



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN

PROGRAMA DE COMPLEMENTACIÓN ACADÉMICA DOCENTE

**APLICACIÓN DEL MÉTODO DE GEORGE POLYA PARA
DESARROLLAR LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE
LOS Y LAS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO AÑO “C” DE
LA I.E. JOSÉ PARDO Y BARREDA DE NEGRITOS –
TALARA, 2016**

Trabajo de Investigación presentado como requisito parcial para obtener el Grado de
Bachiller en Educación en la Especialidad de Matemática y Computación

AUTOR: David Hugo De La Cruz Aguirre.

ASESORA: Daría Nelly Morillo Valle

Sullana, Setiembre del 2017.

**APLICACIÓN DEL MÉTODO DE GEORGE POLYA PARA
DESARROLLAR LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE
LOS Y LAS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO AÑO “C” DE
LA I.E. JOSÉ PARDO Y BARREDA DE NEGRITOS –
TALARA, 2016**

Trabajo de Investigación presentado como requisito parcial para obtener el Grado de
Bachiller en Educación en la Especialidad de Matemática y Computación

PRESENTADO POR:

David Hugo De La Cruz Aguirre

Daríá Nelly Morillo Valle

AGRADECIMIENTO

Mi profundo agradecimiento a nuestro padre creador Dios que nos regala el don de la vida, a nuestra madre la Virgen María que nos protege con su manto sagrado, a la Universidad Nacional “Pedro Ruíz Gallo”, que a través de la Facultad de Ciencias Histórico Sociales y Educación, me brindó esta apreciada oportunidad para realizar mis estudios de Bachillerato, que sin duda constituye una importante etapa en mi carrera profesional. A cada uno de los maestros catedráticos que acudieron a la ciudad de Sullana a compartir sus valiosos conocimientos, experiencias y consejos durante el proceso de nuestra formación. A la Directora, Sub directora y colegas de la I.E. “José Pardo y Barreda” de Negritos – Talara, con quienes comparto a diario la noble tarea de educar a las nuevas generaciones que son el futuro de nuestra sociedad peruana. Gracias a mis familiares, esposa, amigos y a todos aquellos que contribuyeron al desarrollo de este Trabajo de Investigación y alcanzar el éxito deseado.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN:	5
Antecedentes del problema:	6
Tipo de Investigación:	11
Marco Teórico o Marco de Referencia:	12
• George Polya: Solución de Problemas	12
• La enseñanza de las Matemáticas: Perspectiva constructivista	16
• Tipos de conocimiento en la resolución de problemas	17
• Competencias y capacidades	21
• Competencias Matemáticas	23
• Capacidades Matemáticas	33
• Definición de Aprendizaje	36
• Aprendizaje de las Matemáticas	37
• Resolución de Problemas en Matemática	38
• Capacidades de Resolución Matemáticas	39
• Teorías Sobre Capacidad de Resolución de Problemas	40
• Dimensiones de la Capacidad de Resolución de Problemas	43
• Métodos en la Resolución de Problemas	44
Metodología:	45
La situación problemática y el problema o tema abordado:	46
Conclusiones:	48
Referencias:	50

PRESENTACIÓN

El presente Trabajo de Investigación se realizó con la finalidad de determinar cómo la aplicación del método de Polya desarrolla las capacidades matemáticas en los y las estudiantes del Segundo Año “C” de la Institución Educativa José Pardo y Barreda de Negritos –Talara.

Para esta investigación se utilizó la metodología Cuantitativa de diseño Cuasi experimental.

Normalmente los estudiantes para resolver un problema matemático aplican procedimientos rutinarios, pero al resolverlos con este método, los estudiantes deben primero comprenderlo, luego reflexionar y ejecutar pasos originales que no habían aplicado antes para la solución de dicho problema, comprobar sus respuestas comparándolas con las de sus compañeros y finalmente reflexionar sobre las estrategias que conllevaron a una correcta resolución.

La investigación también se basó en procesos como el diagnóstico con la aplicación de una primera prueba de exploración para conocer sus aprendizajes antes de la aplicación del método y luego una prueba de cierre, tomada al final del proceso de aplicación del mismo en la resolución de problemas matemáticos. Se verificó que con la aplicación del Método de Polya los estudiantes mejoran significativamente el desarrollo de sus capacidades matemáticas, ya que ahora trabajan recreando sus propias estrategias innovadoras, comparten ideas, criterios e intereses personales y grupales, apropiándose cada uno de ellos de los mismos, fomentando la unidad y el trabajo en equipo. Este trabajo de Investigación es un antecedente comprobado para que los futuros y actuales profesionales en Matemáticas fomenten el uso de métodos que implique el desarrollo de la comprensión, la formulación de un plan, su aplicación y la comprobación del mismo con sus pares.

Antecedentes del problema:

Es importante resaltar que existe abundante bibliografía sobre la aplicación del método de Polya para aprender a resolver problemas, desarrollando en los estudiantes el pensamiento y creatividad, pero aquellas en la que se demuestra su aplicación para el desarrollo de capacidades matemáticas, como se hace en la investigación son pocas, entre ellas tenemos:

- La Tesis Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos de ESCALANTE MARTÍNEZ, Silvia Brandy, año 2015. Quetzaltenango, México, sustentada en la Universidad de Rafael Landívar para obtener el Grado Académico de Doctora, sostiene que el estudiante realiza un ejercicio sin tener un plan y aplica procedimientos rutinarios, ahora sí utiliza el método Polya el estudiante podrá reflexionar y ejecutar los pasos originales que no había ensayado antes para la solución de problemas, luego comprueba su respuesta. Se planteó como Objetivo General: Determinar los procesos que aplica el Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado primaria de la Escuela Oficial Rural Mixta “Bruno Emilio Villatoro” del municipio de la Democracia, departamento de Huehuetenango, Guatemala C.A.

Las Conclusiones a las que llega son:

- 1) El estudio permitió concluir que la mayoría de los estudiantes de quinto primaria de la Escuela Oficial Rural Mixta “Bruno Emilio Villatoro López del municipio de la Democracia, Huehuetenango; demostraron progreso en la resolución de problemas en el curso de Matemática, con tendencias a seguir mejorando en las siguientes clases después de la aplicación de la método Pólya, se comprueba la efectividad del método Pólya en la resolución de problemas matemáticos.
- 2) El método Pólya en la resolución de problemas matemáticos, si favoreció a disminuir el temor de los estudiantes en el curso de matemática, por la falta de metodología en la aplicación de pasos o procesos que ayudan a resolver

problemas; se obtuvieron cambios en la concentración y la capacidad de razonar de los estudiantes, en la integración y participación activa del grupo, en la entrega puntual de las tareas, en la asistencia a clases, explicaciones y en trabajos en grupo, por lo tanto el método Polya es efectivo específicamente en su aplicación en la resolución de problemas matemáticos.

- 3) Se logró determinar los procesos a aplicar en el método pólya para la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado primaria, ya que al finalizar la investigación se obtuvo una media aritmética de 88.48 puntos calificación que se compara con los 62.2 que fue la media aritmética obtenida por los estudiantes en la evaluación diagnóstica, refleja entonces una respuesta significativa y efectiva en el aprendizaje de los estudiantes a través de la aplicación de este método.
 - 4) El método Pólya dentro de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática ayuda a despertar el interés en el estudiante y disminuir el temor al momento de resolver problemas matemáticos lo cual es un reto para el docente, porque constituye un proceso continuo que se enriquece a través de la práctica y ejercitación de problemas en matemática.
Finalmente se demostró que en el método Polya el estudiante analiza, reflexiona comparte ideas, fomenta el trabajo individual y en equipo. Para su investigación utilizó el método analítico de diseño cuasi experimental.
- José Concepción, Vega Rimarachín, presentó la tesis “Aplicación del Método de George Polya para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer grado de Educación Secundaria Víctor Berríos Contreras – Cullanmayo – Cutervo – 2014” Cajamarca, Perú, para obtener el Grado de Magister en Gestión de la Educación. El objetivo general que demostró fue: Determinar la influencia del método de George Pólya en la mejora del talento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiante del primer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Víctor Berríos Contreras” de la comunidad de Cullanmayo, 2014.

