

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO

**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y
EDUCACIÓN**

ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACION



TESIS

**Propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de
regularidad, equivalencia y cambio en docentes de matemática del distrito**

Jaén

Presentada para obtener el Título Profesional de Licenciado(a) en
Educación, especialidad de Matemática y Computación

Investigadores: Carrasco Campos Delver

Inga Barboza Nidar Alex

Asesor: Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

Lambayeque - Perú

2026

**Propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de
regularidad, equivalencia y cambio en docentes de matemática del distrito
Jaén**

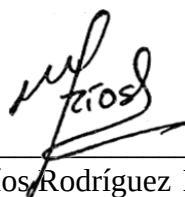
**Tesis presentada para obtener el Título Profesional de Licenciado(a)
en Educación, especialidad de Matemática y Computación.**



Bach. Carrasco Campos, Delver
Investigador



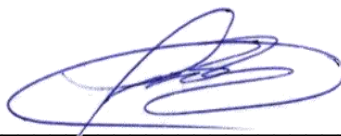
Bach. Inga Jarboza, Nidar Alex
Investigador



Dra. Ríos Rodríguez Martha
Presidente



Dr. Benavides Campos, Grimaldo Dermalí
Secretario



Dra. Liza Gonzales Julia, Mirtha del Pilar
Vocal



Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl
Asesor

ACTA DE SUSTENTACIÓN



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN
UNIDAD DE INVESTIGACIÓN



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS N° 434-2026

Siendo las 18:00 horas, del día viernes 12 de junio 2026 se reunieron vía online mediante la plataforma virtual Google Meet: <https://meet.google.com/hvd-itxd-hfm> por mandato de la Resolución N° 1903-2026-D-FACHSE de fecha 08 de junio de 2026 que autoriza la sustentación, se reunieron los miembros del Jurado designado según Resolución N° 0596-2025-D-FACHSE de fecha 11 de febrero 2025; Jurado integrado por los siguientes miembros:

Presidente(a)	: Dra. Martha Ríos Rodríguez
Secretario(a)	: Dr. Grimaldo Benavides Campos
Vocal	: Dra. Julia Mirtha del Pilar Liza Gonzales
Asesor(a) Metodológico	: Dr. CUTI GUTIÉRREZ ALCIDES RAÚL
Asesor(a) Científico	:



Con la finalidad de evaluar la(él) Tesis titulada(o): PROPUESTA VIRTUAL "KHAN ACADEMY" PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO EN DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL DISTRITO JAÉN Presentada por CARRASCO CAMPOS DELVER Y INGA BARBOZA NIDAR ALEX para obtener el Título profesional de Licenciado(a) en Educación, especialidad de Matemática y Computación.

Leída la resolución de autorización, se inicia el acto de sustentación, al término del cual y de conformidad con el Reglamento General de Investigación de la UNPRG (Res. N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023) y el Reglamento de Grados y Títulos de la UNPRG (Res. N° 267-2023-CU de fecha 20 de junio de 2023), los miembros del jurado realizaron la evaluación respectiva, haciendo las preguntas, observaciones y recomendaciones al/los sustentantes(s), quien(es) respondió(eron) las interrogantes planteadas.

Dada la deliberación correspondiente por parte del jurado, se sucedió la valoración, **obteniendo el calificativo de quince en la escala vigesimal, que equivale a la mención de regular.**

Siendo las 18:50 horas del mismo día, se dio por concluido el acto académico, con la lectura del acta y la firma de los miembros del jurado.

Dra. Martha Ríos Rodríguez
PRESIDENTE(A)

Dr. Grimaldo Benavides Campos
SECRETARIO(A)

Dra. Julia Mirtha del Pilar Liza Gonzales
VOCAL

OBSERVACIONES: _____

El presente acto académico se sustenta en el Reglamento General de Investigación de la UNPRG (Res. N° 184-2023-CU de fecha 24 de abril de 2023) los artículos 20º, 33º, 40º, 54º o 60º del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (aprobado con Resolución N° 267-2023-CU de fecha 20 de junio del 2023 y su modificatoria aprobada por Resolución N° 385-2023-CU de fecha 11 de diciembre del 2023) y por la Resolución N° 403-2023-CU de fecha 27 de diciembre de 2023, ésta última que amplía el límite de las fechas de sustentación de proyectos aprobados del 2017 al 2020.

CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD

Yo, Dr. **Cuti Gutiérrez Alcides Raúl**, usuario revisor de la tesis titulada: **Propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en docentes de matemática del distrito Jaén**, cuyos autores son: Bach. Delver Carrasco Campos y Nidar Alex Inga Barboza, ha arrojado un porcentaje de similitud de 18%, verificable en el Resumen de Reporte automatizado de similitudes que se acompaña. El suscrito analizó dicho reporte y concluyó que cada una de las coincidencias detectadas dentro del porcentaje de similitud permitido no constituyen plagio y que el documento cumple con la integridad científica y con las normas para el uso de citas y referencias establecidas en los protocolos respectivos.

Se cumple con adjuntar el Recibo Digital a efectos de la trazabilidad respectiva del proceso.

Lambayeque, noviembre del 2025



Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

DNI: 32802095

Asesor

REPORTE AUTOMATIZADO DE SIMILITUDES

Propuesta virtual "Khan Academy" para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en docentes de matemática del distrito Jaén

INFORME DE ORIGINALIDAD

18 %	17 %	11 %	8 %
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	sites.google.com Fuente de Internet	1 %
2	repositorio.unc.edu.pe Fuente de Internet	1 %
3	es.khanacademy.org Fuente de Internet	1 %
4	Submitted to MOODLE Trabajo del estudiante	1 %
5	www.donboscochacas.org Fuente de Internet	1 %
6	alicia.concytec.gob.pe Fuente de Internet	1 %
7	Submitted to uncedu Trabajo del estudiante	1 %
8	funes.uniandes.edu.co Fuente de Internet	1 %



Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

DNI: 32802095

Asesor

9	Submitted to monterrico Trabajo del estudiante	1 %
10	Cordova Castañeda, Edinson Santiago. "Aplicación de geogebra en el logro de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de secundaria de la Institución educativa "Francisco Irazola" - Satipo, 2019", Universidad Católica los Ángeles de Chimbote (Peru) Publicación	1 %
11	repositorio.unsaac.edu.pe Fuente de Internet	1 %
12	Submitted to Universidad Nacional del Centro del Peru Trabajo del estudiante	1 %
13	Submitted to Universidad Abierta para Adultos Trabajo del estudiante	<1 %
14	www.coursehero.com Fuente de Internet	<1 %
15	repositorio.uct.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
16	mail.ues.edu.sv Fuente de Internet	<1 %



Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

DNI: 32802095

Asesor

17	renhyd.org Fuente de Internet	<1 %
18	Submitted to Escuela de Educacion Superior Pedagogica Publica Jose Jimenez Borja Trabajo del estudiante	<1 %
19	www.slideshare.net Fuente de Internet	<1 %
20	repositorio.unprg.edu.pe:8080 Fuente de Internet	<1 %
21	repositorio.ucss.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
22	1library.co Fuente de Internet	<1 %
23	researchmgt.monash.edu Fuente de Internet	<1 %
24	Submitted to POSGRADO Trabajo del estudiante	<1 %
25	Rimachi Jimenez, Franklin. "Uso del geogebra en el aprendizaje de resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas en educación secundaria", Universidad Nacional del Altiplano de Puno (Peru) Publicación	<1 %
26	ebuah.uah.es Fuente de Internet	<1 %



Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

DNI: 32802095

Asesor

27	repositorio.uancv.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
28	tesis.usat.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
29	qdoc.tips Fuente de Internet	<1 %
30	docplayer.es Fuente de Internet	<1 %
31	files.eric.ed.gov Fuente de Internet	<1 %
32	www.mlsjournals.com Fuente de Internet	<1 %
33	repositorio.uns.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
34	(Carlinda Leite and Miguel Zabalza). "Ensino superior: inovação e qualidade na docência", Repositório Aberto da Universidade do Porto, 2012. Publicación	<1 %
35	repositorio.uti.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
36	www.dykinson.com Fuente de Internet	<1 %



Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

DNI: 32802095

Asesor

RECIBO DIGITAL



Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega:	Carrasco Campos Delver, Inga Barboza Nidar Alex
Título del ejercicio:	Quick Submit
Título de la entrega:	Propuesta virtual "Khan Academy" para mejorar la enseñanza ...
Nombre del archivo:	TESIS_DELVER_CARRASCO_-_NIDAR_INGA_12,23-12-25.docx
Tamaño del archivo:	6.5M
Total páginas:	133
Total de palabras:	26,366
Total de caracteres:	143,670
Fecha de entrega:	06-ene-2026 12:03a. m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega:	2853117546

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICAS SOCIALES Y
EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN



TESIS

Propuesta virtual "Khan Academy" para mejorar la enseñanza de
regularidad, equivalencia y cambio en discursos de matemáticas del docente
Julio

Presentada para obtener el Título Profesional de Licenciados en Educación,
especialidad de Matemática y Computación

Investigadores: Carrasco Campos Delver
Inga Barboza Nidar Alex

Asesor: Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

Lambayeque - Perú
2025

Dr. Cuti Gutiérrez Alcides Raúl

DNI: 32802095

Asesor

DEDICATORIA

A mis padres por su fortaleza, reflejada en sus permanentes sueños hechos realidad en mí. A mis hijos Aldwin D. y Amy D. por ser mis mayores motivos de superación. A Deysi mi esposa por su apoyo. A mamá Gri... que premia nuestros logros siempre. Y, al insondable amor Divino, que nos ampara cada día.

Delver

Mi gratitud a Dios, por ser mi guía y fortaleza en cada paso. A mis padres por su apoyo incondicional. A mis hijos Yanina Lisbeth y Liam Alexander, por ser mi motor y motivo y que siempre me inspiran a proseguir.

Nidar Alex

AGRADECIMIENTO

A Dios, por ser el mentor de nuestras oportunidades; Él nos permitió abrazar un nuevo desafío en nuestra vida personal, profesional y familiar.

A los mentores y docentes, amigos de la Educación Universitaria, que forjan en nosotros nuevos horizontes de humanidad, al transitar en los espacios de sus enseñanzas.

A nuestros compañeros de esta especialidad de Educación, por ser parte de nuestro sueño logrado.

A nuestros docentes, por forjar en nosotros el logro esperado de aprender una nueva especialidad.

Los autores

ÍNDICE

ACTA DE SUSTENTACIÓN	iii
CONSTANCIA DE VERIFICACIÓN DE ORIGINALIDAD	iv
REPORTE AUTOMATIZADO DE SIMILITUDES	v
RECIBO DIGITAL	ix
DEDICATORIA	x
AGRADECIMIENTO.....	xi
ÍNDICE	xii
ÍNDICE DE TABLAS	xiv
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xv
RESUMEN.....	xvi
ABSTRACT	xvii
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I: DISEÑO TEÓRICO.....	6
1.1. Antecedentes.	6
1.1.1. Antecedentes internacionales	6
1.1.2. Antecedentes nacionales	7
1.1.3. Antecedentes locales	9
1.2. Bases teóricas	10
1.2.1. Aportes teóricos del Modelo TPACK en la reflexión docente.....	10
1.2.2. Modelo pedagógico SAMR de integración tecnológica.....	11
1.2.3. El enfoque STEM y el aprendizaje de las matemáticas	13
1.2.4. Enfoque centrado en la resolución de problemas	16
1.3. Bases conceptuales.....	18
1.4. Operacionalización de las variables	20
CAPITULO II. DISEÑO METODOLÓGICO.....	24
2.1. Tipo de investigación	24
2.2. Población y muestra	24
2.3. Métodos, técnicas e instrumentos de recolección de datos	24
CAPITULO III. RESULTADOS	26
3.1 Análisis de la prueba escrita de matemática.....	26
CAPITULO IV. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	32
CAPITULO V. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	36
5.1. Propuesta virtual Khan Academy.....	36
5.1.1 Datos informativos:	36
5.1.2 Situación problemática:.....	36

5.1.3	Objetivos:	37
5.1.4	Fundamentación teórica:	38
5.1.5	Actividades y/o acciones de mejora:	39
	DIMENSIÓN I: PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS	41
	DIMENSIÓN II: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. INECUACIONES. SISTEMA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.	59
	DIMENSIÓN III: ECUACIONES CUADRÁTICAS	74
	DIMENSION IV: FUNCIONES CUADRÁTICAS	91
	CONCLUSIONES	107
	RECOMENDACIONES	109
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111
	ANEXOS.....	117

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Nivel de la dimensión progresiones aritméticas y geométricas.....	25
Tabla 2.	Nivel de la dimensión sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.....	26
Tabla 3.	Nivel de la dimensión ecuaciones cuadráticas.....	27
Tabla 4.	Nivel de la dimensión funciones cuadráticas.....	28
Tabla 5.	Nivel alcanzado en las dimensiones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....	29
Tabla 6.	Actividades y/o acciones de mejora	37

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Nivel de la dimensión progresiones aritméticas y geométricas.....	25
Figura 2.	Nivel de la dimensión sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.....	26
Figura 3.	Nivel de la dimensión ecuaciones cuadráticas.....	27
Figura 4.	Nivel de la dimensión funciones cuadráticas.....	28
Figura 5.	Nivel alcanzado en las dimensiones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.....	29
Figura 6.	Propuesta virtual.....	35

RESUMEN

La investigación titulada: Propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en docentes de matemática del distrito Jaén tuvo como objetivo: Proponer la propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito Jaén. El tipo de investigación fue básica de enfoque cuantitativo, diseño no experimental, transversal, descriptivo - propositivo. La población y muestra fue de 60 docentes de la especialidad de matemática del ámbito urbano del distrito de Jaén, a quienes se les administró un cuestionario, para medir el nivel de logro de la competencia matemática, regularidad, equivalencia y cambio. Los resultados refieren que la metodología virtual “Khan Academy, contribuye significativamente con los logros de aprendizaje matemáticos en el nivel secundaria de la competencia regularidad, equivalencia y cambio al influir positivamente en la enseñanza de la matemática en las capacidades de progresiones aritméticas y geométricas, sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas. Concluyendo que a mayor desarrollo de las capacidades de enseñanza de la competencia regularidad, equivalencia y cambio, mejoran los logros de aprendizajes de las capacidades matemáticas de los estudiantes del tercer grado de secundaria.

Palabras claves: Programa virtual Khan Academy, enseñanza en la competencia regularidad, equivalencia y cambio.

ABSTRACT

The research project, titled "Khan Academy Virtual Proposal to Improve the Teaching of Regularity, Equivalence, and Change in Mathematics Teachers in the Jaén District," aimed to propose the "Khan Academy" virtual platform to enhance the teaching of these concepts among mathematics teachers in the Jaén district. The research was basic, quantitative, non-experimental, cross-sectional, and descriptive-propositive in design. The population and sample consisted of 60 mathematics teachers from the urban area of the Jaén district, who were administered a questionnaire to measure their level of achievement in the mathematical competencies of regularity, equivalence, and change. The results indicate that the Khan Academy virtual methodology significantly contributes to mathematical learning achievements at the secondary level in the competency of regularity, equivalence, and change by positively influencing the teaching of mathematics in the areas of arithmetic and geometric progressions, systems of linear equations, inequalities, systems of first-degree equations with two unknowns, quadratic equations, and quadratic functions. It is concluded that greater development of teaching skills related to the competency of regularity, equivalence, and change leads to improved mathematical learning outcomes for third-year secondary school students.

Keywords: Khan Academy virtual program, teaching of the competency of regularity, equivalence, and change.

INTRODUCCIÓN

Los docentes del área de matemática orientan su trabajo pedagógico, a partir de los resultados obtenidos en el nivel primaria, dado que es el nivel que antecede a secundaria. Razón por la cual los resultados de la ERCE – 2019 del sexto grado de primaria en el área de matemática, se convierte en un insumo principal a este propósito; demostrando que a nivel de la región Latinoamericana el promedio del Nivel III es muy baja con el 17.4%, demostrando de esta manera que los estudiantes no han desarrollado capacidades de requerimiento de nivel. Entre los ocho países participantes los que alcanzaron el nivel IV de razonamiento matemático fue: Uruguay con 13.9 %, Perú 13%, México 11,9% , Brasil, 9.4%, mientras que la mayoría no lo alcanzó (UNESCO, 2021).

A partir del año 2000, la aplicación de la evaluación internacional PISA se viene aplicando cada tres años a los estudiantes de 15 años, los resultados obtenidos causan preocupación a los docentes de matemática y a los sistemas educativos de todo el mundo, dado que los que participan son países que conforman la OCDE y en su mayoría otros que participan voluntariamente, los resultados para la mayoría no son alentadores, pero si sirven como referentes para impulsar programas educativos en diferentes países y sistemas educativos.

Tal es así, el año 2022, participaron de la prueba Pisa 81 países de todo el mundo, de ellos 37 son integrantes de la OCDE. Los países que alcanzaron los tres primeros puestos en matemática corresponden al continente asiático entre ellos Singapur con 575 puntos, seguido de Macao China con 552 puntos y Taiwán con 547 puntos. Mientras que en el caso latinoamericano sus puntajes no son alentadores Chile se ubica en el puesto 52 con 412 puntos, seguido de Uruguay con 409 puntos y en el puesto 57 México con 395

puntos y en el cuarto lugar de los países latinoamericanos Perú con 391 puntos, ubicándose en la tabla general en el puesto 58. (MINEDU, 2024).

En este contexto digitalizado, la preocupación de los docentes de matemática y los sistemas educativos de la mayoría de los países del mundo, es como enseñar a los estudiantes en entornos virtuales donde el servicio de internet es débil o inexistentes, como es el caso de Brasil, Bolivia, Colombia y Ecuador, donde se evidencia que el 85% de las instituciones educativas de zona rural no cuentan con internet y 50% de zona urbana, preocupación que se generaliza en los docentes, a pesar de existir softwares bastante didácticos para enseñar la matemática, por falta de equipamiento tecnológico se ven frustradas sus aspiraciones y mejorar logros de aprendizaje acorde a las exigencias tecnológicas actuales (Aliaga, 2022).

A nivel nacional según la ENLA 2023, refiere que los resultados obtenidos en el área de matemática guardan una relación estable con respecto al 2022, en cuarto grado de primaria se alcanzó el 22.5% nivel satisfactorio, manteniendo el mismo porcentaje en relación al 2022. Mientras que los estudiantes de escuelas rurales en segundo grado de primaria elevaron su porcentaje en matemática con un promedio de 28 puntos y en cuarto grado subieron 09 puntos. Sucede lo mismo con el segundo grado del nivel secundaria, alcanzaron un nivel satisfactorio de 11.3% en matemática, siendo los hombres con el 14.1% quienes se ubicaron en el mejor nivel matemático (Ministerio de Educación, 2024).

Según PISA 2022, el Perú en matemática disminuyó nueve puntos en relación a los resultados alcanzados el 2018 pasando de 400 puntos a 391, situación que ubica en igualdad de condiciones que el 50% de países de Latinoamérica. Pero es a pesar de ello es alentador la estadística dado que teniendo como referencia a los resultados del 2009 los estudiantes muestran un desempeño positivo, dado que la presencia de la pandemia

fue un factor que dificultó los aprendizajes esperados en la mencionada área; alcanzando resultados similares a los países de México, Costa Rica, Brasil y Colombia (Unidad de Medición de la Calidad, 2023).

Los docentes de matemática del distrito de Jaén no son ajenos a estos resultados alcanzados a nivel internacional y nacional, a pesar de contar con servicio de internet en la ciudad, todavía no se viene aplicando una propuesta virtual para mejorar la enseñanza de la competencia regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática, notándose serias dificultades para hacer que sus estudiantes traduzcan datos y condiciones algebraicas y gráficas, comuniquen su comprensión sobre las relaciones algebraicas, usen estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales, y argumente afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Teniendo en cuenta el diagnóstico realizado, se formula el presente problema de investigación. ¿Cómo usar la propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito Jaén?

La hipótesis que da respuesta al problema es: La propuesta virtual “Khan Academy” mejora significativamente la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito Jaén.

De igual manera, se estableció como objetivo general, proponer el uso virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito Jaén. Y los objetivos específicos: **a)** Diagnosticar el estado del nivel de enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio; **b)** Fundamentar la propuesta Khan Academy para mejorar enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio;

c) Diseñar la propuesta Khan Academy en la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio.

La investigación se justifica en el afán de encontrar mejoras a través de la integración de “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio de los docentes del distrito de Jaén; siendo que, Khan Academy activa el aprendizaje de dominio (ritmo propio) y neuroeducación (multisensorial mediante videos y ejercicios inmediatos), lo cual lleva al docente del nivel de Sustitución al de Redefinición del modelo SAMR.

En cuanto a su estructura, el informe se organiza en cinco capítulos. En el capítulo I, Diseño teórico, se presentan los antecedentes internacionales, nacionales y locales; las bases teóricas sustentadas en el Modelo TPACK, el Modelo SAMR, el enfoque STEM y el enfoque centrado en la resolución de problemas; así como las bases conceptuales y la operacionalización de las variables. En el capítulo II, Diseño metodológico, se describen el tipo y diseño de investigación, la población y muestra, los métodos, técnicas e instrumentos de recolección de datos y los aspectos éticos. En el capítulo III, Resultados, se exponen los hallazgos del diagnóstico del nivel de enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito de Jaén, organizados según sus cuatro dimensiones: progresiones aritméticas y geométricas; sistema de ecuaciones lineales, inecuaciones y sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas; ecuaciones cuadráticas; y funciones cuadráticas. En el capítulo IV, Discusión de los resultados, se contrastan dichos hallazgos con los antecedentes y la fundamentación teórica, en correspondencia con los objetivos específicos. En el capítulo V, Propuesta de intervención, se presenta la propuesta virtual “Khan Academy” con sus datos informativos, situación problemática, objetivos, fundamentación teórica, actividades de

mejora y las ocho sesiones de aprendizaje, distribuidas en dos sesiones por cada dimensión. Finalmente, se consignan las conclusiones, las recomendaciones, las referencias bibliográficas y los anexos.

CAPITULO I: DISEÑO TEÓRICO

1.1. Antecedentes.

1.1.1. Antecedentes internacionales

Collantes et al (2022) con la finalidad de mejorar el aprendizaje del área de matemática en época de pandemia empleando una estrategia didáctica virtual en los docentes de matemática en Colombia. Investigación de enfoque cuantitativo, tipo básica y diseño descriptivo aplicado a 5 estudiantes y 8 docentes. Los resultados señalan a versión de los estudiantes que las enseñanzas que realizan los docentes de matemática carecen del uso de las tecnologías, realidad que es aceptada por los mismos profesores del área. Además, el problema de conectividad a internet es generalizado en todo Sardinata y si existe la señal es débil. Concluyendo que la implementación de una propuesta virtual mejora la percepción de los aprendizajes de las matemáticas, dado que en la actualidad las herramientas tecnológicas están a la orden del día y se emplea en todas las actividades del ser humano y es una necesidad e interés de los estudiantes mejorar el aprendizaje de las matemáticas usando adecuadamente la virtualidad.

En Argentina, Bellani y Williner (2023) con la finalidad de mejorar el aprendizaje de la matemática en los docentes de matemática propusieron una propuesta de entorno virtual bajo la estrategia de aula extendida, en la Universidad Nacional de la Matanza. Investigación de enfoque cuantitativo, diseño descriptivo – propositivo. Los resultados muestran que los docentes tienen una percepción positiva de la enseñanza de las matemáticas alcanzando un puntaje de 8.6 puntos como máximo y como mínimo 5.00 puntos en una escala de 10. Manifestaron su valoración al entorno virtual para el aprendizaje de la matemática, les ayuda a mejorar la organización de contenidos, estética

en la presentación, navegabilidad de las actividades de aprendizaje, realizar solución a los problemas de manera personal, videos de cátedras y combinación de videos.

En España, Cabero y Escalada (2022) analizaron la pedagogía virtual desde la didáctica de la matemática aplicada a estudiantes de educación secundaria en época de pandemia. Investigación desarrollada con enfoque cuantitativo, tipo no experimental, diseño descriptivo. Los resultados señalan que a pesar de existir una multiplicidad de artefactos tecnológicos a disposición del trabajo pedagógico todavía no existe una pedagogía virtual que genere canales pedagógicos y compromisos para mejorar la acción de educar específicamente en el área de matemática. Concluyendo que la consolidación de una política virtual se da cuando se recrean los saberes colectivos e individuales a través de la enseñanza y se estructura en un marco político – social – formativo, respondiendo a casuísticas con apoyo de la tecnología y aproximación de la brecha digital.

1.1.2. Antecedentes nacionales

A nivel nacional, en Lima, Jiménez (2022) desarrolló una investigación con estudiantes del tercer grado de secundaria con la finalidad de implementar una propuesta virtual para mejorar los aprendizajes en el área de matemática en la competencia regularidad, equivalencia y cambio. Estudio de corte cualitativo, tipo aplicada y paradigma socio crítico e interpretativo. Los resultados señalan que en la aplicación del aprendizaje basado en problemas (ABPr), ayudó a los estudiantes a ser más argumentativos, reflexivos y críticos, permitiéndoles trabajar en un ambiente colaborativo en búsqueda de la experimentación, información e indagación. Además, la plataforma Moodle ayudó al monitoreo del trabajo pedagógico en pares contribuyendo con la mejora del desempeño docente de matemática. Concluyendo que la metodología utilizada tienen

soporte teórico con aportes de Vygotsky, Ausubel y del conectivismo dando pie al diseño y estructura de la modelación de la propuesta.

