UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN

ESCUELA DE POSGRADO

PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TESIS

"Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024"

Presentada para obtener el Grado Académico de Doctora en Ciencias de la Educación

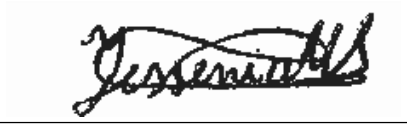
Investigadora: Mimbela Sanchez Rosa Yessenia

Asesora: Dra. Ríos Rodríguez Martha

Lambayeque, 14 de setiembre de 2026
Perú

“Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024”

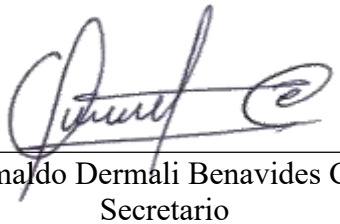
Tesis presentada para obtener el Grado Académico de Doctora en Ciencias de la Educación.



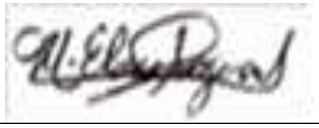
Mg. Rosa Yessenia Mimbela Sanchez
Investigadora



Dra. María Del Pilar Fernández Celis
Presidente



Dr. Grimaldo Dermali Benavides Campos
Secretario



Dra. María Elena Segura Solano
Vocal



Dra. Martha Ríos Rodríguez
Asesora

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS
N°719-2026

Siendo las 17: 00 horas, del día **14 de setiembre de 2026,** mediante la modalidad online, en la plataforma Google meet, en el siguiente enlace: https://meet.google.com/ytp-qchj-tte, por mandato de la **Resolución Nº2971-2026-D-FACHSE** de fecha 9 de setiembre de 2026, que autoriza la sustentación, se reunieron los miembros del Jurado designado según **Resolución Nº1051-2025-D-FACHSE** de fecha 12 de marzo de 2025; Jurado integrado por los siguientes miembros:

Presidente(a)	: Dra. María del Pilar Fernández Celis.
Secretario(a)	: Dr. Grimaldo Dermali Benavides Campos.
Vocal	: Dra. María Elena Segura Solano.
Asesor(es)	: Dra. Martha Ríos Rodríguez.

UNIDAD DE INVESTIGACIÓN FACHSE - U.N.P.R.G. DIRECCIÓN LAMBAYEQUE

Con la finalidad de evaluar la(el) Tesis titulada(o): **"MODELO DIDÁCTICO BASADO EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO PARA FORTALECER EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA BÁSICA EN ESTUDIANTES DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE DERECHO, UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUMBES, 2024".** Presentada por **ROSA YESSENIA MIMBELA SANCHEZ**, para la obtención del **Grado Académico de Doctora en Ciencias de la Educación.**

Leída la resolución de autorización, se inicia el acto sustentación, al término del cual y de conformidad con el Reglamento General de Investigación de la UNPRG (Res. N°184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023) y el Reglamento de Grados y Títulos de la UNPRG (Res. N°267-2023-CU de fecha 20 de junio de 2023), los miembros del jurado realizaron la evaluación respectiva, haciendo las preguntas, observaciones y recomendaciones al/los sustentantes(s), quien(es) respondió(eron) las interrogantes planteadas.

Dada la deliberación correspondiente por parte del jurado, se sucedió la valoración, **obteniendo el calificativo de** diecisiete **en la escala vigesimal, que equivale a la mención de** Bueno.
Siendo las 17:50 horas del mismo día, se dio por concluido el acto académico, con la lectura del acta y la firma de los miembros del jurado.

Dra. María del Pilar Fernández Celis	**Dr. Grimaldo Dermali Benavides Campos**	**Dra. María Elena Segura Solano**
PRESIDENTE (A)	**SECRETARIO (A)**	**VOCAL**

OBSERVACIONES: _____

El presente acto académico se sustenta en el Reglamento General de Investigación de la UNPRG (Res. N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023) los artículos 20º, 33º, 46º, 54º o 66º del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (aprobado con Resolución N° 267-2023-CU de fecha 20 de junio del 2023 y su modificatoria aprobada por Resolución N° 385-2023-CU de fecha 11 de diciembre del 2023) y por la Resolución N° 403-2023-CU de fecha 27 de diciembre de 2023, ésta última que amplía el límite de las fechas de sustentación de proyectos aprobados del 2017 al 2020.

CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD

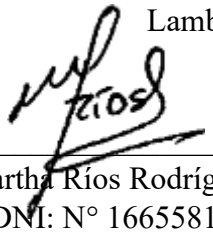
Yo, Martha Ríos Rodríguez, usuario revisor de Tesis ☒ Trabajo de Suficiencia Profesional ☐ y/o Trabajo Académico ☐ Titulado: "Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024"

Cuya autora es Rosa Yessenia Mimbela Sanchez con DNI N° 45875611; declaro que la evaluación realizada por el Programa informático, ha arrojado un porcentaje de similitud 18% verificables en el Resumen del Reporte automatizado de similitudes que se acompaña.

El suscrito analizó reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas dentro del porcentaje de similitud permitido no constituyen plagio y que el documento cumple con la integridad científica y con las normas para el uso de citas y referencias establecidas en los protocolos respectivos.

Se cumple con adjuntar el Recibo Digital a efectos de la trazabilidad respectiva del proceso.

Lambayeque, 22 de septiembre del 2026



Martha Ríos Rodríguez
DNI: N° 16655814
ASESORA

Se adjunta:
Resumen del Reporte automatizado de similitudes
Recibo Digital

“

”

"Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes. 2024"

INFORME DE ORIGINALIDAD

18%	17%	13%	11%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	repositorio.unprg.edu.pe Fuente de Internet	3%
2	revistas.unitru.edu.pe Fuente de Internet	2%
3	Submitted to Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo Trabajo del estudiante	1%
4	Mendoza, Claudia Maria Ricardina Atencio. "La inteligencia emocional y el desempeño docente en la Escuela Profesional de Arte de la UNA - Puno, 2019 - I", Universidad Nacional del Altiplano de Puno (Peru) Publicación	1%
5	latam.redilat.org Fuente de Internet	1%
6	hdl.handle.net Fuente de Internet	<1%
7	Submitted to Universidad Politécnica del Perú Trabajo del estudiante	<1%
8	Submitted to Universidad Nacional de Trujillo Trabajo del estudiante	<1%
9	Garzón Rincón, Albert Yesid|Pérez Cruz, Yenny Maritza. "Fortalecimiento de la Competencia en Resolución de Problemas Matemáticos mediante una Estrategia Pedagógica en Realidad Virtual para Estudiantes de Quinto Grado de la Institución Educativa Antonio García.", Universidad de La Sabana (Colombia) Publicación	<1%
10	Submitted to Universidad Catolica de Trujillo Trabajo del estudiante	<1%
11	Submitted to Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología Trabajo del estudiante	<1%
12	Submitted to Universidad Nacional del Chimborazo Trabajo del estudiante	<1%

Excluir citas	Activo	Excluir coincidencias	< 15 words
Excluir bibliografía	Activo		

Martha Ríos Rodríguez
DNI: N° 16655814
ASESORA

turnitin

Recibo digital

Este recibo confirma quesu trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega:	Rosa Yessenia Mimbela Sanchez
Título del ejercicio:	Quick Submit
Título de la entrega:	"Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para f...
Nombre del archivo:	INFORME_Rosa_Mimbela_actual.docx
Tamaño del archivo:	5.63M
Total páginas:	136
Total de palabras:	18,277
Total de caracteres:	112,865
Fecha de entrega:	22-sept-2026 05:06p. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega:	3039430487



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

PROGRAMA DE DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TESIS

"Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024"

Presentada para obtener el Grado Académico de Doctora en Ciencias de la Educación

Investigadora: Mimbela Sanchez Rosa Yessenia

Asesora: Dra. Ríos Rodríguez Martha

Lambayeque, 14 de setiembre del 2026
Perú

Derechos de autor 2026 Turnitin. Todos los derechos reservados.

Martha Ríos Rodríguez
DNI: N° 16655814
ASESORA

DEDICATORIA

A Dios, por ser mi guía y fortaleza en cada etapa de mi vida, por concederme sabiduría, perseverancia y la oportunidad de culminar este importante logro académico.

A mis queridos padres, Luis y Rosa, quienes me han acompañado con amor, apoyo incondicional y confianza a lo largo de este camino y por ser el principal impulso para seguir adelante y superar cada desafío presentado durante el desarrollo de esta investigación.

A mi hermana, Alhely, por su cariño, compañía y por inspirarme constantemente a perseverar en la búsqueda de mis sueños y objetivos.

Y a la memoria de Consuelo, Francisco, Arnulfo, Carmen y Cristina, quienes siempre confiaron en mis capacidades y cuyos recuerdos permanecen presentes en cada uno de mis logros.

Rosa Yessenia

AGRADECIMIENTO

Expreso mi más sincero agradecimiento a Dios por brindarme salud, fortaleza y sabiduría para culminar satisfactoriamente esta investigación.

Mi especial reconocimiento a la Dra. Martha Ríos Rodríguez, asesora de la presente tesis, por su valiosa orientación, acompañamiento permanente, conocimientos y aportes académicos, los cuales fueron fundamentales para el desarrollo y culminación de este trabajo de investigación.

Asimismo, agradezco a las autoridades y docentes de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, especialmente a la Escuela de Posgrado, por la formación académica recibida que hicieron posible el desarrollo de esta investigación.

Extiendo también mi agradecimiento a los estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho de la Universidad Nacional de Tumbes que participaron en el estudio, por su disposición y colaboración durante el proceso de recolección de la información.

Finalmente, agradezco a mi familia y a todas las personas que me brindaron su apoyo, comprensión y palabras de aliento a lo largo de este camino, contribuyendo de manera significativa al logro de este importante objetivo académico.

Rosa Yessenia

ÍNDICE

RESUMEN 12

ABSTRACT 13

INTRODUCCIÓN 14

CAPÍTULO I: DISEÑO TEÓRICO 18

1.1. Estado del arte 18

1.2. Bases epistemológicas 23

1.2.1. Paradigma de investigación 23

1.2.2. Perspectiva o enfoque de investigación 25

1.3. Antecedentes 26

1.3.1. Antecedentes internacionales 26

1.3.2. Antecedentes nacionales 29

1.4. Bases teóricas 32

1.4.1. Modelo didáctico 32

1.4.2. Rendimiento académico 34

1.5. Operacionalización de variables 37

CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO 41

2.1. Tipo de investigación 41

2.2. Diseño de investigación 41

2.3. Población, muestra 43

2.3.1. Población 43

2.3.2. Muestra 43

2.4. Técnicas e instrumentos de recolección de información 44

2.4.1. Técnica 44

2.4.2. Instrumento 44

2.5. Aspectos éticos de investigación 45

CAPÍTULO III. RESULTADOS 47

CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN DE RESULTADOS 51

CAPÍTULO V. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN 58

CONCLUSIONES 67

RECOMENDACIONES 68

REFERENCIAS 69

ANEXOS 76

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Nivel del rendimiento académico en matemática básica.....47

Figura 2 Nivel de rendimiento académico de las nociones de lógica matemática 48

Figura 3 Nivel del rendimiento académico de los conjuntos, relaciones y funciones 49

Figura 4 Nivel del rendimiento académico de los números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones 50

RESUMEN

La investigación tuvo como propósito plantear un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho de la Universidad Nacional de Tumbes. El estudio se desarrolló desde un enfoque cuantitativo, con diseño no experimental y alcance descriptivo-propositivo, considerando una muestra de 45 estudiantes, a quienes se aplicó un cuestionario. Los resultados diagnósticos evidenciaron que el rendimiento académico presentó una predominancia del nivel medio, representado por el 53.3%, seguido del nivel bajo con 28.9% y del nivel alto con 17.8%, lo que permitió reconocer avances parciales en el aprendizaje, aunque también dificultades vinculadas con la comprensión y aplicación de contenidos matemáticos. A partir de ello, se diseñó un modelo didáctico organizado mediante una secuencia pedagógica orientada a recuperar saberes previos, estructurar progresivamente los contenidos y favorecer la comprensión de conceptos matemáticos. Asimismo, la propuesta se sustentó en el aprendizaje significativo y en el Aprendizaje Basado en Problemas, concluyéndose que constituye una alternativa pedagógica pertinente, al integrar participación activa, resolución de situaciones contextualizadas y construcción gradual de conocimientos con sentido académico.

Palabras clave: Aprendizaje significativo, Rendimiento académico, Matemática Básica, Modelo didáctico, Educación superior.

ABSTRACT

The purpose of this study was to propose a teaching model based on meaningful learning to improve academic performance in the Basic Mathematics course among students at the Professional School of Law of the National University of Tumbes. The study employed a quantitative approach, with a non-experimental design and a descriptive-propositional scope, involving a sample of 45 students who completed a questionnaire. The diagnostic results showed that academic performance was predominantly at the intermediate level, accounting for 53.3%, followed by the low level at 28.9% and the high level at 17.8%, indicating partial progress in learning, though also difficulties related to the comprehension and application of mathematical content. Based on this, a didactic model was designed organized through a pedagogical sequence aimed at retrieving prior knowledge, progressively structuring content, and promoting the understanding of mathematical concepts. Likewise, the proposal was grounded in meaningful learning and Problem-Based Learning, concluding that it constitutes a relevant pedagogical alternative by integrating active participation, the resolution of contextualized situations, and the gradual construction of knowledge with academic meaning.

Keywords: Meaningful learning, academic performance, Basic Mathematics, Didactic model, Higher education

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, en el contexto internacional, el bajo rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica es una problemática recurrente en diversas instituciones educativas, tal como se ha evidenciado en estudios realizados en Ecuador. En la Unidad Educativa Vicente Rocafuerte, se identificó que un 60% de los estudiantes indicaron que sus docentes no utilizan recursos tecnológicos en la enseñanza de matemáticas, lo que limita su comprensión y aplicación de conceptos matemáticos en contextos reales. Además, un 58% de los estudiantes manifestaron que las clases de matemáticas no les resultan interesantes, lo que refleja una falta de estrategias didácticas innovadoras que promuevan el aprendizaje activo y la motivación en el aula (Gómez et al., 2021).

Por otro lado, en la Unidad Educativa Carchi Imbabura, también en Ecuador, se encontró que el 79% de los docentes utilizan estrategias tradicionales en la enseñanza de la matemática, dejando de lado enfoques más innovadores basados en el uso de TIC. Asimismo, el 42% de los docentes señalaron que la falta de motivación en los estudiantes es el principal desafío que enfrentan en la enseñanza de esta asignatura, seguido por el desinterés de los estudiantes (31%) y la insuficiente preparación y capacitación docente (14%) (Zambrano & Enríquez, 2024).

En el contexto nacional, en un estudio realizado por Riveros (2022), se identificó que el 60% de los estudiantes de la Facultad de Educación evidenciaron dificultades en la comprensión de conceptos matemáticos fundamentales, lo que impacta negativamente en su capacidad de resolución de problemas, además, un 42% de los docentes señalaron que la falta de motivación en los estudiantes es un obstáculo significativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que indica la necesidad de implementar estrategias didácticas más dinámicas y contextualizadas.

Asimismo, en la Universidad Nacional de Trujillo, se llevó a cabo un estudio que evidenció que el 53.33% de los estudiantes de Ingeniería de Materiales presentan un nivel de logro bueno en la resolución de problemas matemáticos, mientras que el 36.67% se encuentra en un nivel regular y el 10% en un nivel deficiente. Estos resultados reflejan que, aunque existe un grupo de estudiantes con un desempeño adecuado, una proporción significativa aún enfrenta dificultades para alcanzar un aprendizaje óptimo en Matemática Básica. Otro aspecto preocupante es la metodología de enseñanza predominante en estas instituciones. Se ha identificado que el 79% de los docentes emplean estrategias tradicionales, lo que limita el aprendizaje significativo y la aplicabilidad de los conocimientos matemáticos en contextos reales. Además, el 58% de los estudiantes consideran que las clases de Matemática Básica no son dinámicas ni motivadoras, lo que repercute en su bajo compromiso con la asignatura y, en consecuencia, en su rendimiento académico (Acevedo, 2024)

En la Escuela Profesional de Derecho de la Universidad Nacional de Tumbes, se ha identificado que los estudiantes presentan bajo rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica, lo que genera preocupación en la comunidad educativa, a pesar de ser una asignatura fundamental en la formación universitaria, los resultados académicos reflejan que un porcentaje significativo de estudiantes no logra superar el promedio mínimo de aprobación, lo que evidencia dificultades en la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos esenciales.

Uno de los principales factores asociados a esta problemática es el uso de metodologías tradicionales, centradas en la exposición teórica sin estrategias que promuevan la participación activa del estudiante; además, se ha observado que los contenidos matemáticos no se presentan de manera contextualizada a la formación en Derecho, lo que genera desinterés y una percepción de poca utilidad en su futura práctica profesional, esta situación se ve reflejada en

altos índices de desaprobación y abandono de la asignatura, afectando el desempeño académico general de los estudiantes.

Ante este panorama, surge la necesidad de proponer un Modelo Didáctico basado en el Aprendizaje Significativo, que permita mejorar el rendimiento académico en Matemática Básica a través de estrategias activas que fomenten la comprensión y aplicación de los conceptos en contextos reales, la incorporación de este enfoque contribuiría a fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje, promoviendo un aprendizaje más dinámico, significativo y adaptado a las necesidades de los estudiantes de la Universidad Nacional de Tumbes.

Bajo dicha coyuntura, se formuló como cuestión investigativa principal: ¿Cómo proponer un modelo didáctico basado en el Aprendizaje Significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024?

Teniendo como finalidad primordial: Proponer un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024

Asimismo, se delimitaron como propósitos particulares: I) Identificar el nivel del rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024; II) Fundamentar teóricamente un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024; III) Diseñar un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024.

En una dinámica estructural distinta, el desarrollo del análisis se distribuye en cinco bloques diferenciados. La sección inicial, correspondiente al primer capítulo, está orientada al sustento teórico e integra la revisión del estado actual del conocimiento, los pilares epistemológicos que enmarcan la investigación, los antecedentes relevantes, la definición conceptual de los términos clave y los fundamentos teóricos que sustentan el estudio, así como el diseño del modelo teórico empleado. El segundo apartado, identificado como capítulo dos, comprende el planteamiento metodológico, detallando el enfoque investigativo adoptado, la caracterización de la población y muestra, además de las técnicas aplicadas y los instrumentos de recolección de información. En la tercera unidad, presentada como capítulo tres, se exhiben los hallazgos obtenidos y su correspondiente análisis interpretativo. Seguidamente, en el capítulo cuatro, se desarrolla la discusión y el capítulo cinco presenta la propuesta derivada del estudio. Finalmente, se consignan las conclusiones extraídas, las sugerencias orientadas a futuras acciones o investigaciones, y los anexos que complementan el cuerpo del trabajo académico.

CAPÍTULO I: DISEÑO TEÓRICO

1.1. Estado del arte

Napa (2025) en su investigación “Estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje significativo en la asignatura de matemática en los estudiantes de educación básica”, el propósito central fue analizar el impacto de las estrategias didácticas en el aprendizaje significativo de los estudiantes de segundo grado. La investigación adoptó un diseño no experimental. La muestra estuvo conformada por 38 estudiantes y se aplicaron una prueba diagnóstica y observación no participativa. En los resultados, el 68% respondió correctamente a una operación básica de suma, mientras que el 32% falló; asimismo, en una operación de resta el 79% acertó y el 21% erró, lo que refleja un conocimiento parcial. Como propuesta, se planteó la implementación de metodologías centradas en el estudiante que promuevan el pensamiento lógico-matemático desde una perspectiva reflexiva y contextualizada. Se concluyó que las actividades dinámicas permiten mejorar la comprensión de las matemáticas, mientras que su ausencia limita el aprendizaje profundo.

Carrasco-Barrionuevo et al. (2024) en su estudio “Estrategia didáctica para el aprendizaje de cálculo en estudiantes universitarios con el software Derive”, tuvo como objetivo estructurar una estrategia didáctica basada en el uso del software Derive para facilitar el aprendizaje del cálculo diferencial en los estudiantes de la asignatura Análisis Matemático I. Se empleó una metodología cuantitativa y la muestra fue de 83 estudiantes. Se aplicó una encuesta y los resultados evidenciaron que el 92.77% de los estudiantes mostraba motivación por aprender cálculo, el 36.14% manifestó que sus docentes utilizan herramientas digitales frecuentemente, y un 71.08% consideró importante o muy importante el uso del software Derive como estrategia didáctica. En cuanto a las dificultades, el 49.39% reportó que aprender cálculo les resultaba difícil o muy difícil, y el 33.73% indicó problemas en la interpretación de resultados. La propuesta consistió en una estrategia didáctica sustentada en la teoría

constructivista, donde el software Derive se convierte en mediador activo para el aprendizaje significativo del cálculo diferencial. Finalmente. el estudio concluyó que la incorporación del software Derive mejora significativamente el rendimiento académico.

Cevallos y García (2024) en su estudio “Estrategia motivacional para optimizar el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de primer año de bachillerato”. El propósito fundamental consistió en diseñar una estrategia didáctica centrada en la motivación, con el objetivo de mejorar el rendimiento académico e incrementar el interés hacia las matemáticas en estudiantes del primer año de bachillerato. Se adoptó una metodología de enfoque mixto, con alcance descriptivo y diseño no experimental. La muestra estuvo conformada por 23 alumnos y se utilizó la encuesta. Los resultados evidenciaron que el 83% de los encuestados afirmaron que sus docentes no implementan técnicas adecuadas para la enseñanza de la matemática. A partir de ello, los autores propusieron una estrategia motivacional sustentada en el uso de tecnologías educativas y técnicas de gamificación, con el fin de dinamizar el proceso de aprendizaje. Esta propuesta consideró componentes como el reconocimiento del contexto, la formulación de metas claras y medibles, la implementación de estrategias diversas y la retroalimentación constante. La investigación concluyó que la ausencia de motivación influye negativamente en el desempeño escolar y que es imperativo transformar las metodologías docentes para fomentar la curiosidad y el compromiso estudiantil.

Zambrano-Cantos y Enríquez-Caro (2024) en su artículo “Estrategia didáctica para el fortalecimiento del rendimiento académico en la asignatura de matemática” el propósito general fue diseñar una estrategia didáctica orientada a mejorar el rendimiento académico en estudiantes. Se empleó un tipo no experimental, descriptivo y la población estuvo compuesta por 2 autoridades, 5 docentes del área de matemáticas y 151 padres de familia. Se aplicaron encuestas y entrevistas como instrumentos principales de recolección de datos. En los resultados, el 79% de los participantes reportó que se utilizan estrategias tradicionales en

matemáticas, el 18% indicó que no se usan estrategias, apenas el 2% mencionó juegos didácticos y solo el 1% el uso de tecnología; adicionalmente, el 96% afirmó no haber experimentado estrategias innovadoras. Frente a ello, se planteó una propuesta basada en el uso de recursos digitales, juegos interactivos, bingos, crucigramas matemáticos y la tabla pitagórica, sustentada en teorías del aprendizaje significativo, el conductismo y el cognitivismo. Se concluyó que existe una fuerte dependencia de métodos convencionales, lo que desmotiva a los estudiantes y debilita el proceso de aprendizaje.

Loza-Zambrano y Calle-García (2023) en su artículo "Estrategia para el uso de métodos didácticos para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de primero de bachillerato general unificado en el área de matemáticas", el objetivo central fue analizar la incidencia de la implementación de métodos didácticos en la mejora del rendimiento académico de los estudiantes de bachillerato. La investigación adoptó un enfoque cuantitativo con apoyo del método deductivo e inductivo, y utilizó la encuesta como instrumento de recolección. La muestra estuvo compuesta por 25 estudiantes y 12 docentes. Los resultados revelaron que el método más empleado por los docentes sigue siendo el trabajo individual, mientras que el uso de metodologías colaborativas es escaso, lo cual repercute negativamente en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos de la vida cotidiana. La investigación fundamentó teóricamente el empleo de metodologías activas como el aprendizaje cooperativo, el método del rompecabezas y el "cubing", con el fin de superar el enfoque tradicional. Finalmente, la conclusión destaca que las estrategias convencionales centradas en la memorización y la explicación abstracta resultan ineficaces para motivar a los estudiantes y mejorar su rendimiento.

Pinheiro y Almouloud (2023) en su investigación "Proposal of a Didactic Model for the Development of Creative Thinking in Mathematics" tuvo como finalidad construir un modelo didáctico orientado al fortalecimiento del pensamiento creativo en el ámbito de las

matemáticas, fundamentado en investigaciones previas sobre creatividad y en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Se trató de una investigación teórica, sin recolección de datos empíricos, estructurada bajo una metodología cualitativa basada en el análisis conceptual. No se utilizó una muestra poblacional ni instrumentos cuantitativos, dado que el trabajo consistió en la formulación y fundamentación teórica del modelo propuesto. No obstante, se sistematizó información relevante sobre la evolución histórica de la creatividad en la matemática escolar y su vínculo con las praxeologías, entendidas como la articulación entre técnicas operativas (praxis) y sus justificaciones (logos). La propuesta resultante se sustenta en cuatro pilares: la definición de creatividad, su vinculación con la matemática, la noción de pensamiento creativo matemático, y la interacción dinámica entre docente, estudiante y saberes dentro de un medio propicio. En su conclusión, los autores sostienen que el desarrollo del pensamiento creativo depende de la calidad de la interacción entre el sujeto y el medio, siendo crucial que el entorno didáctico estimule la formulación de preguntas, la indagación y la invención.

Rojas-Hernández y Uceda-Duclos (2023) en su artículo “Propuesta de modelo didáctico para la mejora de la competencia matemática en docentes de primaria”, el propósito fue proponer un modelo didáctico fundamentado en la neuromatemática como alternativa para fortalecer las competencias en la enseñanza del área de Matemática. La investigación adoptó un nivel descriptivo-propositivo y la muestra consistió en 17 participantes. Se empleó como técnica la encuesta. Los resultados evidenciaron que el 6% de los docentes se encontraba en nivel deficiente en preparación para la enseñanza, el 29% en nivel regular, el 59% en bueno y solo el 6% en excelente. En la dimensión estrategias, el 6% fue deficiente, el 18% regular, el 71% bueno y el 6% excelente. En el componente afectivo-emocional, el 6% presentó nivel deficiente, el 65% bueno y el 29% excelente. Frente a estas deficiencias, se formuló el modelo didáctico NEUROCOMPETIMATIC, una propuesta transdisciplinar basada en fundamentos

filosóficos, psicológicos, pedagógicos y neurofisiológicos, que integra estrategias como aprendizaje cooperativo, resolución de problemas, proyectos, metacognición y gimnasia cerebral. En conclusión, el modelo busca potenciar la competencia matemática docente mediante la planificación, gestión y evaluación fundamentadas en teorías del aprendizaje significativo, inteligencia emocional y neuroeducación.