Las conclusiones de la tesis son:

1. La enseñanza del área de matemática hasta la fecha se viene dando de manera abstracta y repetitiva en los diferentes niveles y modalidades de educación, donde los problemas desarrollados en las sesiones de aprendizaje obedecen a realidades muy diferentes a la que los estudiantes se desenvuelven, lo que conlleva a formar estudiantes memoristas que no son capaces de resolver problemas matemáticos nuevos o de mayor complejidad a los propuestos en las sesiones de aprendizaje, ya que no poseen un pensamiento activo y creador.
2. Para la aplicación de una matemática activa propuesta por George Pólya en las sesiones de aprendizaje, primero se tuvo que identificar las falencias de los estudiantes a través de un pre test, se analizaron las acciones a implementar y se procedió a aplicar el método de George Pólya en las diferentes sesiones de aprendizaje, comprobando que la interacción con sus pares y entorno social de acuerdo a las teorías de Vigotsky y Piaget, mejoran el aprendizaje y fomentan la participación activa de los estudiantes, ya que a partir de sus experiencias diarias podemos desarrollar un sinnúmero de operaciones elevando paulatinamente el nivel de complejidad de los mismos.
3. En relación al talento de los estudiantes para resolver problemas matemáticos, este no ha sido tomado en cuenta en años anteriores, ya que no se ha tomado como base el contexto en el que se desenvuelven los estudiantes; por tanto, es necesario usar previamente estrategias que faciliten y promuevan la reflexión y análisis por parte de estos para lograr la comprensión total del problema y así poder planificar acciones para encontrar lo que el problema exige, ejecutar las acciones y/o algoritmos planteados por los propios estudiantes y, especialmente, hacer que éstos revisen y comprueben por sí mismos los pasos ejecutados, y de manera global, el procedimiento que les permitió llegar a la solución del problema, que es en definitiva, el objetivo del método propuesto por George Pólya.
4. Para promover la enseñanza de una matemática activa y participativa se debe realizar una selección adecuada de los problemas a resolver, la forma y el momento en que se presentan; se deben aprovechar las habilidades

matemáticas (conocimientos previos) de los estudiantes como punto de partida para así introducirlos a un mundo donde a través de los pasos propuestos por George Pólya éstos sean capaces de proponer sus propios algoritmos y resuelvan los problemas que se les presenten logrando de tal manera que los estudiantes tengan mayor seguridad y confianza en sí mismos. Además los problemas se deben seleccionar según el nivel de desarrollo del estadio de las operaciones formales que presenta el grupo.

5. Tal como lo demuestran las tablas y gráficos estadísticos, podemos concluir que después de haber aplicado el método de George Pólya en las diferentes sesiones de aprendizaje, se ha logrado mejorar significativamente el talento de los estudiantes no sólo para resolver problemas matemáticos sino diferentes problemas que se les presente en su vida cotidiana, ya que estos son capaces de reconocer, identificar, reemplazar, organizar datos correctamente; y asimismo proponer sus propios algoritmos con los cuales llegar a la resolución del mismo e incluso desarrollarlo mentalmente, siendo capaces de verificar si la respuesta es la correcta y socializar de forma ordena y secuencial la manera cómo arribaron a ese resultado
- En el año 2014, LÓPEZ JACHILLA, Jaime Jesús y PARRA GALINDO, Richard Dick sustentaron la tesis: “La Aplicación del Método de George Polya y su influencia en el aprendizaje del área de Matemática en los estudiantes de Sexto Grado de Educación Primaria de la Institución Educativa Experimental de aplicación de UNE”, en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle para obtener el título de Licenciados en Educación; planteándose como objetivo general: Determinar el nivel de influencia de la aplicación del método de George Polya en el desarrollo de capacidades de aprendizaje en los estudiantes del sexto grado de Educación Primaria en el área de Matemática, de la I.E. Experimental de Aplicación de la UNE.

Las conclusiones son:

La aplicación del Método de George Polya en las sesiones de enseñanza aprendizaje del Módulo Auto Instructivo influyó significativamente en el desarrollo de las Capacidades de Aprendizaje de los estudiantes de Educación

primaria en el Área de Matemática de la I.E. Experimental de Aplicación de la UNE, se ubica en promedio en la categoría bueno. Tal como se demuestra a través de la prueba de hipótesis aplicada al Grupo Experimental y Grupo Control que indica un coeficiente t obtenido = -15.464 con $gl = 58$ que es mayor al t crítico = $\pm 2,002$ con $gl = 58$. El promedio de las notas obtenidos por los estudiantes del Grupo Experimental es de 17.282 que representa el 86.41% de la máxima calificación vigesimal que corresponde a un estado de calidad promedio bueno.

1. La Aplicación del Método de George Polya en las sesiones de enseñanza aprendizaje del Módulo Auto Instructivo influyó significativamente en el desarrollo de la capacidad de Resolución de Problemas en los estudiantes del 6º grado de Educación primaria en el Área de Matemática, de la I.E. Experimental de Aplicación de la UNE, se ubica en promedio en la categoría bueno. Tal como se demuestra a través de la prueba de hipótesis aplicada al Grupo Experimental y Grupo Control que indica un coeficiente t obtenido = - 10.142 con $gl = 58$ que es mayor al t crítico = $\pm 2,002$ con $gl = 58$. El promedio de las notas obtenidos por los estudiantes del Grupo Experimental es de 17.084 que representa el 85.42% de la máxima calificación vigesimal que corresponde a un estado de calidad promedio bueno.
2. La Aplicación del Método de George Polya en las sesiones de enseñanza aprendizaje del Módulo Auto instructivo influyó significativamente en el desarrollo de la capacidad de razonamiento y demostración en los estudiantes del 6º grado de Educación primaria en el Área de Matemática de la I.E. Experimental de Aplicación de la UNE, se ubica en promedio en la categoría 99 bueno. Tal como se demuestra a través de la prueba de hipótesis aplicada al Grupo Experimental y Grupo Control que indica un coeficiente t obtenido = -9.522 con $gl = 58$ que es mayor al t crítico = $\pm 2,002$ con $gl = 58$. El promedio de las notas obtenidos por los estudiantes del Grupo Experimental es de 17.33 que representa el 86.67% de la máxima calificación vigesimal que corresponde a un estado de calidad promedio bueno.

3. La Aplicación del Método de George Polya en las sesiones de enseñanza aprendizaje del Módulo Auto Instructivo influyó significativamente en el desarrollo de la capacidad de Comunicación Matemática en los estudiantes del sexto grado de Educación primaria en el Área de Matemática, de la I.E. Experimental de Aplicación de la UNE, se ubica en promedio en la categoría bueno.

Tal como se demuestra a través de la prueba de hipótesis aplicada al Grupo Experimental y Grupo Control que indica un coeficiente t obtenido = -12.817 con $gl = 58$ que es mayor al t crítico = $\pm 2,002$ con $gl = 58$. El promedio de las notas obtenidos por los estudiantes del Grupo Experimental es de 17.4 que representa el 87% de la máxima calificación vigesimal que corresponde a un estado de calidad promedio bueno.

Tipo de Investigación:

El presente trabajo de investigación asume la aplicación del método matemático de Resolución de Problemas de George Polya y su repercusión en el desarrollo de las capacidades matemáticas en un grupo de estudiantes, luego de haber realizado un diagnóstico en dicho grupo; es por ello que dicha investigación:

1. **De acuerdo al fin que persigue:**

El tipo de investigación es Aplicada.

2. **De Acuerdo al diseño de Investigación:**

Experimental.

Marco Teórico o Marco de Referencia.

Dado los resultados obtenidos en la Evaluación Censal obtenida por nuestros estudiantes el equipo docente del área de matemática implementa como estrategia pedagógica la aplicación del método de George Polya para desarrollar capacidades matemáticas en las y los estudiantes de Segundo Año "C".

George Polya: Solución de Problemas.

El autor manifiesta que para resolver un problema matemático se necesita:

Paso 1: Entender el problema.

- ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Paso 2: Configurar un plan.

- ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir

algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

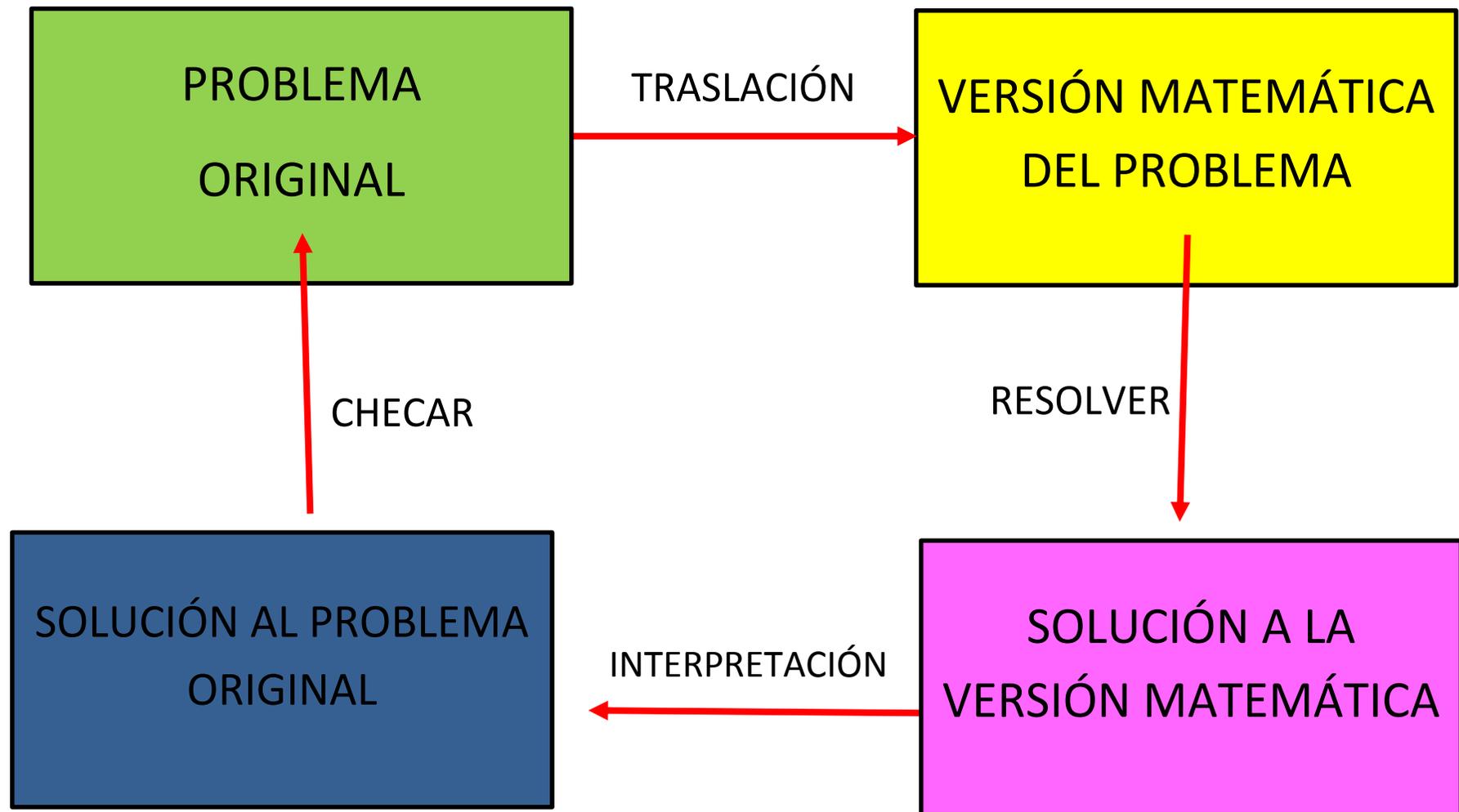
Paso 3: Ejecutar el plan.

- Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos
- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?
- Si no tienen éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede ser que se te prenda el foco cuando menos lo esperes!)
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Paso 4: Examinar la solución obtenida.

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes describir el razonamiento?
- ¿Tu solución es correcta?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?
- ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

Comúnmente los problemas se enuncian en palabras ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema uno traslada las palabras a una forma equivalente y luego interpreta la respuesta. Este proceso lo podemos representar como sigue:



-HERNÁNDEZ Y VILLALBA 1994

George Polya en su libro “**Estrategias para Resolver Problemas**” (Polya, 1945). Además del método de cuatro pasos de Polya nos parece oportuno presentar una lista de sugerencias hechas por estudiantes exitosos en la solución de problemas:

- 1) Acepta el reto de resolver el problema.
- 2) Rescribe el problema en tus propias palabras.
- 3) Tómate tiempo explorar, reflexionar y pensar.
- 4) Habla contigo mismo. Hazte cuantas preguntas creas necesarias.
- 5) Si es apropiado, trata el problema con números simples.
- 6) Muchos problemas requieren de un período de incubación. Si te sientes frustrado, no dudes en tomarte un descanso, el subconsciente se hará cargo. Después inténtalo de nuevo.
- 7) Analiza el problema desde varios ángulos.
- 8) Revisa tu lista de estrategias para ver si una (o más) te pueden ayudar a empezar.
- 9) Muchos problemas resolver de distintas formas: sólo se necesita encontrar una para tener éxito.
- 10) No tengas miedo de hacer cambios en las estrategias.
- 11) La experiencia en la solución de problemas es valiosísima. Trabaja con montones de ellos. Tu confianza crecerá.
- 12) Sino estas progresando mucho, no vaciles en volver al principio y asegúrate de que realmente entendiste el problema. Este proceso de revisión es a veces necesario hacerlo dos o tres veces ya que la comprensión del problema aumenta a medida que se avanza con el trabajo de solución.

Para Schoenfeld (1985) la dificultad de definir el término “problema” radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea, en ese sentido, dice que un problema puede verse como una terna de situación

alumno – entrono; es decir, el problema se da sólo si el alumno percibe una dificultad.

Enseñanza de las Matemáticas: Perspectiva constructivista.

El constructivismo intenta explicar cómo el ser humano es capaz de construir conocimientos desde los recursos de la experiencia y la información que recibe. Este modelo sostiene que:

El individuo no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre estos dos factores. En consecuencia según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. (Carretero, 1997, pág. 21).

Las distintas corrientes existentes dentro de este paradigma, coinciden el postulado central que destaca la importancia de los conocimientos previos, como base para el nuevo conocimiento y, por tanto, para el aprendizaje. En esa misma línea, Driver afirma que “lo que hay en el cerebro del que va a aprender tiene importancia”, con lo que se sugiere que los sujetos construyen representaciones del saber y las utilizan para interpretar las nuevas experiencias.

Estos postulados constructivistas son aplicables a cualquier área del saber y la matemática es una de ellas. En tal sentido Kilpatrick, Gómez y Rico precisan que las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce la transformación en las estructuras existentes.

En el caso de las matemáticas una experiencia que favorece la construcción de conocimientos a partir de procesos de abstracción reflexiva es la resolución de problemas. A tal efecto, Larios afirma que:

Tal parece que para que el estudiante pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la obligatoria interacción activa con los objetos matemáticos, incluyendo la reflexión que le permite abstraer estos objetos, es necesario que estos objetos se presenten inmersos en un problema y no en un ejercicio. De hecho son estas situaciones problemáticas las que introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante, que en su afán de equilibrarlas se produce la didáctica que favorece la construcción del conocimiento. (Larios, 1998, págs. 10-13)

Todas las anteriores posturas teóricas, indican que la resolución de problema es una experiencia didáctica que favorece la construcción de conocimiento, pero ¿Qué es un problema?, ¿Qué es resolver un problema? Es conveniente hacer realidad al respecto ya que “ha tenido múltiples y a veces contradictorios significados a través de los años.

Tipos de conocimiento en la resolución de problemas:

Diversos investigadores han estudiado los tipos de conocimientos involucrados en la resolución de problemas encontrándose que los resultados apoyan la noción de que la eficiencia en la resolución de problemas está relacionada con el conocimiento específico del área en cuestión. En este sentido, estos autores coinciden en señalar que entre los tipos de conocimientos necesarios para resolver problemas se incluye el conocimiento declarativo, el conocimiento procedimental y el conocimiento condicional.

Aunque no es una finalidad de este artículo hacer una revisión amplia de lo que son el conocimiento declarativo y procedimental, conviene especificar brevemente que Monereo, Castelo, Clarian, Palma y Pérez, refieren que el conocimiento es declarativo “por cuanto puede comunicarse o declararse a través del lenguaje verbal”.