En Lima, Álvaro (2023) analizó en los estudiante de educación secundaria el efecto del Aprendizaje Basado en Problemas en una institución educativa de Jesús María. Investigación de diseño cuasi experimental, tipo experimental y enfoque cuantitativo, aplicado a 40 estudiantes de secundaria. Los resultados muestran que el nivel de influencia positiva del Aprendizaje Basado en Problemas (ABPr) para alcanzar logros esperados en el grupo experimental realizando operaciones reales contextualizadas, del mismo modo lo hace incrementando la capacidad para recordar formulas y plantear enunciados, elevando su capacidad de orden y coherencia para resolver problemas. Concluyendo que con la implementación de la propuesta de Aprendizaje Basado en Problemas se logró que los estudiantes asuman una postura crítica y reflexiva sobre lo que se debe abordar en los problemas y la forma como se debe realizar.

En Lima, Castillo y Montes (2024) tuvo como propósito analizar la influencia del pensamiento complejo en la enseñanza de matemática en el nivel secundaria. Investigación descriptiva, tipo básica y de corte cuantitativo. Los resultados muestran que para mejorar resultados en el área de matemática se tiene que incrementar los cimientos teóricos en los docentes, con el fin de fortalecer el entendimiento y la profundidad científica. La enseñanza de la matemática tiene que empezar desde temprana edad y debe realizarse de manera abierta y crítica para conllevar a un aprendizaje innovador y creativo. Asimismo, se tiene que promover el pensamiento complejo para de esa manera tener una mirada integradora. Concluyendo que enseñar la matemática a través de las competencias

se convierte en un catalizador del desarrollo del pensamiento crítico, fomentando habilidades para adaptarse y abordar situaciones complejas de pensamiento y reflexión.

1.1.3. Antecedentes locales

En Jaén, Martínez (2023) buscó la mejora en docentes de una institución educativa pública de Jaén, Cajamarca las competencias matemáticas a través del uso de las TICS, mediante una investigación de diseño descriptivo – propositivo y de enfoque cuantitativo, aplicado a 33 docentes del área de matemática. Los resultados muestran que el 93.9% de los docentes tienen un nivel de dominio medio en las cuatro competencias del área de matemática, situación que conllevó al diseño de una propuesta de mejora de estas competencias a través del uso adecuado de las TICS, la misma que contó con el sustento teórico del enfoque por competencias propuestas por el Ministerio de Educación y la teoría constructivista. Concluyendo que la propuesta estructurada permite desarrollar las capacidades digitales como: gestiona e interactúa en entornos digitales, crea plataformas digitales y objetos virtuales en diversos formatos, integrando la participación de todos los docentes del área de matemática.

En Cajamarca, Espinoza (2024) determinó la relación existente entre el rendimiento académico y el uso de herramientas virtuales en estudiantes de secundaria de la institución educativa 82221 de Namora. Investigación de diseño correlacional y tipo básica y enfoque positivista, aplicado a 51 estudiante. Los resultados muestran que existe una correlación positiva entre aprendizaje académico y el uso de herramientas virtuales, alcanzando un 0.896 puntos según rho de Spearman, demostrando de esta manera que existe una relación directa entre ambas variables. Concluyendo de esta manera que mientras se diseñen proyectos de intervención pedagógica liderados por los docentes de

la especialidad de matemática del nivel secundario orientado mejorar el nivel académico de las cuatro competencias del área de matemática utilizando herramientas virtuales, se alcanzará mejores logros de aprendizaje en las competencias trabajadas de la respectiva área curricular.

1.2.Bases teóricas

1.2.1. Aportes teóricos del Modelo TPACK en la reflexión docente.

Este modelo cuestiona la forma como se viene enseñando a los docentes en los institutos tecnológicos y universidades del mundo. Revoluciona el sistema educativo al presentarse como una alternativa de solución en la formación de los docentes de los diferentes niveles educativos, permitiéndoles el desarrollo de sus conocimientos, habilidades y uso de herramientas tecnológicas, de contenido y pedagógicas de gran impacto sobre los estudiantes y el futuro de la sociedad; entiendo que son los docentes los agentes principales del cambio educativo (Retana, 2021).

Este modelo tiene como **creadores a los docentes Matthew y Punya**, siendo su inspiración la integración de la tecnología en la educación y las variables de formación del docente entre ellas: Conocimiento Tecnológico (TK), conocimiento del contenido (CK) y conocimiento pedagógico (PK); conllevando a los docentes a convertirse en un ente capaz de analizar problemas, resolver dudas y enfrentar diversas situaciones de manera estratégica y con cierta capacidad y pericia, durante el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje en las diferentes áreas curriculares que enseña (UNIR, 2023).

La integración de las tres áreas de conocimiento que prioriza el modelo TPACK, permite a los docentes que tengan mayor dominio de la disciplina que enseñan a sus estudiantes en función al currículo nacional, poner en marcha estrategias metodológicas más dinámicas y amigables, utilizando los recursos audiovisuales y tecnológico acorde a

las necesidades y exigencias actuales de los estudiantes. Logrando fortalecer otras áreas del conocimiento al combinar estas categorías de manera interrelacionada (Pincay y Sornoza, 2023).

Los conocimientos específicos que se alcanzan al activar el modelo TPACK están relacionados con la interpretación que el docente hace al impartir su metodología en las diferentes áreas curriculares, enseñando y adaptando y haciéndoles accesibles a las aspiraciones y expectativas de los estudiantes. Entender las necesidades tecnológicas del contenido de las áreas curriculares que impartes adecuándolos a los logros de aprendizaje. Además, comprender las bondades y riesgos que traen la utilización de las tecnologías en los logros de aprendizaje de los estudiantes (Guevara, 2021).

1.2.2. Modelo pedagógico SAMR de integración tecnológica

Fue creado por el educador e investigador estadounidense **Dr. Rubén Puentedura**, con la finalidad de analizar la importancia de la tecnología en quehacer educativo, proponiendo acciones concretas que van desde lo más simple a lo más complejo a través de la implementación de cuatro niveles de integración. Entre ellos tenemos: Sustitución (S), Aumento (A), Modificación (M) y Redefinición (R) SAMR, teniendo implicancia en los procesos de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes permitiendo la transformación de los procesos (Domínguez, 2023).

El nivel básico es la Sustitución, funciona sustituyendo los recursos tradicionales empleado por los docentes en el desarrollo de sus sesiones de aprendizaje por el uso adecuado de las herramientas tecnológicas, sin cambiar de rumbo el objetivo y la competencia a desarrollar en los estudiantes, como es el caso del uso de papel y lápiz sustituido por un procesador de texto. Es en este nivel que la tecnología solo cambia el medio o formato para el aprendizaje, es por ello que tiene una implementación sencilla

porque no requiere cambio del diseño de la sesión, ni del rol del estudiante ni del docente (Euroinnova, 2024).

Mientras que el nivel Aumento va más allá de lo básico, consiste en mejorar el recurso tradicional que usa el maestro a través del uso de la tecnología, ofrece mayores ventajas porque enriquece la tarea en función al logro de la competencia trabajada, requiere del cambio del recurso empleado tradicionalmente por uno tecnológico, como es el caso el uso de un procesador de texto para corregir la ortografía o buscar en el diccionario a través de un procesador de texto. Teniendo como desventaja el no cambio de la naturaleza de la actividad ni el rol del estudiante, ni del docente (Gabelas, 2021).

La Modificación, es el tercer nivel del modelo pedagógico SAMR, consiste en cambiar el recurso tradicional que comúnmente usa el docente por herramientas tecnológicas que permitan modificar la tarea y las competencias seleccionadas a trabajar. Ofrece una gran ventaja que es más creativo que las anteriores y desafiante al mismo tiempo, es por ello que requiere de mayor dominio de las herramientas tecnológicas, en el marco de una excelente planificación y evaluación de los aprendizajes. Es en este nivel que se crean textos colaborativos e interactivos a través de un procesador de texto con herramientas de edición (Clear Touch, 2022).

El último nivel del modelo pedagógico SAMR es la Redefinición, que requiere de mayor reto y desafío tecnológico, consiste en usar las herramientas tecnológicas para poner en marcha un nuevo recurso pedagógico, con la finalidad de realizar una tarea en función a la competencia seleccionada en cualquier área curricular. Ofrece una gran ventaja porque es significativo y motivador para los estudiantes, porque sale de lo tradicional y se ubica en un ámbito de cambio del diseño de la actividad y por ende también cambia el rol del docente y del estudiante, es tan exigente y arriesgado que

requiere de un alto dominio de la tecnología y flexibilidad para integrarlas. Se comparte un texto en una audiencia global y real a través de la utilización de un procesador de texto con herramientas de difusión, publicación y comunicación (Moleri, 2021).

La puesta en marcha del modelo SAMR requiere de cinco procesos a seguir entre ellos: a) Identificar en los estudiantes la competencia de aprendizaje a alcanzar, b) Seleccionar según el nivel del modelo a trabajar el recurso tecnológico o herramienta que más se adapte a la competencia, c) Seleccionar la actividad de aprendizaje en función al tiempo, los procesos didácticos, de contenido y tecnológicos, d) Tener en cuenta el rol de los estudiantes y del docente en la interacción y participación durante la implementación de la sesión de aprendizaje y e) Reflexionar en función al impacto, los logros y las dificultades durante la integración de la tecnología según el modelo SAMR elegido (Linkedin, 2022).

1.2.3. El enfoque STEM y el aprendizaje de las matemáticas

Este enfoque (acrónimo en inglés para *Science, Technology, Engineering, and Mathematics*) fue creado en los **Estados Unidos a principios de la década de 1990** por la Fundación Nacional de Ciencias; responde a los requerimientos de resolución de problemas complejos, a través de la puesta en marcha de capacidades de orden superior provenientes de diversas disciplinas donde las habilidades y conocimientos de los estudiantes convergen, activando las diferentes formas de pensar propias de las diferentes áreas curriculares y del modelo como el pensamiento científico a través de los procesos indagatorios, de la ingeniería los procesos de optimización y diseño, de la tecnología el pensamiento computacional, de las matemáticas el razonamiento lógico y deductivo (Martínez et al, 2022).

Las dimensiones de la propuesta virtual “Khan Academy” está estructurado a través de: Videos, ejercicios, datos y comunidad de usuarios. Los videos es un recurso tecnológico inteligente que ayuda al estudiante a retroalimentar los contenidos de una de aritmética de manera inmediata en función a su ritmo de aprendizaje para alcanzar los logros de aprendizaje esperados. Es por ello que en la actualidad se ha convertido en un recurso imprescindible en el trabajo de aula, porque les permite poner en marcha la mayor cantidad de sus sentidos y por ende genera mayor aprendizaje (Pérez, 2021).

La estrategia de aprendizaje de Khan Academy consiste en una serie de acciones educativas e integradoras que promueven el progreso de las destrezas numéricas en el alumno, brindándoles varias herramientas para optimizar su aprendizaje los estudiantes deben comprometerse a mejorar su proceso de aprendizaje (Farfán & Romel, 2022).

Con la aportación de plataformas digitales como Khan Academy el docente alcanza y permite consignar en los alumnos un desarrollo del pensamiento matemático con mayor agilidad, será capaz de potenciar su capacidad autodidacta y la motivación necesaria para el trabajo constante en base a los contenidos curriculares de la asignatura, contemplando en primera instancia las necesidades, bondades y contexto de cada estudiante, asignando tareas dosificadas y con la revisión constante de la formación de cada participante, con ello se resaltará el enfoque creativo del docente, así como su interés en conseguir un proceso educativo más eficiente. (Erick Xavier Vélez Basurto).

Fundamentalmente, el aprendizaje de dominio anima a todos los estudiantes a aprender a su propio ritmo a medida que dominan destrezas y avanzan hacia los objetivos de aprendizaje. A algunos estudiantes esta idea quizás les parezca diferente (muy diferente) de experiencias de aprendizaje anteriores. Uno de los mensajes clave para compartir con los estudiantes es que el aprendizaje de dominio los ayudará a concentrarse

en las destrezas específicas que cada uno necesita para tener éxito y comprender en profundidad los conceptos, en lugar de simplemente pasar de un concepto a otro. (Khan Academy, 2024).

En la práctica docente, el uso de vídeos educativos, por ejemplo, facilita la enseñanza, reduciendo las tareas repetitivas, además de optimizar el tiempo de profesores y alumnos, proporcionando un aprendizaje más dinámico. (Topanta et al., 2024).

La implementación de Khan Academy, **Creada por el educador y emprendedor estadounidense Salman Khan**, ha demostrado ser una herramienta educativa valiosa, logrando mejoras sustanciales en el rendimiento académico de los estudiantes. La plataforma ha tenido un impacto positivo en competencias clave, como la resolución de problemas que involucran cantidad, regularidad, equivalencia y cambios, así como la comprensión de formas, movimiento y ubicación. Este progreso generalizado refleja la efectividad de Khan Academy para abordar diversas áreas temáticas y enriquecer el proceso de aprendizaje en matemáticas. (Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje. 2024).

La dimensión comunidad de usuarios en la propuesta “Khan Academy”, está relacionado con la cantidad de usuarios que pueden ingresar en línea para participar de una clase, la misma que tiene que ser limitado, dado que, si existen más de 100 usuarios o más, existirá problemas con la cuenta del profesor o la línea se vuela lenta, evidenciando retrasos en la lista de estudiantes, problemas para cargar algunas páginas afectando los reportes de las tareas realizadas. (Armijo, 2021).

El enfoque STEM viene ganando espacio en los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, desde su aparición en los Estados Unidos, porque ayuda al desarrollo de las competencias básicas de la matemática con la resolución de problemas

de cantidad que se encuentran dentro de la aritmética. Además, promueve en los estudiantes aprendizajes relacionados a la ingeniería, tecnología, metodologías científicas, exploración, experimentación, asimilación de los procesos de desarrollo del pensamiento matemático, contribuyendo al desarrollo del trabajo en equipo, toma de decisiones, desarrollo del pensamiento creativo y crítico (Michelle et al, 2023).

Debido a las características que posee el modelo STEM, ha acogido como medio de vitalidad en el aula a la estrategia de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) por la posibilidad que les brinda en la construcción de conocimientos significativos a partir de experiencias reales y contextualizadas. Como es el caso del desarrollo de ecuaciones diferenciadas a través de la modelación matemáticas donde se aplicaron modelo de masa – resorte, circuitos eléctricos, modelo de crecimiento poblacional, entre otros. La profundidad del conocimiento científico según el modelo propuestos conlleva a los estudiantes a alcanzar aprendizajes profundos, siempre y cuando el docente esté comprometido con su función de orientador y guía de los aprendizajes (Iglesias et al, 2023).

El modelo STEM requiere de la presencia de docentes con alto espíritu de formación profesionales en el área del saber científico, planteándose retos que implican realizar acciones que le conlleven a elevar su conocimiento y la puesta en acción a través del modelo de intervención, donde la secuencia didáctica responda a la mejora competencial e integral del estudiante, implementado a partir de principios de innovación y construcción de una nueva literatura educativa (Greca et al, 2021).

1.2.4. Enfoque centrado en la resolución de problemas

Propuesto por el Ministerio de Educación, quien considera como el eje del aprendizaje de la matemática y el espacio donde se construyen dichos conocimientos, a

través de la aplicación de estrategias que dan sentido a la estructuración de las ideas matemáticas en el marco de la resolución de nuevos problemas; dando respuestas la significatividad y funcionalidad de los conocimientos matemáticos, dificultad del razonamiento matemático, desinterés por la matemática, aprendizaje matemático descontextualizado (Llontop, 2023).

Este enfoque acerca al estudiante a la vida real porque promueve los aprendizajes a partir de sus experiencias cotidiana dañada respuesta a los problemas de su contexto, cobrando de esta manera mayor significado y satisfacción al vivenciar que lo que aprenden en la escuela le es útil en su vida cotidiana, permitiéndoles dar solución a sus problemas personales, familiares y colectivos orientados a mejorar sus condiciones de vida. Las investigaciones realizadas en los diferentes campos del saber afirman que un aprendizaje basado en el enfoque de resolución de problemas eleva el nivel de significatividad en sus prácticas sociales y culturales (Castillo y Montes, 2024).

La resolución de problemas como enfoque asume tres ópticas de trabajo pedagógico con la finalidad de promover el aprendizaje matemático de los estudiantes. Entre ellos se contempla. Antes de la resolución del problema, está orientado al sentido constructivo y creador de la actividad humana, como vehículo del desarrollo del pensamiento matemático. Durante la resolución de problema, reflexiona sobre las estrategias a partir de la comprensión del saber matemático, movilizand la metacognición, planeación y estrategias de comprensión. Para la resolución de problemas, entendida como la acción medular en la resolución de problemas dándole funcionalidad a los procesos didácticos planificados en el área de matemática (Graus, 2022).

Los campos temáticos que corresponden a la enseñanza de la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio son: Progresiones aritméticas y geométricas. Sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. Ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas.

1.3. Bases conceptuales

1.3.1. Teoría del aprendizaje cooperativo, Estructurados por David Johnson y

Roger Johnson. Para alcanzar mejores niveles de logros de aprendizaje de las matemáticas, se tiene que implementar estrategias que permitan el uso adecuado del material concreto y, ello se tiene que realizar mediante la conformación de trabajos en equipo e interrelación entre integrantes del grupo, para que a través de un trabajo cooperativo consensuen sus soluciones y alcancen alternativas de solución.

1.3.2. Teoría de la neuroeducación, Fundamentada por el neurocientífico cognitivo

Stanislas Dehaene y el neuropsicólogo Brian Butterworth. Permite descubrir cómo se construyen los aprendizajes, como funciona en el cerebro del ser humano y, como se interconectan las neuronas en el hemisferio específico de la construcción de los conocimientos matemáticos.

1.3.3. Teoría de la motivación y el aprendizaje. Se fundamentan en enfoques

conductistas (B.F. Skinner), cognitivos (Albert Bandura), humanistas (Abraham Maslow) y socioculturales (Lev Vygotsky). En la construcción de los aprendizajes existen muchos factores externos e internos que influyen, los mismos que pueden conllevar a una motivación extrínsecas u inspirada por

factores externos o intrínsecas por el mismo estudiante, que cuando ambas se juntas elevan los aprendizajes matemáticos.

1.3.4. Teoría basada en el uso de la tecnología. Fue fundamentada y sistematizada por Robert Gagné. En el mundo moderno en que estamos viviendo es insoslayable el uso adecuado de las tecnologías modernas, que permiten a los docentes implementar con más facilidad sus metodologías en sus enseñanzas y a los estudiantes a descubrir con mayor facilidad la utilidad de los conocimientos matemáticos adquiridos.

1.3.5. Teoría de la innovación y la creatividad. Fundamentada por Joseph Schumpeter y Sarnoff Mednick. Pone en sintonía con las exigencias de los sistemas educativos que permite a nivel nacional e internacional participar en competencias a través de concursos matemáticos y de ciencia y tecnología EUREKA, donde los estudiantes tienen la oportunidad de demostrar sus habilidades y capacidades de transformación de su realidad a través de la puesta en práctica de sus conocimientos matemáticas adquiridos.

Estos conceptos sirvieron de base conceptual para el diseño de la Propuesta virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito de Jaén, porque a través de este manejo conceptual los docentes harán que sus estudiantes se interrelacionen de manera cooperativa y asumiendo retos al momento de realizar sus trabajos académicos, del mismo modo comprenderán mejor el funcionamiento de su cerebro y el comando con su cuerpo, se mantendrán motivados en su aprendizaje, harán uso de manera adecuada de la tecnología y pondrán en práctica su creatividad en las diferentes innovaciones.

1.4. Operacionalización de las variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Item	Instrumento de evaluación
Independiente: Propuesta Khan Academy	Propuesta virtual que ofrece ejercicios de práctica, videos instructivos y un panel de aprendizaje personalizado que permite a los estudiantes aprender a su propio ritmo, dentro y fuera del salón de clases (Armijo, 2021).	Conjunto de procedimientos que los investigadores ponen en práctica utilizando videos, ejercicios, datos y comunidad de usuarios y medidos a través de fichas de observación (Los autores)	Videos	3	Fichas de observación
			Ejercicios	3	
			Datos	2	
			Comunidad de usuarios	2	
Dependiente : Enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio	Es la habilidad para la identificación de equivalencias, la generalización de patrones y el análisis de	Conjunto de actividades que el investigador moviliza en función a las capacidades de la competencia resuelve	Progresiones: Aritmética y geometría	4	Prueba escrita de matemática
			Sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de	4	

	variaciones de una magnitud en relación a otra, con la finalidad de calcular incógnitas, establecer condiciones y hacer proyecciones sobre el desenvolvimiento de un fenómeno (Jiménez, 2022)	problemas de regularidad, equivalencia y cambio, medidos a través de una prueba escrita (Los autores)	ecuaciones de primer grado		
			Ecuaciones cuadráticas	4	
			Funciones cuadráticas	4	

1.4.1. Variable Independiente: Propuesta Khan Academy

La Propuesta Khan Academy se conceptualiza como una herramienta educativa virtual que integra ejercicios de práctica, recursos audiovisuales instructivos y un sistema de seguimiento del aprendizaje individualizado, orientada a facilitar procesos de aprendizaje autónomo y a ritmo propio del estudiante, tanto en el contexto del aula como fuera de ella (Armijo, 2021).

Desde el punto de vista operacional, la variable se define como el conjunto de procedimientos didácticos implementados por los investigadores mediante el uso de videos instructivos, ejercicios interactivos, análisis de datos de desempeño y participación

en comunidades de usuarios, cuya medición se efectúa a través de una ficha de observación diseñada para tal fin.

Dimensiones e indicadores

Esta variable se descompone en cuatro dimensiones, cada una evaluada mediante ítems específicos como se muestra en la tabla anterior.

Instrumento de evaluación

La medición se realiza mediante una **ficha de observación**, instrumento de naturaleza cualitativa-cuantitativa que permite registrar sistemáticamente el uso y la incidencia de cada dimensión durante la implementación de la propuesta.

1.4.2. Variable Dependiente: Enseñanza de Regularidad, Equivalencia y Cambio

Se define como la habilidad para identificar equivalencias, generalizar patrones y analizar la variación de una magnitud en relación con otra, con el propósito de calcular incógnitas, establecer condiciones y elaborar proyecciones sobre el comportamiento de un fenómeno determinado (Jiménez, 2022).

Operacionalmente, esta variable comprende el conjunto de actividades que los investigadores realizamos en función de las capacidades correspondientes a la competencia "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio", cuya evaluación se efectúa mediante una prueba escrita de matemática.

Dimensiones e indicadores

La variable se estructura en cuatro dimensiones, indicadas en la tabla líneas arriba.

Instrumento de evaluación

Se emplea una **prueba escrita de matemática**, instrumento de tipo cuantitativo estructurado en ítems de rendimiento que permiten medir el nivel de logro alcanzado por los docentes en cada una de las dimensiones señaladas.

Ambas variables presentan una estructura de operacionalización coherente con el enfoque cuantitativo: definición conceptual (sustento teórico), definición operacional (adaptación de la investigación) y desagregación en dimensiones medibles a través de ítems.

El total de ítems de la variable dependiente asciende a 16, distribuidos equitativamente (4 por dimensión), lo cual sugiere un diseño balanceado del instrumento.

CAPITULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

2.1. Tipo de investigación

La investigación fue de tipo básica, de enfoque cuantitativo, y de diseño no experimental, transversal y descriptivo propositivo. Básica porque contribuyó al conocimiento científico a través de la solución de un problema. Es de enfoque cuantitativo porque la información recogida se procesó mediante medidas numéricas e interpretaciones. El estudio fue de diseño no experimental porque describió la variable propuesta “Khan Academy”. Es transversal porque se realizó en un periodo de tiempo determinado de un año. Es descriptivo propositivo porque se describió las variables y se elaboró una propuesta (Mohamed et al, 2023).

2.2. Población y muestra

La población para el presente estudio estuvo conformada por 60 docentes de la especialidad de matemática del ámbito urbano del distrito de Jaén. Los criterios de inclusión fueron los docentes de la especialidad de matemática registrados en el cuadro de asignación de personal de la UGEL de Jaén.

La muestra con la que se trabajó fue con todos los docentes de la población. Por lo tanto, se considera la población como la muestra propiamente dicha.

2.3. Métodos, técnicas e instrumentos de recolección de datos

Los métodos de análisis de datos empleados en la investigación estuvieron relacionados con la técnica estadística descriptiva y la aplicación del instrumento de evaluación “Prueba de matemática dirigida a docentes de la especialidad de matemática de la UGEL de Jaén, cuyos datos recogidos permitió, el tratamiento estadístico que se le

dio a los datos recogidos, es por ello que se registró la información en una base de datos y, se procesó a través del aplicativo estadístico SPSS V. 3.2, teniendo en cuenta las dimensiones del aprendizaje de regularidad, equivalencia y cambio, la confiabilidad del instrumento a través de la técnica de estadística simple (Ortega, 2023).

En la presente investigación los aspectos éticos dieron la seriedad, confianza y seguridad a las personas involucradas que asumieron cada vez compromisos mayores tanto en la metodología como en su procedimiento. En la presente investigación se evidenció a través del trato cordial entre el investigador con los directivos, docentes del área de matemática desde el primer contacto y se socializó el proyecto y se contó con su respectiva autorización. Del mismo modo con la honestidad en el trabajo intelectual, redactando el informe cumplió con los criterios establecidos por las normas internacionales de redacción APA - 2024.

