

**UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO**

**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y  
EDUCACIÓN**

**ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN**



**TESIS**

**Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume**

Presentada para obtener el Título Profesional de Licenciada en Educación, especialidad de Matemática y computación

**Investigadoras:** Bach. Suclupe Valdera, Maria del Milagro

Bach. Rubio Perez, Leydi Medaly

**Asesor:** Dr. Alfaro Barrantes, Miguel

**Lambayeque - Perú**

**2026**

**Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume**

Presentada para obtener el Título Profesional de Licenciado en Educación, especialidad de Matemática y computación



---

Bach. Suclupe Valdera, Maria del Milagro  
Autor



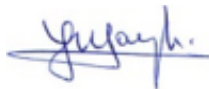
---

Bach. Rubio Perez, Leydi Medaly  
Autor



---

Dr. Venegas Kemper, José Luis  
Presidente



---

M.Sc. Luis Alfonso Manay Sáenz  
Secretario



---

Dra. Morillo Valle, Daría Nelly  
Vocal



---

Dr. Alfaro Barrantes Miguel  
Asesor

# ACTA DE SUSTENTACIÓN



**UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN**  
**UNIDAD DE INVESTIGACIÓN**



## ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS N° 218-2026

Siendo las 16:00 horas, del día viernes 27 de febrero 2026 se reunieron vía online mediante la plataforma virtual Google Meet: <https://meet.google.com/ogq-ganh-rjq> por mandato de la Resolución N° 0580-2026-D-FACHSE de fecha 20 de febrero de 2026 que autoriza la sustentación, se reunieron los miembros del Jurado designado según Resolución N° 0049-2026-D-FACHSE de fecha 9 de enero de 2025; Jurado integrado por los siguientes miembros:

Presidente(a)	: Dr. JOSÉ LUIS VENEGAS KEMPER
Secretario(a)	: M.Sc. LUIS ALFONSO MANAY
Vocal	SÁENZ : M.Sc. DARIA NELLY MORILLO
Asesor(a) Metodológico	VALLE : Dr. MIGUEL ALFARO
Asesor(a) Científico	BARRANTES



Con la finalidad de evaluar la(él) Tesis titulada(o): ESTRATEGIAS COLABORATIVAS PARA MEJORAR LA COMPRENSIÓN DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS EN LOS ESTUDIANTES DE LA I.E. FEDERICO VILLARREAL - TÚCUME Presentada por LEYDI MEDALY RUBIO PEREZ y MARIA DEL MILAGRO SUCLUPE VALDERA para obtener el Título profesional de Licenciado(a) en Educación, especialidad de Matemática y Computación.

Leída la resolución de autorización, se inicia el acto de sustentación, al término del cual y de conformidad con el Reglamento General de Investigación de la UNPRG (Res. N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023) y el Reglamento de Grados y Títulos de la UNPRG (Res. N° 267-2023-CU de fecha 20 de junio de 2023), los miembros del jurado realizaron la evaluación respectiva, haciendo las preguntas, observaciones y recomendaciones al/los sustentante(s), quien(es) respondió(eron) las interrogantes planteadas.

Dada la deliberación correspondiente por parte del jurado, se sucedió la valoración, obteniendo el calificativo de 17 en la escala vigesimal, que equivale a la mención de BUENO. Siendo las 17:00 horas del mismo día, se dio por concluido el acto académico, con la lectura del acta y la firma de los miembros del jurado.

Dr. JOSÉ LUIS VENEGAS KEMPER  
PRESIDENTE(A)

M.Sc. LUIS ALFONSO MANAY SÁENZ  
SECRETARIO(A)

M.Sc. DARIA NELLY MORILLO VALLE  
VOCAL

OBSERVACIONES: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

El presente acto académico se sustenta en el Reglamento General de Investigación de la UNPRG (Res. N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023) los artículos 20°, 33°, 46°, 54° o 66° del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (aprobado con Resolución N° 267-2023-CU de fecha 20 de junio del 2023 y su modificatoria aprobada por Resolución N° 385-2023-CU de fecha 11 de diciembre del 2023) y por la Resolución N° 403-2023-CU de fecha 27 de diciembre de 2023, ésta última que amplía el límite de las fechas de sustentación de proyectos aprobados del 2017 al 2020.

## CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD

Yo Miguel Alfaro Barrantes usuario revisor de:

Tesis  / Trabajo de Suficiencia Profesional  y/o Trabajo Académico  Titulado:

“ Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume”

Cuyo autores son: Suclupe Valdera, Maria del Milagro con DNI 75586440 y Rubio Perez, Leydi Medaly con DNI 78115541; Certifico que la revisión del programa informático arrojó un porcentaje de similitud de 19 %, lo cual puede confirmarse en el resumen del informe automatizado de similitud que se adjunta. Tras revisar el informe, el abajo firmante llegó a la conclusión de que todas las coincidencias encontradas dentro del porcentaje de similitud permitido no constituyen plagio y que el documento cumple tanto con la integridad científica como con las directrices establecidas en los protocolos pertinentes relativos al uso de citas y referencias. Para la trazabilidad del proceso, se adjunta el recibo digital.

Lambayeque, 20 de noviembre del 2025.



---

Dr. Miguel Alfaro Barrantes  
16543829  
Asesor

Defina la modalidad con (X)

Adjunta:

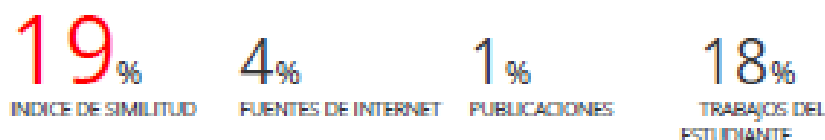
*Informe de similitud Turnitin*

Recibo digital de similitud.

## INFORME DE SIMILITUD TURNITIN

Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume

### INFORME DE ORIGINALIDAD



### FUENTES PRIMARIAS

<b>1</b>	Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo Trabajo del estudiante	<b>18%</b>
<b>2</b>	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	<b>&lt;1%</b>
<b>3</b>	qdoc.tips Fuente de Internet	<b>&lt;1%</b>
<b>4</b>	Delgado Pacheco, Marily Rosa   Mayta Quispe, Erika Isabel   Alfaro Medina, Marisol Lizbeth. "Efectividad del "Metodo Singapur" en la Resolucion de Problemas Matematicos en Estudiantes del Tercer Grado de Primaria de una Institucion Educativa Privada del Distrito de Villa El Salvador.", Pontificia Universidad Catolica del Peru - CENTRUM Catolica (Peru), 2020 Publicación	<b>&lt;1%</b>
<b>5</b>	repositorio.unprg.edu.pe Fuente de Internet	<b>&lt;1%</b>
<b>6</b>	www.cometamagica.com Fuente de Internet	<b>&lt;1%</b>

Excluir citas

Activo


Excluir coincidencias < 15 words

Excluir bibliografía

Activo

16543829  
Dr. Miguel Alfaro Barrantes  
Asesor

## RECIBO DIGITAL DE SIMILITUD




### Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega:	Sudupe Valdera, Maria Del Milagro Rubio Perez, Leydi Medaly
Título del ejercicio:	Quick Submit
Título de la entrega:	Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de con...
Nombre del archivo:	INFORME_FINAL__activo.docx
Tamaño del archivo:	452.18K
Total páginas:	107
Total de palabras:	20,630
Total de caracteres:	117,145
Fecha de entrega:	23-dic-2025 02:39p. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega:	2850939372

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO DE CAJALLO  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y  
EDUCACIÓN  
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN



TESIS

Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos  
contables en la escuela de la U.N. Pedro de Cajallo - Trujillo

Trabajo presentado al Comité Profesional de Investigación y Desarrollo  
de la Universidad Nacional Pedro de Cajallo

Autores: Sudupe Valdera, Maria Del Milagro  
Rubio Perez, Leydi Medaly

Asesor: Dr. Miguel Alfonso Barrantes

Luzmila Paredes  
2025

Copyright © 2025 Turnitin. Todos los derechos reservados.



16543829  
Dr. Miguel Alfaro Barrantes  
Asesor

## DECLARACIÓN JURADA DE ORIGINALIDAD

Yo, Suclupe Valdera, Maria del Milagro y Rubio Perez, Leydi Medaly autores principales, y Alfaro Barrantes Miguel asesor del trabajo de investigación “Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal - Túcume”, Certificamos bajo juramento que este trabajo está libre de plagio e información incorrecta. Acepto toda la responsabilidad por la anulación de este informe y cualquier acción administrativa que se derive de ello si se demuestra lo contrario. Esto podría dar lugar a la revocación del título o grado otorgado como consecuencia de este informe.

Lambayeque, 27 junio 2025



---

Bach. Suclupe Valdera, Maria del Milagro



---

Bach. Rubio Perez, Leydi Medaly



---

Dr. Alfaro Barrantes Miguel  
Asesor

## **DEDICATORIA**

En primer lugar, dedicamos esta tesis a Dios, quien nos ha apoyado a lo largo de este proceso con su fuerza y orientación. Estas líneas son el resultado de su sabia ayuda, que nos ha mantenido firme para superar y afrontar los retos. Él también ha permitido que sigamos adelante con seguridad ya sea en la vida personal o en la vida académica.

En segundo lugar, dedicamos esta tesis nuestros padres y familiares que, con su amor inquebrantable, su esfuerzo y su perseverancia han sabido mostrar el verdadero sentido de lo que es necesario ya sea el estudio o la perseverancia como valores éticos - sociales. La finalización de esta tesis ha sido posible con el apoyo de sus cariñosas palabras, sus gestos de amor y esos sacrificios silenciosos.

Por último, nos gustaría dedicar esta tesis a las personas que nos han brindado su mayor apoyo a través de su comprensión, de su razón de ser y de su compañía nos han dado las fuerzas que necesitamos para no rendirnos nunca. Aunque hoy se encuentran en el cielo, su recuerdo y amor siempre nos acompañan.

## AGRADECIMIENTOS

Para comenzar, expresamos nuestros más sinceros y profundos agradecimientos a Dios por la valentía, la sabiduría y la perseverancia brindadas para poder culminar esta tesis. Precisamente, fue sólo gracias a su apoyo y a su guía que logramos superar los inconvenientes y las dificultades, así como avanzar en cada etapa que resultaba difícil para llegar a escribir este trabajo final.

Así mismo, expresamos sinceros y profundos agradecimientos a nuestros padres y familiares por su apoyo emocional. Ahora podemos decir a quienes en gran medida les debemos este logro porque siempre tuvieron fe en nosotras, incluso cuando las cosas parecían extremadamente difíciles. Su amor, sabiduría y fe, fueron fundamentales para tener el valor de perseverar hasta el final.

Por último, nos gustaría expresar gratitud a nuestros profesores y a todas las personas que nos han ayudado a terminar este trabajo, ya sea directa o indirectamente. Sus explicaciones, comprensión y dedicación académica nos han proporcionado los instrumentos necesarios para fortalecer nuestros conocimientos y llevar a cabo esta propuesta con la máxima responsabilidad y dedicación de las que somos capaces. Cada una de estas contribuciones ha sido esencial para el desarrollo, tanto personal como profesional, que hoy celebramos.

# ÍNDICE

Tabla de contenido

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>12</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>13</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>15</b>
<b>CAPITULO I: DISEÑO TEÓRICO</b> .....	<b>18</b>
<b>1.1 Antecedentes de la investigación</b> .....	<b>18</b>
<b>1.2 Bases Teóricas</b> .....	<b>24</b>
<b>1.2.1 Teoría estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025) :</b> .....	<b>24</b>
<b>1.2.2 Tipos de estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025) :</b> .....	<b>27</b>
<b>1.2.3 Dimensiones de estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025):</b> .	<b>29</b>
<b>1.2.4 Teoría de la comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987):</b> .....	<b>31</b>
<b>1.2.5 Tipos de la comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987) :</b> .....	<b>34</b>
<b>1.2.6 Dimensiones comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987):</b> .....	<b>36</b>
<b>CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO</b> .....	<b>41</b>
<b>2.1 Tipo y diseño de investigación</b> .....	<b>41</b>
<b>2.1.1 Población y muestra:</b> .....	<b>43</b>
<b>2.2. Técnicas, instrumentos, equipos y materiales</b> .....	<b>44</b>
<b>2.3. Métodos y procedimientos para la recolección de datos</b> .....	<b>45</b>
<b>CAPITULO III. RESULTADOS</b> .....	<b>47</b>
<b>3.1 Resultados.</b> .....	<b>47</b>
<b>3.1.1. Resultados para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos</b> .....	<b>47</b>
<b>Tabla 01</b> <b>47</b>	
<i>Dimension, Pensamiento</i> .....	<b>47</b>
<i>Dimension, Utilidad</i> .....	<b>48</b>
<i>Dimensión, Enseñanza</i> .....	<b>48</b>
<i>Dimension, Emociones</i> .....	<b>49</b>
<b>CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS</b> .....	<b>50</b>
<b>4.1 Discusión</b> .....	<b>50</b>
<b>CAPÍTULO V. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN</b> .....	<b>53</b>
<b>5.1 Propuesta:</b> Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal - Túcume.....	<b>53</b>
<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>96</b>
<b>RECOMENDACIONES</b> .....	<b>98</b>
<b>Bibliografía referenciada</b> .....	<b>99</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Dimensión 1: Pensamiento .....	44
Tabla 2 Dimensión 2: Utilidad .....	44
Tabla 3 Dimensión 3: Enseñanza .....	45
Tabla 4 Dimensión 3: Emociones .....	45

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Gráfico del trabajo de estudio: .....	30
--	----

## RESUMEN

En esta Institución Educativa Federico Villarreal de Túcume, Se ha demostrado que muchos estudiantes tienen dificultades con los conceptos matemáticos, lo que puede provocarles sentimientos de inseguridad, insatisfacción e incluso apatía en esta materia. Se tiene como **objetivo general** Proponer estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal - Túcume. **La metodología** se tiene como tipo de investigación descriptiva/propositiva, que se centró en realizar una prueba inicial, se recopilaron métodos de investigación utilizando una lista de verificación para identificar con mayor claridad las áreas que necesitaban mejorar. Se obtuvo como **resultados** Se observa que los 24 estudiantes del primer año de secundaria, sección "A", de la I.E. Federico Villarreal – Túcume. La evaluación inicial elaborada por los maestros en la dimensión 1, Pensamiento, mostró que sólo el 46% de los alumnos alcanzaron un desempeño apropiado mientras que el 54% no lograron cumplir con las pautas. En la dimensión 2, Utilidad, se evidencia en la evaluación de entrada realizada por los profesores que solo el 44% de los alumnos alcanzaron un rendimiento apropiado; el 58% no lograron cumplir con los indicadores establecidos y el 56% no llegaron a los indicadores. En la dimensión 3, Enseñanza, el examen de entrada diseñado por los maestros reveló que el 17% de los alumnos obtuvo un rendimiento apropiado y el 83% no logró satisfacer los indicadores. En la dimensión 4, Emociones, se observó que el 33% de los alumnos lograron un desempeño apropiado y el 67% no alcanzaron los indicadores establecidos en la prueba inicial diseñada por los profesores.

**Palabras Claves:** conceptos, estrategias colaborativas, comprender

## ABSTRACT

Many pupils at Federico Villarreal School in Túcume have trouble grasping mathematical ideas, which can lead to feelings of uneasiness, frustration, and sometimes even disinterest in the subject. This study's main goal is to suggest cooperative methods for raising pupils' comprehension of mathematical ideas at Federico Villarreal School in Túcume. The methodology, which emphasizes the use of a questionnaire, is consistent with a descriptive–propositional research design. In the past, a checklist was used to collect data on study methods, allowing for a more accurate identification of the areas that needed improvement. The entrance exam results for 24 first-year secondary pupils from Federico Villarreal School in Túcume show notable shortcomings in every category that was assessed. Just 46% of respondents performed adequately in Thinking, 44% in Usefulness, 17% in Teaching, and 33% in Emotions. These numbers demonstrate that the majority of pupils failed to fulfill the predetermined markers, indicating challenges with motivation, emotional control, and intellectual understanding. Overall, the results emphasize the necessity of putting collaborative ideas into practice that improve students' attitudes, involvement, and comprehension.

**Keywords:** concepts, collaborative strategies, understanding.

## INTRODUCCIÓN

Muchos alumnos de la Institución Educativa Federico Villarreal de Túcume tienen dificultades para comprender conceptos matemáticos, lo que puede hacer que se sientan inseguros, frustrados e incluso que pierdan interés en la materia. Esta circunstancia demuestra cómo esto afectará no solo a su rendimiento académico en esta institución, sino también a su autovaloración y a cómo perciben su propia habilidad para aprender.

Ciertos retos son evidentes en el aula entre los alumnos de primer año de secundaria de la sección «A» de la Institución Educativa Federico Villarreal de Túcume. Por ejemplo:

- Cuando se les presentan nuevas actividades en las clases de matemáticas, a menudo se observa que varios estudiantes presentan signos de inquietud y perplejidad; algunos solamente se dedican a copiar las indicaciones de la pizarra sin entender su sentido, mientras que otros se abstienen de participar por miedo a cometer errores.
- De igual manera, también es cierto que los estudiantes se atacan frecuentemente en las etapas intermedias cuando trabajan de forma autónoma y esperan que el profesor actúe, mientras que todavía son un poco vergonzosos y desorganizados; si se les empujan hacia el trabajo en grupos pequeños, intercambian ideas, se aclaran las cosas entre ellos y realizan diferentes soluciones a los problemas.