Benítez et al. (2022) en su investigación "Estrategias didácticas para un aprendizaje significativo de la división de números enteros y operaciones combinadas para estudiantes de octavo año", el objetivo principal fue describir el nivel de conocimiento de los estudiantes respecto a la división de números enteros y operaciones combinadas, a partir de las actividades didácticas propuestas por los docentes. La investigación adoptó un enfoque cuantitativo, con diseño no experimental y tipo descriptivo. La muestra estuvo compuesta por 28 estudiantes y se empleó como instrumento un cuestionario. Los resultados evidenciaron que el 68,6% de los estudiantes presentó un nivel de aprendizaje insuficiente en matemáticas, mientras que solo el 7,7% alcanzó un nivel satisfactorio. Como propuesta pedagógica, se plantearon estrategias fundamentadas en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), orientadas a mejorar la comprensión de los contenidos mediante la resolución de situaciones reales. El estudio concluyó que la escasa implementación de metodologías activas impide consolidar un aprendizaje significativo, y que la enseñanza continúa centrada en modelos tradicionales poco efectivos.

Gutiérrez (2022) en su artículo "Modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables", tuvo como finalidad elaborar un modelo didáctico que fortalezca la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de materiales manipulables en instituciones educativas. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, de carácter interpretativo y fenomenológico, centrado en captar las concepciones docentes sobre la práctica pedagógica. La muestra estuvo compuesta por cinco

docentes y como técnica principal se empleó la entrevista semiestructurada. Los hallazgos revelaron que los materiales didácticos son usados de forma esporádica, y en muchos casos descontextualizados, lo que afecta la construcción significativa del conocimiento. En ese sentido, la propuesta derivada consistió en un modelo didáctico que integre actividades motrices y conceptuales con objetos manipulables, considerando el contexto cultural y los intereses del alumno. El estudio concluyó que la escasez de materiales didácticos adecuados obstaculiza el desarrollo de procesos cognitivos esenciales en la infancia.

Bermúdez-Pacheco et al. (2021) en su artículo "Estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento académico en matemática del bachillerato de la unidad educativa El Empalme, Ecuador", el objetivo fue proponer un conjunto de estrategias de aprendizaje para mejorar el rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes de bachillerato. La investigación tuvo un enfoque cuantitativo, de tipo básico, con diseño no experimental y nivel descriptivo-propositivo. La muestra fue de 34 estudiantes y el instrumento utilizado fue un cuestionario estructurado. Los resultados mostraron que el 56% de los estudiantes no alcanzaron los aprendizajes requeridos, el 26% se encontraba próximo a alcanzarlos, y solo el 18% logró los aprendizajes esperados. Frente a esta situación, se formuló una propuesta basada en principios de igualdad, accesibilidad y apoyo tecnológico, sustentada en teorías como el aprendizaje significativo, el conductismo, el cognitivismo y los modelos de Dienes y Van Hiele. La conclusión del estudio resalta la necesidad de innovar las prácticas pedagógicas tradicionales, introduciendo estrategias como cuadros mágicos, rompecabezas, bingos y lluvia de ideas.

1.2. Bases epistemológicas

1.2.1. Paradigma de investigación

El paradigma pragmático constituye un enfoque epistemológico pertinente para investigaciones que buscan articular la teoría con la práctica en contextos educativos reales y

dinámicos, y se sustenta en la premisa de que el conocimiento no debe ser concebido como una verdad absoluta, sino como una construcción vinculada a la experiencia, al contexto y a las consecuencias prácticas de la acción investigativa (Kaushik & Walsh, 2019). Desde esta perspectiva, el pragmatismo rechaza la dicotomía entre métodos cualitativos y cuantitativos, adoptando una postura integradora que privilegia el uso de aquellos métodos y técnicas que resulten más eficaces para abordar el problema de estudio en función de sus características particulares, lo cual otorga flexibilidad y coherencia metodológica al proceso de indagación.

Asimismo, se reconoce que el pragmatismo, como lo plantean Kelly y Cordeiro (2020), promueve una forma de investigar basada en tres principios esenciales: la generación de conocimiento útil y aplicable, la interconexión entre experiencia, saber y acción, y la consideración de la investigación como un proceso experiencial. En tal sentido, este paradigma permite que los hallazgos no solo sean interpretados desde un plano abstracto, sino que cobren valor en la medida en que impacten en la mejora de las prácticas educativas, lo que resulta especialmente valioso en investigaciones que abordan fenómenos pedagógicos con intención transformadora.

Por otro lado, Lin (2012) argumenta que el enfoque pragmático en el ámbito educativo enfatiza el desarrollo de habilidades prácticas como la creatividad, el pensamiento divergente y la capacidad de resolver problemas desde perspectivas múltiples. En este marco, se utilizan metodologías que valoran la aplicación de técnicas como el pensamiento lateral o el uso de roles creativos, las cuales permiten abordar la enseñanza desde ángulos innovadores que se alejan de los esquemas tradicionales y promueven un aprendizaje significativo.

Finalmente, Kouneiher y Barbachoux (2017) señalan que, en un escenario caracterizado por la tensión entre el paradigma positivista y el constructivista, el pragmatismo ofrece una vía superadora al proponer una lógica investigativa que integra el conocimiento disciplinar, la experiencia cotidiana y la reflexión crítica sobre las prácticas. Esta postura posibilita que la

investigación educativa no solo aporte evidencia para la toma de decisiones, sino que también contribuya a la innovación metodológica y curricular. En consecuencia, el paradigma pragmático se presenta como el más idóneo para investigaciones que buscan producir conocimiento contextualizado, transformador y coherente con las demandas del entorno educativo contemporáneo.

1.2.2. Perspectiva o enfoque de investigación

La presente investigación se desarrolla bajo el enfoque cuantitativo, debido a que este permite la medición objetiva y sistemática de fenómenos educativos, facilitando así la obtención de datos numéricos que pueden ser transformados en análisis estadístico para establecer patrones, relaciones y tendencias en el comportamiento de las variables estudiadas. Este enfoque es particularmente útil cuando se busca explicar, predecir y controlar fenómenos educativos a través de la evaluación empírica de hipótesis previamente definidas, utilizando instrumentos que generan datos medibles y comparables (Mohammed et al., 2023).

Según Malmberg (2018), los métodos cuantitativos han evolucionado para captar no solo los resultados educativos, sino también los procesos y contextos en los que se desarrollan. A través de modelos estadísticos como el análisis factorial, los modelos multinivel o las estimaciones bayesianas, es posible estudiar la influencia de factores individuales, institucionales y contextuales sobre el aprendizaje. Estos procedimientos permiten integrar diversas dimensiones del fenómeno educativo (personas, variables, tiempo y contexto) dentro de un diseño estructurado y replicable, lo cual asegura la calidad de la medición y la robustez de los resultados. Además, este enfoque facilita el análisis longitudinal de datos, permitiendo observar cambios y efectos a lo largo del tiempo con una base empírica sólida.

Por su parte, Gong (2023) señala que la cuantificación del proceso de aprendizaje, especialmente mediante el uso de tecnologías como el reconocimiento facial y el análisis de atención, permite obtener información detallada y precisa sobre el comportamiento del

estudiante. Esta cuantificación, basada en algoritmos de procesamiento de datos, contribuye a una comprensión más completa del desempeño académico y del impacto de diversas variables didácticas. En ese marco, el enfoque cuantitativo se presenta como una herramienta de alta aplicabilidad para generar conocimiento útil, replicable y orientado a la mejora continua de las prácticas educativas.

Asimismo, Klees (2017) resalta que, a pesar de los debates sobre la validez de las inferencias causales en modelos de regresión, los métodos cuantitativos continúan siendo predominantes en investigaciones comparadas en educación, especialmente cuando se busca analizar políticas públicas, evaluar el impacto de programas o identificar relaciones entre insumos educativos y resultados académicos. Además, la posibilidad de comparar efectos entre grupos, controlar variables y trabajar con muestras amplias refuerza la pertinencia del enfoque cuantitativo en estudios de carácter educativo.

1.3. Antecedentes

1.3.1. Antecedentes internacionales

Loza y Calle (2023), en su investigación titulada "Estrategia para el Uso de Métodos Didácticos para Mejorar el Rendimiento Académico de los Estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado en el Área de Matemáticas", tuvieron como objetivo analizar la incidencia del uso de métodos didácticos en el rendimiento académico de los estudiantes de primero de bachillerato. La investigación adoptó un enfoque cuantitativo con aplicación de los métodos deductivo e inductivo, se empleó la encuesta como técnica de recolección de datos, aplicada tanto a estudiantes como a docentes, con una muestra conformada por 25 estudiantes y 12 docentes. Los resultados indicaron que el 48% de los docentes utilizaban predominantemente el trabajo individual como técnica de enseñanza, mientras que solo el 16% aplicaba el trabajo grupal. Asimismo, el 58% de los estudiantes expresó que tenían dificultades para resolver problemas matemáticos de la vida real, y el 41% de los docentes consideró que

los métodos de enseñanza eran el principal factor que afectaba el rendimiento académico. Se concluyó que la persistencia en métodos tradicionales, centrados en la memorización y la exposición magistral, generaba bajos niveles de competencia matemática en los estudiantes.

Jácome (2022), en su investigación titulada "Estrategia aprendizaje basado en proyectos influye en el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de bachillerato, Guayaquil, Ecuador, 2021", tuvo como objetivo determinar la influencia del aprendizaje basado en proyectos (ABP) en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de bachillerato. La metodología utilizada fue de enfoque cuantitativo, de tipo experimental, correlacional-descriptivo y con diseño cuasi-experimental, la muestra estuvo conformada por 80 estudiantes, divididos en un grupo experimental y un grupo de control. Los resultados mostraron que el grupo experimental, tras la aplicación del ABP, evidenció una mejora significativa en el aprendizaje de matemáticas, con una diferencia media de 15,475 puntos entre los promedios del grupo experimental y el de control, con una t de Student de 17,386 y una significancia de 0,000; como marco teórico, la propuesta se fundamentó en la teoría sociocultural de Vygotsky y el constructivismo de Piaget y Ausubel, enfatizando la importancia del aprendizaje colaborativo y significativo en contextos reales. En conclusión, se determinó que la implementación del aprendizaje basado en proyectos favoreció el aprendizaje de las matemáticas, incrementando la motivación y participación de los estudiantes, al tiempo que permitió una mayor significatividad en la adquisición de conocimientos. Se comprobó la efectividad del ABP en el desarrollo de habilidades matemáticas, sugiriendo su aplicabilidad en diversos contextos educativos.

Gómez et al. (2021), en su estudio titulado "Modelo de estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de matemática en estudiantes de segundo bachillerato, Unidad Educativa Vicente Rocafuerte, Ecuador-2020", tuvieron como objetivo proponer un modelo de estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de segundo

bachillerato. La investigación adoptó un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo-propositivo, con un diseño no experimental, se aplicó un cuestionario a 40 estudiantes mediante un formulario digital y se realizó un análisis documental de estudios recientes sobre estrategias didácticas. Los resultados indicaron que el 60% de los estudiantes afirmaron que los docentes no utilizaban recursos tecnológicos en la enseñanza de matemáticas, mientras que el 70% consideró que el uso de software educativo era crucial para su aprendizaje; asimismo, el 58% de los encuestados expresó que las clases de matemáticas eran poco interesantes y el 81% nunca había utilizado el software GeoGebra en su formación académica. Como propuesta, se diseñó un modelo de estrategias didácticas basado en las teorías del Constructivismo (Ausubel y Vygotsky), el Conectivismo y el método heurístico de Polya, considerando el entorno digital y herramientas como GeoGebra y la gamificación. Se concluyó que la incorporación de herramientas tecnológicas y metodologías activas es esencial para optimizar el aprendizaje de las matemáticas, destacando el rol del docente como facilitador del proceso educativo.

Sanmartín (2021), en su investigación titulada "Guía didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de la matemática en la fase concreta, en los estudiantes del cuarto año de Educación Básica de la Unidad Educativa Tres de Noviembre, durante el año lectivo 2019-2020", tuvo como objetivo general diseñar una guía didáctica fundamentada en material concreto para la enseñanza de la suma, resta y multiplicación, con el fin de fortalecer el aprendizaje en la fase concreta, abstracta y simbólica de las Matemáticas. La metodología empleada fue mixta, incluyendo observación directa, encuestas a estudiantes y docentes, entrevistas con directivos y análisis documental. La muestra estuvo conformada por 43 estudiantes del cuarto año de educación básica, tres docentes del área y los directivos de la institución. Los resultados evidenciaron que el 51% de los estudiantes no comprendía los temas impartidos en Matemáticas, mientras que el 59% reportó la ausencia de material didáctico para su aprendizaje, lo que afectaba significativamente su rendimiento académico; asimismo, el

75% de los educandos afirmó comprender la materia, aunque los directivos señalaron deficiencias en las técnicas pedagógicas utilizadas por los docentes. Para abordar esta problemática, se propuso una guía didáctica basada en los postulados de Jean Piaget, Paulo Freire, David Ausubel y Lev Vygotsky. En conclusión, se determinó que el bajo rendimiento en Matemáticas estaba relacionado con la falta de material didáctico, el escaso uso de metodologías innovadoras y la limitada participación de los padres en el proceso educativo.

1.3.2. Antecedentes nacionales

Vega et al. (2025), en su investigación titulada "Mejorando el rendimiento académico de las matemáticas a través de juegos recreativos en estudiantes de educación primaria", tuvieron como objetivo determinar cómo la aplicación de juegos recreativos influye en el rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de educación primaria. La investigación adoptó un enfoque cuantitativo, con un diseño experimental y una muestra de 55 estudiantes, divididos en un grupo experimental y un grupo control, se aplicó una prueba de conocimiento antes y después de la intervención. Los resultados mostraron que, tras la aplicación del taller de juegos recreativos, los estudiantes del grupo experimental mejoraron significativamente en las dimensiones del rendimiento académico, el análisis inferencial mediante la prueba U de Mann-Whitney confirmó la influencia significativa de la intervención ($p<0,05$). La propuesta metodológica se fundamentó en las teorías de Piaget, Vygotsky y Decroly, enfatizando el aprendizaje significativo y la zona de desarrollo próximo. En conclusión, se determinó que la aplicación de juegos recreativos en la enseñanza de matemáticas tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, mejorando su rendimiento académico en las dimensiones cognitiva, procedimental y actitudinal.

Paz et al. (2024), en su investigación titulada "Programa de estrategias didácticas basado en el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) para estudiantes de educación de una universidad pública", tuvieron como objetivo diseñar un programa de estrategias didácticas

fundamentado en el ABP para mejorar el aprendizaje significativo en estudiantes de la especialidad de Matemática y Computación de una universidad pública. Se utilizó una metodología cuantitativa, descriptiva y propositiva, con una muestra de 60 estudiantes del primer ciclo de la carrera de educación, se aplicó un cuestionario. Los resultados evidenciaron que el 96.7% de los estudiantes manifestaron que casi siempre comprenden las actividades académicas, mientras que el 88.3% consideró que el desempeño docente es excelente, lo que influye en su motivación para continuar estudiando matemáticas. Además, el 93.3% indicó que casi siempre se utilizan recursos didácticos en el desarrollo de la asignatura. La propuesta se fundamentó en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, la teoría sociocultural de Vygotsky y la teoría psicogenética de Piaget, resaltando la importancia del aprendizaje activo y contextualizado a través del ABP. En conclusión, se diseñó y validó un programa de estrategias didácticas basado en el ABP, demostrando su relevancia para fortalecer el aprendizaje significativo en estudiantes de educación. Se destacó la necesidad de innovar en los métodos de enseñanza para potenciar la comprensión, el pensamiento crítico y la motivación de los estudiantes en el área de Matemática y Computación.

Acevedo (2024), en su investigación titulada "Modelo didáctico basado en el Aprendizaje Significativo para mejorar la competencia resolución de problemas en estudiantes de Ingeniería", tuvo como objetivo proponer un modelo didáctico para mejorar la competencia en resolución de problemas en estudiantes de Ingeniería de Materiales. Se utilizó un enfoque cualitativo con un diseño aplicado y propositivo, la investigación se desarrolló en dos momentos: un diagnóstico realizado con una muestra de 30 estudiantes del segundo ciclo, seleccionados mediante muestreo no probabilístico, y la propuesta del modelo didáctico basada en los fundamentos del aprendizaje significativo. Los datos fueron recolectados a partir del registro auxiliar de los docentes y organizados mediante técnicas estadísticas. Los resultados del diagnóstico indicaron que, en la primera unidad, el 53,33% de los estudiantes alcanzó un

nivel bueno en resolución de problemas, el 36,67% obtuvo un nivel regular y el 10% presentó un nivel deficiente. En la segunda unidad, el 46,67% de los estudiantes se ubicó en un nivel bueno, el 23,33% en nivel regular, el 20% en nivel deficiente y solo el 10% alcanzó un nivel excelente. En la tercera unidad, el 43,33% obtuvo un nivel regular, el 30% un nivel bueno y el 16,67% un nivel deficiente. El promedio final reflejó que el 46,67% de los estudiantes tenía un nivel bueno en la competencia resolución de problemas, el 43,33% un nivel regular y el 10% un nivel deficiente. La propuesta se sustentó en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y en principios del aprendizaje basado en problemas (ABP), desarrollando estrategias de enseñanza centradas en la autonomía del estudiante, el aprendizaje cooperativo y la resolución de problemas contextualizados. En conclusión, la implementación del modelo didáctico permitió mejorar la competencia de resolución de problemas en los estudiantes, favoreciendo su planificación, organización, ejecución y evaluación en el proceso de aprendizaje matemático.

Espíritu (2020), en su investigación titulada “Estrategia metodológica de enseñanza aprendizaje de la matemática utilizando las TICs para mejorar la resolución de problemas en la IE Aplicación, 10836”, tuvo como objetivo elaborar una estrategia metodológica de enseñanza-aprendizaje de la matemática mediante el uso de TIC para mejorar la competencia matemática en la resolución de problemas. La investigación se llevó a cabo con una muestra de 45 estudiantes, se empleó un diseño descriptivo con enfoque cuantitativo, utilizando encuestas aplicadas a docentes y un examen de matemáticas dirigido a los estudiantes. Los resultados evidenciaron deficiencias en el desarrollo de capacidades matemáticas, reflejadas en el bajo rendimiento académico de los estudiantes. El 78% de los estudiantes obtuvo una calificación inferior o igual a 10, mientras que solo el 22% logró una calificación aprobatoria de 11 o más puntos. Además, el análisis de las encuestas a docentes reveló que el 60% se encontraba en el nivel de inicio en la enseñanza de resolución de problemas matemáticos,

mientras que ningún docente alcanzó el nivel de logro. Como propuesta, se elaboró una estrategia metodológica basada en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y la teoría construccionista de Seymour Papert, incorporando el uso de la plataforma digital Thatquiz como herramienta didáctica. En conclusión, la estrategia metodológica desarrollada permitió integrar las TIC en la enseñanza de las matemáticas, favoreciendo la motivación y el aprendizaje de los estudiantes.

1.4. Bases teóricas

1.4.1. Modelo didáctico

El modelo didáctico se entiende como un conjunto estructurado de estrategias, metodologías y recursos que guían el proceso de enseñanza y aprendizaje con el propósito de optimizar la adquisición del conocimiento. Según Jaimez (2019), un modelo didáctico debe considerar el diseño de los contenidos, los recursos didácticos utilizados y la secuencia de enseñanza para garantizar un aprendizaje significativo. En este sentido, su implementación en el aula busca mejorar la relación entre el estudiante y el conocimiento, facilitando la comprensión de los conceptos mediante enfoques activos e interactivos.

Por otro lado, la importancia del modelo didáctico radica en su capacidad para estructurar y organizar los procesos de enseñanza, permitiendo que el aprendizaje sea más efectivo y adaptado a las necesidades de los estudiantes, un modelo bien diseñado no solo facilita la transmisión de contenidos, sino que también favorece la motivación y el compromiso del estudiante en su proceso de formación, además, permite la integración de diversas estrategias pedagógicas que fomentan el pensamiento crítico, la creatividad y la autonomía en el aprendizaje.

Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel.

El modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo encuentra su fundamento en la teoría de David Ausubel, quien postuló que el aprendizaje es un proceso mediante el cual la

nueva información se integra de manera no arbitraria y sustancial en la estructura cognitiva del estudiante, a diferencia de la memorización mecánica, este modelo busca que los conocimientos previos sirvan como anclaje para la construcción de nuevos significados, permitiendo así una comprensión profunda y duradera del contenido académico (Moreira M. , 2017). Desde esta perspectiva, el aprendizaje significativo se basa en la interacción entre la información nueva y los conceptos preexistentes en la mente del estudiante, este proceso de anclaje cognitivo se da a través de subsumidores, que son estructuras mentales capaces de absorber y organizar el conocimiento de manera lógica y coherente, Ausubel enfatiza que el factor más determinante en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe, pues a partir de esta base se construye un conocimiento más sólido y aplicable a diversas situaciones (Cobos et al., 2018).

El modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo propone una enseñanza centrada en el estudiante, en la cual el docente actúa como facilitador del conocimiento, para ello, es necesario diseñar estrategias didácticas que fomenten la exploración activa, la resolución de problemas y la conexión entre los contenidos y la vida cotidiana del estudiante (Reyes, 2021). Según Moreira et al. (1997), este tipo de aprendizaje permite la comprensión crítica y la aplicabilidad del conocimiento en diversos contextos, favoreciendo así una educación que trascienda el aula y tenga un impacto real en el desarrollo de habilidades y competencias

Asimismo, la organización del conocimiento en la estructura cognitiva se da de manera jerárquica, siguiendo tres tipos de aprendizaje significativo: representacional, conceptual y proposicional, en el primero, el estudiante asocia significados a símbolos o palabras; en el segundo, comprende conceptos en función de sus características esenciales y diferenciadoras; mientras que en el tercero, establece relaciones entre conceptos a través de proposiciones lógicas, esta jerarquización facilita la retención a largo plazo y la transferencia del aprendizaje

a nuevas situaciones, lo que constituye una de las principales ventajas de este enfoque (Palmero, 2004).

Dentro del modelo didáctico, el uso de organizadores previos es una estrategia clave para facilitar el aprendizaje significativo, estos organizadores pueden ser gráficos, resúmenes, preguntas orientadoras o cualquier otro recurso que ayude al estudiante a relacionar la información nueva con sus conocimientos previos. Como señala Palmero (2011), la eficacia de este modelo radica en la capacidad del docente para presentar la información de manera estructurada, coherente y conectada con el entorno del estudiante, evitando así la fragmentación del aprendizaje y promoviendo una construcción sólida del conocimiento.

Dimensiones.

El modelo didáctico se compone de diversas dimensiones planteadas por Jaimez (2019), que garantizan su efectividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Entre ellas se encuentran I) El diseño, que incluye la fundamentación teórica y los objetivos de aprendizaje; II) Los recursos didácticos, que abarcan materiales interactivos, recursos físicos y bibliografía especializada; y III) Los contenidos, los cuales deben estar organizados de manera lógica y conectados con experiencias previas de los estudiantes. Asimismo, el uso de organizadores gráficos y la enseñanza activa son aspectos clave para consolidar un modelo didáctico efectivo.

1.4.2. Rendimiento académico

El rendimiento académico se define como el nivel de logro que los estudiantes alcanzan en su proceso de formación, medido a través de evaluaciones cuantitativas y cualitativas, representa la capacidad de los estudiantes para asimilar conocimientos, desarrollar habilidades y aplicar conceptos en diferentes contextos. En la asignatura de Matemática Básica, el rendimiento académico no solo se mide en términos de calificaciones, sino también en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas, interpretar conceptos y demostrar comprensión en áreas específicas del conocimiento matemático.

Por otro lado, el rendimiento académico es un indicador fundamental del éxito educativo, ya que permite evaluar el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes y la efectividad de los métodos de enseñanza. En Matemática Básica, un alto rendimiento académico implica que los estudiantes han desarrollado competencias esenciales en lógica, resolución de problemas y razonamiento abstracto, habilidades cruciales para su formación profesional. Además, un buen rendimiento académico se relaciona con la motivación, la disciplina y la adquisición de estrategias de estudio efectivas, lo que influye directamente en el éxito académico y profesional del estudiante.

Teoría del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

El rendimiento académico es un indicador clave del proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que refleja la capacidad de los estudiantes para adquirir, procesar y aplicar conocimientos en distintos contextos. Desde la perspectiva del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), desarrollado por Howard Barrows en la década de 1960, el rendimiento académico no se limita a la acumulación de información, sino que está estrechamente relacionado con la capacidad del estudiante para analizar, reflexionar y resolver situaciones problemáticas de la vida real (Gorbaneff & Cancino, 2009). Este enfoque, sustentado en principios constructivistas, sostiene que el aprendizaje significativo ocurre cuando los estudiantes son expuestos a problemas auténticos que les exigen integrar conocimientos previos, desarrollar nuevas habilidades y trabajar de manera colaborativa (Guamán & Espinoza, 2022)

El ABP parte de la premisa de que el aprendizaje se potencia cuando los estudiantes enfrentan desafíos que requieren investigación, razonamiento crítico y toma de decisiones fundamentadas. En este sentido, el rendimiento académico se entiende no solo como la calificación obtenida en una asignatura, sino como la evidencia del desarrollo de competencias cognitivas y metacognitivas, la teoría sociocultural de Vygotsky, que influye en este enfoque,

enfatiza la importancia de la interacción social y el andamiaje educativo para optimizar el aprendizaje, así, en el contexto del ABP, el rendimiento académico mejora cuando los estudiantes participan activamente en la construcción del conocimiento a través del diálogo, el debate y la resolución colaborativa de problemas (Tarazona, 2005)

Uno de los principios esenciales del ABP es la autonomía del estudiante en el proceso de aprendizaje, a diferencia de los métodos tradicionales, en los que el docente transmite información de manera unidireccional, el ABP promueve un rol más activo del estudiante, quien asume la responsabilidad de su propio aprendizaje, esto impacta directamente en el rendimiento académico, ya que fomenta la autorregulación, la motivación intrínseca y la capacidad de aplicar el conocimiento en diferentes contextos, diversos estudios han demostrado que los estudiantes que aprenden bajo este enfoque no solo logran un mejor desempeño en pruebas académicas, sino que también desarrollan habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico que les permiten enfrentar con mayor eficacia los retos académicos y profesionales (Sánchez & Ramis, 2004).