CAPITULO III. RESULTADOS

Los resultados que se muestran en el presente capítulo se han obtenido después de la aplicación de la Prueba de matemática dirigida a 60 docentes de la especialidad de matemática de la UGEL de Jaén. La investigación tuvo como finalidad mejorar los procesos de enseñanza en estudiantes del tercer grado de secundaria por los docentes de matemática a través de la Propuesta Khan Academy, donde se prioriza procedimientos que conlleven a la utilización óptima y adecuada de videos, ejercicios, datos y la contribución de comunidad de usuarios.

3.1 Análisis de la prueba escrita de matemática

Diagnosticar el estado del nivel de enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio”.

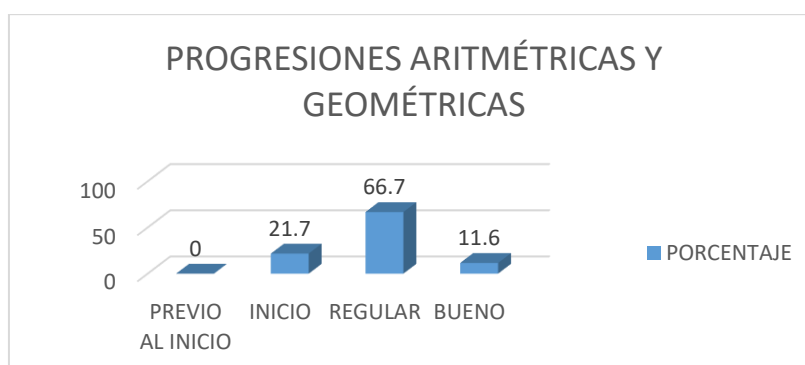
3.1.1. Análisis de la dimensión progresiones aritméticas y geométricas.

Tabla 1. Nivel de la dimensión progresiones aritméticas y geométricas.

NIVEL	FRECUENCIA	PORCENTAJE
PREVIO AL INICIO	0	0
INICIO	13	21.7
REGULAR	40	66.7
BUENO	7	11.6
TOTAL	60	100

Nota. Datos obtenidos de la prueba de matemática

Figura 1. Nivel de la dimensión progresiones aritméticas y geométricas.



Nota. Elaboración en base a los resultados obtenidos de la prueba de matemática

Interpretación: En la tabla 1 y figura 1, se evidencia que de los 60 docentes que participaron de la prueba de matemática el 66.7% demuestra que enseñan las *progresiones aritméticas y geométricas* en un nivel regular, el 21.7% en inicio y solo el 11.6% nivel *bueno*, utilizando la plataforma virtual “Khan Academy”.

El 11.6% en nivel bueno demuestra que la mayoría de docentes tienen una considerable dificultad para alcanzar el óptimo nivel de enseñanza de la dimensión progresiones aritméticas y geométricas; en consecuencia, se requiere fortalecer esta dimensión con los videos y los recursos de las secciones “Aprende”, las prácticas, cuestionarios y pruebas de unidad de la plataforma virtual Khan Academy.

3.1.2. Análisis de la dimensión sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones.

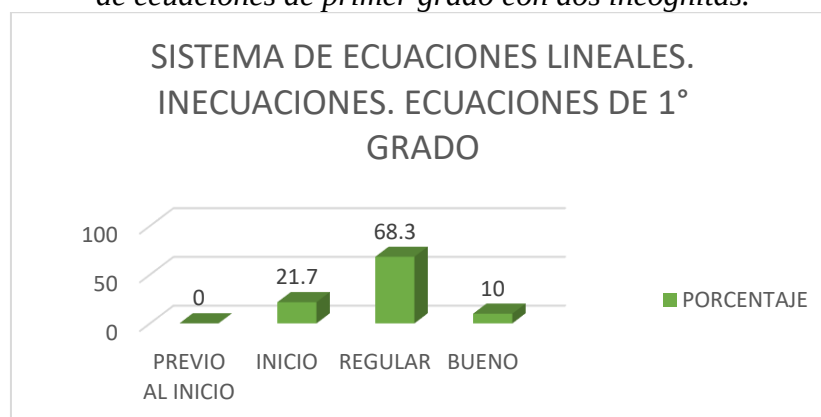
Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Tabla 2. Nivel de la dimensión sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

NIVEL	FRECUENCIA	PORCENTAJE
PREVIO AL INICIO	0	0
INICIO	13	21.7
REGULAR	41	68.3
BUENO	6	10
TOTAL	60	100

Nota. Datos obtenidos de la prueba de matemática

Figura 2. Nivel de la dimensión sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.



Nota. Elaboración en base a los resultados obtenidos de la prueba de matemática

Interpretación: En la tabla 2 y figura 2, se evidencia que de los 60 docentes que participaron de la prueba de matemática el 68.3% demuestra que enseñan los *sistemas de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas* en un nivel regular, el 21.7% en inicio y solo el 10% nivel bueno.

El 10% en nivel bueno demuestra que la mayoría de docentes tienen una considerable dificultad para alcanzar el óptimo nivel de enseñanza de la dimensión sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas; en consecuencia, se requiere fortalecer esta dimensión con los videos y los recursos de las secciones “Aprende”, las prácticas, cuestionarios y pruebas de unidad de la plataforma virtual Khan Academy.

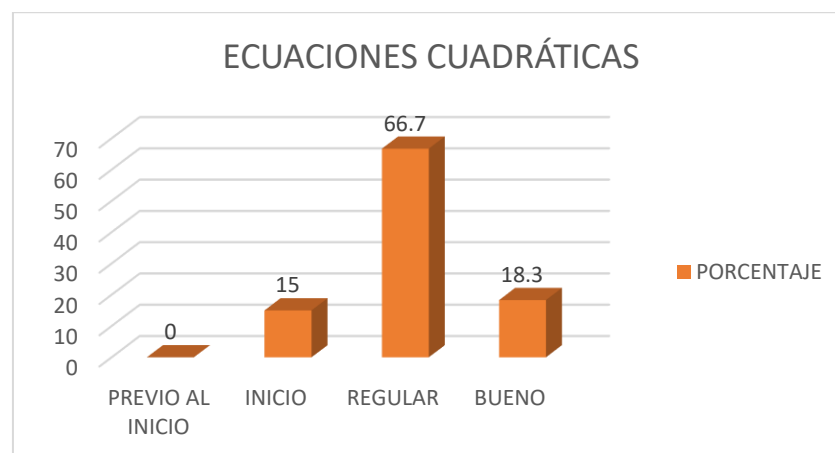
3.1.3. Análisis de la dimensión ecuaciones cuadráticas.

Tabla 3. Nivel de la dimensión ecuaciones cuadráticas.

NIVEL	FRECUENCIA	PORCENTAJE
PREVIO AL INICIO	0	0
INICIO	9	15
REGULAR	40	66.7
BUENO	11	18,3
TOTAL	60	100

Nota. Datos obtenidos de la prueba de matemática

Figura 3. Nivel de la dimensión ecuaciones cuadráticas.



Nota. Elaboración en base a los resultados de la prueba de matemática

Interpretación: En la tabla 3 y figura 3, se evidencia que de los 60 docentes que participaron de la prueba de matemática el 66.7% demuestra que enseñan las *ecuaciones cuadráticas* en un nivel regular, el 15% en inicio y el 18.3% nivel bueno.

El 18.3% en nivel bueno demuestra que la mayoría de docentes tienen una considerable dificultad para alcanzar el óptimo nivel de enseñanza de la dimensión ecuaciones cuadráticas; en consecuencia, se requiere fortalecer esta dimensión con los videos y los recursos de las secciones “Aprende”, las prácticas, cuestionarios y pruebas de unidad de la plataforma virtual Khan Academy.

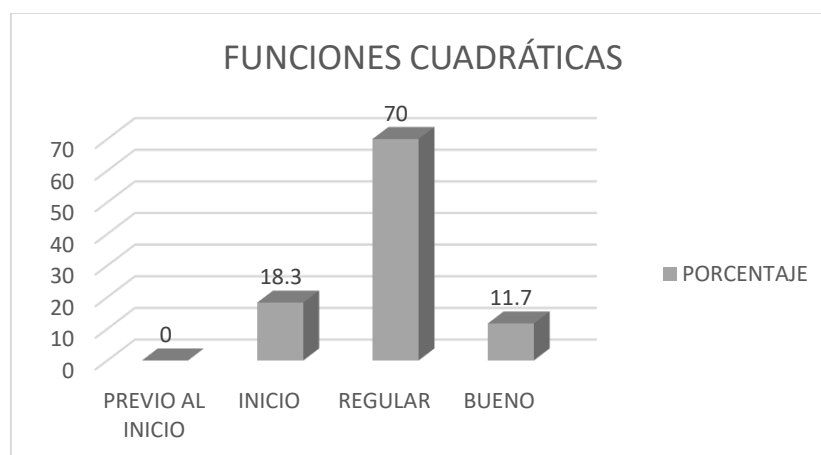
3.1.4. Análisis de la dimensión funciones cuadráticas.

Tabla 4. Nivel de la dimensión funciones cuadráticas.

NIVEL	FRECUENCIA	PORCENTAJE
PREVIO AL INICIO	0	0
INICIO	11	18.3
REGULAR	42	70
BUENO	7	11.7
TOTAL	60	100

Nota. Datos obtenidos de la prueba de matemática

Figura 4. Nivel de la dimensión funciones cuadráticas.



Nota. Elaboración en base a los resultados obtenidos de la prueba de matemática

Interpretación: En la tabla 4 y figura 4, se evidencia que de los 60 docentes que participaron de la prueba de matemática el 70% demuestra que enseñan las *funciones cuadráticas* en un nivel regular, el 18.3% en inicio y el 11.7% nivel bueno.

El 11.7% en nivel bueno demuestra que la mayoría de docentes tienen una considerable dificultad para alcanzar el óptimo nivel de enseñanza de la dimensión Funciones cuadráticas; en consecuencia, se requiere fortalecer esta dimensión con los videos y los recursos de las secciones “Aprende”, las prácticas, cuestionarios y pruebas de unidad de la plataforma virtual Khan Academy.

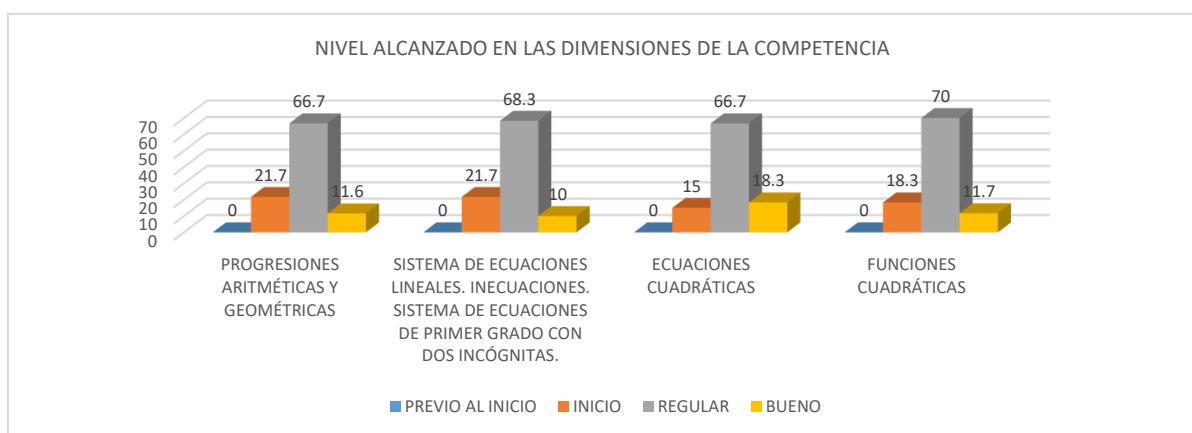
3.1.5. Análisis de las dimensiones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Tabla 5. Niveles alcanzados en las dimensiones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

NIVEL	PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS	SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. INECUACIONES. SISTEMA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.	ECUACIONES CUADRÁTICAS	FUNCIONES CUADRÁTICAS
PREVIO AL INICIO	0	0	0	0
INICIO	21.7	21.7	15	18.3
REGULAR	66.7	68.3	66.7	70
BUENO	11.6	10	18.3	11.7
TOTAL	100	100	100	100

Nota. Datos obtenidos de la Prueba de matemática

Figura 5. Nivel alcanzado en las dimensiones de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.



Nota. Elaboración en base a los resultados obtenidos de la prueba de matemática

Interpretación: En la tabla 5 y figura 5, se evidencia que la enseñanza que realizan los docentes de matemática a sus estudiantes en la competencia regularidad, equivalencia y cambio requiere mayor atención el sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de 1° grado con dos incógnitas con el 10% nivel bueno y 68.3% nivel regular, seguido de las progresiones aritméticas y geométricas con el 11.6% nivel bueno y 66.7 regular, luego las funciones cuadráticas con el 11.7% bueno y 70% regular y finalmente las ecuaciones cuadráticas 18.3% bueno y 66.7% regular.

El promedio que se obtiene de las 4 dimensiones en el nivel bueno es de 12.9% $(11.6+10+18.3+11.7/4)$, esto demuestra que la mayoría de docentes tienen una considerable dificultad para alcanzar el óptimo nivel de enseñanza de la competencia *resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio*; en consecuencia, se requiere fortalecer esta competencia con los videos y los recursos de las secciones “Aprende”, las prácticas, cuestionarios y pruebas de unidad de la plataforma virtual Khan Academy.

CAPITULO IV. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

La presente investigación tiene como objetivo general proponer el uso de la plataforma virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de la competencia “resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio” en los docentes de matemáticas del distrito de Jaén. La discusión de los hallazgos se articula en función del contraste de los resultados empíricos (antes y después de la intervención) con el sustento teórico y los antecedentes del ámbito nacional e internacional.

En relación con el primer objetivo específico: **Diagnosticar** el estado del nivel de enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio; los resultados del pretest evidenciaron una realidad preocupante: más del 60% de los docentes se encontraban en un nivel "regular" para enseñar las cuatro dimensiones evaluadas, y apenas entre un 10% y 18.3% alcanzaba el nivel "bueno". Esta situación inicial refleja una atención en la integración de tecnologías, coincidiendo con Collantes et al. (2022) en Colombia, quienes evidenciaron que las enseñanzas de los docentes de matemática carecían del uso adecuado de las TIC.

Respecto al segundo objetivo específico: **Fundamentar** la propuesta Khan Academy para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio; la incorporación de la plataforma Khan Academy a través de 8 sesiones de aprendizaje generará un cambio sustancial y positivo.

La mejora en la enseñanza de conceptos abstractos se sustenta –también– en la teoría de la Neuroeducación (Dehaene y Butterworth). La propuesta de Khan Academy permite a los docentes mediar el aprendizaje a través de recursos visuales e interactivos que

estimulan la interconexión neuronal propia de la construcción del conocimiento matemático.

Tal como afirmaba Jiménez (2022), la integración de plataformas virtuales en la enseñanza de la matemática tiene un profundo soporte teórico constructivista y conectivista.

En conclusión, el uso de la plataforma virtual “Khan Academy” demostrará ser una herramienta pedagógica efectiva que proporcione a los docentes, estrategias didácticas, visuales y procedimentales. Les permitirá superar las deficiencias identificadas en el diagnóstico inicial (TPACK), transformando sus prácticas (SAMR) y mejorando sustancialmente su capacidad para enseñar la competencia de regularidad, equivalencia y cambio en el distrito de Jaén.

La implementación de la propuesta virtual activará Múltiples teorías del aprendizaje de manera articulada: potenciará el trabajo cooperativo y la interrelación (Teoría de Aprendizaje Cooperativo de Johnson y Johnson); elevará la motivación intrínseca y extrínseca al permitir al estudiante avanzar según sus logros (Teorías de Motivación de Vygotsky y Bandura); y sistematiza la metodología mediante la tecnología (Teoría de Gagné).

El Modelo SAMR de Puentedura. Antes de la intervención, los docentes se hallaban en un nivel de Sustitución o inicios de Aumento, utilizando la tecnología sin transformar la naturaleza de la actividad (Gabelas, 2021). Sin embargo, la integración de Khan Academy los impulsará hacia los niveles de Modificación y Redefinición. Al utilizar los videos instructivos, ejercicios de práctica y el panel de aprendizaje personalizado que ofrece la plataforma (Armijo, 2021), los docentes modificarán el diseño de sus sesiones, saliendo

de lo tradicional. Esto corroborará lo planteado por Topanta et al. (2024), quienes afirman que el uso de vídeos educativos facilita la enseñanza, reduce las tareas repetitivas y optimiza el tiempo, proporcionando un aprendizaje más dinámico. Así, mejorará la enseñanza de Progresiones aritméticas y geométricas.

El Modelo TPACK. Tal como señalan Pincay y Sornoza (2023), los docentes de Jaén presentaban debilidades para interrelacionar el Conocimiento Tecnológico (TK), el Conocimiento del Contenido (CK) y el Conocimiento Pedagógico (PK). En consecuencia, su enseñanza de campos temáticos complejos —como ecuaciones cuadráticas (66,7% en nivel regular)— carecía de estrategias dinámicas y amigables exigidas por las necesidades actuales, limitando la movilización del pensamiento lógico y deductivo que promueve el enfoque STEM (Martínez et al., 2022). Asimismo, Martínez (2023) en Jaén, ya había advertido este dominio medio en las competencias matemáticas de los docentes locales, requiriendo urgentemente una propuesta de mejora digital. Aspecto que se demostrará en la mejora de la enseñanza de Sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Al aplicar el enfoque centrado en la resolución de problemas propuesto por el MINEDU (Llontop, 2023), los docentes podrán dar sentido y funcionalidad a las ecuaciones y funciones, promoviendo la metacognición y la comprensión profunda, alejándose del aprendizaje descontextualizado.

Castillo y Montes (2024) en Lima: enseñar la matemática a través de las competencias con apoyo tecnológico se convierte en un catalizador para abordar situaciones complejas de pensamiento, exigiendo que el docente fortalezca sus cimientos teóricos, cosa que

Khan Academy facilita mediante su estrategia de "aprendizaje de dominio" a su propio ritmo (Khan Academy, 2024).

Así quedarán evidenciados los resultados de la mejora de la enseñanza de Funciones cuadráticas.

CAPITULO V. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

5.1. Propuesta virtual Khan Academy

Diseñar la propuesta Khan Academy para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio.

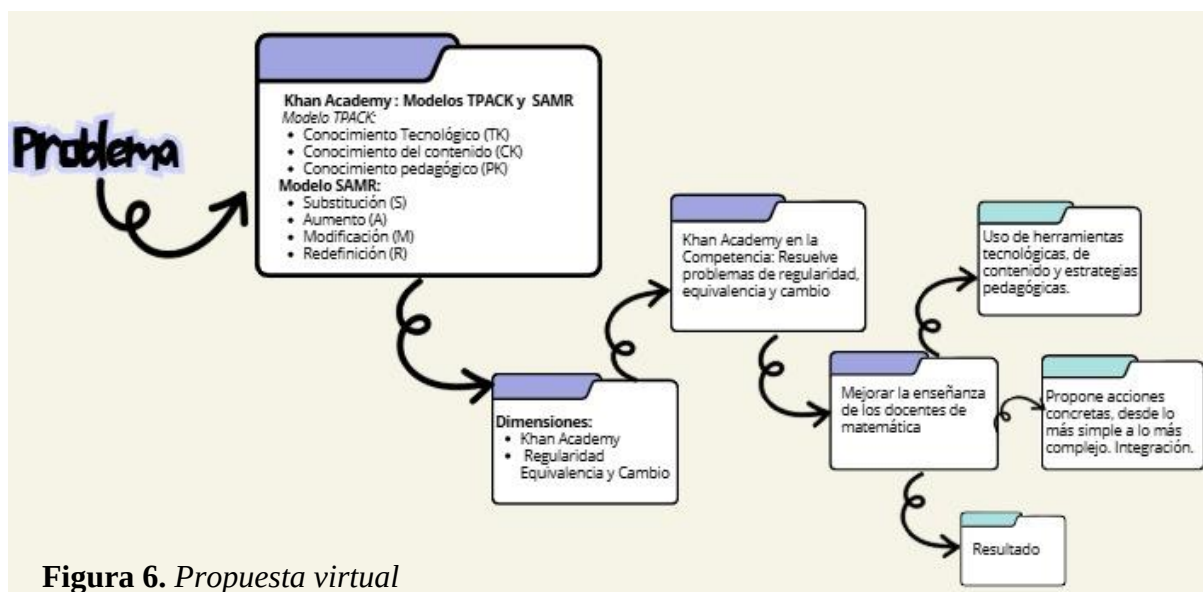


Figura 6. Propuesta virtual

5.1.1 Datos informativos:

5.1.1.1 Título: Propuesta Virtual “Khan Academy” para mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en docentes de matemática del distrito Jaén.

5.1.1.2 Institución educativa: UGEL – Jaén

5.1.1.3 Lugar: Jaén

5.1.1.4 Director: Eliseo Jesús caballero Tocto.

5.1.2 Situación problemática:

Ante los resultados obtenidos en el diagnóstico realizado a los docentes de la especialidad de matemática del distrito de Jaén en la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, se identificó que los docentes

presentan dificultad para enseñar dicha competencia a sus estudiantes, diferenciando las dimensiones de: progresiones aritméticas y geométricas, sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, ecuaciones cuadráticas y funciones cuadráticas.

5.1.3 Objetivos:

5.1.3.1 Objetivo general.

Mejorar la enseñanza de regularidad, equivalencia y cambio en los docentes de matemática del distrito de Jaén a través del uso de la plataforma virtual Khan Academy.

5.1.3.2 Objetivos específicos.

- a) Fortalecer el conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar (Modelo TPACK) de los docentes de matemática del distrito de Jaén en el manejo de los recursos de la plataforma virtual Khan Academy (videos, secciones “Aprende”, ejercicios de práctica, cuestionarios y pruebas de unidad) para la enseñanza de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.
- b) Diseñar ocho sesiones de aprendizaje mediadas por la plataforma virtual Khan Academy, dos por cada dimensión de la competencia: progresiones aritméticas y geométricas; sistema de ecuaciones lineales, inecuaciones y sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas; ecuaciones cuadráticas; y funciones cuadráticas.
- c) Promover la transformación de la práctica pedagógica de los docentes de matemática desde los niveles de sustitución y aumento hacia los niveles de modificación y redefinición del Modelo SAMR, mediante

la aplicación, el acompañamiento y la evaluación de las sesiones de aprendizaje diseñadas.

5.1.4 Fundamentación teórica:

La propuesta Khan Academy se justifica con los aportes científicos del Modelo TPACK de integración tecnológica en la reflexión docente. Este modelo cuestiona la forma como se viene enseñando a los docentes en los institutos tecnológicos y universidades del mundo. Revoluciona el sistema educativo al presentarse como una alternativa de solución en la formación de los docentes de los diferentes niveles educativos, permitiéndoles el desarrollo de sus conocimientos, habilidades y uso de herramientas tecnológicas, de contenido y estrategias pedagógicas de gran impacto sobre los estudiantes y el futuro de la sociedad; entiendo que son los docentes los agentes principales del cambio educativo (Retana, 2021).

Y del modelo pedagógico SAMR de integración tecnológica. Fue creado con la finalidad de analizar la importancia de la tecnología en quehacer educativo, proponiendo acciones concretas que van desde lo más simple a lo más complejo a través de la implementación de cuatro niveles de integración. Entre ellos tenemos: Substitución (S), Aumento (A), Modificación (M) y Redefinición (R) SAMR, teniendo implicancia en los procesos de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes permitiendo la transformación de los procesos (Domínguez, 2023).

5.1.5 Actividades y/o acciones de mejora:

Tabla 6. Actividades y/o acciones de mejora.

AÑO	2024											
MESES	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Sesión 1. “Diseñando un mirador para mi comunidad: Explorando progresiones geométricas”												
Sesión 2. “Patrones y regularidades en la vida cotidiana”												
Sesión 3. Relaciones algebraicas que resuelven situaciones reales												
Sesión 4. Descubriendo pesos ocultos: resolviendo problemas con ecuaciones lineales.												
Sesión 5. Patrones y relaciones algebraicas en construcciones cotidianas.												
Sesión 6. Descifrando entradas con ecuaciones cuadráticas												
Sesión 7. Diseñando ganancias con funciones cuadráticas en impresiones 3D												
Sesión 8. “Regularidades y trayectorias parabólicas en la vida cotidiana”												

La propuesta virtual Khan Academy se ve favorecida con la elaboración de ocho Sesiones de Aprendizaje, aplicables; donde se describen dimensiones matemáticas de regularidad, equivalencia y cambio permitiendo el desarrollo de las siguientes habilidades. En la dimensión 1. Progresiones aritméticas y geométricas. En la dimensión 2. Sistemas de

ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas. En la dimensión **3**. Ecuaciones cuadráticas. En la dimensión **4**. Funciones cuadráticas.

DIMENSIÓN I: PROGRESIONES ARITMETICAS Y GEOMETRICAS

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 01

I. DATOS INFORMATIVOS

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria		Matemática	3.º		90 min

DIMENSION I: Progresiones aritméticas y geométricas

Título de la Unidad de Aprendizaje:

“Diseñando un mirador para mi comunidad: Explorando progresiones geométricas”

Situación significativa:

En una comunidad rural con gran potencial turístico, los pobladores quieren construir un mirador atractivo para los visitantes. Darení, una joven estudiante, propone diseñar un mirador piramidal con cuatro niveles, donde **cada nivel sea el cuádruple del anterior**, siguiendo una **progresión geométrica**.

La comunidad se interesa por su proyecto, pero necesita saber:

- ¿Qué dimensiones tendría cada nivel?
- ¿Cómo se relacionan las áreas si siguen una progresión geométrica?
- ¿Cómo aprovechar los patrones matemáticos en diseños arquitectónicos?

