



UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES
Y EDUCACIÓN



UNIDAD DE POST GRADO
PROGRAMA DE DOCTORADO

MODELO DIDÁCTICO, BASADO EN LA
TEORÍA DE VYGOTSKY, PARA
DESARROLLAR EL PENSAMIENTO
MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE TERCER
GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA “SAN JOSÉ” DE
CHICLAYO

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Autor:

M.Sc. Edgar Daniel Alarcón Díaz

Asesor:

Dr. Jorge Ordemar Rico

Lambayeque – Perú
2018

MODELO DIDÁCTICO, BASADO EN LA TEORÍA DE VYGOTSKY, PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE TERCER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO

PRESENTADA POR:

M.Sc. EDGAR DANIEL ALARCON DÍAZ

AUTOR

DR. JORGE ORDEMAR RICO

ASESOR

APROBADO POR:

DR. JORGE CASTRO KIKUCHI

PRESIDENTE DEL JURADO

DR. PERCY MORANTE GAMARRA

SECRETARIO DEL JURADO

DRA. LAURA ALTAMIRANO DELGADO

VOCAL DEL JURADO

Lambayeque – Perú

2018

DEDICATORIA

A mí amada familia:

Mis hijos, Ángel Daniel y Edgar Iván y mi esposa, Lourdes
yvón por su incondicional apoyo

A mí queridos padres:

Juan Alarcón Santacruz y Delicia Díaz Ordoñez, por su apoyo
moral

TABLA DE CONTENIDOS

*Índice	Pág.
*Resumen	4
*Abstract	8
*Introducción	9
	11

CAPÍTULO I

ETAPA FACTO-PERCEPTIBLE DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO

1.1. Descripción contextual de las insuficiencias en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado - sección “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo	16
1.2. Tendencias históricas del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria	21
1.3. Caracterización gnoseológica de desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo	24
1.4. Características actuales del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas en tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo	32

CAPÍTULO II

ETAPA DE LA ELABORACIÓN DEL MODELO DIDÁCTICO, BASADO EN LA TEORÍA DE VYGOTSKY, PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NAACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO. 72

2.1. Referentes teóricos del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo 72

2.2. Relaciones y funciones del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo 101

*Conclusiones

CAPÍTULO III

SIGNIFICATIVIDAD PRACTICA DEL MODELO DIDÁCTICO , BASADO EN LA TEORIA DE VYGOSKY, PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO Y ANALISIS DE RESULTADOS	118
--	-----

3.1. Descripción de los componentes del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado – sección P de Educación secundaria de la Institución Educativa de “Colegio Nacional de San José”	120
--	-----

3.2. Recomendaciones metodológicas para la aplicación del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado P de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo	133
---	-----

3.2. Análisis de los resultados	137
---------------------------------	-----

*Conclusiones

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

*CONCLUSIONES	151
---------------	-----

*RECOMENDACIONES	152
------------------	-----

*BIBLIOGRAFIA	153
---------------	-----

*ANEXOS	160
---------	-----

RESUMEN

El presente trabajo de investigación sistematiza en su contenido la propuesta de un Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo, considerando que al realizar el correspondiente análisis de la problemática se constató que, en efecto existe un insuficiente desarrollo del pensamiento matemático de dichos estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria del Plantel, que limita el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Ante el problema se ha trazado como objetivo principal, precisamente, desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo, que fundamentado en la teoría de Vygotsky y a partir de la contrastación de la hipótesis esperamos lograr un aporte teórico a fin de coadyuvar a la solución de la problemática existente, no sólo en la Institución Educativa de “Colegio nacional de San José”, sino en todas las Instituciones Educativas del país

PALABRAS CLAVES: Pensamiento matemático, mediación, didáctica, modelo, actividad, sistema, zona de desarrollo próximo, resolución de problemas, aprendizaje colaborativo, acciones, operaciones

ABSTRACT

The present research work systematizes in its content the proposal of a Didactic Model, based on the theory of Vygotsky, to develop the mathematical thought of the students of Third Degree "P" of Secondary Education of the Educational Institution "San José" of Chiclayo , considering that when performing the corresponding analysis of the problem it was found that, in fact, there is insufficient development of the mathematical thinking of these students of the Third Degree "P" of Secondary Education of the School, which limits the development of the teaching-learning process of the solving mathematical problems. Faced with the problem has been designed as the main objective, precisely develop the mathematical thinking of students Third Degree "P" Secondary Education Educational Institution "San Jose" of Chiclayo, which based on the theory of Vygotsky and from the test of the hypothesis we hope to achieve a theoretical contribution in order to contribute to the solution of the existing problem, not only in the Educational Institution of "San José", but in all the Educational Institutions of the country

KEY WORDS: Mathematical thinking, mediation, didactics, model, activity, system, zone of proximal development, problem solving, collaborative learning, actions, operations

GENERAL

INTRODUCCION

INTRODUCCIÓN GENERAL

La sociedad mundial se encuentra en medio de una profunda transformación que está alumbrando nuevas formas de organización social, política, económica, cultural y esencialmente educativa que constituye el signo de la época y la propiedad más importante de este mundo

