo:	2.12M
Total páginas:	169
Total de palabras:	18,062
Total de caracteres:	87,267
Fecha de entrega:	10-abr.-2024 05:23p. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega...	2345954887

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
ESCUELA DE POSGRADO
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA MECÁNICA Y
ELÉCTRICA CON MENCIÓN ENERGÍA



Calculo de flujo de carga en sistemas de potencia

TESIS

Presentada para obtener el grado académico de doctor
en ciencias de la ingeniería mecánica y eléctrica con
mención en energía

Investigador:
Mag. Sotero Solís Jaime Héctor

Asesor:
Dr. Guevara Quiliche Santos Henry

Lambayeque, Abril 2024

Dedicatoria

Este trabajo lo hice pensando en

Erasmo y Juana

mis padres

Leonardo, Victor, Teresa y Miguel

mis hermanos

Agradecimiento

Agradezco la paciencia de

Lucy Noemí

mi esposa.

El apoyo de Lucy Juana y Jaime Erasmo

mis hijos.

Omar Miguel

mi sobrino.

Y

La gracia de Joaquín, Solange y Albert, mis nietos

quienes verán cosas que hoy no imagino

GRACIAS.

Índice General

Acta de sustentación (copia)	iii
Dedicatoria	xi
Agradecimiento.....	xii
Índice General	xiii
Índice de Tablas	xiv
Índice de Figuras	xvi
Abstract	xix
Introducción	20
Capítulo I. Diseño Teórico	21
1.1 Antecedentes de la Investigación.....	21
1.2.2 Sistemas trifásicos.....	33
1.2.3 Sistemas por-unidad (pu)	45
1.2.4 Problema de flujo de carga	48
1.2.5 Métodos Numéricos.....	66
1.2.6 Método De Gauss-Seidel aplicado al flujo de carga	77
1.2.7 Método de Newton-Raphson aplicado al flujo de carga.....	86
1.2.8 Método de Desacoplo-Rápido aplicado al flujo de carga	95
1.3 Hipótesis	107
Capítulo II. Métodos y Materiales	108
2.1 Tipo de Investigación.....	108
2.2 Método de Investigación.....	108
2.3 Diseño de Contrastación.....	108
2.4 Población, Muestra y Muestreo	108
2.5 Técnicas, Instrumentos, Equipos y Materiales de Recolección de Datos	109
2.6 Procesamiento y Análisis de Datos	109
Capítulo III. Resultados.....	110
3.1 Descripción del Sistema SP3B	110

3.2 Solución del SP3B con el método de Gauss-Seidel	111
3.3 Solución del SP3B con el método de Newton-Raphson	121
Vector de funciones	125
3.4 Solución del SP3B con el método de Desacoplo-Rápido	130
3.5 Descripción del sistema SP4B	138
3.6 Solución del SP4B con el método de Gauss-Seidel	140
3.7 Solución del SP4B con el método de Newton-Raphson	151
3.8 Solución del SP4B con el método de Desacoplo-Rápido	164
Capítulo IV. Discusión	174
Conclusiones	177
Recomendaciones	178
Referencias Bibliográficas	178

Índice de Tablas

Tabla 1 Representación temporal y funcional de las variables voltaje y corriente	15
Tabla 2 Voltajes temporales en resistor, inductor y capacitor	16
Tabla 3 Fasor voltaje en función de fasor corriente	18
Tabla 4 Gráfico de fasores voltaje y corriente en resistor, inductor y capacitor	19
Tabla 5 Variables de la conexión Y-Y	29
Tabla 6 Variables de la conexión Y- Δ	31
Tabla 7 Ecuaciones de un transformador ideal	35
Tabla 8 Símbolos usados en un sistema de potencia.	39
Tabla 9 Variables en las barras de un sistema de potencia	48
Tabla 10 Datos de líneas sistema SP3B	101
Tabla 11 Datos de barras sistema SP3B	102
Tabla 12 Resultados sistema SP3B con método de Gauss-Seidel	111

Tabla 13	Resultados sistema SP3B con método de Newton-Raphson.....	120
Tabla 14	Resultados sistema SP3B con método de Desacoplo-Rápido.....	128
Tabla 15	Datos de líneas en el sistema SP4B.....	129
Tabla 16	Datos de barras en el sistema SP4B.....	130
Tabla 17	Datos del Transformador selector.....	130
Tabla 18	Resultados sistema SP4B con método de Gauss-Seidel.....	141
Tabla 19	Resultados sistema SP4B con método de Newton-Raphson.....	154
Tabla 20	Resultados sistema SP4B con método de Desacoplo-Rápido.....	164
Tabla 21	Iteraciones, tiempo de ejecución y error de cada método.....	167

Índice de Figuras

Figura 1	Graficas voltaje-corriente: (a) temporal, b) Fasorial.....	16
Figura 2	Gráfica corriente - voltaje en resistor, inductor y capacitor.....	17
Figura 3	Circuito alimentado por una fuente de potencia.....	20
Figura 4	Potencia cuando el ángulo de impedancia es cero.....	21
Figura 5	Potencia cuando el ángulo de impedancia es diferente de cero.....	22
Figura 6	Triangulo de potencia.....	23
Figura 7	Elementos básicos de un sistema de transmisión.....	24
Figura 8	Corte transversal a un generador trifásico.....	25
Figura 9	Secuencia abc de un generador trifásico balanceado.....	26
Figura 10	Secuencia acb de un generador trifásico balanceado.....	26
Figura 11	Generador en conexión estrella.....	27
Figura 12	Generador en conexión triangulo.....	27
Figura 13	Cargas balanceadas (a) conexión Y, (b) conexión Δ	28
Figura 14	Tres generadores y tres cargas en conexión Y-Y balanceada.....	29
Figura 15	Circuito monofásico equivalente para la conexión Y-Y.....	30
Figura 16	Conexión Y- Δ balanceada.....	30
Figura 17	Circuito monofásico equivalente para la conexión Y- Δ	31
Figura 18	Transformador monofásico y sus variables.....	33
Figura 19	Transformador monofásico con indicación de núcleo ferromagnético.....	33
Figura 20	Transformador monofásico-representación usual.....	34
Figura 21	Transformador ideal.....	34
Figura 22	Transformador ideal con impedancia Z en la bobina secundaria.....	35
Figura 23	Conexión de elementos en un sistema de potencia.....	40
Figura 24	Modelo grafico de una barra: (a) barra 1, (b) barra 20.....	40

Figura 25	Generador conectado a la barra k.....	41
Figura 26	Potencia ingresando a una barra.....	41
Figura 27	Modelo de línea de transmisión de longitud corta entre las barras k e i.....	42
Figura 28	Modelo equivalente- π de una línea de transmisión.....	42
Figura 29	Transformador con relación de transformación 1:1.....	43
Figura 30	Modelo de un transformador con relación de Transformación 1:1.....	43
Figura 31	Transformador con relación de transformación a:1.....	43
Figura 32	Modelo de transformador con relación de transformación a:1.....	44
Figura 33	Potencia de carga entregada en la barra k.....	45
Figura 34	Datos conocidos de una barra PQ.....	46
Figura 35	Datos conocidos de una barra PV.....	46
Figura 36	Datos conocidos de una barra V δ	47
Figura 37	Diagrama de flujo para cálculo de la matriz de admitancias.	50
Figura 38	Línea de transmisión entre dos barras.....	51
Figura 39	Corrientes en una línea de transmisión entre dos barras.....	51
Figura 40	Flujo de potencia que ingresa en una barra.	53
Figura 41	Interpretación física del flujo de potencia S en una barra.....	53
Figura 42	Diagrama general para cálculo de flujo de carga.....	56
Figura 43	Diagrama de flujo para el método de Gauss-Seidel.	61
Figura 44	Diagrama de flujo para el método de Newton-Raphson.....	67
Figura 45	Diagrama de flujo del método de Gauss- Seidel usado en flujo de carga.....	76
Figura 46.	Diagrama de flujo del método de Newton-Raphson usado en flujo de carga.....	85
Figura 47	Sistema de dos barras conectadas por una línea de transmisión con $R = 0$	88
Figura 48	Variación de P y Q en función de la fase en la barra k.....	89
Figura 49	Variación de P y Q en función del voltaje.....	90

Figura 50	Diagrama de flujo del método de Desacoplo-Rápido usado en flujo de carga....	97
Figura 51	Sistema de potencia SP3B.....	101
Figura 52	Relación alfa vs número de iteraciones.....	102
Figura 53	Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 1$	103
Figura 54	Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 1.5$	103
Figura 55	Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 2$	104
Figura 56	Sistema de potencia SP4B.....	129
Figura 57	Relación alfa vs número de iteraciones.....	131
Figura 58	Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 1.4$	131
Figura 59	Solución del sistema SP3B.....	165
Figura 60	Solución del sistema SP4B.....	166

Resumen

Este trabajo describe la aplicación de tres métodos numéricos iterativos en el cálculo de flujo de carga en un sistema de potencia eléctrico, para lograrlo se ha determinado el modelo matemático que resuelve el problema y luego el modelo se ha adaptado a cada uno de los métodos numéricos para resolver dos sistemas de potencia. Los resultados obtenidos por los tres métodos son los mismos, pero concluimos que el método de Newton-Rapson utiliza menos iteraciones, las ejecuta en menor tiempo y es más preciso que los métodos de desacoplo-rápido y Gauss-Seidel.

Palabras clave: Voltaje, corriente, ángulo de fase, potencia activa, potencia reactiva, sistema por unidad, métodos numéricos iterativos, admitancia, impedancia, barra, línea de transmisión, sistema trifásico balanceado, diagrama de flujo.

Abstract

This work describes the application of three iterative numerical methods in the calculation of load flow in an electrical power system. To achieve this, the mathematical model that solves the problem has been determined and then the model has been adapted to each of the numerical methods. to solve two power systems. The results obtained by the three methods are the same, but we conclude that the Newton-Rapson method uses fewer iterations, executes them in less time and is more precise than the fast-decoupling and Gauss-Seidel methods.

Keywords: Voltage, current, phase angle, active power, reactive power, per unit system, iterative numerical methods, admittance, impedance, bus, transmission line, balanced three-phase system, flow diagram.

Introducción

El cálculo de flujo de carga referido en este trabajo es para sistemas de potencia eléctrica trifásica balanceada en estado estable, estos funcionan con corriente eléctrica alterna (ca), cuya frecuencia es constante (60 Hz en nuestro país), razón por la cual revisaremos las definiciones y conceptos necesarios relacionados al análisis que permiten el cálculo de flujo de carga en tales sistemas.

Saber calcular el flujo de carga en un sistema de potencia eléctrica es fundamental porque su conocimiento nos permite determinar la operación y control de este, así como poder hacer simulaciones de posibles modificaciones o ampliación sin haber hecho instalaciones o supresiones de generadores, líneas de transmisión, transformadores, cargas, etc.

El cálculo de flujo de carga en un sistema de potencia dado permite conocer el fasor voltaje en cada una de las barras del sistema, con lo cual se calculan los flujos en las líneas de transmisión y la potencia de los generadores.

El sistema de ecuaciones que resuelve el flujo de cargas es no-lineal, por lo que debemos recurrir a métodos numéricos para dar solución a tal sistema de ecuaciones. Analizaremos y utilizaremos tres métodos numéricos iterativos para resolver el problema de flujo de carga, estos son:

- Gaus-Seidel
- Newton-Raphson
- Desacoplo-Rápido

Para cada uno de los métodos presentaremos un diagrama de flujo el cual indica los datos de línea y barras que debemos considerar y el orden en que deben ejecutarse los cálculos hasta lograr la respuesta con la tolerancia pre-determinada.

Capítulo I. Diseño Teórico

1.1 Antecedentes de la Investigación

Hazen, Schurig and Gardner (1930) comunican la instalación en el Laboratorio de Investigación en Ingeniería Eléctrica del Instituto Tecnológico de Massachusetts en Cambridge, de un equipo llamado *Analizador de Redes*, el cual fue diseñado y construido conjuntamente por el Instituto de Tecnología de Massachusetts y la General Electric Company. El analizador de redes M. I. T es un analizador de ca que permite determinar por medición directa el voltaje corriente, potencia y ángulo de fase en cualquier punto de una red de ca, con lo cual este equipo permitió hacer análisis para flujo de carga, estabilidad transitoria, análisis de corto circuito y cálculo de pérdidas

Larence L. Smith (1937) presenta un artículo donde propone un método de solución por aproximaciones sucesivas, el cual se basa en el hecho de que en todo nodo, el flujo total es cero. Con lo cual los valores de voltaje se corrigen sucesivamente hasta que se cumpla la ley de voltajes de Kirchhoff.

Ward and Hale (1956) presentan un método el cual constituye la primera solución notable con computadora digital al problema del flujo de carga, que es probablemente el tipo de problema más frecuente en el campo del análisis de redes de sistemas eléctricos. Para lograrlo utilizan análisis nodal y solución iterativa para obtener los voltajes que satisfacen las condiciones terminales establecidas con precisión preestablecida. Este trabajo constituye el primer algoritmo usado en problemas de flujo de carga haciendo uso del método de Gauss-Seidel. Los autores

consideran que la solución digital de este tipo de problema puede proporcionar una valiosa herramienta para complementar el analizador de redes ya que en muchos estudios de planificación de sistemas, el analizador de redes sigue siendo el mejor medio para proporcionar resultados de precisión adecuada de forma rápida y económica. En algunos estudios, como el análisis de pérdidas y las pérdidas incrementales, el analizador de red no proporciona suficiente precisión y, en tales casos, la solución informática digital obtiene una clara ventaja.

Esto es el inicio de la solución digital de los problemas en los sistemas de potencia y también inicia la implementación de diferentes métodos numéricos con el propósito de dar soluciones rápidas a sistemas de potencias grandes (cientos de barras).

La empresa BPA (Bonneville Power Administration), quien administra comercialmente la engría eléctrica de la presa Bonneville- EEUU, utilizó por primera vez este método programado en lenguaje Fortran y ejecutado en una computadora, la IBM 650.

Van Ness (1959) presenta un método de eliminación y dos años después Van Ness and. Griffin (1961) presentaron un método iterativo para calcular flujo de carga en sistemas de potencia, siendo una de sus características que el tiempo de cómputo y requisitos de memoria aumentaban con el tamaño del problema.

Tinney and Hart (1967) y Tinny and Walker (1967), hacen una mejora de solución a la que llamaron método de Newton.

Nguyen (1997) presenta la solución del flujo de carga con el método de Newton-Raphson, en forma compleja, dando las soluciones en forma fasorial.

Stott and Alsac (1974) presentan un artículo donde simplifican el método de Newton-Raphson, dando origen al método de desacoplo rápido el cual permite la solución de flujo de carga de manera confiable y rápido apropiado para cálculos de contingencia. El desarrollo del método está basado en la interpretación física de los flujos de potencia activa y reactiva. El artículo brinda detalles del desempeño del método en una serie de problemas prácticos.

Nitve and, Naik (2014) muestran la solución del sistema de seis barras IEEE-6 en estado estacionario con diferentes valores de carga, usando los métodos de Newton-Raphson y desacoplo rápido, mediante el software PSAT (*Power system analysis toolbox*).

Núñez Lopez (2015) menciona que en Ecuador, CENACE (Ente encargado de controlar y operar el sistema nacional interconectado) utiliza dos programas comerciales para sistemas de potencia, DIGSILENT PowerFactory y PSS/E, el primer programa utiliza el método de Newton-Raphson y el segundo programa utiliza los métodos de Newton-Raphson, Newton-Raphson-desacoplado, Newton-Raphson-desacoplado-rápido, Gauss-Seidel y Gauss-Seidel-modificado.

Actualmente existen empresas (todas extranjeras) que comercializan software para análisis de sistemas de potencia. Aparte de los mencionados tenemos otros como, ETAP, PowerWorld, CYME, Neplan, etc.

1.2 Base Teórica

El tema desarrollado en este trabajo está relacionado a los circuitos de corriente alterna (ca) en estado estable, por lo que presentamos un resumen de los conceptos y definiciones de corriente, voltaje, impedancia y potencia utilizadas en el análisis nodal

1.2.1 Fundamentos de ca

1.2.1.1 Voltaje y corriente

La tabla 1, muestra las expresiones de las variables voltaje y corriente en forma temporal y fasorial.

Tabla 1 Representación temporal y fasorial de las variables voltaje y corriente

Variable	Temporal	Fasorial
Voltaje	$v(t) = A_v \cos(\omega t + \theta_v)$	$\mathbf{V} = V \angle \theta_v$
Corriente	$i(t) = A_i \cos(\omega t + \theta_i)$	$\mathbf{I} = I \angle \theta_i$
	Donde	Donde
	A_v = Amplitud del voltaje A_i = Amplitud de la corriente θ_v = Angulo de fase del voltaje θ_i = Angulo de fase de la corriente $\omega = 2\pi f$ = frecuencia angular f = Frecuencia (60 Hz en Perú) t = Tiempo	V e I son valores eficaces

La figura 1, muestra las gráficas temporal y fasorial de las variables voltaje y corriente

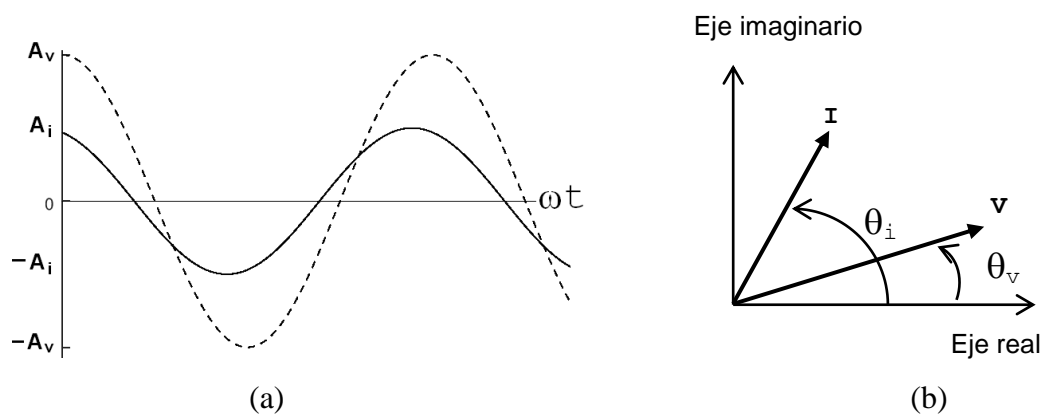


Figura 1 Graficas voltaje-corriente: (a) temporal, b) Fasorial

La tabla 2, muestra los voltajes en función de la corriente, en los elementos eléctricos pasivos.

Tabla 2 Voltajes temporales en resistor, inductor y capacitor

Relación temporal Voltaje -Corriente		
Elemento	Valor	$v(t)$
Resistor	$R (\Omega)$	$Ri(t)$
Capacitor	$C (F)$	$\frac{1}{C} \int i(t)dt$
Inductor	$L (H)$	$L \frac{di(t)}{dt}$

La figura 2 muestra graficas superpuestas de los voltajes y corrientes correspondientes a resistor, inductor y capacitor, para

$$i = A \cos(\omega t + 0)$$

En sistemas de potencia eléctrica es costumbre usar el grafico de voltaje temporal como referencia, entonces la lectura de la figura 2 indica que con respecto al voltaje, la corriente en el

- Resistor está en fase
- Inductor está retrasada 90°
- Capacitor está adelantado 90°

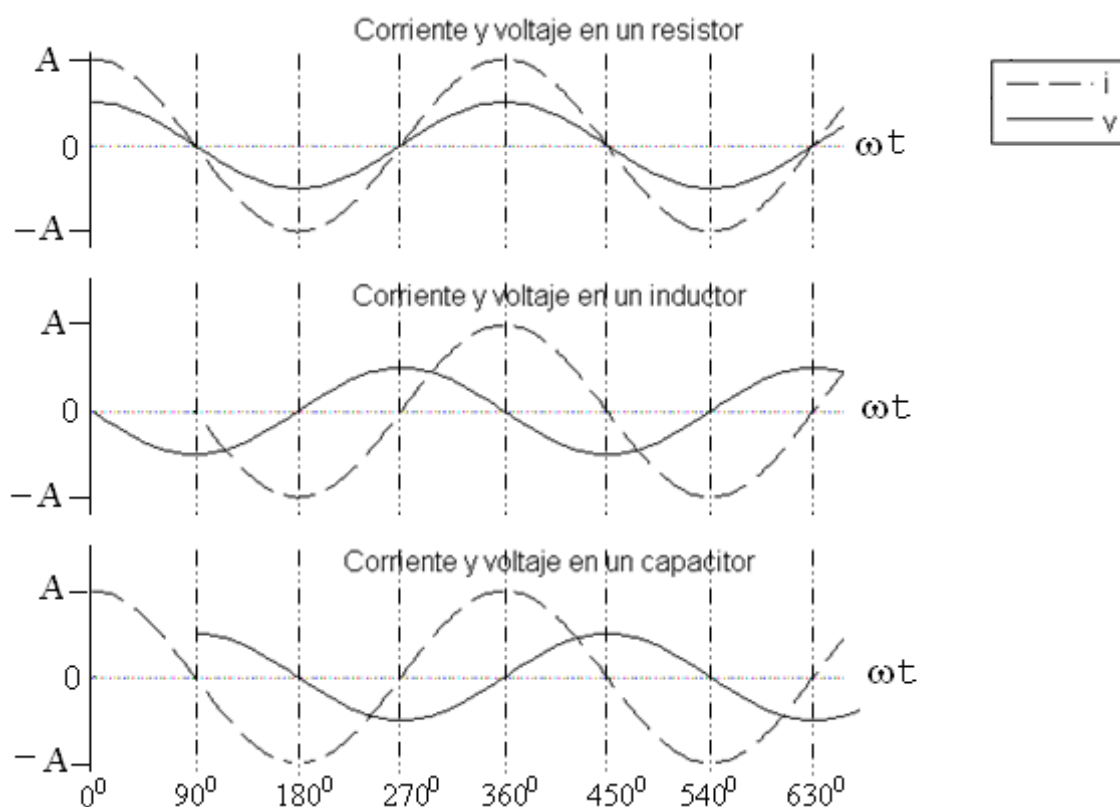


Figura 2 Gráfica corriente - voltaje en resistor, inductor y capacitor

La tabla 3, muestra los fasores voltajes en función del fasor corriente, en los elementos eléctricos pasivos.

Tabla 3 Fasor voltaje en función de fasor corriente

Relación Fasorial Voltaje -Corriente		
Elemento	Valor	V
Resistor	$R (\Omega)$	\mathbf{RI}
Capacitor	$C (F)$	$\frac{1}{j\omega C} \mathbf{I}$
Inductancia	$L (H)$	$j\omega L \mathbf{I}$

Si el elemento del circuito está dado por su impedancia \mathbf{Z} , las tres relaciones anteriores se reducen a la ecuación fasorial

$$\mathbf{V} = \mathbf{ZI} \quad (1)$$

Esta ecuación es la notación fasorial de la ley de Ohm, utilizada en los circuitos de ca.

En notación compleja la impedancia es

$$\mathbf{Z} = R + jX \quad (2)$$

Donde,

$R \equiv$ Resistencia

$X \equiv$ Reactancia

El inverso de la impedancia es la admitancia (\mathbf{Y}), su unidad es el Simens (S),

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}} \quad (3)$$

En notación compleja es

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j \mathbf{B} \quad (4)$$

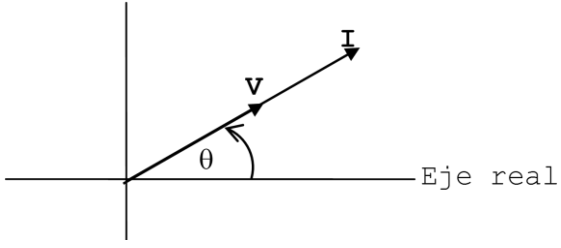
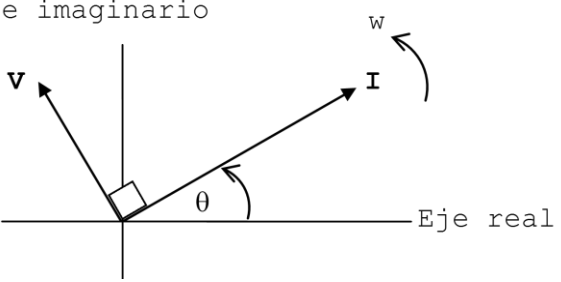
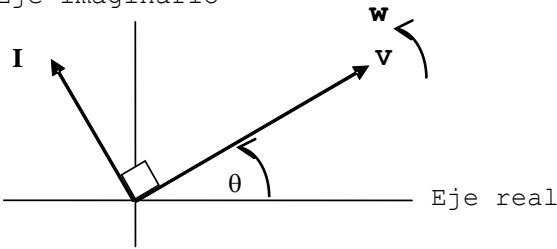
Donde,

\mathbf{G} , es la conductancia

\mathbf{B} , es la susceptancia

La Tabla 4, muestra los pares de fasores originados en cada uno de los componentes eléctricos pasivos.

Tabla 4 Fasores voltaje y corriente en resistor, inductor y capacitor

Elemento	Fase	Grafica fasorial V-I
Resistor	La corriente está en fase	<p>Eje imaginario</p>  <p>Eje real</p>
Inductor	La corriente está retrasada 90°	<p>Eje imaginario</p>  <p>Eje real</p>
Capacitor	La corriente esta adelantada 90°.	<p>Eje imaginario</p>  <p>Eje real</p>

1.2.1.2 Potencia

Cuando una fuente de potencia, se conecta a un circuito externo, este resulta activado por las dos variables temporales:

- $v(t)$ = Voltaje
- $i(t)$ = Corriente.

Físicamente, la potencia entregada por la fuente al circuito lo hace mediante el voltaje temporal $v(t)$, el cual origina la circulación de la corriente temporal $i(t)$. La figura 3 ilustra gráficamente el proceso.

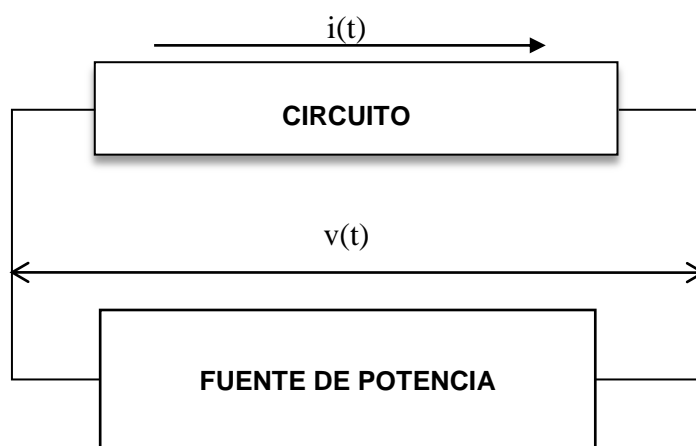


Figura 3 Circuito alimentado por una fuente de potencia

La potencia eléctrica instantánea $p(t)$, entregada por la fuente al circuito externo está dada por definición mediante la ecuación

$$p(t) = v(t) \times i(t)$$

Usando las variables temporales de voltaje y corriente, la potencia instantánea $p(t)$ entregada al circuito es

$$p(t) = V I \cos(\theta) [1 + \cos(2(\omega t + \theta_v))] + V I \sin(\theta) \sin(2(\omega t + \theta_v)) \quad (5)$$

Donde

V , es voltaje eficaz

I , es corriente eficaz

$\theta = \theta_v - \theta_i$, es el ángulo de impedancia

Es importante considerar el valor del ángulo de impedancia, pues de su valor depende la optimización del uso de la energía, como veremos al analizar la potencia en función del ángulo de impedancia en dos casos generales, estos son:

- Angulo de impedancia cero
- Angulo de impedancia diferente de cero

La figura 4 muestra las gráficas de potencia correspondiente a la ecuación (5) cuando, el ángulo de impedancia es cero.