Siguiendo a Monereo un procedimiento es algorítmico cuando la sucesión de acciones que hay que realizar se hayan completamente prefijada y su correcta ejecución lleva a una solución segura del problema o la tarea, por ejemplo calcular una raíz.

Los procedimientos algorítmicos y los procedimientos heurísticos pueden ser considerados como extremos de un continuo en el que es posible situar diferentes tipos de procedimientos según su proximidad o lejanía respecto a cada uno de ellos. No obstante, el no disponerse de un sistema de respuesta totalmente constituido se requiere del análisis de la información presentada y de un uso creativo y pertinente del conocimiento declarativo y procedimental. Y va más allá, es un proceso que permite al estudiante la generación de un tercer tipo de conocimiento, denominado condicional. El nombre de condicional intenta reflejar la actuación mental que subyace en la toma de decisiones sobre las acciones a realizar: “en estas condiciones lo mejor es pensar o actuar así para lograr ese objetivo” (Monereo 1998).

En otras palabras, el estudiante que llega a generar el conocimiento condicional que se requiere para poder enfrentar con éxito la resolución de problemas, en este caso de problemas matemáticos, ha desarrollado estrategias de aprendizaje que en términos de Monereo son definidos como proceso de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el alumno elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para cumplir una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción”.

En la literatura existente acerca de la resolución de problemas matemáticos, pueden encontrarse múltiples análisis acerca de qué supone la realización de esta tarea en términos de actividad cognitiva y algunas propuestas de sistematización, hasta donde está es posible, de la tarea de resolver problemas. Entre otras son ampliamente conocidas las aportaciones de Polya (1957), De La Vega (1984), Gagné (1991), Schoenfeld (1992), Parra (1990), mismas que tienen algunos elementos de coincidencia, aunque diferente designación de las etapas o acciones clave que se dan cuando una persona pretende resolver un problema.

¿Cómo puede orientarse entonces la enseñanza de resolución de problemas? Según Alonso, Gonzáles y Sáenz (1988), la resolución de problemas no puede considerarse como una tendencia totalmente nueva en la enseñanza de la matemática, pues ya desde la antigüedad los científicos se habían dado a la tarea de estudiar las variables relativas al proceso de resolución, sin embargo, señala este autor que, a pesar que las variables de proceso fueron consideradas ya desde el primer cuarto del siglo pasado como un campo relevante de la investigación sobre resolución de problemas, hay práctica unanimidad al afirmar que la verdadera investigación sobre las variables de proceso se inicia a partir de los escritos de Polya, sobre todo con la aparición en 1945 de su libro *Howtosolveit*.

Lo que realmente aporta Polya es un modelo. Señala Alonso et al (1988) (Alonso, 2015) que la investigación precedente se focalizaba en ciertos aspectos materiales y concretos del enunciado, o en las habilidades específicas de los buenos o malos resolutores. Sin embargo la complejidad del proceso de solución de problemas requería de procedimientos que permitieran el seguimiento y valoración de las distintas fases implicadas y, consecuentemente, de las habilidades o competencias requeridas, y que la heurística multifase de Polya resuelve esta necesidad.

Atendiendo a lo expuesto en los párrafos anteriores, a la pregunta ¿Cómo puede orientarse la enseñanza de la resolución de problemas? Alonso et al (1988) responde: “La heurística multifase de Polya ofrece un modelo formal tanto para quien resuelve problemas como para quién enseña a resolverlos”. En consecuencia, este estudio retoma el modelo de heurística de Polya sobre la resolución de problemas; en tal sentido, recupera las cuatro fases contempladas en el método probado por este autor a saber: comprensión del problema, concebir un plan ejecución del plan y visión retrospectiva.

Además de lo propuesto por Polya, según Pozo y Postigo (1994), para completar las distintas fases o pasos en la solución de un problema los alumnos necesitarían adquirir procedimientos de: Adquisición de la información, Interpretación de la Información, Análisis de la información y realización de inferencias, comprensión y organización conceptual de la información y comunicación de la información.

Es así, como los pasos y procedimientos, descritos en los párrafos anteriores, las acciones y el ambiente que el maestro logre crear dentro de su clase, darán significado a la práctica de resolución de problemas. Según Parra (1990) las acciones del maestro deberían encaminarse en primer lugar, a asegurarse de que el problema ha sido comprendido por los estudiantes antes de que estos procedan a la resolución, discutiendo las palabras del texto que eventualmente causen dificultades; luego, durante la resolución, observar el trabajo de los alumnos e interrogarlos para identificar las dificultades que enfrentan, animarlos a desarrollar una o varias estrategias y, si es necesario, hacerles algunas sugerencias.

Estudios como los de Valle, Juárez y Guzmán (2007) utilizaron estrategias para la resolución de problemas en la olimpiada mexicana de matemáticas con jóvenes entre 14 y 17 años. También tuvieron ese enfoque de estrategias en la resolución de problemas, Rizo y Campistrous (1999), quienes realizaron

un estudio de caso con el objetivo de “aislar” las estrategias que utilizan los alumnos al momento de resolver problemas matemáticos y clasificaron el uso de las mismas en dos maneras: reflexivas e irreflexivas.

Competencias y Capacidades.

Nuestros adolescentes necesitan enfrentarse a retos que demanda la sociedad, con la finalidad que se encuentren preparados para superarlos, tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes deben actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo.

Los estudiantes a lo largo de la educación básica regular desarrollan competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, la habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU 2014). Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en Matemática explicitados en cuatro competencias. Estas a su vez se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones.

Según Freudenthal (citado por Bressan 2004), el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:

Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones; es decir para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la Matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.

Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuando una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.

Captar cuál es ese nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.

Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es aplicable.

Tratar la propia actividad como materia prima para la reflexión, como miras a alcanzar un nivel más alto del pensamiento.

De otro lado, pensar matemáticamente se define como un conjunto de actividades mentales u operacionales intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema sobre conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión, en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (cantoral 2005; Molina 2006; Carretero y Ascencio 2008).

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas cuatro situaciones se sostienen en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD 2012). En este

sentido la mayoría de países han adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad, regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; gestión de datos e incertidumbre.

Por lo tanto, las cuatro competencias matemáticas atienden a estas situaciones y se describen como actuar y pensar matemáticamente, lo que debe entenderse como usar las matemática para describir, comprender y actuar en diversos contextos; una de las características en ellas el plantear y resolver problemas.

- **Competencias Matemáticas:**

- 1) Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad:**

En nuestra sociedad actual, la utilidad que tienen los números y datos es prácticamente infinitas. Estamos bombardeados por titulares que utilizan medidas cuantitativas para reportar aumentos de precio, los riesgos de ser propensos a una enfermedad, y el número de personas afectados por desastres naturales. Los anuncios publicitarios utilizan números para competir en ofertas de telefonía celular, para promocionar bajo interés en

préstamos personales, de pequeña empresa, hipotecarios, etc. En el ámbito técnico profesional; los agricultores estudian mercados donde ofertar sus productos, analizan el suelo y controlan cantidades de semillas y nutrientes; las enfermeras utilizan conversiones de unidades para verificar la exactitud de la dosis de medicamento; los sociólogos sacan conclusiones a partir de datos para entender el comportamiento humano; los biólogos desarrollan algoritmos informáticos para mapear el genoma humano; los empresarios estudian los mercados y costos del proyecto utilizando las TIC.

La competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, las que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante. Esto involucra la comprensión del significado de los números y sus diferentes representaciones, propiedades y relaciones, así como el significado de las operaciones y cómo estas se relacionan al utilizarlas en contextos diversos.

La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos.

Treffers (citado por Jandee Lange) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar los problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real. Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canadá 2000) menciona que es necesario poseer “un

conjunto de habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, comunicaciones, capacidades y habilidades para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo”.

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de cantidad, siendo algunas características las siguientes:

- ✓ Conocer los múltiples usos que les damos.
- ✓ Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- ✓ Comprender y usar los números en sus variadas representaciones.
- ✓ Emplear relaciones y operaciones basadas en números.
- ✓ Comprender el sistema de numeración decimal.
- ✓ Reconocer patrones numéricos.
- ✓ Utilizar números para expresar atributos de medidas reconocidas en el mundo real.
- ✓ Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.

2) Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio:

En nuestro alrededor se manifiestan diversos fenómenos que tiene características de cambio, pudiéndose reconocer por ejemplo, cómo ciertos organismos van variando a medida que crecen, el movimiento de flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleabilidad en un sistema económico, los cambios climáticos regidos por las estaciones, fluctuaciones bursátiles, el cambio de temperatura a lo largo del día, crecimiento de la población respecto al tiempo (años), tiempo de distribución de un producto, costo para

inmunizar al “x” por ciento de una población contra una epidemia, velocidad de un móvil en movimientos uniformemente acelerados o retardados, recios de la luz, agua o teléfono en función del gasto, el movimiento de un cuerpo en el espacio, o cómo ha evolucionado en los últimos años la preferencia del público frente a un producto con determinada campaña publicitaria.

En este sentido, aprender progresiones, ecuaciones y funciones relacionadas a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Toda esta comprensión se logra usando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas relaciones de la vida real.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje algebraico, emplear esquemas de representación para reconocer las relaciones entre datos, de tal forma que se reconozca una regla de formación, condiciones de equivalencia o relaciones de dependencia, emplear procedimientos algebraicos y estrategias heurísticas para resolver problemas, así como expresar formas de razonamientos que generalicen propiedades y expresiones algebraicas.

Lo expuesto muestra la necesidad de reconocer la manifestación de cambio en fenómenos reales, en los que es posible identificar dos o más magnitudes y estudiar la forma como varían para tener una comprensión y control de ellos

a partir de establecer relaciones permanentes o temporales entre dichos fenómenos.

De acuerdo al Dr. Cantoral, este aprendizaje es parte del pensamiento matemático avanzado y comprender de las relaciones entre la matemática de la variación y el cambio, por un lado, y los procesos del pensamiento por el otro. Implica la integración de los dominios numéricos, desde los naturales hasta los complejos, conceptos de variable, función, derivada e integral; así mismo sus representaciones simbólicas, sus propiedades y el dominio de la modelación elemental de los fenómenos de cambio. (Dolores, Guerrero, Martínez y Medina 2002, 73).

Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de patrones, equivalencia y cambio. Son algunas características:

- ✓ Comprender las regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los propiamente matemáticos.
- ✓ Expresar patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a procesos de generalización.
- ✓ Comprender la igualdad o desigualdad en condiciones de una situación.
- ✓ Hallar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.
- ✓ Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- ✓ Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real, con la finalidad de resolver un problema o argumentar predicciones.

3) Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización:

A diario, en nuestro entorno cotidiano se nos presentan diversas oportunidades para enfrentarnos a problemas espaciales. A través de estas vamos construyendo un conjunto de referencias que nos permiten ubicarnos y ubicar cuerpos. Así, por ejemplo, montar una bicicleta, ajustar una pieza de mobiliario, ordenar un equipo de música o poner un ventilador de techo involucra retos como reconocer instrucciones, palabras que expresan referentes de dirección de arriba y abajo, adelante y atrás, etc., objetos físicos entre otros.

Así mismo, muchos descubrimientos clásicos y procedimientos cotidianos de la ciencia se basan en gran parte en el reconocimiento de formas y cuerpos geométricos, por ejemplo, uno de los grandes descubrimientos de la ciencia moderna, el modelado de la doble hélice de Watson de la estructura del ADN. Otro aspecto a considerar es que en las últimas décadas, se está experimentando una abundancia de información con el apoyo de tecnologías: sensores (como sismógrafos e hidrófonos de alta resolución), dispositivos (como el mar profundo y las tecnologías de perforación de núcleos de hielo), satélites de muestreo (incluyendo imágenes multi espectrales y sistemas de posicionamiento global GPS), y plataformas (tales como el telescopio Hubble y el sumergible Alvin). Esto ha involucrado el desarrollo y la práctica del pensamiento espacial por ejemplo, mapas, técnicas de análisis de superficie de tendencia), y sistemas de representación (diagramas espectrales).

En este sentido, aprender geometría relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia actúa y piensa en situaciones de forma, movimiento y localización implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación, el espacio, la inter acción con los objetos, la comprensión de propiedades de

las formas y cómo estas se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversos problemas.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas, que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje geométrico, emplear variadas representaciones que describan atributos de forma, medida y localización de figuras y cuerpos geométricos, emplear conocimientos de construcción y medida para resolver problemas, así como expresar formas y propiedades geométricas a partir de razonamientos.

Investigaciones en el campo de la didáctica de la geometría, Villiers (1999), Moreneo (2002) Duval (1998), Herscovitz y Vinner (1987), han llevado a reconocer que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos polos del desarrollo cognitivo.

Los procesos cognitivos de visualización, así Gutiérrez (1996) en relación a la enseñanza de la Geometría define la visualización como la actividad de razonamiento basada en el uso de elementos visuales o espaciales.

Los procesos de justificación de carácter informal o formal. “El estudio del razonamiento esta constitutivamente ligado al estudio de la argumentación” (Godino y Recio, citados por Bressan 1998).

Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas.

Los dominios teóricos y empíricos de la geometría, a través del desarrollo de habilidades de dibujo y construcción.

Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de formas, posición y movimientos. Algunas características son:

- ✓ Usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones para distintas relaciones y referencias.
- ✓ Construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales.
- ✓ Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características para que los reconozcan o los dibujen.

- ✓ Explorar afirmaciones, medir efectivamente y calcular longitudes, capacidades y pesos usando unidades convencionales.

4) Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.

Nos encontramos en la actualidad en un contexto de una sociedad cambiante e impredecible, en la que estamos avanzando a pasos agigantados tanto en el desarrollo de la ciencia y tecnología, por ello contamos con las TC cada vez más potentes, reconocemos sistemas de transporte y procesos de comunicación altamente eficientes, lo que ha traído como consecuencia que estamos enfrentados a un mundo saturado de información y datos. Es en este contexto que nos ha tocado vivir, que nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma para tomar decisiones; por ejemplo, nos enfrentamos a resultados electorales inciertos, ciertas edificaciones colapsan, se manifiestan caídas en los mercados de valores, tenemos condiciones meteorológicas cuyas previsiones no son fiables, predicciones de aumento o disminución del crecimiento de la población, los modelos económicos que no muestran una constante y, por tanto, no expresan una linealidad, y muchas otras manifestaciones de la incertidumbre e nuestro mundo.

En este sentido, aprender estadística relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre implica desarrollar progresivamente formas cada vez más especializadas de recopilar, y el procesar datos, así como la interpretación y valoración de los datos, y el análisis de situaciones de incertidumbre.

Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemática que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje

estadístico, emplear variadas representaciones que expresen la organización de datos, usan procedimientos con medidas de tendencia central, dispersión, y posición, así como la probabilidad en variadas condiciones; por otro lado, se promueven formas de razonamiento basados en la estadística y probabilidad para la toma de decisiones.

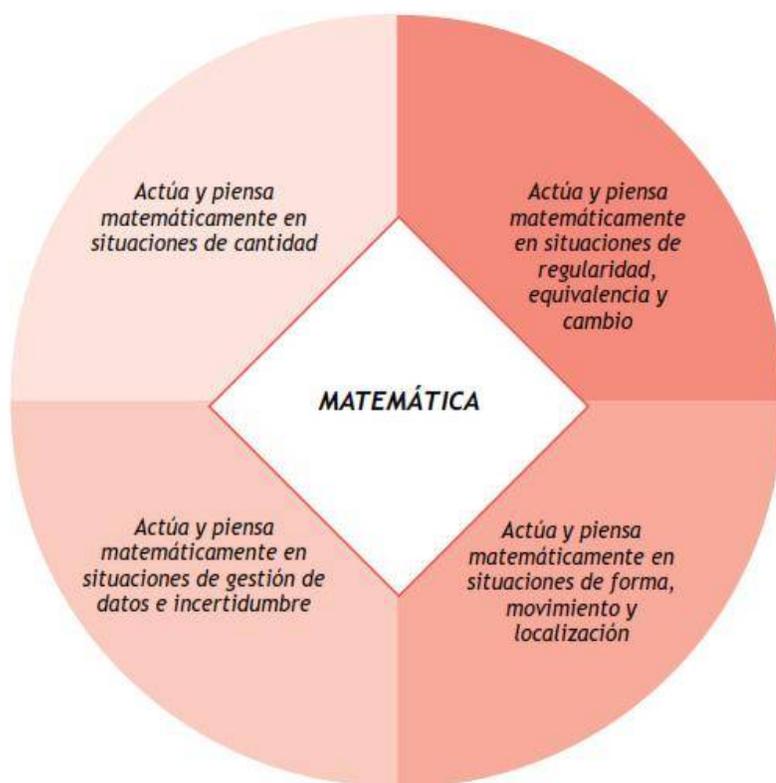
Investigaciones en el campo de la estadística, como Holmes (1980); destacan que la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos pues precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de gráficos y tablas estadísticas que aparecen con frecuencia en medios informativos. Para Watson (2002), el pensamiento estadístico es el proceso que debería tener lugar cuando la metodología estadística se encuentra con un problema real.