Es cambios vertiginosos de la sociedad mundial influenciados por el fenómeno de la globalización y la dinámica de la llamada sociedad de la información se reflejan en el campo educativo; toda vez que “los cambios profundos en la economía, la sociedad y el conocimiento crean un nuevo contexto, en el que la educación se enfrenta a nuevos retos” (Tedesco, 2003)

Todo ello repercute en América Latina y en el Perú, puesto que, en efecto, la brecha de la pobreza y la miseria se ha acentuado ocasionando crisis, en todos los aspectos, en las organizaciones y en las familias, y sobre todo en la educación, y específicamente en el desarrollo del pensamiento matemático

La educación matemática proporciona al hombre instrumentos para explorar la realidad, representarla y explicarla” (Vásquez, 2002) Esta ha sufrido cambios profundos en los últimos 30 años, en donde la búsqueda de nuevos enfoques de enseñanza aprendizaje ha sido la preocupación más importante. Así lo indica el análisis histórico de la enseñanza de esta ciencia, toda vez que ya en los años sesentas y setentas se planteaba como prioridad las estructuras del algebra. En los noventas y fin de siglo XX se

precisa a la resolución de problemas como la esencia de la enseñanza de la matemática. Actualmente desde la perspectiva de que “enseñar matemática debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas” (Santalo, 1985) se está enseñando matemática dentro de un enfoque basado en problemas. No obstante, surgen algunas dificultades en la aplicación práctica de la resolución de problemas toda vez de los estudiantes precisan de desarrollar su pensamiento. “Mediante la resolución de problemas los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea” (Fernández, 2000)

En la Institución educativa “San José” los estudiantes de tercer grado “P” presentan ciertas insuficiencias en su desarrollo del pensamiento matemático, evidenciándose en las limitaciones que tienen para plantear modelos, organizar datos, reconocer la pertinencia de conceptos, expresar relaciones, representar gráficamente objetos matemáticos, emplear procedimientos y conceptos, hallar y determinar medidas, aplicar propiedades, teoremas y axiomas, justificar y plantear conjeturas al resolver problemas matemáticos.

En este contexto el problema de la investigación se formula de la siguiente manera: ¿Existe necesidad de desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “San José” de Chiclayo?

De lo expuesto se desprende que, el problema planteado en la presente investigación requiere especial atención e inmediata solución, en la

perspectiva de que el desarrollo de pensamiento matemático contribuya a un eficiente y eficaz desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas en estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo

El **objeto de estudio** del presente trabajo de investigación está dado por el El desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo

Por lo tanto existe la necesidad imperiosa de trabajar decididamente para cambiar la forma de cómo se enseña la resolución de problemas matemática en educación secundaria, siendo el objetivo general de la investigación: Desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de la provincia de Chiclayo, región de Lambayeque

El campo de acción fue el desarrollo del pensamiento matemático en la resolución de problemas, en tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo

En la perspectiva de contribuir a la posible solución del problema se planteó la siguiente hipótesis: Si se aplica un modelo didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, entonces se desarrolla el pensamiento

matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundario de Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de la provincia de Chiclayo, región de Lambayeque

En armonía con **el objeto y la hipótesis en la etapa factible perceptible** de la investigación se llevó a cabo las siguientes tareas: análisis histórico de las tendencias históricas del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria, caracterización gnoseológica y caracterización actual de desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo; estructuración del Modelo Didáctico, descripción del Modelo Didáctico y aplicación del Modelo Didáctico

Esperamos lograr como aporte teórico, a partir de la contrastación de la hipótesis, la aplicación de un Modelo Didáctico para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo constituirá la significación práctica de la investigación.

El presente trabajo de investigación se ha estructurado en tres capítulos.

En el primero se realiza el análisis histórico tendencial del pensamiento matemático y la resolución de problemas en educación secundaria; asimismo se caracteriza gnoseológicamente el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado "P" de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Colegio Nacional de San José" de Chiclayo; de igual modo se realiza la caracterización actual del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas en tercer grado "P" de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Colegio Nacional de San José" de Chiclayo

En el segundo capítulo se aborda los referentes teóricos, las relaciones y funciones del Modelo Didáctico para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado "P" Educación Secundaria de la Institución Educativa "Colegio Nacional de San José" de Chiclayo

En el tercer capítulo se presenta la propuesta del Modelo Didáctico, las recomendaciones metodológicas para su aplicación y el análisis de los resultados.

Finalmente se registran las conclusiones y recomendaciones, la bibliografía y los anexos correspondientes.

El Modelo Didáctico estructurado se puede aplicar en cualquier Institución Educativa de Educación Básica Regular del País.