Aprendizajes esperados (Propósito):

- **Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio
- **Capacidad:** Elabora y usa estrategias para resolver problemas que implican regularidades geométricas

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

MOMENTO	DESCRIPCIÓN	RECURSOS
INICIO (20 min)	Saludo y presentación del caso del mirador rural. - Preguntas iniciales: ¿Qué formas observan en los miradores? ¿Qué pasaría si cada nivel fuera más grande que el anterior? - Se introduce el concepto de progresión geométrica . - Video Khan Academy: https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-geometric-intro/v/geometric-sequences-introduction (Hasta el minuto 4:10)	- Pizarra, imágenes del escenario, preguntas motivadoras. - Video Khan Academy:
DESARROLLO (50 min)	Aquí, se pretende desarrollar en los estudiantes habilidades que les permitan interpretar la situación problemática, analizándola para establecer relaciones que hagan posible encontrar una estrategia creativa y adecuada de solución al ejercicio modelo presentado, vinculándola con la aplicación del conocimiento de progresiones geométricas.	- Pizarra, imágenes del escenario, preguntas motivadoras. - Video Khan Academy:
	Se explica paso a paso el ejercicio del mirador. - Trabajo colaborativo en equipos. - Se diseñan estrategias y se resuelve en papel. - Preguntas guía: ¿Cuál es la razón geométrica? ¿Qué fórmula se usa? ¿Cómo se relacionan lados y áreas? - Video Khan Academy: https://es.khanacademy.org/math/algebra/sequences/alg-geo-sequences/e/geometric-sequences	

Ejercicio modelo (desarrollado)

Dareni decidió realizar un mirador que sea atractivo para los turistas visitantes. Para ello debe hacer una maqueta de un mirador piramidal de cuatro niveles de forma cuadrada teniendo en cuenta que cada nivel tendrá una superficie del cuádruple veces mayor que el nivel superior inmediato.

Diseña un dibujo ten en cuenta la proporcionalidad entre las dimensiones de sus lados y que sea elaborada desde una vista superior o de arriba.

Si el mirador base tiene 320 metros de lado. **¿Cuál será la longitud del mirador de cada nivel? ¿Y el área?**

El **nivel 1 es el más bajo (la base)** y tiene **320 metros de lado**. Cada nivel **superior inmediato** tiene un **área 4 veces menor** que el anterior.

Estrategia: progresión geométrica en las áreas

Dado que:

- Nivel 1 $\rightarrow$ lado = 320 m $\rightarrow$ $A_1 = 320^2 = 102\,400 \text{ m}^2$

Y cada nivel superior tiene un área **4 veces menor**, tenemos una **progresión geométrica decreciente** con razón $r = 1/4$.

1: Calcular las áreas de los niveles

Nivel	Fórmula	Área (m²)
1	$A_1 = 320^2$	102,400
2	$A_2 = A_1 \div 4$	25,600
3	$A_3 = A_2 \div 4 =$ $A_1 \div 16$	6,400
4	$A_4 = A_3 \div 4 =$ $A_1 \div 64$	1,600

2: Calcular las longitudes de los lados

Sabemos que: $\text{lado} = \sqrt{\text{área}}$

Nivel	Área (m²)	Lado (m)
1	102,400	$\sqrt{102400} = 320$
2	25,600	$\sqrt{25600} = 160$
3	6,400	$\sqrt{6400} = 80$
4	1,600	$\sqrt{1600} = 40$

Análisis matemático:

- Las **áreas** siguen una **progresión geométrica** con razón $r=1/4$.
- Los **lados** siguen una **progresión geométrica** con razón $1/2$, porque: $\sqrt{1/4}=1/2$

Resumen:

Nivel (de abajo hacia arriba)	Área (m ²)	Lado (m)
1 (base)	102,400	320
2	25,600	160
3	6,400	80
4 (cima)	1,600	40

Redacción:

Dareni construirá un mirador piramidal de 4 niveles. El primer nivel (la base) tiene un lado de 320 metros. Cada nivel superior tiene un área 4 veces menor que el anterior, por lo que los lados se reducen a la mitad. Así, los lados de los niveles serán:

- Nivel 1: 320 m, Nivel 2: 160 m, Nivel 3: 80 m y Nivel 4: 40 m

Las áreas correspondientes serán: 102,400 m², 25,600 m², 6,400 m² y 1,600 m².

CIERRE	Se revisan las soluciones y se retroalimenta. - Se refuerzan los criterios de evaluación. - Se sugiere el uso del siguiente recurso de la plataforma virtual Khan Academy como tarea: ✓ Extiende sucesiones geométricas (práctica) Khan Academy ✓ Usa fórmulas de sucesiones geométricas (práctica) Khan Academy	- Ficha de trabajo, enlaces virtuales
---------------	--	---------------------------------------

III. AUTOEVALUACIÓN

Aquí se puede proponer preguntas como, por ejemplo: suponiendo que se multiplican todos los términos de una progresión geométrica por un mismo número. ¿La secuencia obtenida sigue siendo una progresión geométrica? ¿Qué sucede si en lugar de multiplicar se divide cada término entre un mismo número? Tener en cuenta que el número debe ser diferente de cero.

RÚBRICA (EN TABLA)

CRITERIO	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Reconoce la estructura de una progresión geométrica				
Usa estrategias adecuadas para resolver problemas				
Interpreta la situación y representa la progresión correctamente				
Colabora activamente y argumenta ideas				
Reflexiona sobre la aplicación del tema en la vida diaria				

ANEXO 01

FICHA 1 DE TRABAJO EN EQUIPO

EJERCICIOS DE PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Contexto Urbano

Ejercicio 1: Torres de departamentos

En una ciudad, se construyen torres con balcones que se duplican en cada piso. La torre Alfa tiene 1 balcón en el primer piso, 2 en el segundo, 4 en el tercero, y así sucesivamente.

¿Cuántos balcones tendrá el piso 7?

Ejercicio 2: Publicidad en pantallas digitales

Un negocio duplica su inversión diaria en publicidad en pantallas digitales. Si el primer día invierte S/25,

¿cuánto habrá invertido en total al finalizar el quinto día?

Contexto Rural

Ejercicio 3: Cultivo de papas

Un agricultor siembra 3 surcos de papas el primer mes, y decide triplicar su producción mensual.

¿Cuántos surcos sembrará en el cuarto mes?

Ejercicio 4: Aumento de alpacas

Una comunidad andina inicia un programa de cría de alpacas con 2 animales. Cada año, la cantidad se duplica.

¿Cuántas alpacas habrá al cabo de 6 años?

Recursos Khan Academy:

- [Problemas verbales con sucesiones \(práctica\) | Khan Academy](#)
- [Módulo 3: Funciones lineales y exponenciales: Cuestionario 1 | Khan Academy](#)

SOLUCIONARIO

Ejercicio 1 (Torres de departamentos)

Progresión: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64

Es una **progresión geométrica** con:

- $a_1 = 1$, razón $r = 2$ Usamos la fórmula: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow a_7 = 1 \cdot 2^6 = 64$

Respuesta: El piso 7, tiene 64 balcones

Ejercicio 2 (Publicidad digital)

Progresión: 25, 50, 100, 200, 400

Sumamos los primeros 5 términos: $S = 25+50+100+200+400 = 775$

Respuesta: Invirtió S/. 775.00 en total

Ejercicio 3 (Cultivo de papas)

Progresión: 3, 9, 27, 81

- $a_1 = 3$, razón $r = 3$
- Queremos a_4 : $a_4 = 3 \cdot 3^3 = 3 \cdot 27 = 81$

Respuesta: Sembrará 81 surcos en el cuarto mes

Ejercicio 4 (Alpacas)

Progresión: 2, 4, 8, 16, 32, 64 $a_6 = 2 \cdot 2^5 = 64$

Respuesta: Tendrá 64 alpacas al cabo de 6 años

Lo que significa desarrollar la capacidad: Elabora y usa estrategias para resolver problemas que implican regularidades geométricas (Competencia: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio).

FASE	ACCIÓN DOCENTE	ENFOQUE Y EVIDENCIA DE LA CAPACIDAD
1. Analizar el problema	Presentar visualmente la situación del mirador (dibujos o maquetas en planta vista superior). Preguntar: ¿Qué figura tienen los niveles? ¿Qué es progresión geométrica?	El estudiante identifica regularidades geométricas (cada nivel cuadruplica el área del anterior).

2. Identificar datos	Guía a los estudiantes a identificar: - El mirador tiene 4 niveles. - Base: 320 m de lado. - Forma: cuadrada. - Cada nivel es 4 veces más grande en área que el anterior.	Se estimula el uso de información explícita para construir la estrategia de resolución.
3. Formular la estrategia	Indica que se puede usar la fórmula del área de un cuadrado: $A=L^2$, y la relación de progresión geométrica: cada área es el cuádruple de la anterior.	El estudiante elabora la estrategia de trabajar de abajo hacia arriba o desde el área base, usando razón geométrica $r=4$.
4. Ejecutar la estrategia	Cálculo del área base (Nivel 4):	

Esta capacidad implica que el estudiante *Identifique patrones o regularidades* geométricas (relaciones constantes en figuras o estructuras, tamaños, formas, proporciones); *Formula conjeturas* y estrategias que le permitan resolver problemas vinculados a crecimiento, semejanza, escalas, o progresiones; *Aplica esas estrategias* para modelar situaciones y resolver problemas que requieren observar, representar, generalizar y justificar con claridad; genere representaciones gráficas (dibujos, esquemas) que ayuden a visualizar la solución.

El estudiante deberá aprender a organizar información geométrica, reconocer patrones de cambio en estructuras, y proponer una estrategia de solución que sea eficiente y comprensible. Además, debe explicar sus procedimientos y justificar sus respuestas usando representaciones visuales y razonamiento lógico.

En el ejercicio modelo relacionado con la capacidad “Elabora y usa estrategias para resolver problemas que implican regularidades geométricas” identificamos la relación geométrica (progresión geométrica en el área); el uso de estrategias como aplicar raíz cuadrada y reconocer patrones; el representar geoméricamente con dibujos proporcionados y la generalización para otros contextos donde el área cambia según un patrón.

El indicador de desempeño sería: emplea procedimientos para hallar el n ésimo término de una progresión geométrica. La vinculación y propósito de la situación problemática está referida a la construcción de un mirador de cuatro niveles cuadrados. Se requiere conocer las dimensiones de cada base y el área del mirador de cada nivel. La situación está vinculada a la aplicación del conocimiento del cálculo de términos de una progresión geométrica.

Además, se promueve que los estudiantes expliquen con sus palabras el patrón observado; usar material concreto como por ejemplo el papel cuadriculado, maquetas de cartulina, etc.; la proposición de variaciones como, por ejemplo: ¿Y si cada nivel fuera 3 veces más grande? Que, entre otros, refuerza la autonomía al permitir que los estudiantes escojan la escala del dibujo.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar progresiones geométricas** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-geometric-intro/v/geometric-sequences-introduction>
- <https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-geometric-formulas/v/explicit-and-recursive-formulas-for-geometric-sequences>

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 02

I. DATOS INFORMATIVOS

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria		Matemática	Tercero		90 min

DIMENSION I: Progresiones aritméticas y geométricas

1. Título de la Unidad de Aprendizaje: “Patrones y regularidades en la vida cotidiana”

2. Situación significativa

En un contexto rural, se prepara un **escenario de presentación de artistas de orquestas** en el festival de la comunidad. Para ubicar a los asistentes, se colocan filas de sillas separadas por distintas distancias:

- 1.ª fila: 6,50 m del estrado
- 2.ª fila: 7,25 m
- 3.ª fila: 8 m
- 4.ª fila: 8,75 m

El organizador necesita calcular la **distancia exacta de la 5.ª y 6.ª fila**, aplicando **progresiones aritméticas**.

Preguntas generadoras:

- ¿Qué regularidad se observa en la disposición de las filas?
- ¿Cómo se puede predecir la distancia de filas posteriores?
- ¿Qué utilidad tienen las progresiones aritméticas en la organización de eventos?

3. Aprendizajes esperados (Propósito)

COMPETENCIA	CAPACIDAD
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Comunica y representa ideas matemáticas

Resumen de sesión

SESIÓN DE APRENDIZAJE	SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	PROPÓSITO
“Presentación de artistas y progresiones aritméticas”	En un festival rural se colocan filas de sillas separadas a distancias regulares. Se desea calcular la distancia futura.	Que los estudiantes comprendan y representen progresiones aritméticas aplicadas a situaciones reales.

Video introductorio – Introducción a las progresiones aritméticas en la vida cotidiana:

<https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-arithmetic-intro/v/explicit-and-recursive-definitions-of-sequences>

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

MOMENTO	ACCIONES	RECURSOS
INICIO (20 min)	- Bienvenida y motivación con un breve diálogo sobre eventos musicales locales. - Presenta la situación significativa de las sillas. - Preguntas para activar saberes previos: 👉 ¿Qué patrón observan en las distancias? 👉 ¿Qué operaciones se repiten? - Explica brevemente qué es una progresión aritmética: sucesión numérica en la que cada término se obtiene sumando una cantidad fija (d).	- Pizarra, imágenes del escenario, - Preguntas motivadoras. - Video Khan Academy: https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-arithmetic-intro/v/arithmetic-sequences
DESARROLLO (50 min)	- Se presenta el ejercicio modelo: “En un escenario de presentación de artistas se han colocado filas de sillas a 6,5m; 7,25m; 8m; 8,75m... ¿Cuál será la distancia hasta la 5.ª y 6.ª fila?” - Resolución paso a paso: 1. La diferencia de distancias:	- Pizarra, imágenes del escenario, preguntas motivadoras. - Video Khan Academy: https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-arithmetic-intro/v/arithmetic-sequences

	$d = 7.25 - 6.5 \Rightarrow d = 0.75\text{m}$ 2. Encontramos la fila quinta: $f_5 = f_4 + d = 8.75 + 0.75 = 9.5\text{m}$ 3. Encontramos la fila sexta: $f_6 = F_5 + d = 9.5 + 0.75 = 10.25\text{m}$ 4. Discusión guiada: ¿Es realmente una progresión aritmética? Si se ajusta a PA, ¿cómo se predicen los términos? - Se forman grupos de 2 o 3 estudiantes que resuelven problemas similares de la Ficha de trabajo – Anexo 01. - Preguntas de reflexión: ¿Cómo podemos representar gráficamente la sucesión? ¿Cómo argumentar que un conjunto de números sigue una regularidad? ¿Qué importancia tiene identificar diferencias comunes en la organización de espacios?	3/alg1-3a-arithmetic-intro/a/introduction-to-arithmetic-sequences
CIERRE (20 min)	- Cada grupo socializa sus respuestas y se construye la conclusión colectiva. - El docente enfatiza la utilidad de las progresiones aritméticas en la vida real. - Se presentan los criterios de evaluación. - Se asignan ejercicios en Khan Academy para reforzar: https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:seq/arithmetic-sequences-review	- Ficha de trabajo, enlaces virtuales

III. AUTOEVALUACIÓN – RÚBRICA

CRITERIO DE EVALUACIÓN	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Identifica correctamente el primer término y la diferencia de una progresión aritmética				
Comunica y representa la regularidad mediante fórmulas, tablas y gráficas				
Argumenta con claridad la validez de los procedimientos realizados				
Aplica la progresión aritmética en la resolución de problemas contextualizados				

ANEXO 01

FICHA 1 DE TRABAJO EN EQUIPO

Ejercicios propuestos

Contexto urbano:

1. En un teatro, la primera fila tiene 12 butacas, la segunda 16, la tercera 20... ¿Cuántas habrá en la octava fila?
2. Una empresa coloca postes de alumbrado público en línea recta: el primero a 10 m, el segundo a 20 m, el tercero a 30 m... ¿A qué distancia estará el décimo poste?

Contexto rural:

3. En un campo agrícola se siembran plantas en hileras: la primera con 8 plantas, la segunda con 11, la tercera con 14... ¿Cuántas plantas tendrá la sexta hilera?
4. En una feria rural, los premios en efectivo se entregan de la siguiente forma: primer premio S/50, segundo S/70, tercero S/90... ¿Cuál será el valor del sexto premio?

Solucionario

1. $a_1 = 12$, $d = 4$. $a_8 = 12 + (8-1) \cdot 4 = 40$ butacas.
2. $a_1 = 10$, $d = 10$. $a_{10} = 10 + (10-1) \cdot 10 = 100$ m.
3. $a_1 = 8$, $d = 3$. $a_6 = 8 + (6-1) \cdot 3 = 23$ plantas.
4. $a_1 = 50$, $d = 20$. $a_6 = 50 + (6-1) \cdot 20 = 150$ soles.

Prueba interactiva – Khan Academy (Secuencias y progresiones aritméticas):

Sucesiones: Cuestionario 1 | Sucesiones | Khan Academy

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:sequences/x2f8bb11595b61c86:constructing-arithmetic-sequences/quiz/x2f8bb11595b61c86:sequences-quiz-1>

Lo que significa desarrollar la capacidad: “Comunica y representa ideas matemáticas” que implican regularidades aritméticas (Competencia: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio)

En esta sesión se desarrolla la capacidad “Comunica y representa ideas matemáticas” porque:

- Los estudiantes **interpretan y expresan patrones numéricos** en tablas y sucesiones.
- Representan progresiones aritméticas **gráficamente y mediante fórmulas**.

- Argumentan la validez de los cálculos a partir de la situación significativa (distancias de filas de sillas en un escenario).
- Explican sus resultados de manera clara, reforzando la comunicación matemática como herramienta de análisis en contextos reales.

La capacidad “**Comunica y representa ideas matemáticas**” en este caso involucra comunicar su comprensión sobre las progresiones aritméticas, es lograr que los estudiantes expresen de manera clara su entender acerca de los conceptos, nociones y las propiedades relativas a las sucesiones; inclusive, [...] de ecuaciones que modelan una idea matemática. Según Sun, sun y Xu (2023), posibilita a los estudiantes identificar patrones, generalizar relaciones y vincular ideas visuales, tabulares y simbólicas. Ello permite, construir conexiones entre los datos y expresiones, de tal manera que se fortalece a su capacidad de análisis y resolución de situaciones problemáticas. A continuación, se muestra una tabla con aspectos importantes a tomar en cuenta sobre las Progresiones aritméticas.

Aspecto	Fórmula General de la Progresión Aritmética	Representación Gráfica en el Plano Cartesiano
Definición	Una sucesión numérica en la que cada término se obtiene sumando una constante (diferencia común) al término anterior.	Cada término de la progresión se representa como un punto en el plano (n, a_n) . Al unir los puntos, se forma una línea recta .
Expresión	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ donde: a_1 = primer término d = diferencia común n = número de término a_n = término general	Representación de pares ordenados: (n, a_n). Ejemplo: Si $a_1 = 5$, $d = 3$: $(1,5)$; $(2,8)$; $(3,11)$; $(4,14)$...
Ejemplo numérico	Sucesión: 5, 8, 11, 14, ... $a_1 = 5$, $d = 3$:	En el plano cartesiano, los puntos se alinean formando una

	Fórmula: $a_n = 5 + (n - 1) \cdot 3$	recta ascendente. Pendiente = diferencia común d.
Interpretación	Permite calcular cualquier término de la progresión sin necesidad de escribir toda la sucesión.	Permite visualizar la regularidad como un crecimiento (o decrecimiento) lineal en una gráfica.
Aplicación	- Distribución de asientos en filas - Premios progresivos - Plantación agrícola	- Lectura visual rápida de cómo crecen o decrecen los valores.

Ejemplo aplicado a la sesión:

- Situación: Distancia de filas de sillas en el festival.
- Fórmula: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$
- Representación: puntos en el plano cartesiano (n, a_n) , que se ubican sobre una **recta ascendente** si $d > 0$.

Ejemplo gráfico – Festival de Artistas (Progresión Aritmética)

Situación:

En el escenario del festival, las filas de sillas se colocan a una distancia constante entre sí:

- 1.^a fila: 6,50 m del estrado
- 2.^a fila: 7,25 m
- 3.^a fila: 8 m
- 4.^a fila: 8,75 m

Aquí observamos claramente una **progresión aritmética** con: $a_1 = 6,5$; $d = 0,75$

La fórmula general será: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \Rightarrow a_n = 6,5 + (n - 1) \cdot 0,75$

Tabla de valores (coordenadas listas para graficar)

n (número de fila)	a_n (distancia metros desde el estrado)	Punto en el plano (n, a_n)
1	6,5	(1 ; 6,5)

2	7,25	(2 ; 7,25)
3	8	(3 ; 8)
4	8,75	(4 ; 8,75)
5	9,25	(5 ; 9,5)
6	10,5	(6 ; 10,25)

Indicaciones para graficar en el papel milimetrado:

1. En el **eje X** ubica el número de la fila (n). Escala: 1 cm = 1 fila.
2. En el **eje Y** ubica la distancia al estrado (a_n). Escala sugerida: 1 cm = 1 metro.
3. Marca los puntos: (1; 6,5), (2; 7,25), (3; 8), (4; 8,75), (5; 9,5), (6; 10,25).
4. Une los puntos: observarás una **recta ascendente**.

Conclusión para los estudiantes:

La representación gráfica de una **progresión aritmética** es siempre una **línea recta**, porque el cambio entre términos es constante.

Gráfica de la progresión aritmética (distancia de filas)

1. El **eje X** representa el **número de fila**.
2. El **eje Y** representa la **distancia desde el estrado (m)**.
3. Los puntos (1; 6,5), (2; 7,25), (3; 8), (4; 8,75), (5; 9,5), (6; 10,25) están alineados.
4. La recta muestra que **cada fila se ubica a 0,75m metros más lejos que la anterior**.

Esta imagen puede ser **proyectada en clase, impresa en papel o utilizada en diapositivas** como recurso de apoyo visual para que los estudiantes relacionen **fórmula – tabla – gráfico**.

Autoevaluación del Estudiante

Marca con un $\checkmark$ el nivel en el que consideras que te encuentras en cada criterio:

CRITERIO	LOGRADO (SÍ)	EN PROCESO	NECESITO AYUDA
Identifiqué el primer término y la diferencia común de una progresión aritmética			
Pude usar la fórmula general $a_n = a_1 + (n-1)*d$ para calcular términos de la sucesión			
Representé la progresión en una tabla y en un gráfico cartesiano			
Explicué con mis propias palabras cómo se aplica la progresión en el problema de las filas del festival			
Trabajé en equipo y aporté ideas para resolver los ejercicios			

Al final, el estudiante puede escribir una **reflexión breve**:

 Hoy aprendí que...

 Para mejorar necesito...

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar progresiones aritméticas** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-arithmetic-intro/v/explicit-and-recursive-definitions-of-sequences>
- <https://es.khanacademy.org/math/engageny-alg-1/alg1-3/alg1-3a-arithmetic-formulas/v/explicit-formulas-for-arithmetic-sequences>

DIMENSIÓN II: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. INECUACIONES.
SISTEMA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 03

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria		Matemática	Tercero		90 minutos

DIMENSION II: Sistema de ecuaciones lineales. inecuaciones. sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

1. Título de la Unidad de Aprendizaje

“Relaciones algebraicas que resuelven situaciones reales”

2. Situación significativa: “En familia, vamos al cine”

En una comunidad rural cercana a la ciudad, la familia **Cuatro D** disfruta de salir juntos al cine cada trimestre. Durante el **primer trimestre**, pagaron S/ 49,00 por **un niño y dos adultos**. En el **segundo trimestre**, el precio varió, y pagaron S/ 57,00 por **tres niños y un adulto**.

Ahora desean conocer **cuánto cuesta la entrada de un adulto y la de un niño**, para planificar su próxima salida familiar.

Preguntas motivadoras:

- ¿Cómo podríamos representar esta situación mediante expresiones algebraicas?
- ¿Qué método podríamos utilizar para hallar el costo de cada entrada?
- ¿Cómo se representa gráficamente la relación entre las variables?

3. Aprendizajes esperados (Propósito)

COMPETENCIA	CAPACIDAD
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Resumen de la Sesión

SESIÓN DE APRENDIZAJE	SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	PROPÓSITO
“En familia, vamos al cine”	La familia Cuatro D paga distintas cantidades por boletos en el cine. Se busca determinar el costo de los boletos de adulto y de niño.	Que los estudiantes comprendan y representen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas para resolver situaciones de la vida cotidiana.

Video introductorio: “Resolviendo sistemas de ecuaciones lineales en la vida cotidiana”

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations>

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

MOMENTO	ACCIONES DE LOS DOCENTES Y ESTUDIANTES	RECURSOS
INICIO (20 min)	- El docente saluda cordialmente, crea un clima de confianza y plantea una conversación: “¿Han ido alguna vez al cine con su familia?” “¿Saben cuánto cuestan las entradas de niños y adultos?” - Presenta la situación significativa y escribe los datos en la pizarra. - Introduce la idea de sistema de ecuaciones con dos incógnitas, explicando que sirve para encontrar valores desconocidos que se relacionan entre sí.	- Pizarra, marcadores, fichas de datos, video introductorio. - Khan Academy: Introducción a sistemas de ecuaciones lineales: https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:introduction-to-systems-of-equations/v/trolls-tolls-and-systems-of-equations
DESARROLLO (50 min)	Ejercicio modelo: La familia Cuatro “D” va al cine durante el año una vez por trimestre. En el primer trimestre paga S/.49,00 por un niño y dos adultos. En el segundo trimestre paga S/.57,00 por tres niños y un adulto. ¿Cuánto cuesta cada tipo de entrada?	- Pizarra, papelotes, fichas, calculadora. - Video de apoyo Khan Academy: https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:i

	1. Planteamiento algebraico: Sea x = costo entrada niño, y = costo entrada adulto. De los datos: Ecuación 1: $x + 2y = 49$; Ecuación 2: $3x + y = 57$ 2. Resolución por el método de sustitución: De la primera: $x = 49 - 2y$. Sustituyendo en la segunda: $3(49 - 2y) + y = 57$ $\rightarrow 147 - 6y + y = 57 \rightarrow 5y = 90 \rightarrow y = 18$. Luego: $x = 49 - 2(18) = 49 - 36 = 13$. Entrada adulto = S/ 18.00; Entrada niño = S/ 13.00 3. Verificación: Sustituyendo: $13 + 2(18) = 49$ ✓ y $3(13) + 18 = 57$ ✓ 4. Trabajo grupal: Los estudiantes forman grupos de 2 o 3, resuelven problemas similares de la Ficha de trabajo (Anexo 01). Preguntas de reflexión: ¿Qué representa cada ecuación? ¿Por qué se puede usar más de un método para resolverlo? ¿Qué pasaría si variara el precio de los boletos?	ntroduction-to-systems-of-equations/v/solving-the-troll-riddle-visually
CIERRE (20 min)	• Socialización de resultados. • Retroalimentación sobre el procedimiento algebraico y la interpretación de los resultados. • Revisión de los criterios de evaluación. • Tarea de refuerzo en Khan Academy: Práctica interactiva – sistemas de ecuaciones lineales	Plataforma Khan Academy, ficha de trabajo.