El aprendizaje de las matemáticas, en particular en la etapa de enseñanza primaria, suele estar vinculado a prácticas tradicionales con prácticas bien definidas, que ponen el énfasis en aprender fórmulas de memoria, que incitan a la repetición de memoria. Sin embargo, estos métodos limitan la comprensión profunda de las ideas y no fomentan la aplicación de la información a situaciones prácticas (Godino y Batanero, 1994). Por este motivo, los

alumnos los desempeñan casi de manera regular, pero muestran dificultades en las situaciones que requieren de la creatividad, del pensamiento o de la colaboración.

Las estrategias de colaboración pueden ser una buena opción para revertir este panorama, tal como se encuentra reflejado en diversas investigaciones. Además de promover un entorno donde la confianza, la participación activa y el compromiso social son fundamentales y desde donde se desarrollan las competencias sociales y cognitivas requeridas tanto para el desarrollo académico como personal, el aprendizaje colaborativo facilita la interacción de los estudiantes, el intercambio de ideas, la construcción de significado y la ayuda mutua en la resolución de problemas (Johnson y Johnson, 1999).

De esta manera, evaluar las estrategias pedagógicas de la institución y fomentar entornos en los que los alumnos de Túcume no solo adquieran información matemática, sino que también aprendan a estudiar de forma colaborativa, aumenta su entusiasmo y su comprensión conceptual. Según Vygotsky (1979), el aprendizaje mejora a través de la interacción social en la que la información se produce de forma colaborativa, lo cual es un factor muy positivo para una materia como las matemáticas, que plantea dificultades a los alumnos.

La formulación del problema de investigación es ¿Las estrategias colaborativas serán beneficioso para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume?

El objetivo general es Proponer estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal - Túcume.

Donde se origina los objetivos específicos:

- Identificar el nivel de comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes del primer año de secundaria, sección "A", de la I.E. Federico Villarreal - Túcume, a través un instrumento de recolección de datos.
- Identificar las teorías científicas que se van implementar en la siguiente investigación.
- Elaborar estrategias lúdicas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes del primer año de secundaria, sección "A", de la I.E. Federico Villarreal Túcume

El estudio se divide en varios capítulos: en el capítulo I se explican el marco teórico, los antecedentes, la teoría subyacente, el marco conceptual y la definición de las variables; en el capítulo II se explican el diseño metodológico, el tipo de investigación, la muestra, las herramientas de recopilación de datos y las formas de análisis; en el capítulo III se presentan los resultados de la aplicación de los instrumentos de la prueba de acceso y se analizan desde las perspectivas del pensamiento, la utilidad, la enseñanza y las emociones.

## **CAPITULO I: DISEÑO TEÓRICO**

### **1.1 Antecedentes de la investigación**

#### **Antecedentes Internacionales**

Según el estudio de Napa (2025) realizado en Paraguay:

En el contexto de este estudio, el marco teórico evaluó el impacto de las prácticas docentes de matemáticas en los alumnos de segundo año de educación básica general de la Unidad Educativa María Auxiliadora. Los 38 alumnos y el docente participaron en el proceso de recopilación de datos, que utilizó un método mixto e incluyó observaciones, entrevistas y una prueba de diagnóstico, a pesar de que el diseño no era experimental, sino explicativo.

Los resultados demuestran que, si bien la mayoría de los estudiantes son capaces de identificar las ideas fundamentales, también reconocen que enfrentan problemas con las operaciones y la solución de problemas por el uso predominante de métodos pedagógicos tradicionales y al uso restringido de materiales didácticos. Se ha determinado que, con el propósito de perfeccionar el razonamiento lógico matemático y el aprendizaje en este campo, es necesario utilizar enfoques activos y centrados en el estudiante.

Guanoluisa (2025) estudio realizado en Ecuador, señala:

Tanto para los profesores como para los alumnos, el aprendizaje de las matemáticas siempre ha sido difícil, ya que, en su mayor parte, no se han empleado técnicas de enseñanza atractivas. Al mismo tiempo, es esencial mostrar cómo se pueden aplicar las matemáticas en circunstancias de la vida diaria. Por estos y otros motivos, en

esta ocasión os presento el trabajo de investigación relacionado con el título " Estrategias didácticas que favorecen el aprendizaje de las matemáticas en los alumnos de quinto curso de educación básica de la Unidad Educativa San José La Salle ", el cual presenta como finalidad la búsqueda de técnicas didácticas para que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos de quinto de educación básica. de la Unidad Educativa San José La Salle.

Se trata de una investigación no experimental, donde se profundiza en la recopilación de los datos y el posterior análisis de la información, alcanzando a investigar a través de métodos como la técnica de la observación, encuestas a los alumnos y la entrevista a los docentes de matemáticas en actividades curriculares. Los resultados demuestran que las técnicas de enseñanza eficaces que favorecen el aprendizaje de los alumnos de quinto curso de primaria les permiten aprender según sus propias cualidades y a su propio ritmo. Con el fin de ayudar a los profesores a interactuar más con los alumnos en el aula mediante actividades y recursos atractivos, se ha elaborado un manual sobre tácticas de enseñanza.

El estudio que realizaron Herrera et al. (2024) en México indica:

Este trabajo estudia un conjunto de diferentes estrategias pedagógicas que persiguen la mejor comprensión de conceptos matemáticos abstractos en alumnos de educación primaria; al mismo tiempo, da cuenta de un gran número de alumnos de esta etapa que nos muestran obstáculos en la transición entre lo que se presenta en el ámbito de lo concreto frente a las estrategias utilizadas en el de lo abstracto, especialmente para los temas de álgebra y geometría. Mediante la metodología de mixto se estudian estrategia como el aprendizaje basado en problemas, el uso de

recursos manipulativos y la implementación de tecnología didáctica que permiten la visualización, el aprendizaje situado y la producción de pensamiento crítico; también se destaca la importancia del trabajo colaborativo entre alumnos y la formación de los docentes para usar adecuadamente dicho tipo de metodologías. Finalmente, el estudio concluye que la metodología pedagógica puede hacer que la enseñanza de las matemáticas abstractas sea más accesible, amena e importante para el alumnado.

### **Antecedentes Nacionales**

Medrano y Ortega (2025) apuntan en su estudio:

Se llevó a cabo un trabajo de investigación con un diseño no experimental de corte transversal, utilizando para el análisis de datos el SPSS 23. Este trabajo estuvo orientado al estudio de un grupo de 56 estudiantes del I.E. N.º 20374 “San Bartolomé” y la recogida de información se realizó de un cuestionario de 15 preguntas que procuraba valorar la colaboración en la resolución de problemas ; elementos del aprendizaje colaborativo : la interdependencia positiva, la interacción promotora y la responsabilidad individual y grupal, y elementos de la resolución de problemas : la comprensión, las estrategias, la reflexión y la revisión. El análisis aportó evidencias que sustentaban que el aprendizaje colaborativo era una variable relevante en la resolución de problemas matemáticos, creando confianza, participación y compromiso del alumno . Al trabajar en grupo, los alumnos incluían y compartían ideas y estrategias que contribuían a un mayor rendimiento académico a la vez que se enriquecía su experiencia de aprendizaje.

La investigación llevada a cabo en Lima por Cerna (2025) indica:

El propósito del estudio es establecer el impacto que tiene el Programa

Neuroeducativo HERVAT, con un enfoque intercultural, en los niveles de logro de Matemática en estudiantes de primer grado de la I.E.P. "Josemaría Escrivá de Balaguer" durante la ciudad de Cajamarca en el año 2022. Los resultados obtenidos muestran que el grupo experimental realizó un avance significativo entre el pretest y el postest: 58,18% en el nivel de los conceptos básicos, 72,72% en el nivel de las habilidades numéricas y en el de la resolución de problemas. Por su parte, el grupo control mostró un avance menor de entre el 40,91% y el 45,45%. Por otro lado, las pruebas estadísticas Shapiro-Wilk y U de Mann-Whitney permitieron rechazar la hipótesis nula ( $p < 0,05$ ) y aceptar la hipótesis alternativa, lo cual permite establecer que la aplicación del Programa Neuroeducativo HERVAT mejora el nivel de logro de Matemática del grupo experimental en relación con el grupo control, siendo el impacto global de 67,7%.

En su investigación, Cuba (2024) indica:

El objetivo de esta investigación es comprobar la efectividad de la dramatización de cuentos infantiles como dentro del aula de clases o del aula escolar, para el desarrollo de la expresión oral y escrita de los niños de primaria, por lo que se considera necesario el análisis de los conceptos clave que son objeto de estudio de esta investigación tanto en el ámbito educativo como en el ámbito del teatro y del juego dramático. En esta investigación se desarrollan los espacios donde la dramatización ya juega un rol importante, para evidenciar sus beneficios. Así mismo se desarrolla la relación entre el docente y el alumno, a modo de recomendación para el trabajo apropiado de la dramatización. Por otra parte, lo que consideramos necesario es comprobar el uso que le podemos dar en un laboratorio práctico que ponga a prueba la hipótesis de la investigación y muestre su impacto con resultados

concretos. El laboratorio práctico se lleva a cabo en un colegio privado, específicamente, en un aula de clase de niños de ocho y nueve años. En él, se busca reforzar el contenido del curso de lenguaje que trabajan de manera simultánea en el horario regular de clase.

Farfán (2022), en un estudio ejecutado en Lima, indica:

La indagación presenta el desarrollo de una estrategia didáctica de aula que ayude a mejorar el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes de segundo grado de educación secundaria de un colegio de la ciudad de Lima. La metodología de esta investigación corresponde al paradigma sociocrítico e interpretativo en un enfoque cualitativo. El tipo de investigación es de la modalidad aplicada educacional y el diseño fue no experimental, de corte transversal y descriptivo. La muestra de estudio fue no probabilística, la cual estuvo constituida por tres docentes y 28 estudiantes del primer grado de educación secundaria. Las técnicas aplicadas fueron la entrevista semiestructurada a los docentes, la observación de clases; y los instrumentos aplicados fueron la prueba pedagógica a los estudiantes. El diagnóstico mostró la necesidad de realizar ciertas acciones para desarrollar los niveles de competencias matemáticas en los estudiantes en la comprensión correspondiente a la resolución de problemas matemáticos que tienen como contexto situaciones de la vida cotidiana y socioeducativa.

### **Antecedentes Locales**

Según Perales (2025), investigación hecha en Chiclayo:

La investigación tiene que ver con estrategias de desarrollo de expresión oral para la mejora de la comunicación oral en estudiantes de 3 y 4 años, ya que el objetivo de la investigación es la elaboración de una estrategia de desarrollo de la expresión

oral para la mejora de la comunicación oral en los niños y niñas de 3 y 4 años de la I.E.I. N° 429 “Luceritos de Santo Tomas” -La Victoria; además, en los resultados de la evaluación de diagnóstico, los estudiantes además evidenciaron que presentaron dificultades en la claridad de la expresión, en tipología de ordenamiento de ideas, coherente y cohesivo, y el desarrollo del lenguaje oral en los que se posicionaron en la variable en este nivel bajo cuyo porcentaje fue de 53,33%; de la misma manera se planificó la estrategia en tres fases, a saber: sensibilizar a los padres de familia y la implementación de la estrategia en torno a las actividades que se diseñaron donde se incluyeron estrategias didácticas como la de asamblea, la de diálogo, la dramatización con títeres, la variabilidad de ejercicios vocálicos, la de repetición de sonidos las que fueron llevadas a cabo en casa con la participación de toda la familia. Los datos obtenidos del post test muestran que los alumnos mejoraron las habilidades de la expresión oral hallándose la mayoría de ellos en el nivel alto con un 86,67% predisponiéndolos para la interacción de los demás de su entorno; situación que evidencia que la estrategia elaborada fue efectiva para con los alumnos para la solución del problema que se plantea.

Según Chicoma (2024), quien realizó un estudio en Chiclayo:

Esta investigación se basa en la implementación de una estrategia pedagógica para resolver sistemas de ecuaciones lineales con alumnos de segundo grado de secundaria del colegio I.E.S. N° 10094 "Rosa Muro de Barragán", ubicado en el distrito de Manuel Antonio Mesones Muro, provincia de Ferreñafe. El enfoque que se utilizó fue mixto y el diseño utilizado fue de tipo preexperimental. La muestra estuvo conformada por 37 estudiantes y 4 docentes de matemáticas, a quienes se les aplicó un cuestionario. De la evaluación del post test se concluyó que hubo un

cambio significativo en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, lo que muestra una reacción favorable a la estrategia implementada para contribuir a superar las limitaciones del asunto.

## **1.2 Bases Teóricas**

### **1.2.1 Teoría estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025) :**

El aprendizaje colaborativo, referido al contenido de matemáticas, se entiende como una forma de enseñar en la que los alumnos colaboran para construir aprendizajes según la discusión, el análisis de problemas y la resolución de problemas como grupo (Cao, 2024). Con los alumnos en disposición de ofrecer ideas, hablar de las soluciones, defender sus propios puntos de vista, y otras muchas cosas, el aprendizaje colaborativo significa un aprendizaje más a fondo el problema y la solución. El aprendizaje colaborativo, por lo tanto, hay que entenderlo en tres momentos: la preparación, en la que se entiende el problema y se planifica el trabajo en grupo; la interacción en grupo, en la que los alumnos discuten, buscan formas alternas, cometen errores y se corrigen unos a otros; y la reflexión, en la que los alumnos se comparan diversas soluciones y donde se sacan conclusiones basadas en el razonamiento matemático.

Firdaus y Satriawan (2025) Los grupos de aprendizaje son más satisfactorios cuando se establecen grupos mixtos de alumnos que presentan distintos niveles de habilidades y diferentes procesos de pensamiento. La cognición diversa da pie a discusiones, análisis críticos y justificación de conceptos matemáticos. No sólo se busca que el resultado del aprendizaje sea correcto, sino que se busca que el enfoque del aprendizaje colectivo también sirva para que los alumnos comprendan la importancia de la estrategia utilizada y cómo se puede aplicar a la vida real. Este aprendizaje abarca escenarios de matemáticas

contextualizados, como la organización de presupuestos y la repartición de recursos u analizar los datos obtenidos del mundo real. Muestra a los alumnos que las actividades de las matemáticas deben ser y pueden ser realizadas en escenarios de la vida real, también sirve para ayudar a potenciar sus habilidades de análisis, presentación y toma de decisiones.

**a) Importancia de estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025)**

Las estrategias de colaboración representan una de las tácticas fundamentales de enfoques pedagógicos para favorecer un aprendizaje profundo y significativo en matemáticas. Este enfoque tiene importancia pedagógica dado que permite a los alumnos participar en la resolución colaborativa de problemas, lo que a largo plazo se traduce en una comprensión más detallada de los contenidos matemáticos. Más allá de una comparación de conceptos, los alumnos colaboran en la comparación de enfoques, en la defensa de sus formas de llegar a una conclusión o en la creación de nuevos conceptos matemáticos. Y es que, de este modo, los alumnos pueden mejorar sus habilidades de pensamiento crítico, comunicación matemática y razonamiento lógico, todas ellas componentes significativos para la consecución de un aprendizaje excelente y significativo. Según Cao, el trabajo colaborativo puede promover la metacognición, la autorregulación y la aplicación de conocimientos en contextos novedosos, al guiar a los alumnos por medio de un procedimiento ordenado de reflexión, interacción y preparación.

Firdaus y Satriawan (2025) Cuando los grupos de trabajo están compuestos por estudiantes de diversos orígenes, es decir, individuos con diferentes habilidades, estilos de aprendizaje y enfoques para resolver problemas matemáticos, la importancia de las soluciones

colaborativas aumenta. Los estudiantes deben explicar, considerar y ajustar sus ideas en respuesta a diversas propuestas; esta diversidad es el proceso de conversación.

**b) Características de estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025)**

Un enfoque pedagógico conocido como estrategias colaborativas anima a los estudiantes a implicarse de manera activa en el proceso de adquisición de conocimientos. Estos modelos pedagógicos se estructuran en tres etapas básicas: preparación, que se centra en la reflexión, donde se examinan las metodologías empleadas y se obtienen conclusiones generales; en el análisis de problemas y el diseño del trabajo; e interacción, donde se discuten estrategias, se analizan distintos métodos y se rectifican errores de manera conjunta. Se caracterizan netamente para permitir que el alumno piense conjuntamente intercambiando ideas, contrastando estrategias y argumentando sus razones. Estas características a su vez fomentan el pensamiento crítico, el aprendizaje de nivel profundo y el desarrollo de las habilidades metacognitivas.

Las estrategias colaborativas, sin embargo, Otra de las cualidades de estas técnicas residen en el hecho de que favorecen el establecimiento de grupos de estudiantes heterogéneos que mezclan a alumnos con diferentes maneras de pensar, habilidades o estilos de aprendizaje, permitiendo de este modo fomentar la comunicación y el desarrollo del razonamiento matemático. Además, las estrategias colaborativas que se centran en la enseñanza de problemas contextualizados de vinculación del aprendizaje y la realidad, favorecen la comprensión del significado de las estrategias utilizadas en detrimento de la contestación a los problemas. Combinadas estas afirmaciones anteriores constituyen la base educativa que

propicia el desarrollo general de los estudiantes, el aprendizaje significativo y el pensamiento profundo.

### **1.2.2 Tipos de estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y Satriawan (2025) :**

#### **a) Resolución colaborativa de problemas (CPS) de Cao (2024)**

El método de enseñanza basado en la solución de problemas en conjunto implica que los estudiantes trabajan en grupos reducidos para estudiar, discutir y resolver desafíos matemáticos que exigen un razonamiento avanzado. Este enfoque pedagógico se define esencialmente por la producción de análisis activos, que brindan a los alumnos la oportunidad de expresar sus pensamientos y contrastar los métodos que comparten con los demás para llegar a una explicación completa. Al dirigir el debate con preguntas que invitan a la reflexión y promueven el pensamiento crítico, y al abstenerse de dar respuestas directas, el profesor actúa como mediador. Al ver cómo diferentes enfoques pueden producir el mismo resultado, los alumnos pueden comparar diversas vías de solución, considerar la eficacia de las técnicas empleadas y adquirir una comprensión profunda de los temas matemáticos.