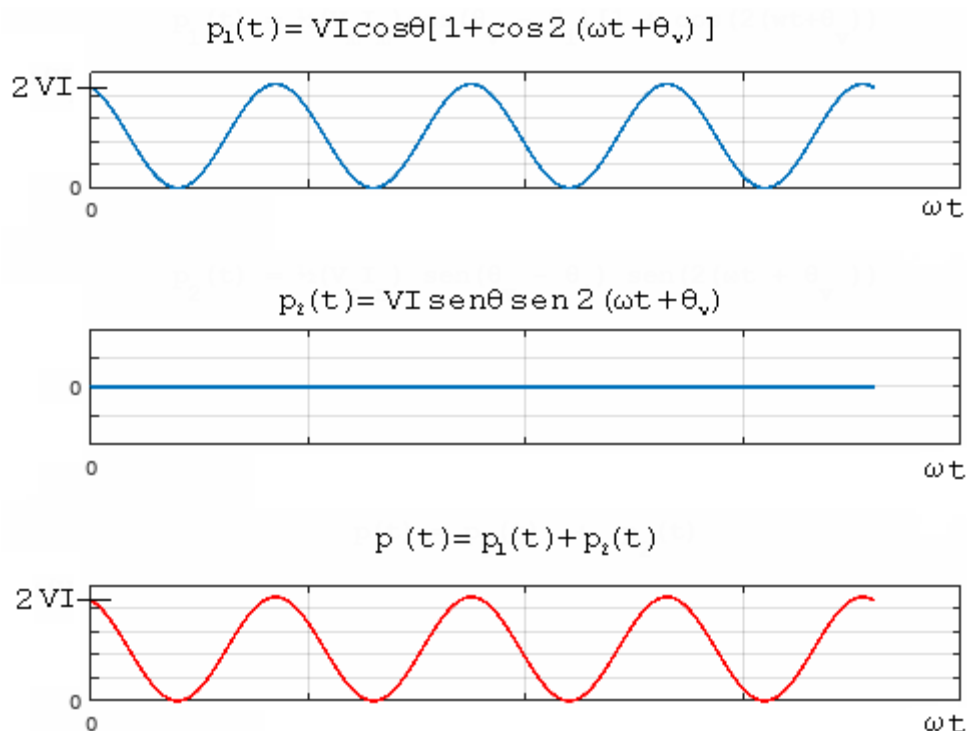


Figura 4 Potencia cuando el ángulo de impedancia es cero

En las gráficas se observa que:

- El primer término $p_1(t)$ es una senoide la cual siempre es positiva , esto significa que la fuente entrega una potencia cuyo valor medio es VI .
- El segundo término $p_2(t)$ es una línea recta e indica que no hay entrega de potencia
- La suma de los dos términos $p(t)$ es la potencia total y observamos que siempre es positiva con valor medio VI . Físicamente esto significa que el circuito utiliza toda la energía entregada por la fuente.

La figura 5 muestra las gráficas de potencia correspondiente a la ecuación (3) cuando el ángulo de impedancia es diferente de cero

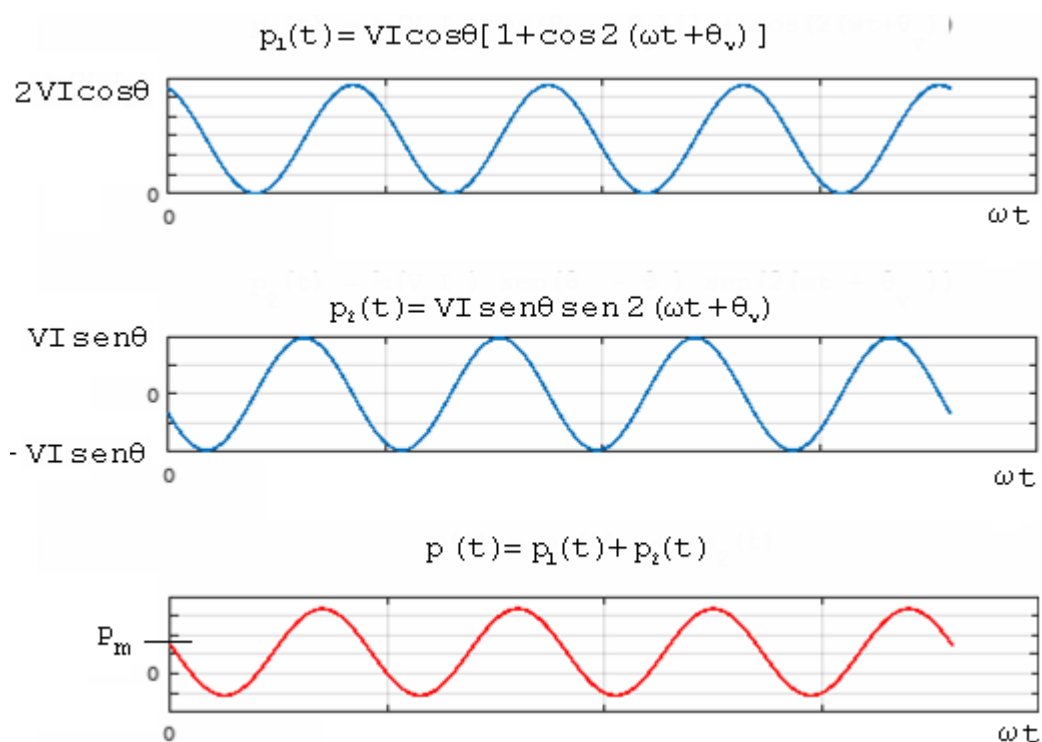


Figura 5 Potencia cuando el ángulo de impedancia es diferente de cero

En las gráficas se observa que:

- El primer término $p_1(t)$ de la ecuación es una senoide, la cual siempre es positiva con valor medio $V_I \cos(\theta)$
- El segundo término $p_2(t)$ es una senoide simétrica, con valor medio igual a cero.
- La suma de los dos términos es la potencia total $p(t)$ y observamos que oscila entre valores positivos y negativos, con valor medio $P_m < V_I$. Esto físicamente se interpreta indicando que el circuito utiliza solo parte de la energía que le ingresa.

1.2.1.3 Potencia compleja

Se llama potencia compleja al producto fasorial

$$\mathbf{S} = \mathbf{VI}^* \quad (6)$$

En forma cartesiana se escribe

$$\mathbf{S} = P + j Q \quad (7)$$

La figura 6, muestra la representación gráfica de la ecuación (7), esta recibe el nombre de triángulo de potencia

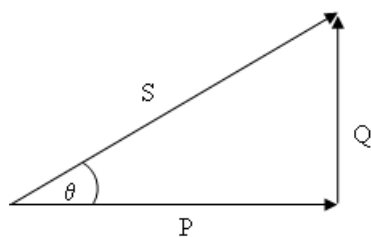


Figura 6 Triángulo de potencia.

Donde:

P, es la potencia activa y su valor es

$$P = VI \cos(\theta) \quad (8)$$

su unidad es W (vatio)

Q , es la potencia reactiva y su valor es

$$Q = VI \sin(\theta) \quad (9)$$

su unidad es Var (volt-amperio-reactivo)

S , es la potencia aparente

su unidad es VA (volt-amperio)

Un parámetro importante es el llamado *factor de potencia* (fp), el cual se define como el coseno del ángulo de impedancia, esto es

$$fp = \cos(\theta) \quad (10)$$

1.2.2 Sistemas trifásicos

Los elementos básicos de un sistema de potencia considerados para el cálculo de flujo de carga son (figura 7):

- Generadores
- Transformadores
- Líneas de transmisión

Veremos una descripción general de los elementos, así como su funcionamiento en estado estable.

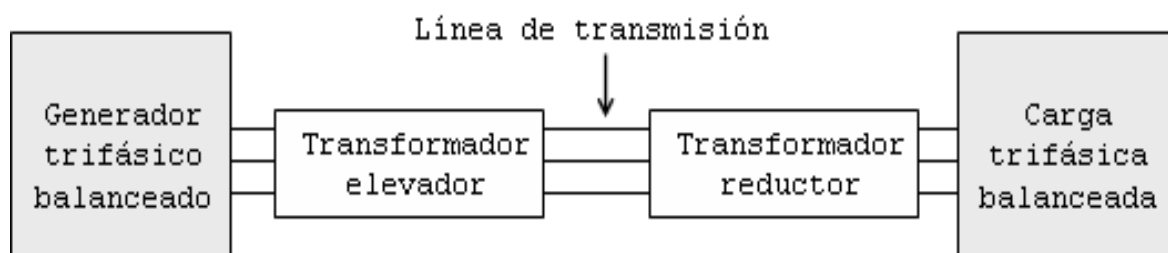


Figura 7 Elementos básicos de un sistema de transmisión

1.2.2.1 Generador trifásico balanceado

Es un generador trifásico entrega simultáneamente tres voltajes senoidales de igual amplitud, desfasados 120° , a través de tres bobinas idénticas, referenciadas con las nomenclaturas A-A', B-B' y C-C'. Estas están ubicadas simétricamente sobre una estructura cilíndrica llamada *estator*, dentro de la cual existe un electroimán giratorio llamado *rotor*, este gira con velocidad angular constante ω , figura 8.

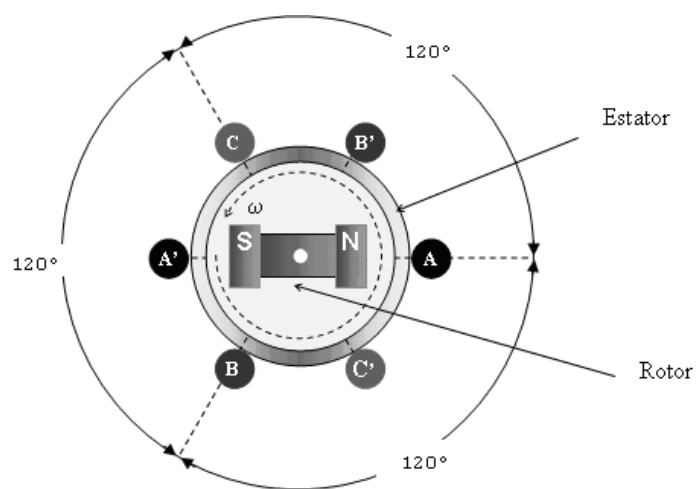


Figura 8 Corte transversal a un generador trifásico

El rotor del generador tiene dos direcciones de rotación, antihorario y horario.

Cuando el rotor gira en sentido antihorario, entonces los voltajes sinusoidales generados en cada una de las bobinas están dados por las ecuaciones:

$$a = H \sin(\omega t)$$

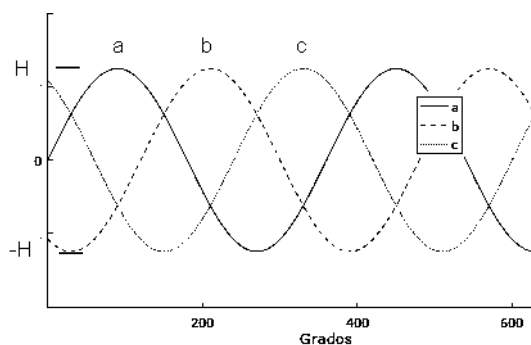
$$b = H \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$c = H \sin(\omega t - 240^\circ)$$

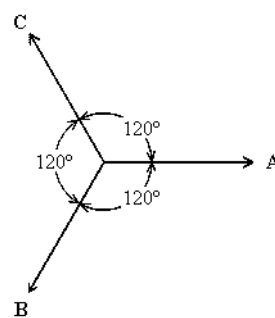
La figura 9 (a) muestra gráficas de las tres ecuaciones anteriores. Esta forma de rotación del rotor se llama *secuencia positiva* o *secuencia abc*. Haciendo que los fasores **A**, **B** y **C**

corresponden a los voltajes en las bobinas A-A', B-B' y C-C' respectivamente, en la figura 9

(b) tenemos la gráfica de dichos fasores



(a)



(b)

Figura 9 Secuencia abc de un generador trifásico balanceado (a) voltajes temporales
(b) voltajes fasoriales

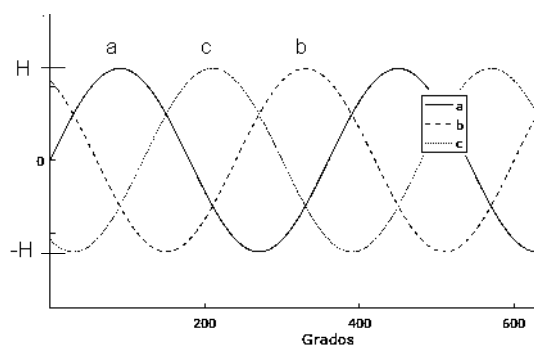
En el caso que el rotor gire en sentido horario, los voltajes inducidos en las bobinas son respectivamente:

$$a = H \sin(\omega t)$$

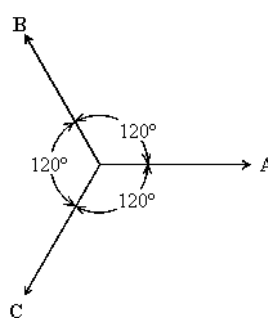
$$c = H \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$b = H \sin(\omega t - 240^\circ)$$

La figura 10 (a) muestra las funciones temporales de los voltajes en las bobinas, Este orden de rotación se llama *secuencia negativa* o secuencia acb, la figura 10 (b) es la gráfica fasorial de los voltajes



(a)



(b)

Figura 10 Secuencia acb de un generador trifásico balanceado (a) voltajes temporales
(b) voltajes fasoriales

1.2.2.2 Conexión de generadores trifásicos

Las bobinas de un generador trifásico se pueden conectar de dos maneras, estas son:

- Conexión estrella, también llamada conexión Y
- Conexión triángulo, también llamada conexión Δ

La figura 11 muestra un generador trifásico en conexión Y.

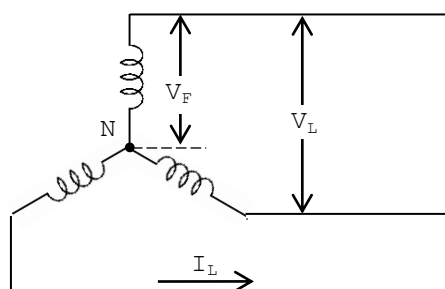


Figura 11 Generador en conexión estrella

Donde,

N , es el punto neutro

V_F = Voltaje de fase

V_L = Voltaje de línea

I_L = Corriente de línea

$$|V_L| = \sqrt{3}|V_F| \quad (11)$$

La figura 12 muestra un generador en conexión triángulo (Δ)

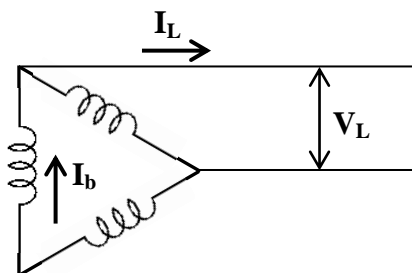


Figura 12 Generador en conexión triángulo

donde:

I_L = Corriente de línea

I_b = Corriente de la bobina

V_L = voltaje de línea

$$|I_b| = |I_L|/\sqrt{3} \quad (12)$$

1.2.2.3 Cargas trifásicos balanceados

Existen dos formas de conectar cargas balanceadas a un sistema trifásico, llamadas:

- Carga balanceada en Y
- Carga balanceada en Δ

En la figura 13 mostramos las dos conexiones

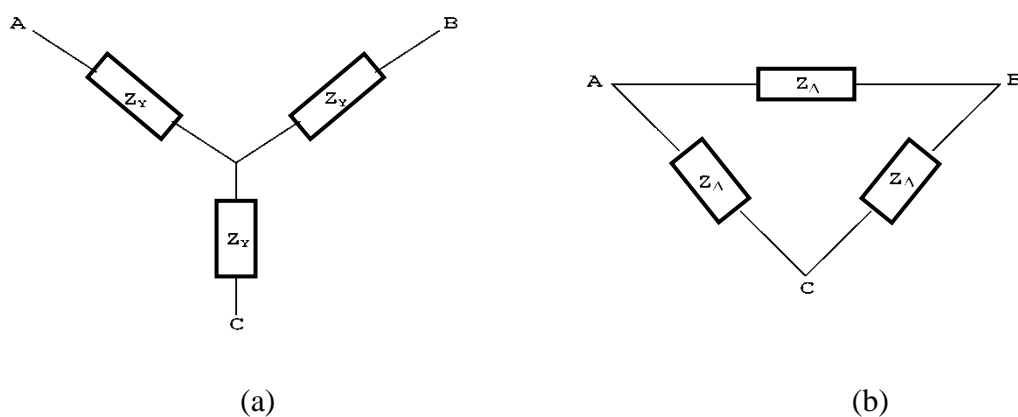


Figura 13 Cargas balanceadas (a) conexión Y, (b) conexión Δ

Las cargas entre estas dos conexiones están relacionadas mediante la ecuación de transformación de impedancias,

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3} \quad (13)$$

1.2.2.3.1 Conexión Y-Y balanceada

Teóricamente esta conexión resulta ser el modelo ideal para el estudio de los sistemas de potencia trifásicos balanceados, figura 14.

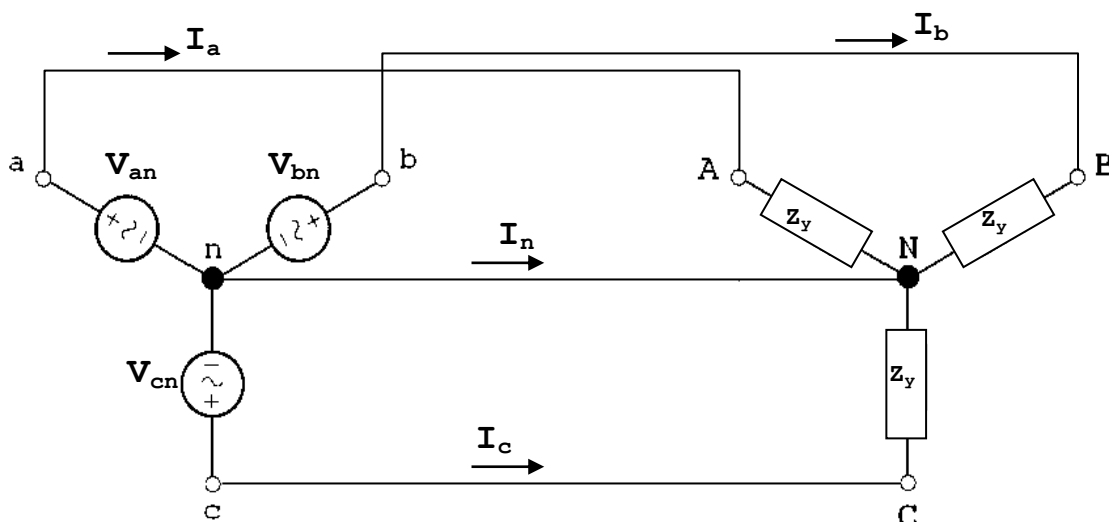


Figura 14 Tres generadores y tres cargas en conexión Y-Y balanceada

Consideraremos que en el circuito de la figura 14:

- El generador funciona con secuencia positiva
- El voltaje de referencia es V_{an} .

La tabla 5, muestra las variables del circuito

Tabla 5 Variables de la conexión Y-Y

Voltaje		Corriente		Potencia		Carga
Fase	Línea	Fase	Línea	Fase	Total	Fase
V _{an}	V _{ab}	I _a	I _a	S _F	S _T	Z _Y = Z _Y ∠θ _Y
V _{bn}	V _{bc}	I _b	I _b			
V _{cn}	V _{ca}	I _c	I _c			
V _F	V _L	I _F	I _L			

Las relaciones importantes de las variables de la tabla son:

$$I_L = I_F \quad (14)$$

$$S_F = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) V_L I_L \angle \theta_Y \quad (15)$$

$$S_T = \sqrt{3} V_L I_L \angle \theta_Y \quad (16)$$

$$fp = \cos(\theta_Y)$$

La conexión Y-Y balanceada se resuelve utilizando solamente una cualesquiera de sus fases, como indicamos en la figura 15.

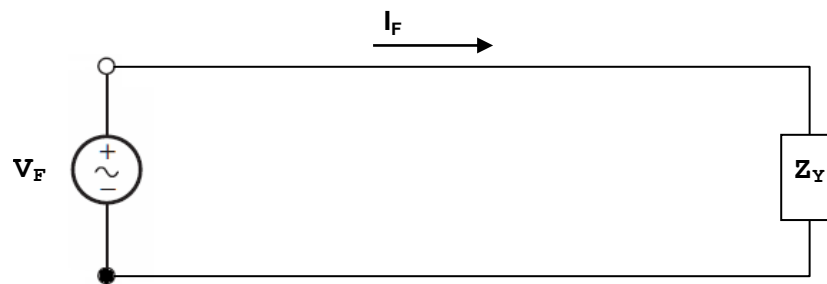


Figura 15 Circuito monofásico equivalente para la conexión Y-Y

1.2.2.3.2 Conexión Y-Δ balanceada

El modelo de la conexión Y-Δ balanceada esta mostrado en la figura 16

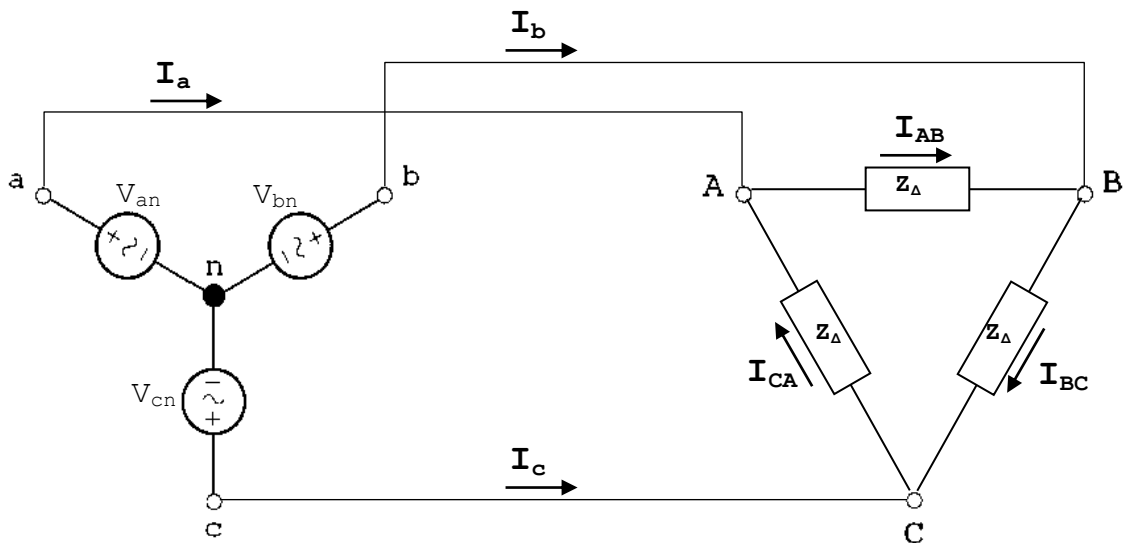


Figura 16 Conexión Y-Δ balanceada

Consideraremos que en el circuito de la figura 16:

- El generador funciona con secuencia positiva
- El voltaje de referencia es V_{an} .

La tabla 6, muestra las variables del circuito

Tabla 6 Variables de la conexión Y- Δ

Voltaje		Corriente		Potencia		Carga
Fase	Línea	Fase	Línea	Fase	Total	Fase
V _{an}	V _{ab}	I _{AB}	I _a	S _F	S _T	Z _Δ = Z _Δ ∠θ _Δ
V _{bn}	V _{bc}	I _{BC}	I _b			
V _{cn}	V _{ca}	I _{CA}	I _c			
V _F	V _L	I _F	I _L			

Las relaciones importantes de las variables de la tabla son:

$$|I_L| = \sqrt{3} |I_F| \quad (17)$$

$$s_F = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) V_L I_L \angle \theta_{\Delta} \quad (18)$$

$$s_F = \sqrt{3} V_L I_L \angle \theta_{\Delta} \quad (19)$$

$$fp = \cos(\theta_{\Delta})$$

La conexión Y- Δ balanceada puede resolverse utilizando la transformación de impedancia de carga Δ a Y, y resolviendo solamente una fase, como la mostrada en la figura 17.

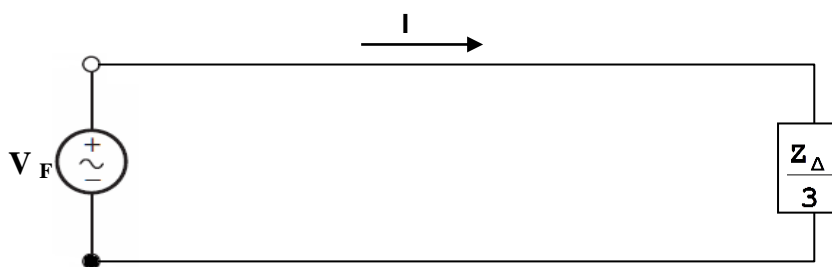


Figura 17 Circuito monofásico equivalente para la conexión Y- Δ

1.2.2.4 Transformador

John Winders (2002) indica que los transformadores son los elementos que permiten mantener los voltajes en las barras con valores predeterminados, por lo que debemos tener conocimiento de la teoría de su funcionamiento y así poder hacer diseños para aplicaciones específicas.

Un transformador es un equipo estático que permite acoplamiento mutuo entre circuitos, en los sistemas de potencia los transformadores conectan los generadores con las líneas de transmisión para transferir potencia y modificar los voltajes tanto de transmisión como en las estaciones de distribución, haciendo uso de la inducción electromagnética y relación de espiras de sus bobinados.

Un transformador está formado por:

- Un conjunto de dos o más bobinas de alambre
- Un núcleo magnético

donde las bobinas están enrolladas alrededor de núcleo.