III. AUTOEVALUACIÓN – RÚBRICA

Criterios de evaluación	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Plantea correctamente las ecuaciones a partir del contexto.				
Resuelve el sistema utilizando un método adecuado (sustitución o igualación).				
Comunica su razonamiento de manera clara y ordenada.				
Verifica y explica el significado de los resultados en el contexto.				

AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE – “SEMÁFORO DE LOGROS”

Criterio	Logrado	En proceso	Necesito ayuda
Identifiqué las variables y formulé las ecuaciones correctamente.			
Aplicé un método adecuado para resolver el sistema.			
Verifiqué los resultados en el contexto del problema.			
Pude explicar con mis propias palabras cómo resolví el ejercicio.			

 Reflexiono: Hoy aprendí que...

 Para mejorar necesito...

ANEXO 01

FICHA DE TRABAJO EN EQUIPO

Ejercicios propuestos

Contexto urbano

1. En un estacionamiento hay 10 vehículos entre autos y motos. Si las ruedas en total son 28, ¿cuántos autos y motos hay?
2. En una librería se compran 3 cuadernos y 2 lapiceros por S/22,00. En otra compra, 2 cuadernos y 4 lapiceros por S/20,00. ¿Cuánto cuesta cada artículo?

Contexto rural

3. En un corral hay gallinas y conejos. Si hay 20 animales y en total 56 patas, ¿cuántas gallinas y cuántos conejos hay?
4. En la granja Los Andes, se ordeñan vacas de dos razas: criollas y holandesas. Cada vaca criolla produce 12 litros de leche por día, mientras que cada vaca holandesa produce 20 litros por día. En un día de producción, el total de vacas ordeñadas fue de 18, y la producción total alcanzó 288 litros de leche. ¿Cuántas vacas criollas y cuántas holandesas hay en la granja?

Solucionario: Contexto Urbano

Ejercicio 1: Sea: x = autos, y = motos

$$x + y = 10$$

$$4x + 2y = 28$$

De la primera: $y = 10 - x$

Sustituyendo: $4x + 2(10 - x) = 28 \rightarrow 4x + 20 - 2x = 28 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$;

Entonces $y = 6$.

Rpta. 4 autos y 6 motos

Ejercicio 2:

Planteamiento: sea x = precio de un cuaderno (S/.) y y = precio de un lapicero (S/.)

$$3x + 2y = 22 \quad 2x + 4y = 20$$

1. Multiplicamos la primera ecuación por 2 para igualar los coeficientes de y :

$$2*(3x+2y) = 2*22 \Rightarrow 6x+4y=44$$

2. Restamos la segunda ecuación $2x+4y=20$ de la ecuación resultante:

$$(6x+4y) - (2x+4y) = 44-20 \Rightarrow 6x-2x+(4y-4y) = 24 \Rightarrow 4x=24 \Rightarrow x = 6$$

Entonces, el precio del cuaderno es S/. 6.00 soles

3. Sustituimos $x = 6$ en la primera ecuación para hallar y :

$$3(6)+2y = 22 \Rightarrow 18+2y = 22 \Rightarrow 2y = 22-18 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

Entonces, el precio del lapicero es S/. 2.00 soles

Verificación (comprobación)

Compra 1: $3x+2y=3(6)+2(2)=18+4=22$ ✓ Compra 2:

$2x+4y=2(6)+4(2)=12+8=20$ ✓ Respuesta: **Cada cuaderno cuesta S/ 6.00. y**

Cada lapicero cuesta S/ 2.00.

Solucionario: Contexto Rural

Ejercicio 3: Planteamiento (variables):

Sean: g = número de gallinas, c = número de conejos.

Formamos el sistema:

$$g + c = 20 \quad (1) \text{ número total de animales}$$

$$2g + 4c = 56 \quad (2) \text{ total de patas (gallinas 2, conejos 4)}$$

De (1): $g = 20 - c \Rightarrow$ Sustituimos en (2):

$$2(20-c)+4c = 56 \Rightarrow 40-2c+4c = 56 \Rightarrow 2c=56-40 \Rightarrow 2c = 16 \Rightarrow c = 8$$

Hallamos g :

$$g = 20-c \Rightarrow g = 20-8 \Rightarrow g = 12$$

Verificación:

$$\text{Animales: } 12+8 = 20 \quad \checkmark \quad \text{Patas: } 2*12 + 4*8 = 24 + 32 = 56 \quad \checkmark$$

Por lo tanto, hay 12 gallinas y 8 conejos.

Ejercicio 4:

Planteamiento algebraico

Sea: x = número de vacas criollas. y = número de vacas holandesas

$$\text{Luego, } x + y = 18 \quad (\text{total de vacas})$$

$$12x + 20y = 288 \quad (\text{producción total de leche})$$

1. De la primera ecuación:

$$x = 18 - y$$

2. Sustituyendo en la segunda:

$$12(18 - y) + 20y = 288 \Rightarrow 216 - 12y + 20y = 288 \Rightarrow 216 + 8y = 288 \Rightarrow 8y = 288 - 216 \Rightarrow 8y = 72$$

$$y = 9$$

3. Sustituyendo $y = 9$ en la primera ecuación: $x + 9 = 18 \Rightarrow x = 9$

Verificación

Total de vacas: $9 + 9 = 18 \checkmark$; Producción: $12(9) + 20(9) = 108 + 180 = 288 \checkmark$

Respuesta final: En la granja hay **9 vacas criollas** y **9 vacas holandesas**.

Enlace de práctica adicional:

Khan Academy – Cuestionario de sistemas de ecuaciones lineales

Lo que significa desarrollar la capacidad: “Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas” de la Competencia: “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”

- El estudiante **traduce una situación real a un lenguaje algebraico**, representando relaciones entre cantidades mediante ecuaciones.
- **Explica verbalmente y por escrito** el procedimiento de resolución, usando propiedades de igualdad y equivalencia.
- **Verifica y argumenta** la validez de sus resultados dentro del contexto familiar presentado (“En familia, vamos al cine”).
- **Interpreta los valores obtenidos** (costo de entradas) como resultados útiles para la toma de decisiones cotidianas.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar sistemas de ecuaciones lineales** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:introduction-to-systems-of-equations/v/testing-a-solution-for-a-system-of-equations>
- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:introduction-to-systems-of-equations/v/setting-up-systems-weight-price>

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 04

I. DATOS INFORMATIVOS

Área: Matemática

Grado: 3º de Secundaria

Duración: 90 minutos

DIMENSION II: Sistema de ecuaciones lineales. inecuaciones. sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

Título de la sesión: “Descubriendo pesos ocultos: resolviendo problemas con ecuaciones lineales”

Situación significativa: En una feria científica, los alumnos observaron dos balanzas manteniéndose equilibradas. Cada báscula contaba con objetos de diferentes formas, pero con los mismos patrones. Se les solicitó determinar el peso de cada figura mediante el uso del razonamiento algebraico. Por lo tanto, emplearán el saber de las ecuaciones para solucionar una circunstancia específica y próxima a su realidad.

Propósito de la sesión: Que los alumnos ilustren una situación específica mediante expresiones algebraicas, establezcan ecuaciones lineales con dos variables y solucionen el sistema para determinar los valores desconocidos, traduciendo así, a patrones numéricos y gráficos a las ecuaciones de primer grado.

Competencia y Capacidad:

COMPETENCIA	CAPACIDAD
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

1. INICIO (15 min)

Propósito: Activar conocimientos previos y motivar.

- El docente presenta una imagen o maqueta de una balanza con objetos (cubos, esferas y bolsas con pesos) en equilibrio.
- Se formula la pregunta motivadora: “¿Cómo podrías descubrir el peso de cada figura si no puedes usar una balanza común?”
- Se relaciona la situación con el tema de ecuaciones lineales y se recuerda lo trabajado anteriormente sobre variables, expresiones algebraicas y equilibrio.
- Se presenta un video de la plataforma virtual Khan Academy:
 - <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:introduction-to-systems-of-equations/v/solving-systems-graphically>
- Se comunica el propósito de la sesión.

2. DESARROLLO (60 min)

Propósito: Modelar y resolver un sistema de ecuaciones en contexto.

Actividad central:

Problema contextualizado:

- Primera balanza: 4 esferas de masa igual y 2 cubos de masa igual se colocan en un platillo. En el otro platillo, hay una bolsa de 500 g.

- Segunda balanza: En un platillo hay 2 cubos. En el otro platillo, 1 cubo, 1 esfera y una bolsa de 40 g.

¿Cuál es la masa de una esfera? ¿Y de un cubo?

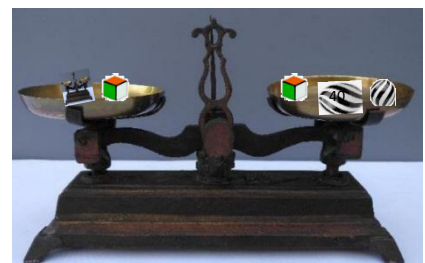
Estrategia:

- El docente guía la lectura y comprensión del problema.
- Se plantean preguntas como: ¿Qué objetos se repiten?, ¿Cómo se representa el equilibrio?, ¿Qué representa una variable?

- Se define: x = masa de una esfera, y = masa de un cubo

Modelado y resolución:

- Primera balanza: $4x + 2y = 500$
- Segunda balanza: $2y = y + x + 40$
- Reducimos: $y = x + 40$

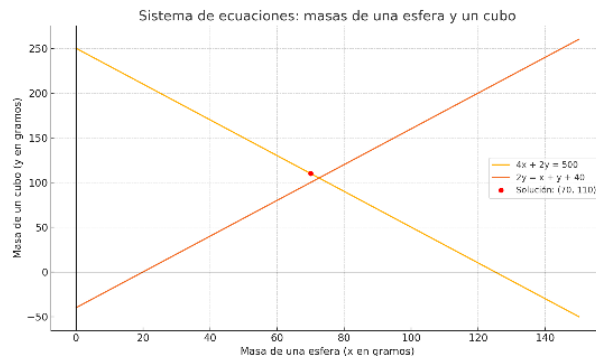


Trabajo en equipos:

Los estudiantes, organizados en grupos, resuelven problemas de la *ficha de trabajo* (Anexo 01), similares con otras figuras y valores, modelando ecuaciones y comparando estrategias de resolución.

- Sustituimos: $4x + 2(x + 40) = 500 \rightarrow x = 70$
- Luego: $y = 70 + 40 = 110$

Gráfica: Balanza Esfera – Cubo



3. CIERRE (15 min)

Propósito: Reflexionar y aplicar lo aprendido.

- Se socializa la estrategia general para resolver sistemas de ecuaciones.
- Se responde: “¿Cómo me ayuda el álgebra a resolver problemas del mundo real?”
- Se pide a cada estudiante escribir en su cuaderno:
 - ¿Qué aprendí?
 - ¿Dónde podría aplicar este método fuera del aula?

Evidencia de aprendizaje:

- Representación de situaciones con expresiones algebraicas.
- Resolución correcta del sistema de ecuaciones.
- Participación activa en la explicación y reflexión.

RUBRICA

CRITERIO	LOGRO DESTACADO (AD)	LOGRO ESPERADO (A)	EN PROCESO (B)	INICIO (C)
Traduce datos del problema a	Traduce correctamente todos los datos	Traduce la mayoría de datos y	Traduce algunos datos con	Presenta dificultad significativa

expresiones algebraicas	y condiciones del problema a expresiones algebraicas con claridad y precisión.	condiciones correctamente.	errores parciales.	para traducir datos.
Plantea correctamente el sistema de ecuaciones	Plantea de manera precisa las dos ecuaciones del sistema a partir de la situación.	Plantea correctamente el sistema, aunque con algún detalle menor.	Plantea el sistema con errores que afectan parcialmente la resolución.	No plantea el sistema o lo hace con errores graves.
Resuelve el sistema de ecuaciones usando un método adecuado	Aplica con precisión el método de resolución (sustitución o igualación) y obtiene la solución correcta.	Aplica el método con algunos errores menores que no afectan el resultado final.	Aplica el método con errores que afectan el resultado.	No logra aplicar correctamente el método de resolución.
Interpreta correctamente la solución en el contexto del problema	Interpreta adecuadamente el significado de los valores hallados en la situación planteada.	Interpreta los resultados con precisión general, aunque con algún detalle omitido.	Interpreta los resultados parcialmente o con errores leves.	No interpreta los resultados o lo hace incorrectamente.

Lo que significa desarrollar la capacidad: Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas

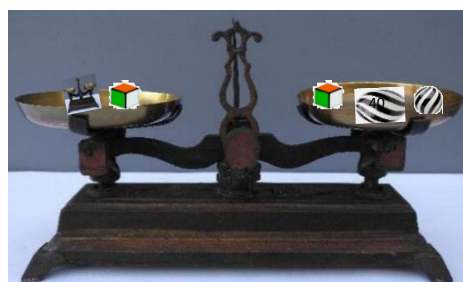
Quiere decir transformar los datos, valores que no se conocen, variables y relaciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica (modelo) que permita generalizar la interacción de estos. Además, implica evaluar el resultado o la expresión que se formula con respecto a las condiciones situacional, como también, el plantear problemas o preguntas a partir de expresión o situación.

En el proceso se considera la identificación de elementos básicos e importantes como las variables y las relaciones que se pueden dar entre ellas.

Por ejemplo, en nuestro ejercicio contextualizado se plantean preguntas como: ¿Qué objetos se repiten?, ¿Cómo se representa el equilibrio?, ¿Qué representa una variable? De donde surgen la necesidad de definir variables que representen en este caso las masas de los objetos: Se define: x = masa de una esfera, y = masa de un cubo. Además, es importante considerar la medida de la masa que en esta situación son gramos. Se tiene que reconocer también, las conexiones iniciales para generar los modelos y solucionar problemas de equilibrio de masas en balanzas. En efecto se necesita analizar o identificar los valores que se muestran en cada platillo de las balanzas como, por ejemplo, en la primera balanza las 4 esferas de masa igual y 2 cubos de masa igual que se han colocado en un platillo y la bolsa de 500 gramos en el otro platillo y en la segunda balanza los 2 cubos en un platillo y 1 cubo, 1 esfera y una bolsa de 40 gramos en el otro platillo. Se debe relacionar las variables de tal manera que la cantidad de esferas (4) y cubos (2) se equilibren con la bolsa de 500 g que se encuentra en el otro platillo. De la misma manera en la segunda balanza, que contiene cubos (2) en un platillo y cubo (1), equilibrar el peso de las masas con la esfera (1) y una bolsa de 500 g en el segundo platillo.



Primera balanza



Segunda balanza

En consecuencia, se tendrá que representar las relaciones que den pertinencia a la situación problemática, es decir, ordenar y transformar los datos en expresiones algebraicas o gráficas que generalicen las interacciones entre los elementos del problema. Según Roux (2001), dicha traducción no sólo implica un dominio técnico, sino también una habilidad conceptual para visualizar estas relaciones en diagramas o representaciones que permitan una comprensión más profunda (p.3).

Así, en la situación problemática están interrelacionadas ya que los pesos (masas) de cada platillo de cada balanza se equiparán en gramos quedando la relación algebraica de la siguiente manera:

$$\text{Primera balanza: } 4x + 2y = 500$$

$$\text{Segunda balanza: } 2y = y + x + 40$$

La construcción de las relaciones matemáticas consiste en identificar cómo son las interacciones de las variables para formular ecuaciones algebraicas que las describen.

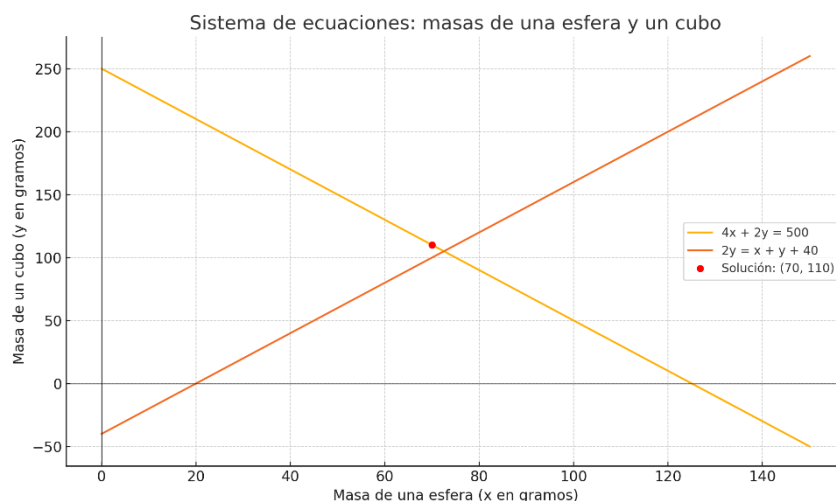
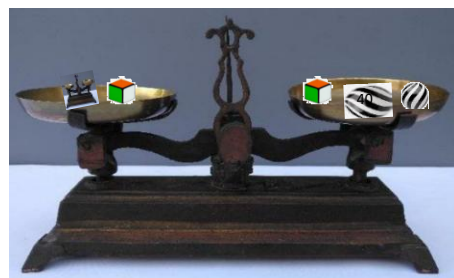
En este contexto, Blanton y Kaput (2005) resaltan la importancia de generalizar patrones en el pensamiento algebraico, lo cual se vincula directamente con la formulación de expresiones. Estas últimas constituyen un modelo general que permiten despejar una variable y luego sustituir en la ecuación que corresponda, los estudiantes a través de las operaciones (reemplazo o sustitución) con el uso de las variables de cada modelo podrán encontrar un nuevo modelo o ecuación para encontrar uno o más valores desconocidos. Lesh y otros (2009) destaca que esta etapa es crucial para garantizar que los modelos no sólo resuelvan el problema específico, sino que sean también, transferibles a otros similares o de más complejidad. Entonces, el estudiante podrá operar por ejemplo de la siguiente manera: reducir la expresión de la segunda balanza: $y = x + 40$, sustituir la variable “y” en la expresión de la primera balanza: $4x + 2(x + 40) = 500$ de tal manera que se encuentre el valor de $x = 70$, para luego sustituir el valor de “x” en la expresión de la segunda balanza y encontrar “y”: $y = 70 + 40 = 110$

Una parte fundamental de este proceso es la *evaluación y validación de modelos contruidos*. Esto implica verificar si los modelos creados representan adecuadamente las condiciones iniciales y si son útiles para interpretar resultados o realizar predicciones. Lesh y otros (2009) enfatiza que esta etapa requiere ajustes iterativos basados en pruebas

prácticas, para asegurarse que las soluciones no sólo son matemáticamente correctas, sino también relevantes en el contexto planteado (p. 12).

Este proceso también comprende, verificar las masas (en g) que contiene cada platillo con los valores encontrados para constatar el equilibrio pertinente.

Primera balanza: $4x + 2y = 500 \rightarrow 4(70) + 2(110) = 500$ g Segunda balanza: $2y = y + x + 40 \rightarrow 2(110) = 110 + 70 + 40 = 220$



Queda evidenciado entonces que: “x”, la masa de una esfera es de 70 gramos e “y”, masa de un cubo es de 110 gramos. Por otro lado, se evidencia también la gráfica correspondiente a las ecuaciones planteadas en esta situación.

Cabe resaltar que la capacidad “Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas” de la competencia “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio” se refuerza y empodera cuando el docente participante, conduce a sus estudiantes a la interacción con la plataforma Khan Academy en la resolución de otros problemas similares con estrategias de aprendizaje digital.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar sistemas de ecuaciones lineales** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:introduction-to-systems-of-equations/v/solving-systems-graphically-examples>
- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:introduction-to-systems-of-equations/v/interpret-points-systems>
- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations>

DIMENSIÓN III: ECUACIONES CUADRÁTICAS

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 05

I. DATOS INFORMATIVOS

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria		Matemática	Tercero		90 minutos

DIMENSION III: Ecuaciones cuadráticas.

1. Título de la unidad de aprendizaje: “Patrones y relaciones algebraicas en construcciones cotidianas”

2. Situación significativa: “Recepcionamos el agua en canaletas”

Jacob vive en una zona urbana donde las lluvias son intensas durante el verano. Para evitar que el agua dañe el techo de su casa, ha decidido **instalar canaletas de metal** para recolectar y conducir el agua hacia un depósito.

Las canaletas tienen **formas cuadráticas** que dependen de la estructura del techo, como se observa en la imagen.

Jacob dispone de $(7x^2 + 9)$ metros de canaleta, y necesita saber **si le sobraré material** luego de colocarlas alrededor del techo, cuyos tramos tienen longitudes algebraicas $(2x^2 - x + 3)$, $(3x + 2)$ y $(4x^2 - 2)$ metros respectivamente.

Preguntas para motivar la reflexión:

- ¿Cómo podemos representar esta situación mediante expresiones algebraicas?
- ¿Qué tipo de operación nos permitirá saber si el material será suficiente o sobraré?
- ¿En qué otras situaciones de la vida real usamos expresiones cuadráticas?

3. Aprendizajes esperados (Propósito)

COMPETENCIA	CAPACIDAD
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones algebraicas.

Resumen de la sesión

SESIÓN DE APRENDIZAJE	SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	PROPÓSITO
“Recepcionamos el agua en canaletas”	Jacob desea instalar canaletas para el techo de su vivienda, expresadas en términos algebraicos cuadráticos.	Que los estudiantes expresen, traduzcan y operen datos algebraicos cuadráticos a partir de una situación real, comprendiendo la relación entre las expresiones y los elementos físicos representados.

Se presenta un video de la plataforma virtual Khan Academy:

<https://es.khanacademy.org/math/2-secundaria-pe/xf4e5558599a475b6:algebra-expresiones-algebraicas-y-sus-operaciones/xf4e5558599a475b6:combinar-expresiones/v/combining-like-terms-3>

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

MOMENTO	ACCIONES DEL DOCENTE Y LOS ESTUDIANTES	RECURSOS
INICIO (20 min)	- El docente saluda cordialmente y crea un ambiente de confianza. Pregunta: “¿Dónde han visto estructuras que usen canaletas para recoger el agua?” - Presenta la imagen del techo con expresiones algebraicas.	Imagen Canaletas.png, pizarra, fichas de trabajo. Khan Academy:  https://es.khanacademy.org/math/10-grado-innova-

	• Explica que cada expresión representa una sección del techo y que se necesita calcular cuánto material sobra o falta. • Explica brevemente qué son las ecuaciones cuadráticas y cómo surgen de operaciones con polinomios.	schools/xa7995709915977c2:cambio-y-relaciones---operaciones-de-polinomios/xa7995709915977c2:evaluar-expresiones/v/evaluating-expressions-where-individual-variable-values-are-unknown
DESARROLLO (50 min)	Ejercicio modelo propuesto: Jacob quiere instalar receptores del agua alrededor de un techo como se ve en la imagen. Si la cantidad de canaletas que se han proveído está contenida en una expresión algebraica como $(7x^2 + 9)$ metros, ¿cuántos metros de canaleta le sobrará? 1.Traducción algebraica: Se tienen tres tramos: • Lado 1: $2x^2 - x + 3$ • Lado 2: $3x + 2$ • Lado 3: $4x^2 - 2$ 2.Planteamiento de la expresión total usada: Total canaletas usadas $= (2x^2 - x + 3) + (3x + 2) + (4x^2 - 2)$ 3.Reducción de términos semejantes: $\rightarrow (2x^2 + 4x^2) - x + (3x) + (3 + 2 - 2)$ $\rightarrow 6x^2 + 2x + 3$ 4.Cálculo del sobrante: Material disponible – Material usado $= (7x^2 + 9) - (6x^2 + 2x + 3)$ $\rightarrow (7x^2 - 6x^2) - 2x + (9 - 3)$ $\rightarrow x^2 - 2x + 6$ Interpretación: A Jacob le sobrará una cantidad equivalente a $(x^2 - 2x + 6)$ metros de canaleta. 5.Trabajo en equipos: Los estudiantes forman grupos de 2 o 3 y resuelven	Imagen Canaletas.png, pizarra, hojas cuadriculadas.  Khan Academy: https://es.khanacademy.org/math/10-grado-innova-schools/xa7995709915977c2:cambio-y-relaciones---operaciones-de-polinomios/xa7995709915977c2:evaluar-expresiones/v/evaluating-expressions-with-unknown-variables-2 

	ejercicios similares (Anexo 01). Preguntas de reflexión: • ¿Por qué se puede representar el material sobrante con una expresión cuadrática? • ¿Qué pasaría si uno de los tramos aumenta su longitud? • ¿Cómo comprobamos si el resultado tiene sentido físico?	
CIERRE (20 min)	• Socialización de resultados de cada grupo. Retroalimentación del docente destacando cómo se tradujeron los datos del contexto real a expresiones algebraicas. • Conclusión colectiva: <i>“Traducir una situación de la vida real a una ecuación cuadrática nos permite resolver y prever medidas reales.”</i> • Actividad de refuerzo: resolver un ejercicio en Khan Academy.  Resolver ecuaciones cuadráticas – práctica interactiva	Pizarra, ficha de trabajo, conexión a internet.