CAPITULO I

**ETAPA FACTO-PERCEPTIBLE
DEL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE
LOS ESTUDIANTES DE TERCER
GRADO “P” DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA
“COLEGIO NACIONAL DE SAN
JOSÉ” DE CHICLAYO**

I. ETAPA FACTO-PERCEPTIBLE DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO

Introducción

En el presente capítulo se describe contextualmente las insuficiencias en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo, se analiza las tendencias históricas del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria, asimismo se caracteriza gnoseológicamente, actualmente, el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo

1.1. Descripción contextual de las insuficiencias en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado - sección “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo

El presente Trabajo de Investigación se ha desarrollado en el Colegio Nacional de “Colegio nacional de San José”, que está ubicado en la Av. Elvira García y García N° 285 de la ciudad de Chiclayo, región Lambayeque. Es un Centro Educativo Sesquicentenario, Emblemático y Patrimonio de la cultura lambayecana y ostenta una extraordinaria firmeza histórica. Fue creado por Decreto Supremo N° 118 del año 1826

expedido por el General Andrés Santa Cruz, entonces, Presidente de la República, que disponía la aprobación de un Colegio de Ciencias y Artes en el departamento de Lambayeque, pero esta iniciativa no se concretizó por la crisis política en que vivía el país.

Posteriormente, el 22 de diciembre de 1832, el Congreso de la República, ante la exigencia de los ciudadanos chiclayanos expide una Resolución Suprema, mediante la cual se dispone la creación del Colegio de Ciencias y Artes, en la Villa de Chiclayo y veinticinco días después, un 11 de enero de 1833, el Mariscal Agustín Gamarra, Presidente del Perú puso “el cúmplase”; empero tampoco se hizo realidad esta disposición.

La perseverancia de los chiclayanos, no obstante la adversidad política de aquellos tiempos, permitió que se cristalizara el anhelo tan esperado y el 11 de mayo de 1859, mediante Resolución Suprema, el gobierno del Mariscal don Ramón Castilla y Marquesado autoriza la apertura del Colegio de Ciencias y Artes de Chiclayo, hecho que llenó de júbilo, entusiasmo y optimismo a toda la colectividad chiclayana. Es así que comienza a funcionar oficial y solemnemente, un 24 de setiembre de 1859, siendo el primer Director, el Dr. Clemente Peralta, quien luego de tomar posesión del cargo empezó el proceso de matrícula. En 1859 fueron 20 alumnos los que iniciaron el año escolar, siendo el primero en matricularse don Andrés Rivera, hijo natural de Chiclayo.

El primer local del Colegio Nacional de “San José” fue el antiguo convento de San Francisco ubicado en lo que hoy es la calle San José N° 753, el mismo que durante la incursión de los chilenos en la ciudad fue invadido y tomado como cuartel general teniendo que suspenderse las clases, perdiéndose el año escolar. Cuando los chilenos abandonaron la ciudad dejaron al Colegio en ruinas habiendo destruido la infraestructura y quemado el mobiliario y archivo. Como consecuencia de estos atropellos, el Colegio dejó de funcionar por espacio de varios años, siendo necesaria la colaboración de autoridades, personas notables y colectividad en general y en base a donaciones, refaccionar el local, logrando implementarlo en totalidad. Reapertura las labores educativas en 1868 bajo la dirección del destacado pedagogo Francisco Tagle (Araujo, A., 1959)

El Colegio Nacional de “San José” cuenta, a la fecha, con 152 de años de gloria y que, a pesar, de las limitaciones y problemas los logros han sido muy gravitantes en el desarrollo, del mismo

El Colegio Nacional de “San José”, en la actualidad tiene 02 Niveles Educativos: Nivel Primario y Nivel Secundario de Menores y Modalidad de Adultos. El Nivel Primario de Menores atiende los 06 Grados de estudios, del Primero al Sexto, a un total de 1354 estudiantes distribuidos en 45 secciones. El Nivel Secundario de Menores, a 3500 estudiantes ubicados en 89 secciones, en los 05 Grados de Estudios. La Modalidad de Adultos atiende a 30 estudiantes en Primaria, en 01 sección y en

Secundaria, a 100 estudiantes en 08 secciones. La Plana Directiva está conformada por el Director y 05 Subdirectores. La Plana Jerárquica, por 01 Coordinador de Actividades y 02 Coordinadores de Tutoría. La Plana Docente, por 240 profesores: 54 en el Nivel Primario, todos ellos nombrados; en el Nivel Secundario, 186 maestros, de los cuales 180 son nombrados y en la Modalidad de Adultos 12 docentes, todos nombrados. Cuenta además con 20 Auxiliares de Educación. El Personal Administrativo se constituye en un número de 39, de ellos 36 son nombrados. El Colegio Nacional de “San José” es cuna de ilustres personajes, unos que ofrendaron la vida en defensa de la soberanía de la patria, como el Capitán FAP José Abelardo Quiñones Gonzáles y otros que han sobresalido y sobresalen en el desempeño de la función pública y privada.

El Colegio Nacional de “San José” cuenta con fortalezas que le permiten continuar trabajando para cumplir con la misión y lograr la visión, es decir ser “Un moderno Complejo Educativo científico, humanístico y tecnológico cuyos egresados logren un desarrollo integral que les permita insertarse con éxito en el mercado laboral, en instituciones de estudios superiores y en la comunidad regional y nacional para promover la transformación social del país”; en este contexto se precisa que la infraestructura cuente con instalaciones muy modernas; además posee 09 ambientes ubicados en la cuadra 8 de la calle Vicente de la Vega, que son alquilados a terceros, el ex convento San Francisco, 04 hectáreas de terreno que sirven para el