La función de un transformador es variar los valores de los voltajes, sin modificar su frecuencia. Esto se logran haciendo uso de una relación de voltaje predeterminados en su construcción. También los transformadores se utilizan para controlar voltajes o flujos de potencia en condiciones variables de operación,

Existen dos tipos básicos, estos son:

- Transformador elevador, si elevan el voltaje aplicado en la bobina primaria.
- Transformador reductor, si disminuyen el voltaje aplicado en la bobina primaria

En la figura 18, mostramos un transformador monofásico de dos bobinados donde:

N_p = número de espiras de *bobina primaria*

N_s = número de espiras de la *bobina secundaria*.

Φ = flujo magnético

V_p = Voltaje en la *bobina primaria*

V_s = Voltaje en la *bobina secundaria*

I_p = Corriente en la *bobina primaria*

I_s = Corriente en la *bobina secundaria*

Las dos bobinas están enlazadas por el flujo magnético.

El número de espiras pueden ser cientos o miles. Normalmente se conectan bobinas en serie o en paralelo para formar un devanado.

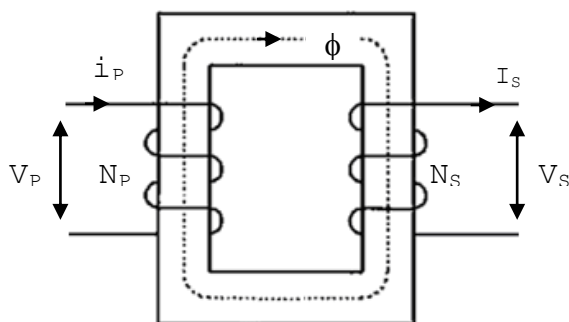


Figura 18 Transformador monofásico y sus variables

El transformador monofásico, en la literatura lo vamos a encontrar representado por los gráficos mostrados en las figuras 19 y 20.

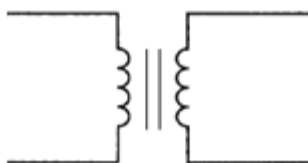


Figura 19 Transformador monofásico con indicación de núcleo ferromagnético

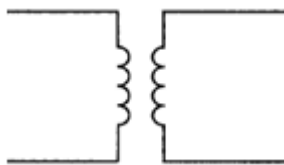


Figura 20 Transformador monofásico - representación usual

1.2.2.4.1 Transformador ideal

El modelo de un transformador ideal cumple con las siguientes especificaciones:

- Los devanados tienen resistencia cero
- La reluctancia del núcleo es cero
- El flujo de dispersión en el núcleo es cero
- No hay pérdidas en el núcleo

La figura 21 muestra un transformador monofásico ideal operando en estado estable

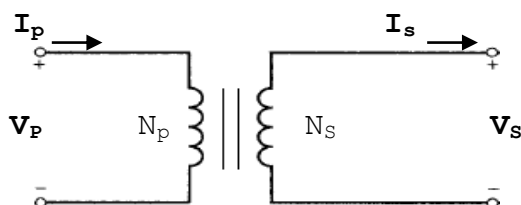


Figura 21 Transformador ideal

Donde:

N_p = número de espiras en el bobinado primario

N_s = número de espiras en el bobinado secundario

V_p = Voltaje en el bobinado primario

V_s = Voltaje en el bobinado secundario

I_p = Corriente en el bobinado primario

I_s = Corriente en el bobinado secundario

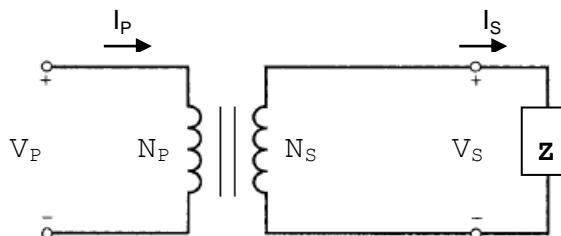
En un transformador se cumplen las ecuaciones mostradas en la tabla 7

Tabla 7 Ecuaciones de un transformador ideal

Relación de espiras	$\frac{N_p}{N_s} = a$	a = constante
Relación de voltajes	$\frac{V_p}{V_s} = a$	
Relación de corrientes	$\frac{I_p}{I_s} = \frac{1}{a}$	
Potencia		
Entrada	$P_p = V_p I_p \cos(\theta_p)$	θ_p , ángulo entre V_p e I_p .
Salida	$P_s = V_s I_s \cos(\theta_s)$	θ_s , ángulo entre V_s e I_s .
Potencia activa: $P_p = P_s$ Potencia reactiva: $Q_p = Q_s$ Potencia aparente: $S_p = S_s$		
Fase: $\theta_s = \theta_p = \theta$		

1.2.2.4.1.1 Transformación de impedancia

En la figura 22, tenemos una impedancia Z , conectada a la bobina secundaria.

**Figura 22** Transformador ideal con impedancia Z en la bobina secundaria

Por definición de tenemos que:

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{V}_s}{\mathbf{I}_s}$$

La impedancia medida desde la bobina primaria es

$$\mathbf{z}' = \frac{\mathbf{V}_p}{\mathbf{I}_p}$$

Reemplazando valores de voltaje y corriente tenemos que

$$\mathbf{z}' = a^2 \mathbf{z} \quad (20)$$

En los transformadores de potencia las pérdidas son pequeñas comparadas con la potencia transferida por estos, por lo cual las relaciones obtenidas para el transformador ideal son normalmente usadas en los transformadores reales usados en los sistemas de potencia..

1.2.3 Sistemas por-unidad (pu)

Grainger and Stevenson (1994) resalta el hecho de que hacer los cálculos de sistemas eléctricos en función de valores numéricos dados en el sistema por-unidad representa una enorme simplificación del trabajo y su uso está generalizado en sistemas de potencia.

Los valores numéricos de las variables se calculan en el sistema por-unidad utilizando la formula

$$C_{pu} = \frac{C_a}{C_b} \text{ pu} \quad (21)$$

Donde:

C_a , valor actual de la variable

C_b , valor base de la variable en el sistema pu

C_{pu} , Valor de la variable C_a en el sistema por unidad de base C_b

Es necesario indicar que:

- El valor numérico asignado a la base (C_b en este caso) es elegido de manera arbitraria.
- Como la variable por unidad es el cociente de dos variables del mismo tipo esta resulta ser adimensional.

En los sistemas de potencia tenemos cuatro variables, estas con:

S, Potencia aparente

V, Voltaje

I, Corriente

Z, Impedancia

Es necesario definir dos valores base y las dos restantes se determinan por las ecuaciones que las relacionan. Normalmente las dos variables consideradas base son S y V, a las que representaremos por S_b y V_b respectivamente, con lo cual las otras dos variables son:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \text{ A} \quad (22)$$

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} \Omega \quad (23)$$

En el sistema por-unidad se cumple que:

a) En sistemas trifásicos:

$$S_{Tpu} = S_{Fpu} \quad (24)$$

$$V_{Tpu} = V_{Fpu} \quad (25)$$

donde los sub índices indican:

T \equiv Trifásico

F \equiv Fase

b) En el sistema monofásico

$$Z_{Ppu} = Z_{Spu} \quad (26)$$

donde los sub índices indican:

P \equiv Bobina primaria:

S \equiv Bobina secundaria

Es importante considerar el hecho de que las impedancias de los equipos eléctricos indicadas en la placa de identificación proporcionada por el fabricante, están en el sistema por-unidad. Si la base del fabricante la consideramos con el sub índice 1, para expresarlo en otra base digamos la base 2, usamos










$$Z_{2pu} = Z_{1pu} \left(\frac{S_{2b}}{S_{1b}} \right) \left(\frac{V_{1b}}{V_{2b}} \right)^2 \quad (27)$$

1.2.4 Problema de flujo de carga

1.2.4.1 Representación de los elementos de un Sistema de potencia

La tabla 8, muestra los símbolos usados en los diagramas de sistemas de potencia como indica Grainger and Stevenson (1904), además el autor ha agregado el símbolo barra.

Tabla 8 Símbolos usados en un sistema de potencia

Símbolo	Descripción
	Barra
	Generador / Motor
	Línea de transmisión
	Interruptor - aceite
	Interruptor - aire
	Transformador monofásico
	Conexión triangulo
	Conexión estrella
	Conexión estrella-tierra

La figura 23, muestra un diagrama correspondiente a un sistema de potencia, donde encontramos:

Un generador: G

Un motor: M

Cuatro interruptores: w_1, w_2, w_3, w_4

Dos transformadores

- T_1 , en conexión triángulo-estrella y estrella-tierra

- T_2 , en conexión estrella-triángulo

Una línea de transmisión

Cuatro Barras: B_1, B_2, B_3, B_4 .

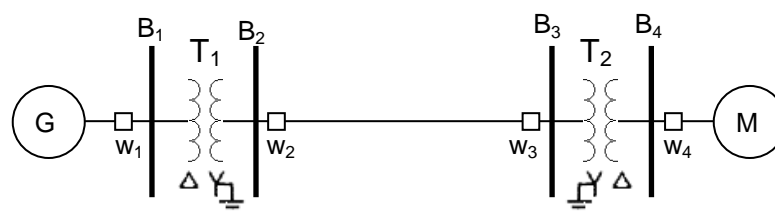


Figura 23 Conexión de elementos en un sistema de potencia

A continuación describimos cada uno de los elementos mencionados

1.2.4.1.1 Barra

Físicamente una barra es un nodo del sistema, y se le representa con una línea recta numerada, como mostramos en la figura 24

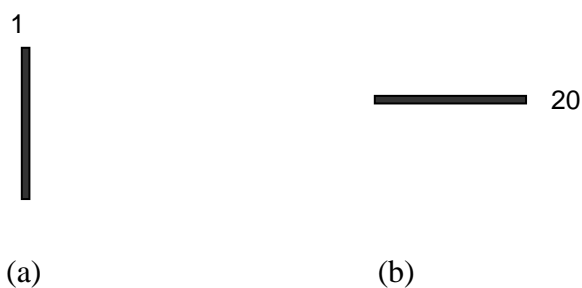


Figura 24 Modelo grafico de una barra: (a) barra 1, (b) barra 20

1.2.4.1.2 Generador

Es el elemento que inyecta potencia activa y reactiva en una barra del sistema, como indicamos en la figura 25.

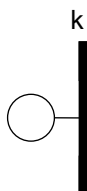


Figura 25 Generador conectado a la barra k

La potencia inyectada es

$$\mathbf{S}_G = P_G + jQ_G$$

Donde,

P_G , es potencia activa entregada por el generador

Q_G , es potencia reactiva entregada por el generador

Otra forma de indicar potencia ingresando a una barra esta mostrada en figura 26.

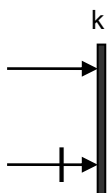


Figura 26 Potencia ingresando a una barra

Donde los símbolos gráficos:

—————> Representa potencia activa (P)

—————+> Representa potencia reactiva (Q)

1.2.4.1.3 Línea de transmisión

En un sistema de potencia las líneas de transmisión son clasificadas como de longitud corta, media y larga. Sin embargo en la solución del flujo de carga se consideran solamente dos, estas son:

- Línea de transmisión corta
- Línea de transmisión media

La línea de transmisión corta incluye en su modelo solamente la impedancia en serie entre las barras extremas, como mostramos en la figura 27

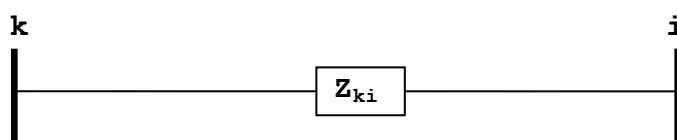


Figura 27 Modelo de línea de transmisión de longitud corta entre las barras k e i

La línea de transmisión media se representa por su modelo equivalente- π , graficado en la figura 28.

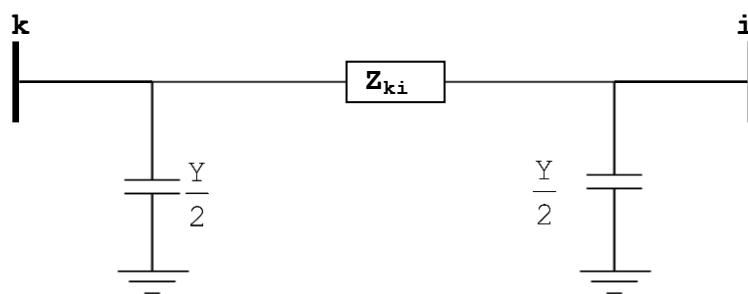


Figura 28 Modelo equivalente- π de una línea de transmisión

Donde

Z_{ki} , es la impedancia en serie total de la línea entre las barras k e i

$\frac{Y}{2}$, es la media admitancia de carga total en derivación de la línea

1.2.4.1.4 Transformador

Cuando un transformador forma parte en un sistema de potencia, normalmente su *corriente de excitación* no se considera por ser mucho menor que la corriente de carga, así mismo como el sistema debe mantenerse en estado de operación estable, es necesario mantener constante los voltajes en las barras. De acuerdo a la relación de transformación tenemos que:

- a) Si entre las barras k e i de un sistema está instalado un transformador cuya relación de voltajes es nominal, como indicamos en la figura 29.

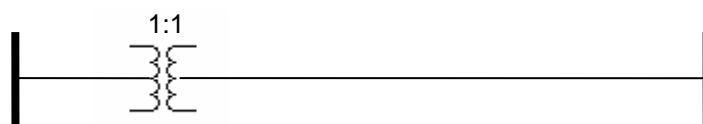


Figura 29 Transformador con relación de transformación 1:1

Su circuito equivalente es la impedancia del transformador (z_T) en por-unidad respecto a la base elegida para las barras. El modelo del circuito equivalente está mostrado en la figura 30

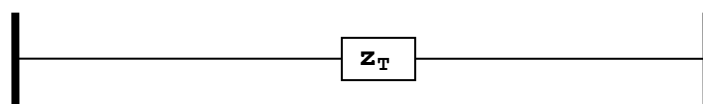


Figura 30 Modelo de un transformador con relación de Transformación 1:1

- b) Si entre las barras k e i de un sistema está instalado un transformador cuya relación de voltajes es no- nominal, como indicamos en la figura 31.

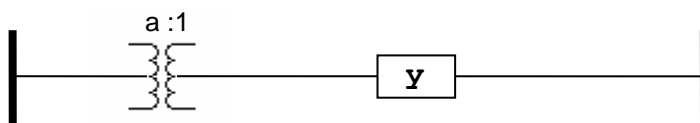


Figura 31 Transformador con relación de transformación $a:1$

Donde

y , es la admitancia del transformador en por-unidad

a , es la razón de transformación del transformador

El modelo de circuito para este caso es el mostrado en la figura 32

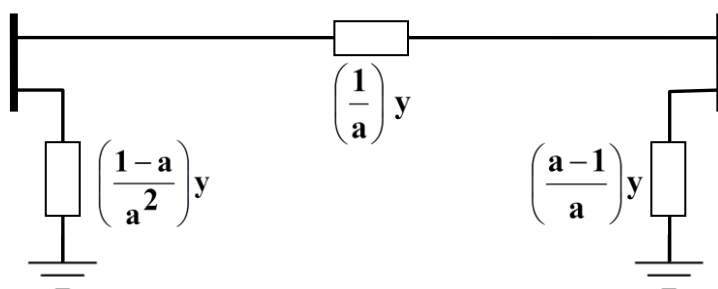


Figura 32 Modelo de transformador con relación de transformación $a:1$

1.2.4.1.5 Carga

En un sistema eléctrico las cargas son originadas por:

- Corriente
- Impedancia
- Potencia

Como daremos solución al sistema de potencia cuando opera en su estado estable, esto significa que los voltajes en las barras deben mantenerse constante. Como el voltaje es originado directamente por la potencia, entonces esta potencia inyectada en las barras debe ser constante. Esto significa que el flujo de carga

$$S_C = P_C + Q_C = \text{constante}$$

Donde

S_C , es la potencia total entregada en la carga

P_C , es potencia activa entregada en la barra

Q_C , es potencia reactiva entregada en la barra

Este modelo se representa en las formas (a) o (b) indicadas en la figura 33



Figura 33 Potencia de carga entregada en la barra k

1.2.4.2. Tipos de barras

En forma general tenemos que en un sistema de potencia hay barras a las que se le conectan generadores y cargas y otras a los que solamente se les conecta cargas, razón por la cual para poder distribuir correctamente el flujo energético, en la solución analítica del problema se ha considerado necesario clasificar las barras del sistema de potencia en tres tipos diferentes, lo cual se ha logrado mediante la asignación de variables con características predeterminadas en cada uno de los tipos. Estos tipos de barra son:

- Barra PQ
- Barra PV
- Barra Vδ

A continuación describimos las variables del sistema en cada tipo de barra.

1.2.4.2.1 Barra PQ

Esta barra también recibe el nombre de barra de *carga*, en esta barra se determinan los valores correspondientes a:

- Potencia activa
- Potencia reactiva

Este tipo de barras permiten la distribución de la energía eléctrica a los usuarios finales (industrias, talleres, hogares), razón por la cual son las más numerosas en los sistemas de potencia, figura 34

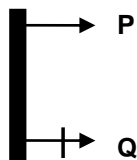


Figura 34 Datos conocidos de una barra PQ

1.2.4.2.2 Barra PV

Esta barra también recibe el nombre de barra de *voltaje controlado*, en esta barra se determinan los valores correspondientes a:

- Potencia activa.
- Magnitud del voltaje.

como indicamos en la figura 35.

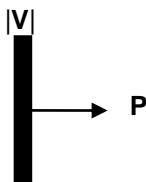


Figura 35 Datos conocidos de una barra PV

En estas barras se conectan los generadores y además podemos encontrar también transformadores con tomas y elementos de compensación en derivación tales como:

- Reactores.
- Capacitores.

El valor de P se especifica en función de los requisitos de potencia activa en los buses consumidores.

Dentro de la acción de control permitida, en esta barra se debe controlar la magnitud de la tensión originada por el generador. Sin embargo, como la excitación tiene límites, la potencia reactiva generada tiene que estar dentro de los límites de trabajo propias del generador, por lo cual debemos conocer los valores mínimo y máximo correspondientes al funcionamiento normal del generador, pues si la potencia reactiva del generador sale de dichos límites, la barra debe tratarse como una barra de carga con valor de potencia reactiva igual al límite incumplido.

1.2.4.2.3 Barra $V\delta$

Esta barra también recibe los nombres de barra *oscilante* o de *compensación*, en esta barra se determinan los valores correspondientes a:

- Magnitud del voltaje
- Fase del voltaje

como indicamos en la figura 36.



Figura 36 Datos conocidos de una barra $V\delta$

En todo sistema de potencia solo existe una barra de este tipo.

Las características más importantes de esta barra son:

- Tiene conectado el generador de mayor capacidad del sistema ya que este debe balancear las pérdidas de flujo en el sistema.

- La fase de esta barra se toma como referencia, por lo que se le asigna el valor cero.
- Esta barra será numerada siempre con el número 1.

La tabla 9, presenta un resumen de las variables consideradas en cada tipo de barra perteneciente a un sistema de potencia

Tabla 9 Variables en las barras de un sistema de potencia

Tipo de barra	VARIABLES				Nombre de barra
	CONOCIDAS		DESCONOCIDAS		
Vδ	V	δ	P	Q	Oscilante
PQ	P	Q	V	δ	Carga
PV	P	V	Q	δ	Voltaje regulado

1.2.4.3 Matriz admitancia

Para calcular los voltajes en las barras de un sistema de potencia eléctrica de n barras usaremos análisis nodal Kotari (2009), las ecuaciones obtenidas se llaman ecuaciones nodales.

Es necesario tener presente que los sistemas de potencia eléctrica normalmente se representan mediante diagramas de impedancias; pero como usaremos análisis nodal, debemos transformar el diagrama original a un diagrama de admitancias equivalente

Para un sistema de n buses el análisis nodal origina n ecuaciones las cuales se expresan matricialmente en la forma

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & \cdots & Y_{2n} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & \cdots & Y_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{n3} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

La cual en forma simplificada se expresa como:

$$\mathbf{I} = \mathbf{YV}$$

Donde

\mathbf{I} , es el vector de corrientes inyectadas en las barras 1,2,3,...,n

\mathbf{V} , es el vector de voltajes originados en las barras 1,2,3,...,n

\mathbf{Y} , es la matriz de las admitancias conectadas en el sistema.

La matriz \mathbf{Y} , representa los valores de las admitancias de las líneas de transmisión y generadores conectados a los buses. Sus elementos de la diagonal principal y fuera de esta se calculan respectivamente con las ecuaciones:

$$Y_{ii} = \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} \quad (28)$$

$$Y_{ij} = Y_{ji} = -Y_{ij} \quad (29)$$

a esta matriz se le denomina de manera generalizada como $\mathbf{Y}_{\text{barra}}$. Esta matriz se caracteriza por ser:

- Cuadrada, de orden el número de buses del sistema de potencia.
- Simétrica a lo largo de su diagonal principal.

Con respecto a sus elementos tenemos que,

- Los elementos de la diagonal principal Y_{ii} , reciben el nombre de *auto-admitancia* (o *admitancias de convergencia*) y es la suma de todas las admitancias conectadas a la barra i ,
- Los elementos fuera de la diagonal principal Y_{ij} , se llaman *admitancias mutuas* (o *admitancias de transferencia*) y son los negativos de las sumas de las admitancias entre la barra i y la barra j

La figura 37 es el diagrama de flujo que permite calcular la matriz de admitancia de un sistema de potencia,

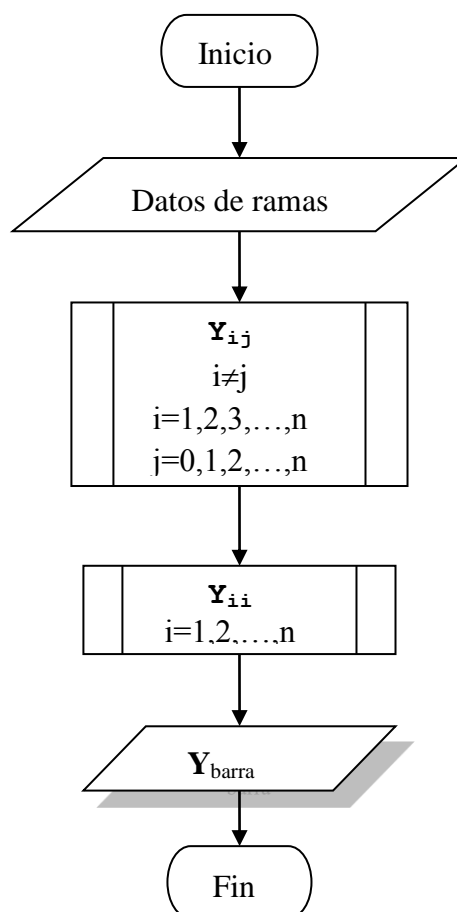


Figura 37 Diagrama de flujo para cálculo de la matriz de admitancias

1.2.4.4 Flujo en las líneas de transmisión

En la figura 38, tenemos la línea de transmisión L, conectada entre las barras k y s de un sistema de potencia

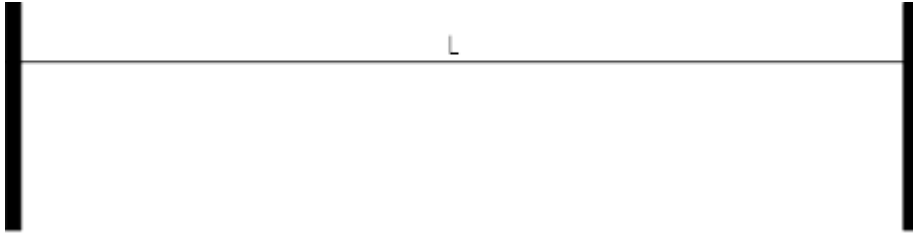


Figura 38 Línea de transmisión entre dos barras

+

En la figura 39, mostramos las corrientes vistas desde cada una de las barras.

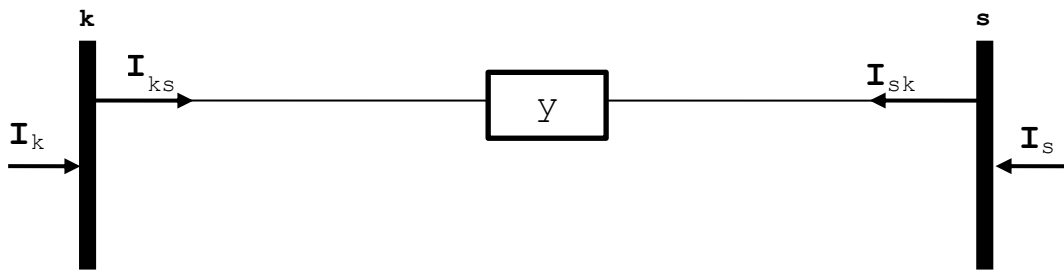


Figura 39 Corrientes en una línea de transmisión entre dos barras

Usando la definición de flujo, en la figura 39 tenemos que:

- El flujo de carga que circula desde la barra k a la barra s es

$$S_{ks} = V_k I_{ks}^* \quad (30)$$

- El flujo de carga que circula de la barra s a la barra k es

$$S_{sk} = V_s I_{sk}^* \quad (31)$$

- El flujo que se pierde en la línea de transmisión L, es

$$S_L = S_{ks} + S_{sk} \quad (32)$$

Si el sistema tiene n líneas de transmisión, entonces la pérdida total de flujo es

$$\mathbf{s}_T = \sum_{L=1}^n \mathbf{s}_L, \quad L = 1, 2, \dots, n$$

De donde sigue que las pérdidas en activa y reactiva son respectivamente

$$P_T = \text{Re}(\mathbf{S}_T)$$

$$Q_T = \text{Im}(\mathbf{S}_T)$$

1.2.4.5 Calculo de flujo de carga

1.2.4.5.1 Situación problemática

Las características generales de los sistemas de potencia eléctrica son

1. Funcionan con generadores trifásicos
2. Operan en dos estados nominados:

- Transitorio

- Estable

3. En cada barra del sistema debemos determinar dos de las cuatro variables existentes.

1.2.4.5.2 Formulación del problema

Calcular el flujo de carga en un sistema trifásico, cuando este funciona cumpliendo las tres características siguientes:

1. Esta balanceado
2. Tiene secuencia positiva

3. Opera en estado estable. Cuando un sistema de potencia se encuentra en estado estable, las cuatro variables de cada barra tienen valores constantes.

1.2.4.6 Modelo del problema de flujo de carga

Como indica Arthur R. Bergen (2000), Es necesario tener un modelo apropiado para dar solución en estado estable.

En la figura 40 tenemos una barra a la que se le inyecta el flujo de potencia S

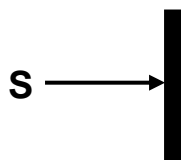


Figura 40 Flujo de potencia que ingresa en una barra.