III. AUTOEVALUACIÓN – RÚBRICA

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Traduce correctamente los datos del problema a expresiones algebraicas cuadráticas.				
Opera adecuadamente con polinomios para obtener la expresión simplificada.				
Explica con claridad el proceso y los resultados obtenidos.				
Relaciona el resultado algebraico con el contexto del problema.				

AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE – “SEMÁFORO DE LOGROS”

CRITERIO	LOGRADO	EN PROCESO	NECESITO AYUDA
Identifiqué las expresiones cuadráticas en el problema.			
Planteé correctamente las operaciones algebraicas.			
Simplifiqué las expresiones paso a paso.			
Explicué qué representa el resultado en la vida real.			

 Hoy aprendí que las expresiones algebraicas pueden representar objetos y medidas reales, como canaletas o estructuras del techo.

ANEXO 01

FICHA 1 DE TRABAJO EN EQUIPO

Ejercicios propuestos

Contexto urbano

1. El área de un jardín rectangular está dada por la expresión $(2x^2 + 5x + 3)$. Si se aumenta el largo en $(x + 1)$, ¿cuál será la nueva expresión del área?
2. Una empresa fabrica vidrios con forma cuadrática. Si el largo se expresa como $(3x + 2)$ y el ancho como $(x + 1)$, halla la expresión del área.
3. En una fábrica, la longitud de una pieza metálica se expresa como $(5x^2 + 3x + 1)$ y se corta una parte de $(2x^2 + x)$. ¿Cuál es la longitud restante?

Contexto rural

4. En una chacra, la producción de maíz de dos parcelas se expresa como $(4x^2 + 6x + 2)$ y $(3x^2 + 4)$. ¿Cuál es la producción total?
5. Un tanque de agua tiene un volumen expresado como $(6x^2 + 8x + 2)$. Si se consume un volumen $(2x^2 + 3x + 1)$, ¿qué volumen queda?
6. La cerca de un corral mide $(3x^2 + 2x + 5)$ metros, y se amplía con un tramo adicional $(x^2 + 3x)$. Determina la nueva longitud total.

Solucionario:

Ejercicio 1: El área de un jardín rectangular está dada por la expresión $A(x)=2x^2+5x+3$. Si se aumenta el largo en $(x+1)$, ¿cuál será la nueva expresión del área?

Nota: Usaremos la **factorización** del trinomio para identificar dimensiones (largo y ancho). Esto es una buena práctica didáctica: muchas expresiones que aparecen como áreas se pueden factorizar para encontrar longitudes.

Paso 1: Interpretación y observación

Para poder aumentar el largo y hallar la nueva área necesitamos identificar **largo** y **ancho** del rectángulo en forma de factores. Observa que el trinomio se puede factorizar:

Buscamos factores de $2x^2+5x+3$.

Probamos factorización por agrupación o buscando dos binomios: $2x^2+5x+3 = (2x + a)(x + b)$

Multiplicando: $(2x+a)(x+b)=2x^2+(2b+a)x+ab$. Queremos $2b+a=5$ y $ab=3$.

Probando: $a=3$, $b=1$. funciona: $2*1+3=5$ y $3*1=3$.

Por tanto: $2x^2+5x+3 = (2x+3)(x+1)$.

Interpretación conveniente: podemos tomar

- **largo** $L = 2x+3$
- **ancho** $W = x+1$

(su producto da el área dada).

Paso 2: Aumentando el largo

Se aumenta el largo en $x+1$. Entonces el **nuevo largo** es: $L'=L+(x+1) = (2x+3)+(x+1) = 3x+4$.

El ancho **permanece** $W = x+1$.

Paso 3: Calculamos la nueva área

$A_{\text{nuevo}} = L' * W = (3x+4)(x+1)$.

Expandimos:

$(3x+4)(x+1)=3x^2+3x+4x+4 = 3x^2+7x+4$.

Paso 4: Verificando números (ejemplo)

Tomamos $x=1$:

- Área original: $2(1)^2+5(1)+3 = 2+5+3 = 10$.
- Factores: $L=2(1)+3 = 5$, $W = 1+1=2$. Producto $5*2=10$ ✓.
- Nuevo largo: $L' = 3(1)+4 = 7$. Nueva área: $7*2=14$.

Con la fórmula: $3(1)^2+7(1)+4 = 3+7+4 = 14$ ✓.

Final Respuesta: La expresión nueva del área es: $A_{\text{nuevo}}(x) = 3x^2+7x+4$

Ejercicio 2: Una empresa fabrica vidrios con forma cuadrática. Si el **largo** se expresa como $(3x+2)$ y el **ancho** como $(x+1)$, halla la expresión del **área**.

Nota: Se practica la multiplicación de binomios (distributiva) para obtener un trinomio cuadrático que modela un área.

Solución:

Multiplicación de polinomios: El área de un rectángulo se obtiene multiplicando largo por ancho: $A(x)=(3x+2)(x+1)$.

Aplicando la propiedad distributiva: $(3x+2)(x+1) = 3x \cdot x + 3x \cdot 1 + 2 \cdot x + 2 \cdot 1 \Rightarrow A(x) = 3x^2 + 5x + 2$.

Verificando: Si $x=2$:

Largo $= 3(2) + 2 = 8$; ancho $= 2 + 1 = 3$; Área $= 8 \cdot 3 = 24$.

Con la expresión: $3(2)^2 + 5(2) + 2 = 3 \cdot 4 + 10 + 2 = 12 + 10 + 2 = 24$

Respuesta: $A(x) = 3x^2 + 5x + 2$.

Ejercicio 3: En una fábrica, la longitud de una pieza metálica se expresa como $(5x^2 + 3x + 1)$ y se **corta** una parte de $(2x^2 + x)$. ¿Cuál es la **longitud restante**?

Nota: se ejerce la resta de polinomios, interpretada como “lo que queda” tras un corte o extracción.

Solución:

Resta de polinomios: Longitud restante = longitud original – parte cortada:

$$L_{\text{resto}}(x) = (5x^2 + 3x + 1) - (2x^2 + x).$$

Realizamos la resta término a término:

- Coeficientes de x^2 : $5x^2 - 2x^2 = 3x^2$
- Coeficientes de x : $3x - 1x = 2x$.
- Término independiente: $1 - 0 = 1$.

$$\text{Entonces: } L_{\text{resto}}(x) = 3x^2 + 2x + 1.$$

Verificamos: Si $x=1$:

$$\text{Longitud original} = 5 + 3 + 1 = 9. \text{ Parte cortada} = 2 + 1 = 3. \quad \text{Resto} = 9 - 3 = 6.$$

$$\text{Con la expresión: } 3(1)^2 + 2(1) + 1 = 3 + 2 + 1 = 6 \checkmark.$$

Respuesta: $L_{\text{resto}}(x) = 3x^2 + 2x + 1$.

Ejercicio 4:

$$\text{Producción total} = (4x^2 + 6x + 2) + (3x^2 + 4) \Rightarrow 7x^2 + 6x + 6$$

Interpretación: La producción total de maíz se expresa como $(7x^2 + 6x + 6)$.

Khan Academy – Prueba de ecuaciones cuadráticas

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-equations-quiz>

FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

Esta sesión desarrolla la capacidad “**Traduce datos y condiciones algebraicas**” porque los estudiantes:

- Interpretan **situaciones concretas** (el diseño de un techo con canaletas) y las **expresan en lenguaje algebraico**.
- Relacionan los **datos del contexto físico** con **expresiones simbólicas cuadráticas**.
- Utilizan operaciones con polinomios para **representar el total o sobrante** de material, aplicando equivalencias algebraicas.
- Explican **cómo una expresión cuadrática representa una magnitud real** (en este caso, los metros de canaleta sobrantes).

De este modo, el aprendizaje de las ecuaciones cuadráticas se vincula con **la vida práctica y la resolución de problemas reales**, fortaleciendo el pensamiento lógico y simbólico.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar sistemas de ecuaciones lineales** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- https://es.khanacademy.org/math/10-grado-innova-schools/xa7995709915977c2:cambio-y-relaciones---operaciones-de-polinomios/xa7995709915977c2:evaluar-expresiones/e/expressions_with_unknown_variables
- <https://es.khanacademy.org/math/10-grado-innova-schools/xa7995709915977c2:cambio-y-relaciones---operaciones-de-polinomios/xa7995709915977c2:problemas-con-polinomios/v/multiplying-polynomials-2>

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 06

I. DATOS INFORMATIVOS

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria		Matemática	Tercero		90 minutos

DIMENSION III: Ecuaciones cuadráticas

1. Título de la unidad de aprendizaje: “Descifrando entradas con ecuaciones cuadráticas”

2. Situación significativa

En el centro ecoturístico “**Natural Balch**”, ubicado en una zona rural del Perú, se preparan para ofrecer un **paseo arqueológico antediluviano** a turistas nacionales y extranjeros. Para ello, el gerente desea **diseñar tickets** que cumplan con ciertas condiciones:

El área del ticket debe ser 28 cm^2 El largo debe ser 3 cm más que el ancho

Los estudiantes ayudarán a resolver esta situación aplicando sus conocimientos de **ecuaciones cuadráticas**, analizando su gráfica y su tabulación.

Preguntas guía:

- ¿Cómo podemos representar algebraicamente esta situación?
- ¿Qué tipo de ecuación se genera?
- ¿Qué valores deben tener el largo y el ancho para cumplir las condiciones?
- ¿Cómo se visualiza esta relación en un gráfico cartesiano?

3. Aprendizaje esperado (Propósito)

COMPETENCIA	CAPACIDAD
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas

Se presenta un video de la plataforma virtual Khan Academy:

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

1. INICIO (20 minutos)

Acciones del docente:

- Da la bienvenida y crea un ambiente de confianza.
- Presenta la situación significativa con apoyo visual (imagen del centro “Natural Balch” y un ticket turístico).
- Formula preguntas iniciales:
 - ¿Qué saben de las dimensiones de un rectángulo?
 - ¿Cómo podríamos expresar matemáticamente una relación entre el largo y el ancho?
 - ¿Qué significa el área de una figura?
- Presenta el reto: **Ayudar a diseñar los tickets** cumpliendo las condiciones.

Video Khan Academy – Introducción a las ecuaciones cuadráticas:

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratics/v/solving-quadratic-equations-by-factoring>

2. DESARROLLO (50 minutos)

Ejercicio modelo (resuelto paso a paso)

“Se desea diseñar tickets con un área de 28 cm^2 y con el largo 3 cm más que el ancho. ¿Qué dimensiones debería tener el ticket?”

Resolución:

1. Planteamiento de variables:

- Sea el ancho = x
- Entonces el largo = $x + 3$
- Área = largo $\times$ ancho = $x(x+3) = 28$

2. ¿Qué tipo de ecuación ayuda a resolver esta situación?

Es una ecuación cuadrática, porque al multiplicar largo por ancho (uno depende del otro) se obtiene una expresión cuadrática.

$$x(x+3) = 28 \Rightarrow x^2 + 3x - 28 = 0$$

3. Factorización: $x^2 + 3x - 28 = 0 \Rightarrow (x+7)(x-4) = 0 \Rightarrow x = -7$ (se descarta), $x = 4$

4. Respuesta:

Ancho = 4 cm, Largo = $4 + 3 = 7$ cm

Verificación: $4 \times 7 = 28$

- 5. Tabulación:** Hacemos una **tabla de valores** para probar diferentes anchos y encontrar el que da un área de 28 cm^2 .

Ancho (x)	Largo (x + 3)	Área (x·(x+3))
1	4	4
2	5	10
3	6	18
4	7	28 ✓
5	8	40
6	9	54

Cuando el **ancho es 4 cm**, el **largo es 7 cm**, y el **área es 28 cm^2** .

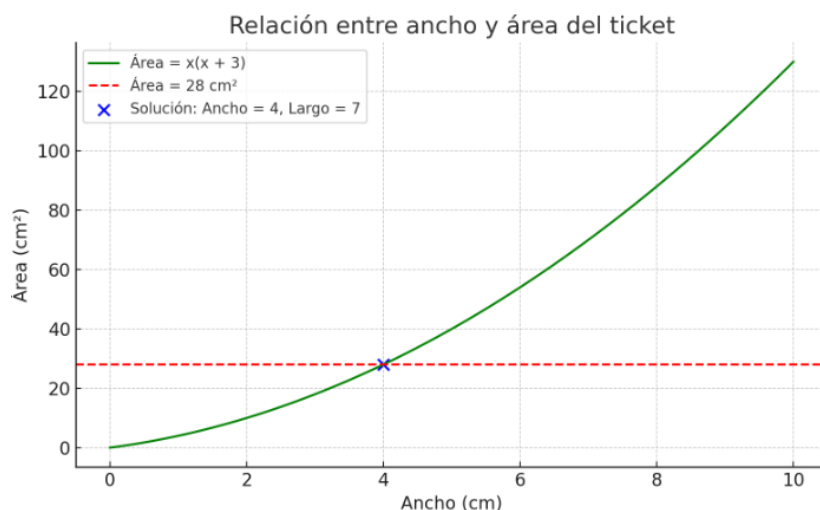
Por lo tanto, **dimensiones ideales:**

Ancho = 4 cm, Largo = 7 cm

6. Gráfica:

Aquí la gráfica de la función en el plano cartesiano que representa la relación entre el ancho y el área de ticket.

$$A(x) = x(x+3) = x^2 + 3x$$



Es una parábola hacia arriba, pero solo tomamos los valores positivos (porque no hay ancho negativo).

7. Resultado final del ejercicio:

- Tipo de ecuación: Cuadrática, $x(x+3)=28$
- Dimensiones ideales del ticket:
 - Ancho = 4 cm
 - Largo = 7 cm
- Área: $4 \times 7 = 28 \text{ cm}^2$

La gráfica muestra cómo cambia el área al variar el ancho. La intersección con el área 28 cm^2 ocurre cuando el ancho es 4 cm.

La tabulación permite explorar valores concretos de manera anticipada y detectar soluciones visualmente.

Trabajo en grupos:

- Estudiantes se agrupan en tríos para resolver problemas similares.
- Completan ficha de trabajo (ver **Anexo 01**).
- El docente pasa por cada grupo, promueve el diálogo matemático y recolecta respuestas.

Video Khan Academy:

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:intro-parabolas/v/parabolas-intro>

3. CIERRE (20 minutos)

Actividades finales:

- Estudiantes socializan sus respuestas con el grupo.
- El docente hace una síntesis de los aprendizajes:
 - ¿Qué tipo de problemas generan ecuaciones cuadráticas?
 - ¿Cómo podemos representarlas gráficamente?
 - ¿Cómo comunicar adecuadamente el procedimiento y la solución?
- Se comparten los criterios de evaluación.
- Se asigna un ejercicio extra con retroalimentación en Khan Academy.

Enlace para reforzar el tema:

<https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:intro-parabolas/v/parabolas-intro>

III. AUTOEVALUACIÓN – RÚBRICA DE EVALUACIÓN

CRITERIO DE EVALUACIÓN	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Plantea correctamente la ecuación cuadrática en base al problema contextualizado				
Resuelve la ecuación aplicando estrategias adecuadas				
Comunica con claridad las relaciones algebraicas identificadas en el problema				
Representa gráficamente la función cuadrática y analiza sus soluciones				

ANEXO 01

FICHA 1 DE TRABAJO EN EQUIPO

Ejercicios propuestos

Contexto urbano:

1. En una plaza se quiere construir un jardín rectangular de área 60 m^2 . El largo debe ser 5 m más que el ancho. ¿Cuáles deben ser sus dimensiones?
2. Un ingeniero diseña una pantalla de publicidad con área de 120 m^2 . Si el largo es 6 m más que el ancho, ¿cuánto miden los lados?
3. Una cartelera mide 45 m^2 y su largo supera en 4 m al ancho. ¿Qué dimensiones tiene?

Contexto rural:

4. Un agricultor desea cercar un terreno rectangular de 96 m^2 con el largo 8 m mayor al ancho. ¿Cuáles deben ser las medidas?
5. Una comunidad andina diseña una manta cuadrada cuya área debe ser 100 cm^2 . ¿Qué valor debe tener su lado?
6. En un biohuerto se quiere distribuir un área de 84 m^2 en forma rectangular. El largo debe ser 7 m más que el ancho. ¿Cuánto deben medir los lados?

Solucionario breve

1. $x(x + 5) = 60 \Rightarrow x = 5, x + 5 = 10$
2. $x(x + 6) = 120 \Rightarrow x = 6, x + 6 = 12$
3. $x(x + 4) = 45 \Rightarrow x = 5, x + 4 = 9$
4. $x(x + 8) = 96 \Rightarrow x = 6, x + 8 = 14$
5. $x^2 = 100 \Rightarrow x = 10$
6. $x(x + 7) = 84 \Rightarrow x = 7, x + 7 = 14$

Lo que significa desarrollar la capacidad: Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

La capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas, demanda de los estudiantes que expresen de forma fehaciente su comprensión sobre los conceptos, nociones y propiedades que tienen que ver por ejemplo con las sucesiones, las ecuaciones y funciones. Según Sun y Xu (2023), posibilita a los estudiantes a identificar patrones, generalizar relaciones y vincular ideas visuales, tabulares y simbólicas. Esto permite a los

estudiantes la construcción de conexiones entre datos y expresiones, a fortalecer su capacidad de análisis y criterio para solucionar situaciones problemáticas.

Por ejemplo, en la tabulación se puede registrar relaciones cuantitativas y en un gráfico cartesiano se observa la covariación entre las variables.

En el ejercicio modelo de esta sesión, la tabla de valores estructura los datos de los lados del área del ticket, lo que facilita encontrar el valor o valores que demuestran las dimensiones de los lados del ticket. Razón por la cual se encuentra e identifica los valores que toman las variables “x” e “y”; en base a un modelo matemático.

Por otro lado, la gráfica del plano cartesiano demuestra que se puede alcanzar con los valores precisos de ambas variables (x e y) Cuando el ancho es 4 cm, el largo es 7 cm, y el área es 28 cm². Por lo tanto, son las dimensiones ideales. Esto valida la relación directa del modelo matemático o ecuación $A(x) = x(x+3) = x^2 + 3x$. Esto también, nos permite expresar el vínculo entre los cálculos algebraicos y los datos tabulados. Vincular un punto específico (4,7) con la tabulación y las expresiones algebraicas hace posible que los estudiantes comprendan las relaciones subyacentes entre las variables y así, verbalizar su comprensión.

En los estudiantes, sobre todo, la comunicación escrita y verbal facilita la articulación de los razonamientos, darles validez a sus resultados y ser parte de una comunicación efectiva con sus pares. Wilkie y Clarke (2016) destacan que la verbalización de conceptos fomenta el análisis crítico y el trabajo conjunto, mientras que la escritura organiza las ideas y refuerza la claridad del pensamiento matemático. En el ejercicio modelo de esta sesión expresar las decisiones y los cálculos de forma escrita y verbal permite a dar justificación a las conclusiones basadas en datos concretos, en consecuencia, obtendremos con certeza el desarrollo de las habilidades indispensables para el aprendizaje.

El gráfico permite visualizar con claridad cómo cambia el área y cuál es el punto óptimo. Ideal para reforzar el aprendizaje de ecuaciones cuadráticas en un contexto práctico.

La presente actividad tiene el uso de situaciones reales, para que los estudiantes analicen y comprendan la información de la situación problemática para desarrollar una expresión algebraica de segundo grado. Así, el estudiante desarrollará habilidades fijando sus conocimientos sobre representaciones gráficas de ecuaciones cuadráticas como parte de la estrategia para solucionar y comunicar una situación.

Además, los estudiantes mejorarán en sus aprendizajes para expresar los procedimientos de resolución de una ecuación cuadrática completa aplicando fórmulas o propiedades, partiendo del reconocimiento de la situación vinculada con la realidad y expresando con comprensión la solución formulada.

Cabe acentuar, que el docente tome en cuenta el diálogo entre los estudiantes para afirmar o clarificar las situaciones de sus aprendizajes en el contexto de la capacidad, Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. Es importante recordar que estos diálogos pueden darse en circunstancias en las que los estudiantes interactúan con la plataforma virtual Khan Academy y dar por sentado el cumplimiento de la capacidad “Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas” en cuestión.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar sistemas de ecuaciones lineales** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:intro-parabolas/v/interpret-a-quadratic-graph>
- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:intro-parabolas/e/interpret-quadratic-graph>
- <https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:vertex-form/v/graphing-a-parabola-in-vertex-form>
- https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:vertex-form/e/graphing_parabolas_1

DIMENSION IV: FUNCIONES CUADRÁTICAS

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 7

I. DATOS INFORMATIVOS

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria	(Completar)	Matemática	Tercero	(Completar)	90 min

DIMENSION IV: Funciones cuadráticas

1. Título de la Sesión de Aprendizaje: Diseñando ganancias con funciones cuadráticas en impresiones 3D.

2. Situación Significativa

En una zona urbana de Lima, la microempresa D&D de impresiones 3D se ha convertido en una alternativa educativa para la creación de figuras geométricas tridimensionales. Ellos estudian la relación entre la cantidad de productos vendidos y la utilidad obtenida, para poder mejorar su rendimiento y tomar decisiones. Es un taller tecnológico "D&D Print", donde los estudiantes del colegio colaboran con una pequeña empresa familiar dedicada a la impresión 3D de figuras educativas. Dicha empresa necesita saber cuántas figuras deben venderse semanalmente para lograr la mayor utilidad, usando una función cuadrática.

La utilidad semanal está dada por una función cuadrática:

$f(x) = -2x^2 + 60x - 250$, donde, x representa la cantidad de figuras vendidas.

¿Cuántas figuras deben vender para lograr la máxima utilidad? ¿Cómo se interpreta la gráfica y la tabla de valores en este caso? ¿Qué representa el vértice de esta parábola en este contexto real?

3. Aprendizajes Esperados (Propósito)

Desarrollar la competencia: "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio" mediante la capacidad "Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia" usando funciones cuadráticas.

Video introductorio – ¿Dónde se usan las funciones cuadráticas?:

Video Khan Academy – Funciones cuadráticas:

<https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/v/funcin-cuadratica-cmo-la-reconozco-matematicas-khan-academy-en-espaol>

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

1. INICIO (20 min)

Acciones del docente:

- Saludo y diálogo inicial, el docente da la bienvenida y plantea una lluvia de ideas: ¿Conocen cómo trabajan las impresoras 3D? ¿Has visto una impresora 3D en acción? ¿Qué productos podríamos fabricar y vender? ¿Han visto figuras educativas hechas con impresión tridimensional?
- Presenta la **situación significativa** con imágenes y una historia breve de la empresa D&D.
- Plantea preguntas retadoras:
 - ¿Cómo podría la empresa saber cuántas figuras imprimir para ganar más?
 - ¿Cómo modelamos esto con matemáticas?
- Se presenta la situación significativa: la pequeña empresa D&D quiere maximizar sus ganancias.
- Se formula el problema: "La utilidad semanal está dada por la función cuadrática $f(x) = -2x^2 + 60x - 250$. ¿Cuántas figuras deben vender para obtener la mayor utilidad?"
- Se inicia el análisis preguntando: "¿A qué tipo de función corresponde esta expresión?"

Video Khan Academy: Formas y características de funciones cuadráticas

<https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/v/funcin-cuadratica-cmo-la-reconozco-matemticas-khan-academy-en-espaol>

Video explicativo Khan Academy sobre funciones cuadráticas:

<https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/v/rewriting-a-quadratic-function-to-find-roots-and-vertex>

2. DESARROLLO (50 min)

Ejercicio Modelo (resuelto):

Función dada: $f(x) = -2x^2 + 60x - 250$

Paso a paso:

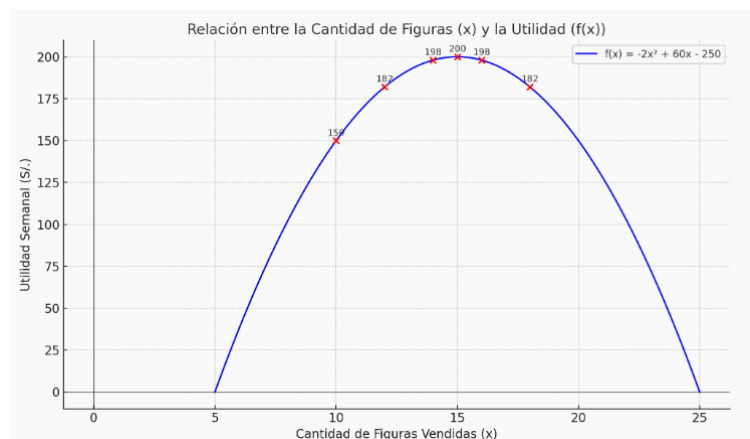
1. **Tipo de función:** cuadrática, coeficiente principal negativo $\rightarrow$ parábola cóncava hacia abajo.