cultivo de arroz. También son parte de la propiedad, los ambientes ocupados por el Instituto Superior Tecnológico “República Federal de Alemania”, las instalaciones del CEO “Chiclayo”, de la Institución Educativa de Inicial N° 030 y aquellas ocupadas por la Dirección Regional de Educación. Es más, laboran aquí buenos profesionales lo cual, a partir del trabajo en las aulas sanjosefinas, contribuyen a que el mayor porcentaje de los egresados ingresen a Centros de Educación Superior a nivel nacional. El Colegio Nacional de “San José” desde la creación e inauguración hasta la fecha ha obtenido logros extraordinarios en lo académico, deportivo, artístico, certámenes de Banda de Música, Desfile Escolar, entre otros; que ni el tiempo ni el olvido de quienes hoy se han convertido en potencial amenaza y/o debilidad, que tratan de oscurecer el prestigio con actitudes que han conducido, eventualmente, a posiciones encontradas y a menoscabar las relaciones interpersonales y propiciar, circunstancialmente, un clima institucional inadecuado; osarán disminuirlo, porque el “San José” es Antorcha Sagrada del Saber que proyecta desde siempre ese privilegio de brillantez y luz propia. “San José” es inmortal, centenario, glorioso y emblemático desde AYER, HOY Y SIEMPRE.

La Institución Educativa Colegio nacional de “San José” de Chiclayo, en lo que respecta al nivel secundario de menores, funciona en la mañana y en la tarde. Los estudiantes de los últimos grados; quinto, cuarto y parte de tercer grado, vienen en la mañana, de 7:10 a.m. hasta 12:45 p.m., y los

primeros grados; primero, segundo y parte de tercer grado, vienen en la tarde, de 1:00 p.m. hasta las 6:30 p.m.

En este año escolar 2018, los estudiantes de tercer grado de educación secundaria, de las primeras secciones, desde la A hasta la O, estudian en la mañana, y los de las secciones, P hasta la T, estudian en la tarde.

Los estudiantes de tercer grado "P" estudian en el turno tarde, son 23 en total, cuyas edades fluctúan entre 13 y 14 años. Estos estudiantes vienen de diferentes lugares de la región Lambayeque y pertenecen, en mayoría, a familias de clase social baja

1.2. Tendencias históricas del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas matemáticos en educación secundaria

La educación matemática ha sufrido cambios profundos en los últimos 30 años, en donde la búsqueda de nuevos enfoques de enseñanza aprendizaje ha sido la preocupación más importante.

En los años sesenta se planteaba como prioridad las estructuras del álgebra, en contraposición a los aspectos operativos y manipulativos; aquello condujo de forma natural al énfasis en la fundamentación a través de las nociones iniciales de la teoría de conjuntos y el cultivo del álgebra. No obstante la geometría elemental y la intuición espacial sufrieron un gran detrimento.

En los años setenta se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Con la constitución de la geometría por el álgebra, la matemática elemental disminuyó rápidamente en contenidos y en problemas. La carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la geometría de los

programas. Los inconvenientes surgidos con la llamada “matemática moderna” superaron las ventajas que se había pensado conseguir, como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, entre otros.

En los años ochenta el NCTM, en la Agenda For Acción: Recommendations For School Mathematics of the 1980s, da ocho recomendaciones acerca de la enseñanza de la matemática, que resumen los objetivos y prioridades que este colectivo tiene en relación con esto. La primera de ellas señala: la resolución de problemas debe ser el principal objetivo de la enseñanza de la matemática. Al año siguiente publicó un informe titulado priorities in school Mathematics, acerca de las opiniones sobre el cambio curricular. En él se recoge el nivel de aceptación de las recomendaciones dadas el año anterior, y en particular acerca del significado que pudiera tener la resolución de problemas. Así se señala el clima creado para la implementación de la primera recomendación parece ser altamente favorable.

En los noventa y fin de siglo XX se precisa a la resolución de problemas como la esencia de la enseñanza de la matemática.

La educación matemática peruana no estuvo exenta de esta problemática.

En los setenta presentaba insuficiencias cualitativas y cuantitativas. En esta década, para los colegios fue un aporte significativo y valioso el que dio la enseñanza secundaria a través de los cursos de verano para profesores de matemática. La enseñanza de la matemática estuvo dirigida a la adquisición de conocimientos, actitudes y habilidades que permitan llegar a la abstracción, a través de actividades senso-motrices, perceptivas, lógicas, numéricas y espaciales bajo la perspectiva piagetiana; así como, al logro de habilidades como observar, analizar, criticar, intuir, generalizar, predecir y crear, favoreciendo el desarrollo de la capacidad de