El rendimiento académico en un modelo basado en el ABP también está influenciado por la naturaleza interdisciplinaria del aprendizaje, los problemas planteados requieren que los estudiantes integren conocimientos de diferentes disciplinas, lo que favorece la transferencia del aprendizaje y una comprensión más profunda de los contenidos (Hernández, 2018). Esta integración multidimensional permite que el rendimiento académico no se limite a la memorización de conceptos aislados, sino que se traduzca en una aplicación práctica del conocimiento, lo que a su vez incrementa la motivación y el interés por el aprendizaje (Gorbaneff, 2010).

Dimensiones

El rendimiento académico en Matemática Básica se divide en varias dimensiones, las cuales han sido tomadas del curso brindado por la Universidad tomando en cuenta el desarrollo

de las unidades para plantearse como parte de las dimensiones, entre las que destacan las nociones de lógica matemática y conjuntos, relaciones y funciones. La primera dimensión abarca la capacidad del estudiante para reconocer enunciados proposicionales, aplicar reglas de inferencia y evaluar proposiciones mediante tablas de verdad. La segunda dimensión implica el manejo de conceptos fundamentales como conjuntos numéricos, dominio y rango de funciones, y la resolución de problemas aplicados a funciones elementales y trascendentes. Y la tercera dimensión Números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones, estas dimensiones permiten evaluar el nivel de comprensión y aplicación de los conceptos matemáticos, garantizando una formación sólida en el área.

1.5. Operacionalización de variables

Variable independiente: Modelo didáctico

Definición conceptual: Se entiende como un conjunto estructurado de estrategias, metodologías y recursos que guían el proceso de enseñanza y aprendizaje con el propósito de optimizar la adquisición del conocimiento (Jaimez, 2019).

Definición operativa: El modelo didáctico se compone de diversas dimensiones planteadas por Jaimez (2019).

Variable dependiente: Rendimiento académico

Definición conceptual: Es el nivel de logro que los estudiantes alcanzan en su proceso de formación, medido a través de evaluaciones cuantitativas y cualitativas, representa la capacidad de los estudiantes para asimilar conocimientos, desarrollar habilidades y aplicar conceptos en diferentes contextos.

Definición operativa: El rendimiento académico en Matemática Básica se divide en varias dimensiones, las cuales han sido tomadas del curso brindado por la Universidad tomando en cuenta el desarrollo de las unidades para plantearse como parte de las dimensiones.

Variable	Def. Conceptual	Def. Operacional	Dimensiones	
Modelo didáctico	Se entiende como un conjunto estructurado de estrategias, metodologías y recursos que guían el proceso de enseñanza y aprendizaje con el propósito de optimizar la adquisición del conocimiento (Jaimez, 2019).	El modelo didáctico se compone de diversas dimensiones planteadas por Jaimez (2019).	Diseño	Fundamentación Objetivos de aprendizaje Organización y secuencia de los contenidos Relación con el contexto y experiencias previas
			Recursos didácticos	Materiales interactivos y visuales Recursos físicos y manipulativos Bibliografía especializada
			Contenidos	Uso de organizadores Enseñanza activa
Rendimiento académico	Es el nivel de logro que los estudiantes alcanzan en su proceso de formación, medido a través de evaluaciones cuantitativas y cualitativas, representa la capacidad de los estudiantes para asimilar conocimientos, desarrollar habilidades y aplicar conceptos en diferentes contextos.	El rendimiento académico en Matemática Básica se divide en varias dimensiones, las cuales han sido tomadas del curso brindado el Universidad tomando en cuenta el desarrollo de las unidades para plantearse como parte de las dimensiones	Nociones de lógica matemática	Reconoce los enunciados que son proposiciones. Reconoce las proposiciones simples y compuestas de la lógica proposicional. Aplica de las tablas de verdad, en la evaluación de las proposiciones compuesta. Interpreta si las proposiciones compuestas son una tautología, contradicción o una contingencia. Aplica el método abreviado para decidir si la inferencia es válida o no. Aplica las reglas de inferencia en la demostración de argumentos Utiliza cuantificadores para obtener proposiciones a partir de una función proposicional
			Conjuntos, relaciones y funciones	Identifica los conjuntos numéricos. Aplica las operaciones con conjuntos en la solución de problemas. Resuelve problemas con conjuntos Identifica el dominio y rango de una relación real. Determina el dominio, rango y la gráfica de funciones reales.

		Determina el dominio, rango y la gráfica de las funciones elementales y trascendentes. Analiza, grafica e interpreta las funciones reales provenientes de situaciones reales
	Números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones	Identifica y representa los números real en la recta numérica. Aplica las propiedades de los números reales en las operaciones combinadas Resuelve ecuaciones lineales y cuadráticas Reconoce las expresiones algebraicas. Aplica las operaciones algebraicas en la solución de los ejercicios planteados. Aplica las proporciones en la solución de situaciones reales

CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

2.1. Tipo de investigación

La presente investigación perteneció al tipo aplicada, debido a que estuvo orientada a utilizar conocimientos teóricos y científicos para abordar una problemática concreta y contribuir a su solución en el contexto estudiado. Este tipo de investigación busca generar conocimientos con una finalidad práctica, de manera que sus resultados puedan ser utilizados para atender necesidades específicas y mejorar determinadas situaciones de la realidad (Sánchez et al., 2018). Asimismo, se asumió esta tipología porque el estudio estuvo dirigido a aplicar conocimientos y plantear alternativas de intervención frente al problema identificado, procurando que los hallazgos obtenidos tuvieran utilidad práctica y pudieran contribuir al mejoramiento de la realidad examinada (Arispe et al., 2020).

2.2. Diseño de investigación

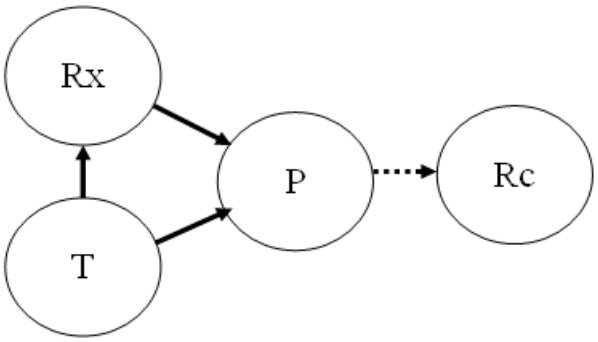
En cuanto al enfoque, la investigación fue cuantitativa, dado que trabaja con fenómenos susceptibles de cuantificación y fundamenta el análisis en la recolección, procesamiento e interpretación rigurosa de información medible, lo que posibilita una lectura objetiva de los resultados obtenidos (Sánchez, 2019). De igual manera, se ajustó al propósito metodológico del estudio, pues se caracteriza por emplear técnicas de medición, instrumentos estructurados y tratamiento estadístico de los datos, con el fin de responder a las preguntas de investigación a partir de evidencias observables y verificables (Ñaupas et al., 2018).

Respecto al diseño, la investigación fue no experimental, ya que se desarrolla cuando no se hacen variar intencionalmente las variables independientes para observar efectos sobre otras, sino que se observan o miden los fenómenos en la realidad donde ocurren para analizarlos posteriormente (Hernández et al., 2014). De forma complementaria, se asumió este diseño porque los sujetos o unidades de análisis fueron evaluados sin someterlos a estímulos

experimentales ni a condiciones artificiales, manteniéndose la observación del fenómeno dentro de su dinámica habitual (Arias & Covinos, 2021).

El nivel de la investigación fue descriptivo-propositivo, porque primero buscó especificar propiedades, rasgos, dimensiones o aspectos relevantes del fenómeno investigado, recogiendo información que permitiera representar con precisión aquello que se analizó (Hernández et al., 2014). Asimismo, este nivel permitió registrar, analizar e interpretar la naturaleza actual del fenómeno, atendiendo a la forma en que una persona, grupo o situación se comportó en un momento determinado (Arias & Covinos, 2021).

Desde su orientación propositiva, la investigación se vinculó con la formulación de una alternativa de respuesta frente a una necesidad previamente reconocida, ya que el enfoque proyectivo se relaciona con estudios que analizan o diseñan una propuesta, modelo o plan como posible solución a un problema práctico identificado en un grupo social o institución (Castro et al., 2020).



Leyenda
Rx: Diagnóstico de la realidad
T: Estudios teóricos
P: Propuesta pedagógica
Rc: Realidad cambiada

2.3. Población, muestra

2.3.1. Población:

Se comprende como el conjunto de casos que coincidieron con determinadas especificaciones, por lo que su definición no respondió solo a una cantidad de participantes, sino también a rasgos comunes que permitieron reconocerlos como unidades pertinentes para el análisis (Hernández et al., 2014). Asimismo, esta se asumió como la totalidad de elementos considerados dentro del estudio, cuya delimitación dependió de la formulación investigativa y de los propósitos planteados, razón por la cual pudo entenderse también como universo de estudio cuando reunió las mismas características requeridas para la indagación (Arias & Covinos, 2021).

En esa misma línea, la población de estudio estuvo integrada por 45 estudiantes pertenecientes a la Escuela Profesional de Derecho de la Universidad Nacional de Tumbes, quienes constituyeron el conjunto total de participantes considerados para el desarrollo de la investigación, debido a que compartieron características académicas e institucionales pertinentes con los propósitos del estudio.

2.3.2. Muestra:

Se entiende como una porción de la población que debía mantener correspondencia con los rasgos centrales del estudio, evitando confusiones respecto a quiénes serían considerados como unidades de análisis (Ñaupas et al., 2018). De igual modo, se asume como un subgrupo de casos del universo sobre el cual se recolectaron los datos, cuidando que su definición guardara relación con la pregunta de investigación, los objetivos y las condiciones de representatividad exigidas por el proceso metodológico (Arispe et al., 2020).

Además, al tratarse de una población censal, se consideró la totalidad de sujetos disponibles para el estudio, lo cual resultó coherente cuando la población estuvo constituida por un grupo delimitado y accesible, como sucede en contextos institucionales donde se puede

trabajar con todos los integrantes que cumplen los criterios establecidos (Arias & Covinos, 2021).

En coherencia con la delimitación poblacional, la muestra estuvo conformada por 45 estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, seleccionados por constituir el grupo accesible y directamente vinculado con el fenómeno investigado, lo que permitió recoger datos pertinentes y ajustados a los objetivos planteados.

2.4. Técnicas e instrumentos de recolección de información

2.4.1. Técnica

Para la recolección de datos se utilizó la técnica de la encuesta, ya que se comprendió como un procedimiento propio de los diseños de investigación en el que se recopila información mediante un cuestionario diseñado con anticipación, manteniendo el fenómeno en su contexto natural (Arias & Covinos, 2021). A su vez, se diferenció de la entrevista porque no implicó un diálogo directo ni una interacción amplia con el participante, sino una dinámica más breve y estructurada, centrada en la obtención de respuestas a preguntas formuladas con anterioridad (Carhuancho et al., 2019).

2.4.2. Instrumento

El instrumento empleado fue el cuestionario, debido a que consistió en un conjunto ordenado de preguntas escritas, elaboradas en función de los componentes que se buscó medir, con la finalidad de recopilar información útil para el estudio (Ñaupas et al., 2018). De manera complementaria, se entendió como un instrumento que agrupa preguntas relacionadas con una situación, evento o temática específica sobre la cual se desea obtener información, lo que permitió recoger datos de forma estructurada y coherente con los propósitos investigativos (Arias & Covinos, 2021).

Para la presente investigación se elaboró un cuestionario orientado a medir el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela

Profesional de Derecho. Dicho instrumento fue diseñado de manera estructurada, considerando tres dimensiones vinculadas con el comportamiento de la variable de estudio, las cuales permitieron organizar los aspectos evaluados de forma coherente y sistemática. En total, el cuestionario estuvo conformado por 20 ítems, formulados bajo una escala de tipo Likert, lo que facilitó recoger las respuestas de los participantes según distintos niveles de valoración y permitió obtener información cuantificable para el posterior análisis de los resultados.

Asimismo, el instrumento presentó niveles y rangos que permitieron interpretar los puntajes obtenidos de manera organizada, considerando una clasificación gradual del rendimiento académico en la asignatura. Para ello, se establecieron tres niveles de valoración, los cuales facilitaron la lectura descriptiva de los resultados tanto a nivel general como en cada una de sus dimensiones.

Dimensión	**Nivel bajo**	**Nivel medio**	**Nivel alto**
Dimensión 1	7 – 16 puntos	17 – 26 puntos	27 – 35 puntos
Dimensión 2	7 – 16 puntos	17 – 26 puntos	27 – 35 puntos
Dimensión 3	6 – 14 puntos	15 – 22 puntos	23 – 30 puntos
Escala general	**20 – 46 puntos**	**47 – 73 puntos**	**74 – 100 puntos**

Nota: Elaboración realizada por la investigadora.

Por otro lado, el instrumento fue sometido a una prueba de confiabilidad con la finalidad de verificar la consistencia interna de los ítems que lo conformaron. Como resultado, se obtuvo un coeficiente de 0.845, valor que evidenció un nivel alto de confiabilidad, por lo que el cuestionario presentó condiciones adecuadas para ser aplicado a la muestra de estudio. En ese sentido, dicho resultado permitió sostener que los ítems mantuvieron una relación interna favorable y que el instrumento ofreció mediciones estables y pertinentes.

2.5. Aspectos éticos de investigación

Durante el desarrollo de la investigación se respetaron los principios éticos que rigen la producción científica, en concordancia con lo establecido en el Reglamento del Comité de Ética

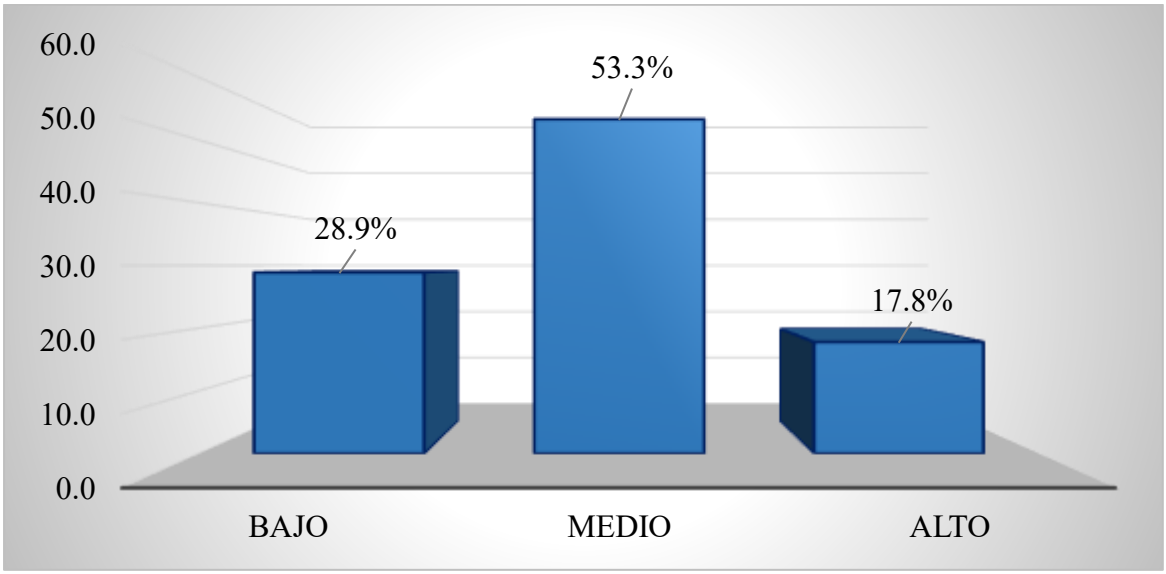
para la Investigación de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, aprobado mediante Resolución N° 1134-2018-R. En ese marco, se cauteló la dignidad de los participantes, así como la protección de su integridad personal y académica, procurando que su intervención se realizara bajo condiciones de respeto, responsabilidad y transparencia. Asimismo, la información obtenida fue tratada con estricta reserva, empleándose únicamente con fines académicos y científicos, de modo que los datos recopilados no fueran utilizados para propósitos ajenos a los objetivos del estudio.

De igual manera, se garantizó la confidencialidad de la identidad de los participantes mediante el resguardo del anonimato en todas las etapas del proceso investigativo. Por ello, en la presentación de los resultados no se incorporaron nombres, códigos personales ni referencias que pudieran permitir su reconocimiento individual, preservándose así la privacidad de quienes brindaron información. A su vez, la elaboración del informe se efectuó conforme a las normas APA, especialmente en lo referido a la citación adecuada de las fuentes consultadas y al reconocimiento de la autoría intelectual, lo cual permitió fortalecer la integridad académica del trabajo, evitar prácticas vinculadas al plagio y asegurar una comunicación científica honesta, rigurosa y verificable.

CAPÍTULO III. RESULTADOS

Figura 1

Nivel del rendimiento académico en matemática básica

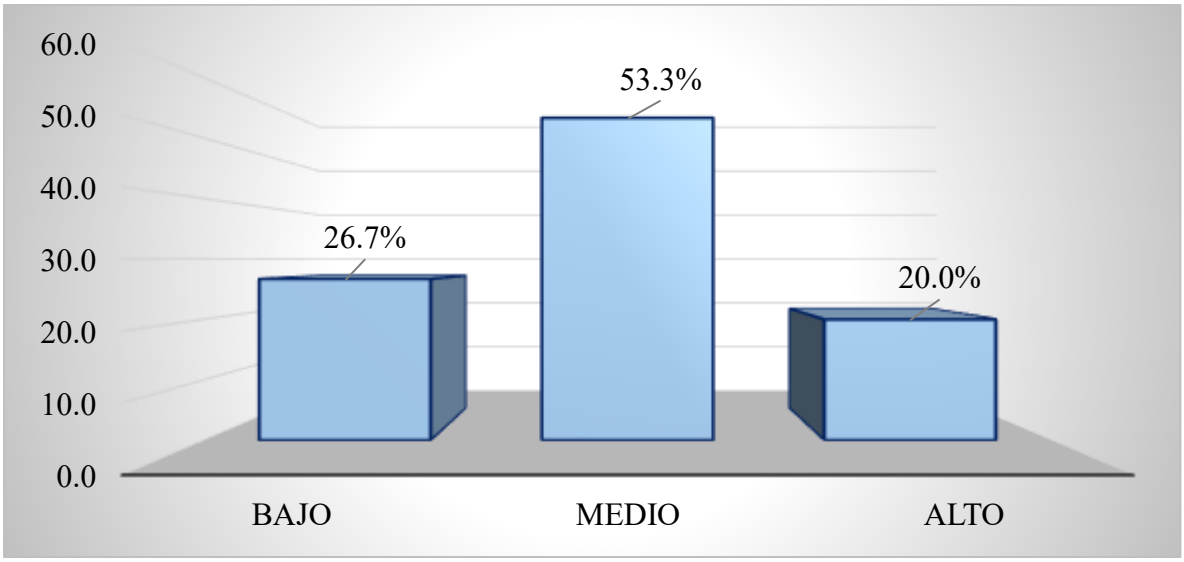


Nota: Elaboración realizada por la investigadora.

En la Figura 1 se evidenció que el 53.3% de los estudiantes se ubicó en el nivel medio de rendimiento académico en Matemática Básica, lo cual indicó que la mayoría presentó un desempeño aceptable, aunque todavía con aspectos por fortalecer en la comprensión, aplicación y resolución de contenidos propios de la asignatura. Asimismo, el 28.9% alcanzó el nivel bajo, situación que reflejó dificultades más notorias en el manejo de procedimientos matemáticos, razonamiento lógico o seguridad para enfrentar ejercicios académicos, mientras que el 17.8% se situó en el nivel alto, evidenciando que un grupo menor logró un dominio más sólido de los aprendizajes evaluados. En conjunto, estos resultados permitieron reconocer que el rendimiento académico no se concentró en niveles extremos, sino que mostró una tendencia intermedia, lo que sugirió avances parciales en el aprendizaje, pero también la necesidad de seguir fortaleciendo las capacidades matemáticas en este grupo de estudiantes.

Figura 2

Nivel de rendimiento académico de las nociones de lógica matemática

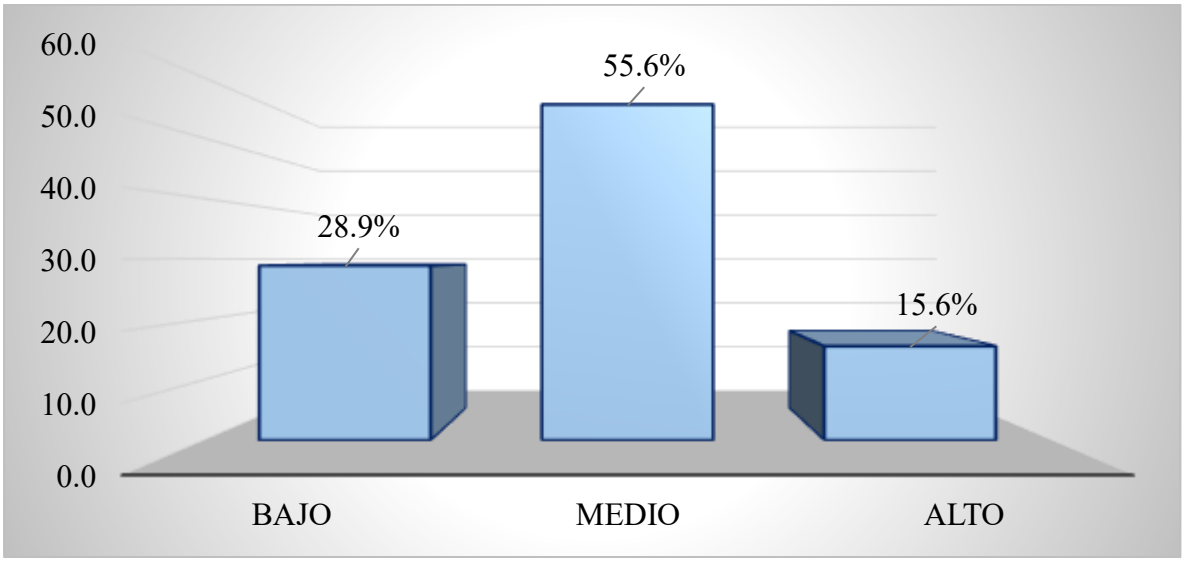


Nota: Elaboración realizada por la investigadora.

En la Figura 2 se observó que el 53.3% de los estudiantes alcanzó un nivel medio en la dimensión nociones de lógica matemática, lo cual significó que los participantes lograron manejar de manera moderada los procesos vinculados al razonamiento, la identificación de relaciones lógicas y la organización de ideas matemáticas, aunque sin llegar todavía a un dominio plenamente consolidado. Por otro lado, el 26.7% se ubicó en el nivel bajo, lo que evidenció que una parte importante presentó limitaciones para interpretar enunciados, establecer inferencias o aplicar criterios lógicos en situaciones académicas, mientras que el 20% llegó al nivel alto, demostrando mayor claridad para analizar, razonar y resolver situaciones relacionadas con esta dimensión. Estos hallazgos mostraron que el desarrollo de la lógica matemática se encontró en proceso de afianzamiento, con una presencia considerable de estudiantes que aún requerían mayor acompañamiento para fortalecer su pensamiento lógico.

Figura 3

Nivel del rendimiento académico de los conjuntos, relaciones y funciones

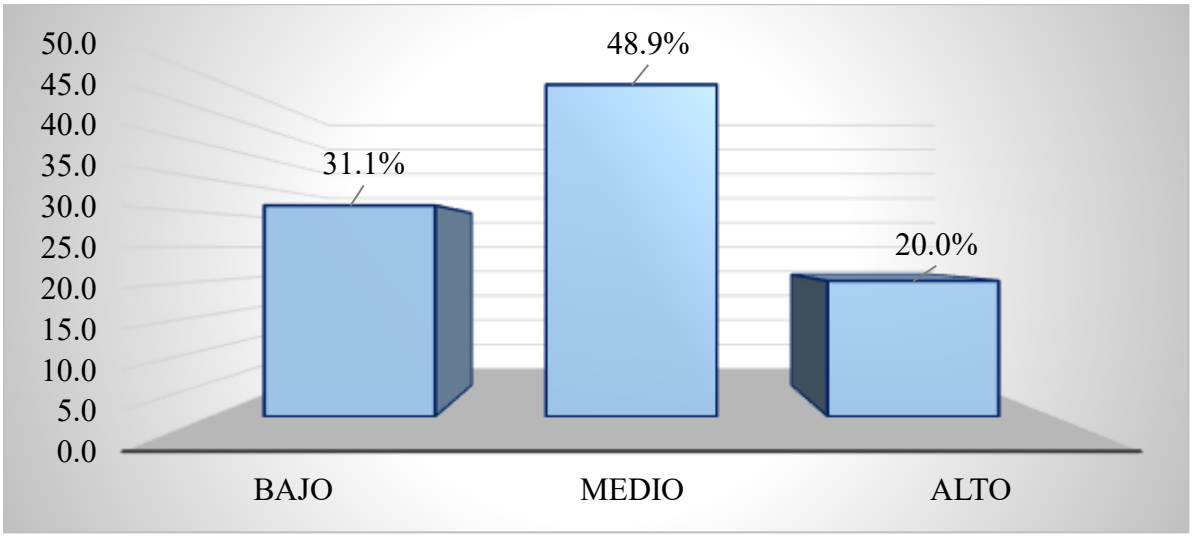


Nota: Elaboración realizada por la investigadora.

En la Figura 3 se identificó que el 55.6% de los estudiantes se encontró en el nivel medio respecto a la dimensión conjuntos, relaciones y funciones, lo cual reflejó que los participantes comprendieron parcialmente los contenidos vinculados con la clasificación de elementos, el establecimiento de correspondencias y la interpretación de funciones, aunque con posibles dificultades al momento de aplicar dichos conocimientos en ejercicios más complejos. Asimismo, el 28.9% se ubicó en el nivel bajo, evidenciando debilidades en la asimilación conceptual o en el uso adecuado de procedimientos matemáticos asociados a esta dimensión, mientras que el 15.6% alcanzó el nivel alto, mostrando un desempeño más consistente y seguro. De este modo, los resultados indicaron que el aprendizaje en esta área presentó un avance moderado, pero todavía con una proporción relevante de estudiantes que no logró consolidar satisfactoriamente los saberes evaluados.

Figura 4

Nivel del rendimiento académico de los números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones



Nota: Elaboración realizada por la investigadora.