Ejemplos: Pida a cada grupo que resuelva un sistema de ecuaciones con la aplicación de una técnica distinta (por ejemplo, eliminación, sustitución o gráficos). A continuación, comparen los métodos y comenten cuál fue el más eficaz y por qué.

#### **b) Discusión matemática en grupos heterogéneos Firdaus & Satriawan (2025)**

El término «debate matemático en grupos heterogéneos» hace referencia a un enfoque cooperativo que divide a los alumnos en grupos con diferentes estilos de aprendizaje,

niveles de capacidad y ritmos de aprendizaje. Dado que fomenta la investigación, el debate y la defensa de conceptos desde diversos ángulos, esta diversidad mejora la comunicación académica. El enfoque da prioridad a la comprensión del proceso por encima de la mera consecución del resultado, centrándose en la resolución de problemas contextualizados que requieren análisis matemático, modelización y razonamiento. Al permitir que cada estudiante comparta sus talentos y aprenda de sus compañeros, las interacciones entre estudiantes de diferentes capacidades fomentan el desarrollo de sólidas habilidades de pensamiento matemático y comunicación.

Ejemplo: Solucionar la forma de distribuir un presupuesto escolar de manera justa utilizando proporciones y defender ante los otros grupos la estrategia seleccionada.

### **c) Estrategia Jigsaw o “rompecabezas” de Johnson & Johnson (2009)**

La estrategia Jigsaw o “rompecabezas” Se describe como un enfoque cooperativo en el que el material didáctico se divide en secciones y cada estudiante tiene la tarea de dominar una parte determinada de la materia. Después del aprendizaje, cada miembro del grupo comparte lo que ha aprendido con los demás, lo que promueve una interdependencia positiva que posibilita a todos los integrantes del grupo comprender la totalidad del material que cada persona ha aportado. Dado que todo depende de la dedicación de cada estudiante, se promueve la responsabilidad, la independencia en el aula, la claridad en la explicación de los conceptos y la cohesión del grupo. Al exigir a los participantes que se conviertan en «expertos» y transmitan su información de manera inteligible, también se fomenta el aprendizaje profundo.

Ejemplo: Divida un asunto de geometría dividido en subtemas (triángulos, ángulos, áreas y el teorema de Pitágoras) de manera que cada estudiante estudie uno y lo explique a su grupo y, colectivamente, comprendan todo el tema.

### **1.2.3 Dimensiones de estrategias colaborativas según Cao (2024), Firdaus y**

**Satriawan (2025):**

#### **a) Dimensión Cognitiva según Cao (2024)**

La dimensión de la cognición Es un componente del aprendizaje colaborativo que se trata de cómo piensan los alumnos y construyen sus conocimientos matemáticos mientras trabajan juntos.

La dimensión cognitiva Tiene en cuenta que los estudiantes se ocupan de resolver problemas matemáticos, experimentan con diversos enfoques, cometen errores, comparan diferentes enfoques para resolver el problema y utilizan el razonamiento lógico para respaldar el resultado. Los alumnos crean significado de forma activa a través del aprendizaje, interactuando con conceptos, examinando métodos y evaluando la viabilidad de diversas soluciones.

Ejemplo: Un grupo de personas discute si es mejor resolver un sistema de ecuaciones mediante el método de igualación o sustitución. Cuando ambos métodos se comparan, obtienen un entendimiento más profundo de los métodos algebraicos y de su alcance.

#### **b) Dimensión social según Johnson & Johnson (2009)**

La dimensión social se refiere a las relaciones que los estudiantes establecen entre sí y cómo estas conexiones contribuyen de manera más eficiente a la construcción de sus

conocimientos en matemáticas. Comprende capacidades como escuchar, respetar los puntos de vista ajenos, intercambiar intervenciones, colaborar para tomar decisiones y alcanzar un consenso grupal. Este método transforma la actividad matemática de un esfuerzo individual en una experiencia dialógica y compartida en la que los conceptos se mejoran al aumentar la cooperación y la interacción.

Ejemplo: Por último, un niño introvertido propone una idea fundamental que sus compañeros tratan de desarrollar, logrando así entre todos una solución que ninguno podría haber elaborado por sí mismo.

#### **c) Dimensión Afectiva de Firdaus & Satriawan (2025)**

La dimensión afectiva se presenta como el aspecto sentimental del aprendizaje cooperativo, impacta de manera notable el compromiso inicial de los estudiantes por las matemáticas y la motivación, la confianza, etc. Se han servido de esta dimensión para argumentar el requisito de generar un ambiente seguro, cómodo, en la medida que los componentes del grupo no tienen miedo de equivocarse, sino que están dispuestos a asumir ese riesgo, al realizar un tratamiento del error como oportunidad de aprendizaje y de construir de manera compartida. La autoeficacia académica, la participación en la actividad y la ilusión de hacer matemáticas en cooperativo pueden ser igualmente potenciados a partir de esa actividad.

Ejemplo: Cuando el grupo se da cuenta de que sus cálculos son erróneos, no pierde la paciencia, sino que el error se considera como un reto compartido en el que la gente del grupo se apoya mutuamente en los cálculos hasta obtener la respuesta correcta.

#### **d) Dimensión Crítica y Reflexiva Firdaus & Satriawan (2025)**

La dimensión crítica y reflexiva, es la característica del aprendizaje en grupo que incita a los estudiantes a interrogar, debatir, argumentar y fundamentar sus creencias en matemáticas. Este nivel de aprendizaje promueve la autorreflexión de estrategias y el pensamiento crítico, la búsqueda de conexiones entre ideas y la puesta en práctica del pensamiento matemático a situaciones cotidianas. Lo importante es que los alumnos no sólo lo acaben respondiendo a las preguntas planteadas en el aula, sino que también entiendan por qué esas respuestas son consideradas adecuadas, correctas y útiles para la vida de cada uno.

Por ejemplo, para argumentar y dar sentido a las ideas, los alumnos exploran cuál sería la manera más justa de hacer la distribución del presupuesto escolar mediante proporciones, y dar una justificación matemática de la forma de que identificación.

#### **1.2.4 Teoría de la comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987):**

La comprensión instrumental

Es una modalidad de aprendizaje en la que el alumno puede saber cómo hay que hacer una determinada cosa, pero quizás no sabe por qué. Es como seguir una receta: el alumno puede conseguir el resultado deseado siempre y cuando las instrucciones de la receta continúan siendo aplicadas idénticamente. En esta situación, recordar las fórmulas o algoritmos y utilizarlos mecánicamente puede considerarse que es una comprensión instrumental. Aún siendo útil este tipo de conocimiento (muy fácil de aplicar), tiene un cierto límite; Si alteran las pautas del problema o la situación cambia, el alumno no sabrá qué hacer porque su aprendizaje ha sido mecánico y requiere unas guías demasiado estrictas. Un tipo de aprendizaje más complejo será la comprensión relacional. En este caso, el

alumno se da cuenta de que tiene éxito en una técnica , pero las explicaciones y justificaciones de este procedimiento, las interrelaciones con otros conceptos matemáticos son aspectos indispensables del proceso de aprendizaje. Este tipo de comprensión es más rica , ya que permite por parte de los alumnos el poder enfrentarse a nuevas realidades , poder crear nuevas soluciones , etcétera , nuevos contextos .

Al igual que cuando se tiene un mapa, los alumnos no solo conocen un camino determinado, sino que también comprenden cómo se relacionan entre sí los lugares y cómo elegir el mejor curso de acción en cada circunstancia.

Skemp (1987) A pesar de que admitió que las dos formas de conocimiento coexisten en el aprendizaje, enfatizó que el objetivo real de la instrucción matemática debe enfocarse en la comprensión relacional, porque es este tipo de entendimiento el que promueve el pensamiento crítico, la independencia y la creatividad del estudiante. Con este enfoque, el aprendizaje de las matemáticas se convierte en una valiosa experiencia que permite a los estudiantes entender el «por qué» y el «para qué» de lo que están aprendiendo, en vez de ser solamente un ejercicio mecánico.

#### **a) Importancia de la comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987)**

Comprender los términos conceptuales de las matemáticas constituye un aspecto central del proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, dado que le permite a los alumnos desarrollar conceptos profundos, significativos y ajustables en lo que respecta a las ideas matemáticas. Los alumnos tienen que ser capaces de relacionar conceptos unos con los otros , identificar fundamentos de los mismos , aplicar sus conceptos para justificar, argumentar y resolver situaciones nuevas en lugar de remitirse a recordar procesos. Cuando

los alumnos comprenden bien un tema matemático son capaces de aplicarlos a diferentes contextos matemáticos, de adecuarse a las variaciones del mismo problema, de pensar por sí mismos nuevos conceptos, de tomar decisiones bien fundamentadas. Los alumnos que comprenden bien las ideas matemáticas también son más dotados para analizar críticamente, para razonar en forma racional y para establecer conexiones entre diferentes ramas de las matemáticas con la vida cotidiana. En este sentido, la comprensión convierte la adquisición de conocimientos en un procedimiento en el que los alumnos construyen significado para llegar a ser independientes, en lugar de depender de reglas mecánicas. Dado que fomenta un aprendizaje práctico y duradero centrado en el crecimiento intelectual, la comprensión de que los conceptos de las matemáticas son uno de los fundamentos de la educación matemática.

#### **b) Características de la comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987)**

Las características que surgen cuando los alumnos adquieren un entendimiento profundo y valioso de los conceptos de la matemática se denominan conjunto de atributos que caracterizan la comprensión de conceptos matemáticos. Esta clase de entendimiento es relacional, ya que sugiere que los alumnos son capaces de explicar el razonamiento que hay detrás de una técnica y cómo se relaciona con otras ideas, además de saber cómo llevarla a cabo. La coherencia interna es uno de los rasgos más importantes, que se puede demostrar cuando los alumnos son capaces de identificar claramente la lógica que conecta los distintos componentes de un concepto matemático, justificar el método que han utilizado y explicar un concepto utilizando diversas representaciones.

Una característica es la flexibilidad cognitiva, que se da cuando los alumnos son capaces de resolver nuevos problemas, aplicar la misma noción en muchos contextos y modificar

su enfoque sin verse limitados por los métodos que han aprendido rigurosamente. La transferibilidad, o la aplicación de lo que se ha enseñado en situaciones distintas a aquella en la que se aprendió, se caracteriza por el conocimiento conceptual. Esto sugiere una comprensión profunda que no se basa en ejercicios rutinarios. Otra característica del conocimiento conceptual es el fomento del pensamiento independiente, que permite a los alumnos debatir, comparar conceptos, identificar errores y crear explicaciones que tengan sentido para ellos. Todas estas cualidades demuestran que el aprendizaje de las matemáticas es importante, robusto y se enfoca en promover el pensamiento crítico.

### **1.2.5 Tipos de la comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987) :**

#### **a) Comprensión Instrumental**

Este tipo de aprendizaje se produce cuando un alumno es capaz de aplicar un proceso, un algoritmo o una fórmula, pero no tiene un entendimiento completo de este. Es un tipo de comprensión que prioriza el «hacer» sobre el «entender» y se basa en un conjunto de normas establecidas. Aunque tiene limitaciones significativas en cuanto a la efectividad cognitiva y educativa, este modo de aprender facilita llegar a resultados de manera eficaz y rápida cuando se requieren razonamientos más complejos o se modifican las condiciones iniciales del problema; sobre todo en trabajos mecánicos o veloces.

Los estudiantes con conocimientos útiles pero superficiales son aquellos a los que se trata como autómatas, que llevan a cabo pasos que han memorizado basándose en ejemplos anteriores. Esto funciona en algunas circunstancias, pero no fomenta la originalidad matemática ni la adaptabilidad a la hora de abordar problemas.

#### **b) Comprensión Relacional**

La comprensión relacional Se trata de una comprensión más sólida, significativa y trascendente del aprendizaje matemático, en la que los alumnos no solo llevan a cabo procedimientos, sino que también comprenden por qué son eficaces, cómo se relacionan entre sí y cómo se relacionan con otros conceptos dentro de la misma categoría de conocimientos matemáticos. El concepto de su desarrollo en redes conceptuales —en lugar de en un conocimiento suficiente, sino en un conocimiento adaptado a un sistema cerrado— es lo que hace que este tipo de pensamiento sea único. Con este tipo de comprensión, los estudiantes no necesitan recordar las reglas que han estudiado para modificar tácticas, defender sus argumentos y resolver problemas con facilidad. Además, fomenta el desarrollo del pensamiento crítico, la independencia intelectual y la capacidad de aplicar los conocimientos en diferentes circunstancias.

### **c) Comprensión Esquemática**

La capacidad del estudiante es enfatizada por la comprensión esquemática para clasificar, ordenar y dar cuenta de las ideas matemáticas que tienen el reconocimiento como estructuras o esquemas cognitivos, la cual implica la ejecución de modelos internos que permiten al estudiante: ( i ) relacionar los nuevos contenidos a la vez que compararlo con los conceptos ya disponibles en su estructura del conocimiento y abordar los problemas estratégicos mediante disponibles ; ( ii ) no sólo la comprensión de un proceso o relación ; ( iii ) el amplio conocimiento del contenido que permite conectar con los enlaces, patrones e ideas generales que configuran las matemáticas ; ( iv ) predecir resultados, ir a las técnicas más eficientes y ofrecer soluciones más complicadas . Así como cuando los estudiantes reflexionan sobre la forma en la que piensan y cómo expresan su información, la comprensión esquemática también permite a los alumnos mejorar su metacognición .

## **1.2.6 Dimensiones comprensión de conceptos matemáticos según Skemp (1987):**

### **a) Dimensión del pensamiento (cognitiva)**

La dimensión cognitiva se encarga de cómo los estudiantes realizan la labor de procesar, ordenar y estructurar el conocimiento en matemáticas que tienen. En este sentido, esta dimensión muestra cómo los estudiantes interpretan los problemas; cómo seleccionan los procedimientos que van a utilizar; cómo comparan diferentes estrategias; y cómo construyen significados que les permiten comprender la lógica que subyace a las matemáticas. Sin embargo, en su versión instrumental, el pensamiento se limita a la simple realización de procesos mecánicos, incluso si no se establece la razón para realizar ciertos pasos, lo que se convierte en un tipo de conocimiento rígido que depende de modelos preestablecidos.

Por otra parte, la comprensión relacional posibilita que los estudiantes reconozcan vínculos entre conceptos, busquen patrones entre estos, analicen sus causas y consecuencias y comprendan el sentido de las acciones que llevan a cabo. La dimensión cognitiva, que les ayuda a desarrollar habilidades para vincular distintas respuestas, entender por qué han llegado a una solución concreta, establecer conexiones entre diferentes procesos y determinar pasos alternativos a seguir, permite que los alumnos profundicen de manera más flexible y duradera en sus conocimientos matemáticos.

### **b) Dimensión de la utilidad (funcional)**

La dimensión funcional hace énfasis en la aplicabilidad y el significado del conocimiento matemático, no sin tener en cuenta los diversos contextos. Sin embargo, la dimensión funcional no queda restringida solamente al uso escolar, sino que comprende también la

capacidad que tiene el alumno de poner en práctica lo que ha aprendido para solventar cuestiones relacionadas con problemas de la vida real o de la experiencia cotidiana, o referidos a situaciones novedosas. En el caso de la perspectiva instrumental, el uso queda restringido para solucionar problemas rutinarios, seguir prescripciones de algoritmos o simplemente contestar preguntas de examen ya que no requieren de un análisis profundo. El conocimiento y la comprensión son transferibles y significativos: somos capaces de analizar situaciones del entorno próximo, proponer soluciones innovadoras, interpretar datos, modelar fenómenos, o tomar decisiones adecuadas respecto a situaciones que cotidianamente se nos presentan. La dimensión funcional hace énfasis en que ceñirse a conseguir un cierto resultado numérico a partir de unos datos determinados no es suficiente, sino que se hace necesario pensar con lógica a partir de los procedimientos trabajados e interiorizar las habilidades que permiten poner en práctica la operatividad en las situaciones cotidianas, en las situaciones académicas y / o en las situaciones sociales, de tal manera que se hace necesario que haya una comprensión clara de las cuestiones que se plantean.

### **c) Dimensión de la enseñanza (pedagógica)**

La dimensión pedagógica se refiere a cómo la enseñanza contribuye al desarrollo de la comprensión matemática. La enseñanza instrumental hace hincapié en transmitir procedimientos, fórmulas y pasos que el alumno debe memorizar y reproducir, en un contexto que destaca la rapidez, la repetición y la exactitud, pero también limita el razonamiento y el desarrollo de tácticas independientes. Por el contrario, la enseñanza centrada en el conocimiento relacional fomenta la investigación, la comparación de

métodos, la elaboración de preguntas, el razonamiento lógico o la indagación de respuestas basadas en argumentos.

Al actuar como mediadores y ofrecer ejemplos contextualizados, situaciones reales, representaciones gráficas, actividades que promueven diversas formas de reflexión, etc., los profesores que enseñan desde una comprensión relacional ayudan a los alumnos a extraer el significado de los conceptos matemáticos. Esta dimensión pone de relieve cómo los métodos de enseñanza tienen un gran impacto en el tipo de conocimientos que aprenden los alumnos, por lo que es necesaria una pedagogía pertinente para asegurar la adquisición de un aprendizaje profundo e independiente.