razonamiento y creatividad, a partir de la exploración, manipulación y descubrimiento constante, bajo los principios de la enseñanza de la matemática, como son: de construcción, lúdico, dinámico, de variabilidad perceptiva. En los años 1980 – 1985, la resolución de problemas matemáticos es considerada como área dentro del programa curricular, sin embargo no es considerada dentro de los objetivos, actividades y contenidos de la asignatura de matemática. En el año 1988, la matemática fue considerada como la ciencia que contribuye a la formación del ser humano, coadyuvando al desarrollo de las facultades cognoscitivas, afectivas, físicas, y muy especialmente, al desarrollo del pensamiento reflexivo y creativo. En este sentido, la matemática tuvo carácter formativo, instrumental y práctico, empleando para el aprendizaje métodos de descubrimiento que promovían el desarrollo de actividades senso-motrices, perceptivas y lógicas. En la década del 90, la enseñanza de la matemática estaba dirigido a lograr la habilidad de resolución de problemas. La enseñanza de la matemática, en educación secundaria, contribuye a la formación integral de púberes y adolescentes desde los aspectos cognitivo, convencional, instrumental, estético, lúdico, ético y cultural. Tiene un carácter formativo e instrumental, permite que el estudiante se enfrente a situaciones problemáticas, vinculadas a un contexto real, con actitud crítica. Actualmente se enseña matemática dentro de un enfoque basado en problemas. No obstante, surgen algunas dificultades en la aplicación práctica de la resolución de problemas toda vez que los estudiantes

precisan desarrollar el pensamiento. A esto se suma los informes PISA, dándole el último puesto en matemática. Pese a los intentos del Ministerio de Educación por superar esta situación en las distintas regiones del país, Lambayeque, en el año 2016, en matemática, cuenta con el 11,2% de estudiantes en el nivel satisfactorio y el 71,9% de estudiantes ubicados en los niveles Previo al Inicio y En Inicio.

Ahora si observamos los resultados en matemática, en los últimos tres años, en la Institución educativa “San José”, se puede precisar que sólo el 3,25%, 2,4% y 2,5% de los estudiantes se ubican en el nivel satisfactorio respectivamente.

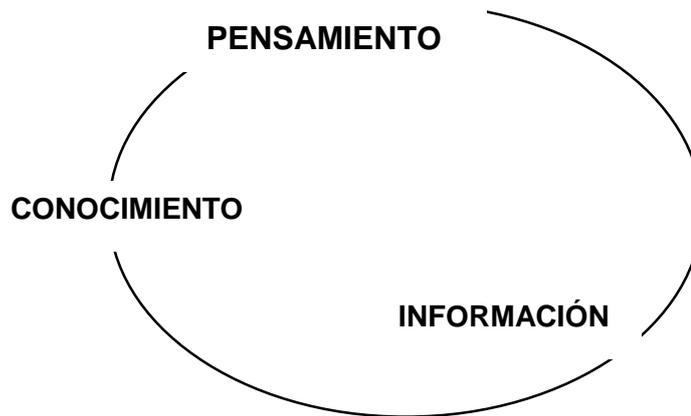
1.3. Caracterización gnoseológica de desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo.

El pensamiento es una facultad humana que emerge, desarrolla y evoluciona. Este tiene base en el conocimiento; vale decir, cuando el hombre refleja la realidad objetiva, está explicitando el conocimiento, pero este conocimiento necesita ser reproducido en el pensamiento. A medida que el ser humano va produciendo nuevos saberes desarrolla el pensamiento.

El pensamiento del hombre está condicionado por los paradigmas con los cuales se interpretan la realidad. Desde los paradigmas clásicos que

muestran una realidad fragmentada, controlada, simplificada, de la cual podemos generalizar y predecir con mucha facilidad; hasta aquel que da a entender una realidad compleja, impredecible, caótica, extraordinaria y hasta mágica, donde el azar y la incertidumbre juegan un rol preponderante. En esta última, podemos citar al mundo cuántico, que es una realidad microscópica, donde las partículas subatómicas son capaces de comportarse como onda y como partícula, pudiendo entrelazarse y superponerse. Estos conocimientos sobre el comportamiento de la partículas sub atómicas ya están generando aplicaciones muy significativas en el mundo informático, físico y cibernético actual, con grandes proyecciones a futuro. Muestra de ello podemos citar a los laser, el efecto fotoeléctrico, la energía nuclear, microondas, lectores de DVD, los ordenadores con 12 cubits, entre otros.

Llegamos a este punto con la conciencia de que se genera información, para producir conocimiento, necesario para desarrollar el pensamiento. Vale decir, la información, el conocimiento y el pensamiento forman una triada indisoluble. Lo que quiere decir que no hay desarrollo del pensamiento sin producción de conocimiento, y no hay producción de conocimiento sin generación de información. No obstante, cuando tratamos sobre el pensamiento, debemos hacer la distinción entre los diferentes tipos de pensamiento existentes: sistémico, holístico, crítico, dialéctico, creativo, lógico y complejo.



El universo, el planeta tierra, el ser humano, las empresas, las organizaciones, la planta y todo lo que existe son sistemas, en fin, vivimos en un mundo de sistemas. Pero, ¿Qué se entiende por sistema?, un sistema “es un conjunto de partes que interactúan para formar un todo” (Carra, s.f. p.1). Para entender cómo funcionan estos sistemas, hasta el mismo universo, necesitamos desarrollar un pensamiento sistémico.

El pensamiento sistémico es la actividad realizada por la mente con el fin de comprender el funcionamiento de un sistema y resolver el problema que presenten las propiedades emergentes. “El pensamiento sistémico es aprender a pensar en términos de sistema dinámico en lugar de hacerlo como eventos aislados” (Carra, s.f. p.3), es una forma de pensamiento holístico que contempla el todo y las partes, así como las conexiones entre éstas.