En la Figura 4 se apreció que el 48.9% de los estudiantes se ubicó en el nivel medio en la dimensión números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones, lo que indicó que los participantes alcanzaron un desempeño regular en el manejo de operaciones, expresiones y relaciones cuantitativas, aunque con ciertas limitaciones para aplicar estos contenidos con precisión y autonomía. A su vez, el 31.1% se situó en el nivel bajo, porcentaje que reveló dificultades más marcadas en el dominio de procedimientos básicos, interpretación de expresiones algebraicas o resolución de problemas proporcionales, mientras que el 20% alcanzó el nivel alto, evidenciando mayor solvencia en el tratamiento de estos contenidos matemáticos. En ese sentido, la figura mostró que, si bien existió un grupo con desempeño favorable, todavía predominó una tendencia hacia niveles intermedios y bajos, lo que reflejó la necesidad de fortalecer esta dimensión por su importancia en la formación matemática básica.

CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el presente estudio, el objetivo general estuvo orientado a proponer un modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, ante ello, la propuesta adquirió pertinencia académica, ya que respondió a una problemática concreta y buscó organizar la enseñanza desde una perspectiva más activa, comprensiva y conectada con los saberes previos de los estudiantes. Este hallazgo presentó similitud con lo señalado por Paz et al. (2024), quienes diseñaron un programa de estrategias didácticas basado en el Aprendizaje Basado en Proyectos para mejorar el aprendizaje significativo en estudiantes universitarios, encontrando que el 96.7% casi siempre comprendía las actividades académicas, el 88.3% valoraba positivamente el desempeño docente y el 93.3% reconocía el uso frecuente de recursos didácticos, lo que permite comprender que las propuestas didácticas estructuradas fortalecen la disposición, la comprensión y la participación del estudiante en el área matemática. Asimismo, se relacionó con Acevedo (2024), quien propuso un modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo para mejorar la resolución de problemas en estudiantes de Ingeniería, reportando que el 46.67% alcanzó un nivel bueno, el 43.33% un nivel regular y el 10% un nivel deficiente en el promedio final, resultados que guardan correspondencia con la presente investigación, debido a que ambos estudios reconocieron la existencia de niveles intermedios de desempeño y la necesidad de una intervención pedagógica organizada sobre fundamentos didácticos sólidos. Asimismo, desde el sustento teórico, la propuesta se vinculó directamente con la teoría del aprendizaje significativo, debido a que el modelo partió de la necesidad de articular los conocimientos nuevos con las estructuras cognitivas previas de los estudiantes, lo cual resultó coherente con Moreira (2017), quien explicó que el aprendizaje no debía reducirse a la memorización, sino construirse mediante relaciones sustanciales entre la información nueva y los saberes ya existentes, de igual modo, Cobos et al. (2018) sostuvieron

que los conocimientos previos cumplen una función decisiva en la asimilación de nuevos contenidos, pues actúan como referentes cognitivos que permiten organizar, interpretar y dar sentido a lo aprendido. Además, el modelo también se vinculó con el Aprendizaje Basado en Problemas, dado que el fortalecimiento del rendimiento académico en Matemática Básica exigió que el estudiante no solo recibiera información, sino que analizara, interpretara y aplicara procedimientos en situaciones problemáticas, lo que coincide con Gorbaneff y Cancino (2009), quienes señalaron que el rendimiento académico, desde el ABP, no se limita a la acumulación de contenidos, sino que se expresa en la capacidad de resolver problemas reales, también Guamán y Espinoza (2022) afirmaron que los problemas auténticos favorecen la integración de conocimientos previos, habilidades nuevas y trabajo colaborativo. En tal sentido, el análisis permitió comprender que la propuesta no surgió como un añadido metodológico aislado, sino como una respuesta pedagógica coherente con el diagnóstico obtenido y con teorías que conciben el aprendizaje matemático como un proceso activo, contextualizado y progresivamente significativo.

En relación con el primer objetivo específico, orientado a identificar el nivel del rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica, los resultados evidenciaron que el 53.3% de los estudiantes se ubicó en el nivel medio, el 28.9% en el nivel bajo y el 17.8% en el nivel alto, lo cual permitió interpretar que la mayor proporción de estudiantes poseía un desempeño aceptable, aunque todavía limitado en ciertos procesos vinculados con la comprensión de conceptos, el razonamiento lógico, la aplicación de procedimientos y la seguridad para resolver ejercicios matemáticos, mientras que el porcentaje ubicado en nivel bajo expresó dificultades más marcadas que podían afectar el avance académico en la asignatura. Este resultado presentó similitud con Espíritu (2020), quien identificó deficiencias en el rendimiento matemático de los estudiantes, debido a que el 78% obtuvo calificaciones iguales o inferiores a 10 y solo el 22% logró notas aprobatorias, por tanto, aunque en la presente

investigación predominó el nivel medio y no el bajo, ambos estudios coincidieron en que el aprendizaje matemático no alcanzó niveles óptimos y que existieron dificultades relevantes en el desarrollo de capacidades matemáticas. De igual manera, Sanmartín (2021) reportó que el 51% de los estudiantes no comprendía los temas impartidos en Matemáticas y que el 59% señaló la ausencia de material didáctico, lo cual se asemejó parcialmente a los resultados de este estudio, ya que el rendimiento medio y bajo encontrado también pudo comprenderse como una expresión de aprendizajes aún no consolidados. A su vez, Loza y Calle (2023) evidenciaron que el 58% de los estudiantes tenía dificultades para resolver problemas matemáticos de la vida real y que el 41% de los docentes consideraba que los métodos de enseñanza incidían en el rendimiento académico, lo cual guardó relación con la presente investigación, pues el nivel medio predominante reflejó que los estudiantes requerían experiencias didácticas más contextualizadas y menos centradas en la repetición mecánica. De forma complementaria, la interpretación teórica de este objetivo se apoyó en el aprendizaje significativo, debido a que los porcentajes obtenidos evidenciaron que una parte importante de los estudiantes aún no habría logrado integrar de manera profunda los contenidos matemáticos en su estructura cognitiva, en ese sentido, Reyes (2021) sostuvo que la enseñanza debía centrarse en el estudiante y promover estrategias que favorezcan la exploración activa, la resolución de problemas y la relación entre los contenidos y la vida cotidiana, lo que permite comprender que el rendimiento medio no necesariamente expresó ausencia de aprendizaje, sino una construcción todavía incompleta de los significados matemáticos. Asimismo, Moreira et al. (1997) señalaron que el aprendizaje significativo favorece la comprensión crítica y la aplicabilidad del conocimiento en diversos contextos, aspecto que resulta relevante para interpretar que el 17.8% ubicado en nivel alto representó a estudiantes con mayor dominio y transferencia de saberes, mientras que los niveles medio y bajo evidenciaron la necesidad de fortalecer dicha aplicabilidad. Desde el ABP, Tarazona (2005) explicó que la interacción social,

el diálogo y el andamiaje educativo contribuyen a optimizar el aprendizaje, por ello, los resultados del diagnóstico permitieron advertir que el rendimiento académico no solo dependió del esfuerzo individual, sino también de las condiciones didácticas que posibilitaron la participación, la reflexión y la resolución compartida de problemas. En consecuencia, este objetivo permitió confirmar que el rendimiento académico de los estudiantes se situó principalmente en un tramo de desarrollo parcial, donde existieron bases de aprendizaje, pero también vacíos que justificaron la construcción de un modelo didáctico más articulado y significativo.

Con respecto al segundo objetivo específico, referido a diseñar un modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en Matemática Básica, la investigación permitió establecer que el diseño de la propuesta debía responder a las características detectadas en el diagnóstico, presentar contenidos de manera comprensible, plantear situaciones problemáticas y promover la participación activa del estudiante, de este modo, el modelo didáctico se concibió como una estructura pedagógica orientada a transformar el aprendizaje matemático en una experiencia más comprensible, aplicable y vinculada con el desempeño académico. Este planteamiento coincidió con Gómez et al. (2021), quienes propusieron un modelo de estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de matemática en estudiantes ecuatorianos, encontrando que el 60% afirmó que los docentes no utilizaban recursos tecnológicos, el 70% consideró crucial el uso de software educativo, el 58% percibió las clases como poco interesantes y el 81% nunca había utilizado GeoGebra, resultados que mostraron la necesidad de diseñar modelos más dinámicos, innovadores y conectados con las demandas del aprendizaje actual. Del mismo modo, Vega et al. (2025) demostraron que la aplicación de juegos recreativos influyó significativamente en el rendimiento académico en Matemática, con una significancia de $p<0.05$, lo cual presentó similitud con la orientación de la presente propuesta, dado que ambas investigaciones reconocieron que el diseño didáctico

debe incorporar estrategias activas para favorecer las dimensiones cognitivas, procedimentales y actitudinales del aprendizaje matemático. En cuanto al marco teórico que respaldó el diseño del modelo didáctico, Palmero (2004) explicó que el aprendizaje significativo se organiza de manera jerárquica a través de aprendizajes representacionales, conceptuales y proposicionales, esta idea permitió fundamentar que el modelo no debía limitarse a presentar ejercicios, sino estructurar progresivamente los contenidos para que el estudiante pasara de reconocer símbolos y conceptos a establecer relaciones lógicas entre procedimientos matemáticos. Asimismo, Palmero (2011) señaló que los organizadores previos constituyen recursos esenciales para conectar la información nueva con los conocimientos ya existentes, por ello, el diseño del modelo didáctico encontró respaldo en el uso de esquemas, preguntas orientadoras, ejemplos contextualizados y situaciones iniciales que facilitaran la comprensión antes de la resolución formal de problemas. En esa misma línea, Sánchez y Ramis (2004) destacaron que el Aprendizaje Basado en Problemas promueve la autonomía, la autorregulación y la motivación intrínseca, aspectos que resultaron pertinentes para el modelo propuesto, ya que el fortalecimiento del rendimiento académico en Matemática Básica requería que los estudiantes asumieran un rol más activo en la búsqueda de soluciones. Así, el análisis de este objetivo permitió comprender que el diseño del modelo didáctico no se redujo a una planificación de actividades, sino que constituyó una propuesta pedagógica organizada desde principios cognitivos, activos y contextualizados, orientados a mejorar la forma en que los estudiantes comprenden y aplican los contenidos matemáticos.

En cuanto al tercer objetivo específico, orientado a fundamentar teóricamente un modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en Matemática Básica, la investigación permitió reconocer que la propuesta necesitó sostenerse en teorías que explicaran tanto la construcción interna del conocimiento como la aplicación práctica de los aprendizajes en situaciones problemáticas, por ello, el

aprendizaje significativo y el Aprendizaje Basado en Problemas se constituyeron en bases centrales para comprender la relación entre enseñanza, comprensión y rendimiento académico. Este planteamiento presentó similitud con Jácome (2022), quien determinó la influencia del aprendizaje basado en proyectos en el aprendizaje de matemáticas, evidenciando una diferencia media de 15.475 puntos entre el grupo experimental y el grupo de control, con una t de Student de 17.386 y una significancia de 0.000, lo cual mostró que las metodologías activas fortalecen el aprendizaje matemático cuando permiten mayor participación, motivación y significatividad en la adquisición de conocimientos. A su vez, Acevedo (2024) también fundamentó su modelo en el aprendizaje significativo y en principios del ABP, encontrando que los estudiantes mejoraron su competencia de resolución de problemas mediante estrategias centradas en la autonomía, el aprendizaje cooperativo y la contextualización, lo cual se relacionó con la presente investigación, ya que ambas propuestas asumieron que el rendimiento académico mejora cuando la enseñanza se organiza sobre fundamentos teóricos consistentes y no únicamente sobre prácticas tradicionales. Desde la teoría del aprendizaje significativo, Moreira (2017) permitió sustentar que el modelo didáctico debía partir de los saberes previos del estudiante, debido a que el aprendizaje auténtico se produce cuando la nueva información se integra de manera sustantiva en la estructura cognitiva, mientras que Cobos et al. (2018) reforzaron esta idea al señalar que los subsumidores permiten organizar el conocimiento de forma lógica y coherente. De igual manera, Reyes (2021) aportó a la fundamentación al sostener que la enseñanza debe favorecer la exploración activa y la vinculación del contenido con la vida cotidiana, lo que permitió entender que el modelo didáctico debía proponer experiencias que ayudaran al estudiante de Derecho a reconocer la utilidad de la matemática en su formación académica. Desde el ABP, Hernández (2018) señaló que la naturaleza interdisciplinaria de los problemas permite integrar conocimientos de distintas áreas, lo cual resulta pertinente en una población universitaria que no pertenece directamente a una carrera

matemática, pero que requiere desarrollar razonamiento lógico y capacidad de análisis. Finalmente, Gorbaneff (2010) sostuvo que la aplicación práctica del conocimiento incrementa la motivación y el interés por aprender, por ello, la fundamentación teórica permitió interpretar que el modelo didáctico propuesto tuvo coherencia académica, debido a que articuló comprensión significativa, resolución de problemas, autonomía y transferencia del aprendizaje, elementos indispensables para fortalecer el rendimiento académico en Matemática Básica sin reducirlo únicamente a una calificación numérica.

CAPÍTULO V. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN



MODELO DIDÁCTICO BASADO EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO PARA FORTALECER EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA BÁSICA EN ESTUDIANTES DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE DERECHO DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUMBES

I. OBJETIVOS

- **Objetivo general**
  - ✓ Fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica mediante un modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho de la Universidad Nacional de Tumbes.
- **Objetivos específicos**
  - ✓ Fortalecer el razonamiento lógico, la identificación de proposiciones, el uso de tablas de verdad, reglas de inferencia y cuantificadores mediante estrategias didácticas basadas en el aprendizaje significativo.
  - ✓ Mejorar la comprensión y aplicación de conjuntos, relaciones y funciones mediante actividades contextualizadas que favorezcan el análisis, la representación gráfica y la resolución de problemas matemáticos.
  - ✓ Consolidar el dominio de números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones mediante experiencias de aprendizaje progresivas que promuevan la resolución de ejercicios y situaciones reales vinculadas con la Matemática Básica.

II. JUSTIFICACIÓN

La presente propuesta se justificó por la necesidad de atender las dificultades evidenciadas en el rendimiento académico de los estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho en la asignatura de Matemática Básica, considerando que esta área no solo exige el dominio de procedimientos numéricos, sino también el desarrollo de razonamiento lógico, análisis de información, interpretación de relaciones y resolución de situaciones académicas

vinculadas con la formación universitaria, en ese sentido, el modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo se planteó como una alternativa pertinente para orientar el proceso de enseñanza desde una perspectiva más comprensible, activa y contextualizada.

Asimismo, la propuesta resultó relevante porque respondió a un diagnóstico previo en el que se identificaron niveles diferenciados de rendimiento académico, especialmente en contenidos relacionados con nociones de lógica matemática, conjuntos, relaciones y funciones, así como números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones, por ello, el modelo buscó organizar una secuencia pedagógica que permitiera recuperar los saberes previos de los estudiantes, presentar los contenidos de forma gradual, emplear situaciones problemáticas cercanas a su formación y favorecer una participación más reflexiva durante el aprendizaje de la Matemática Básica.

Del mismo modo, la investigación tuvo importancia práctica porque ofreció una ruta didáctica que puede orientar la labor docente en la planificación de actividades, selección de estrategias, uso de recursos y construcción de experiencias de aprendizaje más significativas, sin que ello implique su aplicación inmediata en el aula, puesto que el propósito fue diseñar una propuesta pedagógica estructurada y coherente con las necesidades identificadas, capaz de servir como referente para mejorar la enseñanza de la asignatura y fortalecer progresivamente el desempeño académico de los estudiantes.

Finalmente, la propuesta adquirió relevancia formativa porque contribuyó a repensar la enseñanza de la Matemática Básica en carreras no estrictamente matemáticas, donde muchas veces los estudiantes perciben la asignatura como distante de su perfil profesional, ante ello, el modelo didáctico buscó favorecer una comprensión más funcional del conocimiento matemático, promoviendo que los estudiantes reconozcan su utilidad para analizar, argumentar, organizar información y resolver problemas con mayor seguridad, lo cual resulta valioso para su trayectoria académica en la educación superior.

III. FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

La presente propuesta se sustentó pedagógicamente en el aprendizaje significativo, debido a que este enfoque permitió comprender la enseñanza de la Matemática Básica como un proceso orientado a la construcción de conocimientos con sentido, y no como una simple acumulación de fórmulas, procedimientos o reglas aisladas. Desde esta perspectiva, el estudiante no fue concebido como un receptor pasivo de información, sino como un sujeto que aprende a partir de sus experiencias previas, de sus estructuras cognitivas ya formadas y de la relación que logra establecer entre lo que conoce y los nuevos contenidos que se le presentan.

En ese sentido, el aprendizaje significativo permitió orientar la propuesta hacia una enseñanza más comprensiva, en la cual los contenidos de lógica matemática, conjuntos, relaciones, funciones, números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones se organizaron considerando una secuencia pedagógica que parte de la activación de saberes previos, continúa con la presentación clara y progresiva de los conceptos, y avanza hacia la aplicación de lo aprendido en ejercicios y situaciones vinculadas con la formación universitaria. Esta orientación resultó pertinente porque muchos estudiantes suelen presentar dificultades en Matemática Básica cuando los contenidos se desarrollan de manera abstracta, fragmentada o desligada de su contexto académico, por ello, la propuesta asumió que el aprendizaje puede fortalecerse cuando el docente emplea ejemplos cercanos, preguntas orientadoras, organizadores previos, actividades participativas y problemas que permitan al estudiante atribuir significado a lo que aprende.

Asimismo, la fundamentación pedagógica del modelo reconoció la importancia del rol docente como mediador del aprendizaje, ya que no se trató únicamente de transmitir contenidos matemáticos, sino de organizar experiencias que faciliten la comprensión, acompañar el proceso de razonamiento, retroalimentar los errores y promover una participación más activa del estudiante. Bajo esta lógica, el docente orienta, pregunta, guía y genera condiciones para

que los estudiantes puedan relacionar conceptos, analizar procedimientos, explicar sus respuestas y construir progresivamente mayor seguridad frente a la asignatura. De esta manera, el modelo didáctico se alejó de una enseñanza centrada solo en la exposición y repetición, para asumir una práctica pedagógica más reflexiva, interactiva y orientada al desarrollo de capacidades académicas.

Por consiguiente, el modelo didáctico se fundamentó en una pedagogía activa y constructiva, en la que el aprendizaje se desarrolló mediante la participación del estudiante, la recuperación de sus conocimientos previos, la organización secuencial de los contenidos y la aplicación de estrategias que favorecen la comprensión profunda. Esta base pedagógica permitió que la propuesta responda a las necesidades identificadas en el rendimiento académico, especialmente porque buscó superar una enseñanza memorística y promover una experiencia formativa más significativa, gradual y pertinente para estudiantes de Derecho. Así, la Matemática Básica se asumió como un espacio académico que puede contribuir al desarrollo del pensamiento lógico, la argumentación, el análisis estructurado y la resolución de problemas, capacidades esenciales para una formación universitaria más sólida.

IV. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

De la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel, la propuesta tomó específicamente el principio de vinculación sustantiva entre los conocimientos previos y la nueva información. Este principio establece que el aprendizaje adquiere significado cuando los contenidos por desarrollar encuentran ideas de anclaje en la estructura cognitiva del estudiante. Por esta razón, el modelo didáctico incorporó, al inicio de cada contenido de Matemática Básica, actividades destinadas a identificar y activar los saberes que los estudiantes ya poseían, evitando que las nociones matemáticas fueran presentadas de manera aislada o exclusivamente

memorística. Moreira (2017) explicó que esta relación debe producirse de forma no arbitraria y sustancial para favorecer una comprensión estable y duradera.

La aplicación de este principio se concretó mediante el uso de preguntas exploratorias, ejemplos contextualizados, situaciones problemáticas iniciales y organizadores previos. Estos recursos permitieron reconocer los subsumidores existentes, entendidos como conocimientos o ideas previamente incorporadas que sirven de soporte para comprender información nueva. Según Cobos et al. (2018), los subsumidores posibilitan recibir, organizar e integrar los nuevos aprendizajes dentro de la estructura cognitiva. En el modelo propuesto, este proceso se consideró antes de abordar contenidos como proposiciones lógicas, tablas de verdad, conjuntos, relaciones, funciones, números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones.

Asimismo, los nuevos contenidos se organizaron de forma gradual, partiendo de nociones generales y conocidas hacia conceptos y procedimientos de mayor complejidad. De este modo, la propuesta aplicó la diferenciación progresiva, otro principio vinculado con la teoría de Ausubel, mediante el cual los conocimientos iniciales se ampliaron y precisaron conforme avanzaron las unidades de aprendizaje. Así, por ejemplo, el reconocimiento de enunciados precedió al estudio de las proposiciones y los conectivos lógicos; mientras que la identificación de los conjuntos numéricos sirvió como base para desarrollar operaciones, relaciones y funciones.

Por tanto, el aporte puntual de la teoría de Ausubel al modelo didáctico consistió en orientar una secuencia compuesta por tres momentos: activación de conocimientos previos, presentación organizada del nuevo contenido y aplicación de lo aprendido en situaciones matemáticas contextualizadas. Esta secuencia permitió establecer relaciones entre los saberes existentes y los nuevos conceptos, favoreciendo que los estudiantes comprendieran el sentido de los procedimientos y los utilizaran progresivamente en la resolución de ejercicios y problemas vinculados con su formación universitaria.

V. ORGANIZACIÓN DE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE

Primera unidad: NOCIONES DE LÓGICA MATEMÁTICA

SEMANA	CAPACIDADES	TEMÁTICA
1	– Reconoce los enunciados que son proposiciones. – Reconoce las proposiciones simples y compuestas de la lógica proposicional.	– Enunciados – Proposiciones lógicas – Clases de proposiciones lógicas – Conectivos lógicos
2	– Aplica de las tablas de verdad, en la evaluación de las proposiciones compuesta. Interpreta si las proposiciones compuestas son una tautología, contradicción o una contingencia.	– Simbolización de proposiciones – Tablas de verdad
3	– Aplica el método abreviado para decidir si la inferencia es válida o no. – Aplica las reglas de inferencia en la demostración de argumentos	– Inferencia lógica: El método abreviado – Principales leyes lógicas – Implicaciones notables – Equivalencias notables – Validez de argumentos
4	– Utiliza cuantificadores para obtener proposiciones a partir de una función proposicional	– Lógica cuantificacional – Cuantificadores Existenciales y Universales

Segunda unidad: TEORÍA DE CONJUNTOS, RELACIONES Y FUNCIONES

SEMANA	CAPACIDADES	TEMÁTICA
5	– Identifica los conjuntos numéricos. – Aplica las operaciones con conjuntos en la solución de problemas. – Resuelve problemas con conjuntos	– Conjuntos: Conjuntos numéricos y conjuntos especiales. – Operaciones con conjuntos.

		– Problemas con conjuntos
6	– Identifica el dominio y rango de una relación real.	– Relaciones Binarias
7	– Determina el dominio, rango y la gráfica de funciones reales. Determina el dominio, rango y la gráfica de las funciones elementales y trascendentes.	– Funciones Reales de variable real – Tipos de funciones
8	– Analiza, grafica e interpreta las funciones reales provenientes de situaciones reales	– Modelos funcionales

Tercera unidad: NÚMEROS REALES, EXPRESIONES ALGEBRAICAS, RAZONES Y PROPORCIONES

SEMANA	CAPACIDADES	TEMÁTICA
09	– Identifica y representa los números reales en la recta numérica. – Aplica las propiedades de los números reales en las operaciones combinadas	– Los números reales: – Definición y representación. – Propiedades de los números reales – Operaciones con números reales. – La recta real
10	– Resuelve ecuaciones lineales y cuadráticas	– Ecuaciones lineales – Ecuaciones cuadráticas – Modelado con ecuaciones
11	– Reconoce las expresiones algebraicas.	– Expresiones algebraicas – Operaciones con expresiones algebraicas

	– Aplica las operaciones algebraicas en la solución de los ejercicios planteados.	
12	– Aplica las proporciones en la solución de situaciones reales	– Razones y proporciones

VI. SESIONES DE APRENDIZAJE

Las sesiones de aprendizaje que conforman el modelo didáctico propuesto se presentan en la sección de anexos, con la finalidad de evidenciar la organización pedagógica y la secuencia de actividades.

CONCLUSIONES

Se propuso un modelo didáctico basado en el aprendizaje basado en problemas como estrategia metodológica fortalece el rendimiento académico en Matemática Básica en los estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, el cual se configuró como una alternativa pedagógica pertinente frente a las necesidades identificadas en el proceso formativo, debido a que permitió articular los saberes previos, la participación activa, la resolución de situaciones matemáticas contextualizadas y la construcción progresiva de conocimientos con sentido académico.

Se identificó que el rendimiento académico en la asignatura presentó una tendencia principalmente intermedia, dado que el 53.3% de los estudiantes se ubicó en el nivel medio, el 28.9% en el nivel bajo y el 17.8% en el nivel alto, lo cual evidenció que la mayoría alcanzó un desempeño aceptable, aunque todavía con limitaciones en la comprensión, aplicación y resolución de contenidos matemáticos, mientras que un grupo considerable mostró dificultades más marcadas y una proporción menor demostró un dominio más consolidado.

Se fundamentó teóricamente el modelo didáctico a partir del aprendizaje significativo y del Aprendizaje Basado en Problemas, enfoques que permitieron sustentar la importancia de relacionar los nuevos conocimientos con las estructuras cognitivas previas del estudiante, así como de promover la autonomía, el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la transferencia del aprendizaje a contextos académicos reales.

Se diseñó un modelo didáctico basado en el aprendizaje significativo, estructurado a partir de una secuencia pedagógica orientada a activar los conocimientos previos, organizar los contenidos de manera gradual, promover la comprensión de conceptos matemáticos y favorecer la aplicación de procedimientos en situaciones vinculadas con la formación universitaria.

RECOMENDACIONES

Al Departamento Académico de Derecho, resulta pertinente fortalecer el rendimiento académico en Matemática Básica mediante la implementación progresiva del modelo didáctico propuesto, incorporando sesiones que partan del diagnóstico del estudiante, activen sus saberes previos y conecten los contenidos matemáticos con situaciones propias de su formación profesional.

A los docentes responsables de la asignatura, conviene reforzar el desarrollo de las nociones de lógica matemática a través de actividades que promuevan el razonamiento secuencial, la identificación de patrones, el análisis de premisas, la formulación de inferencias y la resolución de ejercicios contextualizados, empleando organizadores visuales, preguntas orientadoras y problemas breves relacionados con situaciones jurídicas o cotidianas.