2. **Cálculo del vértice:**
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-60}{2(-2)} = \frac{-60}{-4} = 15 \Rightarrow f(15) = -2(15)^2 + 60(15) - 250 = 200$$

Máxima utilidad: 200 soles vendiendo 15 figuras

Tabulación de valores:

x (figuras)	f(x) (utilidad S/.)
10	150
11	168
12	182
13	194
14	198
15	200 ✓
16	198
17	194



18	182
19	168
20	150

- Se observa una parábola con concavidad hacia abajo.
- El vértice representa el punto de utilidad máxima.

Aquí tienes la **gráfica cartesiana** que representa la **relación entre la cantidad de figuras vendidas (x) y la utilidad semanal (f(x))** para la empresa D&D Print. Esta parábola:

- Tiene su **vértice en $x = 15$** , lo que indica que la **mayor utilidad (S/ 200)** se alcanza cuando se venden **15 figuras**.
- Muestra cómo la utilidad primero **aumenta** con más ventas, alcanza un **máximo**, y luego **disminuye**.

Los puntos en rojo corresponden a los valores tabulados en tu sesión de aprendizaje.

Trabajo en grupos:

- Los estudiantes se agrupan en **tríos o cuartetos**.
- Cada equipo resuelve problemas similares en la **Ficha de trabajo – Anexo 01**.
- Se promueve el análisis gráfico y tabular.
- El docente guía la reflexión con preguntas:
 - ¿Qué representa el vértice en este contexto?
 - ¿Cómo afecta el valor de “a” a la forma de la parábola?
 - ¿Cuál es la relación entre el cambio en x y el cambio en f(x)?

Refuerzo – Khan Academy:

<https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/v/strategy-with-forms-of-quadratics>

3. CIERRE (20 min)

- Los grupos exponen sus respuestas y razonamientos.
- El docente consolida afirmaciones clave: "La máxima utilidad se encuentra en el vértice de la parábola", "La función representa una relación no lineal, de cambio creciente y luego decreciente."
- Recoge los avances de la ficha trabajada.
- Escucha y comenta las explicaciones de algunos grupos.
- Reitera los **criterios de evaluación**:
 - Claridad en la argumentación
 - Coherencia entre gráfica, tabla y análisis
 - Aplicación de conceptos de funciones cuadráticas
- Invita a reforzar lo aprendido con un cuestionario en Khan Academy:
<https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/identifying-and-using-quadratic-forms>

III. AUTOEVALUACIÓN – RÚBRICA DE EVALUACIÓN

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Interpreta la función cuadrática en contexto real (forma, vértice y sentido de apertura)				
Argumenta con claridad y evidencia las relaciones entre la cantidad y la utilidad				
Relaciona gráfica y tabulación con los cambios en los valores de la función				
Sustenta sus conclusiones con base en regularidades identificadas				

ANEXO 01
FICHA 1 DE TRABAJO EN EQUIPO

Ejercicios propuestos

1. Una empresa de reciclaje obtiene una utilidad semanal $f(x) = -3x^2 + 48x - 100$ donde x es la cantidad de bolsas recicladas.
¿Cuántas bolsas deben reciclar para obtener la mayor utilidad?
2. Una empresa de reparto tiene como modelo de ganancia $f(x) = -x^2 + 20x - 70$ x es el número de paquetes entregados. ¿Cuál es el máximo de ganancia? ¿Cuántos paquetes entregaron?
3. Un negocio de galletas produce beneficios dados por $f(x) = -4x^2 + 32x - 60$
¿Qué número de docenas maximiza los ingresos?
4. Un artista gráfico diseña logos con función de utilidad $f(x) = -x^2 + 16x - 30$
¿Qué cantidad de diseños genera mayor ingreso?

Alcances de Soluciones, tablas y gráficas

Ejercicio 1:

- Vértice: $x=8$, utilidad = S/92
- Tabla: $x = 6$ a 10
- Gráfica: parábola con vértice en $(8, 92)$

Ejercicio 2:

- Vértice: $x=10$, ganancia = S/30
- Tabla: $x = 8$ a 12
- Gráfica: simétrica con vértice máximo

Ejercicio 3:

- Vértice: $x=4$, ingresos = S/4
- Tabla: $x = 2$ a 6

Ejercicio 4:

- Vértice: $x=8$, ingreso máximo = $S/34$
- Tabla: $x = 6$ a 10

Lo que consiste desarrollar la capacidad "Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia"

Incluye elaborar afirmaciones sobre variables, reglas y propiedades del álgebra, con razonamiento inductivo para hacer general una regla y deducir al probar y comprobar propiedades y relaciones nuevas.

Se entiende así que, la comprensión de las estructuras algebraicas tiene importancia para el desarrollo de la competencia "Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio". Por ello, Lew (2004) describe que el pensamiento algebraico trasciende técnicas y procedimientos, al proporcionar herramientas para **analizar relaciones y estructuras**. Estas últimas involucran funciones, propiedades de operaciones y relaciones algebraicas, como por ejemplo en las ecuaciones lineales, cuadráticas o un sistema de ecuaciones. Por otro lado, Godino y otros (2012) afirman que los estudiantes deben aprender a identificar patrones y estructuras generales para comprender cómo inter actúan los elementos matemáticos.

Teniendo en cuenta nuestro ejercicio modelo de las impresiones 3D, será notorio el desarrollo de esta capacidad argumentativa al encontrar regularidades en las utilidades, es decir, en la relación que existe entre la cantidad de figuras vendidas y las utilidades obtenidas.

Relación que existe entre la cantidad de figuras vendidas y las utilidades obtenidas

Cada figura vendida (en nuestro ejemplo desde 10 hasta 20 figuras) se relaciona con la utilidad, permitiendo así encontrar la máxima utilidad semanalmente del negocio. Es así que la microempresa D&D, puede decidir por la opción más favorable. Veamos la tabla con la siguiente estructura:

CANTIDAD VENDIDA - UTILIDAD											
Figuras (x)	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Utilidad f(x)	150	168	182	194	198	200	198	194	182	168	150

El uso de variables para las equivalencias queda dado en este caso por:

x: Figuras que se venden, f(x): las ganancias(utilidades) que se $f(x) = -2x^2 + 60x - 250$ plantea:

Por lo que el modelo permite calcular el valor que representa la máxima utilidad de la microempresa, según las ventas efectuadas.

Análisis de la utilidad

El análisis de la(s) utilidad(es) es clave para determinar las ventas y en efecto la producción de objetos en 3D. es decir, define en gran parte la toma de decisiones de la microempresa D&D.

Es importante mencionar, que el reconocer las propiedades algebraicas son esenciales para realizar la justificación de las afirmaciones y resolver problemas. Según Kieran (2004), las propiedades como la asociativa, distributiva y conmutativa proporcionan las bases para transformar expresiones algebraicas de manera lógica. Godino y otros (2007) explican que el uso adecuado de estas propiedades ayuda a los estudiantes a reconocer patrones y aplicar reglas generales con confianza.

Por ejemplo, si el estudiante simplifica una ecuación, puede usarse la propiedad distributiva para reorganizar los términos y justificar las transformaciones. De esa manera se estará fomentando la comprensión conceptual, ya que las propiedades no se aplican mecánicamente, sino con el total conocimiento de su propósito. Además, al utilizar estas herramientas les ayudará a construir argumentos concretos y coherentes que interconecten las operaciones individuales con resoluciones más amplias, contribuyendo al desarrollo del razonamiento y las habilidades de demostración.

Además, cuando se explica una operación algebraica se refuerza la comprensión conceptual y promueve las habilidades críticas. Pedemonte (2008), menciona que justificar cada decisión ayuda a conectar el razonamiento lógico con las pruebas formales. Así, los estudiantes analizarán las propiedades y la aplicación de las reglas, como la asociativa o la distributiva, en cada transformación. Kieran (2007) afirmó también, que

explicar los procedimientos fomenta una reflexión más profunda sobre los procesos matemáticos, lo que fortalece la precisión y la capacidad de hallar errores. El sustento no sólo facilita el aprendizaje individual, sino que también apoya en el trabajo colaborativo, al permitir a otros a comprender y a evaluar el razonamiento presentado. Esta práctica es esencial para la formación de engranajes de argumentos que sean válidos y da seguridad en las soluciones propuestas para que sean coherentes y justificadas, logrando que se construya la confianza para el dominio del álgebra.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar sistemas de ecuaciones lineales** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/identifying-and-using-quadratic-forms>
- <https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/v/quadratic-functions-2>
- <https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/v/finding-features-of-quadratic-functions>
- https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/graphing_parabolas_2
- <https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/interpret-quadratic-graph>

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 08

I. DATOS INFORMATIVOS

NIVEL	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	ÁREA	GRADO	DOCENTE	DURACIÓN
Secundaria		Matemática	Tercero		90 minutos

DIMENSION IV: Funciones cuadráticas

1. Título de la unidad de aprendizaje: “Regularidades y trayectorias parabólicas en la vida cotidiana”

2. Situación significativa: “La trayectoria de una pelota”

Durante una competencia **interescolar de básquetbol**, el estudiante **Dareel** realizó un lanzamiento en parábola hacia la cesta. La pelota describió una trayectoria que puede representarse mediante una **función cuadrática**.

Este fenómeno, común en muchos deportes, nos permite **analizar relaciones de cambio y equivalencia** usando estrategias y procedimientos algebraicos.

El docente explica que la **trayectoria de la pelota** es una **curva parabólica**, lo que significa que la altura (Y) depende de la distancia horizontal (X). Así, se busca determinar el **alcance horizontal total** y la **altura máxima alcanzada**.

Preguntas para la reflexión inicial:

- ¿Qué forma tiene la trayectoria de una pelota cuando se lanza al aire?
- ¿Podemos representar esta trayectoria con una expresión matemática?
- ¿Qué información útil podemos obtener de una función cuadrática?

3. Aprendizajes esperados (Propósito)

COMPETENCIA	CAPACIDAD
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.

Resumen de la sesión

SESIÓN DE APRENDIZAJE	SITUACIÓN SIGNIFICATIVA	PROPÓSITO
<i>“La trayectoria de una pelota”</i>	Dareel lanza una pelota de básquet y su trayectoria es parabólica. Se analiza y representa mediante una función cuadrática.	Que los estudiantes utilicen estrategias algebraicas y geométricas para interpretar, representar y resolver situaciones reales mediante funciones cuadráticas.

Khan Academy: Calentamiento sobre funciones cuadráticas:

<https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/warmup-features-of-quadratic-functions>

II. MOMENTOS PEDAGÓGICOS

MOMENTO	ACCIONES DEL DOCENTE Y EL ESTUDIANTE	RECURSOS
INICIO (20 min)	○ El docente inicia saludando y presentando el tema con imágenes y videos de lanzamientos parabólicos en deportes (básquet, fútbol, vóley). ○ Pregunta inicial: “¿Han notado que la pelota sigue una curva al lanzarla?” ○ Presenta la situación significativa y plantea el problema: “En una competencia de básquetbol interescolar, Dareel arrojó la pelota, la que se deslizó en el aire con destino a la cesta e hizo una trayectoria parabólica expresada con la función $Y = -0,06X^2 + 0,9X$. ○ Siendo que ‘Y’ indica la altura (en metros) de la pelota cuando se ubica a ‘X’ metros de longitud horizontal desde el lugar de lanzamiento, ¿cuál sería	Visualizan el video Khan Academy: Introducción a las funciones cuadráticas. Video proyector, pizarra, ficha de trabajo, marcadores.

	el alcance horizontal y cuál será la altura máxima alcanzada respectivamente?” o El docente recoge ideas previas: “¿Qué pasará si el coeficiente cambia?” “¿Dónde se alcanza la máxima altura?”	
DESARROLLO (50 min)	Ejercicio modelo: $Y = -0.06X^2 + 0.9X$ donde: $Y \rightarrow$ altura de la pelota (m) $X \rightarrow$ distancia horizontal (m) Resolución: 1: Identificar la estructura de la función cuadrática. Forma general: $y = ax^2 + bx + c$. Aquí $a = -0.06$; $b = 0.9$; $c = 0$. 2: Calcular el vértice (punto de máxima altura). El vértice se halla con la fórmula: $x_v = -2/ab$ $x_v = -2/(-0.06)0.9 = 0.9/0.12 = 7.5$ Entonces la pelota alcanza su altura máxima a los 7,5 metros horizontales. 3: Calcular la altura máxima. $y_v = -0.06(7.5)^2 + 0.9(7.5)$ $y_v = -0.06(56.25) + 6.75 \Rightarrow y_v = -3.375 + 6.75 = 3.375$ Altura máxima = 3,38 m (aprox.) 4: Calcular el alcance horizontal (cuando la pelota toca el suelo). El alcance ocurre cuando $y = 0$. $\Rightarrow 0 = -0.06x^2 + 0.9x$ Factorizamos: $x(-0.06x + 0.9) = 0$	https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/graphing_parabolas_2

Soluciones: $x=0$ o $-0.06x+0.9 = 0 \Rightarrow x=15$

Alcance horizontal = **15** metros.

5: Representación gráfica de la trayectoria: ver **Tabla de valores** adjunta.

X (m)	0	3	6	7.5	9	12	15
Y (m)	0	2.16	3.24	3.38	3.24	1.62	0

La gráfica es una **parábola cóncava hacia abajo** que pasa por el origen, alcanza su máximo en (7.5; 3.38) y corta el eje X en 15.

Reflexión grupal:

- ¿Qué representa el vértice en este contexto?
- ¿Cómo se relaciona el signo del coeficiente “a” con la forma de la parábola?
- ¿Qué pasaría si la función tuviera un término constante diferente de 0?

Los estudiantes resuelven ejercicios similares (Anexo 01) en equipos y elaboran su propia tabla de valores y gráfica.

CIERRE
(20 min)

- Socializan resultados y conclusiones.
- El docente retroalimenta destacando el uso de estrategias para determinar equivalencias algebraicas y gráficas.
- Los estudiantes elaboran una conclusión: *“Las funciones cuadráticas permiten modelar trayectorias reales y establecer relaciones entre altura y distancia”*.
- El docente comparte el enlace de práctica en Khan Academy: Resolver problemas con funciones cuadráticas

Ficha, pizarra, plataforma Khan Academy.

III. AUTOEVALUACIÓN – RÚBRICA

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	AD (4)	A (3)	B (2)	C (1)
Identifica las características y elementos de la función cuadrática en el contexto.				
Aplica estrategias para hallar la altura máxima y el alcance.				
Representa la función mediante tablas y gráficos con precisión.				
Explica con claridad las equivalencias y relaciones encontradas.				

AUTOEVALUACIÓN DEL ESTUDIANTE – SEMÁFORO DE LOGROS

CRITERIO	LOGRADO	EN PROCESO	NECESITO AYUDA
Identifiqué los elementos de la función cuadrática (a, b, c).			
Utilicé estrategias algebraicas para hallar el vértice y las intersecciones.			
Pude representar gráficamente la trayectoria de la pelota.			
Explicué la relación entre los valores y la forma de la parábola.			

 Hoy comprendí que las funciones cuadráticas nos permiten analizar trayectorias y cambios reales, como el movimiento de una pelota o el diseño de un arco parabólico.

ANEXO 01

FICHA 1 TRABAJO EN EQUIPO

Ejercicios propuestos

Contexto urbano

1. Un jardinero lanza agua desde una manguera y su trayectoria está dada por $y = -0.1x^2 + x$. Determina la altura máxima y el alcance horizontal.
2. Una fuente lanza un chorro de agua con una trayectoria $y = -0.05x^2 + 0.8x + 0.2$. Halla el vértice y el punto de caída.
3. Un jugador de fútbol pateo una pelota cuya trayectoria sigue la función $y = -0.08x^2 + 1.2x$. Encuentra la altura máxima y el alcance.
4. Un cohete de feria sigue una trayectoria $y = -0.02x^2 + 0.6x + 0.1$. Determina la altura máxima y la distancia total recorrida antes de caer.

Solucionario resumido

Ejercicio	Vértice (xv, yv)	Alcance (m)	Interpretación
1	(5, 2.5)	10	El agua alcanza 2.5 m de altura a los 5 m horizontales.
2	(8, 3.4)	16	El chorro sube hasta 3.4 m y cae a 16 m.
3	(7.5, 4.5)	15	La pelota llega a 4.5 m de altura y cae a 15 m.
4	(15, 4.6)	30	El cohete alcanza 4.6 m a mitad del recorrido.

Todas las gráficas son parábolas cóncavas hacia abajo.

FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA

Esta sesión desarrolla la capacidad “**Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales**” porque:

- Los estudiantes **reconocen y aplican regularidades** en las trayectorias parabólicas.

- Utilizan **estrategias algebraicas y gráficas** para obtener la altura máxima y el alcance, estableciendo **equivalencias entre representaciones**.
- Argumentan cómo los coeficientes de la función cuadrática modifican la forma y posición de la parábola.
- Construyen su comprensión mediante **procesos colaborativos y experimentales**, fortaleciendo el pensamiento variacional y algebraico.

La plataforma Khan Academy ofrece recursos alineados a esta capacidad y permite:

- **Explorar sistemas de ecuaciones lineales** interactivamente.
- Resolver **problemas con retroalimentación inmediata**.
- Seguir el avance del alumno y reforzar dificultades.

Enlaces recomendados:

- <https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/rewriting-expressions-to-reveal-information>
- https://es.khanacademy.org/math/4-secundaria-pe/x2e479127ce193f05:algebra-ecuacion-y-funcion-cuadratica/x2e479127ce193f05:formas-y-caracteristicas-de-la-funcion-cuadratica/e/graphing_parabolas_2

CONCLUSIONES

Se concluye que la propuesta del uso de la plataforma virtual “Khan Academy” mejorará significativamente la enseñanza de la competencia "resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio" en los docentes de matemática del distrito de Jaén. La integración de esta herramienta tecnológica permitirá transitar de una enseñanza tradicional y deficiente (donde más del 60% de los docentes estaban en nivel regular) a una pedagogía dinámica e interactiva, alcanzando logros superiores al 53% en nivel "bueno" en todas las dimensiones evaluadas. Esto demostró que Khan Academy, sustentada en los modelos TPACK y SAMR, es una herramienta eficaz que cataliza el desarrollo del pensamiento matemático y optimiza el desempeño docente.

Se diagnosticó que el estado inicial de la enseñanza de la competencia era deficitario. Antes de la intervención, predominaba el nivel "regular" en un 66.7% para progresiones aritméticas, 68.3% para sistemas de ecuaciones lineales, 66.7% para ecuaciones cuadráticas y 70% para funciones cuadráticas, evidenciando carencias en la integración del conocimiento tecnológico y pedagógico (Modelo TPACK) por parte de los docentes.

Se fundamentó empírica y teóricamente que la implementación de Khan Academy articula de manera exitosa las teorías del aprendizaje cooperativo, la motivación y la tecnología (Teoría de Gagné). Esto permitirá a los docentes de Jaén contextualizar la matemática y asumir el enfoque de resolución de problemas del MINEDU con mayor capacidad estratégica y creatividad.

Se diseñó la propuesta virtual “Khan Academy” a partir de tres objetivos específicos: fortalecer el conocimiento tecnológico, pedagógico y disciplinar de los docentes (Modelo TPACK) en el manejo de los recursos de la plataforma; elaborar ocho sesiones de aprendizaje, dos por cada una de las dimensiones de la competencia; y promover la transformación de la práctica docente hacia los niveles de modificación y redefinición del Modelo SAMR. Esta estructura responde a las carencias identificadas en el diagnóstico y constituye una herramienta aplicable para mejorar la enseñanza de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en el distrito de Jaén.

RECOMENDACIONES

Se recomienda a la Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) de Jaén y a los directores de las instituciones educativas de secundaria, organizar programas de formación continua y capacitación docente basados en el modelo TPACK y el modelo SAMR. Estas capacitaciones deben orientar al docente de matemáticas no solo en el uso de tecnología, sino en la integración pedagógica de plataformas como Khan Academy para transformar sus sesiones de aprendizaje.

Se sugiere a los docentes de la especialidad de matemática incorporar el uso de la plataforma Khan Academy de manera transversal y permanente en sus planificaciones curriculares. Es fundamental que utilicen las herramientas de la plataforma (videos, ejercicios y cuadros de mando) para dosificar el aprendizaje según el ritmo de los estudiantes, promoviendo el "aprendizaje de dominio" y dejando atrás las metodologías exclusivamente tradicionales y descontextualizadas.

Se recomienda a las instituciones educativas garantizar las condiciones técnicas mínimas para el desarrollo del enfoque STEM y la educación virtual. Es imperativo mejorar la conectividad a internet y el acceso a dispositivos tecnológicos en las aulas, ya que, como se evidenció en los antecedentes y en la teoría (dimensión comunidad de usuarios), las limitaciones de red afectan el rendimiento de las plataformas virtuales y la fluidez de las sesiones de aprendizaje.

Se sugiere a futuros investigadores de la pedagogía matemática, ampliar este tipo de estudios evaluando el impacto directo de Khan Academy en el rendimiento académico

real de los estudiantes (no solo en la enseñanza del docente) a través de diseños cuasi-experimentales de largo plazo. Asimismo, se recomienda replicar la experiencia en otras competencias del currículo nacional, como "resuelve problemas de cantidad" o "gestión de datos e incertidumbre".

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aliaga, G. (2022). Entornos virtuales de aprendizaje y logros en las competencias matemáticas en estudiantes de una institución educativa primaria pública— Huancayo, 2021. Repositorio Institucional - UCV. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/106014>
- Alvaro, M. (2023). Aprendizaje Basado en Problemas y rendimiento académico en el área de matemática en estudiantes de una institución educativa privada, 2023. <https://cybertesis.unmsm.edu.pe/item/54088fe8-0baa-4197-bc1a-6dce4818ea4d>
- Armijo, J. (2021). El uso de la plataforma Khan Academy en el área de matemática. Centro Sur. <https://www.centrosureditorial.com/index.php/revista/article/view/133>
- Bellani, M, y Williner, B. (2023). Valoración de un Entorno Virtual de Enseñanza y Aprendizaje de Matemática Discreta por parte del alumnado. UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 19(68), Article 68. <https://www.union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/1444>
- Cabero, I, y Escalada, M. (2022). Una pedagogía virtual desde la didáctica de las matemáticas. Utopía y Praxis Latinoamericana, 27(96). <https://www.redalyc.org/journal/279/27970217017/html/>
- Castillo, W, y Montes, Y. (2024). Enseñanza de la matemática bajo el enfoque por competencias para el desarrollo del pensamiento complejo. <http://repositorio.its.edu.pe/handle/20.500.14360/100>
- Castillo, W, y Montes, Y. (2024). Enseñanza de la matemática bajo el enfoque por competencias para el desarrollo del pensamiento complejo. <http://repositorio.its.edu.pe/handle/20.500.14360/100>

- Clear. (2022). El modelo SAMR: Un toque de tecnología en el aula. Clear Touch.
<https://www.getcleartouch.com/es/samr-blog/>
- Collantes, Y, Vergel, M, y Vega, O. (2022). Estrategia didáctica virtual para enseñar matemáticas en tiempos de pandemia. AiBi Revista de Investigación, Administración e Ingeniería, 10(1), Article 1.
<https://doi.org/10.15649/2346030X.2564>
- Domínguez, H. (2023). Sesión Orientadora 01 05may CALLAO PIP | PDF. Scribd.
<https://es.scribd.com/document/646568244/Sesion-Orientadora-01-05may-CALLAO-PIP>
- Espinoza, G. (2024). Uso estudiantil de herramientas virtuales, en educación remota, y rendimiento académico en el área de matemática de los estudiantes de secundaria de la I.E. 82221 de Namora.
<https://repositorio.unc.edu.pe/handle/20.500.14074/7101>
- Euroinnova. (2024). El modelo SAMR: cómo integrar la tecnología en la educación.
<https://www.euroinnova.com/docencia-y-formacion-para-el-profesorado/articulos/modelo-samr>
- Gabelas, J. (2021). Integración de las TIC en el aula: Modelo SAMR. Transformar la escuela. <https://www.jblasgarcia.com/2021/11/integracion-de-las-tic-en-el-aula.html>
- Graus, M. (2022). La enseñanza de las matemáticas y el desarrollo del pensamiento en la Educación Básica. Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores.
<https://doi.org/10.46377/dilemas.v9i2.3038>
- Greca, I, Ortiz, J, y Arriassecq, I. (2021). Diseño y evaluación de una secuencia de enseñanza-aprendizaje STEAM para Educación Primaria. Revista Eureka sobre

Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 18(1), 180201-180219.
<https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/6616>

Guevara, J. (2021). Integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en los procesos de enseñanza-aprendizaje. RIESED - Revista Internacional de Estudios sobre Sistemas Educativos, 3(11), 99-111.
<https://www.riesed.org/index.php/RIESED/article/view/140>

Iglesias, A, González, S, García, A, González, C, y Corral, I. (2023). Aplicación de enfoques pedagógicos en la enseñanza de la matemática: Evaluación según la experiencia y género. (pp. 357-369).
https://www.researchgate.net/publication/377224655_aplicacion_de_enfoques_pedagogicos_en_la_ensenanza_de_matematicas_evaluacion_segun_la_experiencia_y_el_genero

Jiménez, A. (2022). Entorno virtual para el aprendizaje de las matemáticas en la competencia de regularidad, equivalencia y cambio de los estudiantes del tercer año de secundaria en una institución educativa pública de Lima.
<https://repositorio.usil.edu.pe/entities/publication/dff426d0-2f43-4db4-b7c5-84e5707b4174>

Khan Academy. (2024). ¿Existe un límite en la cantidad de estudiantes que puedo tener y la cantidad de clases que puedo crear? Khan Academy - Centro de ayuda.
<https://support.khanacademy.org/hc/es/articles/115003227291--Existe-un-l%C3%ADmite-en-la-cantidad-de-estudiantes-que-puedo-tener-y-la-cantidad-de-clases-que-puedo-crear>