La holística alude a la tendencia que permite entender los eventos desde el punto de vista de las múltiples interacciones que los caracterizan; corresponde a una actitud integradora como también a una teoría explicativa que orienta hacia una comprensión contextual

de los procesos, de los protagonistas y de los contextos. La holística se refiere a la manera de ver las cosas enteras, en totalidad, en conjunto, en complejidad, pues de esta forma se pueden apreciar interacciones, particularidades y procesos que por lo regular no se perciben si se estudian los aspectos que conforman el todo, por separado. (Barrera Morales, s.f., p.1)

El pensamiento holístico, es pues, el que percibe las cosas como un todo, en un inicio, para, en un segundo plano, ocuparse de la interacción de las partes, regresando, luego, al todo. Para tal efecto, precisa de una dosis de creatividad.

Todos los seres humanos nacemos con la potencialidad para ser creativos.

“Pensamiento creativo: es aquel que se utiliza en la creación o modificación de algo, introduciendo novedades, es decir, la producción de nuevas ideas para desarrollar o modificar algo existente”. (Revista Digital Universitaria)

Guilford diferencia dos tipos de pensamiento: convergente y divergente. El pensamiento convergente es analítico, deductivo, riguroso, constreñido, formal y crítico. Consiste en la generación de ideas a partir de una información dada y para el que solo existe una respuesta correcta. El pensamiento divergente es sintético, inductivo, expansivo, libre, informal, difuso y creativo, y consiste en la generación de una variedad de ideas o de soluciones a partir de una información dada, todas ellas viables dentro de los límites de libertad que pueden ofrecer el problema

“El pensamiento crítico es ese modo de pensar – sobre cualquier tema, contenido o problema – en el cual el pensante mejora la calidad de su pensamiento al apoderarse de las estructuras inherentes del acto de pensar y al someterlas a estándares intelectuales” (Richard Paul y Linda Elder, s.f, p. 4).

El pensamiento lógico sigue un orden, una secuencia, donde a partir de unas premisas se arriba a la conclusión. El propósito del pensamiento lógico, justamente, es el de llegar a conclusiones.

La dialéctica es entendida como ciencia, pero también como un arte. Cuando definimos a la dialéctica como el arte del discurso hacemos referencia al significado etimológico, y cuando decimos que la dialéctica es una ciencia diremos que estudia el desarrollo del universo y las múltiples determinaciones del movimiento. Para llevar a cabo el estudio de investigación la dialéctica como ciencia se basa en leyes y categorías.

Las leyes que explican el movimiento y el desarrollo de la materia son la ley de la contradicción o ley de la unidad y lucha de contrarios, la ley del desarrollo cuantitativo y los cambios cualitativos y viceversa, y la ley de la negación de la negación; las categorías son: fenómeno y esencia, posibilidad y realidad, contenido y forma, universal y singular, causa y efecto, necesidad y casualidad, necesidad y libertad, lo abstracto y lo concreto, lo lógico y lo histórico. Leyes y categorías son complementarias para dar una explicación específica de las diferentes instancias de la materia, en las múltiples

y variadas manifestaciones del movimiento, en el espacio y el tiempo. Nada ocurre fuera del espacio y del tiempo. (Ordemar Rico, 2008., p.2)

El pensamiento dialéctico es la capacidad para evaluar puntos de vista opuestos para resolver divergencias, atendiendo a las leyes y categorías que explican el movimiento y el desarrollo de la materia. Este pensamiento parece contraponerse al pensamiento lógico, toda vez que los avances científicos demuestran que el pensamiento dialectico está mucho más cerca de los procesos reales de la naturaleza que las abstracciones lineales de la lógica formal, sin embargo, los dos pensamientos se complementan perfectamente.

El análisis del pensamiento complejo lleva al pensamiento de Edgar Morín y la teoría de la complejidad. Para Morín:

La complejidad “es a primera vista un tejido de constituyentes heterogéneos inseparablemente asociados, que presentan la paradójica relación de lo uno y lo múltiple. La complejidad es efectivamente el tejido de eventos, acciones, interacciones, retroacciones, determinaciones, azares, que constituyen nuestro mundo fenoménico. Así es que, la complejidad se presenta con los rasgos perturbadores de la perplejidad, es decir, lo enredado, lo inextricable, el desorden, la ambigüedad y la incertidumbre. (Citado por Ordemar Rico, s.f., p.2)

El pensar complejo reúne a los principios: sistémico u organizacional, hologramático, de retroactividad, de recursividad, autonomía/dependencia, dialógico, de reintroducción del cognoscente en todo conocimiento. Podemos precisar que al pensar en forma compleja estaremos pensando sistémica y dialéctica, crítica, lógica, creativa y holísticamente. No obstante, “en el corazón del paradigma de la complejidad, anida un problema de principio de pensamiento o paradigma, y en el corazón del paradigma de complejidad se presenta el problema de la insuficiencia y de la necesidad de la lógica, del enfrentamiento dialectico o dialógico de la contradicción”. Morín (Citado por Universidad Inca Garcilaso de la Vega, 2005, p.169)