#### **d) Dimensión de las emociones (afectiva)**

Las emociones, creencias, actitudes y percepciones forman parte de la dimensión afectiva que los alumnos desarrollan con respecto al aprendizaje de las matemáticas. Afectarán en la forma en la que se performan y en la predisposición para aprender. Desde una interpretación instrumental del aprendizaje, el alumno podrá experimentar una satisfacción efímera cuando se le soliciten preguntas en aquellas respuestas correctas a partir de la repetición de algún procedimiento. De no ser así, mostrará frustración, inseguridad e incluso ansiedad cuando requieran abordar cuestiones de un tipo distinto para las cuales no cuentan con una estrategia reflexiva. Una comprensión relacional promoverá, en cambio, sensaciones positivas (por ejemplo, seguridad, confianza, curiosidad, motivación) en la medida en que el alumnado comprende lo que hace, logra tener en cuenta lo que hace y se siente capaz de abordar cuestionarios que se le proponen que no han sido anteriormente.) La faceta afectiva determina que las emociones no vayan en la línea de un factor secundario en la propia enseñanza de las matemáticas, sino que constituye un

elemento esencial capaz de fomentar o limitar la implicación , la constancia , el placer en determinadas actividades para aprender matemáticas. Un clima laboral que contempla la seguridad emocional - por ejemplo , en el que se hace apercibir que los errores son agradables en la medida en la que se han convertido en parte del proceso de aprender - se puede hacer por completo y promover un aprendizaje que garantice y muestre un aprendizaje significativo .

### **1.3 Marco Conceptual**

#### **1.3.1 Definición de variable dependiente**

**Skemp (1987)** Comprender ideas matemáticas supone que el estudiante puede establecer relaciones entre conceptos, reconocer la lógica que subyace en un procedimiento y entender cómo se relaciona una idea con las demás dentro del sistema matemático. No se limita a aplicar de manera mecánica unas normas, sino que implica comprender para qué son útiles y qué significan en profundidad.

**Hiebert & Carpenter (1992)** Entender conceptos matemáticos es crear una red de conexiones entre los procedimientos, las representaciones y los significados. La comprensión se evidencia cuando el estudiante puede esclarecer, justificar y aplicar una idea matemática a diferentes circunstancias, etc. Esto ocurre al notar que existe coherencia entre cómo el alumno comprende la idea y lo que ha aprendido.

**Ausubel (1983)** Entender un concepto matemático es un aprendizaje importante, porque los conceptos nuevos pueden ser elaborados de manera lógica a partir del saber previo de los alumnos y no de una forma aleatoria. Para el autor, comprender un concepto implica hacer que evolucione dentro de una estructura cognitiva ya presente, lo cual posibilita su adaptabilidad en la aplicación y su capacidad para ser retenido en la memoria a largo plazo.

**Bruner (1991)** Entender un concepto matemático siempre significa que se puede representarlo en los tres niveles (icónico, simbólico y enactivo) y que se tiene la capacidad de usarlo para solucionar problemas. La expresión de comprensión es un hecho que permite sostener que el alumno tiene la capacidad de traducir un concepto matemático de un determinado nivel representativo a otro sin perder su esencia.

**Kilpatrick, Swafford & Findell (2001)** Para entender los conceptos matemáticos es necesario tener conocimientos bien organizados y estructurados; además, permite reconocer patrones, identificar relaciones y comprender principios profundos. Los alumnos que entienden los conceptos matemáticos tienen la capacidad de explicar por qué un método funciona y se fundamenta en las matemáticas, lo cual es justificado desde esta disciplina.

### **1.3.2 Definición de variable independiente**

**Johnson & Johnson (2009)** Las estrategias colaborativas emplean métodos de aprendizaje en los que los estudiantes se dividen en grupos pequeños con responsabilidades compartidas para lograr metas colectivas. De acuerdo con estos autores, la cooperación se basa en una interdependencia positiva, el intercambio presencial entre los miembros del grupo, la responsabilidad personal y el empleo de competencias sociales que promueven el aprendizaje colectivo.

**Slavin (2014)** Las estrategias colaborativas consisten en organizar a los alumnos de manera diversa para que, mediante el debate, la ayuda mutua y el intercambio de ideas, cumplan con las tareas académicas. Según Slavin, cuando todos los integrantes del colectivo colaboran, intervienen de manera activa y comparten la responsabilidad del resultado, el aprendizaje colaborativo se optimiza.

**Vygotsky (1978)** Las maneras de construir el conocimiento de manera colectiva, en los que los estudiantes adquieren conocimiento a través de la interacción social, se conocen como estrategias colaborativas. La cooperación posibilita que las personas accedan a su "zona de desarrollo próximo", donde el aprendizaje se promueve mediante la conversación, la mediación mutua y el involucramiento conjunto en actividades significativas.

**Gillies (2016)** Las estrategias colaborativas son métodos pedagógicos organizados que posibilitan el trabajo en conjunto de los estudiantes, mediante la resolución de problemas, la toma de decisiones y la edificación de su propio saber. Gillies tiene razón también cuando sostiene que la colaboración potencia la comunicación efectiva, el razonamiento basado en argumentos y la responsabilidad conjunta para alcanzar metas académicas.

**Barkley, Cross & Major (2014)** Las estrategias colaborativas son técnicas de enseñanza que requieren que los alumnos se involucren en actividades grupales con el objetivo de fomentar la solución, el análisis y la síntesis de problemas. Los escritores además, señalan que estas estrategias fomentan una participación activa, el análisis grupal y el desarrollo de las competencias sociales y cognitivas requeridas para aprender en interacción.

## **CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO**

### **2.1 Tipo y diseño de investigación**

Esta investigación se lleva a cabo mediante un diseño descriptivo-propositivo, que nos muestra cómo comprender de mejor manera los conceptos matemáticos por medio de la ejecución de estrategias cooperativas del alumnado del colegio Federico Villarreal, situado

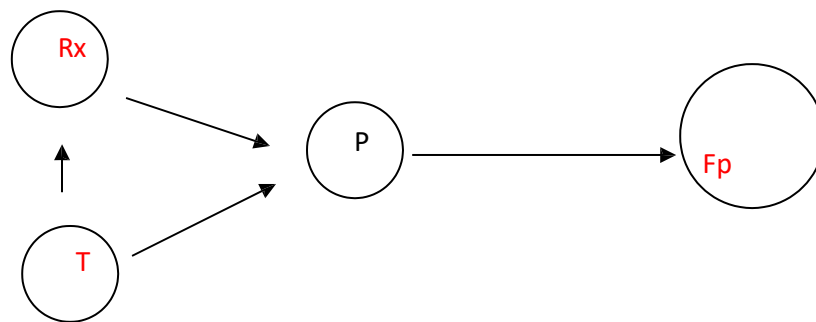
en el distrito Túcume. Por tanto, el propósito de este diseño no es sólo conocer el estado de la comprensión de los conceptos matemáticos, sino más bien ofrecer alternativas pedagógicas que hagan viable una mejor comprensión de los conceptos matemáticos utilizando una metodología colaborativa, participativa. Descriptivamente se espera tomar nota de las particularidades, los problemas, los grados de desarrollo en la comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los niños, poniendo énfasis en cómo el trabajo conjunto, la discusión matemática y / o las interacciones grupales permiten construir significados matemáticos. En definitiva, también se desea conocer las necesidades del grupo de participantes en el contexto del aula - así como sus problemas y las cosas que pueden hacer -, este trabajo entonces se denomina descriptivo, ya que el propósito es conocer más que relacionar variables, esto es, pretende describir y explicar el proceso de entendimiento conceptual y las maneras de promoverlo mediante estrategias colaborativas como el trabajo conjunto para resolver problemas, el intercambio argumentativo y / o la interacción entre ideas. Esta modalidad de estudio es apropiada para las situaciones en que se intenta comprender una realidad educativa sin alterarla, porque posibilita la identificación precisa y clara de las necesidades cognitivas del alumnado y de sus maneras de interactuar dentro del contexto de la enseñanza matemática.

Dado que las variables se recogen en el entorno sin intervención del investigador, el tipo de investigación que se utiliza no es experimental, lo que hace posible una caracterización objetiva y exhaustiva de la comprensión actual de los conceptos matemáticos y las estrategias colaborativas que surgen en el aula, además de que la parte propositiva de la investigación tenga la posibilidad de transformarse en una propuesta de estrategias para trabajar en equipo, la cual elaborada con los datos descriptivos puede contribuir a implicar al alumno de forma óptima en el entendimiento de los conceptos matemáticos. Por lo

tanto , se entiende que la investigación corresponde a una investigación de enfoque mixto y de tipo descriptivo con un alcance propositivo. Se basa en el análisis empírico del entorno educativo y en el diseño de una propuesta que aboga por estrategias de trabajo conjunto para optimizar la enseñanza de las matemáticas.

Gráfico del trabajo de estudio:

**Figura 1**



Leyenda:

Rx: Estado real actual

T : Enfoque teórico

P : Planteamiento propositivo

Fp: Plan a desarrollar

### 2.1.1 Población y muestra:

**Población:** 210 estudiantes de nivel secundaria de la I.E. Federico Villarreal – Túcume.

**Muestra:** 24 estudiantes del primer año de secundaria, sección "a", de la I.E. Federico Villarreal – Túcume.

**Muestreo no probabilístico:** El muestreo por conveniencia consiste en elegir, para formar una muestra, a aquellas personas que son más accesibles. Esto reduce el trabajo y los costos requeridos para la recopilación de datos. Es importante señalar que este tipo de muestreo

es no probabilístico, lo que quiere decir que la probabilidad de ser parte de la muestra no es igual para todos los miembros del público objetivo.

## **2.2. Técnicas, instrumentos, equipos y materiales**

### **Las técnicas que se emplearan en este estudio:**

Los métodos y herramientas de la recopilación de datos utilizada en este estudio fueron los usados para conseguir información sobre el grado de entendimiento de los conceptos matemáticos y las tácticas de aprendizaje colaborativo realizadas en el salón. En este sentido, se utilizó la prueba de entrada y la observación, pues son recursos que proporcionan información directa y auténtica acerca del desempeño académico del alumnado.

Se utilizó **la observación**, que Ávila (2008) considera "un proceso de recolección de datos de la percepción directo de los hechos". Este recurso posibilitó observar la conducta matemática de los estudiantes al ejecutar las actividades de estrategias colaborativas. En concreto, se documentó su habilidad para argumentar, vincular conceptos, solucionar ejercicios en equipo y justificar los métodos. La observación se llevó a cabo en el aula para facilitar la recolección de información veraz acerca de cómo los estudiantes construyen y comparten su conocimiento matemático.

Se empleó la prueba de entrada como complemento, que define Martín (2004) como "un instrumento de recogida de datos en forma de preguntas de conocimientos, orientado a analizar el nivel alcanzado de conocimientos y de resultados", que posibilitó determinar el nivel de entendimiento inicial de ideas matemáticas antes de implementar las tácticas colaborativas y que, a su vez, funcionaron como diagnóstico para luego cotejar los avances logrados.

La utilización conjunta de ambos métodos ha hecho posible obtener información pertinente, clara y contextualizada que facilita el análisis objetivo del punto de partida del alumnado y

la evaluación de cómo las tácticas colaborativas influyen en la adquisición de un mejor entendimiento de ideas matemáticas en la I.E. Federico Villarreal - Túcume.

### **2.3. Métodos y procedimientos para la recolección de datos**

En esta investigación, el método empleado se basa en un enfoque mixto que combina la exactitud numérica del enfoque cuantitativo, junto con la profundización interpretativa del enfoque cualitativo. La integración logró una comprensión más profunda de la categoría estudiada al combinar los valores numéricos derivados de los resultados de las pruebas diagnósticas realizadas a través de la interpretación en el aula a través de las observaciones directas de cómo se aplican estrategias colaborativas. Hernández, Fernández y Baptista (2014) sostienen que en un enfoque mixto, se recopilan, analizan e interpretan datos cualitativos y cuantitativos con el fin de entender mejor el problema de investigación, que se ajusta a las metas investigativas que orientaron el estudio.

El diseño que se ha utilizado en términos de la investigación es descriptivo, enfocado en caracterizar la realidad educativa sin alterar las variables involucradas. Este diseño ha hecho posible determinar el grado de entendimiento de los alumnos sobre conceptos matemáticos y examinar cómo cambia este entendimiento cuando se ponen en práctica las estrategias colaborativas. Así, se llevó a cabo un diagnóstico completo y veraz que fue la base para la propuesta pedagógica que se hizo después.

Esta tesina, "Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los alumnos de la I.E. Federico Villarreal - Túcume", fue una indagación descriptivo-propositiva, dado que se centró en examinar lo observado sobre el contexto matemático del alumnado en el aula y se sugirieron alternativas para optimizar la comprensión conceptual. Se llevó a cabo una observación directa en el aula con el objetivo de recolectar la información necesaria para la investigación. En esta se pudo ver cómo los

alumnos colaboraban en actividades conjuntas, como debatir sobre los métodos que derivan de las soluciones a problemas y resolverlos juntos. También se aplicó una prueba diagnóstica que hizo más fácil la identificación de los conocimientos previos y las dificultades conceptuales, lo cual permitió tener una perspectiva más amplia del proceso de aprendizaje.

Se realizó esta investigación de acuerdo con los principios éticos en la investigación educativa, dado que preservó el respeto y la confidencialidad, además de establecer un ambiente participativo con los alumnos y profesores. Esto permitió la posibilidad de acceder a información confiable y un estudio detallado del empleo de tácticas de colaboración para optimizar el entendimiento matemático.

#### **2.4. Análisis de los Datos:**

Con el objetivo de tener la información necesaria para proporcionar una representación del impacto que tienen las estrategias de colaboración en la comprensión de conceptos matemáticos, se llevó a cabo el análisis de toda la información recopilada mediante una perspectiva mixta, que integra enfoques cualitativos y cuantitativos. Para lograr ese objetivo, fue esencial usar el programa estadístico SPSS versión 25, pues a través de él se manejó y organizó la información de forma sistemática y apropiada.

Se tabularon las pruebas de entrada y se subieron a SPSS, donde se codificaron posteriormente todos los elementos de la prueba para que se pudiera trabajar con porcentajes, frecuencias y medidas descriptivas. Esto tenía como objetivo establecer, de manera completamente objetiva, la magnitud de los conocimientos previos y las dificultades conceptuales que estos estudiantes presentaban. Este análisis estadístico permitió la identificación e identificación de patrones de error, tendencias, grados de éxito y modificaciones en la comprensión matemática. Esta información útil permitió establecer

el punto de partida del grupo antes de elaborar las estrategias colaborativas.

Asimismo, los datos cualitativos obtenidos a partir de las observaciones hechas durante la realización de actividades colaborativas se organizaron mediante matrices categoriales.

Estas matrices ayudaron a analizar interacciones, actitudes y procedimientos argumentativos, además de maneras de razonar que no podrían haberse descrito con números. La combinación de las dos metodologías facilitó una valoración exhaustiva del aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases, así como una descripción más efectiva sobre el impacto que tienen las estrategias colaborativas en la clase.

### **CAPITULO III. RESULTADOS**

#### **3.1 Resultados.**

##### **3.1.1. Resultados para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos**

**Tabla 01**

*Dimension, Pensamiento*

	Fr	Pv %
Si	11	46
No	13	54
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>100</b>

*Nota:* elaboracion propia a partir de los datos obtenidos mediante la prueba de entrada.

La Tabla 01 muestra que en la Dimensión 1, Pensamiento, los maestros de la I.E. Federico Villarreal - Túcume realizaron una prueba de entrada para los 24 alumnos del primer año de secundaria, sección "A". El resultado fue que el 46% de ellos tuvo un rendimiento apropiado y el 54% no logró atender los indicadores establecidos. La mayoría de los alumnos tiene problemas para entender conceptos matemáticos, según estos resultados.

**Tabla 02***Dimensión, Utilidad*

	Fr	Pv %
Si	10	44
No	14	56
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>100</b>

*Nota:* elaboración propia a partir de los datos obtenidos mediante la prueba de entrada.

La Tabla 02 mostró que, en la Dimensión 2 (Utilidad), de los 24 alumnos del primer año de secundaria, sección "A", de la I.E. Federico Villarreal – Túcume, solo un 44% obtuvo un rendimiento apropiado en el examen inicial creado por los profesores; el resto, es decir, el 56%, no llegó a los estándares requeridos. Esto demuestra que la mayor parte tiene problemas para identificar la importancia de los conceptos matemáticos, lo cual respalda la necesidad de consolidar este aspecto a través de estrategias colaborativas.

**Tabla 03***Dimensión, Enseñanza*

	Fr	Pv %
Si	4	17
No	20	83
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>100</b>

*Nota:* elaboración propia a partir de los datos obtenidos mediante la prueba de entrada.

En la Dimensión 3, Enseñanza, de la Tabla 03, se reveló que el 17% de los alumnos del primer año de secundaria, sección "A", del colegio Federico Villarreal - Túcume, lograron un desempeño apropiado según la prueba inicial creada por los maestros. Por otro lado, el 83% no lograron cumplir con las metas establecidas. Estos hallazgos indican que más de la mitad de los estudiantes tiene dificultades para comprender las explicaciones en matemáticas; por ello, es imprescindible reforzar este aspecto mediante tácticas colaborativas.

**Tabla 04***Dimension, Emociones*

	Fr	Pv %
Si	8	33
No	16	67
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>100</b>

*Nota:* elaboracion propia a partir de los datos obtenidos mediante la prueba de entrada.