A la coordinación académica y a los docentes del curso, sería valioso trabajar los contenidos de conjuntos, relaciones y funciones mediante estrategias visuales, colaborativas y aplicadas, como diagramas, mapas de correspondencia, ejercicios comparativos, casos de clasificación y situaciones donde el estudiante relacione elementos, condiciones y resultados.

A la plana docente, se plantea fortalecer el aprendizaje de números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones mediante talleres prácticos de resolución gradual, ejercicios contextualizados, trabajo cooperativo y retroalimentación permanente, priorizando que los estudiantes expliquen los procedimientos que emplean y no solo obtengan respuestas numéricas.

REFERENCIAS

Acevedo, T. (2024). Modelo didáctico basado en el Aprendizaje Significativo para mejorar la competencia resolución de problemas en estudiantes de Ingeniería. *SCIÉNDO, 27*, 327-333. https://revistas.unitru.edu.pe/index.php/SCIENDO/article/view/5993

Arias, J. (2020). *Proyecto de tesis. Guía para la elaboración.* Biblioteca Nacional del Perú. https://repositorio.concytec.gob.pe/handle/20.500.12390/2236

Arias, J., & Covinos, M. (2021). *Diseño y metodología de la investigación.* Enfoques Consulting. https://doi.org/https://repositorio.concytec.gob.pe/bitstream/20.500.12390/2260/1/Arias-Covinos-Dise%C3%B1o_y_metodologia_de_la_investigacion.pdf

Arispe, C. M., Yangali, J. S., & Guerrero, M. (2020). *La investigación científica.* UIDE. https://repositorio.uide.edu.ec/handle/37000/4310

Benítez, R., Rosero, C., & Jurado, M. (2022). Estrategias didácticas para un aprendizaje significativo de la división de números enteros y operaciones combinadas para estudiantes de octavo año. *Revista Científica y Arbitrada Ciencias de la Educación, 1*(1), 1-11. https://doi.org/10.5281/zenodo.7035941

Bermúdez-Pacheco, M., Cayambe-Guachilema, M., Gómez-Samaniego, G., & Nuñez-Michuy, C. (2021). Estrategias de aprendizaje para fortalecer el rendimiento académico en matemática del bachillerato de la unidad educativa El Empalme, Ecuador. *Revista Conrado, 17*(82), 444-453. https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/2055

Carhuancho, I., Nolazco, F., Sicheri, L., Guerrero, M., & Casana, K. (2019). *Metodología para la investigación holística.* UIDE. https://repositorio.uide.edu.ec/bitstream/37000/3893/3/Metodolog%C3%ADa%20para%20la%20investigaci%C3%B3n%20hol%C3%ADstica.pdf

Carrasco-Barrionuevo, J., Allauca-Pancho, F., Mantilla-Cabrera, C., & Santillán-Lima, J. (2024). Estrategia didáctica para el aprendizaje de cálculo en estudiantes universitarios con el software Derive. *Revista de Ciencias Sociales (RCS), 30*, 222-242. https://produccioncientificaluz.org/index.php/rcs/article/view/42840

Castro, A., Parra, E., & Arango, I. (2020). Glosario para metodología de la investigación. *Working Paper ESACE, 1*(8), 1-38. https://doi.org/10.17605/OSF.IO/5ANJB

Cevallos, A., & García, G. (2024). Estrategia motivacional para optimizar el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de primer año de bachillerato. *Revista Social Fronteriza, 4*(3). https://doi.org/10.59814/resofro.2024.4(3)313

Cobos, L., Vivas, Á., & Jaramillo, E. (2018). El aprendizaje significativo y su relación con los estilos de aprendizaje. *Revista Anales, 1*(376), 231-248. https://revistadigital.uce.edu.ec/index.php/anales/article/download/1871/1769

Espíritu, N. (2020). *Estrategia metodológica de enseñanza aprendizaje de la matemática utilizando las tics para mejorar la resolución de problemas en la IE "Aplicación" 10836.* Universidad Señor de Sipán. https://repositorio.uss.edu.pe/handle/20.500.12802/7069?show=full

Gómez, M. G., Cayambe, M. M., Bermudez, M. M., & Nuñez, M. C. (2021). Modelo de estrategia didáctica para fortalecer el aprendizaje de matemática en estudiantes de segundo bachillerato, unidad educativa vicente rocafuerte, Ecuador-2020. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 5*(5), 9677-9708. https://doi.org/https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i5.1014

Gong, B. (2023). Cuantitative analysis technology of classroom teaching based on facial expression recognition technology and attention analysis technology. En Z. Z. (Eds.), *Proceedings of ICBDIE 2022, Advances in Hybrid Circuits and Systems* (págs. 884–892). https://doi.org/10.2991/978-94-6463-034-3_91

Gorbaneff, Y. (2010). Qué se puede aprender de la literatura sobre el aprendizaje basado en problemas. *Revista Facultad de Ciencias Económicas: Investigación y Reflexión, 18*(1), 61-74. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0121-68052010000100004&script=sci_arttext

Gorbaneff, Y., & Cancino, A. (2009). Mapa conceptual para el aprendizaje basado en problemas. *Estudios Gerenciales, 25*(110), 111-124. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0123592309700646

Guamán, V. J., & Espinoza, E. (2022). Aprendizaje basado en problemas para el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Universidad y Sociedad, 14*(2), 124-131. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S2218-36202022000200124&script=sci_arttext&tlng=en

Gutiérrez, J. (2022). Modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables. *Boletín Redipe, 11*(3), 182-194. https://doi.org/10.36260/rbr.v11i3.1820

Hernández, R. (2018). El modelo pedagógico a través del aprendizaje basado en problemas en un curso de investigación bibliográfica. *Revista Electrónica Educare, 22*(2), 115-124. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S1409-42582018000200115&script=sci_arttext

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación. Sexta edición.* México: Mc Graw-Hill. https://www.esup.edu.pe/wp-content/uploads/2020/12/2.%20Hernandez,%20Fernandez%20y%20Baptista-Metodolog%C3%ADa%20Investigacion%20Cientifica%206ta%20ed.pdf

Jácome, A. (2022). *Estrategia aprendizaje basado en proyectos influye en el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de bachillerato, Guayaquil, Ecuador. 2021.* Universidad César Vallejo.

https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/77253/J%C3%A1come_VAM-SD.pdf

Jaimez, C. (2019). Instrumento de evaluación para materiales didácticos digitales de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje de tipos de datos abstractos. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo, 9*(18), 490 - 511. https://doi.org/https://doi.org/10.23913/ride.v9i18.433

Kaushik, V., & Walsh, C. (2019). Pragmatism as a research paradigm and its implications for social work research. *Social Sciences, 8*(9). https://doi.org/10.3390/socsci8090255

Kelly, L., & Cordeiro, M. (2020). Three principles of pragmatism for research on organizational processes. *Methodological Innovations, 13*(1), 1-10. https://doi.org/10.1177/2059799120937242

Klees, S. (2017). Quantitative methods in comparative education and international development. *International Review of Education, 63*(5), 605-622. https://doi.org/10.1007/s11159-017-9662-5

Kouneiher, J., & Barbachoux, C. (2017). New pragmatic approach to learning from research practices to teaching methodologies. *International Journal of Education, Culture and Society, 2*(6), 184-189. https://doi.org/10.11648/j.ijecs.20170206.14

Lin, H. (2012). A review on the pragmatic approaches in educating and learning creativity. *International Journal of Research Studies in Educational Technology, 1*(1), 13-24.

Loza, G., & Calle, R. (2023). Estrategia para el Uso de Métodos Didácticos para Mejorar el Rendimiento Académico de los Estudiantes de Primero de Bachillerato General Unificado en el Área de Matemáticas. *593 Digital Publisher CEIT, 8*(3), 650-664. https://doi.org/https://doi.org/10.33386/593dp.2023.3-1.1818

Loza-Zambrano, G., & Calle-García, R. (2023). Estrategia para el uso de métodos didácticos para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de primero de bachillerato

general unificado en el área de matemáticas. *Revista Científica Mundo de la Investigación y el Conocimiento, 7*(1), 450-468. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9124372

Malmberg, L. (2018). Quantitative methods for capturing processes and contexts in educational research. *Revista Española de Pedagogía, 76*(271), 449-462. https://doi.org/10.22550/REP76-3-2018-03

Mohammed, J., Onasanya, S., & Adenubi, S. (2023). Exploring the effectiveness of e-learning: A scoping review of qualitative and quantitative research. *Mimbar Pendidikan: Jurnal Indonesia untuk Kajian Pendidikan, 8*(2), 101-108. https://doi.org/10.17509/mimbardik.v5i2

Moreira, M. (2017). Aprendizaje significativo como un referente para la organización de la enseñanza. *Archivos de Ciencias de la Educación, 11*(12). https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/library?a=d&c=arti&d=Jpr8290

Moreira, M. A., Caballero, M. C., & Rodríguez, M. L. (1997). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. *Actas del encuentro internacional sobre el aprendizaje significativo, 19*(44), 1-16. https://www.academia.edu/download/40784677/apsigsubesp.pdf

Napa, K. (2025). Estrategias didácticas para favorecer el aprendizaje significativo en la asignatura de matemática en los estudiantes de educación básica. *Revista Científica CIELO, 9*(1), 496-507. https://revistacielo.unemi.edu.ec/index.php/cielo/article/view/496

Ñaupas, H., Valdivia, M., Palacios, J., & Romero, H. (2018). *Metodología de la investigación: Cuantitativa, Cualitativa y Redacción de la Tesis (Ed. 5ta ed.).* Ediciones de la U. https://corladancash.com/wp-

content/uploads/2020/01/Metodologia-de-la-inv-cuanti-y-cuali-Humberto-Naupas-Paitan.pdf

Palmero, M. (2004). La teoría del aprendizaje significativo. *Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping, 1*, 535-544. https://www.academia.edu/download/60231224/LA_TEORIA_DEL_APRENDIZAJE_SIGNIFICATIVO20190807-98020-x4gc4n.pdf

Palmero, M. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual. *Investigación Innovació Educativa Socioeducativa, 3*(1), 29-50. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3634413

Paz, M. T., Monzón, L. A., Porturas, M. d., Llontop, N. V., & Porturas, R. T. (2024). Programa de estrategias didácticas basado en el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) para estudiantes de educación de una universidad pública. *LATAM Revista Latinoamericana De Ciencias Sociales Y Humanidades, 5*(4), 187– 198. https://doi.org/https://doi.org/10.56712/latam.v5i4.2239

Pinheiro, T., & Almouloud, S. (2023). Proposal of a Didactic Model for the Development of Creative Thinking in Mathematics. *Revista Educação e Pesquisa, 31*, 1-20. 10.1590/S1678-4634202331e023006

Reyes, G. (2021). El aprendizaje significativo como estrategia didáctica para la enseñanza–aprendizaje. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional, 6*(5), 75-86. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7927035

Riveros, A. H. (2022). *Estrategia didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje significativo en matemática básica de los estudiantes de la Facultad de Educación de una Universidad Nacional de Ayacucho.* Universidad San Ignacio de Loyola. https://repositorio.usil.edu.pe/entities/publication/f8d58f36-972d-4501-845e-689d51c0bc77

Rojas-Hernández, L., & Uceda-Duclos, S. (2023). Propuesta de modelo didáctico para la mejora de la competencia matemática en docentes de primaria. *SCIÉNDO, 26*(1), 71-78. 10.17268/sciendo.2023.010

Sánchez, F. (2019). Fundamentos epistémicos de la investigación Cualitativa y Cuantitativa: Consensos y Disensos. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria, 13*(1), 102-122. http://www.scielo.org.pe/pdf/ridu/v13n1/a08v13n1.pdf

Sánchez, I. R., & Ramis, F. (2004). Aprendizaje significativo basado en problemas. *Horizontes educacionales, 9*(1), 101-111. https://revistas.ubiobio.cl/index.php/RHE/article/view/5384

Sanmartín, J. P. (2021). *Guía didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de la matemática en la fase concreta, en los estudiantes del cuarto año de Educación Básica de la Unidad Educativa Tres de Noviembre, durante el año lectivo 2019-2020.* Universidad Politécnica Salesiana. https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/20207?locale=en

Tarazona, J. (2005). Reflexiones acerca del aprendizaje basado en problemas (ABP): una alternativa en la educación médica. *Revista colombiana de Obstetricia y Ginecología, 56*(2), 147-154. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0034-74342005000200006&script=sci_arttext

Vega, C., Machuca, J., Salguero, G., Salas, L., Ramos, M., & Pilar, W. T. (2025). Mejorando el rendimiento académico de las matemáticas a través de juegos recreativos en estudiantes de educación primaria. *European Public & Social Innovation Review, 10*, 1-15. https://epsir.net/index.php/epsir/article/view/1357

Zambrano, D. E., & Enríquez, L. C. (2024). Estrategia didáctica para el fortalecimiento del rendimiento académico en la asignatura de matemática. *MQRInvestigar, 8*(1), 5169–5195. https://doi.org/https://doi.org/10.56048/MQR20225.8.1.2024.5169-5195

ANEXOS

Anexo 01. Matriz de consistencia

<table>
<tr><th colspan="4">Modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024</th></tr>
<tr><th>PROBLEMA GENERAL</th><th>OBJETIVO GENERAL</th><th>HIPOTESIS GENERAL</th><th>METODOLOGÍA</th></tr>
<tr><td rowspan="5">¿Cómo proponer un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024?</td><td>Proponer un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024.</td><td rowspan="5">La propuesta de un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo fortalecerá el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024.</td><td rowspan="5">Tipo: Aplicada
Enfoque: Cuantitativo
Diseño: No-Experimental
Nivel: Descriptivo-propositiva
Población: 45 estudiantes
Muestra: 45 estudiantes
Técnica: Encuesta
Instrumento: Cuestionario</td></tr>
<tr><td>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</td></tr>
<tr><td>Identificar el nivel del rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024.</td></tr>
<tr><td>Fundamentar teóricamente un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024.</td></tr>
<tr><td>Diseñar un modelo didáctico basado en el Aprendizaje significativo para fortalecer el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de la Escuela Profesional de Derecho, Universidad Nacional de Tumbes, 2024.</td></tr>
</table>

Anexo 02. Instrumento

Cuestionario

El presente cuestionario tiene como finalidad recoger información sobre el rendimiento académico en la asignatura de Matemática Básica en estudiantes de nivel superior, considerando contenidos vinculados con nociones de lógica matemática, conjuntos, relaciones y funciones, así como números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones. Las afirmaciones han sido formuladas para que el estudiante valore su propio desempeño académico en relación con los aprendizajes desarrollados en la asignatura, por ello, se solicita responder con sinceridad, marcando la alternativa que mejor represente su nivel de logro o dominio.

N°	ÍTEMS	Nunca	Casi nunca	A veces	Casi siempre	Siempre
D1: Nociones de lógica matemática						
1	Reconozco con claridad cuándo un enunciado puede considerarse una proposición dentro de un ejercicio de lógica matemática.					
2	Diferencio adecuadamente las proposiciones simples y compuestas cuando desarrollo actividades de lógica proposicional.					
3	Aplico las tablas de verdad para evaluar correctamente el valor lógico de proposiciones compuestas.					
4	Interpreto si una proposición compuesta corresponde a una tautología, contradicción o contingencia según su resultado lógico.					
5	Utilizo el método abreviado para determinar si una inferencia lógica es válida o inválida.					
6	Aplico reglas de inferencia para demostrar argumentos de manera ordenada y coherente.					
7	Empleo cuantificadores para construir proposiciones a partir de funciones proposicionales.					
D2: Conjuntos, relaciones y funciones						
8	Identifico los conjuntos numéricos según sus características y los utilizo correctamente en ejercicios matemáticos.					
9	Aplico operaciones con conjuntos para resolver situaciones o problemas planteados en clase.					
10	Resuelvo problemas con conjuntos siguiendo procedimientos adecuados y justificando mis respuestas.					
11	Identifico el dominio y el rango de una relación real a partir de su representación o enunciado.					

12	Determino el dominio, el rango y la gráfica de funciones reales de manera ordenada.					
13	Analizo funciones elementales y trascendentes considerando su dominio, rango y representación gráfica.					
14	Interpreto funciones reales provenientes de situaciones cotidianas o académicas, relacionando sus datos con su representación gráfica.					
D3: Números reales, expresiones algebraicas, razones y proporciones						
15	Identifico y represento números reales en la recta numérica de acuerdo con su ubicación correspondiente.					
16	Aplico propiedades de los números reales al resolver operaciones combinadas con precisión.					
17	Resuelvo ecuaciones lineales y cuadráticas siguiendo procedimientos matemáticos adecuados.					
18	Reconozco expresiones algebraicas y comprendo los elementos que las conforman.					
19	Aplico operaciones algebraicas para resolver ejercicios planteados en la asignatura.					
20	Utilizo razones y proporciones para resolver situaciones reales que requieren análisis matemático.					

Nota: Elaboración realizada por la investigadora.

Anexo 03. Sesiones de Aprendizaje

Sesión 1: Enunciados - Proposiciones y Conectivos lógicos duración (4 horas - Teoria y práctica)

Etapa 1: Inicio

La lógica matemática, también llamada lógica simbólica, comprende a la lógica proposicional y lógica cuantificacional.

La lógica proposicional se compone por un conjunto de cálculos, de simbolos lógicos, interrelacionados para formular argumentos o inferencias.

Se presenta diapositivas a los estudiantes para la orientación, mostrando aspectos esenciales del objeto de estudio.

La docente muestra diapositivas que contienen diversos enunciados y realiza diversas preguntas de lo presentado.

La docente a través de una lluvia de ideas recoge las respuestas de los estudiantes y los orienta hacia el tema y luego se propicia el conflicto cognitivo.

En esta sesión de aprendizaje identificaremos las proposiciones simples, compuestas y los conectivos lógicos, para lograr el propósito de la sesión contaremos con diapositivas o documentos, guías de aprendizaje, material complementario como capítulos de libros.

Etapa 2: Desarrollo

1. Enunciados

a. Enunciado: Se denomina enunciado a toda frase u oración. Algunos enunciados indican expresiones imperativas, exclamativas, interrogativas, otros en cambio, pueden ser verdaderos o falsos.

Ejemplos: Son enunciados:

- ¿Qué hora es?
- ¡Arriba Perú!
- 2 + 5 = 7
- La cordillera del Cóndor es peruana

Los enunciados que matemáticamente tienen significado son aquellos que pueden ser considerados como verdaderos o falsos (proposiciones); algunos enunciados no son posibles afirmar si es verdadero o falso, como, por ejemplo, las interrogantes, las exclamaciones o las preguntas.

b. Enunciado Abierto: Son aquellas oraciones que contienen variables sin especificar un valor determinado; no tienen la propiedad de verdadero o falso.

Ejemplos: Son enunciados abiertos:

- $X + 3 = 8$
- $x^2 + y^2 = 36$
- $Z + 4 > 8$
- Él tiene 30 años

Los enunciados que usan las palabras "él", "ella" son enunciados abiertos.

A los enunciados abiertos que contienen variables algebraicas se les denomina función proposicional, que tienen la propiedad de convertirse en proposiciones, al sustituirse la variable por una constante especifica.

Ejemplo:

El enunciado abierto $x^2 + 1 = 5$

Es una función proposicional, el cual se convierte en proposición cuando:

i. Para x = -3 (por ejemplo), se convierte en la proposición
$(-3)^2 + 1 = 5$..... (F) el cual tiene valor de verdad **Falsa**

ii. Para x = 2, entonces, será la proposición
$(2)^2 + 1 = 5$..... (V) el cual tiene valor de verdad **Verdadera**

c. Variable: Es una cantidad susceptible de variar en un determinado campo o recorrido, a las variables las representaremos por letras minúsculas x, y, z, p, q..... a estas variables se les da el nombre de variables indeterminadas.

Ejemplo:

- $y = \sqrt{x-5}$ es un número real, si x es un número real que sea mayor o igual a 5. El campo o recorrido de x es $x \geq 5$

2. Proposiciones

Las proposiciones son pensamientos o enunciados declarativos que pueden ser verdaderos o falsos. Los enunciados interrogativos: "¿Quién es Mahatma Gandhi?"; imperativos: "Dame tu mano"; y admirativos: "¡Viva el Perú!", no son proposiciones, y por lo tanto, no son verdaderos ni falsos. En cambio, las proposiciones u oraciones declarativas como: "La puerta es azul", "Las flores se alimentan de oxígeno", "El petróleo es un hidrocarburo", etc., son proposiciones y por lo tanto, son susceptibles a ser verdaderas o falsas.

Clases de Proposiciones Lógicas

a. Proposiciones simples o atómicas. - Es una proposición que no contiene ningún conectivo lógico.

Ejemplos:

- El triángulo es un polígono
- 3 + 2 = 5

b. Proposiciones compuestas o moleculares. - Es una proposición que contiene al menos un conectivo.

Ejemplos:

- Si Juan va al cine, entonces tiene dinero.
- Un triángulo es equiángulo si, y solo si es equilátero.

3. Conectivos lógicos

Son expresiones que sirven para unir dos o más proposiciones, entre los más importantes tenemos: la conjunción, disyunción, condicional, bicondicional.

Nombre	Expresión	Símbolo lógico
conjunción	Y	∧
disyunción	O	∨
condicional	Si,…entonces	→
bicondicional	Si y solo si	↔
negación	No	¬

Definamos enseguida cada uno de estos conectivos lógicos.

a. Conjunción (∧)

La conjunción es el conectivo lógico que enlaza dos o más enunciados, se utiliza cuando se usa el término de enlace "y". Además, tiene significados como: si no, más, mas, aun cuando, aunque, también, igualmente, pero, sin embargo, además, a la vez, no obstante, tanto… como, a pesar de, etc.

La función lógica de este conectivo es unir dos proposiciones. La conjunción es verdadera solo si ambos enunciados son verdaderos y es falsa cuando al menos uno de sus enunciados es falso o cuando ambos son falsos. Su tabla de verdad es:

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La conjunción "y" solo relaciona o enlaza enunciados, pero no conceptos; por ejemplo:

- "Marco Aurelio fue emperador y filósofo."
- "Marco Aurelio y Marx son filósofos."

Ejemplos:

i. La puerta es blanca y la ventana negra.

Si "la puerta es blanca = p" y "la ventana negra = q",

simbólicamente se tiene: **p ^ q**

ii. Algunos han nacido virtuosos, otros han conseguido la virtud **y** a otros les ha sido impuesta.

Simbólicamente: Algunos han nacido virtuosos = p

Otros han conseguido la virtud = q

Otros les han sido impuestos = r

p ^ q ^ r

b. Disyunción débil (inclusiva o incluyente) (∨)

Es inclusiva cuando indica que, si al menos uno de los enunciados simples es verdadero, la proposición resultará verdadera; y en el caso de que ambos sean falsos, la proposición será falsa. su tabla de verdad es:

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplos:

i. El veneno es mortal **o** dañino

El veneno es mortal = p Dañino = q

p ∨ q

ii. Iremos de paseo **o** de campamento.

p **v** **q**

c. Disyunción fuerte (exclusiva o excluyente) (Δ)

Tiene como significado "O….o….", vincula dos proposiciones atómicas o moleculares.

La disyunción exclusiva es aquella en que uno de los disyuntos es necesariamente verdadero y el otro es necesariamente falso a fin de que la proposición resulte verdadera.

Se representa así Δ y su tabla de verdad es la siguiente:

p	q	p Δ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ejemplos:

a. **O** Juan se encuentra en lima **o** se encuentra en Brasil.

p Δ q

Simbolizando: Juan se encuentra en lima = p

Se encuentra en Brasil = q

p Δ q

b. Mariátegui **o** nació en Lima **o** en Moquegua.

Simbolizando: Mariátegui nació en Lima = p

Mariátegui nació en Moquegua = q

p Δ q

En resumen:

Es *disyunción exclusiva* cualquier proposición de tipo "o" cuyo significado es tal que la proposición es falsa si ambos componentes son verdaderos o falsos.

Es *disyunción no exclusiva o inclusiva* cualquier proposición "o" que resulte verdadera por lo menos si alguno de sus componentes también lo es.

d. Condicional (→)

En el lenguaje natural lo expresamos de esta manera: , "si, entonces", "siempre que", entre otras expresiones. Lo representamos así: **p → q**

El condicional indica que, siendo el antecedente, o enunciado que pone la condición,

verdadero y el consecuente, enunciado condicionado por el antecedente, falso, entonces será falso todo el enunciado y en los demás casos será verdadero. Su correspondiente tabla de verdad es:

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Condicional directa ($p \rightarrow q$).- Cuando el antecedente es condición necesaria para que se pueda dar la consecuencia. La condicional directa se sirve de otras expresiones gramaticales para poder reconocerlas:

- Si **p, q**
- Solo **p** si **q**
- Si **p** entonces **q**
- **p** de ahí se sigue **q**
- **p** por consiguiente **q**
- **p** así pues **q**
- **p** luego **q**
- **p** se deduce **q**
- **p** de manera que **q**
- Como **p, q**
- **p** de ahí que **q**
- **p** de modo que **q**
- **p** por lo tanto **q**
- Solo **p si q**
- **p** en consecuencia **q**
- **p** se concluye **q**
- Cuando **p, q**
- Suponiendo que **p, q**

Ejemplos:

i. Si estudias entonces apruebas

antecedente **consecuente**

p → **q**

ii. Si te vas entonces estaré triste

Simbolizando: Te vas = p Estaré triste = q

p → q

Condicional indirecta ($q \rightarrow p$).- La posición del antecedente se encuentra invertido al igual que el consecuente. La condicional indirecta se sirve de otras expresiones gramaticales para poder reconocerlas:

- **p** cada vez **q**
- **p** suficiente que **q**
- **p** dado que **q**
- **p** a condición de que **q**

- **p** ya que **q** - **p** en vista de que **q**
- **p** puesto que **q** - **p** siempre que **q**
- **p** porque **q** - **p** supone **q**
- **p** si **q** - **p** pues **q**
- **p** es una condición necesaria de **q**

Ejemplos:

i. Iré de vacaciones siempre que acabe con el trabajo

Consecuente - **antecedente**

Simbolizando: Iré de vacaciones = **p**

Acabe con el trabajo = **q**

$$q \rightarrow p$$

Nota: Siempre el antecedente al simbolizar va primero es por eso que: $q \rightarrow p$

ii. Eres cantante si tienes talento

consecuente **antecedente**

Simbolizando: Eres cantante = **p**

Tienes talento = **q**

$$q \rightarrow p$$

e. Bicondicional (↔)

El conectivo bicondicional se expresa mediante las palabras: "si y solo si", y lo representamos así: ↔. Indica una relación doblemente condicionada entre dos enunciados. El bicondicional indica que si ambos miembros son verdaderos o ambos son falsos, el enunciado entero resultará verdadero. En todos los demás casos resultaran falsos.