Este flujo, físicamente origina los fasores:

V , que es el voltaje en la barra

I , que es la corriente inyectada a la barra

los cuales esta representados en la figura 41

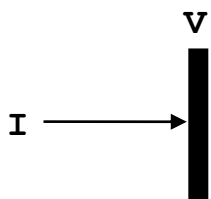


Figura 41 Interpretación física del flujo de potencia S en una barra

Para resolver un sistema de potencia es necesario predeterminedar en cada barra dos valores constantes determinadas por el tipo de barra, en consecuencia si tenemos un sistema de n barras, hay que determinar $2n$ incógnitas.

La teoría de sistemas de ecuaciones nos indica que para calcular el valor de $2n$ incógnitas necesitamos tener $2n$ ecuaciones.

En nuestro caso tenemos:

- n ecuaciones dadas por las corrientes inyectadas en cada barra, estas son,

$$\mathbf{I}_k = \sum_{s=1}^n \mathbf{Y}_{ks} \mathbf{V}_s \quad (33)$$

- Como todo sistema tiene una potencia finita, entonces es necesario que el sistema este balanceado, es decir tener valores finitos de potencia activa y reactiva en cada barra, esto nos da las siguientes n ecuaciones,

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^* = \mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k \quad (34)$$

Las ecuaciones (33) y (34) forman un conjunto de $2n$ ecuaciones no lineales y constituyen el modelo matemático que permite hacer el cálculo de flujo de carga de un sistema de potencia eléctrica en estado estacionario.

1.2.4.7 Solución del problema de flujo de carga

La solución del problema consiste en determinar para cada barra del sistema de potencia, el valor del voltaje en magnitud y fase, con lo cual se calcula:

- Potencia entregada por los generadores
- Flujo de carga en las líneas de transmisión
- Pérdidas en las líneas de transmisión

Usando los datos asignados a:

- Barras
- Transformadores
- Líneas de transmisión.
- Elementos de compensación

Para obtener la solución del problema de flujo de carga debemos utilizar las ecuaciones (33) y (34), siguiendo una secuencia de pasos los cuales indicamos a continuación:

1. Mediante análisis nodal determinar la descripción matemática de la red.

En este paso es necesario inicialmente

- Asignar etiquetas a las barras
- Determinar las impedancias de las líneas

2. Calcular la matriz de admitancia del sistema
3. Determinar las cargas y generación del sistema.

Tener presente que:

- Las cargas son cantidades conocidas
- La generación tiene como cantidades conocidas la potencia activa y la magnitud del voltaje,

Con los datos anteriores calcular los voltajes finales, los cuales cumplan las condiciones finales preestablecidas.

4. Calcular los voltajes en las barras.
5. El cálculo iterativo debe repetirse hasta alcanzar la tolerancia requerida en los valores de las variables correspondiente a cada barra del sistema.

6. Con los resultados obtenidos en el paso anterior calcular:

- a) Flujos de potencia
- b) Pérdidas de flujo de potencia.

La figura 42 es el diagrama de flujo que indica el proceso general que resuelve el problema de flujo de carga de un sistema de Potencia

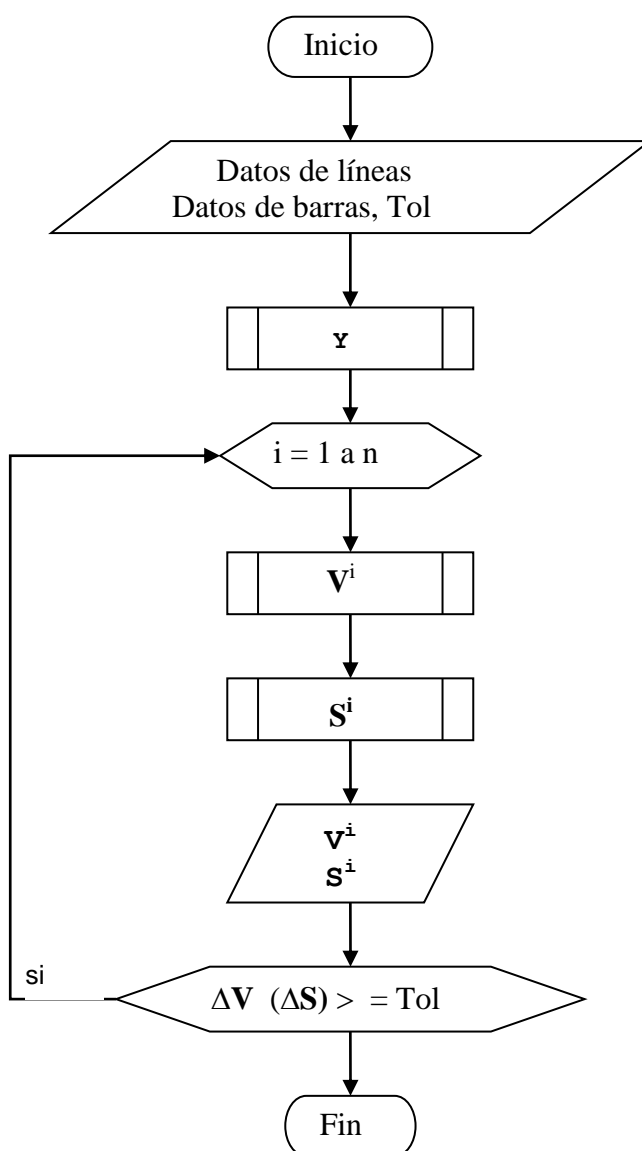


Figura 42 Diagrama general para cálculo de flujo de carga

A continuación resolveremos el modelo utilizando tres métodos numéricos, estos son:

- Gauss - Seidel
- Newton - Raphson
- Desacoplo Rápido

1.2.5 Métodos Numéricos

El modelo que define el problema de flujo de carga, indica que las variables físicas que intervienen forman sistemas de ecuaciones no lineales de allí que para resolver estos sistemas debemos utilizar métodos *numéricos iterativos*.

Revisaremos dos métodos que permiten resolver un sistema de ecuaciones no lineales de orden $n \times n$, tal como el dado en la ecuación

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_1 \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_2 \\
 f_3(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_3 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= c_n
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

Estos métodos son:

- Gauss-Seidel
- Newton-Raphson

1.2.5.1 Método de Gauss-Seidel

Este método es de convergencia lenta pero es factible aumentarla mediante un promedio ponderado cuyo valor está limitado entre 0 y 2, este promedio se denomina factor de aceleración.

Este método también recibe el nombre de *desplazamientos sucesivos*.

En este método la solución del sistema mostrado en la ecuación (35) se realiza siguiendo el siguiente procedimiento:

- 1) Definir el vector de variables del sistema, el cual resulta ser

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (36)$$

- 2) Determinar el vector de funciones que determinan el valor de cada una de las variables x_i , este vector lo representamos por:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix} \quad (37)$$

donde

$$x_i = g_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

- 2) Asignar un valor inicial a cada variable, esto es el vector:

$$\mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \vdots \\ x_n^0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

3) Iteración, $i = 1, 2, \dots, n$.

Significa determinar los valores de las funciones g_i , usando los valores iniciales \mathbf{X}^{i-1} . Durante el proceso utilizar el valor actualizado de cada variable x_i , para el cálculo de x_{i+1} , dentro de esta iteración. Concluido el proceso tenemos el vector solución correspondiente a la iteración i , el cual origina el vector

$$\mathbf{X}^i = \begin{bmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ \vdots \\ x_n^i \end{bmatrix} \quad (39)$$

El proceso termina en la iteración i , donde se cumple el criterio de finalización establecido previamente, normalmente se considera terminado el proceso cuando se cumple la expresión

$$\Delta \mathbf{X} \leq \text{Tol}$$

donde

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X}^{i-1} - \mathbf{X}^i \quad (40)$$

Tol = Tolerancia pre-establecida

Si no se logra la tolerancia predeterminada, consideramos que el sistema dado no tiene convergencia, por lo cual es necesario:

- Cambiar los valores iniciales, o
- Justificar la no existencia de solución para tal sistema.

El proceso se modifica para poder hacer el cálculo con menos iteraciones, para ello las iteraciones sucesivas se calculan modificando los valores iniciales de la iteración siguiente con la ecuación

$$\mathbf{X}^i = \mathbf{X}^{i-1} + \alpha \Delta \mathbf{X} \quad (41)$$

donde,

α , recibe el nombre de *factor de aceleración*

La aplicación de la corrección dada por la ecuación (41) en cada iteración se llama en forma general “relajación” y se diferencian dos casos:

- Subrelajación, cuando $0 < \alpha < 1$
- Sobrerelajación, cuando $1 < \alpha < 2$

No hay un valor definido como valor apropiado del factor de aceleración, pues este depende de las características propias de cada sistema a resolver y se debe obtenerse de manera empírica.

Por lo anterior, el factor de aceleración normalmente se utiliza cuando la solución del sistema se utiliza repetidas veces, como ocurre en el caso de la solución de flujo de carga en sistemas de potencia.

La figura 43, muestra el diagrama de flujo que permite dar solución al sistema de ecuaciones no lineales con el método de Gauss-Seidel.

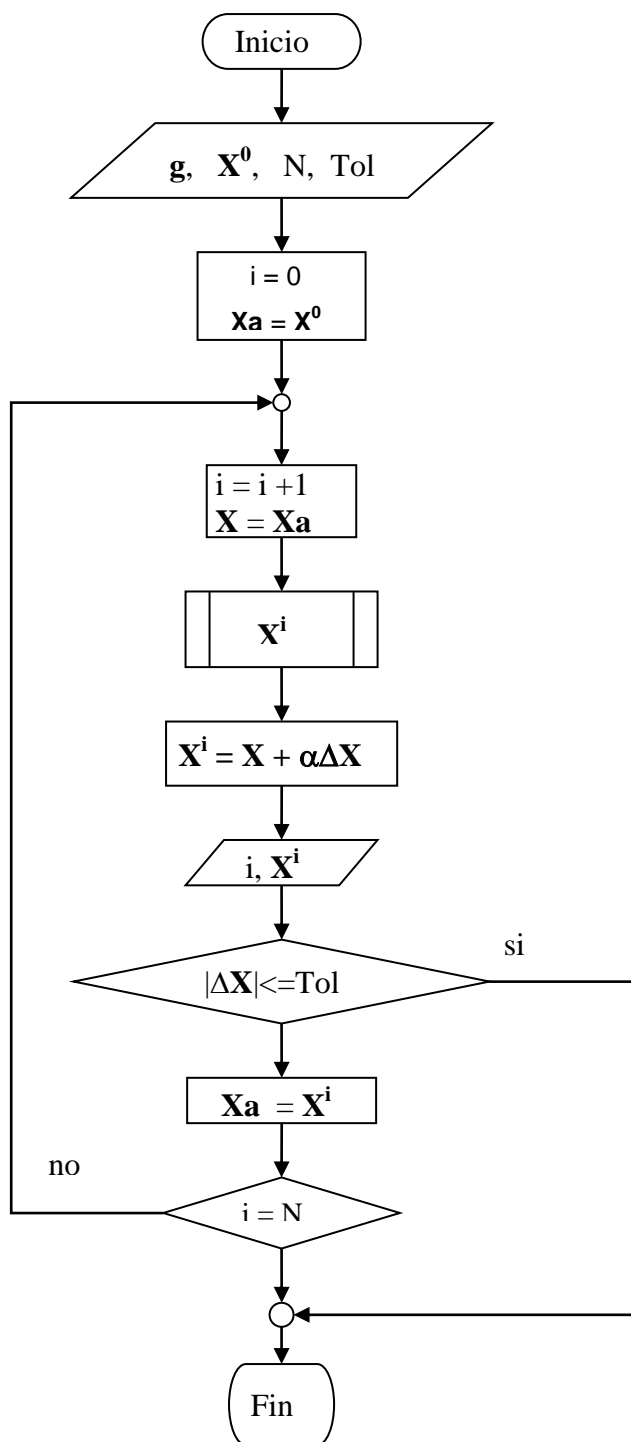


Figura 43 Diagrama de flujo para el método de Gauss-Seidel

1.2.5.2 Método de Newton-Raphson

Este método iterativo resuelve sistemas de ecuaciones no lineales mediante una aproximación linealizada, que se obtiene al aplicar desarrollo de funciones en serie de Taylor. A continuación analizaremos la solución del sistema de n ecuaciones no lineales con n variables dadas en la ecuación (35) siguiendo el método numérico de Newton-Raphson. Matricialmente la ecuación (35) es

$$\mathbf{F} = \mathbf{C} \quad (42)$$

Donde:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix} \quad (44)$$

El conjunto de variables del sistema x_i con $i = 1, 2, \dots, n$, definen la matriz \mathbf{X} , esto es:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (45)$$

sujeto a la condición inicial

$$\mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \\ \vdots \\ x_n^0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

Iteración 1

De manera general diremos que,

- Usando el valor inicial: \mathbf{X}^0
- Calcularemos la iteración 1: \mathbf{X}^1

Aplicaremos el desarrollo de las funciones f_i en términos de la serie de Taylor alrededor de los n puntos iniciales \mathbf{x}^0 , Para valores elegidos cercanos a la solución podemos despreciar las potencias de estos incrementos a partir del segundo orden, con lo cual el sistema dado en la ecuación (35) se convierte en el sistema,

$$f_1^0 + \sum_{j=1}^n \Delta x_j^0 \frac{\partial f_1}{\partial x_j} \bigg|_{\mathbf{X}^0} = c_1$$

$$f_2^0 + \sum_{j=1}^n \Delta x_j^0 \frac{\partial f_2}{\partial x_j} \bigg|_{\mathbf{X}^0} = c_2$$

$$f_n^0 + \sum_{j=1}^n \Delta x_j^0 \frac{\partial f_n}{\partial x_j} \bigg|_{\mathbf{X}^0} = c_n$$

El sistema anterior en forma compacta se escribe como

$$\mathbf{J} \Delta \mathbf{X} = \Delta \mathbf{R} \quad (47)$$

En el caso de la primera iteración esta es

$$\mathbf{J}^0 \Delta \mathbf{X}^0 = \Delta \mathbf{R}^0$$

Donde

$$\Delta \mathbf{R}^0 = \begin{bmatrix} c_1 - f_1^0 \\ c_2 - f_2^0 \\ \vdots \\ c_n - f_n^0 \end{bmatrix}$$

Matriz de residuos

$$\mathbf{J}^0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \mathbf{X}^0$$

Matriz Jacobiana

$$\Delta \mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \\ \vdots \\ \Delta x_n^0 \end{bmatrix}$$

Matriz de incrementos

Resolviendo la ecuación (47) obtenemos

$$\Delta \mathbf{X}^0 = \frac{\Delta \mathbf{R}^0}{\mathbf{J}^0}$$

Con lo cual, los valores de la iteración 1 son

$$\mathbf{X}^1 = \mathbf{X}^0 + \Delta \mathbf{X}^0$$

Por inducción, podemos afirmar que el proceso para obtener una mejor aproximación está dada por la expresión

$$\mathbf{X}^i = \mathbf{X}^{i-1} + \Delta \mathbf{X}^{i-1} \quad (48)$$

Donde:

$$\mathbf{X}^i = \begin{bmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ \vdots \\ x_n^i \end{bmatrix} \quad (49)$$

Los incrementos se calculan resolviendo la ecuación

$$\mathbf{J}^{i-1} \Delta \mathbf{X}^{i-1} = \Delta \mathbf{R}^{i-1} \quad (50)$$

siendo

$$\Delta \mathbf{X}^{i-1} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{i-1} \\ \Delta x_2^{i-1} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{i-1} \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\Delta \mathbf{R}^{i-1} = \begin{bmatrix} c_1 - f_1^{i-1} \\ c_2 - f_2^{i-1} \\ \vdots \\ c_n - f_n^{i-1} \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$\mathbf{J}^{i-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \frac{\partial f_n}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \mathbf{X}^{i-1} \quad (53)$$

Una característica de este método es que para resolver el sistema no lineal de orden $n \times n$, para cada iteración debemos:

- Calcular valores actuales para n funciones
- Calcular valores actuales para $n \times n$ derivadas parciales
- Resolver el sistema línea.

Por lo anterior es fácil concluir que la cantidad de operaciones necesarias para resolver el sistema no lineal crece rápidamente con el incremento de n .

a figura 44, muestra el diagrama de flujo para solucionar un sistema de ecuaciones no lineales usando el método de Newton-Raphson.

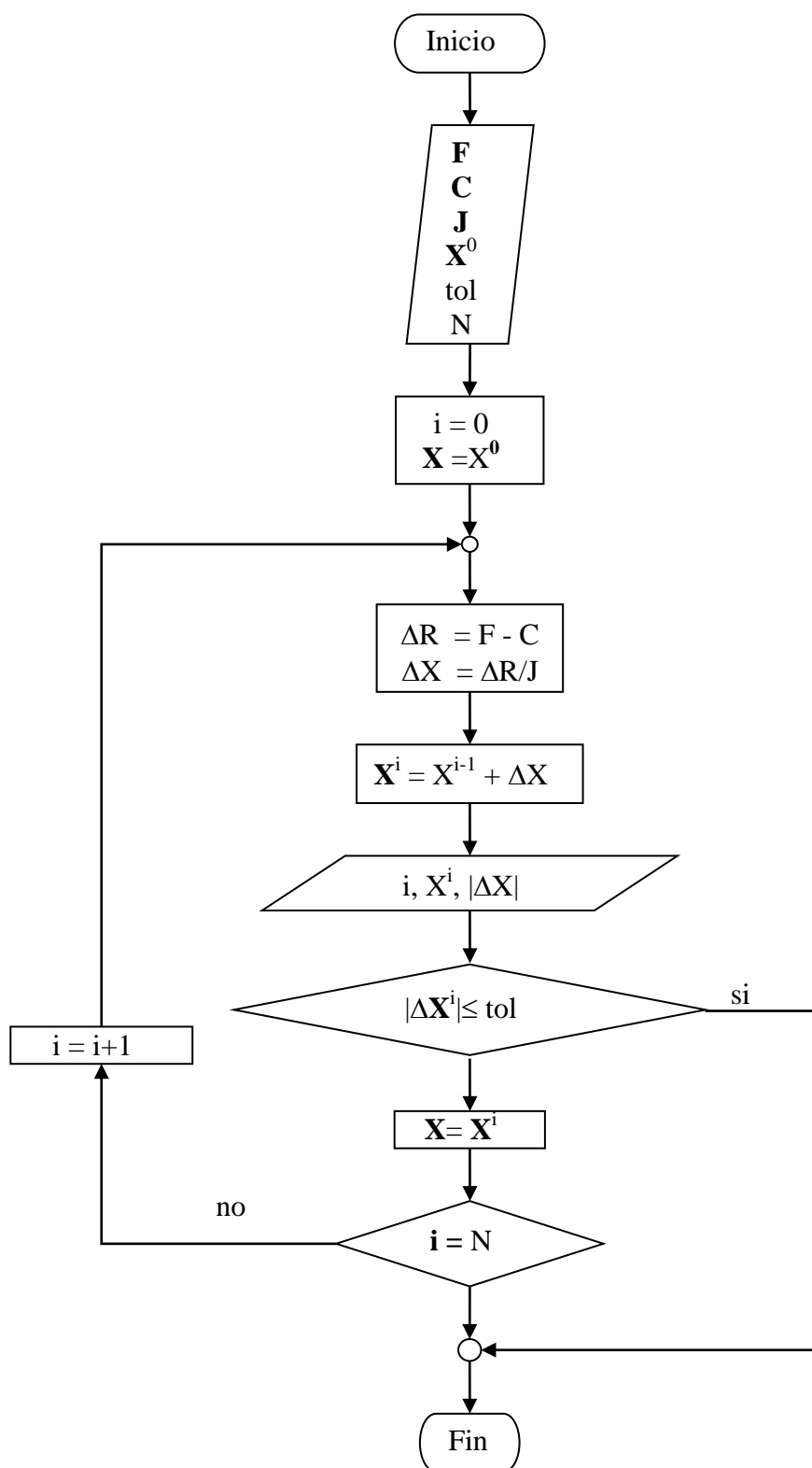


Figura 44 Diagrama de flujo para el método de Newton-Raphson.

1.2.6 Método De Gauss-Seidel aplicado al flujo de carga

Información general para el uso de este método esta descrito en Arthur R.Bergen (2000). Utilizaremos este método para calcular el flujo de carga, en un sistema de n barras, el método será usado tal como está descrito en la sección 1.2.5.1, por lo cual debemos tener definido:

- Las ecuaciones de flujo a resolver
- Las variables del sistema
- Los valores iniciales de las variables
- El proceso iterativo a utilizar

Con la información anterior, debemos aplicar lo indicado en la sección 1.2.5.1, esto es, debemos calcular las actualizaciones de las variables de manera creciente utilizando en el cálculo los valores recientemente obtenidos.

1.2.6.1 Ecuaciones

A partir de las ecuaciones (33) y (34) obtenemos que para un sistema de n barras se cumple la ecuación.

$$P_k - jQ_k = \mathbf{v}_k^* \left(\mathbf{v}_k \mathbf{y}_{kk} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j \right) \quad (54)$$

De donde se obtiene que:

- El voltaje en la barra k es

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{\mathbf{y}_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{\mathbf{v}_k^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j \right] \quad (55)$$

- La potencia activa en la barra k es

$$P_k = \text{Real} \left[\mathbf{v}_k^* \left(\mathbf{v}_k \mathbf{y}_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j \right) \right] \quad (56)$$

- La potencia reactiva en la barra k es

$$Q_k = -\text{Imaginara} \left[\mathbf{v}_k^* \left(\mathbf{v}_k \mathbf{y}_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j \right) \right] \quad (57)$$

1.2.6.2 Voltaje en las barras

Para realizar el cálculo del voltaje en las barras del sistema es necesario proceder de manera diferente en cada tipo de barra, así tenemos:

a) Barra Vδ

En esta barra están dados los valores de:

- Magnitud de voltaje
- Angulo de fase del voltaje

y debemos determinar su

- Potencia activa
- Potencia reactiva

A esta barra le asignaremos el número *uno* y además, no la consideraremos en el proceso iterativo, razón por la cual el sistema se reduce a un sistema de $2(n-1)$ ecuaciones.

b) Barra PQ

En esta barra están dados los valores de:

- Potencia activa
- Potencia reactiva

y debemos calcular

- Magnitud del voltaje
- Angulo de fase del voltaje.

Calculamos el fasor voltaje a partir de la ecuación (55), mediante la ecuación:

$$\mathbf{v}_k^i = \frac{1}{\mathbf{y}_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{(\mathbf{v}_k^{i-1})^*} - \sum_{j=1}^{k-1} \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j^i - \sum_{j=k+1}^n \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j^{i-1} \right] \quad (58)$$

donde

$$k = 2, 3, \dots, n$$

c) Barra PV

En esta barra están dados los valores de:

- Potencia activa
- Magnitud del voltaje

Como para calcular el voltaje en esta barra es necesaria conocer la potencia reactiva, por lo que debemos determinarla a partir de la ecuación (57), esta es

$$Q_k^i = -\text{Imag} \left[\left(\mathbf{v}_k^{i-1} \right)^* \left(\mathbf{v}_k^{(i-1)} \mathbf{y}_{kk} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j^{(i-1)} \right) \right] \quad (59)$$

donde

$$k = 2, 3, \dots, n$$

Normalmente la potencia reactiva originada por el generador conectado en una barra PV tiene límites de funcionamiento, dados por:

$$Q_{k,min} \leq Q_k \leq Q_{k,max} \quad (60)$$

Donde

Q_k , Potencia reactiva entregada a la barra k

$Q_{k,min}$, Potencia reactiva mínima, entregada a la barra k

$Q_{k,max}$, Potencia reactiva máxima, entregada a la barra k

Si el valor de Q_k cae fuera de los límites de generación, entonces la potencia reactiva debe modificarse. Esta modificación se realiza de acuerdo a lo indicado en la ecuación

$$Q_k = \begin{cases} Q_{k,min} & \text{si } Q_k \leq Q_{k,min} \\ Q_{k,max} & \text{si } Q_k \geq Q_{k,max} \end{cases} \quad (61)$$

Modificado el valor de la potencia reactiva, la barra cambia de tipo y ahora debe considerarse como una barra PQ y su voltaje se calcula en la forma ya indicada para este tipo de barra.

Con el valor de la potencia reactiva obtenida y la potencia activa preestablecida se calcula el voltaje, usando la ecuación (58).

La magnitud del voltaje obtenido, resultará diferente al voltaje preestablecido, en consecuencia debemos corregirlo, esta corrección recibe el nombre de *ajuste* y se determina haciendo uso de la parte imaginaria obtenida, este nuevo valor de la parte real del voltaje es,

$$a_Real(\mathbf{v}_k^i) = \sqrt{|\mathbf{v}_k^i|^2 - (\text{imag}(\mathbf{v}_k^i))^2} \quad (62)$$

resultando como valor final corregido

$$\mathbf{v}_k^i = \text{a_Real}(\mathbf{v}_k^i) + j \text{imag}(\mathbf{v}_k^i) \quad (63)$$

1.2.6.3 Implementación del método

Para dar solución numérica al problema de flujo de carga, de acuerdo al método iterativo de Gauss-Seidel, debemos encontrar los vectores y matrices equivalentes a los utilizados por el método, para de esta manera adaptarlos al formato descrito en la sección 1.2.5.1.

a) El sistema a resolver esta dado por las ecuaciones no lineales (55)

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{\mathbf{y}_{kk}} \left[\frac{\mathbf{p}_k - j \mathbf{Q}_k}{\mathbf{v}_k^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \mathbf{y}_{kj} \mathbf{v}_j \right], \quad k = 2, 3, \dots, n$$

b) Las variables del sistema son los voltajes de barras dadas por el vector

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n \end{bmatrix} \quad (64)$$

c) El vector de funciones es

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{v}_3 \\ \mathbf{v}_4 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n \end{bmatrix} \quad (65)$$

d) Los valores iniciales están dados por el vector

$$\mathbf{V}^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2^0 \\ \mathbf{V}_3^0 \\ \mathbf{V}_4^0 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_n^0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

La elección de los valores iniciales para los fasores voltaje es de vital importancia pues una mala elección puede originar, un número grande de iteraciones, o que no se logre convergencia.

En los sistemas de potencia balanceados operando en estado estable, las magnitudes de voltajes y fases en las barras, normalmente tienen valores cercanos al de la barra $V\delta$, en la forma,

i) Magnitudes de los voltajes

- ➡ Menor en barras PQ

Originado por el consumo de potencia reactiva

- ➡ Mayor en barras PV

Dado en su especificación

ii) Ángulos de fase

- ➡ Menor en barras PQ

Originado por el consumo potencia activa

- ➡ Mayor en barras PV

Originado por el ingreso de potencia activa.

Lo anterior lleva a considerar que los valores iniciales apropiado sean:

- Para en barras PQ

$$V = 1 \angle 0^\circ$$

- Para barras PV

$$\delta = 0 \quad :$$

Esta elección recibe el nombre de *inicio plano*

1.2.6.4 Proceso iterativo

Iteración 1

Usando los valores iniciales \mathbf{V}^0 , calculamos valores actuales de los voltajes en las barras tipo PQ. Pero si la barra es tipo PV, entonces como lo indicamos anteriormente, en esta barra calculamos primero su potencia reactiva y luego usamos este valor para calcular el voltaje en la barra.