La Tabla 04 muestra que, en la Dimensión 4 (Emociones), el 33% de los 24 alumnos del primer año de secundaria, sección "A", de la I.E. Federico Villarreal - Túcume, lograron un desempeño apropiado de acuerdo con los hallazgos de la prueba de ingreso elaborada por los profesores; el 59% restante no logró satisfacer los criterios establecidos. Esto demuestra que muchos alumnos tienen inseguridad y poca seguridad al trabajar con las matemáticas, por lo cual es necesario mejorar su actitud a través de métodos colaborativos.

## CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

### 4.1 Discusión

**Discusión de la tabla 01:** La interpretación de los resultados que se muestran en la tabla 01 demuestra que, en la dimensión de pensamiento, muchos alumnos del primer año de secundaria no logran el nivel requerido para entender conceptos matemáticos. Esto sugiere que existe una debilidad en el desarrollo del razonamiento lógico y en la ejecución de procesos mentales esenciales para aprender matemáticas. Que solamente el 46% de la muestra total tenga un rendimiento adecuado nos lleva a pensar en la urgencia de fomentar y robustecer las tácticas colaborativas que, por otro lado, faciliten una mayor participación del estudiantado en cuestión, un aprendizaje más comprensivo y el desarrollo de capacidades para el pensamiento crítico. Igualmente, los resultados parecen coincidir con estudios que afirman que los problemas en el pensamiento matemático suelen asociarse a prácticas de enseñanza tradicionales, a una mediación insuficiente por parte del profesor y a escasas oportunidades para obtener un aprendizaje significativo. Por ende, los hallazgos demuestran que es necesario brindar estrategias de colaboración que sean novedosas y que busquen no solo cerrar las brechas descubiertas, sino también promover una enseñanza más práctica y reflexiva en los estudiantes.

**Discusión de tabla 02:** La tabla 02 refleja que, en la dimensión de pertinencia, la mayor parte de los estudiantes no es capaz de indicar correctamente la aplicabilidad de los contenidos matemáticos a situaciones extraídas del mundo real, es decir, el 44 % de los estudiantes alcanza una solución satisfactoria. Este contexto pone de manifiesto las limitaciones que exhiben los alumnos en cuanto a la aplicabilidad de lo aprendido en matemáticas a situaciones de la cotidianidad, ya que esto es un aspecto fundamental para que efectivamente se pueda generar un aprendizaje significativo. La media que figura en el

56% con problemas pone de manifiesto que los métodos didácticos actuales no favorecen la conexión entre la teoría matemática y el contexto en el que puede ser aplicado , lo que se alinea , además , con investigaciones que ligan el entendimiento de la operatividad de las matemáticas en la práctica con metodología como que son cooperativas y activas. Así , estos resultados también incitan a implementar estrategias educativas que, por un lado, promueven la colaboración entre estudiantes y su participación , además de la resolución de problemas en contextos ricos. Mientras , por el otro lado , les permitamos valorar la importancia que tiene la matematización de sus vidas y de su educación.

**Discusión de la tabla 03:** La Tabla 03 pone de manifiesto que en el área de Enseñanza, la mayoría del alumno de primer año de Secundaria presenta fuertes dificultades para poder asimilar tanto las explicaciones como los procedimientos matemáticos. En otras palabras , el 17% del alumno presenta un nivel de rendimiento adecuado, pero el 83% exhibe los niveles de rendimiento no establecidos de acuerdo con la prueba diagnóstica . Una diferencia como la que hemos visto podrá indicar que las estrategias implementadas en la enseñanza no son las convenientes , dado que no son capaces de propiciar la comprensión del contenido y restringir el desarrollo de habilidades básicas de matemáticas. Esos resultados parecen estar corroborados de alguna forma por investigaciones que indican que el escaso enfoque por parte del profesor y el escaso nivel de atención hacia la participación activa del alumno tienen un efecto negativo en su rendimiento . Así pues , sería razonable emplear estrategias de trabajo en grupo para fomentar la creación del conocimiento y la interacción entre compañeros, en la búsqueda de una comprensión más adecuada de estas nociones matemáticas .

**Discusión de la tabla 04:** La Tabla 04 revela que el 33% de los alumnos logró un rendimiento apropiado en la dimensión de la interacción; no obstante, el otro 67% no

alcanzó a cumplir con los indicadores establecidos. Esta diferencia expone los retos en cuanto a la interacción verbal, la escucha activa y las respuestas oportunas según las distintas circunstancias comunicativas. Aunque un grupo de alumnos muestre disposición para participar, compartir pensamientos y manifestar sus puntos de vista, la mayoría de ellos aún presenta dificultades para establecer una comunicación eficaz, provechosa y colaborativa. Los hallazgos de la tabla evidencian el valor de consolidar la expresión oral por medio de métodos de lectura activa, con el objetivo de fomentar la participación, el diálogo y el respeto hacia los procesos de comunicación que se desarrollan en el aula.

## **CAPÍTULO V. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN**

**5.1 Propuesta:** Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal - Túcume.

### **5.1.1 Datos generales**

Institución : I.E. Federico Villarreal.  
Lugar : Túcume  
Nivel : Secundaria  
Año : 2025  
Investigadoras : Suclupe Valdera, Maria del Milagro  
Rubio Perez, Leydi Medaly

### **Objetivos**

#### **General**

Fortalecer el aprendizaje matemático de los estudiantes del primer año de secundaria de la I.E. Federico Villarreal – Túcume mediante la implementación de estrategias colaborativas que mejoren el pensamiento matemático, la comprensión de la utilidad de los contenidos, la asimilación de la enseñanza y el desarrollo de actitudes favorables hacia las matemáticas.

#### **Específicos**

- Analizar el nivel de desempeño de los estudiantes en las dimensiones de pensamiento, utilidad, enseñanza y emociones, a partir de los resultados de la prueba de entrada implementada por los docentes.
- Fomentar la participación activa y el trabajo cooperativo entre los estudiantes mediante actividades colaborativas que promuevan el intercambio de ideas y la construcción conjunta del conocimiento matemático.
- Implementar estrategias colaborativas orientadas a mejorar la comprensión de los

contenidos matemáticos y fortalecer la seguridad, confianza y motivación de los estudiantes frente a las actividades del área.

- Describir los cambios observados en el desempeño y la actitud de los estudiantes luego de implementar las estrategias colaborativas, identificando sus avances y las mejoras logradas en relación con las dimensiones evaluadas.

### **5.1.2 Introducción**

Hoy en día, el avance de la comprensión de las nociones matemáticas es uno de los fundamentos básicos del avance en la educación del estudiantado. Esto se debe a que esta habilidad no solo estimula el razonamiento lógico objetivo, además, que se pueda analizar una variedad de situaciones propias de la vida diaria que necesitan procesos de análisis, entendimiento y toma de decisiones. Sin embargo, en numerosos centros de enseñanza notamos algunas dificultades que persisten en este ámbito, sobre todo en la secundaria, donde el alumno tiende a tener limitaciones para entender, interpretar y aplicar los contenidos matemáticos. Igualmente, se hace evidente en un rendimiento bajo, escasa participación, falta de seguridad o al expresar sus ideas o abordar problemas de manera autónoma.

Los resultados de la prueba de ingreso creada por los maestros, en la que una gran cantidad de estudiantes no alcanza las metas fijadas en las diferentes dimensiones del aprendizaje matemático, también demuestran esta problemática en la I.E. Federico Villarreal - Túcume. Esto indica, por supuesto, que es necesario reconsiderar las prácticas pedagógicas tradicionales que han prevalecido sobre otras modalidades más involucradas, participativas y enfocadas en los alumnos.

En este sentido surge la propuesta “Estrategias de colaboración para la mejora de la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal –

Túcume”, la cual tiene como fundamento que el aprendizaje interactivo, la conversación entre pares y la creación colaborativa de tareas permiten establecer significados más sólidos y perdurables. No solo favorecen el trabajo cooperativo en la realización de las tareas, sino que favorecen la interacción de ideas las estrategias cooperativas . De esta manera , la aplicación de esas estrategias cooperativas busca transformar el aprendizaje matemático para hacerlo más significativo, más participativo y más motivador para que los alumnos se sientan colaboradores para construir conocimiento y , al mismo tiempo , este cambio de aprendizaje favorece tanto su comprensión conceptual y su propia posición respecto de la propia área . En otras palabras, en esta línea nea , la propuesta se advierte como alternativa pedagógica de gran importancia y consideración , previendo las exigencias del contexto educativo en la actualidad , ya que contribuye al desarrollo individual de cada alumno y a la construcción de una educación activa, cooperativa y reflexiva.

### **A. Justificación**

Comprender los conceptos matemáticos resulta ser uno de los fundamentos imprescindibles para lograr la solución de problemas, el desarrollo del razonamiento lógico y la disposición de los alumnos para participar en cualquier situación de la vida cotidiana , o en una situación académica . No obstante , las pruebas de ingreso aplicadas a los alumnos de primer año de secundaria de la IE Federico Villarreal - Túcume dan cuenta de limitaciones en el razonamiento, en el reconocimiento de la utilización de conocimientos matemáticos de los alumnos , en la comprensión de una explicación y el componente actitudinal afectivo hacia el aprendizaje , en fin , son muchas las limitaciones que se encuentran . No sólo se hace evidente el no cumplimiento de los objetivos del aprendizaje , sino también el problema de la seguridad para emprender ante nuevos desafíos , la autoconfianza o la integración en el

aprendizaje entre otras muchas limitaciones . En consecuencia , hay que plantear la puesta en ejecución de técnicas colaborativas con la finalidad de conseguir que el aprendizaje matemático sea un proceso que pueda ser más significativo, atractivo y comunicativo. Bajo este marco , los más todos colaborativos pueden ser considerados como una respuesta válida, pertinente y eficaz , en la medida en que promueven el trabajo en grupo , la interconstrucción, la discusión de ideas , la elaboración cooperativa del conocimiento, la negociación dialógica de las tareas y muchas otras situaciones . El aprendizaje entre pares contribuye a que los estudiantes entiendan mejor los conceptos, aclaren sus dudas y se expliquen unos a otros los procedimientos ; A su vez , también desarrolla habilidades sociales que favorecen la confianza y la autoestima del alumno / a y la del grupo en relación con el ámbito académico . Además s el trabajo en grupo ayuda a tornar la dinámica del aula más activa, el /a maestro / a adquiere el papel de mediador / a . El / la docente establece espacios en los cuales cada estudiante protagoniza y sigue su propio proceso de formación, lo cual posibilita atender la variedad de ritmos y estilos de aprendizaje. De esta manera , se fomenta que todos los alumnos/as progresen juntos en matemáticas como un área a la que tienen acceso, que pueden entender y que pueden llegar a disfrutar . Por lo tanto, la justificación de la propuesta que hacemos en este documento está determinada por el hecho de que es necesario mejorar el conocimiento de los alumnos / as mediante estrategias de trabajo colaborativo para llegar a desarrollar habilidades cognitivas , habilidades participativas y actitudes positivas hacia las matemáticas del alumnado . Además, tiene que ser considerado como una respuesta al compromiso institucional de ofrecer a los estudiantes una educación de alta calidad, inclusiva y enfocada en su desarrollo total desde sus estatutos. Esto implica dotarles con herramientas que les permitan desenvolverse con mayor eficacia, autonomía y seguridad tanto en su vida diaria como durante su trayectoria escolar.

## **B. Fundamento Pedagógico**

El modelo educativo que se presenta a continuación considera la adquisición de conocimientos matemáticos como un proceso activo, con sentido y construido socialmente. Siguiendo esta línea de pensamiento, Cao (2024) sostiene que el trabajo cooperativo en grupos numerosos hace que el desarrollo del razonamiento matemático se vuelva un proceso observable donde los alumnos confrontan ideas, detallan los métodos que utilizan y acuerdan los significados derivados de la actividad ejecutada de manera participativa. Pero, llegado a este punto, el aprendizaje de las matemáticas no es una actividad aislada, sino un proceso compartido que convierte el aprendizaje en un saber individual. Firdaus y Satriawan (2025) también afirman que las estrategias de aprendizaje colaborativo aumentan la motivación, la interacción y la implicación del alumno en la tarea escolar, lo cual repercute en su forma de entender los conceptos abstractos de las matemáticas. Para este último autor, el diálogo, la justificación de las respuestas, la solución de problemas en grupo permiten desarrollar habilidades cognitivas altas y favorecer la autonomía intelectual, aspectos considerados básicos para aprender matemáticas. Finalmente, la propuesta está relacionada con el modelo de aprendizaje significativo que Skemp (1987) describe, a la cual le otorga el protagonismo de la construcción de los conocimientos y diferencia entre la comprensión relacional – la forma de conectar conceptos, nociones y procedimientos - y la comprensión instrumental, que es la propia del uso de normas sin comprenderlas. En este sentido, este modelo entiende que las estrategias de aprendizaje colaborativo son una buena forma de promover la comprensión relacional, puesto que obligan al alumno a explicar, argumentar o conectar una noción matemática en diferentes situaciones, hecho que hace que la enseñanza de matemáticas sea más profunda y duradera.

Entonces, los aportes anteriores coinciden en una perspectiva pedagógica en la que el

alumno desempeña un papel activo, edifica el saber mediante la interacción con sus pares y consigue una comprensión matemática más sólida, importante y significativa.

### **C. Metodología**

#### **Aspectos organizativos:**

Esta propuesta se presenta en el marco de la Institución Educativa Federico Villarreal - Túcume, que se distingue por el variado nivel de rendimiento matemático de sus alumnos. Está dirigida a los alumnos del primer año de secundaria sección "A", porque este grupo es el que va a recibir las estrategias de colaboración, las cuales ayudarán a mejorar la comprensión de conceptos matemáticos. Con estas estrategias, tal vez se logre crear espacios en los que se fomente el trabajo colaborativo para construir conocimientos y buscar la ayuda de los compañeros al resolver tareas matemáticas.

A pesar de que la propuesta se organiza en tres etapas, las cuales son: planificación, ejecución y reflexión. En este proceso se debe llevar a cabo la etapa de planificación, que tiene como objetivo diseñar los recursos didácticos, las tácticas de colaboración, las sesiones de aprendizaje y los instrumentos de evaluación que guiarán el procedimiento. Para que los alumnos sean capaces de mejorar su entendimiento conceptual mediante la interacción. Finalmente, la etapa de reflexión tiene como objetivo examinar los éxitos alcanzados, evaluar el efecto de las tácticas colaborativas e implementar modificaciones en las actividades con base en las necesidades identificadas, fortaleciendo así un entorno de aprendizaje que sea significativo, cooperativo y participativo.

Aspecto	Descripción
Fases del estudio	1. Diagnóstico inicial: Con el objetivo de determinar la capacidad de entendimiento de ideas matemáticas por parte de los alumnos

	<p>del primer año de secundaria, sección "A", del colegio Federico Villarreal - Túcume, se realizó una investigación en el ámbito educativo. Con este objetivo, los profesores desarrollaron un examen de entrada que hizo posible examinar sistemáticamente el rendimiento individual de cada alumno en aspectos relacionados con las emociones, la enseñanza, la utilidad y el pensamiento en el campo de la Matemática. Este diagnóstico proporcionó una línea base clara acerca de los principales problemas, lo cual demostró limitaciones en la comprensión de conceptos, la aplicación de métodos y la seguridad al abordar trabajos de matemáticas.</p> <p>2. Fase de implementación: Esta etapa se realizó a través de sesiones que incluyeron varias tácticas de colaboración, como la solución conjunta de problemas, el debate matemático en grupos diversos y el método "rompecabezas" o Jigsaw. Estas dinámicas propiciaron la elaboración conjunta de conocimiento, el análisis compartido de procedimientos, la exposición entre pares y el intercambio de ideas. En la ejecución, se fomentó un ambiente de respeto, apoyo recíproco y participación activa, lo que propició que los alumnos entendieran con más claridad las ideas matemáticas y desarrollaran habilidades argumentativas y de razonamiento.</p> <p>3. Evaluación y seguimiento: La valoración se llevó a cabo de forma constante, tomando en cuenta el rendimiento de los</p>
--	--

	<p>alumnos durante y después de las actividades colaborativas. Se notaron avances en la capacidad para transmitir ideas matemáticas con mayor exactitud, así como en la justificación de los procedimientos y en la identificación de conceptos fundamentales. Además, el seguimiento posibilitó la identificación de progresos a nivel individual y grupal, al detectar mejoras en la comprensión conceptual, el trabajo colaborativo y la habilidad para solucionar problemas de manera autónoma.</p> <p>4. Ajustes y proyecciones futuras: De acuerdo con los resultados conseguidos, se examinaron los logros logrados y las áreas que todavía necesitan fortalecimiento, sobre todo en lo que respecta a la aplicación de tácticas que promuevan el aprendizaje más relevante. Se propone seguir potenciando el empleo de tácticas cooperativas que mantengan el interés y la motivación por las matemáticas.</p>
Organización	<p>La investigadora, quien supervisó directamente la propuesta, fue la que coordinó el trabajo con la dirección de la Institución Educativa Federico Villarreal - Túcume y con la profesora del área de Matemáticas, responsable de llevar a cabo las sesiones colaborativas. Se preparó un cronograma para llevar a cabo la ejecución, en el que se planificaron las actividades de cada etapa del estudio y se distribuyeron los recursos, los tiempos y las responsabilidades. Esta planificación posibilitó el desarrollo</p>

	organizado de sesiones que emplean estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos.
Participación	El eje principal de la propuesta fue la participación de los alumnos, pues estos participaron activamente en las diferentes estrategias colaborativas, interactuando con sus pares para examinar métodos, solucionar problemas y exponer sus razonamientos. En cada sesión se cultivó un entorno de respeto, diálogo continuo y apoyo mutuo, lo cual permitió que tomaran un papel principal en la formación de sus propios conocimientos en matemáticas. En este procedimiento, los profesores desempeñaron el papel de facilitadores, dirigiendo la colaboración entre todos los alumnos, guiando las conversaciones y garantizando que cada uno de ellos participara en igualdad de condiciones. De esta manera, lograron que su entendimiento conceptual se fortaleciera y que tuvieran más confianza al abordar problemas de matemáticas.