Está representado por el "si y solo si", en el lenguaje ordinario se pueden encontrar otras expresiones equivalentes como:

- Entonces y solo entonces
- Cuando y solo cuando
- Si y solamente si, etc.

Su tabla de verdad es la siguiente:

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejemplos:

i. Alfonso ingresará **si y solo si** estudia.

Simbolizando: Alfonso ingresara = **p**

Estudia = **q**

p ↔ q

ii. Todo número es par **si y solo si** es divisible por 2.

Simbolizando: Todo número es par = **p**

Es divisible por 2 = **q**

p ↔ q

f. La negación (~)

Es un operador monádico que afecta a una proposición o conjunto de proposiciones, es un conectivo diferente de los otros.

Tiene como significado: no, ni, nunca, no siempre, no es cierto que, es falso que, no ocurre que, es imposible que, no es que, no es el caso que, no es verdad que, etc.

Por consiguiente, negar una proposición, consiste en indicar que es falsa. Si negamos *p* siendo *p* verdadera, obtendremos una proposición falsa; pero si negamos *p* siendo *p* falsa, obtendremos una proposición verdadera. Por lo que su tabla de verdad es:

p	~ p
V	F
F	V

Se clasifica:

Negación ligada. - Cuando afecta a proposiciones simples utilizando generalmente la forma gramatical no.

Ejemplos:

i. Karina **no** es deportista.

Simbolizando: Karina es deportista = p

Pero como es negación: ~ **p**

ii. Vanessa **no** estudia computación.

Simbolizando: Vanessa estudia computación = p

Pero como es negación: ~ **p**

Negación libre. - Cuando afecta o proposiciones compuestas. Sus formas gramaticales son: No es cierto que, no se da el caso que, es falso que, no es posible que, etc.

Ejemplo:

i. **No es cierto que** vas al cine y al teatro.

~ **p** **^** **q**

Simbolizando: vas al cine = p

al teatro = q

Pero como es una negación libre = ~ **(p ^ q)**

Binegación. - Su forma gramatical es: el término "ni" se simboliza (~p ^ ~q) Ejemplo:

i. **Ni** Ángela **ni** Claudia van al teatro.

Simbolizando: Ángela va al teatro = p

Claudia va al teatro = q

Pero cono es una binegación "ni" = (~p ^ ~q)

Actividad:

1. Elaborar 5 enunciados, 5 enunciados abiertos, 5 proposiciones simples, 5 proposiciones compuestas.

2. Señalar cada proposición atómica con una A y cada proposición molecular con una M. Escribir junto a cada proposición molecular el término de enlace utilizado.

a) El gran oso negro andaba perezosamente por el camino de abajo.
b) La música es muy suave o la puerta está cerrada.
c) A este perro grande le gusta cazar gatos.
d) Él pregunta por su pipa y pregunta por su escudilla.
e) Luis es un buen jugador o es muy afortunado.

f) Si Luis es un buen jugador, entonces participará en el partido del colegio.
g) Muchos estudiantes estudian Lógica en el primer año de carrera.
h) Los gatitos no acostumbran a llevar mitones.
i) Se puede encontrar a Juana en casa de Susana.
j) Si María canta, entonces es feliz.
k) La asignatura preferida de Lucca es Matemática.
l) Esta proposición es atómica o es molecular.
m) Si X=0 entonces x+y=1
n) x+y> 2.
o) x=1 o y+z=2.
p) Si hay fallas en las grandes masas rocosas, entonces es posible que ocurran terremotos.

3. Formar cuatro proposiciones moleculares utilizando una o dos de las proposiciones escritas a continuación junto con un término de enlace («y», «o», «no», y «si..., entonces»). Por ejemplo, se puede poner el término de enlace «y» entre dos de ellas y también se puede utilizar la misma proposición atómica más de una vez. Utilizar cada uno de los cuatro términos de enlace una sola vez, de manera que cada una de las proposiciones moleculares tenga distinto término de enlace.
    1. El viento sopla muy fuerte.
    2. Juan podría ganar fácilmente.
    3. La lluvia puede ser la causa de que abandone la carrera.
    4. Veremos qué planes hay para mañana.
    5. Todavía tendríamos tiempo de llegar a las siete.
    6. El amigo de Enrique tiene razón.
    7. Estábamos confundidos respecto a la hora de la junta.

Evaluación de la actividad:

Rúbrica para la resolución de problemas y/o ejercicios propuestos

RÚBRICA DE EVALUACIÓN Ponderación: 20 puntos				
Indicadores	Deficiente	Suficiente	Bueno	Sobresaliente
Comprensión del problema y/o ejercicio	Presenta dificultades para comprender los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios o no reconoce los datos ni el contexto del problema, mostrando poca	Demuestra un entendimiento básico de algunos conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos, demostrando una comprensión	Demuestra un buen entendimiento de la mayoría de los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando con claridad lo que se busca y demostrando una alta comprensión del problema.	Demuestra un claro entendimiento de todos los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta perfectamente los datos, identificando con certeza lo que se busca y demostrando una absoluta

	comprensión del mismo.	elemental del problema.		comprensión del problema.
Ponderación: 5	1.5	3	4	5
Precisión y exactitud	Presenta dificultades para realizar cálculos precisos y/o resolver problemas, muestra falta de exactitud en las respuestas.	Realiza cálculos con alguna imprecisión y errores en algunas respuestas y/o resuelve algunos problemas matemáticos, pero con dificultades en la aplicación de métodos y estrategias.	Realiza cálculos precisos y muestra una buena exactitud en las respuestas, con pocos errores y/o resuelve correctamente la mayoría de los problemas matemáticos, aplicando métodos y estrategias adecuadas.	Realiza cálculos precisos y muestra un alto grado de exactitud en las respuestas y/o resuelve correctamente problemas matemáticos complejos, aplicando diversos métodos y estrategias.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Presentación y organización	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera desordenada y poco clara.	Presenta los ejercicios y/o problemas con algunos errores en la presentación y organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera legible y con una adecuada organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera clara, ordenada y con una estructura adecuada.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Contenido	Se intentaron menos del 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 85% de los ejercicios y/o problemas.	Presenta la totalidad de los ejercicios y/o problemas.
Ponderación 5	1.5	3	4	5

Etapa 3: Culminación

La docente refuerza los aspectos más importantes con un organizador gráfico en relación al tema, con la participación de sus estudiantes.

La docente propicia espacios de reflexión sobre lo aprendido formulando interrogantes metacognitivas: ¿Qué aprendiste hoy?, ¿Para qué me sirve lo aprendido? ¿El trabajo en equipo ha sido fructífero? ¿Qué dificultades se presentaron y cómo fuimos superándolas? Poniendo énfasis en la relación de lo aprendido con los nuevos aprendizajes.

La docente entrega ejercicios de aplicación para que los desarrollen y adjunten a su trabajo práctico.

Bibliografía

Aguilar Marquez, A., Bravo Vázquez, F., Gallegos Ruiz, H., Cerón Villegas, M. y Reyes Figueroa, R. (2009). *Algebra*, México: Pearson Educación de México.

Bustamante Arias Alonso (2009) Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole - 1ª edición Pearson Educación de México S.A.

Escobar Valenzuela, Gustavo. Lógica: nociones y aplicaciones. ,2013, 4ª ed. McGrAW-Hill México

Sesión 2: Simbolización de proposiciones - Tablas de verdad duración (4 horas- Teoría y práctica)

Etapa 1: Inicio

El cálculo proposicional requiere un lenguaje simbólico que tenga características distintas del lenguaje ordinario o natural. El lenguaje simbólico es un lenguaje especializado y convencional, se forma por el empleo de signos que representan proposiciones simples y que al unirse dos o más forman proposiciones compuestas.

La docente realiza las siguientes interrogantes:

¿En qué consiste un lenguaje natural o coloquial? ¿Podrías poner un ejemplo?

¿En qué se caracteriza un lenguaje simbólico?

¿Qué ciencias utilizan este tipo de lenguaje?

En esta sesión de aprendizaje identificaremos el lenguaje simbólico de las proposiciones y las tablas de verdad de los conectivos lógicos, para lograr el propósito de la sesión contaremos con diapositivas o documentos, guías de aprendizaje, material complementario como capítulos de libros.

Etapa 2: Desarrollo

1. **Simbolización de proposiciones**

La simbolización de proposiciones, llamadas también "formalización de proposiciones", es el proceso por el cual se representa las proposiciones y sus enlaces lógicos mediante variables y operadores proposicionales, de esta manera se genera una fórmula lógica.

Fórmula lógica. - Son las combinaciones bien formadas de variables y operadores proposicionales, es decir, son esquemas lógicos resultantes que reemplazan simbólicamente las proposiciones y sus enlaces.

Variables proposicionales. - Son letras minúsculas que representan las proposiciones simples. Se les puede asignar cualquier contenido: p, q, r,…z.

Operadores proposicionales. - Se refiere a los enlaces lógicos que se hallan uniendo las proposiciones simples son constantes lógicas (conjunción, disyunción, bicondicional, condicional, negación).

Los operadores proposicionales pueden ser diádicos y monádicos. Es decir:

Operadores Diádicos	.....y.....	∧
	.....o.....	∨
	O.....o.....	≢, Δ, ⊻ , ⊻
	Si....entonces	→, ⊃
	...si y solo si...	≡, ↔
Operador Monádico	No es cierto que	~, ¬
	no	

Ejemplo:

i. Si Viviana llega a tiempo entonces no perderá el vuelo y disfrutará sus vacaciones.

Asignando variables proposicionales:

p = Viviana llega a tiempo

q =Viviana perderá el vuelo

r = Viviana disfrutara sus vacaciones

Reemplazando: Si **p** entonces ~ **q** y **r**

Simbolizando: p → (~ q ∧ r)

Resumen General

Proposiciones compuestas	Fórmulas lógicas	Lectura
Conjuntiva	p ∧ q	p y q
Disyuntiva débil	p ∨ q	p o q
Disyuntiva fuerte	p Δ q	O p o q
Condicional	p → q	Si p entonces q
Bicondicional	p ↔ q	p si y solo si q
Negación libre	¬(p ∧ q)	No es cierto que p y q
Negación ligada	¬ p	No p

Signos de agrupación. - Se utilizan para agrupar a las variables y operadores, así como para darles jerarquía. Son los siguientes:

- **Barras | |**
- **Llaves { }**
- **Corchetes [ ]**
- **Paréntesis ( )**

Jerarquización. - Jerarquizar significa agrupar las variables y los operadores dentro de los signos de colección, llamados también de agrupación. Para jerarquizar hay que tener en cuenta los siguientes requisitos:

- Solo presentan jerarquía los conectivos lógicos (y, o, entonces, si y solo si).
- Para realizar una correcta jerarquización hay que tener en cuenta los signos de puntuación del texto a jerarquizar, por cuanto ellos indican la ubicación de los signos de colección.
- En el texto, el punto seguido tiene mayor jerarquía, le sigue en segundo lugar el punto y coma, y en tercer lugar la coma.

Reglas para jerarquizar.

- Donde esté ubicado el signo de puntuación más importante del texto (de mayor jerarquía), **ahí se encuentra ubicado el conectivo principal.**
- Donde se encuentre un signo de puntuación ahí se abre o cierra un signo de colección (paréntesis, corchete o llave).
- El conectivo que se encuentra fuera o en la parte más externa de los signos de colección es el que tiene mayor jerarquía.
- Si encontramos un texto donde se presente una sucesión de idénticos signos de puntuación, será mayor el que presente como conectivo entonces, luego o cualquiera de sus sinónimos.
- La negación antecede a la variable (~p), no enlaza proposiciones, pues no es conectivo.

Ejemplo

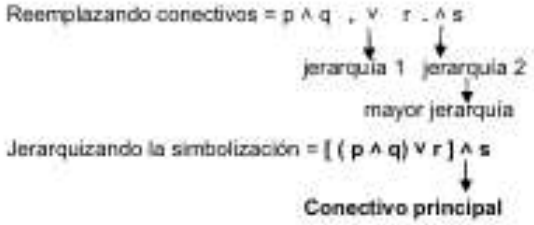
i) Alana estudia biología y anatomía, o

p **q**

estudia matemática. Sin embargo, estudia física.

r **s**

Reemplazando proposiciones = p y q, o r. sin embrago s



2. Tablas de verdad

Son cuadros de doble entrada que nos permiten determinar el valor de verdad del esquema molecular, considerando las posibles combinaciones entre los valores de verdad de las variables que la componen y en base a la regla del conectivo correspondiente.

Con la tabla de verdad podemos hallar la matriz principal que define el esquema molecular, empleando para ello las funciones veritativas de los conectivos.

Tabla de verdad de la disyunción inclusiva

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla de verdad de la conjunción

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabla de verdad de la condicional

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabla de verdad del bicondicional

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabla de verdad de la disyunción exclusiva

p	q	p Δ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla de verdad de la negación

p	¬p
V	F
F	V

Cómo elaborar una tabla de verdad

Identificar cuántas letras diferentes tiene la proposición de la cual vamos a obtener su tabla de verdad.

i. Aplicar la formula (2^n). Donde la base representa el número constante de valores (verdad y falsedad) y el exponente el número de variables que tiene el esquema.

Ejemplo:

(p ∧ p) será 2^1 = 2 combinaciones

(p ∧ q) será 2^2 = 4 combinaciones

[(p ∧ q) → r] será 2^3 = 8 combinaciones

ii. Trazar una línea horizontal en la cual se anotará la proposición y a la izquierda sus letras o símbolos (*p, q, r,* etc) en el mismo orden están en la proposición.

iii. Debajo de cada una de las letras de la columna de la izquierda anotar sus valores de verdad (en forma vertical), comenzando por la columna de la derecha se anota una V y una F hasta cubrir el número de renglones según las combinaciones obtenidas.

iv. En la siguiente columna (retrocediendo hacia la izquierda) se escribe dos veces V y dos veces F si la tabla tiene 8 renglones, por ejemplo, llenar los renglones, así sucesivamente se van duplicando las V y las F en las demás columnas.

v. Al terminar de elaborar una tabla de verdad, observaremos que de acuerdo con los valores de verdad que resulten de su operador principal (matriz principal) , los argumentos pueden ser de tres tipos, a saber:

a) Tautológicos. Cuando los valores del conectivo principal resultan ser todos verdaderos.

b) Contingentes. Cuando los valores del conectivo principal unos son verdaderos y otros falsos, como ocurre en nuestro ejemplo.

c) Contradictorios. Cuando los valores del conectivo principal resultan todos falsos.

NOTA: Cuando en una proposición compuesta se tienen varios conectivos lógicos, las operaciones se realizan luego de colocar los paréntesis adecuadamente comenzando con las proposiciones que se encuentran dentro de los paréntesis interiores. Siguen todas las negaciones y luego se avanza de izquierda a derecha. Los corchetes son considerados como paréntesis.

Si al formalizar no queda claro cuál es el conectiva dominante, se debe utilizar la siguiente convención:

De mayor jerarquía: $\leftrightarrow$, Δ, $\rightarrow$, $\vee$ $\wedge$, $\sim$. Menor jerarquía

Ejemplo:

Por la tabla de valores, determine si la siguiente fórmula es tautológica, contradictoria o contingente:

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	[(p	→	q)	∧	(q	→	r)]	→	(p	→	r)
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	F	V	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

∴ es tautológica

Actividad:

1. Por la tabla de verdad determine si cada una de las siguientes fórmulas es tautológica, contradictoria o consistente.

a) $(p \vee q) \rightarrow p$
b) $(p \wedge q) \rightarrow p$
c) $\sim (p \vee q) \wedge q$
d) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \wedge p)$
e) $\sim (p \wedge \sim q) \vee (q \rightarrow \sim p)$
f) $(p \leftrightarrow q) . \rightarrow . \sim q \rightarrow (r \vee \sim p)$
g) $p \leftrightarrow (q \wedge r) . \leftrightarrow . (q \rightarrow \sim r) \leftrightarrow p$
h) $(p \wedge \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q) \vee (r \wedge \sim p)$
i) $\sim p . \rightarrow . \sim (q \wedge \sim r . v . p \leftrightarrow r) \wedge \sim q$
j) $p \wedge \sim (q \vee \sim r . \leftrightarrow . r \rightarrow q) \wedge (p \vee r)$

2. Simbolizar las siguientes proposiciones:

a) La piscina está temperada porque hay calefacción, o la piscina está temperada porque habrá concurso de natación.

b) No es el caso que los felinos sean fáciles de cazar o las carabinas no sean armas de largo alcance.

c) No es el caso que con carabinas se cacen felinos y las carabinas no sean armas de largo alcance, sin embargo, los felinos no son fáciles de cazar.

d) Con carabinas no se cazan felinos pero los felinos no son fáciles de cazar.

e) Aunque sus discursos eran siempre débiles, decidía siempre con rigor y justicia; sin embargo, cuando se enfrentaba en una polémica, solía vencer fácilmente a su interlocutor.

f) Se hubiera impedido el asalto al banco si la alarma hubiera sonado oportunamente.

g) Las lámparas no están encendidas, si y solo si no hay alguien en casa o los de la casa han salido a pasear.

h) Un sólo proveedor no puede afectar los precios si el mercado es libre.

i) Newton dijo la verdad si la física clásica no es absoluta; si y solo si, los fenómenos naturales no se comportaban según las leyes mecánicas de Newton.

j) Aunque severo, es justo.

3. Siendo p: Luis es estudioso y q: Francisco es estudioso, escribir en forma simbólica:

a) Luis es estudioso y Francisco no es estudioso.

b) Luis no es estudioso y Francisco es estudioso.

c) Luis y Francisco, no son estudiosos.

d) No es cierto que Francisco o Luis sean estudiosos.

Evaluación de la actividad:

Rúbrica para la resolución de problemas y/o ejercicios propuestos

RÚBRICA DE EVALUACIÓN Ponderación: 20 puntos				
Indicadores	Deficiente	Suficiente	Bueno	Sobresaliente
Comprensión del problema y/o ejercicio	Presenta dificultades para comprender los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios o no reconoce los datos ni el contexto del problema, mostrando poca comprensión del mismo.	Demuestra un entendimiento básico de algunos conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos, demostrando una comprensión elemental del problema.	Demuestra un buen entendimiento de la mayoría de los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando con claridad lo que se busca y demostrando una alta comprensión del problema.	Demuestra un claro entendimiento de todos los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta perfectamente los datos, identificando con certeza lo que se busca y demostrando una absoluta comprensión del problema.
Ponderación: 5	1.5	3	4	5
Precisión y exactitud	Presenta dificultades para realizar cálculos precisos y/o resolver problemas, muestra falta de exactitud en las respuestas.	Realiza cálculos con alguna imprecisión y errores en algunas respuestas y/o resuelve algunos problemas matemáticos, pero con dificultades en la aplicación de métodos y estrategias.	Realiza cálculos precisos y muestra una buena exactitud en las respuestas, con pocos errores y/o resuelve correctamente la mayoría de los problemas matemáticos, aplicando métodos y estrategias adecuadas.	Realiza cálculos precisos y muestra un alto grado de exactitud en las respuestas y/o resuelve correctamente problemas matemáticos complejos, aplicando diversos métodos y estrategias.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Presentación y organización	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera desordenada y poco clara.	Presenta los ejercicios y/o problemas con algunos errores en la presentación y organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera legible y con una adecuada organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera clara, ordenada y con una estructura adecuada.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Contenido	Se intentaron menos del 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 85% de los ejercicios y/o problemas.	Presenta la totalidad de los ejercicios y/o problemas.
Ponderación 5	1.5	3	4	5

Etapa 3: Culminación

La docente refuerza los aspectos más importantes con un organizador gráfico en relación al tema, con la participación de sus alumnos.

La docente propicia espacios de reflexión sobre lo aprendido formulando interrogantes metacognitivas: ¿Qué aprendiste hoy?, ¿Para qué me sirve lo aprendido? ¿El trabajo en equipo ha sido fructífero? ¿Qué dificultades se presentaron y cómo fuimos superándolas? Poniendo énfasis en la relación de lo aprendido con los nuevos aprendizajes.

La docente entrega ejercicios de aplicación para que los desarrollen y adjunten a su trabajo práctico.

Bibliografía

Aguilar Marquez, A., Bravo Vázquez, F., Gallegos Ruiz, H., Cerón Villegas, M. y Reyes Figueroa, R. (2009). *Algebra*, México: Pearson Educación de México.

Bustamante Arias Alonso (2009) Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole - 1ª edición Pearson Educación de México S.A.

Escobar Valenzuela, Gustavo. Lógica: nociones y aplicaciones. ,2013, 4ª ed. McGrAW-Hill México

Sesión 3: Inferencia lógica - Principales leyes lógicas y tautologías -Validez de argumentos duración (4 horas- Teoría y práctica)

Etapa 1: Inicio

El objetivo de la lógica es estudiar el análisis formal de validez de las inferencias. Es decir, el análisis formal permite simbolizar las inferencias en esquemas moleculares y demostrar con seguridad (mediante diversos métodos veritativos) su validez o invalidez.

La docente realiza interrogantes para motivar a los estudiantes.

En esta sesión de aprendizaje identificaremos principales lógicas y tautologías y validez de argumentos, para lograr el propósito de la sesión contaremos con diapositivas o documentos, guías de aprendizaje, material complementario como capítulos de libros.

Etapa 2: Desarrollo

La inferencia

Una inferencia, llamada también argumento o razonamiento, es una estructura de proposiciones en la que a partir de una o más proposiciones llamadas premisas (antecedentes), se obtiene otra, llamada conclusión (consecuente). De tal modo que la inferencia tendrá forma condicional.

Es una estructura de proposiciones donde a partir de una o más proposiciones llamadas *premisas* se obtiene otra proposición llamada *conclusión*. Las inferencias tienen varias formas de presentarse.

P1 P2 ⋮ Pn ∴ C	P1 P2 ⋮ Pn //∴ C	P1, P2, ..., Pn ∴ C

FÓRMULA INFERENCIAL:

$$P1 \wedge P2 \wedge \ldots \wedge Pn \rightarrow C$$

Inferencia válida: Cuando la conclusión se sigue necesariamente del conjunto de premisas, es decir la conjunción de premisas implica a la conclusión.

$$P1 \wedge P2 \wedge \ldots \wedge Pn \rightarrow C$$

Dicho de otra manera, si la inferencia es válida es imposible que todas las premisas sean verdaderas y la conclusión sea falsa; o si todas las premisas son verdaderas, la conclusión debe ser verdadera.

Análisis de validez de inferencia

A) Por método abreviado:

Para determinar si una inferencia es válida se debe:

Primero, distinguir la conclusión del conjunto de premisas. En un argumento, la conclusión puede presentarse:

1) Dé el valor de verdad V, a cada una de las premisas Pi y el valor de verdad F, a la conclusión q, de la siguiente manera:

$$P1 \wedge P2 \wedge \ldots \wedge Pn \ . \rightarrow . \ q$$
$$V \quad V \quad V \qquad F$$
$$F$$

2) Deduce el valor de verdad de cada una de las variables proposicionales (p, q, r, s,...), teniendo en cuenta los principios de cada una de las formas de las proposiciones compuestas. Empiece por la conclusión.

1) al final:	P1. P2. P3. De modo que, C.
2) al inicio:	C, puesto que P1, P2, P3.
3) al medio:	P1, P2, luego, C, puesto que P3.

2A) Decide: si cada una de las variables proposicionales tiene UN SÓLO VALOR, entonces la inferencia no es válida, es decir, no existe la implicación, puesto que la conjunción de premisas es V y la conclusión es F.

2B) Si una variable proposicional tiene DOS VALORES A LA VEZ (V y F), entonces quedará demostrado que no es posible que la conjunción de premisas sea V y la conclusión F. Por tanto, existe la implicación y la inferencia es válida (dicho en otras palabras: de la conjunción de premisas se ha inferido una conclusión).

B) Por tabla de verdad

Ejemplo:

Si estudio la física de A. Einstein, aprendo una parte de la física elemental. Estudio la física de A. Einstein. Luego aprendo una parte importante de la física elemental.

Reconocer premisas y conclusión.

P_1: Si estudio la física de A. Einstein, aprendo una parte de la física elemental.
P_2: Estudio la física de A. Einstein.

C: Aprendo una parte importante de la física elemental.

Reconocer las variables que forman parte de la inferencia.

- Estudio la física de A. Einstein = p
- Aprendo una parte importante de la física elemental = q

Formalizar premisas y conclusión.

P1: $p \rightarrow q$

P_2: p

C: q

Unir las premisas a través de las conjuntivas y el conjunto de las premisas con la conclusión a través de una condicional.

$[(P1) \wedge (P2) \wedge \ldots \wedge (Pn)] \rightarrow C$

Evaluar el esquema por tablas de verdad.

$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

p q	[(p → q) ∧ p] → q)
V V	V V V **V** V
V F	F F V **V** F
F V	V F F **V** V
F F	V F F **V** F

La matriz principal es una tautología, por ello la inferencia es válida.

Principales leyes lógicas y Tautologías

Una forma proposicional es una ley lógica si y solo si cualquiera que sea la interpretación formalmente correcta que se haga de la misma, se obtiene como resultado una verdad lógica. En lógica, las tautologías son conocidas con el nombre de leyes o principios lógicos y son las siguientes:
Principio de Identidad, una proposición solo es idéntica a sí misma. Simbólicamente se expresa por:
$p \rightarrow p$

Principio de no Contradicción dice: es imposible que una proposición sea verdadera y falsa a la vez. Simbólicamente, como sigue: ~ (p ∧ ~ p)

Principio del Tercio Excluido, una proposición o es verdadera o es falsa, no existe una tercera posibilidad. Simbólicamente, como sigue: p ∨ ~p

Existen muchas otras tautologías igualmente importantes y que se clasifican en dos grupos: las tautologías llamadas equivalencias notables y las llamadas implicaciones notables

Leyes de Equivalencia (Equivalencias Notables)

También conocidas como leyes equivalentes porque resultan ser las más conocidas y útiles en la transformación y simplificación de fórmulas. A continuación, las leyes equivalentes:

Leyes asociativas (Asoc.)

- $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
- $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
- $p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r) \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$

Leyes conmutativas (Conm.)

- $p \vee q \equiv q \vee p$
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$
- $(p \leftrightarrow q) \equiv (q \leftrightarrow p)$

Leyes de la idempotencia (Idem.)