Por lo antedicho y porque la esencia de la naturaleza humana es el pensamiento, que emerge y se desarrolla; debemos entender que el estudiante necesita genera información, para producir conocimiento y desarrollar el pensamiento. Este desarrollo del pensamiento está estrechamente relacionado al contexto sociocultural

El estudiante desarrolla el pensamiento a través de un proceso de interiorización que implica la transformación de fenómenos sociales en fenómenos psicológicos, a través del uso de herramientas y signos; este concepto está estrechamente ligado con el de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), entendido como aquel espacio de interacción en el que se ejecuta una determinada función psicológica antes de ser interiorizada y, por tanto, se es capaz de ejecutar en un plano individual En concreto Vygotsky define este concepto como: [La ZDP es la] distancia entre el nivel de desarrollo

actual del niño, determinado por la resolución independiente de problemas, y el nivel superior de desarrollo intelectual, determinado a través de la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces. (Vygotsky, 1979; citado por Bes, 3006, p73).

El pensamiento matemático es entendido como la facultad que tiene una persona para combinar un conjunto de recursos a fin de lograr un propósito matemático en una situación determinada; este a la vez, comprende el pensamientos aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico; y se desarrolla relacionando habilidades actuales y potenciales; gracias a la mediación del docente, quien a partir de las acciones de planificación, ejecución y evaluación, prevé para que el aprendiz lleve a cabo actividades, acciones y operaciones, interactuando con los pares, utilizando medios y materiales, en un determinado ambiente, respetando reglas y cumpliendo roles

El desarrollo del pensamiento matemático se evidencia cuando el estudiante resuelve problemas matemáticos de aritmética, algebra, geometría, estadística y probabilidad.

Para resolver problemas matemáticos los estudiantes deben movilizar capacidades: matematiza situaciones, comunicar y representar, usa y elabora estrategias, razona y argumenta generando ideas matemáticas; ello coadyuvará a que evidencien un conjunto de

desempeños que permitirá la ubicación en los distintos niveles de logro del desarrollo del pensamiento matemático.

El pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación secundaria de las Institución educativa “San José” de Chiclayo se desarrolla en la resolución de problemas matemáticos de aritmética, algebra, geometría, estadística y probabilidad; generando información, formulando un plan y la solución y comprobando los resultados; que con interacción de sistemas de mediación, permitirá que los estudiantes: Planteen modelos, organicen datos, reconozcan la pertinencia de conceptos, expresen relaciones, representen gráficamente objetos matemáticos, empleen procedimientos y conceptos, hallen y determinen medidas, apliquen propiedades, teoremas y axiomas, justifiquen y planteen conjeturas; para ello deberán matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, usar y elaboran estrategias, razonar y argumentar generando ideas matemáticas

1.4. Características actuales del desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas en tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo

Para presentar la evidencia empírica sobre el problema planteado se aplicó un test de niveles de logro del pensamiento matemático a los estudiantes de tercer grado “P” y “T”

El test de niveles de logro del pensamiento matemático es una prueba validada por el Ministerio de Educación para la Jornada Escolar Completa, la misma que consta de 20 ítems, de los cuales 4 están relacionados al pensamiento estadístico y probabilístico, 7 al pensamiento geométrico, 5 al pensamiento algebraico y 4 pertenecen al pensamiento aritmético.

Estos ítems se han planteados para reconocer desempeños que evidencien el nivel de logro alcanzado en el desarrollo del pensamiento matemático. Tal como se puede observar en el siguiente cuadro:

Pensamiento	Capacidad	Desempeños
Pensamiento aritmético	Matematiza situaciones	Plantea relaciones de proporcionalidad compuesta
	Comunica y representa	Expresa intervalos en las distintas representaciones
	Elabora y usa estrategias	Emplea la regla de tres simple en problemas relacionados con el ITF
	Razona y argumenta	Justifica la densidad entre los números racionales en la recta numérica
Pensamiento algebraico	Matematiza situaciones	Organiza datos que exprese términos y relaciones que permitan expresar la regla de formación de una progresión aritmética

	Comunica y representa	Expresa en forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática
	Elabora y usa estrategias	Elabora representaciones gráficas de $f(x) = ax^2 + bx + c$
		Emplea transformaciones de equivalencia en problemas de inecuaciones
	Razona y argumenta	Justifica los procedimientos de resolución de una ecuación lineal, empleando transformaciones de equivalencia
Pensamiento geométrico	Matematiza situaciones	Reconoce la pertinencia del plano a escala que exprese las relaciones de medidas y posición al plantear y resolver problemas
	Comunica y representa	Grafica la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinan transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano
		Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionado a la congruencia
		Aplica el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en el triángulo rectángulo

	Elabora y usa estrategias	Emplea razones trigonométricas para resolver problemas
		Halla el volumen de cuerpos de revolución empleando unidades convencionales
	Razona y argumenta	Plantea conjeturas respecto a la variación del área
Pensamiento estadístico – probabilístico	Matematiza situaciones	Organiza datos en variables cualitativas y cuantitativas en un modelo basado en gráficos estadísticos
	Comunica y representa	Expresa información presentada en tablas
	Elabora y usa estrategias	Determina la media, mediana y moda al resolver problemas
	Razona y argumenta	Plantea conjeturas relacionados con los resultados de la probabilidad entendida como frecuencia relativa