**Aspectos metodológicos:**

**Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos**

La propuesta está enfocada en los alumnos de primer año de secundaria del grupo "A" de la I.E. Federico Villarreal - Túcume, quienes han presentado el trabajo. Esto se realizó a través de un proceso sistemático, a parte de la utilización de unas tácticas cooperativas con el objetivo de optimizar la comprensión conceptual. Se potenció el uso de las estrategias de forma que los / como alumnos / como pudieran (n) interactuar, analizar procedimientos, construir significados comunes y que el pensamiento matemático fuera estimulado a través del contraste de ideas y de la interacción en el aula. La implementación supuso la

utilización de las tácticas cooperativas para montar las estrategias del plan como la estrategia Jigsaw, el debate matemático en grupos o la solución conjunta de problemas (CPS). Cada una de las actividades colaborativas contribuye a construir entornos cooperativos, de respeto y participativos. Todo ello deberá permitir a los/as alumnos/as detectar problemas, tomar en cuenta los procesos y reconstruir colectivamente el conocimiento conceptual. El procedimiento metodológico se inició para que fuera coherente con los objetivos didácticos que proponen la intervención, de manera que confluyeran todas las actividades que facilitaron el entendimiento de los contenidos de matemáticas y el desarrollo paulatino de las habilidades para relacionarse con otros, comunicativas y cognitivas que favorecerán el aprendizaje significativo. Se diseñó cada sesión para proporcionar un entorno de colaboración, respeto y participación en el que los alumnos pudieran identificar errores, enfrentar procesos e ir reformulando conceptos a partir del trabajo en equipo. La metodología del proceso se alineó con las metas de formación de la propuesta, por lo que todas las actividades estaban dirigidas a reforzar los contenidos matemáticos y a fomentar gradualmente las capacidades de comunicación y cognitivas que promueven un aprendizaje relevante.

## Fases de la Metodología

Fase	Objetivo	Actividades	Duración
<b>Fase 1: Diagnóstico inicial del nivel de comprensión de conceptos matemáticos.</b>	Determinar, por medio de una evaluación inicial creada por los profesores, el grado presente de entendimiento de conceptos matemáticos en estudiantes de primer grado de secundaria, sección "A", identificando sus puntos fuertes y débiles en este campo.	Se realizó una prueba inicial diseñada por los maestros de la asignatura de Matemáticas para examinar la comprensión inicial de los conceptos básicos del curso; después, se estudiaron metódicamente los resultados logrados para definir una línea base que posibilitara comprender la condición real del aprendizaje y guiar la planificación de las estrategias colaborativas a aplicar.	2 semanas
<b>Fase 2: Diseño y planificación de las estrategias colaborativas.</b>	Desarrollar tácticas de colaboración basadas en las propuestas de Firdaus y Satriawan (2025), Cao (2024) y Johnson y Johnson (2009), con el objetivo de consolidar la entendimiento de ideas matemáticas de los alumnos, garantizando su contextualización y relevancia en el ambiente educativo del I.E.	Se desarrollará un plan de puesta en práctica que incluya las tácticas de colaboración elegidas: el análisis matemático en grupos diversos, la solución conjunta de problemas y la técnica Jigsaw. Con este fin, se planificarán los procedimientos de trabajo en grupo, las secuencias de tareas y las dinámicas que faciliten la intervención activa de todos los alumnos. Además, se crearán materiales simples y útiles que ayuden a desarrollar las sesiones. Por último, se programarán las actividades en	1 semanas

	Federico Villarreal – Túcume.	conjunto con el profesor de la asignatura de Matemáticas y se comunicará a los alumnos el propósito de la propuesta para fomentar una actitud positiva hacia el trabajo en equipo.	
<b>Fase 3:</b> <b>Implementación de las estrategias colaborativas.</b>	Fomentar el entendimiento de conceptos matemáticos a través de la puesta en práctica de estrategias colaborativas que promuevan el análisis conjunto, y el razonamiento conjunto y la construcción colectiva del conocimiento matemático	<p><b>Resolución colaborativa de problemas (Semana 1 – 2 días por semana, sesiones de 40 minutos):</b> Asumirán funciones como lector, analista, coordinador y verificador mientras trabajan en grupos pequeños para resolver problemas matemáticos seleccionados. Esta dinámica posibilitará que dialoguen sobre procesos, contrasten ideas y produzcan soluciones a través del intercambio de razonamientos.</p> <p><b>Discusión matemática en grupos heterogéneos (Semana 2 – 2 días por semana, sesiones de 40 minutos):</b> Se llevarán a cabo debates de matemáticas dirigidos en los que los alumnos examinarán procedimientos, contrastarán diversas maneras de solucionar un mismo problema y fundamentarán sus respuestas. El respaldo entre compañeros y la elucidación de conceptos se verán favorecidos por la diversidad de los</p>	6 semanas

		<p>equipos.</p> <p><b>Técnica Jigsaw o “rompecabezas” (Semana 3 – 2 días por semana, sesiones de 40 minutos):</b></p> <p>Los contenidos de matemáticas serán fragmentados y cada alumno se enfocará en uno de los fragmentos dentro del "grupo de expertos". Después, se volverán a agrupar en equipos distintos para exponer su contenido al resto de los miembros, fomentando así el sentido de responsabilidad compartida y la comprensión colaborativa de los asuntos tratados.</p>	
<p><b>Fase 4:</b></p> <p><b>Evaluación y seguimiento de la propuesta.</b></p>	<p>Examinar el progreso en la comprensión de ideas matemáticas y apreciar los cambios en las habilidades de razonamiento y en el rendimiento colaborativo que se produjeron tras poner en práctica estrategias de colaboración.</p>	<p>Para determinar el avance de los alumnos y cotejar los resultados, se utilizarán otra vez las herramientas que se emplearon en la primera evaluación (la prueba de ingreso). Asimismo, se examinarán los productos creados en las sesiones colaborativas, como resoluciones en grupo, intercambios de ideas sobre matemáticas y organizadores diseñados por todos. Los datos recolectados serán analizados estadísticamente (SPSS)</p>	<p>2 semanas</p>

		con el fin de detectar variaciones cuantitativas, y se añadirán a ellos un análisis cualitativo que posibilite explicar las transformaciones que se dieron en la participación, el razonamiento y la comprensión conceptual de los alumnos a lo largo de todo el proceso.	
<b>Fase 5:</b> <b>Sistematización y propuesta de continuidad.</b>	Fijar los conocimientos adquiridos a lo largo de la aplicación de las tácticas de colaboración y proponer que sigan siendo un recurso constante para reforzar el entendimiento de conceptos matemáticos en los alumnos.	La profesora y los alumnos llevarán a cabo una reflexión conjunta acerca de lo aprendido durante la aplicación de las estrategias colaborativas. Además, se establecerán conclusiones generales que orienten la permanencia de las estrategias en el aula, promoviendo su uso continuo en las unidades didácticas subsiguientes y en las prácticas pedagógicas futuras de la institución.	1 semanas

## **Metodología Participativa**

Esta intervención está basada en una metodología participativa, que se sustenta en la interacción continua entre el profesor y los alumnos. Estos últimos desarrollan su aprendizaje mediante el trabajo conjunto y la generación de ideas a lo largo de las sesiones de estudio en matemáticas. Desde esta óptica, el alumno adopta una actitud activa al investigar los procedimientos, contraponer y argumentar las soluciones y confrontar los conflictos, mientras que el profesor se hace cargo de guiar, de acompañar al alumno e ir promoviendo la interacción, pero sin imponer las respuestas dadas. Cuando el aula se convierte en un espacio en el que la enseñanza sea colaborativa, se activa y significativamente la comprensión de los conceptos matemáticos queda garantizada como el resultado de la construcción conjunta. En esta línea, las estrategias de colaboración se convierten, junto con el lenguaje matemático, en el eje central del proceso didáctico. Los alumnos analizan situaciones, explican sus procedimientos, razonan sus respuestas e irán generando significados compartidos mediante la resolución de problemas en común, la discusión matemática en equipo o la técnica del rompecabezas. A lo largo de las sesiones, los estudiantes se vieron favorecidos de oportunidades para conversar entre ellos, hacerse preguntas, contraponer procedimientos de resolución y localizar errores y soluciones, con lo cual la colaboración se convierte en un recurso de detección del respeto en la exposición, reflexión, comprensión de los conocimientos. Este procedimiento posibilita que los aprendizajes surjan de la interacción con problemas de matemáticas y del apoyo entre alumnos, lo que asegura que se puedan lograr las metas establecidas.

# FASES DEL PROCESO DE LA PROPUESTA

Estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume

## Objetivo General

Proponer estrategias colaborativas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes de la I.E. Federico Villarreal – Túcume.

## Introducción

Con el objetivo de que los alumnos comprendan los conceptos matemáticos de manera significativa y aplicada, la propuesta persigue mejorar su aprendizaje a través de tácticas colaborativas que fomenten la interacción, el razonamiento conjunto y el aprendizaje entre pares.

## Justificación

La propuesta se basa en el requerimiento de reforzar la comprensión de conceptos matemáticos a través de estrategias cooperativas que fomenten las conversaciones, el trabajo en equipo y la solución colectiva de tareas. Estas prácticas fomentan un aprendizaje más activo y relevante, adaptado a las necesidades reales del salón de clases.

## Fundamento Pedagógico

**Firdaus & Satriawan (2025)** Las estrategias colaborativas sugeridas posibilitan que los alumnos desarrollen y entiendan conceptos de matemáticas a través de la interacción, el análisis conjunto y la conversación entre compañeros.

**Según Skemp (1987)**, cuando los alumnos establecen relaciones y construyen significados entre conceptos, se fortalece; este proceso se intensifica aún más cuando se trabaja de manera colaborativa.

## Metodología

Se fundamenta en la perspectiva colaborativa y participativa. Se utilizan estrategias que fomentan el análisis en grupo, la resolución conjunta de problemas y la interacción constante, así como dinámicas grupales que propician la construcción conjunta del saber matemático.

## Fases de la Metodología

Fases

1

**Diagnóstico inicial (2 semanas):** Se emplearon listas de cotejo y pruebas cortas para detectar problemas con conceptos matemáticos, y se examinó el involucramiento de los alumnos.

2

**Elaboración de estrategias (1 semana):** Se eligieron materiales y desafíos apropiados para el grupo y se organizaron actividades cooperativas.

3

**Valoración y retroalimentación (2 semanas):** Se compararon los resultados iniciales y finales, proporcionando comentarios sobre el desempeño y modificando las tácticas según fuese necesario.

4

**Sistematización y conclusiones (una semana):** Se registró el procedimiento y los aprendizajes, además se hicieron sugerencias para implementaciones futuras.

## Sesiones de Aprendizaje

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

#### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>I.E.P.</b>	I.E. Federico Villarreal – Túcume
<b>Grado</b>	Secundaria
<b>Duración</b>	45 minutos
<b>Responsable</b>	Suclupe Valdera, Maria del Milagro Rubio Perez, Leydi Medaly
<b>Título</b>	“Comprendiendo conceptos matemáticos mediante trabajo colaborativo”
<b>Técnica: Jigsaw o “rompecabezas”</b>	La estrategia Jigsaw se basa en la fragmentación del contenido con la finalidad de que cada alumno se convierta en experto en una parte del contenido y , una vez realizado esto , pase a enseñar a su grupo . De esta manera , se puede entender , analizar y comunicar la matemática de manera conjunta.
<b>Objetivo de la Sesión</b>	Que los estudiantes entiendan conceptos matemáticos a través del análisis del contenido en común y el desarrollo de capacidades de comunicación y la solución colectiva de problemas .

#### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

<b>Capacidad del Área</b>	<b>Aprendizaje Esperado</b>	<b>Actitud ante el Área</b>
---------------------------	-----------------------------	-----------------------------

<p>El alumno entiende, examina y utiliza conceptos de matemáticas en diferentes contextos, evidenciando un control gradual de los métodos y tácticas. Analiza datos, expresa información usando gráficos, tablas o símbolos y explica sus argumentos con claridad. Asimismo, examina la relevancia de los métodos que emplea, corrige sus equivocaciones y modifica sus procedimientos con el fin de perfeccionar la exactitud, coherencia y validez matemática de sus soluciones.</p>	<p>El alumno reconoce las ideas centrales de su segmento, hace una exposición clara de los conceptos y procedimientos matemáticos a sus pares y colabora con empeño en la integración de la información grupal. Establece conexiones entre los contenidos, elabora argumentos matemáticos, sugiere soluciones distintas y soluciona problemas que requieren integrar las contribuciones de todos los miembros. Además, demuestra un entendimiento profundo al reconstruir el contenido, hacer comparaciones entre estrategias, validar los resultados y aplicar lo aprendido a situaciones novedosas o más complejas.</p>	<p>El alumno demuestra una disposición permanente para participar, cooperar y tomar responsabilidades en el grupo. Valora el diálogo de ideas, escucha respetuosamente, estima el razonamiento matemático propio y ajeno y mantiene una actitud constante ante los desafíos. Promueve un entorno de respaldo, muestra un interés auténtico en perfeccionar sus capacidades matemáticas y colabora con el éxito del grupo a través de la tolerancia, la conversación y el compromiso.</p>
--	---	--

### III. TEMA TRANSVERSAL

#### INICIO

<b>Técnica de Jigsaw o “rompecabezas”</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>El maestro plantea un problema de proporciones cotidiano (como la repartición de ingredientes o gastos) para relacionar el contenido con circunstancias auténticas. Describe la dinámica Jigsaw y el modo en que se dividirá el tema:</p> <p>Segmento A: ¿Qué se entiende por proporción?</p> <p>Segmento B: Clasificaciones de proporcionalidad.</p> <p>Segmento C: ¿Podrías explicarme qué es un porcentaje?</p> <p>Segmento D: Transformación de porcentaje, decimal y fracción.</p> <p>Después, se utilizan preguntas para activar los conocimientos previos y se ilustra de manera breve cómo examinar una situación de proporcionalidad.</p>	<p>Hojas de trabajo, pizarra, marcadores.</p>	<p>15 minutos</p>

## **DESARROLLO**

<b>Técnica Jigsaw o “rompecabezas”</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>Los alumnos se agrupan en equipos de expertos de acuerdo con su segmento. Analizan el contenido que se les asigna, realizan ejercicios y elaboran exposiciones claras para su grupo base. Detectan ideas</p>	<p>Pizarra, calculadoras, hojas de trabajo, material gráfico.</p>	<p>25 minutos.</p>

<p>fundamentales, métodos y potenciales problemas.</p> <p>A continuación, vuelven a sus grupos de origen e incorporan todos los segmentos para solucionar un problema general, como por ejemplo:</p> <p>“Un colegio organiza una rifa. El 35% de los boletos fue vendido por el grado de primero. Si se vendieron 420 boletos, ¿cuántos vendió ese grado?”</p> <p>El maestro guía el proceso, fomenta una participación justa y fortalece la utilización apropiada del lenguaje de las matemáticas.</p>		
---	--	--

**CIERRE**

<b>Técnica Jigsaw o “rompecabezas”</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>Cada grupo expone su solución, describiendo la forma en que combinaron todos los segmentos. El maestro brinda retroalimentación destacando las fortalezas y los aspectos a mejorar. Después, los alumnos redactan una tarjeta que contenga un concepto esencial que</p>	<p>Hojas de trabajo, papelotes, tarjetas, plumones.</p>	<p>10 minutos.</p>

<p>han asimilado, como:“Una proporción compara dos razones.”</p> <p>“Un porcentaje es una fracción con denominador 100.”</p> <p>En última instancia, se crea un mural “Matemática en equipo” a través de las tarjetas, se medita acerca de la relevancia del trabajo en equipo.</p>		
---	--	--

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 2

### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>I.E.P.</b>	I.E. Federico Villarreal – Túcume
<b>Grado</b>	Secundaria
<b>Duración</b>	45 minutos
<b>Responsable</b>	Suclupe Valdera, Maria del Milagro Rubio Perez, Leydi Medaly
<b>Título</b>	“Resolviendo problemas matemáticos mediante trabajo colaborativo”
<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	Los alumnos desarrollan el trabajo en grupo con la finalidad de investigar y discutir acerca de la solución de problemas complejos mediante la fusión de ideas y estrategias . Esta , por lo tanto , promueve la creación compartida del conocimiento y del razonamiento matemático en grupo .

<b>Objetivo de la sesión</b>	Que los alumnos desarrollen su habilidad para solucionar problemas mediante el uso de métodos y estrategias colaborativas, fomentando la reflexión, la comunicación y las decisiones en grupo.
------------------------------	--

## II. APRENDIZAJES ESPERADOS

<b>Capacidad del Área</b>	<b>Aprendizaje Esperado</b>	<b>Actitud ante el Área</b>
El alumno entiende, analiza y soluciona distintas circunstancias matemáticas utilizando métodos apropiados y justificando sus respuestas de manera clara. Asimismo, examina patrones, establece vínculos entre los datos, explica sus razonamientos y emplea representaciones simbólicas para respaldar conclusiones.	El alumno toma parte de manera activa en la resolución colectiva de problemas, examina y describe los métodos utilizados, sugiere tácticas diferentes, llega a acuerdos con el grupo y utiliza el razonamiento matemático para solucionar circunstancias que exigen conjugar ideas y justificar resultados.	El alumno exhibe responsabilidad, respeto y voluntad para cooperar; aprecia el intercambio de ideas, toma en cuenta las contribuciones de sus compañeros y manifiesta persistencia frente a los retos matemáticos. Del mismo modo, sostiene una postura positiva hacia el trabajo en equipo y favorece un entorno de confianza y colaboración.