- $p \vee p \equiv p$
- $p \wedge p \equiv p$

Leyes distributivas (Dist.)

- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$
- $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$

Ley de la doble negación (DN)

$\sim (\sim p) \equiv p$

Leyes De Morgan (DM)

- $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Leyes de la absorción (Abs.)

- $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
- $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
- $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$
- $p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$
- $\sim p \wedge (p \vee q) \equiv \sim p \wedge q$
- $\sim p \vee (p \wedge q) \equiv \sim p \vee q$
- $\sim p \vee (p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- $\sim p \wedge (p \vee \sim q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Leyes de la implicación (Imp.)

- $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$
- $p \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge \sim q)$

Leyes de la equivalencia (Eq.)

- $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
- $p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

Leyes de la expansión (Expan.)

- $p \equiv p \wedge (q \vee \sim q)$
- $p \equiv p \vee (q \wedge \sim q)$
- $p \rightarrow q \equiv p \leftrightarrow (p \wedge q)$
- $p \rightarrow q \equiv q \leftrightarrow (p \vee q)$

Leyes de la transposición (Trans.)

- $(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$
- $(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim q \leftrightarrow \sim p)$

Ley de la exportación (Exp.)

- $(p \wedge q) \rightarrow r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$

Leyes de la negación de la equivalencia (NEq.)

- $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p \leftrightarrow q)$
- $\sim (p \leftrightarrow q) \equiv (p \leftrightarrow \sim q)$

Leyes de dominación

- $p \vee V \equiv V$
- $p \wedge F \equiv F$

Leyes de identidad

- $p \vee F \equiv p$
- $p \wedge V \equiv p$

Ley de exclusión del término medio

- $p \vee \sim p \equiv V$

Ley de contradicción

- $p \wedge \neg p \equiv F$

Ley de la disyunción fuerte

- $p \Delta q \equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \sim p)$

Leyes implicativas (Implicaciones Notables)

Una proposición compuesta es una implicación cuando es tautológica y su conectivo principal es un condicional.

IMPLICACIONES NOTABLES			
NOMBRE	**REGLA**	**NOMBRE**	**REGLA**
1. MODUS PONENDO PONENS (MPP)	$A \rightarrow B$, A / $\therefore B$; A, $A \rightarrow B$ / $\therefore B$	6. SILOGISMO DISYUNTIVO **(SD)**	$A \vee B$, $\sim A$ / $\therefore B$; $A \vee B$, $\sim B$ / $\therefore A$
2. MODUS TOLLENDO TOLLENS (MTT)	$A \rightarrow B$, $\sim B$ / $\therefore \sim A$; $\sim B$, $A \rightarrow B$ / $\therefore \sim A$	7. SILOGISMO HIPOTÉTICO PURO **(SHP)**	$A \rightarrow B$, $B \rightarrow C$ / $\therefore A \rightarrow C$
3. CONJUNCIÓN **(CONJ)**	A, B / $\therefore A \wedge B$; B, A / $\therefore A \wedge B$	8. TRANSITIVIDAD SIMÉTRICA **(TS)**	$A \leftrightarrow B$, $B \leftrightarrow C$ / $\therefore A \leftrightarrow C$
4. SIMPLIFICACIÓN **(SIMP)**	$A \wedge B$ / $\therefore A$; $A \wedge B$ / $\therefore B$	9. DILEMA CONSTRUCTIVO COMPUESTO **(DCC)**	$A \rightarrow B$, $C \rightarrow D$, $A \vee C$ / $\therefore B \vee D$
5. ADICIÓN **(AD)**	A / $\therefore A \vee B$; A / $\therefore B \vee A$	10. DILEMA DESTRUCTIVO COMPUESTO **(DDC)**	$A \rightarrow B$, $C \rightarrow D$, $\sim B \vee \sim D$ / $\therefore \sim A \vee \sim C$

Validez de argumentos

Los métodos para la demostración valida y no valida de argumentos son los que se presten a tal propósito. El método que nosotros aplicamos es la demostración directa, que emplea a su vez las leyes de implicación.

Un argumento es una secuencia o serie de proposiciones en la que una de ellas, llamada *conclusión*, se infiere o se obtiene de las premisas. La validez de los argumentos consiste en que las premisas y la conclusión se encuentran lógicamente estructurados, sin importar si el argumento es verdadero o falso, puesto que lo importante será destacar la coherencia lógica o formal y la aplicación correcta de las reglas y leyes.

Prueba directa

Demostrar la validez de una inferencia mediante la prueba directa consiste en derivar la conclusión a partir de un conjunto de premisas en una secuencia finita de pasos, donde cada paso debe ser justificado por una regla lógica. El procedimiento termina cuando se ha deducido la fórmula que se desea obtener, esto es, la fórmula de la conclusión. Esta fórmula aparece en la última secuencia de la deducción. Esquemáticamente podemos expresarla como sigue:

P1)
P2)
⋮
⋮
Pn) // ∴ C

n+1) (justificación)
⋮
⋮
⋮
n+n) C[justificación]

Actividad:

1. **Por el método abreviado, decidir la validez de las siguientes inferencias:**

a) $[(p \to q) \wedge (r \to \sim s) \wedge (\sim q \vee \sim s)] \to (\sim p \vee \sim r)$

b) $[(p \to q) \wedge (\sim p \to r) \wedge (p \vee \sim p)] \to (q \vee r)$

c) $[(p \to \sim q) \wedge (p \vee \sim q) \wedge p] \to \sim q$

d) $[(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge (r \to s)] \to (p \to s)$

e) $[(p \to q) \wedge (\sim p \to r) \wedge (p \vee \sim p)] \to (p \vee r)$

f) $[(p \vee \sim q) \wedge (r \to \sim p) \wedge (s \leftrightarrow p)] \to [p \vee (q \to \sim r)]$

g) $[(p \to q) \wedge (\sim q \to \sim r)] \to (p \leftrightarrow r)$

h) $[(p \leftrightarrow q) \wedge (r \vee q) \wedge \sim r] \to q$

i) $[(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r)] \to (q \vee s)$

j) $[(p \to q) \wedge (q \to p)] \to (p \leftrightarrow q)$

2. Traducir a forma simbólica y decidir la validez de las siguientes inferencias:

a) Si el ómnibus sufrió desperfectos en el camino entonces Patricia llegará tarde a la Universidad. Pero, Patricia no llegará tarde a la Universidad. Por tanto, si el ómnibus sufrió desperfectos en el camino entonces Patricia viajó en taxi.

b) Si me gustan las matemáticas, entonces estudiaré. Estudio o pierdo el curso, en consecuencia, si pierdo el curso, entonces no me gustan las matemáticas.

c) Las lámparas no están encendidas, si y solo si no hay alguien en casa o los de la casa han salido a pasear; de ahí que, si los de la casa han ido a una función teatral, las lámparas no están encendidas; puesto que, si los de la casa han salido a pasear entonces han ido a una función teatral.

d) Si el testigo dice la verdad entonces el mayordomo estaba en la escena del crimen. Pero el mayordomo no estaba en la escena del crimen. En consecuencia, el testigo no dice la verdad.

e) Si el testigo dice la verdad entonces Pepe estaba en su casa antes del mediodía; pero si Pepe pasó el día en el club entonces no estaba en el club. Por lo tanto, el testigo no dice la verdad.

3. Simplificar las siguientes proposiciones:

a. p ∧ (q∧ ~ p)
b. (p ∧ q) ∨ p
c. (p → q)∨ ~ p
d. (p → q) ∨ p
e. (q → p) → p f) (p → q) → p
f. (p →~ q) ∨ q
g. p∧ ~ (q → p)
h. [p ∨ (q ↔~ p)] →~ q
i. [~ (p → q) ∧ (~ p ∧ q)] ∨ [r → (p ∨ r)]
j. ~ p ∧ (q ∧ p)

Evaluación de la actividad:

Rúbrica para la resolución de problemas y/o ejercicios propuestos

RÚBRICA DE EVALUACIÓN Ponderación: 20 puntos				
Indicadores	Deficiente	Suficiente	Bueno	Sobresaliente
Comprensión del problema y/o ejercicio	Presenta dificultades para comprender los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios o no reconoce los datos ni el contexto del problema, mostrando poca comprensión del mismo.	Demuestra un entendimiento básico de algunos conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos, demostrando una comprensión elemental del problema.	Demuestra un buen entendimiento de la mayoría de los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando con claridad lo que se busca y demostrando una alta comprensión del problema.	Demuestra un claro entendimiento de todos los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta perfectamente los datos, identificando con certeza lo que se busca y demostrando una absoluta comprensión del problema.
Ponderación: 5	1.5	3	4	5
Precisión y exactitud	Presenta dificultades para realizar cálculos precisos y/o resolver problemas, muestra falta de exactitud en las respuestas.	Realiza cálculos con alguna imprecisión y errores en algunas respuestas y/o resuelve algunos problemas matemáticos, pero con dificultades en la aplicación de métodos y estrategias.	Realiza cálculos precisos y muestra una buena exactitud en las respuestas, con pocos errores y/o resuelve correctamente la mayoría de los problemas matemáticos, aplicando métodos y estrategias adecuadas.	Realiza cálculos precisos y muestra un alto grado de exactitud en las respuestas y/o resuelve correctamente problemas matemáticos complejos, aplicando diversos métodos y estrategias.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Presentación y organización	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera desordenada y poco clara.	Presenta los ejercicios y/o problemas con algunos errores en la presentación y organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera legible y con una adecuada organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera clara, ordenada y con una estructura adecuada.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Contenido	Se intentaron menos del 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 85% de los ejercicios y/o problemas.	Presenta la totalidad de los ejercicios y/o problemas.
Ponderación 5	1.5	3	4	5

Etapa 3: Culminación

La docente refuerza los aspectos más importantes con un organizador gráfico en relación al tema, con la participación de sus alumnos.

La docente propicia espacios de reflexión sobre lo aprendido formulando interrogantes metacognitivas: ¿Qué aprendiste hoy?, ¿Para qué me sirve lo aprendido? ¿El trabajo en equipo ha sido fructífero? ¿Qué dificultades se presentaron y cómo fuimos superándolas? Poniendo énfasis en la relación de lo aprendido con los nuevos aprendizajes.

La docente entrega ejercicios de aplicación para que los desarrollen y adjunten a su trabajo práctico.

Referencias

Aguilar Marquez, A., Bravo Vázquez, F., Gallegos Ruiz, H., Cerón Villegas, M. y Reyes Figueroa, R. (2009). *Algebra*. México: Pearson Educación de México.

Bustamante Arias Alonso (2009) Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole - 1ª edición Pearson Educación de México S.A.

Escobar Valenzuela, Gustavo. Lógica: nociones y aplicaciones. ,2013, 4ª ed. McGrAW-Hill México

Sesión 4: Lógica cuantificacional (4 horas – Teoria y práctica)

Etapa 1: Inicio

La lógica cuantificacional se caracteriza por el análisis que hace de los enunciados para tomar en cuenta sus elementos estructurales. Se denomina "cuantificacional" porque le da gran importancia a la cuantificación del sujeto y del predicado.

La docente realiza interrogantes para motivar a los estudiantes.

En esta sesión de aprendizaje identificaremos los elementos de la lógica cuantificacional , para lograr el propósito de la sesión contaremos con diapositivas o documentos, guías de aprendizaje, material complementario como capítulos de libros.

Etapa 2: Desarrollo

Las leyes de ejemplificación y generalización pertenecen a otra parte de la lógica simbólica llamada lógica cuantificacional que, al igual que la proposicional, brinda elementos para comprobar si un razonamiento es o no válido.

Es importante comenzar anotando la simbología de los cuantificadores, los cuales identifican el tipo de proposición que se analiza, esto es, si es universal o si es particular, así como la ley que se debe aplicar para inferir correctamente las conclusiones.

Veamos, pues, la simbología utilizada en la lógica cuantificacional:

1. Las literales mayúsculas: A, B, C... Z, representan a los predicados (letras predicativas).
2. Las literales minúsculas: a, b, c... w, representan individuos particulares (constantes individuales).
3. Las literales minúsculas: x, y y z, representan individuos cualesquiera (variables individuales).
4. El símbolo ∀ representa "todos" o "ninguno" y se llama cuantificador universal.
5. El símbolo ∃ representa "algunos" y se llama cuantificador existencial.

A todo enunciado de la forma P(x) se denomina función proposicional la cual tiene la propiedad de convertirse en una proposición al ser sustituido la variable x por una constante "a". Nota: Al conjunto de todos los valores convenidos para la variable x se denomina dominio de la variable.

Ejemplo:

$P(x) = x + 2 \quad / P(x) < 2 , x \in Z$

Si $x = -2$ P(x) es verdadero

Si $x = 1$ P(x) es falso

Por lo tanto P(x) es una función proposicional.

Cuantificadores Existenciales y Universales

Se ha visto un método que nos permite que a partir de una función proposicional P(x) se pueda obtener proposiciones, sin embargo se tiene otro método completamente distinto que permite obtener proposiciones a partir de una función proposicional, dicho método es llamado

cuantificadores. Si a cada enunciado abierto le anteponemos la expresión "para todo" o la expresión "existe" estaremos obteniendo nuevas proposiciones cuantificadas Universalmente o Existencialmente respectivamente.

Cuantificador Universal (∀)

Si a una proposición abierta P(x) donde los valores de la variable x están definidos sobre una conjunción A, le anteponemos la expresión "para todo x" obtenemos:
"para todo x ∈ A , P(x)". La frase "para todo" x se denomina el cuantificador Universal y se simboliza por: ∀**x** que se lee para todo x.

A un cuantificador Universal puede ser reemplazado por: ∀x : P(x) o ∀x / P(x) o (∀x) (P(x))

Y en todas estas notaciones, se lee "para todo x, tal que se verifica P(x)" es decir: ∀ se lee "para todo"

	El cuantificador		El cuantificado
	∀x	:	P(x)
Notación:	∀x	/	P(x)
	(∀x)		(P(x))

Ejemplo: Determinar el valor de verdad del siguiente enunciado, como universo los números reales: ∀ x ∈ R / x + 3 < 6

Cuantificador Cuantificado

Solución: **Entonces P(x) es falso.**

El enunciado es falso porque como el universo son todos los números reales entonces tendría que cumplir todos los reales la condición de "x + 3 < 6". Porque se dice todos, porque el cuantificador que se identifica es un Universal (∀) por lo tanto se lee "para todo" esto quiero decir que todos los elementos del universo que en este ejemplo viene ser los reales tendría que cumplir con la condición que se plantea en el ejemplo, como no cumple con todos entonces llegamos a la conclusión que P(x) es falso.

Cuantificador Existencial (∃)

Si al enunciado abierto P(x), donde x ∈ A se le antepone la frase "existe x" obtenemos: "existe x ∈ A, P(x)". El cuantificador Existencial puede ser representado por:

∃ x : P(x) o ∃ x / P(x) o (∃ x) (P(x))

Y en todas estas notaciones se lee: "Existe por lo menos un x, tal que se verifique P(x)" es decir: ∃ se lee existe.

El cuantificador		El cuantificado
	∃ x	: P(x)
Notación:	∃ x	/ P(x)
	(∃ x)	(P(x))

Negación de Proposición con Cuantificadores

Proposición	La negación
∀ x : P(x)	~ [∀ x : P(x)] ≡ ∃ x : ~ P(x)
∃ x : P(x)	~ [∃ x : P(x)] ≡ ∀ x : ~ P(x)
∀ x ∈ A : P(x)	~ [∀ x∈ A : P(x)] ≡ ∃ x∈ A : ~ P(x)
∃ x ∈ A : P(x)	~ [∃ x∈ A : P(x)] ≡ ∀ x∈ A : ~ P(x)

Ejemplo: Negar cada una de las siguientes proposiciones, teniendo como referencia el conjunto de los reales R.

(∀ x) (∃ x) : [P(x) → (Q(y) → R(x))]

Solución:

~ [(∀ x) (∃ x)] : ~ [P(x) → (Q(y) → R(x))]

(∃ x) (∀ x) : ~ [~ P(x) ∨ (~ Q(y) ∨ R(x))]

(∃ x) (∀ x) : [P(x) ∧ ~ (~ Q(y) ∨ R(x))]

(∃ x) (∀ x) : [P(x) ∧ (Q(y) ∧ ~ R(x))]

Leyes de ejemplificación y generalización

Además de las leyes de implicación y de equivalencia que hemos estudiado, la lógica cuantificacional aporta cuatro leyes con cuantificadores y que también sirven para de- mostrar formalmente la validez de argumentos.

Ley de la ejemplificación universal (EU)

Como su nombre lo indica, esta ley se formula en términos de universalidad, como por ejemplo la proposición: "Todos los franceses son europeos."

De esta proposición universal podemos inferir como conclusión, una proposición singular en la que un individuo particular (a) le corresponde, lógicamente, el predicado europeo. Esta ley se simboliza del siguiente modo:

(∀x)Px →Pa

Ley de la generalización universal (GU)

Esta ley permite inferir de una proposición singular o individuo particular (a), que todos los objetos o individuos (x) de un conjunto tienen el mismo predicado que tiene (a). Esta ley se simboliza así:
Pa → (∀x)Px

Ley de la ejemplificación existencial (EE)

Esta ley indica que si existe al menos un objeto (x) que tiene determinado predicado (P), podemos obtener como conclusión una proposición singular con el mismo predicado. Esta ley queda simbolizada de la siguiente forma:
(∃x)Px→Pa

Ley de la generalización existencial (GE)

Si en un argumento tenemos una proposición singular que tiene determinado predicado, (P), se puede obtener como conclusión que existe al menos un objeto (x) que tiene el mismo predicado. Su simbolización se hace de esta manera:
Pa → (∃x)Px

Ejemplo:
Demostrar que la conclusión del siguiente argumento se infiere lógicamente de las premisas:
1. "Todos los animales son mortales", que se simboliza: (∀x) (Ax→Mx)
2. "Todos los seres humanos son animales", que se simboliza: (∀x) (Hx→Ax)
3. "Todos los seres humanos son mortales", que se simboliza: (∀x) (Hx→Mx)
Pasos a seguir:
{1} 1. (∀x)(Ax→Mx) P
{2} 2. (Vx) (Hx→Ax) P
{1} 3. Ax → Mx se suprime el cuantificador universal de la línea 1; aplicando EU.
{2} 4. (Hx→Ax) se suprime el cuantificador universal de la línea 2; aplicando EU.
{1,2} 5. (Hx→Mx) se aplica la ya conocida ley del silogismo hipotético de las líneas 3 y 4
{1,2} 6. (∀x) (Hx→Mx) se agrega el cuantificador universal aplicando la ley de la EU.

En las demostraciones en las que intervienen cuantificadores se emplean, además de leyes de ejemplificación y generalización, todas las leyes del cálculo proposicional que sean necesarias. Así, en la demostración anterior hubo necesidad de emplear silogismo hipotético.

Actividad:

1. Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones.

   Si U = {1, 2, 3} es el universo y si x, y ∈ U.

   - $\exists x, \exists y \ / \ x^2 < y + 1$
   - $\forall x, \exists y / x^2 + y^2 < 12$
   - $\forall x, \forall y / x^2 + y^2 < 12$
   - $\exists x, \exists y, \forall z / x^2 + y^2 < 2z^2$
   - $\exists x, \forall y, \exists z / x^2 + y^2 < 2z^2$, $z \in U$

2. Negar los siguientes cuantificadores y utilizar implicaciones notables (cuantificadores negativos).

a) $\forall x, \exists y, \forall z / [\, p(x,y) \rightarrow (q(x) \vee r(z))\,]$

b) $\forall x, \exists y, \forall z \ / \ [\, \sim (\, r(x) \vee \sim p(x)\,) \rightarrow q(z)\,]$

c) $\forall x \in R, \exists y \in Z \ / \ [\, (x < y) \rightarrow (x^2 < y + 1)]$

d) $\forall x, \exists y / [\ (\, p(x,y) \rightarrow q(y)\,) \rightarrow r(x)\,]$

e) $\forall x, \exists y \ / \ \{[\, p(x) \rightarrow q(y)\,] \rightarrow [\, (\, p(x) \vee q(y)\,) \wedge \sim r(y)\,]\}$

f) $\forall x, \exists y, \forall z \ / \ [\ (\, \sim p(x) \wedge q(y)\,) \rightarrow ((\, p(x) \wedge q(y)\,) \vee t(z)\,)\,]$

3. Hallar el valor de verdad de la fórmula:

   $[\, (p \vee q) \rightarrow (\sim r \vee \sim w)\,] \leftrightarrow (q \rightarrow r)$:

   Si: $p: \exists x \in Q / \ x + 3 = \sqrt{2} + 3$,

   $q: \exists x \in I / x + 0 = \pi$

   $r: \forall x \in N \ / x + 2.5 = 5$,

   $w: \exists x \in Q / \ x + 0 = \sqrt{2}$

Evaluación de la actividad:

Rúbrica para la resolución de problemas y/o ejercicios propuestos

RÚBRICA DE EVALUACIÓN Ponderación: 20 puntos				
Indicadores	Deficiente	Suficiente	Bueno	Sobresaliente
Comprensión del problema y/o ejercicio	Presenta dificultades para comprender los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios o no reconoce los datos ni el contexto del problema, mostrando poca	Demuestra un entendimiento básico de algunos conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos,	Demuestra un buen entendimiento de la mayoría de los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando con claridad lo que se busca y demostrando	Demuestra un claro entendimiento de todos los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta perfectamente los datos, identificando con certeza lo que se

	comprensión del mismo.	demostrando una comprensión elemental del problema.	una alta comprensión del problema.	busca y demostrando una absoluta comprensión del problema.
Ponderación: 5	1.5	3	4	5
Precisión y exactitud	Presenta dificultades para realizar cálculos precisos y/o resolver problemas, muestra falta de exactitud en las respuestas.	Realiza cálculos con alguna imprecisión y errores en algunas respuestas y/o resuelve algunos problemas matemáticos, pero con dificultades en la aplicación de métodos y estrategias.	Realiza cálculos precisos y muestra una buena exactitud en las respuestas, con pocos errores y/o resuelve correctamente la mayoría de los problemas matemáticos, aplicando métodos y estrategias adecuadas.	Realiza cálculos precisos y muestra un alto grado de exactitud en las respuestas y/o resuelve correctamente problemas matemáticos complejos, aplicando diversos métodos y estrategias.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Presentación y organización	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera desordenada y poco clara.	Presenta los ejercicios y/o problemas con algunos errores en la presentación y organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera legible y con una adecuada organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera clara, ordenada y con una estructura adecuada.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Contenido	Se intentaron menos del 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 85% de los ejercicios y/o problemas.	Presenta la totalidad de los ejercicios y/o problemas.
Ponderación 5	1.5	3	4	5

Etapa 3: Culminación

La docente refuerza los aspectos más importantes con un organizador gráfico en relación al tema, con la participación de sus alumnos.

La docente propicia espacios de reflexión sobre lo aprendido formulando interrogantes metacognitivas: ¿Qué aprendiste hoy?, ¿Para qué me sirve lo aprendido? ¿El trabajo en equipo ha sido fructífero? ¿Qué dificultades se presentaron y cómo fuimos superándolas? Poniendo énfasis en la relación de lo aprendido con los nuevos aprendizajes.

La docente entrega ejercicios de aplicación para que los desarrollen y adjunten a su trabajo práctico.

Referencias

Aguilar Marquez, A., Bravo Vázquez, F., Gallegos Ruiz, H., Cerón Villegas, M. y Reyes Figueroa, R. (2009). *Algebra*, México: Pearson Educación de México.

Bustamante Arias Alonso (2009) Lógica y argumentación: De los argumentos inductivos a las álgebras de Boole - 1ª edición Pearson Educación de México S.A.

Escobar Valenzuela, Gustavo. Lógica: nociones y aplicaciones. ,2013, 4ª ed. McGrAW-Hill México

Sesión 5: Conjuntos: Conjuntos numéricos y conjuntos especiales. Operaciones con conjuntos. Problemas con conjuntos (4 horas - Teoría y práctica)

Etapa 1: Inicio

Según George Cantor, un conjunto es una colección como totalidad de objetos definidos y distintos de nuestra intuición o nuestro pensamiento. En otras palabras, un conjunto puede referirse a un grupo de elementos que tienen algo en común, se trata de una colección de elementos o datos, que no sólo se encuentran aglomerados, sino que mantienen una cierta relación entre ellos.

La docente realiza interrogantes para motivar a los estudiantes.

En esta sesión de aprendizaje identificaremos los conjuntos numéricos y conjuntos especiales. Operaciones con conjuntos. Problemas con conjuntos, para lograr el propósito de la sesión contaremos con diapositivas o documentos, guías de aprendizaje, material complementario como capítulos de libros.

Etapa 2: Desarrollo

Conjuntos Numéricos

a) Números Naturales (N)

Es el conjunto cuyos elementos son empleados para realizar la operación de contar

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n, \ldots\}$$

b) Número Enteros (Z)

Los enteros constan de los números naturales junto con sus negativos y 0:

$$\mathbb{Z} = \{-\infty, \ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots, n\}$$

c) Números Racionales (Q)

Sus elementos se obtienen dividiendo dos números enteros, donde el número que divide no puede ser cero.

$$\mathbb{Q} = \left\{\ldots, \frac{-b}{a}, \ldots, -1, \frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \ldots, \frac{b}{a}, \ldots\right\}$$

Todo número racional $\frac{b}{a}$ puede también ser representado mediante una expresión decimal exacta o periódica.

d) Números Irracionales (I)

Es el conjunto que está formado por los números que no son racionales, es decir, aquellos números que no pueden expresarse en la forma $^{b}/_{a}$, a,b∈ Z y a≠ 0

$$\mathbb{I} = \left\{\ldots, -\pi, -\sqrt{5}, \sqrt{3}, e, \pi, \ldots\right\}$$

Números Reales

$$\mathbb{R} = \left\{\ldots, -\pi, -\sqrt{5}, \frac{-1}{2}, 0, \frac{3}{2}, 2, \pi, \sqrt{17}, \ldots\right\}$$

Operaciones con conjuntos

Así como pueden definirse diversas operaciones entre números, también existen operaciones entre conjuntos. El resultado de una operación entre conjuntos es a su vez un conjunto. Fijemos un conjunto universal U y consideremos todos los subconjuntos de U. Entre estos conjuntos están definidas las operaciones de unión, intersección y diferencia. Además, para cada conjunto se define el complemento. El resultado de cada una de estas operaciones es un subconjunto de U.