El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”; puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, y a que los ordenadores hoy en día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, “que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales”.

Algunas características del desarrollo de esta competencia son:

- ✓ Desarrollar una comprensión de los conceptos básicos de probabilidad y estadística, sus alcances y limitaciones, la confianza y la experiencia, escribir y hablar de ellos.

- ✓ Interpretar información estadística presentada en una variedad de formas y para comunicar su interpretación por informe escrito u oral.
- ✓ Apreciar que los datos son adecuados para el análisis estadístico, se aplican técnicas pertinentes y ser capaz de hacer deducciones e inferencias sobre la base de ellos.
- ✓ Desarrollar la confianza y la capacidad para llevar a cabo una investigación práctica.
- ✓ Ser conscientes de la importancia de la información estadística en la sociedad.
- ✓ Adquirir una base de conocimientos, habilidades y comprensión adecuada a las aplicaciones de la probabilidad y la estadística todos los días.



Capacidades Matemáticas:

Capacidad 1: Matematiza Situaciones.

Es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación, en un modelo matemático. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo a la situación que le dio origen.

Por ello esta capacidad implica:

- ✓ Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- ✓ Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicables; ello permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- ✓ Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo desarrollado o seleccionado, en relación a una nueva situación o al problema original, reconociendo sus alcances y limitaciones.
- ✓ La matematización destaca la realización entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático 1, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y de operaciones que describen como interactúan dichos elementos; haciendo más fácil la manipulación o tratamiento de la situación (Leshy Doerr 2003).

Capacidad 2: Comunica y representa ideas Matemáticas.

Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando un lenguaje matemático y diversas formas de representaciones con material concreto, gráfico, tabla, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra.

La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss 2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.

Por ejemplo, un estudiante puede representar un diagrama sagital, en una tabla de doble entrada o en el plano cartesiano, la relación de la cantidad de objetos vendidos con el dinero recaudado, reconociendo que todas estas representaciones muestran la misma relación.

A continuación se presentan ejemplos de los diferentes tipos de representación.

El manejo y uso de las expresiones y símbolos matemáticos que constituyen el lenguaje matemático se van adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones relaciones, los va expresando de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas, las que respondan a una convención.

Capacidad 3: Elabora y usa Estrategias.

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleando las de manera flexible y eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta.

Así mismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima.

Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales, que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la elección y ejecución de procedimientos matemáticos, estrategias heurísticas de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

Por ello, esta capacidad implica:

- ✓ Elaborar y diseñar un plan de solución.
- ✓ Seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias de diversos tipos (heurísticas, de cálculo mental o escrito).
- ✓ Valorar las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, reflexionar sobre su pertinencia y si le es útil.

Capacidad 4: Razona y Argumenta Generando ideas Matemáticas.

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemáticas mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando

argumentos. Esto implica partir de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer relaciones entre ideas, establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas.

Por ello, esa capacidad implica que el estudiante:

- ✓ Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- ✓ Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- ✓ Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- ✓ Defienda sus argumentos y refute otros en base a sus conclusiones.

Definición de Aprendizaje.

El aprendizaje es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación. Este proceso puede ser analizado desde distintas perspectivas, por lo que existen distintas teorías del aprendizaje. El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes en humanos, animales y sistemas artificiales.

El aprendizaje es un proceso por medio del cual la persona se apropia del conocimiento, en sus distintas dimensiones: conceptos, procedimientos, actitudes y valores.

El aprendizaje es la habilidad mental por medio de la cual conocemos, adquirimos hábitos, desarrollamos habilidades, forjamos actitudes e ideales.

Es vital para los seres humanos, puesto que permite adaptarnos motora e intelectualmente al medio en el que vivimos por medio de una modificación de la conducta.

Aprendizaje de las Matemáticas:

El objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es sólo que los niños aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y unas nociones geométricas, sino su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana. Esto es importante en el caso de los niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas (DAM). El fracaso escolar en esta disciplina está muy extendido, más allá de lo que podrían representar las dificultades matemáticas específicas conocidas como DISCALCULIA. Para comprender la naturaleza de las dificultades es necesario conocer cuáles son los conceptos y habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren y qué procesos cognitivos subyacen a la ejecución matemática. Tradicionalmente, la enseñanza de las matemáticas elementales abarca básicamente las habilidades de numeración, el cálculo aritmético y la resolución de problemas. También se consideran importantes la estimación, la adquisición de la medida y de algunas nociones geométricas. (<http://aprendizaje.m.es/rd/Recursos/rd99/ea>).

Resolución de Problemas en Matemática.

Algunos autores como Gañe (1971), clasificó la resolución de problemas como la forma más elevada de aprendizaje; para Logan, la resolución de problemas es la esencia del aprendizaje de Matemática: “La solución de problemas es el verdadero corazón, alma y objetivo fundamental de un programa de matemáticas”, (Logan, 1980, p.125). Orton (2006, p.51), sostiene que la resolución de problemas se concibe como generadora de un proceso, a través del cual, quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos, para dar solución a una situación nueva. “Solución de problemas es un proceso que exige que la persona tenga el nivel y las habilidades de razonamiento necesarios para analizar el problema, sintetizar las ideas claves, establecer las discrepancias que definen las preguntas y conducen la definición de los operadores que permiten pasar del estado inicial al final, mediante pasos o estados intermedios”, (Sánchez. M, 1995, p.240.).

En ambos conceptos se coinciden:

El sujeto que resuelve problemas tiene un repertorio de ideas, conocimientos, reglas, que le permitirán diseñar una estrategia para solucionar problemas. “solución de problemas” es un proceso: concediéndose en nuestro trabajo gran importancia a los procesos mentales referentes a la resolución de problemas.

Los problemas no son rutinarios, sino que se constituyen en una novedad para el que aprende. No entendiéndose por problema, lo que a menudo en matemática se presenta al final de cada sesión una serie de ejercicios rutinarios a los que denominan “problemas” y cuya habitual práctica solo promueve la ejercitación de la memoria.

Capacidades de Resolución Matemáticas.

Termino que para el Ministerio de Educación (2013, p.22), son las capacidades matemáticas se despliegan a partir de las experiencias y expectativas de nuestros alumnos, en situaciones problemáticas reales. Si ellos encuentran útil en su vida diaria los aprendizajes logrados, sentirán que la matemática tiene sentido y pertinencia. Las capacidades propuestas son:

Matematiza situaciones: Identificar datos y condiciones de la situación.

Reconocer características, datos, condiciones y variables de la situación que permitan construir un sistema de características matemáticas conocido como un modelo matemático, de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.

Comunica y Representa Ideas Matemáticas: Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y expresarlas en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, y transitando de una representación a otra.

Elabora y Usa Estrategias: Planificar, ejecutar y valorar estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo, comparación, estimación, usando diversos recursos para resolver problemas.

Razona y Argumenta Generando Ideas Matemáticas: Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento (deductivo, inductivo y abductivo), así como el verificarlos y validarlos usando argumentos.

Teorías Sobre Capacidad de Resolución de Problemas.

Teorías Asocianistas: El principal representante de esta teoría es Edward Thorndike que en su libro “Animal Intelligence”, publicado en 1898, describe sus observaciones sobre el pensamiento y la resolución de problemas, estableciendo las bases del posterior conductismo.

La resolución de problemas se entiende como la aplicación, por ensayo y error, de las tendencias preexistentes de respuesta o “hábitos” adquiridos a los estímulos que se nos presentan. En cada problema, existen asociaciones a varias posibles respuestas: R1, R2, R3, etc., siendo ordenadas jerárquicamente en función del éxito obtenido en anteriores ocasiones.