## III. TEMA TRANSVERSAL

### INICIO

<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>

<p>El profesor plantea un problema desafiante que involucra porcentajes, como el siguiente:  “Una tienda anuncia un descuento del 35% en un producto cuyo precio normal es S/ 180. ¿Cuánto tendría que pagar un comprador después del descuento?”</p> <p>Los alumnos intercambian ideas anteriores, discuten sobre las estrategias que conocen y prevén potenciales vías de solución. Después, el profesor explica la manera en que se utilizará la técnica de resolución colaborativa de problemas; se definirán roles: el registrador, el expositor, el coordinador y el verificador.</p> <p>Se incentiva al grupo a reconocer:</p> <p>¿Qué tenemos claro?</p> <p>¿Qué información necesitamos?</p> <p>¿Cómo lo solucionaremos en conjunto?</p> <p>Esto crea un entorno de confianza y colaboración.</p>	<p>Hojas de trabajo, pizarra, tarjetas con preguntas guía, marcadores</p>	<p>15 minutos</p>
--	---	-------------------

**DESARROLLO**

<p><b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b></p>	<p><b>Recursos</b></p>	<p><b>Tiempo Estimado</b></p>
--	------------------------	-------------------------------

<p>Los alumnos se agrupan en equipos diversos y obtienen un documento con cuestiones de porcentajes y proporcionalidad directa, como las siguientes:</p> <p>“Un recipiente contiene 250 mL de jugo y se quiere preparar una mezcla proporcional para 1 L. ¿Qué cantidades se deben usar?”</p> <p>“En una encuesta, el 20% de 250 estudiantes prefirió matemáticas. ¿Cuántos estudiantes representan este porcentaje?”</p> <p>Cada equipo reconoce datos, establece estrategias, lleva a cabo cálculos y examina los procedimientos de forma colectiva. El maestro orienta el razonamiento con interrogantes de profundidad, corrige ideas incorrectas y fomenta la utilización de la lengua de las matemáticas.</p> <p>Después, cada conjunto escoge un portavoz que explique su método y lo defienda mientras los otros equipos cotejan, discuten y aprueban estrategias.</p>	<p>Calculadoras, papeles grandes, plumones y hojas de problemas</p>	<p>25 minutos.</p>
--	---	--------------------

**CIERRE**

<p><b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b></p>	<p><b>Recursos</b></p>	<p><b>Tiempo Estimado</b></p>
--	------------------------	-------------------------------

<p>Cada equipo presenta una de las soluciones sobre las que trabajó, detallando los procedimientos que usó y la manera en que alcanzaron el acuerdo sobre los resultados.</p> <p>El profesor proporciona retroalimentación al enfatizar estrategias eficaces, argumentos transparentes y áreas que necesitan mejorarse.</p> <p>Luego, los alumnos escriben una reflexión en una tarjeta sobre:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El papel desempeñado,</li> <li>- Las tácticas utilizadas,</li> <li>- El aprendizaje obtenido mediante la colaboración en el trabajo.</li> </ul> <p>Por último, se hace una puesta en común resaltando la relevancia de justificar cada procedimiento matemático y los beneficios del razonamiento colectivo.</p>	<p>Tarjetas para reflexionar, pizarra y marcadores</p>	<p>10 minutos.</p>
--	--	--------------------

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 3

#### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>I.E.P.</b>	I.E. Federico Villarreal – Túcume
<b>Grado</b>	Secundaria
<b>Duración</b>	45 minutos
<b>Responsable</b>	Suclupe Valdera, Maria del Milagro

	Rubio Perez, Leydi Medaly
<b>Título</b>	“Construyendo ideas matemáticas mediante discusión en grupos heterogéneos”
<b>Técnica</b> <b>matemática</b> <b>en</b> <b>grupos</b> <b>heterogéneos</b>	<b>Discusión</b> Los alumnos examinan un concepto o problema matemático desde diferentes perspectivas y lo discuten y comparan sus ideas. El razonamiento, la argumentación y la creación compartida de conocimiento son promovidos por esta estrategia.
<b>Objetivo de la Sesión</b>	Que los alumnos fortalezcan su comprensión de las matemáticas a partir del diálogo de ideas, la comunicación de procesos , el desarrollo exhaustivo de conclusiones en una argumentación consensuada .

## II. APRENDIZAJES ESPERADOS

<b>Capacidad del Área</b>	<b>Aprendizaje Esperado</b>	<b>Actitud ante el Área</b>
El alumno examina, entiende y utiliza nociones matemáticas en contextos variados, defendiendo sus métodos y sustentando sus elecciones. Identifica vínculos entre los datos, comprende representaciones y aplica	El alumno presenta sus ideas matemáticas de manera clara, toma en cuenta los puntos de vista de sus compañeros, contrasta razonamientos y contribuye a crear una solución acordada. Integra las contribuciones del grupo, propone estrategias diferentes	El alumno demuestra disposición para discutir de forma constructiva sobre matemáticas, respeto por las contribuciones ajenas y apertura al diálogo. Adopta una actitud reflexiva, activa y persistente, apreciando la colaboración en equipo y la relevancia de

estrategias precisas para aclarar su razonamiento de manera coherente.	y fundamenta sus conclusiones con razonamientos lógicos y métodos apropiados.	expresar ideas de manera fundamentada y clara.
--	---	--

### III. TEMA TRANSVERSAL

#### INICIO

<b>Técnica</b> <b>Discusión matemática en grupos heterogéneos</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
El profesor plantea un problema de matemáticas que tiene múltiples caminos potenciales hacia la solución, el cual está vinculado con situaciones como analizar gráficos, comparar porcentajes o entender los resultados de una encuesta en la escuela. Se alienta a los alumnos a expresar sus ideas iniciales acerca de cómo podrían afrontarlo y se destacan diferentes puntos de vista para incentivar el análisis. Después, se explica el proceso de debatir sobre matemáticas en grupos diversos, resaltando la relevancia de escuchar, argumentar y respaldar las ideas con métodos sólidos. Se proponen preguntas guía como: ¿cuáles aspectos del problema	Hojas con el problema, marcadores, pizarra	15 minutos

son más cruciales?, ¿qué estrategias tienen más posibilidades de ser efectivas? o ¿qué interrogantes aparecen al comenzar a resolverlo?		
---	--	--

## DESARROLLO

<b>Técnica Discusión matemática en grupos heterogéneos</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>Los alumnos se agrupan de manera diversa para examinar el problema paso a paso. Cada miembro sugiere una estrategia posible, reconoce información importante, describe sus procesos y fundamenta sus decisiones. El grupo analiza las diferentes ideas, determina cuáles son válidas y escoge la estrategia más eficaz para solucionar el problema.</p> <p>El docente, mientras trabaja, va recorriendo el aula y planteando preguntas para profundizar el razonamiento, enfatizando la relevancia de argumentar con claridad y rectificando errores conceptuales. Después, cada equipo formula un resumen que sintetiza sus contribuciones y explica en detalle el</p>	<p>Calculadoras, hojas de trabajo, plumones, papelotes</p>	<p>25 minutos.</p>

proceso pactado.		
------------------	--	--

**CIERRE**

<b>Técnica</b> <b>Discusión matemática en grupos heterogéneos</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>Cada equipo presenta su proceso y resultado, enfatizando las ideas discutidas y la manera en que alcanzaron un consenso final. El profesor complementa las exposiciones con una retroalimentación que destaque la calidad de los razonamientos , la coherencia en los métodos y los componentes matemáticos bien elaborados.</p> <p>Después, los alumnos redactan un corto análisis sobre qué pensamiento o táctica aprendieron de sus compañeros y por qué la conversación fue relevante para aumentar su entendimiento. Por último, se lleva a cabo una síntesis general destacando cómo el intercambio de perspectivas potencia el razonamiento matemático.</p>	<p>Tarjetas para reflexionar, pizarra y marcadores</p>	<p>10 minutos.</p>

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>I.E.P.</b>	I.E. Federico Villarreal – Túcume
<b>Grado</b>	Secundaria
<b>Duración</b>	45 minutos
<b>Responsable</b>	Suclupe Valdera, Maria del Milagro Rubio Perez, Leydi Medaly
<b>Título</b>	“Construyendo ideas matemáticas mediante discusión en grupos heterogéneos”
<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	Los estudiantes exploran los datos, buscan tácticas y procedimientos esenciales mientras trabajan en grupo para resolver los problemas matemáticos ; la técnica estimula el pensamiento, el trabajo en grupo y el consenso .
<b>Objetivo de la sesión</b>	Que los alumnos entiendan y solucionen problemas a través de una cooperación estructurada, exponiendo procesos y generando soluciones en grupo.

### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

<b>Capacidad del Área</b>	<b>Aprendizaje Esperado</b>	<b>Actitud ante el Área</b>
El alumno examina problemas matemáticos, identifica información importante, elige	El alumno se involucra de manera activa en la resolución de problemas colaborativa, sugiere	El alumno muestra voluntad para trabajar en grupo, persiste ante las adversidades, escucha con respeto y aprecia las

procedimientos apropiados y aplica conceptos de forma lógica. Asimismo, analiza resultados, detecta fallas y modifica sus tácticas para perfeccionar la calidad de sus soluciones, mostrando un dominio cada vez más avanzado del razonamiento matemático.	métodos, clarifica procesos, examina diversas opciones y participa en el desarrollo de una solución conjunta. Justifica cada etapa del proceso, vincula conceptos de sus colegas y utiliza lo aprendido en contextos nuevos que necesitan análisis y exactitud.	contribuciones de cada uno. Asume una postura reflexiva, exhibe iniciativa al plantear ideas y respeta los roles de colaboración, entendiendo que la matemática se potencia a través de la comunicación clara y la cooperación.
--	---	---

### III. TEMA TRANSVERSAL

#### INICIO

<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>El maestro muestra una tabla o un gráfico que contiene datos porcentuales de una situación cercana, como:</p> <p>“Resultados de una encuesta escolar sobre actividades preferidas durante el recreo.”</p> <p>(gráfico circular o de barras que muestra los porcentajes: 45% para deportes, 20% para lectura, 25% para juegos de mesa y 10% para conversar).</p> <p>Se les solicita a los alumnos que formulen</p>	Marcadores, hojas con el problema y pizarra	15 minutos

<p>preguntas para expresar sus ideas iniciales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué significan los porcentajes?</li> <li>- ¿Qué actividades sobresalen más o menos?</li> <li>- ¿Cuáles son las conclusiones que podemos prever?</li> </ul> <p>A continuación, se describe el comportamiento de la discusión matemática: escuchar de manera activa, fundamentar argumentos con datos, confrontar ideas y defender métodos. Se proponen preguntas guía como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué conexiones descubren entre los datos?</li> <li>- ¿Qué datos son más pertinentes?</li> <li>- ¿Qué interrogantes emergen al comenzar el análisis?</li> </ul>		
--	--	--

## DESARROLLO

<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<p>Los alumnos se agrupan en equipos diversos y estudian un problema de matemáticas que tiene como base los porcentajes presentados a través de gráficos. Cada miembro propone una manera de analizar los datos, identifica</p>	<p>Calculadoras, hojas de trabajo, plumones, papelotes</p>	<p>25 minutos.</p>

<p>conexiones, sugiere cálculos (diferencias porcentuales, comparaciones, estimaciones, etc.) y explica procesos.</p> <p>El grupo discute las diversas propuestas, analiza la legitimidad de las interpretaciones y escoge los métodos más apropiados para abordar cuestionamientos como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué actividad fue la más preferida?</li> <li>- ¿Cuál es la diferencia en términos porcentuales entre dos categorías?</li> <li>- ¿De qué modo visualizamos la información que nos brinda el gráfico?</li> <li>- ¿Cuáles son las conclusiones que se pueden formular de manera justificada?</li> </ul> <p>En tanto, el profesor orienta el uso preciso del lenguaje matemático, aclara ideas erróneas y guía a través de preguntas que estimulan un razonamiento más profundo.</p> <p>Por último, cada grupo genera una explicación de acuerdo común que resume su análisis, las ideas discutidas y el proceso convenido.</p>		
---	--	--

**CIERRE**

<b>Técnica Resolución colaborativa de</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
---	-----------------	------------------------

<b>problemas</b>		
<p>Cada equipo expone su procedimiento e interpretación, subrayando los conceptos debatidos y la justificación del consenso final.</p> <p>El maestro brinda retroalimentación formativa enfatizando: la calidad de las argumentaciones, la consistencia entre los métodos y las conclusiones,</p> <p>La utilización apropiada de gráficos y conceptos porcentuales.</p> <p>Después, los alumnos escriben una reflexión corta en respuesta a:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué concepto adquirí de mis compañeros?</li> <li>- ¿De qué manera la conversación me ayudó a entender el problema de una forma más efectiva?</li> </ul> <p>Para concluir, se lleva a cabo una síntesis general que resalta cómo el intercambio de perspectivas potencia el análisis crítico de datos y el razonamiento matemático.</p>	<p>Marcadores, pizarra y tarjetas de reflexión.</p>	<p>10 minutos.</p>

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 5

### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>I.E.P.</b>	I.E. Federico Villarreal – Túcume
<b>Grado</b>	Secundaria
<b>Duración</b>	45 minutos
<b>Responsable</b>	Suclupe Valdera, Maria del Milagro Rubio Perez, Leydi Medaly
<b>Título</b>	“Resolviendo problemas matemáticos mediante discusión en grupos heterogéneos”
<b>Técnica Discusión matemática en grupos heterogéneos</b>	El debate en grupos diversos fomenta el intercambio de ideas entre estudiantes con distintos grados de dominio, lo que refuerza la lógica matemática.
<b>Objetivo de sesión</b>	Que los alumnos solucionen problemas a través del uso de los conceptos matemáticos gracias a la dialéctica argumentativa , el trabajo en grupo , y la comparación de las tácticas para progresar tanto la exactitud como la comprensión a la hora de resolver.

### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

<b>Capacidad del Área</b>	<b>Aprendizaje Esperado</b>	<b>Actitud ante el Área</b>
El alumno analiza, interpreta y soluciona una variedad de situaciones	El alumno argumenta con claridad sus métodos, presenta tácticas de resolución en el	El alumno está dispuesto a colaborar con colegas de diferentes niveles de

matemáticas, utilizando procesos apropiados y explicando sus respuestas con claridad. Asimismo, emplea representaciones simbólicas y gráficas para respaldar sus ideas, combina conceptos anteriores con nuevos conocimientos y examina la lógica de sus resultados en el contexto planteado.	grupo, escucha y contrasta las ideas ajenas, y colabora para construir una solución colectiva. Además, presenta opciones alternativas, detecta errores comunes y muestra habilidad para exponer argumentos de manera comprensible y organizada.	rendimiento, aprecia el intercambio de conceptos, respeta la diversidad de opiniones y mantiene una postura persistente ante los retos matemáticos. Colabora de manera activa, brinda apoyo a su equipo cuando es necesario y ayuda a crear un entorno de respeto, cooperación y enfoque en encontrar soluciones.
---	---	---

### III. TEMA TRANSVERSAL

#### INICIO

<b>Técnica Discusión matemática en grupos heterogéneos</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
El profesor presenta un problema contextual que requiere análisis matemático, como la interpretación de información, el cálculo de descuentos o la resolución de proporciones.  Se detalla la manera en que están organizados los grupos heterogéneos y el papel que desempeña cada miembro para	Pizarra, tarjetas de trabajo, láminas que presentan problemas contextualizados.	15 minutos

<p>garantizar una participación justa.</p> <p>Se utilizan preguntas orientadoras para activar los conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué tácticas conoces para solucionar problemas de esta índole?</li> <li>- ¿Qué datos son fundamentales en esta situación?</li> <li>- ¿Qué manera de representar los datos utilizarías?</li> </ul> <p>El profesor ofrece un ejemplo conciso de deducción matemática para guiar el comienzo del trabajo.</p>		
---	--	--

## DESARROLLO

<b>Técnica Discusión matemática en grupos heterogéneos</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Los alumnos examinan el problema en grupo, debaten técnicas y contrastan tácticas.</li> <li>- Cada miembro presenta una idea, explica su lógica y evalúa su validez de las contribuciones del grupo.</li> <li>- El profesor asiste al trabajo reforzando ideas fundamentales, orientando el empleo</li> </ul>	<p>Calculadoras, hojas de trabajo, marcadores y otros materiales gráficos.</p>	<p>25 minutos.</p>

<p>del lenguaje de las matemáticas y fomentando la participación de todos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se fomenta la revisión colaborativa de los cálculos, la descripción detallada del proceso y la elección de la estrategia más eficaz.</li> <li>- Los grupos desarrollan una explicación acordada que resume sus contribuciones y organiza el proceso final.</li> </ul>		
---	--	--

**CIERRE**

<p><b>Técnica Discusión matemática en grupos heterogéneos</b></p>	<p><b>Recursos</b></p>	<p><b>Tiempo Estimado</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Cada equipo muestra su solución, describe el procedimiento que se siguió y justifica la elección de esa estrategia.</li> <li>- El educador proporciona retroalimentación destacando las fortalezas, las ideas importantes y los posibles avances.</li> <li>- Los alumnos redactan una reflexión personal acerca de: <ul style="list-style-type: none"> <li>- La táctica que les resultó más eficaz.</li> <li>- De qué manera la conversación grupal tuvo un impacto en su entendimiento.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Papelotes, tarjetas, plumones y fichas de reflexión.</p>	<p>10 minutos.</p>

Finalmente, se realiza una síntesis en grupo acerca de la relevancia de discutir, contrastar y justificar ideas con el fin de robustecer el razonamiento en términos matemáticos.		
---	--	--

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N°6

### I. DATOS INFORMATIVOS

<b>I.E.P.</b>	I.E. Federico Villarreal – Túcume
<b>Grado</b>	Secundaria
<b>Duración</b>	45 minutos
<b>Responsable</b>	Suclupe Valdera, Maria del Milagro Rubio Perez, Leydi Medaly
<b>Título</b>	“Comprendiendo conceptos matemáticos mediante resolución colaborativa de problemas”
<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	La solución colaborativa de problemas fomenta que los alumnos puedan analizar , discutir y construir una solución entre todos y todas en la clase ; así , cada uno y cada una irá entablando sus propios caminos en estrategias e ideas . Promueve la comunicación matemática, la lógica y el aprendizaje entre pares.
<b>Objetivo de la sesión</b>	Que los alumnos utilicen conceptos de matemáticas para resolver problemas académicos o reales a través del trabajo

	conjunto, fortaleciendo así el análisis, la argumentación y la toma de decisiones grupales.
--	---

## II. APRENDIZAJES ESPERADOS

Capacidad del Área	Aprendizaje Esperado	Actitud ante el Área
El alumno examina, analiza e interpreta diferentes situaciones matemáticas, eligiendo los procedimientos apropiados y explicando de manera clara cada uno de sus pasos. Asimismo, es capaz de vincular ideas anteriores con información nueva, utiliza representaciones matemáticas adecuadas y analiza la coherencia de sus resultados en relación con el entorno del problema.	El alumno señala información importante sobre el problema, sugiere tácticas para resolverlo, presenta sus razonamientos de manera exacta y coopera de forma activa en la creación de una solución acordada. Además, contrasta procedimientos, justifica sus determinaciones, identifica fallos y colabora en la verificación colectiva de la respuesta final.	El alumno muestra voluntad para colaborar en grupo, escucha y respeta las propuestas de sus compañeros, y se involucra con responsabilidad en cada etapa del procedimiento. Sostiene una actitud de reflexión, perseverancia y disposición para compartir estrategias, considerando la colaboración como un medio para optimizar su entendimiento de las matemáticas.