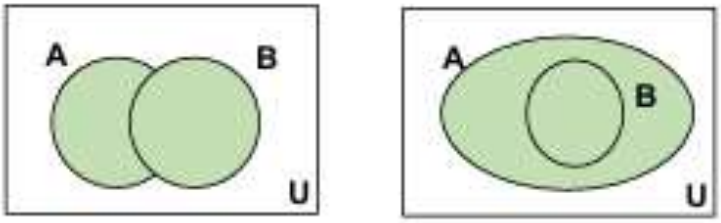
Unión de Conjuntos (A U B)

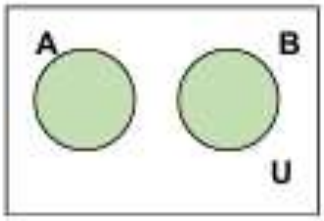
Dado los conjuntos A y B se llama conjunto unión al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A o B o en ambos

$$A \cup B = \{ x / x \in A \vee x \in B \}$$

Se lee: "A unión B"

Gráficamente:





Ejemplos:

1. Si A = {x | x es múltiplo de 5} y B = {x | x es múltiplo de 10}, entonces
   A ∪ B = {x | x es múltiplo de 5}.
   Dado que todo número múltiplo de 10 es también múltiplo de 5.
   En este caso, B ⊆ A.

2. Si A = {x ∈ N / 3 ≤ x < 7} y B = {x ∈ Z / -2 < x ≤ 5 } Calcular: A ∪ B
   Solución:
   A = { 3, 4, 5,6}, B = {-1, 0, 1, 2, 3, 4,5}
   A ∪ B = {-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

Propiedades de la Unión de Conjuntos

- $A \cup B = B \cup A$ (Conmutativa)
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (Asociativa)
- $A \cup A = A$ (Idempotencia)
- $A \cup U = U$
- $A \cup \phi = A$ (Elemento Neutro)

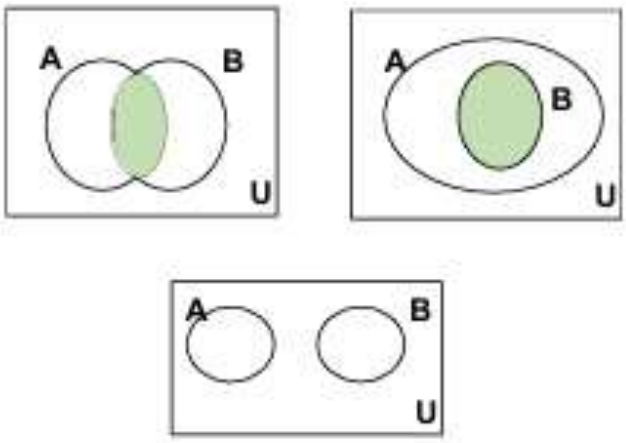
Intersección de Conjuntos ($A \cap B$):

Dados los conjuntos A y B se llaman conjunto intersección, al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A y B, es decir que sean comunes a ambos conjuntos.

$$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

Se lee: "A intersección B"

Gráficamente:



$A \cap B = \phi$; donde A Y B son disjuntos

Ejemplos:

1. Si $A = \{x \in N / \ x$ es múltiplo de 3$\}$ y $B = \{x \in N / \ x$ es múltiplo de 5$\}$.

Calcular: $A \cap B$

Solución:

$A = \{3, 6, 9, 12, 15.....\}$

$B = \{5, 10, 15, 20, 25.....\}$

$A \cap B = \{15, 30, 45, \ldots\ldots\ldots\}$

Propiedades de la Intersección de Conjuntos

- $A \cap B = B \cap A$ (Conmutativa)
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (Asociativa)

- $A \cap A = A$ (Idempotencia)
- $A \cap U = A$
- $A \cap \phi = \phi$ (Elemento Neutro)

Propiedades Complementarias Distributiva

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Absorción

$A \cup (A \cap B) = A$

$A \cap (A \cup B) = A$

$A \cup (A' \cap B) = A \cup B$

$A \cap (A' \cup B) = A \cap B$

$(A \cup B) \subset C \Leftrightarrow A \subset C \text{ y } B \subset C$

Si: $A \subset B \text{ y } C \subset D \Rightarrow (A \cup C) \subset (B \cup D)$

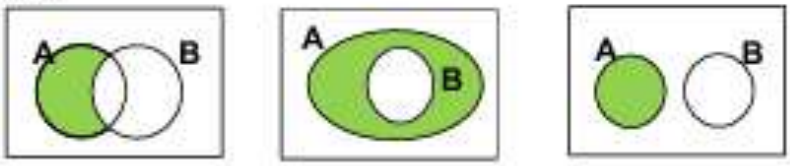
Diferencia de Conjuntos (A - B):

Dados los conjuntos A y B se llama conjunto diferencia (A – B) al conjunto formado únicamente por los elementos que pertenecen a A pero no a B.

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$

Se lee: "A diferencia B" o "A menos B"

Gráficamente:



Gráficos de Diferencia A - B

Observación: A-B ≠ B-A (No cumple con la propiedad conmutativa excepto cuando A=B).

Ejemplos:

1. Si A = {x ∈ N / x es múltiplo de 5) y B = {x ∈ N / x es múltiplo de 7)

Calcular: $A - B$

$A = \{5,10,15,20,25,30,35.....\}$,

$B = \{7, 14, 21, 28, 35, 42.....\}$

Solución:

$A - B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 45,.....\}$

2. Tenemos que: $A = \{4n / n \in Z^+\}$ y $B = \{2n / n \in Z^+\}$ Hallar: A – B y B-A

Solución:

$A - B = \emptyset$

$B - A = \{2, 6, 10, 14, 18, 22.....\}$

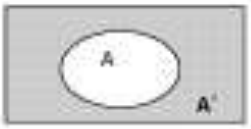
Propiedades de la Diferencia de Conjuntos

1. $A - A = \emptyset$
2. $\emptyset - A = \emptyset$
3. $A - \emptyset = A$
4. $A - B \neq B - A$
5. $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$
6. $A \subset B \rightarrow A - C \subset B - C$, $\forall C$
7. $(A - B) \subset A$
8. $A \subset B \leftrightarrow A - B = \emptyset$
9. $B \cap (A - B) = \emptyset$
10. $A - B = (A \cup B) - B$
    $= A - (A \cap B)$

Complemento de un Conjunto (C_A):

El complemento de A es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto universal **U** pero no a "A". Notación: A', $\overline{A}$, A^c, C A

Simbólicamente: $A' = \{x/x \in U \wedge x \notin A\} = U - A$



Ejemplos:

1. $U = \{1,2,3,4,5,9\}$ si $A = \{X^2 / x \in U\}$. Calcular : C_A

Solución:

$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 81\}$

$C_A = \{2,3,5\}$

2. Sea $U = \{x \in Z / 0 \leq x < 11\}$ y $A = \{x \in Z / 3 < x \leq 7\}$

Calcular: C_A

Solución: $C_A = \{0, 1, 2, 3, 8, 9, 10\}$

Propiedades

1. $(A')' = A$ Involución

2. $\phi' = U$
   $U' = \phi$

3. $A - B = A \cap B'$

4. $A \cup A' = U$
   $A \cap A' = \phi$

5. Leyes de Morgan

   $(A \cup B)' = A' \cap B'$
   $(A \cap B)' = A' \cup B'$

6. Caso particular de la Absorción

   $A' \cup (A \cap B) = A' \cup B$
   $A' \cap (A \cup B) = A' \cap B$

Diferencia Simétrica

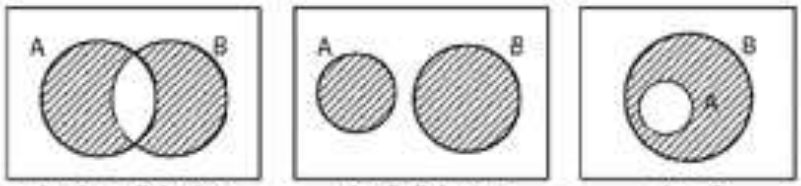
La diferencia simétrica de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos a "A" o "B" pero no a ambos. Notación: $A \Delta B$

Simbólicamente se define:

$A \Delta B = \{x/x \in (A - B) \vee X \in (B - A)\}$

$A \Delta B = \{x/x \in A \vee X \in B \wedge X \notin A \cap B\}$

Gráficamente: La diferencia simétrica de A y B, viene ser la parte sombreada



A y B no disjuntos **A y B disjuntos** **$A \subset B$**

Ejemplos:

1. **A= { 2,3,4,5,6,7 } , B = { 1,4,6,7,9 }**

Calcular: A Δ *B* Solución:

A - B = { 2, 3,5} y B – A = { 1,9}

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{2, 3, 5, 1,9\}$

Propiedades

- $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$
- $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$
- $A \Delta A = \phi$
- $A \Delta \phi = A$

Problemas con conjuntos

1. En un salón de clases hay un cierto número de estudiantes. Se sabe que cada uno de los estudiantes presente en aula estudia, al menos, una de las tres asignaturas siguientes: Matemática, física y química. De los cuales participan en los siguientes:

Matemáticas = 48

Física = 45

Química = 49

Matemática y física = 28

Matemática y química = 26

Física y química = 28 Las tres asignaturas = 18 Hallar:

a) ¿Cuántos estudiantes hay en el aula?

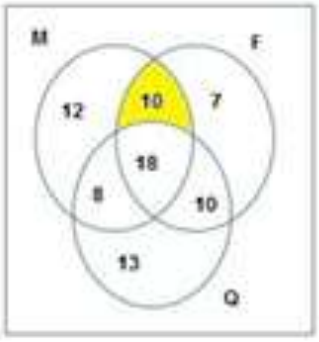
b) ¿Cuántos estudian matemáticas y física, pero no química?

c) ¿Cuántos estudian nada más que química?

Solución:

a) $n(M \cup F \cup Q) = n(M) + n(F) + n(Q) - n(M \cap F) - n(M \cap Q) - n(F \cap Q) + n(M \cap F \cap Q)$ $n(M \cup F \cup Q) = 480 + 45 + 49 - 28 - 26 - 28 + 18$ $n(M \cup F \cup Q) = 78$; entonces hay 78 estudiantes

b) Para resolver esta pregunta vamos a graficar. Es conveniente saber, en este tipo de problemas, cual es la intersección de los tres conjuntos porque, una vez conocida esa intersección se forman con facilidad las otras regiones. En esta ocasión la intersección de los tres se encuentra como dato lo cual nos facilita la solución.



Entonces hay 10 estudiantes que estudian Matemáticas y Física, pero no estudian química.

c) Lo que estudian solo química son 13 estudiantes.

2. De 120 personas de UNTUMBES se obtuvo la información:

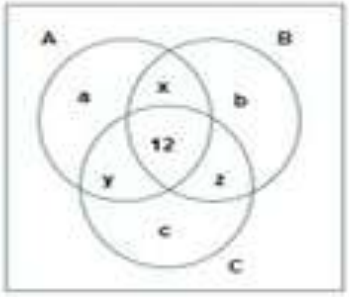
   72 estudiantes estudian el curso A

   64 estudiantes estudian el curso B

   36 estudiantes estudian el curso C 12 estudiantes estudian los tres cursos

a) ¿Cuántos estudiantes estudian exclusivamente dos cursos?

b) ¿Cuántos estudiantes estudian como mínimo dos cursos?



Solución: n(A)= 72 n(B)= 64 n(C)= 36 $n(A \cap B \cap C) = 12$

a) $a + y + x + 12 = 72$

$b + z + x + 12 = 64$

$c + y + z + 12 = 36$

$a + b + c + 2(x + y + z) = 136$ ... (1) Restamos el (1) y el (2)

$a + b + c + (x + y + z) = 108$ ... (2)

$(x + y + z) = 28$

Hay 28 estudiantes que estudian exclusivamente dos cursos b) Hay 40 estudiantes que estudian como mínimo 2 cursos

Actividad:

1. Resuelve el siguiente problema:

De 308 personas interrogadas, se determinó que el número de los que leen solamente "EL AMAUTA" y "EL VOCERO" es:

- $\frac{1}{3}$ de los que leen solo "EL AMAUTA"
- $\frac{1}{4}$ de los que leen solo "EL MERCURIO"
- $\frac{1}{7}$ de los que leen solo "EL VOCERO"
- $\frac{1}{3}$ de los que leen "EL AMAUTA" y "EL VOCERO"
- $\frac{1}{6}$ de los que leen "EL VOCERO" y el "MERCURIO" solamente.
- $\frac{1}{12}$ de los que leen "EL AMAUTA" o "EL MERCURIO" pero no "EL VOCERO"

Si todas las personas interrogadas leen al menos uno de estos diarios. ¿Cuántas de estas personas leen o bien "EL AMAUTA" o bien "EL VOCERO"?

2. Dados los siguientes conjuntos:

A = { 0 ; 25 ; 1 ; 9 ; 30 ; 55 ; 2 }
B = { 1 ; 3 ; 60 ; 25 ; 55 ; 9 ; 2 }

Calcula:

a) $A \cup B$
b) $A \cap B$
c) A – B
d) B – A
e) $A \Delta B$

3. Dados los siguientes conjuntos:

A = $\{x \in N / \ x \leq 3 \ \vee 5 < x < 7\}$

B = $\{x \ / \ x^3 - 19x^2 - 36x + 1440 = 0 \ \}$

Hallar AUB

Evaluación de la actividad:

Rúbrica para la resolución de problemas y/o ejercicios propuestos

RÚBRICA DE EVALUACIÓN Ponderación: 20 puntos				
Indicadores	Deficiente	Suficiente	Bueno	Sobresaliente
Comprensión del problema y/o ejercicio	Presenta dificultades para comprender los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios o no reconoce los datos ni el contexto del problema, mostrando poca comprensión del mismo.	Demuestra un entendimiento básico de algunos conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o reconoce los datos e interpreta la relación entre los mismos, demostrando una comprensión elemental del problema.	Demuestra un buen entendimiento de la mayoría de los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta los datos, identificando con claridad lo que se busca y demostrando una alta comprensión del problema.	Demuestra un claro entendimiento de todos los conceptos matemáticos abordados en los ejercicios y/o analiza, reconoce e interpreta perfectamente los datos, identificando con certeza lo que se busca y demostrando una absoluta comprensión del problema.
Ponderación: 5	1.5	3	4	5
Precisión y exactitud	Presenta dificultades para realizar cálculos precisos y/o resolver problemas, muestra falta de exactitud en las respuestas.	Realiza cálculos con alguna imprecisión y errores en algunas respuestas y/o resuelve algunos problemas matemáticos, pero con dificultades en la aplicación de métodos y estrategias.	Realiza cálculos precisos y muestra una buena exactitud en las respuestas, con pocos errores y/o resuelve correctamente la mayoría de los problemas matemáticos, aplicando métodos y estrategias adecuadas.	Realiza cálculos precisos y muestra un alto grado de exactitud en las respuestas y/o resuelve correctamente problemas matemáticos complejos, aplicando diversos métodos y estrategias.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Presentación y organización	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera desordenada y poco clara.	Presenta los ejercicios y/o problemas con algunos errores en la presentación y organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera legible y con una adecuada organización.	Presenta los ejercicios y/o problemas de manera clara, ordenada y con una estructura adecuada.
Ponderación 5	1.5	3	4	5
Contenido	Se intentaron menos del 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 70% de los ejercicios y/o problemas.	Se intentaron por lo menos el 85% de los ejercicios y/o problemas.	Presenta la totalidad de los ejercicios y/o problemas.
Ponderación 5	1.5	3	4	5

Etapa 3: Culminación

La docente refuerza los aspectos más importantes con un organizador gráfico en relación al tema, con la participación de sus alumnos.

La docente propicia espacios de reflexión sobre lo aprendido formulando interrogantes metacognitivas: ¿Qué aprendiste hoy?, ¿Para qué me sirve lo aprendido? ¿El trabajo en equipo ha sido fructífero? ¿Qué dificultades se presentaron y cómo fuimos superándolas? Poniendo énfasis en la relación de lo aprendido con los nuevos aprendizajes.

La docente entrega ejercicios de aplicación para que los desarrollen y adjunten a su trabajo práctico.

Referencias

Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2012). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo* (6ª ed.). Cengage Learning.

Figueroa García, R. (2012). *Matemática básica 1*. RFG

Lázaro Carrión, M. S. (2007). *Matemática básica*. Moshera.

Anexo 04. Propuesta Académica



Anexo 05

JUICIO DE EXPERTOS PARA EVALUAR LA PROPUESTA ACADÉMICA

1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos: Marco Antonio Martin Peralta Lui

Centro laboral: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Grado: Doctor en Educación

DNI: 16652838

2. Instrucciones

Estimado(a) especialista, a continuación, se muestra un conjunto de ítems, el cual tienes que evaluar con criterio ético, la calidad de la propuesta académica (véase anexo Nº 4). Para materializar la evaluación, marca con un aspa (x) una de las categorías contempladas en el cuadro: 1: Muy bajo 2: Bajo 3: Medio 4: Alto 5: Muy alto

3. Estructura (véase cuadro adjunto)

INDICADORES / ÍTEMS	CATEGORÍAS					OBSERVACIÓN/ SUGERENCIAS
	5	4	3	2	1	
Cualidades básicas de la propuesta - proyectividad						
1. Pertinencia (adecuada al contexto y a las características del estudiante).	X					
2. Relevancia (importante desde el punto de vista teórico y práctico).	X					
3. Originalidad (poco estudiado).	X					
4. Viabilidad (según la proyectividad, el desarrollo de la propuesta será un éxito).	X					
Claridad						
5. Justificación consistente para el desarrollo de la propuesta.	X					
6. Lenguaje empleado.	X					
7. Propósito.	X					
Consistencia teórica						
8. Las bases científicas presentadas a manera de síntesis.	X					
9. El modelo teórico sintetiza la propuesta (síntesis gráfica) y es coherente con las bases científicas seleccionadas.	X					
10. Las actividades de aprendizaje, garantiza el logro del propósito esperado.	X					
Calidad técnica						
11. Estructura técnica básica de la propuesta.	X					
12. Coherencia interna entre los componentes de la propuesta.	X					

Metodología						
13. Explícita y orientada a lograr el propósito esperado.	X					
Extensión						
14. El programa es específico y abarca un aspecto limitado del problema.	X					
Evaluabilidad						
15. Objetivos explícitos y evaluables de la propuesta.	X					
16. La evaluación descrita es fácil de materializarse.	X					

Nota: Índice de evaluación propuesta= [puntuación total/80]x100=100%

4. Escala de valoración

Muy baja	Baja	Intermedia	Alta	Muy Alta **X**
00-20 %	21-40 %	41-60 %	61-80%	81-100%

5. Veredicto final

El programa es innovador y accesible, por lo tanto, ofrece un valioso recurso educativo, siendo aplicable.

Lambayeque, 26 de noviembre de 2025



Dr. Marco Antonio Martin Peralta Lui

DNI 16652838

JUICIO DE EXPERTOS PARA EVALUAR LA PROPUESTA ACADÉMICA

1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos: Luis Miguel Neciosup Ninaquispe

Centro laboral: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Grado: Doctor en Ciencias de la Educación

DNI: 42120476

2. Instrucciones

Estimado(a) especialista, a continuación, se muestra un conjunto de ítems, el cual tienes que evaluar con criterio ético, la calidad de la propuesta académica (véase anexo Nº 4). Para materializar la evaluación, marca con un aspa (x) una de las categorías contempladas en el cuadro: 1: Muy bajo 2: Bajo 3: Medio 4: Alto 5: Muy alto

3. Estructura (véase cuadro adjunto)

INDICADORES / ÍTEMS	CATEGORÍAS					OBSERVACIÓN/ SUGERENCIAS
	5	4	3	2	1	
Cualidades básicas de la propuesta - proyectividad						
1. Pertinencia (adecuada al contexto y a las características del estudiante).		X				
2. Relevancia (importante desde el punto de vista teórico y práctico).	X					
3. Originalidad (poco estudiado).		X				
4. Viabilidad (según la proyectividad, el desarrollo de la propuesta será un éxito).		X				
Claridad						
5. Justificación consistente para el desarrollo de la propuesta.	X					
6. Lenguaje empleado.		X				
7. Propósito.		X				
Consistencia teórica						
8. Las bases científicas presentadas a manera de síntesis.		X				
9. El modelo teórico sintetiza la propuesta (síntesis gráfica) y es coherente con las bases científicas seleccionadas.		X				
10. Las actividades de aprendizaje, garantiza el logro del propósito esperado.		X				
Calidad técnica						

11. Estructura técnica básica de la propuesta.	X					
12. Coherencia interna entre los componentes de la propuesta.		X				
Metodología						
13. Explícita y orientada a lograr el propósito esperado.		X				
Extensión						
14. El programa es específico y abarca un aspecto limitado del problema.	X					
Evaluabilidad						
15. Objetivos explícitos y evaluables de la propuesta.	X					
16. La evaluación descrita es fácil de materializarse.		X				

Nota: Índice de evaluación propuesta= [puntuación total/80]x100=86%

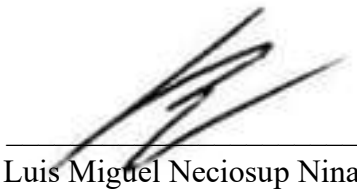
4. Escala de valoración

Muy baja	Baja	Intermedia	Alta	Muy Alta **X**
00-20 %	21-40 %	41-60 %	61-80%	81-100%

5. Veredicto final

El programa es innovador y accesible, por lo tanto, ofrece un valioso recurso educativo, siendo aplicable.

Lambayeque, 26 de noviembre de 2025



Dr. Luis Miguel Neciosup Ninaquispe
DNI. 42120476

JUICIO DE EXPERTOS PARA EVALUAR LA PROPUESTA ACADÉMICA

1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos: Julia Mirtha Del Pilar Liza Gonzales

Centro laboral: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Grado: Doctora en Ciencias de la Educación

DNI: 16620328

2. Instrucciones

Estimado(a) especialista, a continuación, se muestra un conjunto de ítems, el cual tienes que evaluar con criterio ético, la calidad de la propuesta académica (véase anexo Nº 4). Para materializar la evaluación, marca con un aspa (x) una de las categorías contempladas en el cuadro: 1: Muy bajo 2: Bajo 3: Medio 4: Alto 5: Muy alto

3. Estructura (véase cuadro adjunto)

INDICADORES / ÍTEMS	CATEGORÍAS					OBSERVACIÓN/ SUGERENCIAS
	5	4	3	2	1	
Cualidades básicas de la propuesta - proyectividad						
1. Pertinencia (adecuada al contexto y a las características del estudiante).	X					
2. Relevancia (importante desde el punto de vista teórico y práctico).	X					
3. Originalidad (poco estudiado).	X					
4. Viabilidad (según la proyectividad, el desarrollo de la propuesta será un éxito).	X					
Claridad						
5. Justificación consistente para el desarrollo de la propuesta.	X					
6. Lenguaje empleado.	X					
7. Propósito.	X					
Consistencia teórica						
8. Las bases científicas presentadas a manera de síntesis.	X					
9. El modelo teórico sintetiza la propuesta (síntesis gráfica) y es coherente con las bases científicas seleccionadas.	X					
10. Las actividades de aprendizaje, garantiza el logro del propósito esperado.	X					
Calidad técnica						
11. Estructura técnica básica de la propuesta.	X					
12. Coherencia interna entre los componentes de la propuesta.	X					

Metodología						
13. Explícita y orientada a lograr el propósito esperado.	X					
Extensión						
14. El programa es específico y abarca un aspecto limitado del problema.	X					
Evaluabilidad						
15. Objetivos explícitos y evaluables de la propuesta.	X					
16. La evaluación descrita es fácil de materializarse.	X					

Nota: Índice de evaluación propuesta= [puntuación total/80]x100=100%

4. Escala de valoración

Muy baja	Baja	Intermedia	Alta	Muy Alta **X**
00-20 %	21-40 %	41-60 %	61-80%	81-100%

5. Veredicto final

El programa es innovador y accesible, por lo tanto, ofrece un valioso recurso educativo, siendo aplicable.

Lambayeque, 26 de noviembre de 2025



Dra. Julia Mirtha Del Pilar Liza Gonzales

DNI. 16620328

JUICIO DE EXPERTOS PARA EVALUAR LA PROPUESTA ACADÉMICA

1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos: Segundo Leonardo Valdivia Velásquez
Centro laboral: Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Grado: Doctor en Educación
DNI: 16769130

2. Instrucciones

Estimado(a) especialista, a continuación, se muestra un conjunto de ítems, el cual tienes que evaluar con criterio ético, la calidad de la propuesta académica (véase anexo Nº 4). Para materializar la evaluación, marca con un aspa (x) una de las categorías contempladas en el cuadro: 1: Muy bajo 2: Bajo 3: Medio 4: Alto 5: Muy alto

3. Estructura (véase cuadro adjunto)

INDICADORES / ÍTEMS	CATEGORÍAS					OBSERVACIÓN/ SUGERENCIAS
	5	4	3	2	1	
Cualidades básicas de la propuesta - proyectividad						
1. Pertinencia (adecuada al contexto y a las características del estudiante).	X					
2. Relevancia (importante desde el punto de vista teórico y práctico).	X					
3. Originalidad (poco estudiado).	X					
4. Viabilidad (según la proyectividad, el desarrollo de la propuesta será un éxito).	X					
Claridad						
5. Justificación consistente para el desarrollo de la propuesta.	X					
6. Lenguaje empleado.	X					
7. Propósito.	X					
Consistencia teórica						
8. Las bases científicas presentadas a manera de síntesis.	X					
9. El modelo teórico sintetiza la propuesta (síntesis gráfica) y es coherente con las bases científicas seleccionadas.	X					
10. Las actividades de aprendizaje, garantiza el logro del propósito esperado.	X					

Calidad técnica						
11. Estructura técnica básica de la propuesta.	X					
12. Coherencia interna entre los componentes de la propuesta.	X					
Metodología						
13. Explícita y orientada a lograr el propósito esperado.	X					
Extensión						
14. El programa es específico y abarca un aspecto limitado del problema.	X					
Evaluabilidad						
15. Objetivos explícitos y evaluables de la propuesta.	X					
16. La evaluación descrita es fácil de materializarse.	X					

Nota: Índice de la evaluación de la propuesta= [puntación total / 80]x100=100%

4. Escala de valoración

Muy baja	Baja	Intermedia	Alta	Muy Alta
00-20 %	21-40 %	41-60 %	61-80%	81-100%

5. Veredicto final

El programa es innovador y accesible, por lo tanto, ofrece un valioso recurso educativo, siendo aplicable.

Lambayeque, 26 de noviembre de 2025



Dr. Segundo Leonardo Valdivia Velásquez
DNI. 16769130