Concluido el proceso tenemos valores actualizados de los voltajes en todas las barras, este resultado constituye la primera aproximación en la solución del sistema, originando el vector:

$$\mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^1 \\ \mathbf{V}_2^1 \\ \mathbf{V}_3^1 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_n^1 \end{bmatrix}$$

Iteración 2

Usando el vector \mathbf{V}^1 , como vector de valores iniciales repetimos el proceso iterativo semejante a lo hecho en la iteración 1, lo cual debe ser una mejor aproximación a la solución. Este resultado queda almacenado en el vector

$$\mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^2 \\ \mathbf{V}_2^2 \\ \mathbf{V}_3^2 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_n^2 \end{bmatrix}$$

El proceso iterativo termina cuando

$$|\Delta \mathbf{V}| \leq \text{Tolerancia}$$

Siendo la solución el vector

$$\mathbf{V}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^i \\ \mathbf{v}_2^i \\ \mathbf{v}_3^i \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n^i \end{bmatrix}$$

Si no se logra la tolerancia predeterminada, consideramos que el sistema dado no tiene convergencia, por lo cual es necesario:

- Cambiar los valores iniciales
- O, justificar que no existe solución para tal sistema.

Como ya mencionamos, en este método podemos obtener la solución con menos iteraciones, utilizamos el factor de aceleración α , el cual origina como valor actualizado el voltaje acelerado dado por

$$\mathbf{v}^i = \mathbf{v}^{i-1} + \alpha \Delta \mathbf{v}^{i-1} \quad (67)$$

En los sistemas de potencia experimentalmente se ha comprobado como indica Grainger and Stevenson (1994) que el rango apropiado de α es

$$1 < \alpha < 2$$

El proceso termina cuando se cumple la condición:

$$|\Delta \mathbf{V}| \leq \text{Tolerancia}$$

Una vez alcanzada la última iteración, se calculan los valores de la potencia activa y reactiva en la barra 1.

La figura 45, muestra el diagrama de flujo para calcular los voltajes en las barras usando el método de Gauss- Seidel

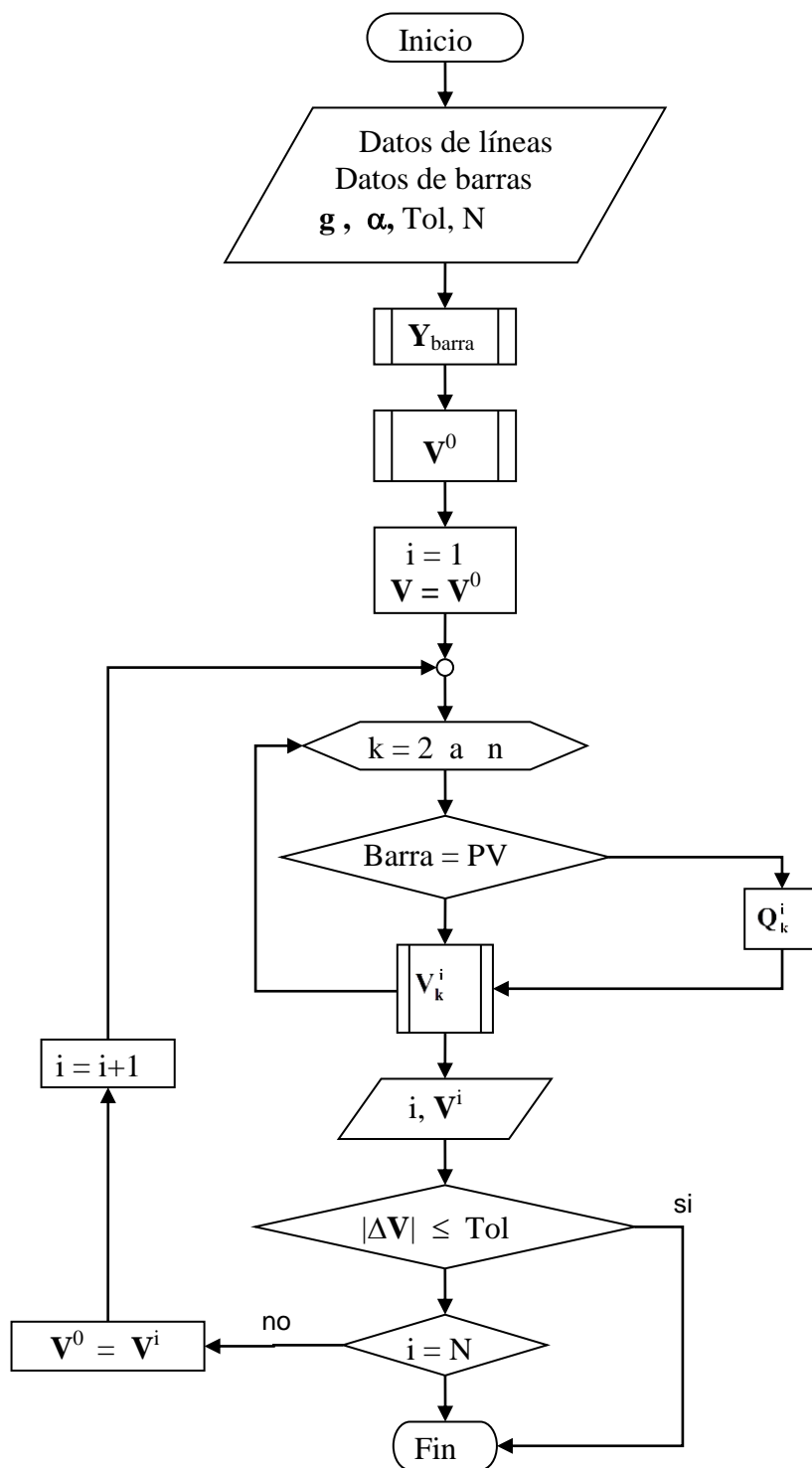


Figura 45 Diagrama de flujo del método de Gauss- Seidel usado en flujo de carga.

1.2.7 Método de Newton-Raphson aplicado al flujo de carga

Información general para el uso del método esta descrito en de Arthur R.Bergen (2000) quien considera que es el método mayormente utilizado.

Este método utiliza:

1. El desarrollo de las serie de Taylor, alrededor de un valor de voltaje dado como valor inicial
2. Las derivadas parciales de orden uno del sistema de ecuaciones que resuelve el sistema de potencia.
3. Las derivadas parciales de orden uno.
4. Las derivadas parciales forman la matriz Jacobiana
5. El ajuste de potencia en la verificación de la tolerancia

1.2.7.1 Ecuaciones

Para dar solución al problema de flujo de carga en un sistema de potencia haciendo uso del método de Newton-Raphson, usaremos notación exponencial, así tenemos que las ecuaciones del modelo son.

$$\mathbf{I}_k = \sum_{s=1}^n Y_{ks} V_s e^{j(\tau_{ks} + \delta_s)} \quad (68)$$

$$\mathbf{s}_k = V_k \sum_{s=1}^n Y_{ks} V_s e^{j(\delta_k - \delta_s - \tau_{ks})} \quad (69)$$

Donde

τ , es ángulo de admitancia

δ , es ángulo de fase

A partir de la definición

$$\mathbf{S}_k = P_k + jQ_k$$

sigue que en la barra k:

- La potencia activa es

$$P_k = V_k \sum_{s=1}^n Y_{ks} V_s \cos(\delta_k - \delta_s - \tau_{ks}) \quad (70)$$

donde, $k = 1, 2, \dots, n$

- La potencia reactiva en la barra k, es

$$Q_k = V_k \sum_{s=1}^n Y_{ks} V_s \sin(\delta_k - \delta_s - \tau_{ks}) \quad (71)$$

donde, $k = 1, 2, \dots, n$

Cada una de las dos ecuaciones anteriores cuando son aplicadas a un sistema de potencia de n barras originan:

n, ecuaciones de potencia activa

n, ecuaciones de potencia reactiva

Entonces el sistema originado está formado por 2n ecuaciones no lineales, estas son las que usaremos para resolver el problema de flujo de carga haciendo uso del método numérico iterativo de Newton-Raphson.

Desarrollando las 2n ecuaciones del sistema de potencia, tenemos que la forma general del sistema de ecuaciones que corresponde a un flujo de carga distribuido en n barras es:

$$\begin{aligned}
P_1(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_N) &= c_{P1} \\
Q_1(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_N) &= c_{Q1} \\
P_2(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_N) &= c_{P2} \\
Q_2(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_N) &= c_{Q2} \\
&\vdots \\
&\vdots \\
P_n(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_N) &= c_{Pn} \\
Q_n(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_N) &= c_{Qn}
\end{aligned} \tag{72}$$

A continuación indicamos los requerimientos para obtener la solución del sistema de potencia, usando este método:

- Definir la barra 1 como la barra de referencia para los voltajes del sistema
- No considerar en el desarrollo del problema la presencia de la barra 1, pues esta tiene como función principal realizar el balance energético del sistema.
- Utilizar el sistema por unidad
- Tener datos de ramas
- Tener datos de cargas
- Definir las variables del sistema.
- Determinar las matrices y vectores usadas por el método
- Definir los valores iniciales asignados a las variables del sistema.
- Determinar la tolerancia requerida.
- Ejecutar el proceso iterativo

Conocido los voltajes en todas las barras, procedemos a calcular:

- Los flujos de potencia

– Las pérdidas de potencia

1.2.7-2 Implementación del método

Para dar la solución numérica, debemos encontrar los vectores y matrices equivalentes a los utilizados por el método, adaptarlos al formato descrito en la sección 1.2.5.2.

En este caso:

a) Resolveremos el sistema dado por las ecuaciones no lineales

b) Las variables del sistema son los voltajes de barras dadas por el vector

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \vdots \\ \delta_N \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (73)$$

c) El vector de funciones es

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} P_2(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_n) \\ P_3(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_n) \\ \vdots \\ P_n(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_n) \\ Q_2(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_n) \\ Q_3(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_n) \\ \vdots \\ Q_n(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N, V_1, V_2, \dots, V_n) \end{bmatrix} \quad (74)$$

d) El Vector de constantes es:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{P2} \\ c_{P3} \\ \vdots \\ c_{PN} \\ c_{Q2} \\ c_{Q3} \\ \vdots \\ c_{Qn} \end{bmatrix} \quad (75)$$

e) Los valores iniciales están dados por el vector

$$\mathbf{x}^0 \quad (76)$$

f) Matriz Jacobiana:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Donde

$$\mathbf{J}_1 = \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \delta} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_2 = \left[\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial V_n} \\ \frac{\partial P_3}{\partial V_1} & \frac{\partial P_3}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_3}{\partial V_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial P_n}{\partial V_1} & \frac{\partial P_n}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial V_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_3 = \left[\frac{\partial Q}{\partial \delta} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_4 = \left[\frac{\partial Q}{\partial v} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial v_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial v_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial v_n} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial v_1} & \frac{\partial Q_3}{\partial v_2} & \dots & \frac{\partial Q_3}{\partial v_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial v_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial v_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial v_n} \end{bmatrix}$$

1.2.7.3 Proceso iterativo

El proceso iterativo consiste en obtener la solución partiendo con un valor aproximado de las variables, a lo cual llamamos valores iniciales. Entonces, dado \mathbf{X}^0 como valor inicial, calculamos:

Iteración 1

Usando \mathbf{X}^0 , como valor inicial, actualizamos las variables, obteniendo \mathbf{X}^1

Iteración 2

Usando \mathbf{X}^1 , como valor inicial, actualizamos las variables, obteniendo \mathbf{X}^2

Iteración N.

En general, para obtener cada una de las iteraciones utilizando el método de Newton-Raphson aplicamos la ecuación iterativa:

$$\mathbf{X}^i = \mathbf{X}^{i-1} + \Delta \mathbf{X}^{i-1} \quad (80)$$

En esta ecuación:

\mathbf{X}^i , es el valor actualizado de las variables en la iteración i

\mathbf{X}^{i-1} , es el valor inicial de las variables en la iteración i.

$\Delta \mathbf{X}^{i-1}$, es el incremento de las variables y se calcula usando la ecuación

$$\Delta \mathbf{X}^{i-1} = \frac{\Delta \mathbf{R}^{i-1}}{\mathbf{J}^{i-1}} \quad (81)$$

Donde:

$\Delta \mathbf{R}^{i-1}$, es la matriz de residuos.

\mathbf{J}^{i-1} , es la matriz de Jacobiana,

Dadas por

$$\Delta \mathbf{R}^{i-1} = \begin{bmatrix} C_{P2} - P_2^{i-1} \\ C_{P3} - P_3^{i-1} \\ \vdots \\ C_{Pn} - P_n^{i-1} \\ C_{Q2} - Q_2^{i-1} \\ C_{Q3} - Q_3^{i-1} \\ \vdots \\ C_{Qn} - Q_n^{i-1} \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$\mathbf{J}^{i-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1^{i-1} & \mathbf{J}_2^{i-1} \\ \mathbf{J}_3^{i-1} & \mathbf{J}_4^{i-1} \end{bmatrix} \quad (83)$$

Se considera finalizado el proceso iterativo cuando

$$\Delta R^{i-1} \leq \text{Tolereancia}$$

El criterio usado en el método de Gauss-Seidel respecto a los límites que puede tomar la potencia reactiva en una barra PV, también se aplica en este método.

La figura 46 muestra el diagrama de flujo para resolver el problema de flujo de carga usando este método.

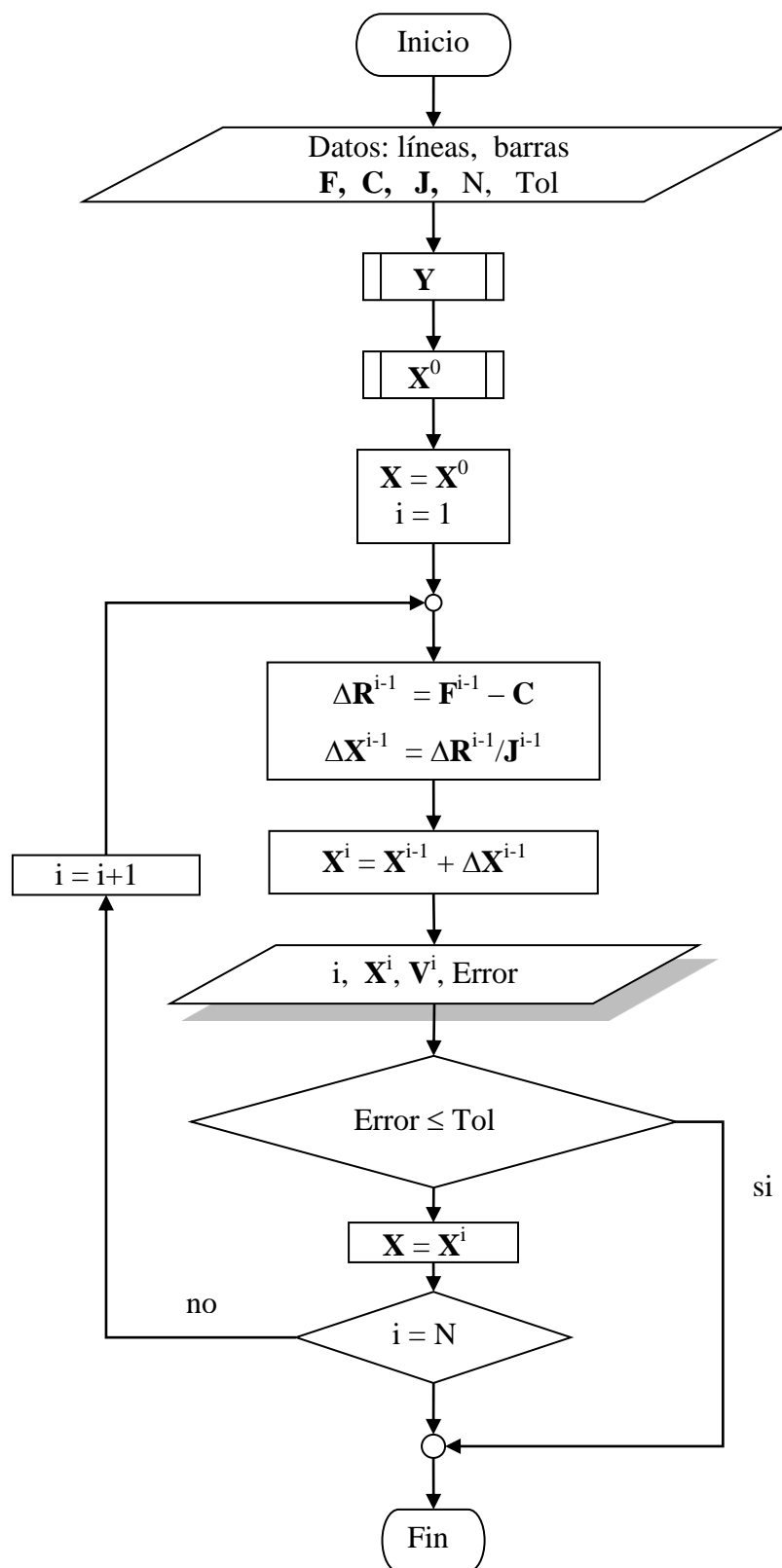


Figura 46 Diagrama de flujo del método de Newton-Raphson usado en flujo de carga

1.2.8 Método de Desacoplo-Rápido aplicado al flujo de carga

Este método, es una modificación al método de Newton-Raphson. La modificación principal que hace este método es reemplazar la matriz Jacobiana por una matriz constante, lo cual es obtenida al considerar las características físicas de los elementos pertenecientes a un sistema de potencia, fundamentalmente en lo referente a las relaciones

- a) Resistencia - reactancia.
- b) Potencia - ángulo de fase
- c) Potencia - magnitud de voltaje
- d) Voltajes entre barras

El análisis de las relaciones mencionadas permitió al autor concluir que en un sistema de potencia son válidas las siguientes aproximaciones:

$$\cos(\tau_{kp}) \approx 1$$

$$G_{kp} \sin(\tau_{kp}) \ll B_{kp}$$

$$Q_k \ll B_{kk} V_k^2$$

donde

$G_{kp} + jB_{kp}$ = elemento (k, p) de la matriz admitancia

V_k = magnitud del voltaje en la barra k

Q_k = potencia reactiva en la barra k

Para obtener las ecuaciones utilizadas en el método, revisaremos el comportamiento de los elementos de un sistema de potencia, en función de las aproximaciones, mencionada anteriormente.

1.2.8.1 Características del flujo energético en una línea de transmisión

Las líneas de transmisión son el medio natural para el traslado de la energía eléctrica desde una barra a otra. Estas líneas físicamente tienen asociadas tres parámetros distribuidos uniformemente a lo largo de esta, estos son:

- R: Resistencia
- L: Inductancia
- C: Capacitancia

Físicamente tenemos que:

- a) En un sistema de potencia la razón reactancia-resistencia es baja, esto significa que

$$X \gg R$$

Razón por la cual es aceptable considerar que el valor de la resistencia sea despreciable, lo cual justifica hacer

$$R = 0$$

por lo que la impedancia en este caso resulta solo función de la reactancia. Esto también se puede expresar indicando que la admitancia solo es función de la susceptancia, esto es

$$Y = jB$$

- b) El flujo energético, que existe en las barras de un sistema de potencia varía en función de los parámetros:

V : Magnitud de voltaje

δ : Angulo de fase del voltaje.

Para visualizar las características del flujo energético en una línea de transmisión, consideremos que la barra k está unida a la barra p mediante una línea de transmisión de resistencia despreciable ($R = 0$) como mostramos en la figura 47.

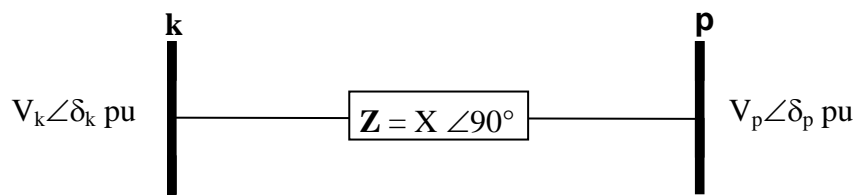


Figura 47 Sistema de dos barras conectadas por una línea de transmisión con $R = 0$

En la figura 48, la corriente que circula desde la barra k a la barra p es

$$\mathbf{I}_{kp} = \frac{1}{\mathbf{Z}} (\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_p)$$

la cual origina el flujo

$$\mathbf{S}_{kp} = \mathbf{V}_k \mathbf{I}_{kp}^*$$

Reemplazando el valor de \mathbf{I}_{kp} en \mathbf{S}_{kp} , encontramos que los flujos de energía que circula en la línea de transmisión desde la barra k , hasta a la barra p son,

— Potencia activa

$$P_{kp} = \frac{V_k}{X} [V_p \sin(\delta_k - \delta_p)]$$

— Potencia reactiva

$$Q_{kp} = \frac{V_k}{X} [V_k - V_p \cos(\delta_k - \delta_p)]$$

Para visualizar la dependencia de P y Q con respecto a la fase y voltaje de barra, hemos elaborado los gráficos mostrados en las figuras 1 y 2, con los siguientes datos:

$$V_k = 1 \angle 0^\circ \text{ pu,}$$

$$V_p = 1.08 \angle -10^\circ \text{ pu,}$$

$$X = 0.4 \text{ pu}$$

a) Dependencia de P y Q con la variación de fase

La figura 48 muestra la variación de la potencia activa y reactiva en la barra k en función de la variación de la fase en dicha barra cuando:

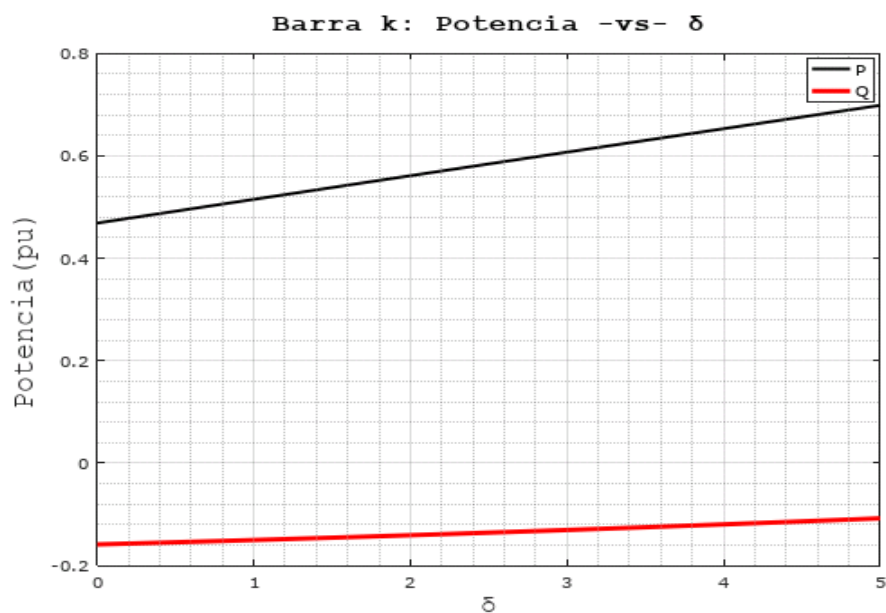


Figura 48 Variación de P y Q en función de la fase en la barra k

En esta figura observamos que:

“La pendiente de la potencia activa es mayor a la pendiente de la potencia reactiva”.

La observación anterior nos muestra que en una línea de transmisión conectada entre dos barras, en la barra en la cual ocurren variaciones de fase:

- Se originan cambios significativos en el flujo de la potencia activa.

Teóricamente, esto lo interpretamos indicando que la pendiente crece con el aumento de la fase. En consecuencia,

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} \neq 0 \quad (84)$$

Debemos tenerse presente que en la otra barra hemos mantenido constante el valor de la fase

- No se origina cambios significativos en el flujo de la potencia reactiva.

Teóricamente podemos considerar que la potencia reactiva se mantiene constante, lo cual lo interpretamos mediante la ecuación,

$$\frac{\partial Q}{\partial \delta} = 0 \quad (85)$$

b) Dependencia de P y Q con la variación de voltaje

La figura 49, muestra la variación de la potencia activa y reactiva en función del voltaje en la barra k

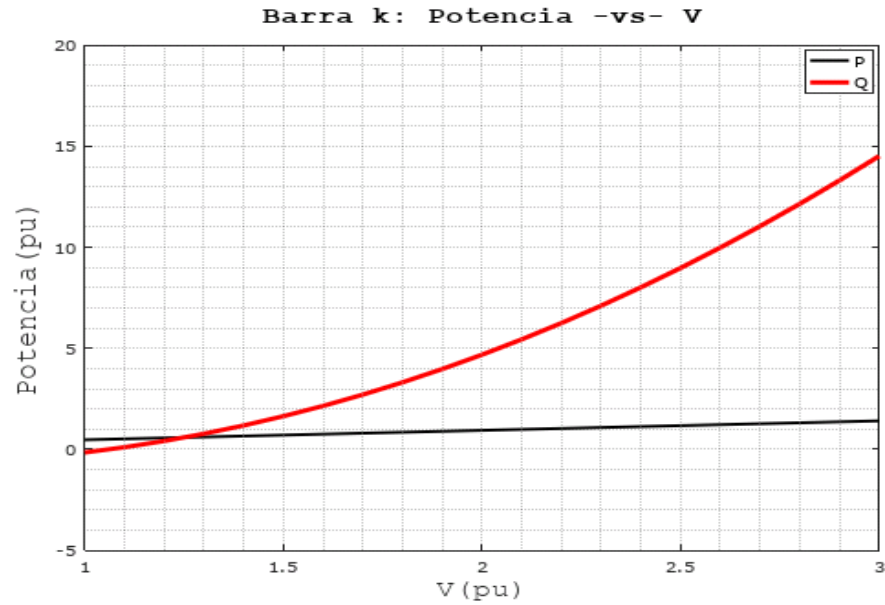


Figura 49 Variación de P y Q en función del voltaje

En esta figura observamos que la potencia activa varia poco comparado con la variación de la potencia reactiva

La observación anterior lo podemos interpretar diciendo que en una línea de transmisión conectada a una barra donde existe variación de fase:

- Se originan cambios significativos en el flujo de la potencia reactiva.

Teóricamente, esto lo interpretamos mediante la ecuación.

$$\frac{\partial Q}{\partial V} \neq 0 \quad (86)$$

- No se origina cambios significativos en el flujo de la potencia activa.