Desde esta concepción, se establecen los tres elementos básicos del pensamiento: el estímulo o situación particular de resolución de problemas, las respuestas o comportamientos particulares de resolución, y las asociaciones que se establecen entre los estímulos y respuestas particulares.

Thorndike (1922, citado en Resnick y Ford, 1981) explica la resolución de problemas aritméticos de igual forma que el resto de las conductas. Estos problemas se resuelven mediante asociaciones de estímulo-respuesta que se van consolidando por las leyes del ejercicio y del efecto. Por ejemplo, la suma de “3+4” sería el estímulo y “7” la respuesta.

Esta asociación se fortalece en la medida que se ejercita la respuesta “7” (ley del ejercicio) y se observa que el resultado es correcto (ley del efecto). De esta forma, los procesos de resolución de problemas se consideran como una asociación automática o mediacional entre los datos iniciales y la solución, siguiendo procedimientos de ensayo y error. El pensamiento implicado es básicamente reproductivo, pues se aplican las soluciones que anteriormente han permitido resolver el problema, dándole a la experiencia un papel fundamental para consolidar dicha asociación.

Como conclusión, aunque esta manera entender los procesos de cálculo aritmético puede resultar válida en alguna situación muy concreta, sin embargo, estimamos que los procesos de asociación, ya sean instantáneos o mediáticos, son insuficientes para explicar la complejidad de los procesos de cálculo. Además, sería imposible memorizar todos los resultados de las infinitas operaciones que se pueden presentar.

Teoría De La Gestalt: Esta teoría, que convive con la asociacionista conductista, se interesa por llegar a una comprensión estructural del problema. Estudia los procesos de reorganización mental de los elementos que llevan a la solución, y la creación de soluciones novedosas ante situaciones nuevas, en lugar de los procesos asociativos del modelo anterior. Uno de los conceptos básicos del enfoque de la Gestalt es la distinción entre el pensamiento productivo, cuando se crea una nueva solución al problema, y el pensamiento reproductivo, que simplemente se limita a reproducir antiguos hábitos o comportamientos. Para diferenciar estos dos tipos de pensamiento, también se utilizan otras denominaciones que expresan sus características específicas, como: “aprehensión con sentido de las relaciones” versus “ejercicios sin sentido y asociaciones arbitrarias” (Katona, 1942), o “comprensión estructural” versus “memoria mecánica” (Wertheimer, 1959), (ambos citados en Mayer, 1983). Este modelo pone su énfasis en el pensamiento productivo, en lugar del reproductivo del modelo anterior. Ante un problema, la mente activa y reestructura la información hasta crear la solución. Por este motivo, se propone el estudio de los procesos mentales, especialmente los implicados en la resolución de problemas novedosos o mal definidos, en los que se ha de aplicar el potencial cognitivo para generar o crear una solución.

Teorías basadas en el modelo del procesamiento de la información: Se va distinguir en dos procesos de comprensión o representación interna en la memoria del sujeto que resuelve el problema, y procesos de búsqueda de la solución.

- **Procesos de comprensión o representación interna del espacio del problema.** Comprender el problema implica transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un esquema cognitivo que permita darle significado.

- **Procesos de búsqueda de soluciones al problema.** Para llegar a la solución del problema se utilizan dos tipos de recursos cognitivos: conocimiento de los procedimientos operativos y planes de acción que guían la aplicación concreta de las operaciones que se han de aplicar.

Para la presente investigación, definiremos la CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS como procesos medibles que sirven para enfrentarse hábilmente a las situaciones percibidas como difíciles o conflictivas ante una situación problemática, desarrollando procesos de comprensión lectora, creación y aplicación de estrategias, para luego reflexionar sobre el proceso ejecutado, encontrando utilidad en su vida diaria a los aprendizajes logrados.

En el proceso de Resolución de Problemas Schoenfeld (1987), citado por De La Rosa (2007), considera los siguientes factores intervinientes relativos al alumno:

Los recursos (que se refieren a los contenidos matemáticos).

La heurística (es decir, las estrategias que poseen).

El control (no basta poseer conocimientos y estrategias, es necesario saber cuándo y cómo utilizarlas) o procesos meta cognitivos.

El sistema de creencias (Las concepciones que se poseen sobre las matemáticas, sobre sí mismo, etc.) componente afectivo.

Según (Reyes y Sánchez, 2005), “Las causa del fracaso matemático pudieran encontrarse en una carencia de habilidades algorítmicas,

heurísticas, procedimentales que nunca hayan podido ser enseñadas o aprendidas adecuadamente, más que la propia limitación intelectual para ello.

Nos damos cuenta que los citados anteriormente coinciden que la heurística es uno de los problemas por los cuales el alumno tiene problemas en matemática.

Según el informe Pisa OCD (2014), Los procesos de resolución de problemas son los procesos cognitivos implicados en dicha resolución; según PISA, incluyen: explorar, comprender, representar, formular, planificar, ejecutar, controlar y reflexionar. Esta clasificación no significa que los procesos implicados en la resolución de un problema concreto sean secuenciales, o que todos los procesos enumerados estén presentes en dicha resolución. A medida que los individuos afrontan, estructuran, representan y resuelven problemas auténticos que describen exigencias vitales, pueden encaminarse hacia una solución de un modo que traspase los límites de un modelo lineal, paso a paso. En la actualidad, casi toda la información relativa al funcionamiento del sistema cognitivo de los humanos respalda la opinión de que este es capaz de un procesamiento paralelo de la información.

Dimensiones de la Capacidad de Resolución de Problemas.

Explorar y Comprender: Explorar la información dada y descubrir al interactuar con la situación, y entender los obstáculos y los conceptos relevantes.

Formular y Planear: Construir representaciones, establecer objetivos formular hipótesis, diseñar un plan.

Aplicar: Ejecutar los pasos del plan mediante representaciones tabulares gráficas, simbólicas o verbales, utilizando las estrategias metodológicas en matemática.

Reflexionar: Valorar las soluciones de forma crítica y desde otra perspectiva.

Por otro lado, cada uno de los procesos de resolución de problemas recurre a una o más destrezas de razonamiento. Para comprender un problema, la persona que lo resuelve puede que tenga que distinguir entre hechos y opiniones. Para formular una solución, necesitará identificar relaciones entre variables. Para seleccionar una estrategia, tendrá en cuenta la causa y el efecto. Y para comunicar los resultados, deberá organizar la información de forma lógica. Las destrezas de razonamiento asociadas a estos procesos están insertas en la resolución de problemas y son importantes en el contexto porque pueden impartirse y modelarse en el aula.

Métodos en la Resolución de Problemas.

Son aquellos que nos presentan el orden más adecuado para empezar a enfrentarse con situaciones novedosas, según el Ministerio de Educación (2012, p.12), citaré:

- Método de George Polya: Comprender el problema, diseñar una estrategia, ejecutar el plan, mirar hacia atrás.
- Método de Wallas en 1971: Familiarización, incubación, inspiración, ejecución, verificación.
- Método de Bransford y Stein en 1984: Identificación del problema, definición y representación del problema, exploración de posibles estrategias, actuación fundada en una estrategia, logros, observación y evaluación de los efectos de las actividades.
- Esquema de Alan Schoenfeld, en 1985. Analizar y comprender un problema, diseñar y planificar una solución, explorar soluciones.

Otros autores que se refieren a los procesos de resolución de problemas son: Santos (2007), define el proceso de solución de problemas como: una persona se enfrenta a un problema cuando acepta una tarea pero no sabe de antemano cómo realizarla". Fases en la resolución de un problema.

La situación problemática y el problema o tema abordado.

Uno de los lineamientos Curriculares de matemáticas es resolver y formular problemas y los estudiantes peruanos en las distintas evaluaciones a nivel internacional o local presentan serias dificultades, situación que ha generado la preocupación de las autoridades educativas y se ha constituido un tema de investigación y reflexión para los docentes del país. Las evaluaciones reportan sistemáticamente diferencias en el rendimiento de los estudiantes de acuerdo con sus características inherentes (género, lengua materna, aspectos familiares), con características estructurales de las escuelas a las que asisten (tipo de gestión, área geográfica de ubicación), así como con otros factores vinculados con los diversos actores educativos (Gaminiam, 2015). Así mismo, es importante considerar que estas diferencias en los logros de aprendizaje matemático en distintas subpoblaciones están asociadas con las condiciones socioeconómicas de sus estudiantes y sus contextos.