### INICIO

Técnica Resolución colaborativa de problemas	Recursos	Tiempo Estimado

<p>El profesor plantea una situación problemática que es verdadera, como calcular medidas para adornar un lugar, comparar precios u organizar materiales. Esto genera interés y motivación.</p> <p>Destaca cómo funciona la resolución colaborativa y enfatiza que cada miembro contribuirá con ideas desde su propio nivel de dominio y experiencia.</p> <p>Para activar los conocimientos previos, se realizan preguntas generadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué información necesitamos para empezar?</li> <li>- ¿Qué información es importante?</li> <li>- ¿De qué manera podríamos representar los datos?</li> </ul> <p>El profesor presenta de manera breve un ejemplo de análisis para guiar el procedimiento y garantizar que se entienda al principio.</p>	<p>Pizarra, hojas de trabajo, láminas con problemas que se contextualizan.</p>	<p>15 minutos</p>
--	--	-------------------

## DESARROLLO

<b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b>	<b>Recursos</b>	<b>Tiempo Estimado</b>
---	-----------------	------------------------

<p>Los alumnos laboran en grupos para estudiar y examinar el problema principal. Reconocen los datos que son pertinentes, sugieren distintas estrategias y debaten sobre varias alternativas de solución. Los grupos presentan la información a través de diagramas, tablas o gráficos y analizan los cálculos en conjunto. El maestro guía y acompaña el proceso, fortaleciendo ideas, aclarando dudas y fomentando una participación balanceada. Los alumnos contrastan procesos, fundamentan resoluciones y comprueban la congruencia de sus hallazgos.</p>	<p>Material gráfico, calculadoras, fichas de trabajo y marcadores.</p>	<p>25 minutos.</p>
--	--	--------------------

**CIERRE**

<p><b>Técnica Resolución colaborativa de problemas</b></p>	<p><b>Recursos</b></p>	<p><b>Tiempo Estimado</b></p>
<p>Los grupos exponen su método y la solución final, describiendo los pasos que han seguido. El profesor brinda retroalimentación enfatizando los logros, las estrategias eficaces y los elementos que necesitan ser fortalecidos.</p>	<p>Papelotes, tarjetas, plumones, hojas de trabajo.</p>	<p>10 minutos.</p>

<p>Cada alumno redacta una breve reflexión acerca de la estrategia que resultó más beneficiosa y de qué manera el trabajo en equipo ayudó a su entendimiento.</p> <p>Al final, se presentan conclusiones generales acerca de la relevancia de examinar un problema desde varios ángulos para alcanzar soluciones firmes y justificadas.</p>		
---	--	--

## CONCLUSIONES

- **Referente al primer objetivo específico:** Se observa que los 24 estudiantes del primer año de secundaria, sección “A”, de la I.E. Federico Villarreal – Túcume. En la dimensión 1, Pensamiento: la evaluación inicial desarrollada por los profesores mostró que un 46 % de los alumnos obtuvieron un rendimiento apropiado, en tanto que el 54 % no lograron cumplir con los indicadores fijados. En la dimensión 2, Utilidad: la evaluación inicial preparada por los maestros reveló que solo el 44% de los alumnos lograron un rendimiento apropiado, en contraste con el 56% que no cumplieron con los criterios establecidos. En la dimensión 3, Enseñanza: de acuerdo con el examen de ingreso diseñado por los maestros, sólo el 17% de los alumnos llegó a un rendimiento apropiado, en tanto que el 83% no pudieron satisfacer los indicadores establecidos. En la dimensión 4, Emociones: De acuerdo con los resultados del examen de ingreso diseñada por los profesores, el 33% de los alumnos lograron un rendimiento apropiado; el 67%, en cambio, no consiguieron satisfacer los indicadores establecidos. Lo que muestra falencias en el fortalecimiento de su actitud a través de estrategias colaborativas.
- **Referente al segundo objetivo específico:** Skemp (1987) afirma que el entendimiento en términos de relaciones posibilita que un estudiante desarrolle significados y establezca vínculos profundos con las ideas matemáticas, lo cual propicia un aprendizaje adaptable y práctico. Así mismo, también considera Cao (2024), que la habilidad para examinar, argumentar y solucionar problemas de forma coherente se robustece a través del pensamiento crítico y la participación activa. De igual modo, Firdaus y Satriawan (2025) apuntan que la colaboración en el trabajo ayuda a entender conceptos, ya que promueve la verificación de los procedimientos

entre pares, el intercambio de ideas y la elaboración conjunta de estrategias. Sin duda, todos estos distintos métodos van demostrando que una comprensión profunda, el razonamiento crítico y la cooperación constituyen las estrategias más adecuadas para alcanzar aprendizajes en matemáticas que sean significativos y perduren.

- **Referente al tercer objetivo específico** El planteamiento es de cinco fases colaborativas para optimizar la comprensión de conceptos matemáticos en los alumnos de la I.E. Federico Villarreal – Túcume, las cuales son: Fase 1: Análisis preliminar del grado de entendimiento de conceptos matemáticos. Fase 2: Elaboración y organización de las tácticas colaborativas. Fase 3: Ejecución de las estrategias colaborativas. Fase 4: Valoración y monitoreo de la propuesta. Fase 5: Sistematización y sugerencia de continuidad. La sugerencia es que, en este proceso, se analice el entendimiento de los conceptos matemáticos por parte de los alumnos de secundaria.

## RECOMENDACIONES

- Es preferible promover sistemáticamente la aplicación de tácticas colaborativas, para que el alumno participe activamente en trabajos grupales donde intercambien ideas, argumenten alternativas para resolver problemas y construyan significados matemáticos entre ellos y ellas .
- Se recomienda formar profesionalmente a los docentes en las estrategias relativas a la implementación de las técnicas y los métodos colaborativos de la comunicación matemática para el trabajo grupal y la promoción del pensamiento crítico, y se espera, al mismo tiempo, que cada uno de los alumnos asuma su responsabilidad respecto de las actividades de trabajo que plantea el docente.
- Se recomienda como una estrategia incorporar situaciones-problemas que guardan relación con el contexto, que hacen posible la utilización de los contenidos matemáticos en situaciones cotidianas, ya que su utilización contribuye a un aprendizaje significativo y a la motivación frente al contexto y la transferencia de los conocimientos en situaciones cotidianas.
- Se recomienda ir realizando evaluaciones formativas de manera continua a lo largo de las actividades colaborativas con el fin de poder determinar los avances, las dificultades y las fortalezas que se han ido alcanzando, lo que a su vez permitirá a ofrecer la retroalimentación adecuada en el marco de la colaboración, la participación y el entendimiento.

## Bibliografía referenciada

- Cao, Y. (2024). Collaborative problem-solving in mathematics education: Fostering joint understanding and critical reasoning. *Journal of Mathematics Education*, 15(2), 45–63. <https://doi.org/xxxx>
- Cerna Alfaro, R. M. (2025). Programa neuroeducativo Hervat con enfoque intercultural en la mejora del nivel de logro de aprendizaje en el área de matemática de los estudiantes del primer grado de educación primaria de la I.E.P. “Josemaría Escrivá de Balaguer”, Cajamarca, 2022 [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Cajamarca].
- Chicama Mauro, E. O. (2024). Estrategia de enseñanza aprendizaje matemático para la resolución de sistemas lineales en estudiantes de secundaria. *Revista de Investigación Valdizana*, 7(2), 1–15. <https://doi.org/10.26495/re.v7i2.2719>
- Cieza Fernández, K. Y., & Pérez Jaramillo, V. E. (2023). Estrategias de aprendizaje colaborativo para el fortalecimiento del rendimiento académico matemático en estudiantes de una institución educativa básica, Chiclayo, 2023 [Tesis de licenciatura, Universidad César Vallejo]. Repositorio Institucional UCV. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/145494>
- Farfán Pimentel, J. F. (2022). Estrategia de aprendizaje colaborativo para desarrollar las competencias matemáticas en estudiantes de una institución educativa en San Juan de Lurigancho, 2021 [Tesis de maestría, Universidad San Ignacio de Loyola].

- Firdaus, F., & Satriawan, H. (2025). Collaborative learning strategies for enhancing critical thinking in mathematics classrooms. *International Journal of Educational Research*, 28(1), 77–92
- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Guanoluisa Andagua, G. M. (2025). Estrategias didácticas para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los niños de quinto grado de educación básica [Tesis de maestría, Universidad Estatal Península de Santa Elena].
- Herrera Lemus , L. P., Consuelo Sanchez , B., Sumba Chacha, D. F., Chulli Cuello, J. F., Casanova Narvaez, H. M., Baque Curay, M. T., & Moran Garcia, I. R. (2024). Estrategias Pedagógicas para Mejorar la Comprensión de Conceptos Matemáticos Abstractos en Estudiantes de Educación Media. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(4), 8590-8606. [https://doi.org/10.37811/cl\\_rcm.v8i4.13018](https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i4.13018)
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999). Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning. Allyn & Bacon.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999). Making cooperative learning work. *Theory into Practice*, 38(2), 67-73. <https://doi.org/10.1080/00405849909543834>
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2009). An Educational Psychology Success Story: Social Interdependence Theory and Cooperative Learning. *Educational Researcher*, 38(5), 365–379.

- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Smith, K. A. (1999). Cooperative learning returns to college: What evidence is there that it works? *Change: The Magazine of Higher Learning*, 30(4), 26-35. <https://doi.org/10.1080/00091389909602629>
- Martín, M. C. (2004). Diseño y validación de cuestionarios. *Matronas Profesión*, 5(17), 23-29
- Medrano Alberti, L. E., & Ortega Luis, L. A. (2025). Aprendizaje colaborativo en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de la I.E. N.º 20374 “San Bartolomé” - Santa María, 2023 [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión].
- Muñoz, M Huertas, M. (2024). Estrategia Metodológica para Resolución de Problemas Matemáticos, Estudiantes Quinto Grado, Educación Primaria, I.E. N° 10104 “Juan Fanning García”. Tesis de maestría, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo] <https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/12624>
- Napa Mera, K. M. (2025). Estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje significativo en la asignatura de matemática en los estudiantes de educación básica. *Latam Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades*, 6(2), 1–15. <https://doi.org/10.56712/latam.v6i2.3822>
- Orihuela De la Cruz, C. R. (2025). Estrategias de resolución de problemas matemáticos en estudiantes: una revisión sistemática. *Revista Invecom*, 15(1), 2094-2110. Recuperado de <https://revistainvecom.org/index.php/invecom/article/view/3324>

- Perales Benavides, D. A. (2025). Estrategia formativa matemática para la comprensión de problemas de estudiantes de 6.º grado de primaria [Tesis de maestría, Universidad Señor de Sipán].
- Pólya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.
- Retto, C. (2023) *La Resolución de Problemas y el Aprendizaje de la Matemática* Enrique Guzmán y Valle. Tesis de licenciatura].
- Rivera, E. (2023). Modelo neuropedagógico para la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del 2º grado de primaria de la Institución Educativa N°14409- Huancabamba. [Tesis Doctoral, Universidad Pedro Ruiz Gallo]. <https://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/11113>
- Salen, K., & Zimmerman, E. (2004). *Rules of play: Game design fundamentals*. MIT Press.
- Vygotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Editorial Crítica

## Anexo 01. PRUEBA DE ENTRADA

### Datos generales

**Título del proyecto:** Estrategias lúdicas para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en los estudiantes del primer año de secundaria, sección A, de la I.E. Federico Villarreal – Túcume.

**Objetivo del instrumento:** Determinar el nivel de comprensión inicial de los conceptos matemáticos en los alumnos, teniendo en cuenta las dimensiones funcional, cognitiva, pedagógica y afectiva.

---

### A. Dimensión del pensamiento (cognitiva)

#### Instrumental (proceso de pasos) frente a Relacional (vínculo entre ideas)

1. ¿Cuál es el número que pondrías como resultado si tienes la operación  $12 \div 312 \div 312 \div 3$ ?  
**Respuesta:** 4
2. ¿Qué fórmula aplicas para determinar el área de un rectángulo con una base de 6 cm y una altura de 2 cm?  
**Respuesta:** Área = base  $\times$  altura =  $6 \times 2 = 12 \text{ cm}^2$
3. Si conoces que el área de un rectángulo se calcula multiplicando la base por la altura, ¿por qué piensas que el cálculo del área de un triángulo se hace dividiendo entre dos el producto de su base por su altura?  
**Respuesta:** Debido a que un triángulo equivale a la mitad de un rectángulo.
4. ¿Cómo describirías la distinción entre simplemente aplicar una fórmula y comprender verdaderamente su origen?  
**Respuesta:** Seguir pasos es aplicar la fórmula; comprenderla significa entender su funcionamiento y su conexión con otros conceptos.

### B. Dimensión de la utilidad (funcional)

#### Instrumental (solución de ejercicios breves) frente a relacional (uso de aplicaciones nuevas y situaciones de la vida real)

1. ¿Qué harías si en un examen te piden que resuelvas  $8 \times 78 \times 78 \times 7$ ?  
**Respuesta:** Realizo la multiplicación directamente = 56.
2. Si el precio de una entrada en la feria es de 7 soles y deseo adquirir ocho entradas, ¿cuál es el procedimiento que debo seguir?  
**Respuesta:** Hago la multiplicación  $7 \times 8 = 56$ .
3. ¿Para qué sirve conocer cómo multiplicar en los exámenes?  
**Respuesta:** Dado que es útil para compras, cálculos cotidianos y situaciones de la vida real.

4. ¿Qué es más valioso: aprender a solucionar un único tipo de problema o comprender cómo aplicar lo que se ha aprendido en diversas circunstancias? ¿A qué se debe?

**Respuesta:** Comprender cómo implementarlo en diferentes circunstancias, ya que ayuda tanto en problemas nuevos como en la vida real.

### C. Dimensión de la enseñanza (pedagógica)

#### De carácter instrumental (copiar y reproducir) frente a relacional (indagar y razonar).

1. ¿Qué es lo primero que haces cuando tu profesor anota una fórmula en la pizarra?  
**Respuesta:** Duplicarla.
2. ¿Te gustaría que el profesor repitiera lo que ha dicho o prefieres preguntar para aclarar si no entiendes un paso?  
**Respuesta:** Hacer preguntas para esclarecer.
3. ¿De qué manera te asiste cuando el maestro utiliza ejemplos de la vida cotidiana (como medir un terreno o calcular costos) para aclarar conceptos matemáticos?  
**Respuesta:** Me asisto para entender mejor por lo que lo relaciono con cosas que son verdaderas.
4. ¿Te resulta más fácil recordar pasos o entender la razón detrás de los procedimientos?  
**Respuesta:** Entender el porqué, para que no se me olvide.

### D. Dimensión de las emociones (afectiva)

#### Instrumental (frustración y satisfacción momentánea) contra relacional (seguridad y confianza)

1. ¿Qué sientes cuando, al seguir los pasos de memoria, se obtiene un resultado positivo en un problema?  
**Respuesta:** Feliz porque di en el blanco.
2. ¿Y si el problema se altera un poco y ya no puedes solucionarlo de la misma manera, cómo te sientes?  
**Respuesta:** Confundido o frustrado.
3. ¿Cómo se transforma tu confianza si comprendes verdaderamente un asunto matemático?  
**Respuesta:** Me siento más confiado y tengo menos temor de cometer un error.
4. ¿Piensas que las matemáticas son útiles y tienen sentido en tu vida? Exponga.  
**Respuesta:** Sí, ya que contribuyen a solucionar problemas concretos como los cálculos, las compras y las mediciones.

*Les agradezco mucho su colaboración en esta investigación.*