Teóricamente podemos aproximar diciendo que la potencia activa se mantiene constante, lo cual se expresa con la ecuación

$$\frac{\partial P}{\partial V} = 0 \quad (87)$$

1.2.8.2 Simplificación de la matriz Jacobiana

Como vimos en el desarrollo del método de Newton-Raphson, la expresión general de la matriz Jacobiana está dada por la ecuación (77), la cual repetimos a continuación

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix}$$

Usando las ecuaciones (85) y (87) en (77) obtenemos para la matriz Jacobiana la expresión reducida

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix}$$

Y el sistema a resolver dado por la ec (47), en este caso es

$$\Delta \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{J}_4 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{X} \quad (88)$$

Desarrollando la ecuación (88) obtenemos que

$$\Delta P = \mathbf{J}_1 \Delta \delta \quad (89)$$

$$\Delta Q = \mathbf{J}_4 \Delta V \quad (90)$$

Este último par de ecuaciones representa ahora el sistema a resolver. Para resolverlo debemos conocer cada una de las submatrices \mathbf{J}_1 y \mathbf{J}_4

I) Determinación de la sub matriz J_1

Los elementos de J_1 son:

$$a) \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k}$$

$$b) \frac{\partial P_k}{\partial \delta_s}$$

a) Calculo de $\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k}$

La función P_k dado por la ec (70), derivando respecto a δ_k , es

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = \left[-V_k \sum_{s=1}^N V_s Y_{ks} \sin(\delta_k - \delta_s - \tau_{ks}) \right] + V_k^2 Y_{kk} \sin(-\tau_{ks})$$

Usando la ecuación (71) sigue que

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -Q_k - V_k^2 B_{kk}$$

donde:

$$B_{kk} = Y_{kk} \sin(\tau_{kk})$$

Aplicando la aproximación de Stott-alsak queda

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -V_k^2 B_{kk}$$

En el sistema por-unidad los voltajes son próximos a uno entonces podemos simplificar la ecuación a

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -V_k B_{kk} \quad (91)$$

b) Calculo de $\frac{\partial P_k}{\partial \delta_s}$

Derivando P_K respecto a δ_s , obtenemos

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_s} = V_k V_s Y_{ks} \sin(\delta_k - \delta_s - \tau_{ks})$$

En operaron normal las fases de las barras tienen valores muy próximos. Esto permite hacer las aproximaciones

$$\delta_k - \delta_s - \tau_{ks} = -\tau_{ks}$$

$$V_s = 1$$

con lo cual

$$\frac{\partial P_k}{\partial \delta_s} = -V_k B_{ks} \quad (92)$$

Donde

$$B_{ks} = Y_{ks} \sin(\tau_{ks})$$

Juntando los elementos matriciales (91) y ((92), podemos representar la derivada parcial de la potencia activa respecto a la fase con la expresión

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = -\mathbf{B}_1 V \quad (93)$$

de donde sigue que

$$\mathbf{J}_1 = -\mathbf{B}_1 V \quad (94)$$

II) Determinación de la sub matriz \mathbf{J}_4

Los elementos de \mathbf{J}_4 son:

$$a) \quad \frac{\partial Q_k}{\partial V_k}$$

$$b) \quad \frac{\partial Q_k}{\partial V_s}$$

a) Cálculo de $\frac{\partial Q_k}{\partial V_k}$

Derivando la función Q_k dado por la ec (71), respecto a V_k es

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k B_{kk} + Q_k$$

donde

$$B_{kk} = Y_{kk} \sin(\tau_{kk})$$

Aplicando el criterio de B Stott, O Alsac (1974) obtenemos finalmente

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k B_{kk} \quad (95)$$

b) Calculo de $\frac{\partial Q_k}{\partial V_s}$

Derivando la función Q_k dado por la ec (71) respecto a V_s , obtenemos

$$\frac{\partial Q_k}{\partial V_s} = -V_k B_{ks} \quad (96)$$

donde

$$B_{ks} = Y_{ks} \sin(\tau_{ks})$$

Juntando los elementos matriciales (95) y (96), tenemos que

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = -\mathbf{B}_4 V \quad (97)$$

De donde sigue que

$$\mathbf{J}_4 = -\mathbf{B}_4 V \quad (98)$$

Reemplazando J_1 en (89) y J_4 en (90), obtenemos

$$\Delta \delta = \mathbf{B}_1^{-1} \frac{\Delta P}{V} \quad (99)$$

$$\Delta V = \mathbf{B}_4^{-1} \frac{\Delta Q}{V} \quad (100)$$

La figura 50 es el diagrama de flujo que permite calcular el flujo de carga utilizando el método de Desacoplo- Rápido

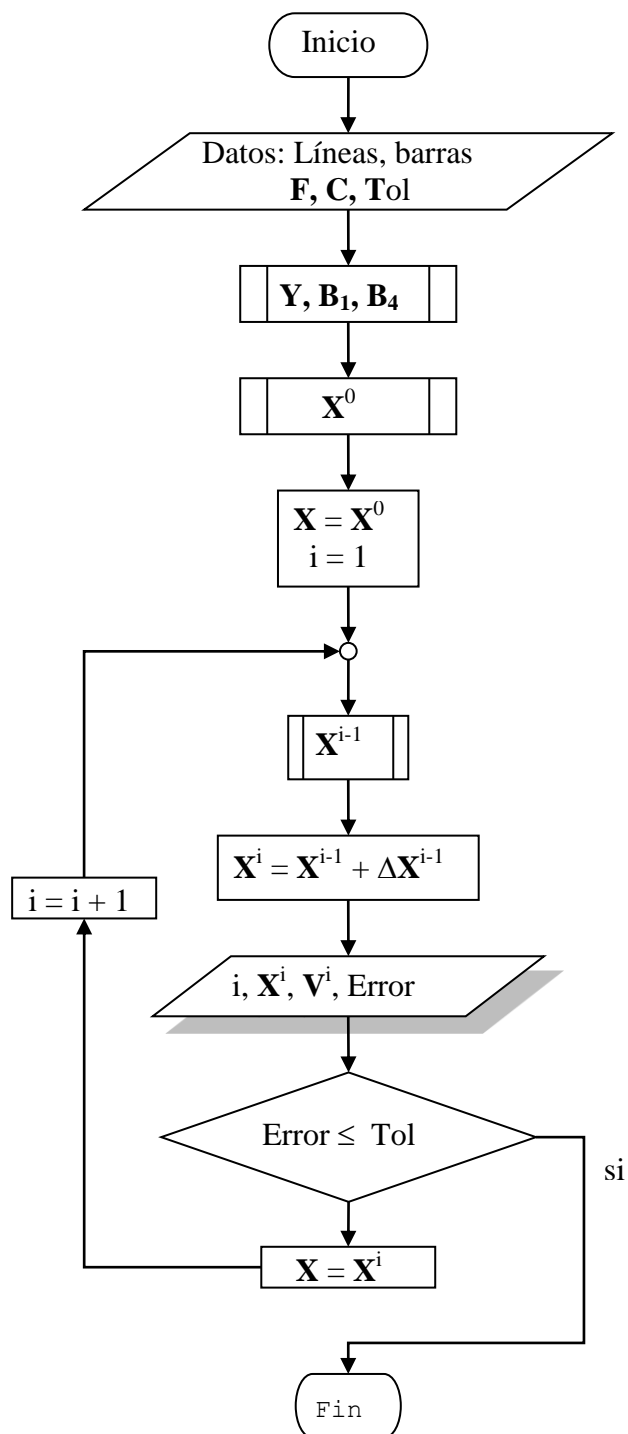


Figura 50 Diagrama de flujo del método de Desacoplo-Rápido usado en flujo de carga

1.3 Hipótesis

Como el sistema esta balanceado, esto significa que cuando opera en estado estable, el flujo de carga en sus tres fases son iguales. Entonces resolvemos solamente una fase del sistema, logrando simplificar el sistema trifásico a uno monofásico en el cual usaremos los datos en el sistema por-unidad correspondientes a sus,

1. Barras
2. Transformadores
3. Líneas de transmisión.

Resolver el problema consiste en determinar para cada barra, su voltaje en magnitud y fase, a partir de datos conocidos de carga, potencia y voltaje.

Conocidos los voltajes, con estos se calcula:

- Potencia activa y reactiva de generador de la barra 1
- Potencia reactiva y fase de las barras PV
- Voltaje de las barras PQ
- Flujo de carga en las líneas de transmisión
- Pérdidas de flujo del sistema.

Capítulo II. Métodos y Materiales

2.1 Tipo de Investigación

En esta tesis se determina el modelo matemático del problema de flujo de carga y se utiliza este para calcular el flujo de carga en dos sistemas de potencia mediante tres métodos numéricos iterativos, en consecuencia, estamos en el campo de una investigación aplicada

2.2 Método de Investigación

En este trabajo se han utilizado métodos numéricos, por lo que el método de investigación corresponde al cuantitativo.

2.3 Diseño de Contrastación

En este trabajo se introducen valores iniciales a las variables con la finalidad de obtener valores finitos en potencia activa y reactiva en la barra P δ (barra 1), así como en la potencia reactiva de las barras PV, con la intención de mantener la potencia de consumo en los valores predeterminados de carga activa, carga reactiva y voltaje. En consecuencia manipulamos los valores de las variables por lo que la contratación es experimental (causa-efecto)

2.4 Población, Muestra y Muestreo

Población

Está constituida por la totalidad de sistemas de potencia instalados.

Muestra

La muestra está constituida por dos sistemas de potencia básicos:

- Sistema 1: Tres barras y dos generadores
- Sistema 2:: Cuatro barras, un transformador y dos generadores

Muestreo

Hemos considerado sistemas de potencia pequeños pero que tengan los elementos que se encuentran repetidos en sistemas de potencia grandes, esto es , hemos considerado uno que tenga los tres tipos de barras y dos generadores, y el otro es una ampliación del primero al cual hemos agregado un transformador

2.5 Técnicas, Instrumentos, Equipos y Materiales de Recolección de Datos

La técnica utilizada es la simulación numérica basada en los diagramas de flujo originados por los métodos numéricos cuando son aplicados a los sistemas de potencia elegidos como muestras. El equipo utilizado es un computador digital y los datos de los sistemas a resolver así como los resultados obtenidos son almacenados en archivos digitales.

2.6 Procesamiento y Análisis de Datos

El procesamiento de datos ha consistido en obtener los voltajes en magnitud y fase de todas las barras con lo cual se obtienen los flujos y perdidas de este. El análisis ha consistido en determinar si los valores de voltaje y/o potencia obtenidos cumplen con la tolerancia establecida previamente.

Capítulo III. Resultados

Aplicaremos los tres métodos descritos para resolver el problema de flujo de carga en dos sistemas de potencia, estos son:

SP3B: Sistema de potencia de 3 barras

SP4B: Sistema de potencia de 4 barras

3.1 Descripción del Sistema SP3B

La figura 51 muestra un sistema de potencia que funciona con los tres diferentes tipos de barras, los datos numéricos en una base de 100 MVA, están indicados en las tablas 10 y 11

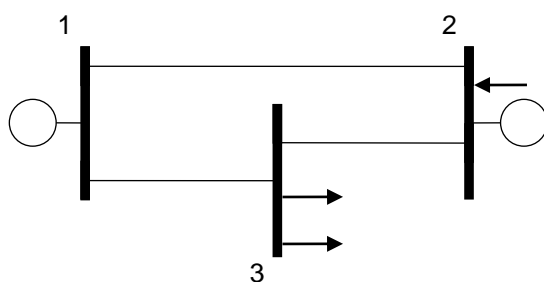


Figura 51 Sistema de potencia SP3B

Tabla 10 Datos de líneas en el sistema SP3B

Línea		R (pu)	X (pu)
1	2	0.07	0.21
1	3	0.04	0.12
2	3	0.03	0.09

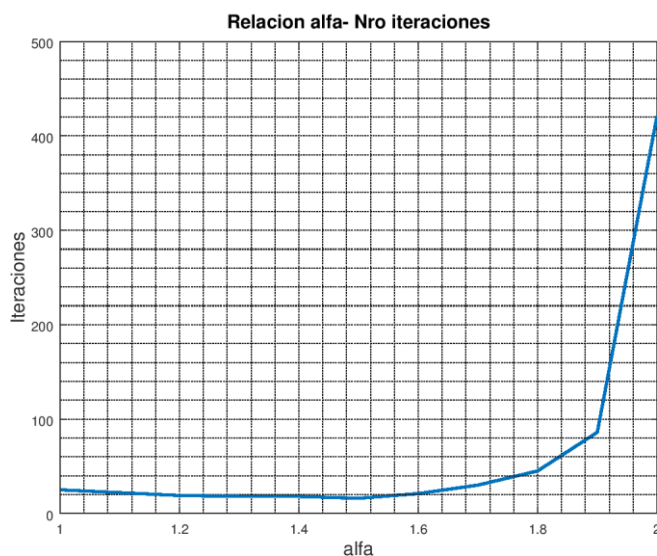
Tabla 11 Datos de barras en el sistema SP3B

Barra	Tipo	Voltaje (pu)		Generación (pu)		Carga (pu)	
		V	δ°	P	Q	P	Q
1	V δ	1.06	0				
2	PV	1.03		3.1			
3	PQ					4.2	2.9

3.2 Solución del SP3B con el método de Gauss-Seidel

3.2.1 Cálculo del factor de aceleración

Para usar este método debe determinarse el valor del factor de aceleración. Haciendo simulaciones para valores de alfa entre 1 y 2, se obtiene el gráfico de la figura 52

**Figura 52** Relación alfa vs número de iteraciones

Ampliando la figura 52 en la zona indicada en la figura 53, observamos que la relación es

Factor de aceleración (α) = 1

Numero de iteraciones = 25

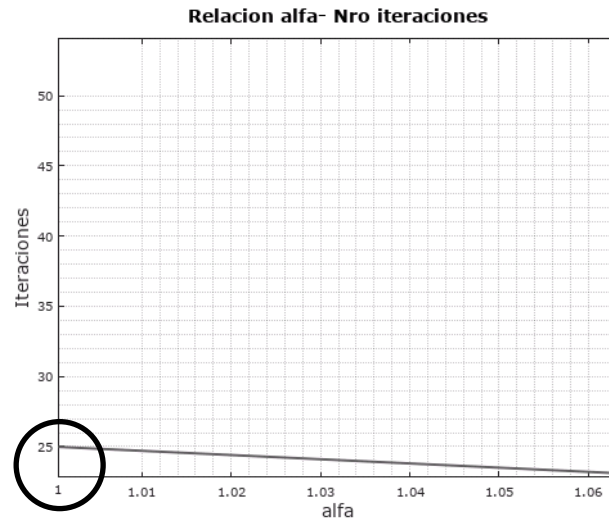


Figura 53 Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 1$

En la figura 54 la relación factor de aceleración vs número de iteraciones es

Factor de aceleración (α) = 1.5

Numero de iteraciones = 16

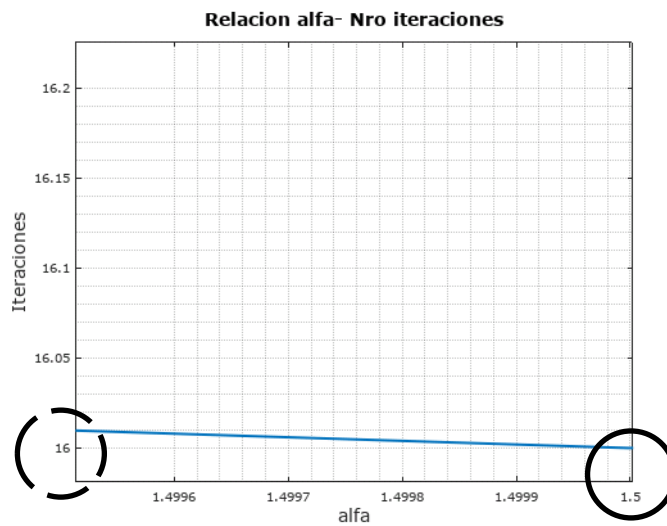


Figura 54 Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 1.5$

En la figura 55 la relación es:

Factor de aceleración (α) = 2

Numero de iteraciones = 421

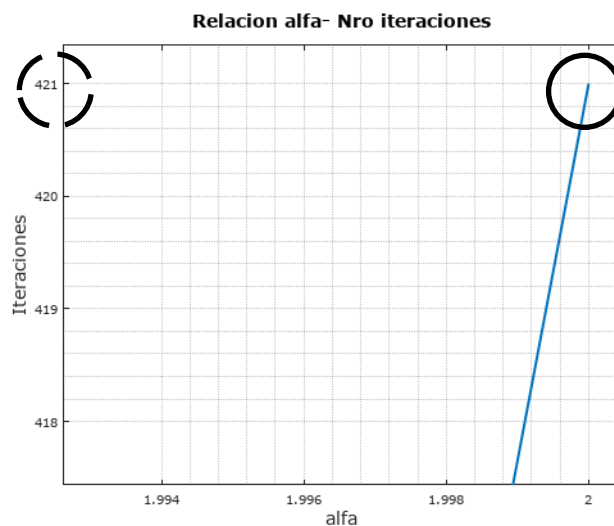


Figura 55 Relación alfa vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 2$

Las observaciones anteriores nos indican que para el sistema SP3B, el valor del factor de aceleración apropiado es $\alpha = 1.5$.

Conocido el factor de aceleración, haremos el cálculo de flujo siguiendo la secuencia del diagrama de flujo propuesto para el método de Gauss-Seidel, figura 45.

3.2.2 Desarrollo del diagrama de flujo

3.2.2.1 Datos

a) Datos de líneas

Línea 1-2

$$R_{12} = 0.07$$

$$X_{12} = 0.21$$

Línea 1-3

$$R_{13} = 0.04$$

$$X_{13} = 0.12$$

Línea 2-3

$$R_{23} = 0.03$$

$$X_{23} = 0.09$$

b) Datos de barras

Potencias

Barra 2

$$P_2 = 3.1$$

Barra 3

$$P_3 = 4.2$$

$$Q_3 = 2.9$$

Voltajes

Barra 1

$$|V| = 1.06$$

$$\delta = 0$$

Barra 2

$$|V| = 1.03$$

c) Funciones del sistema

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 = \frac{1}{\mathbf{y}_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{\mathbf{v}_2^*} \right] - (\mathbf{y}_{21} \mathbf{v}_1 + \mathbf{y}_{23} \mathbf{v}_3) \\ \mathbf{v}_3 = \frac{1}{\mathbf{y}_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3}{\mathbf{v}_3^*} \right] - (\mathbf{y}_{31} \mathbf{v}_1 + \mathbf{y}_{32} \mathbf{v}_2) \end{bmatrix}$$

d) Factor de aceleración

$$\alpha = 1.5$$

e) Tolerancia

$$\text{Tol} = 10^{-6}$$

f) Numero de iteraciones

$$N = 1000$$

3.2.2.2 Cálculos**3.2.2.2.1 Matriz Admitancia**

Usando los datos de las líneas en las ecuaciones (28) y (29), la matriz de admitancias del sistema es

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 3.9286 & -j11.7857 & -1.4286 & +j4.2857 & -2.5000 & +j7.5000 \\ -1.4286 & +j4.2857 & 4.7619 & -j14.2857 & -3.3333 & +j10.0000 \\ -2.5000 & +j7.5000 & -3.3333 & +j10.0000 & 5.8333 & -j17.5000 \end{bmatrix}$$

3.2.2.2.2 Voltaje inicial

$$\mathbf{v}^0 = \begin{bmatrix} 1.06 + j0 \\ 1.03 + j0 \\ 1.00 + j0 \end{bmatrix}$$

3.2.2.2.3 Iteraciones

El cálculo de los voltajes se hace teniendo en cuenta el tipo de barra. Para la barra PV el proceso previamente analizado esta resumido a continuación

- 1) Calculamos la potencia reactiva Q_2^1 con la ecuación (57)

- 2) Calculamos el voltaje v_z^1 usando el valor de la potencia reactiva Q_z^1 anteriormente obtenida, haciendo uso de la ecuación (58)
- 3) Corregimos el voltaje de v_z^1 , usando la ecuación (63)
- 4) Calculamos el voltaje de la barra 3, esto es v_3^1 haciendo uso de la ecuación (58).
- 5) Calculamos los voltajes acelerados con la ecuación (67).

Iteración 1

Barra 2: barra PV

El cálculo de potencia reactiva es

$$Q_2 = 0.17657$$

El cálculo del voltaje es

$$V_2 = 1.09200 + j0.18601$$

La corrección del voltaje hace

$$V_2 = 1.01306 + j0.18601$$

El voltaje acelerado calculado resulta

$$V_2 = 0.99149 + j0.27902$$

Barra 3: Barra PQ

El cálculo del voltaje es

$$V_3 = 0.7997077 - j0.0068472$$

El voltaje acelerado es

$$V_3 = 0.699561 - j0.010271$$

Voltaje originado en esta iteración

$$\mathbf{v}^1 = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j 0.00000 \\ 0.99149 & + j 0.27902 \\ 0.69956 & - j 0.01027 \end{bmatrix}$$

siendo

$$\Delta \mathbf{V} = \begin{bmatrix} -0.038512 & +j0.279017 \\ -0.300439 & -j0.010271 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Error} = 3.004385e-001$$

Iteración 2

Barra 2: barra PV

El cálculo de potencia reactiva es

$$Q_2 = 2.6370$$

El cálculo del voltaje es

$$V_2 = 0.98700 + j0.18439$$

La corrección del voltaje hace

$$V_2 = 1.01336 + j0.18439$$

El voltaje acelerado calculado resulta

$$V_2 = 1.02084 + j0.13708$$

Barra 3: Barra PQ

El cálculo del voltaje es

$$V_3 = 0.71808 - j0.15468$$

El voltaje acelerado es

$$V_3 = 0.72735 - j0.22688$$

Voltaje originado en esta iteración

$$\mathbf{v}^2 = \begin{bmatrix} 1.06000 & +j0.00000 \\ 1.02084 & +j0.13708 \\ 0.72735 & -j0.22688 \end{bmatrix}$$

siendo

$$\Delta \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.02935 & -j0.14194 \\ 0.02778 & -j0.21661 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 2.166095\text{e-}001$$

Iteración 16

Barra 2: barra PV

El cálculo de potencia reactiva es

$$Q_2 = 2.8581$$

El cálculo del voltaje es

$$V_2 = 1.029274 + j0.038656$$

La corrección del voltaje hace

$$V_2 = 1.029274 + j0.038656$$

El voltaje acelerado calculado resulta

$$V_2 = 1.029274 + j0.03865$$

Barra 3: Barra PQ

El cálculo del voltaje es

$$V_3 = 0.68336 - j0.14504$$

El voltaje acelerado es

$$V_3 = 0.68336 - j0.14504$$

Voltaje originado en esta iteración

$$\mathbf{V}^{16} = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j0.00000 \\ 1.02927 & + j0.03866 \\ 0.68336 & - j0.14504 \end{bmatrix}$$

siendo

$$\Delta \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 8.7776\text{e} - 009 & - j2.3371\text{e} - 007 \\ - 4.4202\text{e} - 008 & - j1.3394\text{e} - 007 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 2.337132\text{e-}007$$

3.2.2.2.4 Flujos en MVA

a) Potencias en las barras

A partir de la ecuación (56) y (57) sigue que

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 202.204 & + j 280.804 \\ 310.000 & + j 285.806 \\ - 420.000 & - j 290.000 \end{bmatrix}$$

b) Flujo en las líneas

Usando las ecuaciones (30) y (31) encontramos

$$S_{12} = -12.908 + j19.812$$

$$S_{21} = 13.257 - j18.767$$

$$S_{13} = 215.112 + j260.992$$

$$S_{31} = -174.389 - j138.824$$

$$S_{23} = 296.743 + j304.573$$

$$S_{32} = -245.611 - j151.176$$

c) Perdidas en las líneas

Usando la ecuación (32), obtenemos que las pérdidas para cada una de las líneas son:

$$S_{L12} = 0.348 + j1.045$$

$$S_{L13} = 40.723 + j122.168$$

$$S_{L23} = 51.132 + j153.397$$

d) Perdida TOTAL

Sumando las pérdidas de todas las líneas, la pérdida total es

$$S_{PT} = 92.204 + j276.611$$

3.3 Solución del SP3B con el método de Newton-Raphson

Haremos el cálculo de flujo carga, siguiendo la secuencia del diagrama de flujo propuesto para el método de Newton-Raphson, figura 46.