- Vélez, E., Bucaran, C. y García, G. (2024). El Khan Academy como estrategia digital para el desarrollo del pensamiento matemático. *Revista San Gregorio*, 1(58), 40-45. <http://dx.doi.org/10.36097/rsan.vli58.2739>
- Cadernos C. (2024). Evaluation of the Impact of an Online Educational Platform on, Lady Cristina Traverso-Condori, Rocio Elena Reyes-Arco, Edwin Reyes-Villalba, Selene Belén Torres-Gonzales, Benjamín Maraza-Quispe, Santos Toribio Tinco-Túpac and Jorge Luis Torres-Loayza. DOI:10.52641/cadcajv9i6.694. https://www.researchgate.net/publication/384946222_A_utilizacao_da_plataforma_Khan_Academy_como_instrumento_de_ensino-aprendizagem_uma_revisao_de_literatura
- Linkedin. (2022). ¿Cómo puedes evaluar los modelos de integración tecnológica en tu escuela? <https://es.linkedin.com/advice/3/how-can-you-evaluate-technology-integration-ysfzc?lang=es>
- Llontop, R. (2023). El enfoque centrado en la resolución de problemas y su relación con el logro de aprendizajes del área de matemática en los estudiantes del tercer grado nivel secundaria de la Institución educativa Simón Bolívar, Cajamarca 2021. <http://repositorio.unprg.edu.pe/handle/20.500.12893/11553>
- Martínez, P. (2023). Uso de TICS para fortalecer las competencias matemáticas en los docentes de una institución educativa de Jaén – Cajamarca. https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/UCVV_ee0d2d640164c757585bc236064248d5
- Martínez, M, Rodríguez, A, Nava, M, Rodríguez, A, y Campos, C (2022). El enfoque STEM y el aprendizaje de las matemáticas. *UNIÓN - REVISTA*

- IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 18(66), Article 66.
<https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1423>
- Mendoza, S, y Avila, D. (2020). Técnicas e instrumentos de recolección de datos. Boletín Científico de las Ciencias Económico Administrativas del ICEA, 9(17), Article 17. <https://doi.org/10.29057/icea.v9i17.6019>
- Michelle, T, Elizabeth, L, Martha, Z, Iveth, V, y Alejandro, M (2023). Optimización de la enseñanza de las operaciones matemáticas básicas en estudiantes de primaria a través de la mejora curricular: Una propuesta innovadora. Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, 7(3), Article 3. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i3.6619
- MINEDU. (2024). El Perú en PISA 2022: Informe nacional de resultados | UMC | Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. <http://umc.minedu.gob.pe/el-peru-en-pisa-2022-informe-nacional-de-resultados/>
- Ministerio de Educación. (2024). ENLA 2023 muestra resultados estables con algunas mejoras importantes respecto a evaluación anterior. <https://www.gob.pe/institucion/minedu/noticias/946578-enla-2023-muestra-resultados-estables-con-algunas-mejoras-importantes-respecto-a-evaluacion-anteriorR>
- Mohamed, C. (2023). Metodología de la investigación: Guía para el proyecto de tesis | Instituto Universitario de Innovación Ciencia y Tecnología Inudi Perú. <https://editorial.inudi.edu.pe/index.php/editorialinudi/catalog/book/82>
- Moleri, E. (2021). Niveles de apropiación de un aula digital según el modelo SAMR |. <http://uruguayeduca.anep.edu.uy/recursos-educativos/6234>

- Ortega, K. (2023). Tipos de análisis de datos. Saint Leo University.
<https://worldcampus.saintleo.edu/blog/cuantos-tipos-de-analisis-de-datos-hay-cuales-son-los-tipos-de-analisis-de-datos>
- Pérez, J. (2021). El uso de la plataforma Khan Academy en el área de matemática | Centro Sur. <https://www.centrosureditorial.com/index.php/revista/article/view/133>
- Pincay, F, y Sornoza, J. (2023). Integración de las Tecnologías de Información y Comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Revista Cognosis*. ISSN 2588-0578, 8(E1), Article E1. <https://doi.org/10.33936/cognosis.v8iE1.5615>
- UNESCO. (2021). Los aprendizajes fundamentales en América Latina y el Caribe, Evaluación de logros de los estudiantes: Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019); Resumen ejecutivo—UNESCO Biblioteca Digital. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380257>
- Unidad de Medición de la Calidad. (2023) El Perú mantiene sus resultados en las competencias de Lectura y Ciencia | UMC | Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. <http://umc.minedu.gob.pe/pisa-2022-el-peru-mantiene-sus-resultados-en-las-competencias-de-lectura-y-ciencia/>
- UNIR. (2023) En qué consiste este modelo y cuáles son sus ventajas. UNIR. <https://www.unir.net/educacion/revista/tpack-que-es/>
- Vargas, M, Páez, C, y Hernández, J. (2024). Uso del Khan Academy en un curso universitario de cálculo diferencial e integral. *RIME*, 1, 97-122. <https://doi.org/10.32735/S2810-7187202400013184>

ANEXOS

ANEXO 1

PRUEBA DE MATEMÁTICA DIRIGIDO A DOCENTES DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA DEL DISTRITO DE JAÉN

DATOS GENERALES

Nombre del docente:

Institución Educativa donde enseña:

Fecha: Hora:

Evaluator:

INSTRUCCIÓN: Estimado docente a continuación te presentamos 16 preguntas relacionadas a la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Esperamos que respondas con sinceridad para que sus respuestas nos sean útil en nuestro trabajo de investigación. Marca con una (X) la respuesta correcta.

I. PROGRESIONES: ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA.

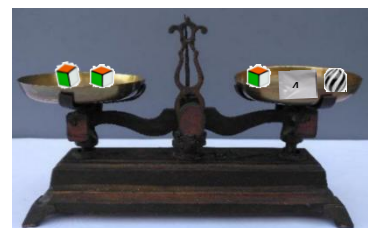
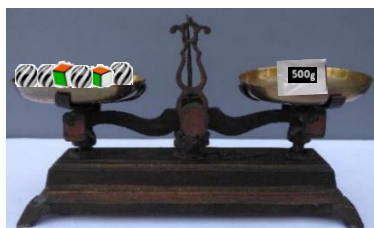
1. En un escenario de presentación de artistas de orquestas se han colocado filas de sillas con distancias, como se indica a continuación: fila primera a 6,5 m del estrado; fila segunda: 7,25 m; fila tercera: 8 m y la fila cuarta: 8,75 m. ¿Cuál será la distancia desde el estrado hasta la quinta y sexta fila respectivamente?
 - a) $a_5 = 9,25$ m; $a_6 = 10,25$ m
 - b) $a_5 = 9,50$ m; $a_6 = 10,25$ m
 - c) $a_5 = 9,25$ m; $a_6 = 10,50$ m
 - d) $a_5 = 9,50$ m; $a_6 = 10,50$ m
2. Querolo es un Coordinador de Innovación en una IE que desea adquirir una impresora 3D para implementar un pequeño negocio. Al averiguar el precio de la impresora es de \$. 4300.00. Él se ha enterado que el precio disminuye en 6% en los primeros 6 meses y el 12% en los 6 meses siguientes y así en cada 6 meses más. Querolo va esperar para adquirir la impresora porque sólo cuenta con \$. 3000.00 dólares. ¿Después de cuantos meses transcurridos podrá comprar la impresora 3D?
 - a) 18
 - b) 24
 - c) 30
 - d) 36

3. Se desea calcular cuántos antepasados posibles existieron en la décimo primera generación anterior al rey David, del pueblo de Israel, teniendo en cuenta que David tuvo 2 padres y 4 abuelos, también 8 bisabuelos y así de manera sucesiva. Se le asigna a usted encontrar el resultado.
- a) 256 b) 512 c) 1024 d) 2048
4. Darení decidió realizar un mirador que sea atractivo para los turistas visitantes. Para ello debe hacer una maqueta de un mirador piramidal de cuatro niveles de forma cuadrada teniendo en cuenta que cada nivel tendrá una superficie del cuádruple veces mayor que el nivel superior inmediato.
- Diseña un dibujo ten en cuenta la proporcionalidad entre las dimensiones de sus lados y que sea elaborada desde una vista superior o de arriba.
- Si el mirador base tiene 320 metros de lado. ¿Cuál será la longitud del mirador de cada nivel? ¿Y el área?
- a) Lado: $N_1 = 320$ m; $N_2 = 160$ m; $N_3 = 80$ m; $N_4 = 20$ m.
Área: $N_1 = 102\,400$ m²; $N_2 = 6400$ m²; $N_3 = 1600$ m²; $N_4 = 400$ m².
- b) Lado: $N_1 = 320$ m; $N_2 = 160$ m; $N_3 = 40$ m; $N_4 = 20$ m.
Área: $N_1 = 102\,400$ m²; $N_2 = 6400$ m²; $N_3 = 1600$ m²; $N_4 = 100$ m².
- c) Lado: $N_1 = 320$ m; $N_2 = 160$ m; $N_3 = 80$ m; $N_4 = 40$ m.
Área: $N_1 = 102\,400$ m²; $N_2 = 25\,600$ m²; $N_3 = 6400$ m²; $N_4 = 1600$ m².
- d) Lado: $N_1 = 320$ m; $N_2 = 160$ m; $N_3 = 80$ m; $N_4 = 20$ m.
Área: $N_1 = 102\,400$ m²; $N_2 = 25\,600$ m²; $N_3 = 6400$ m²; $N_4 = 100$ m².

II. SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. INECUACIONES. SISTEMA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

5. Las balanzas de la figura, muestran esferas de masas iguales y cubos de iguales masas. Plantea la ecuación que representa cada balanza en su respectivo equilibrio y encuentra de una esfera su masa así también, de un cubo. La masa de una esfera y de un cubo respectivamente es:

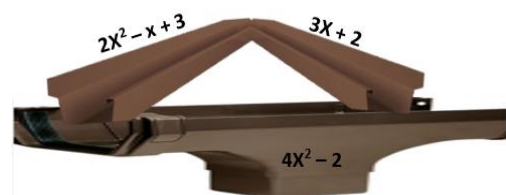
- a) 60 g y 120 g
b) 60 g y 110 g
c) 70 g y 110 g
d) 70 g y 120 g



6. La familia Cuatro D van al cine durante el año una vez por trimestre, en uno de los días del primer trimestre pagó S/. 49.00 por un niño y dos adultos; otro día, del segundo trimestre pagó S/. 57.00 por tres niños y un adulto. ¿Verifique si los enunciados son compatibles en las desigualdades? ¿Cuál será el pago realizado por la entrada de adulto y la entrada de niño?
- Es compatible; Adulto = S/. 18, Niño = S/. 13
 - Es incompatible; Adulto = S/. 18, Niño = S/. 15
 - Es compatible; Adulto = S/. 15, Niño = S/. 18
 - Es incompatible; Adulto = S/. 15, Niño = S/. 15
7. Nenit vende pescado y tiene en stop 10 kg de trucha, 12 kg de tilapia y 14 kg de paco, y registra sus ventas de la siguiente manera: 4 kg de trucha, 5 kg de tilapia y 8 kg de paco. Cabe aclarar que, el kg de trucha lo vende a “x” soles, el kg de tilapia lo vende a “y” soles y el kg de paco lo vende a “z” soles. Nenit quiere saber cuál es monto en soles que obtendrá al vender el pescado que le queda después de sus ventas realizadas hoy. Ayúdele a Nenit a calcular el monto.
- $8x + 7y + 6z$
 - $9x + 8y + 7z$
 - $8x + 8y + 6z$
 - $6x + 7y + 6z$
8. Un mototaxi pesa 390 kg. La diferencia del mototaxi vacío y el peso que transporte, debe ser mayor o igual a 150 kg. Si va a trasladar cuatro fardos de telas que pesan iguales. ¿Cuál debe ser el peso máximo de cada fardo para que pueda trasladarlos en el mototaxi?
- Peso = 37.5 kg
 - Peso > 37.5 kg
 - Peso < 37.5 kg
 - Peso $\leq$ 37.5 kg

III. ECUACIONES CUADRÁTICAS.

9. Jacob quiere instalar receptores del agua alrededor de un techo como se ve en la imagen adjunta. Si la cantidad de canaletas que se han proveído está contenida en una expresión algebraica como $(7x^2+9)$ m, ¿Cuántos metros de canaleta le sobrará?



- a) $x^2 - 2x + 6$
 - b) $x^2 + 2x + 6$
 - c) $x^2 - 2x - 6$
 - d) $x^2 + 2x - 6$
- 10.** En el centro ecoturístico “Natural Balch”, se desea diseñar tickets para la venta de entradas al paseo arqueológico antediluviano por lo que el gerente, consciente en que las medidas del ticket tengan un área de 28 cm^2 y que el largo sea 3 cm más que el ancho. ¿qué dimensiones debería tener el ticket para que ambas condiciones se cumplan?, ¿Qué tipo de ecuación ayudará a resolver esta situación? ¿Cuál es la gráfica en el diagrama cartesiano?, ¿Cómo se aplica la tabulación en este ejercicio?
- a) 5 cm, 7 cm
 - b) 4 cm, 7 cm
 - c) 5 cm, 9 cm
 - d) 4 cm, 9 cm
- 11.** Existe un terreno rectangular para la siembra de babaco, y su lado menos extenso mide $(x-1)$ m. Pero, el lado más extenso es el doble del lado menos extenso. Encuentra la expresión que determinará el área del terreno.
- a) $3(x-1)^2 \text{ m}^2$
 - b) $2(x-1)^2 \text{ m}^2$
 - c) $2(x+1)^2 \text{ m}^2$
 - d) $3(x+1)^2 \text{ m}^2$
- 12.** Una compañía de telecomunicaciones debe interconectar sus puntos (antenas) de transmisión, teniendo en cuenta que siempre estarán conectados dos puntos, ¿Cuántas antenas harán falta para obtener una red con 276 interconexiones?
- a) 34 antenas
 - b) 28 antenas
 - c) 26 antenas
 - d) 24 antenas

IV. FUNCIONES CUADRÁTICAS.

- 13.** La cantidad de huabas que produce por cada árbol en una hectárea tiene relación con el número de árboles sembrados. Si se sembraran X árboles de huabas en una hectárea, habrá una producción de $1200 - 12X$ huabas. ¿Qué cantidad de plantas

de huabas se deben sembrar en una hectárea para lograr la producción máxima?
¿Encuentre el máximo producido?

- a) 50 plantas de huabas; 30000 huabas como máximo.
- b) 50 plantas de huabas; 40000 huabas como máximo.
- c) 60 plantas de huabas; 30000 huabas como máximo.
- d) 60 plantas de huabas; 40000 huabas como máximo.

14. Los estudiantes del tercer grado de la IE Sagrado Corazón planean ir de paseo en la época primaveral del año 2025. Una agencia de transportes cobra S/. 65.00 por cada estudiante si viajan 35 de ellos, sin embargo, si viajan más de 35, les disminuye S/. 1.00 por estudiante adicional. También se menciona que el máximo de estudiantes a viajar no debe superar los 60 y no se realizará el paseo si se disponen a viajar menos de 35. ¿Qué cantidad de estudiantes deben viajar para que la agencia de transportes obtenga el mejor beneficio?

- a) 20 b) 30 c) 40 d) 50

15. En una competencia de basquetbol Inter escolar, Dareel arrojó la pelota, la que se deslizó en el aire con destino a la cesta e hizo una trayectoria parabólica expresada con la función $Y = -0,06X^2 + 0,9X$. siendo que “Y” indica la altura (en metros) de la pelota cuando se ubica a X metros de longitud horizontal desde el lugar de lanzamiento, ¿cuál sería el alcance horizontal y cuál será la altura máxima alcanzada respectivamente?

- a) 7.0 y 3.380 m b) 7.0 y 3.375 m c) 7.5 y 3.375 m d) 7.5 y 3.380 m

16. La pequeña empresa D&D realiza impresiones en 3D de figuras geométricas educativas. Su utilidad semanal está determinada por la función: $f(x) = -2x^2 + 60x - 250$, x representa la cantidad de figuras geométricas vendidas. ¿Cuántas figuras geométricas debe vender de tal manera que alcance la utilidad mayor? ¿Cuál sería la máxima utilidad?

- a) 25 figuras geométricas; 220.
- b) 25 figuras geométricas; 200.
- c) 15 figuras geométricas; 220.
- d) 15 figuras geométricas; 200.

ANEXO 2

FICHA TECNICA DESCRIPTIVA PARA EVALUAR LA PRUEBA DE MATEMÁTICA DIRIGIDO A DOCENTES DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA DEL DISTRITO DE JAÉN

La presente prueba de matemática, está organizada en cuatro dimensiones: Progresiones aritméticas y geométricas, Sistema de ecuaciones lineales. Inecuaciones. Sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, Ecuaciones cuadráticas y Funciones cuadráticas. Cada dimensión tiene cuatro preguntas, las que se califican de la siguiente manera.

DIMENSIÓN I:

PROGRESIONES: ARITMÉTICAS Y GEOMÉTRICAS.

1. En un escenario de presentación de artistas de orquestas se han colocado filas de sillas con distancias, como se indica a continuación: fila primera a 6,5 m del estrado; fila segunda: 7,25 m; fila tercera: 8 m y la fila cuarta: 8,75 m. ¿Cuál será la distancia desde el estrado hasta la quinta y sexta fila respectivamente?

a) 3 b) 4 c) 1 d) 2

- La alternativa “c” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “d” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “a” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “b” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

2. Querolo es un Coordinador de Innovación en una IE que desea adquirir una impresora 3D para implementar un pequeño negocio. Al averiguar el precio de la impresora es de \$. 4300.00. Él se ha enterado que el precio disminuye en 6% en los primeros 6 meses y el 12% en los 6 meses siguientes y así en cada 6 meses más. Querolo va esperar para adquirir la impresora porque sólo cuenta con \$. 3000.00 dólares. ¿Después de cuantos meses transcurridos podrá comprar la impresora 3D?

a) 4 b) 3 c) 2 d) 1

- La alternativa “d” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “b” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “a” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

3. Se desea calcular cuántos antepasados posibles existieron en la décimo primera generación anterior al rey David, del pueblo de Israel, teniendo en cuenta que David tuvo 2 padres y 4 abuelos, también 8 bisabuelos y así de manera sucesiva. Se le asigna a usted encontrar el resultado.

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

- La alternativa “a” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “d” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.
4. Darení decidió realizar un mirador que sea atractivo para los turistas visitantes. Para ello debe hacer una maqueta de un mirador piramidal de cuatro niveles de forma cuadrada teniendo en cuenta que cada nivel tendrá una superficie del cuádruple veces mayor que el nivel superior inmediato.
- Diseña un dibujo ten en cuenta la proporcionalidad entre las dimensiones de sus lados y que sea elaborada desde una vista superior o de arriba.
- Si el mirador base tiene 320 metros de lado. ¿Cuál será la longitud del mirador de cada nivel? ¿Y el área?

a) 2 b) 1 c) 4 d) 3

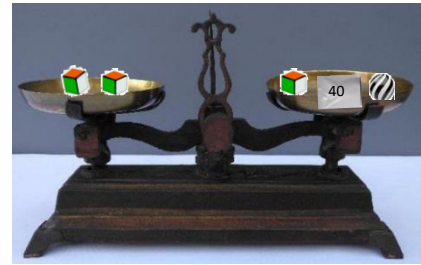
- La alternativa “b” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “a” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “d” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

DIMENSION II:

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES. INECUACIONES. SISTEMA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

5. Las balanzas de la figura, muestran esferas de masas iguales y cubos de iguales masas. Plantea la ecuación que representa cada balanza en su respectivo equilibrio y encuentra de una esfera su masa así también, de un cubo. La masa de una esfera y de un cubo respectivamente es:

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 3



- La alternativa “a” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “d” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.
6. La familia Cuatro D van al cine durante el año una vez por trimestre, en uno de los días del primer trimestre pagó S/. 49.00 por un niño y dos adultos; otro día, del segundo trimestre pagó S/. 57.00 por tres niños y un adulto. ¿Verifique si los enunciados son compatibles en las desigualdades? ¿Cuál será el pago realizado por la entrada de adulto y la entrada de niño?
- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1
- La alternativa “d” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “a” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.
7. Nenit vende pescado y tiene en stop 10 kg de trucha, 12 kg de tilapia y 14 kg de paco, y registra sus ventas de la siguiente manera: 4 kg de trucha, 5 kg de tilapia y 8 kg de paco. Cabe aclarar que, el kg de trucha lo vende a “x” soles, el kg de tilapia lo vende a “y” soles y el kg de paco lo vende a “z” soles. Nenit quiere saber cuál es monto en soles que obtendrá al vender el pescado que le queda después de sus ventas realizadas hoy. Ayúdele a Nenit a calcular el monto.
- a) 3 b) 1 c) 2 d) 4
- La alternativa “b” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “a” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “d” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

8. Un mototaxi pesa 390 kg. La diferencia del mototaxi vacío y el peso que transporte, debe ser mayor o igual a 150 kg. Si va a trasladar cuatro fardos de telas que pesan iguales. ¿Cuál debe ser el peso máximo de cada fardo para que pueda trasladarlos en el mototaxi?

a) 2 b) 1 c) 3 d) 4

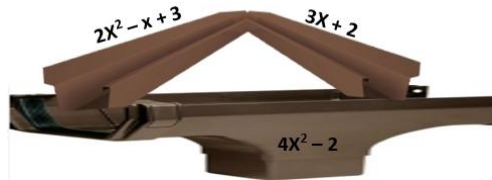
- La alternativa “b” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “a” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “d” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

DIMENSION III:

ECUACIONES CUADRÁTICAS.

9. Jacob quiere instalar receptores del agua alrededor de un techo como se ve en la imagen adjunta. Si la cantidad de canaletas que se han proveído está contenida en una expresión algebraica como $(7x^2+9)$ m, ¿Cuántos metros de canaleta le sobrará?

a) 4
b) 2
c) 3
d) 1



- La alternativa “d” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “a” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.
10. En el centro ecoturístico “Natural Balch”, se desea diseñar tickets para la venta de entradas al paseo arqueológico antediluviano por lo que el gerente, consciente en que las medidas del ticket tengan un área de 28 cm^2 y que el largo sea 3 cm más que el ancho. ¿qué dimensiones debería tener el ticke para que ambas condiciones se cumplan?, ¿Qué tipo de ecuación ayudará a resolver esta situación? ¿Cuál es la gráfica en el diagrama cartesiano?, ¿Cómo se aplica la tabulación en este ejercicio?
- a) 2 b) 4 c) 1 d) 3

- La alternativa “c” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “a” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “d” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.
- 11.** Existe un terreno rectangular para la siembra de babaco, y su lado menos extenso mide $(x-1)$ m. Pero, el lado más extenso es el doble del lado menos extenso. Encuentra la expresión que determinará el área del terreno.
- a) 2 b) 4 c) 3 d) 1
- La alternativa “d” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “a” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.
- 12.** Una compañía de telecomunicaciones debe interconectar sus puntos (antenas) de transmisión, teniendo en cuenta que siempre estarán conectados dos puntos, ¿Cuántas antenas harán falta para obtener una red con 276 interconexiones?
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4
- La alternativa “a” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
 - La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
 - La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
 - La alternativa “d” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

DIMENSION IV:

FUNCIONES CUADRÁTICAS.

- 13.** La cantidad de huabas que produce por cada árbol en una hectárea tiene relación con el número de árboles sembrados. Si se sembraran X árboles de huabas en una hectárea, habrá una producción de $1200 - 12X$ huabas. ¿Qué cantidad de plantas de huabas se deben sembrar en una hectárea para lograr la producción máxima? ¿Encuentre el máximo producido?
- a) 4 b) 3 c) 2 d) 1

- La alternativa “d” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “b” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “a” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

14. Los estudiantes del tercer grado de la IE Sagrado Corazón planean ir de paseo en la época primaveral del año 2025. Una agencia de transportes cobra S/. 65.00 por cada estudiante si viajan 35 de ellos, sin embargo, si viajan más de 35, les disminuye S/. 1.00 por estudiante adicional. También se menciona que el máximo de estudiantes a viajar no debe superar los 60 y no se realizará el paseo si se disponen a viajar menos de 35. ¿Qué cantidad de estudiantes deben viajar para que la agencia de transportes obtenga el mejor beneficio?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

- La alternativa “a” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “d” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

15. En una competencia de basquetbol Inter escolar, Dareel arrojó la pelota, la que se deslizó en el aire con destino a la cesta e hizo una trayectoria parabólica expresada con la función $Y = -0,06X^2 + 0,9X$. siendo que “Y” indica la altura (en metros) de la pelota cuando se ubica a X metros de longitud horizontal desde el lugar de lanzamiento, ¿cuál sería el alcance horizontal y cuál será la altura máxima alcanzada respectivamente?

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 3

- La alternativa “a” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “d” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.

16. La pequeña empresa D&D realiza impresiones en 3D de figuras geométricas educativas. Su utilidad semanal está determinada por la función: $f(x) = -2x^2 + 60x - 250$, x representa la cantidad de figuras geométricas vendidas. ¿Cuántas figuras geométricas debe vender de tal manera que alcance la utilidad mayor? ¿Cuál sería la máxima utilidad?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

- La alternativa “a” tiene el valor de 1 por ser la más alejada de la respuesta correcta.
- La alternativa “b” tiene el valor de 2 por ser distante a la respuesta correcta.
- La alternativa “c” tiene el valor de 3 por ser cercana a la respuesta correcta.
- La alternativa “d” tiene el valor de 4 por ser la respuesta correcta.