Es importante desarrollar valores y actitudes como la perseverancia, la curiosidad y la autocoefianza en nuestros estudiantes que le serán útiles más allá del campo de la matemática. De esta manera el ejercicio y el logro de la competencia matemática brindará a los estudiantes el acceso a desarrollar sus capacidades de Resolución de Problemas.

Los bajos resultados de los estudiantes peruanos se ven reflejados en la evaluación internacional de la prueba PISA, a partir del año 2010, nuestro país ocupó el último lugar en matemática, generando la preocupación de las autoridades educativas y maestros por mejorar el desarrollo de habilidades y competencias. En el año 2015 nuestro país ha tenido una leve mejora superando solo un punto a Colombia de 73 países participantes; a pesar de que aún no logra superar a otros países el sector se encuentra implementando políticas educativas para superar los estándares internacionales. A partir del año 2015 el Ministerio de Educación aplica la prueba ECE a nivel nacional por primera vez participaron los estudiantes de Segundo año de Secundaria, los mismos que fueron evaluados en el año 2009 cuando cursaban el Segundo Año de Primaria. Los estudiantes de nuestra Institución Educativa

ocuparon en el cuadro de méritos el sexto lugar con 551 puntos respecto a 15 Instituciones Educativas Públicas de la provincia. A simple vista los resultados parecen alentadores pero dentro de los estándares nacionales la puntuación sitúa el 59% de nuestros estudiantes en el nivel de logro de desempeño en el área de matemática EN PROCESO (entre 531 a 618 puntos); 25% en el nivel de logro INICIO; 13% en PREVIO AL INICIO y 3% en SATISFACTORIO.

La UGEL Talara ha implementado la Olimpiada de Cálculo y lectura a partir del año 2015 con el propósito de mejorar los desempeños de los estudiantes talareños. Los estudiantes de la I.E “José Pardo y Barreda” se situaron en el quinto lugar; la falta de éxito de nuestros estudiantes en el área de matemática, sobre todo en la resolución y formulación de problemas, han motivado a los docentes la utilización de estrategias pedagógicas innovadoras como la aplicación del método de Polya.

Conclusiones Principales.

- ✓ La aplicación del método Polya permitió desarrollar las capacidades matemáticas en los y las estudiantes de la I.E. José Pardo y Barreda de Negritos – Talara. Esto fue posible gracias al uso del método Polya, donde los estudiantes aprendieron a elaborar un plan secuenciado para resolver los diversos planteamientos. Esta metodología resulta interesante puesto que el estudiante comprueba su respuesta, analiza, reflexiona y comparte ideas. Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas, pues promueve en los estudiantes el aprendizaje de conceptos, propiedades y procedimientos, los cuales se pueden aplicar al momento de resolver problemas.
- ✓ Al realizar el diagnóstico institucional, se pudo levantar una línea base, concluyendo que, los y las estudiantes del Segundo año C de la I.E. José Pardo y Barreda de Negritos – Talara presentaban diversas dificultades al momento de resolver los planteamientos de las diversas situaciones matemáticas.
- ✓ Aplicar estrategias y algoritmos en los diversos pasos propuestos por el método Polya, ayuda a despertar el interés y la motivación de los estudiantes, además de generarle seguridad y disminuir el temor al momento de plantearse nuevas situaciones problemáticas.
- ✓ El Método de Polya influye de una manera significativa en el desarrollo de las capacidades matemáticas en los estudiantes, generando expectativas e intereses en ellos y promoviendo su capacidad de organización, además permite que la Matemática sea divertida, desterrando la idea de que estas son aburridas o difíciles de comprender y aprender.

- ✓ Dicha investigación está disponible y sujeta a evaluación además puede servir como referente para futuras intervenciones. Esto permitirá a los docentes realizar una investigación más profunda y lograr la consolidación de los aprendizajes de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA.

Alonso. (2015). *glc*. Recuperado el Jueves de Julio de 2016, de www.glc.us.es

Carretero, M. (1997). *Constructivismo Pedagógico*.

Gaminiam. (2015). *Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes*. Lima: MINEDU.

Larios, V. (1998). *Constructivismo en tres patadas*.

López, J. J., & Parra, R. D. (2014). *La aplicación del Método de George polya y su influencia en el Aprendizaje del área de Matemática en los estudiantes de Sexto Grado de Educación Primaria de la Institución Educativa Experimental de la UNE*. Lima.

Martínez, S. B. (2015). *Método de Polya en la Resolución de Problemas Matemáticos*.

MINEDU. (2015). *Rutas de Aprendizaje para el área curricular de Matemática*. Lima.

MINEDU. (2015). *secrece*. Recuperado el Sabado de Julio de 2016, de www.minedu.gob.pe

Monografias. (Viernes de Agosto de 2015). Recuperado el Miercoles de Julio de 2016, de www.metododepolya.com

Polya, G. (1945). *Estrategisa para Resolver Problemas*. Princeton.

Smith, W. A. (2015). *Resolución de Problemas Matemáticos en la etapa de aplicación y producción de Problemas Empíricos*.

Vega, J. C. (2014). *Apliación del método de Polya para mejorar el talento en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer grado de educación Secundaria Victor Berríos Contreras - Cullanmayo - Cutervo - 2014*. Cajamarca.

RESUMEN

El presente Trabajo de Investigación se realizó con la finalidad de determinar cómo la aplicación del método de Polya desarrolla las capacidades matemáticas en los y las estudiantes del Segundo Año “C” de la Institución Educativa José Pardo y Barreda de Negritos –Talara.

Para esta investigación se utilizó la metodología Cuantitativa de diseño Cuasi experimental.

La investigación se basó en procesos como el diagnóstico con la aplicación de una primera prueba de exploración para conocer sus aprendizajes antes de la aplicación del método y luego una prueba de cierre, tomada al final del proceso de aplicación del mismo en la resolución de problemas matemáticos. Se verificó que con la aplicación del Método de Polya los estudiantes mejoran significativamente el desarrollo de sus capacidades matemáticas, ya que ahora trabajan recreando sus propias estrategias innovadoras, comparten ideas, criterios e intereses personales y grupales, apropiándose cada uno de ellos de los mismos, fomentando la unidad y el trabajo en equipo. Este trabajo de Investigación es un antecedente comprobado para que los futuros y actuales profesionales en Matemáticas fomenten el uso de métodos que implique el desarrollo de la comprensión, la formulación de un plan, su aplicación y la comprobación del mismo con sus pares.

La aplicación del método Polya permitió desarrollar las capacidades matemáticas en los y las estudiantes de la I.E. José Pardo y Barreda de Negritos – Talara. Esta metodología resulta interesante puesto que el estudiante comprueba su respuesta, analiza, reflexiona y comparte ideas. Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas, pues promueve en los estudiantes el aprendizaje de conceptos, propiedades y procedimientos, los cuales se pueden aplicar al momento de resolver problemas.

Palabras Clave: Método de George Polya y Capacidades Matemáticas.

ABSTRACT

The present research work was carried out with the purpose of determining how the application of the Polya method develops the mathematical abilities in the students of the Second Year "C" of the Educational Institution José Pardo and Barreda de Negritos - Talara.

For this research, the Quantitative Quasi-experimental design methodology was used. The investigation was based on processes such as diagnosis with the application of a first exploration test to know their learning before the application of the method and then a closure test, taken at the end of the process of application of the same in solving mathematical problems . It was verified that with the application of the Polya Method the students improve significantly the development of their mathematical abilities, since now they work recreating their own innovative strategies, they share ideas, criteria and personal and group interests, appropriating each of them of them, fostering unity and teamwork. This research work is a proven antecedent for future and current professionals in Mathematics to encourage the use of methods that involve the development of understanding, the formulation of a plan, its application and the verification of it with their peers.

The application of the Polya method allowed to develop the mathematical abilities in the students of the I.E. José Pardo and Barreda de Negritos - Talara. This methodology is interesting since the student checks his answer, analyzes, reflects and shares ideas. Doing exercises is very valuable in the learning of mathematics, because it promotes in the students the learning of concepts, properties and procedures, which can be applied when solving problems.

Keywords: George Polya Method and Mathematical Capabilities.