3.3.1 Desarrollo del diagrama de flujo

3.3.1.1 Datos

a) Datos de líneas:

Línea 1-2

$$R_{12} = 0,07$$

$$X_{12} = 0,21$$

Línea 1-3

$$R_{13} = 0,04$$

$$X_{13} = 0,12$$

Línea 2-3

$$R_{23} = 0,03$$

$$X_{23} = 0,09$$

b) Datos de barras

Potencias

Barra 2

$$P_2 = 3,1$$

Barra 3

$$P_3 = 4,2$$

$$Q_3 = 2,9$$

Voltajes

Barra 1

$$V_1 = 1,06$$

$$\delta_1 = 0^\circ$$

Barra 2

$$V_2 = 1,03$$

$$\delta_2 = 0^\circ$$

c) Funciones del sistema

$$F = \begin{bmatrix} V_2^2 Y_{22} \cos(\tau_{22}) + Y_{21} V_2 V_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 - \tau_{21}) + Y_{23} V_2 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23}) \\ V_3^2 Y_{33} \cos(\tau_{33}) + Y_{31} V_3 V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_3 V_2 \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \\ - V_3^2 Y_{33} \sin(\tau_{33}) + V_3 V_1 Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + V_3 V_2 Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \end{bmatrix}$$

d) Vector de constantes

$$C = \begin{bmatrix} 3,1 \\ -4,2 \\ -2,9 \end{bmatrix}$$

e) Matriz Jacobiana

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix}$$

Donde

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -V_2 \left[Y_{21} V_1 \sin(\delta_2 - \delta_1 - \tau_{21}) + Y_{23} V_3 \sin(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23}) \right]$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = V_2 Y_{23} V_3 \sin(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23})$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_3} = V_2 Y_{23} \cos(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23})$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = V_3 Y_{32} V_2 \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32})$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = -V_3 \left[Y_{31} V_1 \sin(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_2 \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \right]$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_3} = 2V_3 Y_{33} \cos(\tau_{33}) + Y_{31} V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_2 \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32})$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -V_3 Y_{32} \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32})$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = V_3 \left[Y_{31} V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_2 \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \right]$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial V_3} = -2V_3 Y_{33} \sin(\tau_{33}) + Y_{31} V_1 \sin(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_2 \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32})$$

f) Tolerancia

$$\text{Tol} = 1\text{e-}006$$

g) Numero de iteraciones

$$N = 1000$$

3.3.1.2 Cálculos

3.3.1.2.1 Matriz Admitancia

2.1 Matriz Admitancia del sistema

Usando los datos de las líneas en las ecuaciones (28) y (29), la matriz de admitancias del sistema es

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 3,9286 & -j11,7857 & -1,4286 & +j4,2857 & -2,5000 & +j7,5000 \\ -1,4286 & +j4,2857 & 4,7619 & -j14,2857 & -3,3333 & +j10,0000 \\ -2,5000 & +j7,5000 & -3,3333 & +j10,0000 & 5,8333 & -j17,5000 \end{bmatrix}$$

3.3.1.2.2 Valores iniciales

$$\mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.3.1.2.3 Iteraciones

Iteración 1

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^0 = \begin{bmatrix} 0,058857 \\ -0,250000 \\ -0,750000 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^0 = \begin{bmatrix} 3,0411 \\ -3,9500 \\ -2,1500 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}^0 = \begin{bmatrix} 14,9791 & -10,3000 & -3,4333 \\ -10,3000 & 18,2500 & 5,5833 \\ 3,4333 & -6,0833 & 16,7500 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0,082835 \\ -0,112701 \\ -0,186269 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} 0,082835 \\ -0,112701 \\ 0,813731 \end{bmatrix}$$

Usando \mathbf{X}^1 , los voltajes en barras son:

$$\mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j0.00000 \\ 1.02647 & + j0.08522 \\ 0.80857 & - j0.09151 \end{bmatrix}$$

Error

3,950000e+000

Iteración 2

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^1 = \begin{bmatrix} 2,7726 \\ -3,3767 \\ -2,2767 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^1 = \begin{bmatrix} 0,32743 \\ -0,82332 \\ -0,62327 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}^1 = \begin{bmatrix} 13,55668 & -8,76453 & -1,36669 \\ -7,67890 & 13,86451 & 0,59714 \\ 4,36902 & -7,23927 & 11,44241 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} -0,032255 \\ -0,073431 \\ -0,088612 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} 0,050580 \\ -0,186133 \\ 0,725119 \end{bmatrix}$$

Usando \mathbf{X}^2 , los voltajes en barras son:

$$\mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j0.00000 \\ 1.02868 & + j0.05208 \\ 0.71259 & - j0.13419 \end{bmatrix}$$

Error

$$8,233215\text{e-}001$$

Iteración 6

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^5 = \begin{bmatrix} 3,1000 \\ -4,2000 \\ -2,9000 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^5 = \begin{bmatrix} 8,5351e-010 \\ -3,9466e-009 \\ -3,2778e-009 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}^5 = \begin{bmatrix} 12,29765 & -7,56327 & -0,81436 \\ -6,39195 & 11,44034 & -1,93709 \\ 4,08284 & -7,04678 & 8,07397 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^5 = \begin{bmatrix} -4,3046e-010 \\ -7,2442e-010 \\ -8,2056e-010 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^6 = \begin{bmatrix} 0,037539 \\ -0,209134 \\ 0,698584 \end{bmatrix}$$

Usando \mathbf{X}^6 , los voltajes en barras son:

$$\mathbf{V}^6 = \begin{bmatrix} 1.06000 & +j0.00000 \\ 1.02927 & +j0.03866 \\ 0.68336 & -j0.14504 \end{bmatrix}$$

Error

$$3,946616e-009$$

3.3.1.2.4 Flujos en MVA

a) Potencias en las barras

A partir de la ecuación (70) y (71) sigue que

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 202.204 & + j 280.804 \\ 310.000 & + j 285.806 \\ - 420.000 & - j 290.000 \end{bmatrix}$$

b) Flujo en las líneas

Usando las ecuaciones (30) y (31) encontramos

$$S_{12} = -12.908 + j19.812$$

$$S_{21} = 13.257 - j18.767$$

$$S_{13} = 215.112 + j260.992$$

$$S_{31} = -174.389 - j138.824$$

$$S_{23} = 296.743 + j304.573$$

$$S_{32} = -245.611 - j151.176$$

c) Perdidas en las líneas

Usando la ecuación (32), obtenemos que las pérdidas para cada una de las líneas son

$$S_{L12} = 0.348 + j1.045$$

$$S_{L13} = 40.723 + j122.168$$

$$S_{L23} = 51.132 + j153.397$$

d) Perdida TOTAL

Sumando las pérdidas de todas las líneas, la pérdida total es

3.4 Solución del SP3B con el método de Desacoplo-Rápido

Haremos el cálculo de flujo de carga, siguiendo la secuencia del diagrama de flujo propuesto para el método de Desacoplo Rápido, figura 50

3.4.1 Desarrollo del diagrama de flujo para cálculo de flujo de carga

3.3.1.1 Datos

a) Datos de líneas:

Línea 1-2

$$R_{12} = 0,07$$

$$X_{12} = 0,21$$

Línea 1-3

$$R_{13} = 0,04$$

$$X_{13} = 0,12$$

Línea 2-3

$$R_{23} = 0,03$$

$$X_{23} = 0,09$$

b) Datos de barras

Potencias

Barra 2

$$P_2 = 3,1$$

Barra 3

$$P_3 = 4,2$$

$$Q_3 = 2,9$$

Voltajes

Barra 1

$$V_1 = 1,06$$

$$\delta_1 = 0^\circ$$

Barra 2

$$V_2 = 1,03$$

$$\delta_2 = 0^\circ$$

c) Funciones

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} V_2^2 Y_{22} \cos(\tau_{22}) + Y_{21} V_2 V_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 - \tau_{21}) + Y_{23} V_2 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23}) \\ V_3^2 Y_{33} \cos(\tau_{33}) + Y_{31} V_3 V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_3 V_2 \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \\ -V_3^2 Y_{33} \sin(\tau_{33}) + V_3 V_1 Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + V_3 V_2 Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \end{bmatrix}$$

d) Vector de constantes

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3,1 \\ -4,2 \\ -2,9 \end{bmatrix}$$

e) Tolerancia

$$\text{Tol} = 1\text{e-}006$$

3.4.1.2 Cálculos

3.4.1.2.1 Matriz Admitancia

Usando los datos de las líneas en las ecuaciones (28) y (29), la matriz de admitancias del sistema es

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 3,9286 & -j11,7857 & -1,4286 & +j4,2857 & -2,5000 & +j7,5000 \\ -1,4286 & +j4,2857 & 4,7619 & -j14,2857 & -3,3333 & +j10,0000 \\ -2,5000 & +j7,5000 & -3,3333 & +j10,0000 & 5,8333 & -j17,5000 \end{bmatrix}$$

3.4.1.2.2 Submatrices

$$\mathbf{B1} = \begin{bmatrix} -14.2857 & 10.0000 \\ 10.0000 & -17.5000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B4} = \begin{bmatrix} -17.5000 & \end{bmatrix}$$

3.4.1.2.3 Valores iniciales

$$\mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.3.1.2.4 Iteraciones

Iteración 1

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^0 = \begin{bmatrix} 0.0589 \\ -0.2500 \\ -0.7500 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^0 = \begin{bmatrix} 3.0411 \\ -3.9500 \\ -2.1500 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0.0811 \\ -0.1794 \\ -0.1229 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} 0.0811 \\ -0.1794 \\ 0.8771 \end{bmatrix}$$

Voltajes actuales en barras

$$\mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j0.00000 \\ 1.02661 & + j0.08348 \\ 0.86307 & - j0.15648 \end{bmatrix}$$

Error

$$3,950000\text{e}+000$$

Iteración 2**Vector de funciones**

$$\mathbf{F}^1 = \begin{bmatrix} 3.2935 \\ -4.2799 \\ -0.9368 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^1 = \begin{bmatrix} -0.1935 \\ 0.0799 \\ -1.9632 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} -0.0158 \\ -0.0039 \\ -0.1279 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} 0.0653 \\ -0.1832 \\ 0.7492 \end{bmatrix}$$

Voltajes actuales en barras

$$\mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j0.00000 \\ 1.02781 & + j0.06720 \\ 0.73671 & - j0.13650 \end{bmatrix}$$

Error

$$1.963200\text{e}+000$$

Iteración 23

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^{22} = \begin{bmatrix} 3.1000 \\ -4.2000 \\ -2.9000 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^{22} = \begin{bmatrix} -0.0269 \\ -0.1958 \\ -0.5930 \end{bmatrix} (1.0\text{e-}006)$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^{22} = \begin{bmatrix} -0.2174 \\ -0.2844 \\ -0.4851 \end{bmatrix} (1.0\text{e-}007)$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^{23} = \begin{bmatrix} 0.0375 \\ -0.2091 \\ 0.6986 \end{bmatrix}$$

Voltajes actuales en barras

$$\mathbf{V}^{23} = \begin{bmatrix} 1.06000 & + j0.00000 \\ 1.02927 & + j0.03866 \\ 0.68336 & - j0.14504 \end{bmatrix}$$

Error

$$5.930323\text{e-}007$$

3.4.1.2.5 Flujos en MVA**a) Potencias en las barras**

A partir de la ecuación (70) y (71) sigue que

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 202.203 & + j 280.804 \\ 310.000 & + j 285.806 \\ - 420.000 & - j 290.000 \end{bmatrix}$$

b) Flujo en las líneas

Usando las ecuaciones (30) y (31) encontramos

$$S_{12} = -12.908 + j19.812$$

$$S_{21} = 13.257 - j18.767$$

$$S_{13} = 215.112 + j260.992$$

$$S_{31} = -174.389 - j138.824$$

$$S_{23} = 296.743 + j304.573$$

$$S_{32} = -245.611 - j151.176$$

c) Perdidas en las líneas

Usando la ecuación (32), obtenemos que las pérdidas para cada una de las líneas son

$$S_{L12} = 0.348 + j1.045$$

$$S_{L13} = 40.723 + j122.168$$

$$S_{L23} = 51.132 + j153.397$$

d) Perdida TOTAL

Sumando las pérdidas de todas las líneas, la pérdida total es

$$S_{PT} = 92.204 + j276.611$$

3.5 Descripción del sistema SP4B

La figura 56 muestra un sistema de potencia que es una ampliación del sistema **SP3B** usado anteriormente. En este caso tenemos:

- Cuatro barras
- Dos generadores
- Un transformador selector.

Los datos numéricos en una base de 100 MVA, están indicados en las tablas 15, 16 y 17

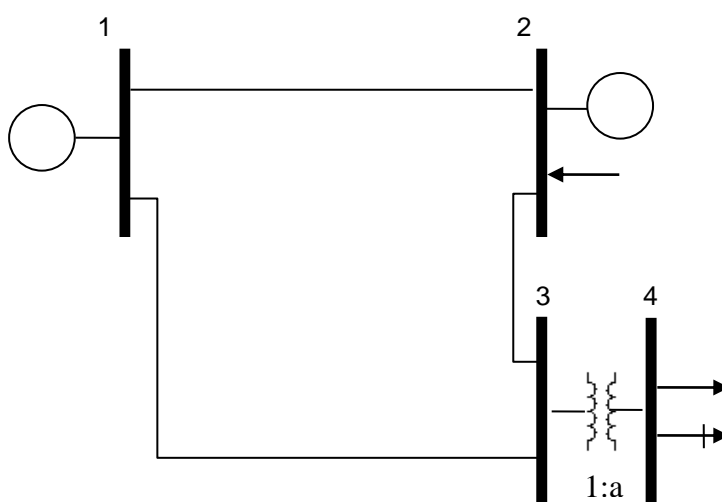


Figura 56 Sistema de potencia SP4B

Tabla 15 Datos de líneas en el sistema SP4B

Línea		R (pu)	X (pu)	B (pu)
1	2	0.07	0.21	0
1	3	0.04	0.12	0
2	3	0.03	0.09	0
3	4	Transformador selector		

Tabla 16 Datos de barras en el sistema SP4B

Barra	Tipo	Voltaje (pu)		Generación (pu)		Carga (pu)	
		V	δ°	P	Q	P	Q
1	V δ	1.06	0				
2	PV	1.04		3,1			
3	PQ					0	0
4	PQ					1,42	1,29

Tabla 17 Datos del Transformador selector

Línea		R (pu)	X (pu)	a
3	4	0	0,1	0.978

3.6 Solución del SP4B con el método de Gauss-Seidel

3.6.1 Cálculo del factor de aceleración

Haciendo simulaciones para valores de α entre 1 y 2, obtenemos el gráfico mostrado en la figura 57

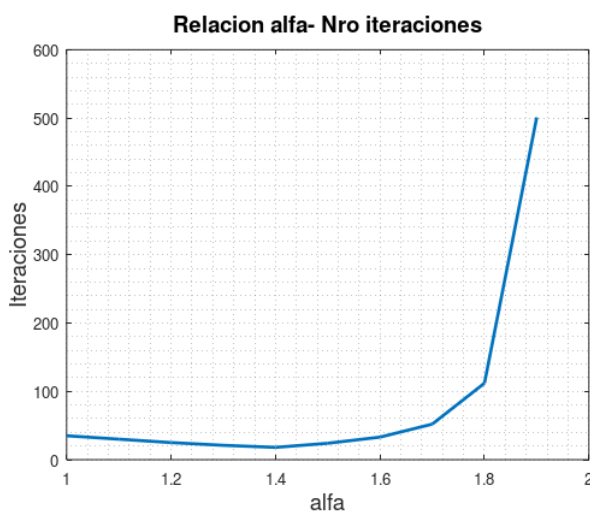


Figura 57 Relación α vs número de iteraciones

Ampliando la figura observamos que para el valor de $\alpha = 1.4$ se realizan 18 iteraciones, lo cual representa el número mínimo de iteraciones para este sistema como mostramos en la figura 58

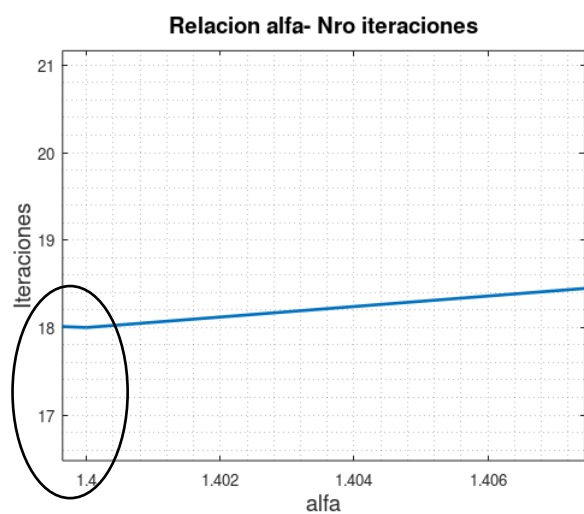


Figura 58 Relación α vs número de iteraciones ampliado en $\alpha = 1.4$

Lo anterior indica que debemos resolver usando el factor de aceleración $\alpha = 1.4$.

3.6.2 Desarrollo del diagrama de flujo

3.6.2.1 Datos

a) Datos de líneas

Línea 1-2

$$R_{12} = 0.07$$

$$X_{12} = 0.21$$

$$B_{12} = 0$$

$$a_{12} = 1$$

Línea 1-3

$$R_{13} = 0.04$$

$$X_{13} = 0.12$$

$$B_{13} = 0$$

$$a_{13} = 1$$

Línea 2-3

$$R_{23} = 0.03$$

$$X_{23} = 0.09$$

$$B_{23} = 0$$

$$a_{23} = 1$$

Línea 3-4

$$R_{34} = 0$$

$$X_{34} = 0.1$$

$$B_{34} = 0$$

$$a_{34} = 0.978$$

b) Datos de barras

Potencias

Barra 2

$$P_2 = 1.1$$

Barra 3

$$P_3 = 0$$

$$Q_3 = 0$$

Barra 4

$$P_4 = -1.42$$

$$Q_4 = -1.29$$

Voltajes

Barra 1

$$|V| = 1.06$$

$$\delta = 0$$

Barra 2

$$|V| = 1.04$$

c) Funciones del sistema

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 = \frac{1}{\mathbf{y}_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{\mathbf{v}_2^*} \right] - (\mathbf{y}_{21} \mathbf{v}_1 + \mathbf{y}_{23} \mathbf{v}_3 + \mathbf{y}_{24} \mathbf{v}_4) \\ \mathbf{v}_3 = \frac{1}{\mathbf{y}_{33}} \left[\frac{P_3 - jQ_3}{\mathbf{v}_3^*} \right] - (\mathbf{y}_{31} \mathbf{v}_1 + \mathbf{y}_{32} \mathbf{v}_2 + \mathbf{y}_{34} \mathbf{v}_4) \\ \mathbf{v}_4 = \frac{1}{\mathbf{y}_{44}} \left[\frac{P_4 - jQ_4}{\mathbf{v}_4^*} \right] - (\mathbf{y}_{41} \mathbf{v}_1 + \mathbf{y}_{42} \mathbf{v}_2 + \mathbf{y}_{43} \mathbf{v}_3) \end{bmatrix}$$

d) Factor de aceleración

$$\alpha = 1.4$$

e) Tolerancia

$$\text{Tol} = 1\text{e-}006$$

f) Numero de iteraciones

$$N = 1000$$

3.6.2.2 Cálculos**3.6.2.2.1 Matriz Admitancia**

Usando los datos de las líneas en las ecuaciones (28) y (29), la matriz de admitancias del sistema es

$$Y = \begin{bmatrix} 3.92857 - j11.78571 & -1.42857 + j4.28571 & -2.50000 + j7.50000 & 0 + j0 \\ -1.42857 + j4.28571 & 4.76190 - j14.28571 & -3.33333 + j10.00000 & 0 + j0 \\ -2.50000 + j7.50000 & -3.33333 + j10.00000 & 5.83333 - j27.95496 & 0 + j10.22495 \\ 0 + j0 & 0 + j0 & 0 + j10.22495 & 0 - j10 \end{bmatrix}$$

3.6.2.2.2 Voltaje inicial

$$\mathbf{V}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.06 + j0 \\ 1.04 + j0 \\ 1.00 + j0 \\ 1.00 + j0 \end{bmatrix}$$

3.6.2.2.3 Iteraciones

El cálculo de los voltajes se hace teniendo en cuenta el tipo de barra. Para la barra PV el proceso previamente analizado esta resumido a continuación

- 1) Calculamos la potencia reactiva Q_2^1 con la ecuación (57)
- 2) Calculamos el voltaje V_2^1 usando el valor de la potencia reactiva Q_2^1 anteriormente obtenida haciendo uso de la ecuación (58)
- 3) Corregimos el voltaje de V_2^1 , usando la ecuación (63)
- 4) Calculamos el voltaje de la barra 3, esto es V_3^1 haciendo uso de la ecuación (58).
- 5) Calculamos los voltajes acelerados con la ecuación (67),

Iteración 1

Barra 2

Potencia reactiva

$$Q_2 = 0.3269$$

Voltaje

$$V_2 = 1.060012 + j0.060035$$

Voltaje corregido

$$V_2 = 1.038266 + j0.060035$$

Voltaje acelerado

$$V_2 = 1.037572 + j0.084048$$

Barra 3

Voltaje

$$V_3 = 1.018441 + j0.035947$$

Voltaje acelerado

$$V_3 = 1.025817 + j0.050326$$

Barra 4

Voltaje

$$V_4 = 0.919892 - j0.090542$$

Voltaje acelerado

$$V_4 = 0.8878 - j0.1268$$

Vector de voltajes

$$\mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} 1.0600 & + & j0 \\ 1.0366 & + & j0.0840 \\ 1.0258 & + & j0.0503 \\ 0.8878 & - & j0.1268 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} -0.003402 & + & j0.084048 \\ 0.025817 & + & j0.050326 \\ -0.112151 & - & j0.126758 \end{bmatrix}$$

Error

$$1.267581e-01$$

Iteración 2**Barra 2**

Potencia reactiva

$$Q_2 = -0.1744$$

Voltaje

$$V_2 = 1.0420 + j0.1061$$

Voltaje corregido

$$V_2 = 1.0346 + j0.1061$$

Voltaje acelerado

$$V_2 = 1.0338 + j0.1149$$

Barra 3

Voltaje

$$V_3 = 0.967454 + j0.010911$$

Voltaje acelerado

$$V_3 = 9.4411e-01 - j4.8554e-03$$

Barra 4

Voltaje

$$V_4 = 0.8006 - j0.1414$$

Voltaje acelerado es

$$V_4 = 0.7657 - j0.1472$$

Vector de voltajes

$$\mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} 1.0600 & + & j0 \\ 1.0336 & + & j0.1149 \\ 0.9441 & - & j0.0049 \\ 0.7657 & - & j0.1472 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} -0.002966 & + & j0.030866 \\ -0.081708 & - & j0.055182 \\ -0.122183 & - & j0.020467 \end{bmatrix}$$

Error

$$1.221832e-01$$

Iteración 18

Barra 2

Potencia reactiva

$$Q_2 = 1.0659$$

Voltaje

$$V_2 = 1.039469 + j0.033220$$

Voltaje corregido

$$V_2 = 1.039469 + j0.033220$$

Voltaje acelerado

$$V_2 = 1.039469 + j0.033220$$

Barra 3

Voltaje

$$V_3 = 0.908818 - j0.020915$$

Voltaje acelerado

$$V_3 = 0.908818 - j0.020915$$

Barra 4

Voltaje

$$V_4 = 0.7134 - j0.1692$$

Voltaje acelerado

$$V_4 = 0.7134 - j 0.1692$$

Vector de voltajes

$$\mathbf{V}^{18} = \begin{bmatrix} 1.0600 + j0 \\ 1.0395 + j0.0332 \\ 0.9088 - j0.0209 \\ 0.7134 - j0.1692 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{V}^{18} = \begin{bmatrix} -1.8864e-08 + j5.9026e-07 \\ -2.2684e-07 - j2.5973e-07 \\ -5.2370e-07 + j3.2193e-07 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 5.902643e-07$$

3.6.2.2.4 Flujos en MVA

a) Potencias en las barras

A partir de la ecuación (56) y (57) sigue que

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 44.708 + j129.004 \\ 110.000 + j106.592 \\ -0.001 + j0 \\ -142.000 - j129.000 \end{bmatrix}$$

b) Flujo en las líneas

Usando las ecuaciones (30) y (31) encontramos

$$S_{12} = -11.983 + j14.357$$

$$S_{21} = 12.200 - j13.704$$

$$S_{13} = 56.690 + j114.647$$

$$S_{31} = -50.867 - j97.177$$

$$S_{23} = 97.800 + j120.296$$

$$S_{32} = -91.133 - j100.295$$

$$S_{34} = 142.000 + j197.900$$

$$S_{43} = -142.00 - j129.272$$

c) Pérdidas en las líneas

Usando la caución (32), obtenemos que las pérdidas para cada una de las líneas son

$$S_{L12} = 0.2179 + j0.6536$$

$$S_{L13} = 5.8233 + j17.4700$$

$$S_{L23} = 6.6668 + j20.0003$$

$$S_{L34} = 0 + j68.628$$

d) Pérdida TOTAL

Sumando las pérdidas de todas las líneas, la pérdida total es

$$S_{PT} = 12.708 + j106.752$$

En la tabla 18 mostramos los resultados obtenidos

3.7 Solución del SP4B con el método de Newton-Raphson

Haremos el cálculo de flujo, siguiendo la secuencia del diagrama de flujo propuesto para el método de Newton-Raphson, figura 46.

3.7.1 Desarrollo del diagrama de flujo

3.7.1.1 Datos

a) Datos de líneas

Línea 1-2

$$R_{12} = 0.07$$

$$X_{12} = 0.21$$

$$B_{12} = 0$$

$$a_{12} = 1$$

Línea 1-3

$$R_{13} = 0.04$$

$$X_{13} = 0.12$$

$$B_{13} = 0$$

$$a_{13} = 1$$

Línea 2-3

$$R_{23} = 0.03$$

$$X_{23} = 0.09$$

$$B_{23} = 0$$

$$a_{23} = 1$$

Línea 3-4

$$R_{34} = 0$$

$$X_{34} = 0.1$$

$$B_{34} = 0$$

$$a_{34} = 0.978$$

b) Datos de barras

Potencias

Barra 2

$$P_2 = 1.1$$

Barra 3

$$P_3 = 0$$

$$Q_3 = 0$$

Barra 4

$$P_4 = -1.4200$$

$$Q_4 = -1.2900$$

Voltajes

Barra 1

$$|V| = 1.06$$

$$\delta = 0$$

Barra 2

$$|V| = 1.04$$

c) Funciones del sistema

$$F = \begin{bmatrix} V_2^2 Y_{22} \cos(\tau_{22}) + Y_{21} V_2 V_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 - \tau_{21}) + Y_{23} V_2 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23}) \\ \quad + Y_{24} V_4 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_4 - \tau_{24}) \\ V_3^2 Y_{33} \cos(\tau_{33}) + Y_{31} V_3 V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_3 V_2 \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \\ \quad + Y_{34} V_4 V_3 \cos(\delta_3 - \delta_4 - \tau_{34}) \\ V_4^2 Y_{44} \cos(\tau_{44}) + Y_{41} V_4 V_1 \cos(\delta_4 - \delta_1 - \tau_{41}) + Y_{42} V_4 V_2 \cos(\delta_4 - \delta_2 - \tau_{42}) \\ \quad + Y_{43} V_4 V_3 \cos(\delta_4 - \delta_3 - \tau_{43}) \\ - V_3^2 Y_{33} \sin(\tau_{33}) + V_3 V_1 Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + V_3 V_2 Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \\ \quad + V_3 V_4 Y_{34} \sin(\delta_3 - \delta_4 - \tau_{34}) \\ - V_4^2 Y_{44} \sin(\tau_{44}) + V_4 V_1 Y_{41} \sin(\delta_4 - \delta_1 - \tau_{41}) + V_4 V_2 Y_{42} \sin(\delta_4 - \delta_2 - \tau_{42}) \\ \quad + V_4 V_3 Y_{43} \sin(\delta_4 - \delta_3 - \tau_{43}) \end{bmatrix}$$

d) Vector de constantes

$$C = \begin{bmatrix} 1.10 \\ 0 \\ -1.42 \\ 0 \\ -1.29 \end{bmatrix}$$

e) Matriz Jacobiana

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_4} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & \frac{\partial P_4}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_4} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} \end{bmatrix}$$

Donde

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = -V_2[Y_{21}V_1\text{sen}(\delta_2-\delta_1-\tau_{21})+ Y_{23}*V_3\text{sen}(\delta_2-\delta_3-\tau_{23}) + Y_{24}*V_4\text{sen}(\delta_2-\delta_4-\tau_{24})]$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = V_2Y_{23}V_3*\text{sen}(\delta_2- \delta_3-\tau_{23});$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_4} = V_2Y_{24}V_4 \text{sen}(\delta_2- \delta_4-\tau_{24});$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_3} = V_2Y_{23} \cos(\delta_2- \delta_3-\tau_{23});$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial V_4} = V_2Y_{24} \cos(\delta_2- \delta_4-\tau_{24});$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = V_3Y_{32}V_2 \text{sen}(\delta_3- \delta_2-\tau_{32})$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = -V_3[Y_{31}V_1\text{sen}(\delta_3-\delta_1-\tau_{31})+ Y_{32}V_2 \text{sen}(\delta_3-\delta_2-\tau_{32}) + Y_{34} V_4\text{sen}(\delta_3-\delta_4-\tau_{34})]$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_4} = V_3Y_{34}V_4\text{sen}(\delta_3- \delta_4-\tau_{34});$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_3} = Y_{31}V_1\cos(\delta_3- \delta_1-\tau_{31}) + Y_{32}V_2\cos(\delta_3- \delta_2-\tau_{32})$$

$$+ 2Y_{33}V_3\cos(\tau_{33}) + Y_{34}V_4\cos(\delta_3- \delta_4-\tau_{34})$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial V_4} = V_3Y_{34}\cos(\delta_3- \delta_4-\tau_{34})$$

$$\frac{\partial P_4}{\partial \delta_2} = V_4Y_{42}V_2\text{sen}(\delta_4- \delta_2-\tau_{42})$$

$$\frac{\partial P_4}{\partial \delta_3} = V_4Y_{43}V_3\text{sen}(\delta_4- \delta_3-\tau_{43})$$

$$\frac{\partial P_4}{\partial \delta_4} = -V_4[Y_{41}V_1\sin(\delta_4-\delta_1-\tau_{41}) + Y_{42}V_2\sin(\delta_4-\delta_2-\tau_{42}) + Y_{43}V_3\sin(\delta_4-\delta_3-\tau_{43})]$$

$$\frac{\partial P_4}{\partial V_3} = V_4Y_{43}\cos(\delta_4-\delta_3-\tau_{43});$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_4}{\partial V_4} = & Y_{41}V_1\cos(\delta_4-\delta_1-\tau_{41}) + Y_{42}V_2\cos(\delta_4-\delta_2-\tau_{42}) \\ & + Y_{43}V_3\cos(\delta_4-\delta_3-\tau_{43}) + 2Y_{44}V_4\cos(\tau_{44})\end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = -V_3Y_{32}V_2\cos(\delta_3-\delta_2-\tau_{32});$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = V_3[Y_{31}V_1\cos(\delta_3-\delta_1-\tau_{31}) + Y_{32}V_2\cos(\delta_3-\delta_2-\tau_{32}) + Y_{34}V_4\cos(\delta_3-\delta_4-\tau_{34})]$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_4} = -V_3Y_{34}V_4\cos(\delta_3-\delta_4-\tau_{34})$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_3}{\partial V_3} = & Y_{31}V_1\sin(\delta_3-\delta_1-\tau_{31}) + Y_{32}V_2\sin(\delta_3-\delta_2-\tau_{32}) \\ & + 2Y_{33}V_3\sin(-\tau_{33}) + Y_{34}V_4\sin(\delta_3-\delta_4-\tau_{34})\end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial V_4} = V_3Y_{34}\sin(\delta_3-\delta_4-\tau_{34})$$

$$\frac{\partial Q_4}{\partial \delta_2} = -V_4Y_{42}V_2\cos(\delta_4-\delta_2-\tau_{42});$$

$$\frac{\partial Q_4}{\partial \delta_3} = -V_4Y_{43}V_3\cos(\delta_4-\delta_3-\tau_{43});$$

$$\frac{\partial Q_4}{\partial \delta_4} = V_4[Y_{41}V_1\cos(\delta_4-\delta_1-\tau_{41}) + Y_{42}V_2\cos(\delta_4-\delta_2-\tau_{42}) + Y_{43}V_3\cos(\delta_4-\delta_3-\tau_{43})]$$

$$\frac{\partial Q_4}{\partial V_3} = V_4Y_{43}\sin(\delta_4-\delta_3-\tau_{43});$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} = & Y_{41} V_1 \sin(\delta_4 - \delta_1 - \tau_{41}) + Y_{42} V_2 \sin(\delta_4 - \delta_2 - \tau_{42}) \\ & + Y_{43} V_3 \sin(\delta_4 - \delta_3 - \tau_{43}) + 2Y_{44} V_4 \sin(-\tau_{44}) \end{aligned}$$

f) Tolerancia

$$\text{Tol} = 1\text{e-}006$$

g) Numero de iteraciones

$$N = 1000$$

3.7.1.2 Cálculos

3.7.1.2.1 Matriz Admitancia

Usando los datos de las líneas en las ecuaciones (28) y (29), la matriz de admitancias del sistema es

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 3.9286 - j11.7857 & -1.4286 + j4.2857 & -2.5000 + j7.5000 & 0 \\ -1.4286 + j4.2857 & 4.7619 - j14.2857 & -3.3333 + j10.0000 & 0 \\ -2.5000 + j7.5000 & -3.3333 + j10.0000 & 5.8333 - j27.9550 & 0 + j10.2249 \\ 0 & 0 & 0 + j10.2249 & 0 - j10.0000 \end{bmatrix}$$

3.7.1.2.2 Valores iniciales

$$\mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.7.1.2.3 Iteraciones

Iteración 1

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^0 = \begin{bmatrix} 1.0895e-01 \\ -2.8333e-01 \\ 1.2384e-15 \\ -6.1999e-01 \\ -2.2495e-01 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^0 = \begin{bmatrix} 0.9910 \\ 0.2833 \\ -1.4200 \\ 0.6200 \\ -1.0651 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}^0 = \begin{bmatrix} 15.1246 & -10.4000 & 0 & -3.4667 & 0 \\ -10.4000 & 28.5749 & -10.2249 & 5.5500 & 0 \\ 0 & -10.2249 & 10.2249 & 0 & 0 \\ 3.4667 & -6.1167 & 0 & 27.3350 & -10.2249 \\ 0 & 0 & 0 & -10.2249 & 9.7751 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0.035933 \\ -0.027298 \\ -0.166174 \\ -0.047214 \\ -0.158344 \end{bmatrix}$$

Vector de variables

$$\mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} 0.035933 \\ -0.027298 \\ -0.166174 \\ 0.952786 \\ 0.841656 \end{bmatrix}$$

Vector de voltajes

$$\mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} 1.0600 + j0 \\ 1.0393 + j0.0374 \\ 0.9524 - j0.0260 \\ 0.8301 - j0.1392 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 1.42$$

Iteración 2**Vector de funciones**

$$\mathbf{FX}^1 = \begin{bmatrix} 1.076115 \\ -0.222650 \\ -1.135067 \\ 0.073530 \\ -1.036772 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^1 = \begin{bmatrix} 0.023885 \\ 0.222650 \\ -0.284933 \\ -0.073530 \\ -0.253228 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}^1 = \begin{bmatrix} 14.8760 & -10.0979 & 0 & -2.8026 & 0 \\ -9.6805 & 25.3040 & -8.1206 & 5.3242 & 1.3486 \\ 0 & -8.1206 & 8.1206 & -1.1913 & -1.3486 \\ 3.9225 & -5.5182 & -1.1351 & 26.7123 & -9.6484 \\ 0 & 1.1351 & -1.1351 & -8.5230 & 7.1847 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} -2.7867e-03 \\ 3.0959e-03 \\ -5.1115e-02 \\ -3.4469e-02 \\ -8.4699e-02 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} 0.033146 \\ -0.024203 \\ -0.217289 \\ 0.918317 \\ 0.756957 \end{bmatrix}$$

Vector de voltajes

$$\mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} 1.0600 & + & j0 \\ 1.0394 & + & j0.0345 \\ 0.9180 & - & j0.0222 \\ 0.7392 & - & j0.1632 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 2.849332\text{e-}001$$

Iteración 6

Vector de funciones

$$\mathbf{FX}^5 = \begin{bmatrix} 1.1000\text{e} & + & 00 \\ -8.3053\text{e} & - & 10 \\ -1.4200\text{e} & + & 00 \\ 5.0101\text{e} & - & 11 \\ -1.2900\text{e} & + & 00 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta\mathbf{R}^5 = \begin{bmatrix} -4.5628\text{e} & - & 11 \\ 8.3053\text{e} & - & 10 \\ -8.6347\text{e} & - & 10 \\ -5.0101\text{e} & - & 11 \\ -6.3776\text{e} & - & 10 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana

$$\mathbf{J}^5 = \begin{bmatrix} 14.3855 & -9.6130 & 0 & -2.8902 & 0 \\ -9.2668 & 23.1016 & -6.6651 & 5.3028 & 1.9368 \\ 0 & -6.6651 & 6.6651 & -1.5621 & -1.9368 \\ 3.6660 & -4.8206 & -1.4200 & 25.4127 & -9.0910 \\ 0 & 1.4200 & -1.4200 & -7.3319 & 5.5720 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^5 = \begin{bmatrix} -1.8357e-11 \\ 1.9951e-11 \\ -2.5043e-10 \\ -1.4194e-10 \\ -3.7014e-10 \end{bmatrix}$$

Vector de variables

$$\mathbf{X}^6 = \begin{bmatrix} 0.031948 \\ -0.023009 \\ -0.232920 \\ 0.909059 \\ 0.733152 \end{bmatrix}$$

Vector de voltajes

$$\mathbf{V}^6 = \begin{bmatrix} 1.0600 + j0 \\ 1.0395 + j0.0332 \\ 0.9088 - j0.0209 \\ 0.7134 - j0.1692 \end{bmatrix}$$

Error

$$8.634697e-10$$

3.7.1.2.4 Flujos en MVA**a) Potencias en las barras**

A partir de la ecuación (70) y (71) sigue que

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 44.708 & + j129.005 \\ 110.000 & + j106.592 \\ - 0.000 & - j0 \\ - 142.000 & - j129.000 \end{bmatrix}$$

b) Flujo en las líneas

Usando las ecuaciones (30) y (31) encontramos

$$S_{12} = -11.982 + j14.357$$

$$S_{21} = 12.200 - j13.704$$

$$S_{13} = 56.690 + j114.647$$

$$S_{31} = -50.867 - j97.177$$

$$S_{23} = 97.800 + j120.296$$

$$S_{32} = -91.133 - j100.296$$

$$S_{34} = 142.000 + j197.900$$

$$S_{43} = -142.000 - j129.272$$

c) Perdidas en las líneas

Usando la caución (32), obtenemos que las pérdidas para cada una de las líneas son

$$S_{L12} = 0.2179 + j0.6536$$

$$S_{L13} = 5.8234 + j17.4701$$

$$S_{L23} = 6.6668 + j20.0003$$

$$S_{L34} = 0.000 + j68.628$$

d) Perdida TOTAL

Numero de iteraciones = 6
Tiempo de ejecución = 0.3900 s

3.8 Solución del SP4B con el método de Desacoplo-Rápido

Haremos el cálculo de flujo, siguiendo la secuencia del diagrama de flujo propuesto para el método de Desacoplo Rápido, figura 50.

3.8.1 Desarrollo del diagrama de flujo

3.8.1.1 Datos

a) Datos de líneas

Línea 1-2

$$R_{12} = 0.07$$

$$X_{12} = 0.21$$

$$B_{12} = 0$$

$$a_{12} = 1$$

Línea 1-3

$$R_{13} = 0.04$$

$$X_{13} = 0.12$$

$$B_{13} = 0$$

$$a_{13} = 1$$

Línea 2-3

$$R_{23} = 0.03$$

$$X_{23} = 0.09$$

$$B_{23} = 0$$

$$a_{23} = 1$$

Línea 3-4

$$R_{34} = 0$$

$$X_{34} = 0.1$$

$$B_{34} = 0$$

$$a_{34} = 0.978$$

b) Datos de barras:

Potencias

Barra 2

$$P_2 = 1.1$$

Barra 3

$$P_3 = 0$$

$$Q_3 = 0$$

Barra 4

$$P_4 = -1.42$$

$$Q_4 = -1.29$$

Voltajes

Barra 1

$$|V| = 1.06$$

$$\delta = 0$$

Barra 2

$$|V| = 1.04$$

c) Funciones

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} V_2^2 Y_{22} \cos(\tau_{22}) + Y_{21} V_2 V_1 \cos(\delta_2 - \delta_1 - \tau_{21}) + Y_{23} V_2 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_3 - \tau_{23}) \\ \quad + Y_{24} V_4 V_3 \cos(\delta_2 - \delta_4 - \tau_{24}) \\ V_3^2 Y_{33} \cos(\tau_{33}) + Y_{31} V_3 V_1 \cos(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + Y_{32} V_3 V_2 \cos(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \\ \quad + Y_{34} V_4 V_3 \cos(\delta_3 - \delta_4 - \tau_{34}) \\ V_4^2 Y_{44} \cos(\tau_{44}) + Y_{41} V_4 V_1 \cos(\delta_4 - \delta_1 - \tau_{41}) + Y_{42} V_4 V_2 \cos(\delta_4 - \delta_2 - \tau_{42}) \\ \quad + Y_{43} V_4 V_3 \cos(\delta_4 - \delta_3 - \tau_{43}) \\ - V_3^2 Y_{33} \sin(\tau_{33}) + V_3 V_1 Y_{31} \sin(\delta_3 - \delta_1 - \tau_{31}) + V_3 V_2 Y_{32} \sin(\delta_3 - \delta_2 - \tau_{32}) \\ \quad + V_3 V_4 Y_{34} \sin(\delta_3 - \delta_4 - \tau_{34}) \\ - V_4^2 Y_{44} \sin(\tau_{44}) + V_4 V_1 Y_{41} \sin(\delta_4 - \delta_1 - \tau_{41}) + V_4 V_2 Y_{42} \sin(\delta_4 - \delta_2 - \tau_{42}) \\ \quad + V_4 V_3 Y_{43} \sin(\delta_4 - \delta_3 - \tau_{43}) \end{bmatrix}$$

d) Vector de constantes

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.10 \\ 0 \\ -1.42 \\ 0 \\ -1.29 \end{bmatrix}$$

e) Tolerancia

$$\text{Tol} = 1,0000\text{e-}006$$

f) Numero de iteraciones

$$N = 1000$$

3.8.1.2 Cálculos

3.8.1.2.1 Matriz Admitancia

Usando los datos de las líneas en las ecuaciones (28) y (29), la matriz de admitancias del sistema es

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 3.9286 - j11.7857 & -1.4286 + j4.2857 & -2.5000 + j7.5000 & 0 \\ -1.4286 + j4.2857 & 4.7619 - j14.2857 & -3.3333 + j10.0000 & 0 \\ -2.5000 + j7.5000 & -3.3333 + j10.0000 & 5.8333 - j27.9550 & 0 + j10.2249 \\ 0 & 0 & 0 + j10.2249 & 0 - j10.0000 \end{bmatrix}$$

3.8.1.2.2 Submatrices

$$\mathbf{H1} = \begin{bmatrix} -14.2857 & 10.0000 & 0 \\ 10.0000 & -27.9550 & 10.2249 \\ 0 & 10.2249 & -10.0000 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H4} = \begin{bmatrix} -27.9550 & 10.2249 \\ 10.2249 & -10.0000 \end{bmatrix}$$

3.8.1.2.3 Valores iniciales

$$\mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3.8.1.2.4 Iteraciones

Iteración 1

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^0 = \begin{bmatrix} 1.0895e - 001 \\ - 2.8333e - 001 \\ 1.2384e - 015 \\ - 6.1999e - 001 \\ - 2.2495e - 001 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^0 = \begin{bmatrix} 0.9910 \\ 0.2833 \\ - 1.4200 \\ 0.6200 \\ - 1.0651 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^0 = \begin{bmatrix} 0.033268 \\ -0.047767 \\ -0.190842 \\ -0.026801 \\ -0.133909 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} 0.033268 \\ -0.047767 \\ -0.190842 \\ 0.973199 \\ 0.866091 \end{bmatrix}$$

Voltajes actuales en barras

$$\mathbf{V}^1 = \begin{bmatrix} 1.0600 + j0 \\ 1.0394 + j0.0346 \\ 0.9721 - j0.0465 \\ 0.8504 - j0.1643 \end{bmatrix}$$

Error

1.42

Iteración 2

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^1 = \begin{bmatrix} 1.1902 \\ -0.3737 \\ -1.2289 \\ 0.5263 \\ -1.0292 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^1 = \begin{bmatrix} -0.090236 \\ 0.373723 \\ -0.191130 \\ -0.526338 \\ -0.260803 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^1 = \begin{bmatrix} 4.3527\text{e} - 04 \\ 9.2984\text{e} - 03 \\ -1.2561\text{e} - 02 \\ -4.8499\text{e} - 02 \\ -7.9703\text{e} - 02 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} 0.033703 \\ -0.038469 \\ -0.203403 \\ 0.924700 \\ 0.786388 \end{bmatrix}$$

Voltajes actuales en barras

$$\mathbf{V}^2 = \begin{bmatrix} 1.0600 + j0 \\ 1.0394 + j0.0350 \\ 0.9240 - j0.0356 \\ 0.7702 - j0.1589 \end{bmatrix}$$

Error = 5.263377e-01

Iteración 25

Vector de funciones

$$\mathbf{F}^{24} = \begin{bmatrix} 1.1000e + 00 \\ - 6.5942e - 07 \\ - 1.4200e + 00 \\ - 4.9891e - 08 \\ - 1.2900e + 00 \end{bmatrix}$$

Vector de residuos

$$\Delta \mathbf{R}^{24} = \begin{bmatrix} - 1.3436e - 07 \\ 6.5942e - 07 \\ - 3.5400e - 07 \\ 4.9891e - 08 \\ - 3.2369e - 07 \end{bmatrix}$$

Vector de incrementos

$$\Delta \mathbf{X}^{24} = \begin{bmatrix} 3.7320e - 10 \\ 1.3452e - 08 \\ - 3.4529e - 08 \\ - 2.2660e - 08 \\ - 6.7320e - 08 \end{bmatrix}$$

Valores de las variables en esta iteración

$$\mathbf{X}^{25} = \begin{bmatrix} 0.031948 \\ - 0.023009 \\ - 0.232920 \\ 0.909059 \\ 0.733152 \end{bmatrix}$$

Voltajes actuales en barras

$$\mathbf{V}^{25} = \begin{bmatrix} 1.0600 + j0 \\ 1.0395 + j0.0332 \\ 0.9088 - j0.0209 \\ 0.7134 - j0.1692 \end{bmatrix}$$

$$\text{Error} = 6.594208\text{e-}07$$

3.8.1.2.5 Flujos en MVA

a) Potencias en las barras

A partir de la ecuación (70) y (71) sigue que

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 44.708 & + j129.004 \\ 110.000 & + j106.592 \\ 0 & - j0 \\ - 142.000 & - j129.000 \end{bmatrix}$$

c) Flujos en líneas

Usando las ecuaciones (30) y (31) obtenemos

$$S_{12} = -11.982 + j14.357$$

$$S_{21} = 12.200 - j13.704$$

$$S_{13} = 56.690 + j114.647$$

$$S_{31} = -50.867 - j97.177$$

$$S_{23} = 97.800 + j120.296$$

$$S_{32} = -91.133 - j100.296$$

$$S_{34} = 142.000 + j197.900$$

$$S_{43} = -142.000 - j129.272$$

c) Perdidas en las líneas

Usando la ecuación (32), obtenemos que las pérdidas para cada una de las líneas son:

$$SL_{12} = 0.2179 + j0.6536$$

3	4	142.000	197.900	0.000	68.628		
4	3	-142.000	-129.272				
Error = 6.594208e-07							
Numero de iteraciones = 25							
Tiempo de ejecución = 0.8268 s							

Capítulo IV. Discusión

En el desarrollo del trabajo hemos determinado el modelo matemático del problema de cálculo de flujo de carga en sistemas de potencia. El modelo resultó formado por un sistema de ecuaciones no-lineales, razón por lo cual para darle solución hemos adaptado el modelo a los requerimientos de los métodos numéricos iterativos:

- Gauss-Seidel.
- Newton-Raphson.
- Desacoplo-Rápido.

La adaptación consistió en la identificación de los vectores y matrices requeridas por los diferentes métodos. La solución se ha realizado utilizando el sistema por-unidad y para obtener la aproximación requerida (10^{-6}) se ha utilizado:

- Los voltajes en el método de Gauss-Seidel
- Las potencias en los métodos de Newton-Raphson y Desacoplo-Rápido

Las tablas de resultados 15, 16 y 17, indican que la solución del sistema de potencia SP3B, es lo mostrado en la figura 59.

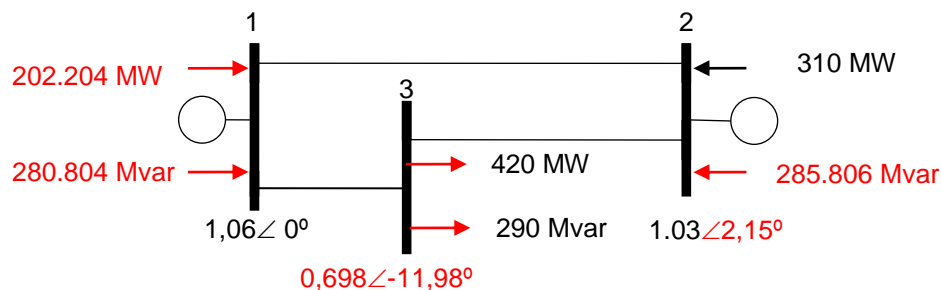


Figura 59. Solución del sistema SP3B

Y, las tablas de resultados 18, 19 y 20, indican que la solución del sistema de potencia SP4B, es lo mostrado en la figura 60.

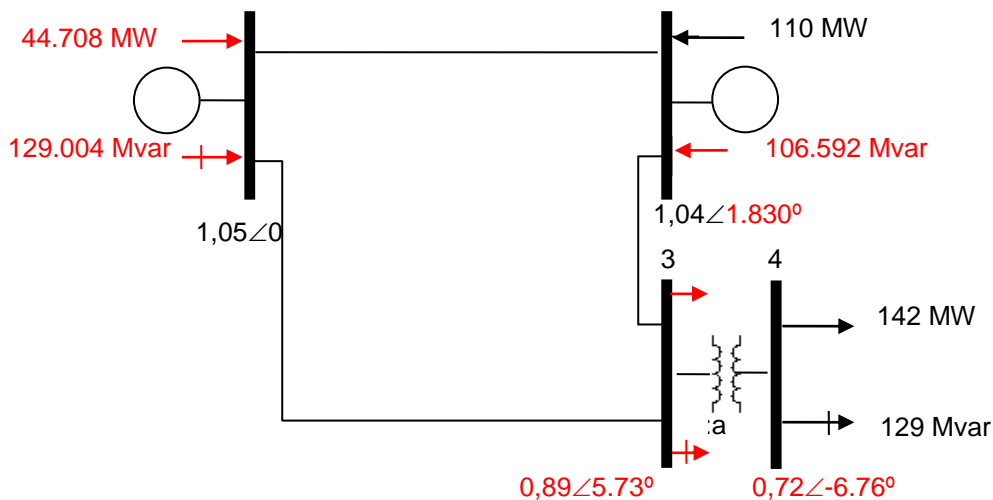


Figura 60. Solución del sistema SP4B

Observando las tablas 15 a 20 encontramos que los tres métodos numéricos utilizados en cada uno de los dos sistemas de potencia, obtienen los mismos valores de:

- Voltajes de barras
- Potencia reactiva en las barras PV
- Potencia activa y reactiva en la barra 1 ($V\delta$)
- Flujos en las líneas de transmisión

En la tabla 21, mostramos tres datos de cada una de las tablas anteriores

Tabla 21 Iteraciones, tiempo de ejecución y error de cada método

SP3B			
Método	Iteraciones	Tiempo de ejecución	Error
Gauss-Seidel	16	0.4992	2.337132e-007
Newton-Raphson	6	0.2964	3.946616e-009
Desacoplo -Rápido	23	0.5928	5.930323e-007
SP4B			
Método	Iteraciones	Tiempo de ejecución	Error
Gauss-Seidel	18	0.4212 s	5.902643e-07
Newton-Raphson	6	0.3900 s	8.634697e-10
Desacoplo -Rápido	25	0.8268 s	6.594208e-07

A partir de la tabla 21, es fácil concluir que el método de Newton-Raphson es el que realiza el cálculo con:

- Menor número de iteraciones
- Menor tiempo de ejecución
- Mayor aproximación

Conclusiones

1. Para calcular el flujo de carga en un sistema de potencia, es indiferente utilizar los métodos de Gauss-Seidel, Newton-Raphson o Desacoplo-Rápido, pues los tres dan los mismos valores de voltajes y en consecuencia iguales flujos de potencias
2. La diferencia que existe al calcular el flujo de carga en un sistema de potencia con los tres métodos mencionados está en, el número de iteraciones, tiempo de convergencia y precisión. Siendo el método de Newton-Raphson el que emplea menos iteraciones, menor tiempo de convergencia. y mayor precisión de cálculo.
3. El método de Gauss-Seidel es el más simple de implementar
4. La diferencia fundamental entre los métodos de Newton-Raphson y Desacoplo-Rápido, es que en el primero la matriz Jacobiana se calcula en cada iteración, mientras que en el segundo, su matriz Jacobiana modificada es constante y se calcula una sola vez.

5. Es conveniente numerar la barra $V\delta$ con el número 1 y utilizar como valores iniciales el denominado *inicio plano*.

Recomendaciones

Usar este trabajo como punto de inicio para hacer un software didáctico sobre el problema de flujo de carga.

Referencias Bibliográficas

- A. R. Bergen and Vijay Vittal, "Power Systems Analysis," Prentice Hall, New Jersey-2000
- B Stott, O Alsac, "Fast decoupled load flow," IEEE Transactions on Power Systems, Vol.15, No.1, p.p. 208-215, May/June 1974
- Grainger and Stevenson "Power System Analysis", McGraw-Hill, 1994
- H. L. Hazen, O. R. Schurig and M. F. Gardner, "The M. I. T. Network Analyzer Design and Application to Power System Problems," in Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 49, no. 3, pp. 1102-1113, July 1930.
- H.L. Nguyen, "Newton-Raphson Method in Complex Form," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, No. 3, p.p. 1355-1359, August 1997.
- J. B. Ward and H. W. Hale, "Digital computer solution of power flow problems", AIEE Trans. (Power App. Syst.), vol. 75, pp. 398-404, June 1956.
- J. E. Van Ness, "Iteration methods for digital load flow studies," AIEE Trans. (Power App. Syst.), vol 78. pp. 583-588, Aug. 1959.
- J. E. Van Nness and J. H. Griffin, "Elimination methods for load flow studies", AIEE Trans. (Power App. Syst.), vol. 80, pp. 299-304, June 1961

John Winders, Jr., "Power Transformers", CRC Press. 2002

Larence L. Smith, "Solution of electrical networks by successive approximations",
University of Illinois Bulletin, Vol. XXXV November 30, 1937 No. 27

Nitve, Naik , Steady state analysis of IEEE-6 Bus System Using PSAT power toolbox,
International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT)
Volume 3, Issue 3, May 2014

Núñez Lopez,"Comparacion tecnica entre los programas de simulación de sistemas de
potencia Digsilent Powerfactory y PSS/E", escuela politécnica nacional, Ecuador, 2015

W. F. Tinney and C.E Hart, "Power flow solution by Newton's method," IEEE
Transactions on Power Systems PAS- 86, p.p.1449-1456, November 1967.

W. F. Tinny and J. W. Walker, "Direct solutions of sparse network equations by optimally
ordered triangular factorization," Proc.IEEE, Vol 55, pp. 1801-1809, Nov. 1967.