Los niveles de logro del pensamiento matemático se muestran a continuación:

Previo al inicio (0 – 10)	El estudiante no logró los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio
En inicio (11 – 13)	El estudiante no logró los aprendizajes esperados ni demuestra haber consolidado los aprendizajes del grado anterior. Solo logra realizar tareas poco exigentes respecto de lo que se espera para el grado

En proceso (14 – 16)	El estudiante solo logró parcialmente los aprendizajes esperados, pero demuestra haber consolidado aprendizajes del grado anterior.
Satisfactorio (17 – 20)	El estudiante logró los aprendizajes esperados y está preparado para afrontar nuevos retos

Evidencias del desarrollo del pensamiento aritmético, algebraico, geométrico y estadístico probabilístico de los estudiantes de tercero “P” según PRE TEST

Con el propósito de recoger evidencias del nivel de logro del desarrollo del pensamiento matemático se aplicó un TEST al grupo experimental, tercer grado de educación secundaria – sección “P” de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo; el mismo que proporcionó información sobre los desempeños de los estudiantes de dicho grado y sección. El estado o condición de cada desempeño evidenciado y no evidenciado en los estudiantes de la mencionada sección se presenta en las siguientes 20 tablas:

Tabla N° 01

Plantea relaciones de proporcionalidad compuesta

Condición	Fi	%
Evidenciado	7	30
No evidenciado	16	70
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 16 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **70%**, no logran plantear relaciones de proporcionalidad compuesta; asimismo sólo 7 estudiantes, que representan el 30%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 02

Expresa intervalos en las distintas representaciones

Condición	Fi	%
Evidenciado	0	0
No evidenciado	23	100
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que todos los 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **100%**, no logran expresar intervalos en las distintas representaciones

Tabla N° 03

Emplea la regla de tres simple en problemas relacionados con el ITF

Condición	Fi	%
Evidenciado	6	26
No evidenciado	17	74
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 17 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **74%**, no logran emplear la regla de tres simple en problemas relacionados con el ITF; asimismo, 6 de 23 estudiantes, que representan el 26%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 04

Justifica la densidad entre los números racionales en la recta numérica

Condición	Fi	%
Evidenciado	1	4
No evidenciado	22	96
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 22 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **96%**, no logran justificar la densidad entre los números racionales en la recta numérica; asimismo, 1 de 23 estudiantes, que representan el 4%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 05

Organiza datos que expresen términos y relaciones que permitan expresar la regla de formación de una progresión geométrica

Condición	Fi	%
Evidenciado	3	13
No evidenciado	20	87
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 23 estudiantes de tercer grado "P", que representan el **87%**, no logran organizar datos que expresen términos y relaciones que permitan expresar la regla de formación de una progresión geométrica; asimismo 3 de 23 estudiantes, que representan el 13%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 06

Expresa en forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática

Condición	Fi	%
Evidenciado	2	9
No evidenciado	21	91
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 21 de 23 estudiantes de tercer grado "P", que representa el **91%**, no logran

expresar en forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática; asimismo, 2 de 23 estudiantes, que representan el 9%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 07

Elabora representaciones gráficas de $f(x) = ax^2+bx+c$

Condición	Fi	%
Evidenciado	0	0
No evidenciado	23	100
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que todos los 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representa el **100%**, no logran elaborar representaciones gráficas de $f(x) = ax^2+bx+c$

Tabla N° 08

Emplea transformaciones de equivalencia en problemas de inecuaciones

Condición	Fi	%
Evidenciado	8	35
No evidenciado	15	65
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 15 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **65%**, no logran emplear transformaciones de equivalencia en problemas de inequaciones; asimismo, 6 de 23 estudiantes, que representan el 35%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 09

Justifica procedimientos de resolución de una ecuación lineal, empleando transformaciones de equivalencia

Condición	Fi	%
Evidenciado	7	30
No evidenciado	16	70
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 16 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **70%**, no logran justificar procedimientos de resolución de una ecuación lineal, empleando transformaciones de equivalencia; asimismo 7 de 23 estudiantes, que representan el 30%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 10

Reconoce la pertinencia del plano a escala que exprese las relaciones de medidas y posición al plantear y resolver problemas

Condición	Fi	%
Evidenciado	3	13
No evidenciado	20	87
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 23 estudiantes de tercer grado "P", que representan el 87%, no logran reconocer la pertinencia del plano a escala que exprese las relaciones de medidas y posición al plantear y resolver problemas; asimismo 3 de 23 estudiantes, que representan el 13%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 11

Grafica la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinan transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano

Condición	Fi	%
Evidenciado	5	22
No evidenciado	18	78
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 18 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 78%, no logran graficar la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinan transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano; asimismo, 5 de 23 estudiantes, que representan el 22%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 12

Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionado a la congruencia

Condición	Fi	%
Evidenciado	8	35
No evidenciado	15	65
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 15 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 65%, no logran expresar relaciones y propiedades de los triángulos relacionado a la congruencia; asimismo, 8 de 23 estudiantes, que representan el 35%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 13

Aplica el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en el triángulo rectángulo

Condición	Fi	%
Evidenciado	2	9
No evidenciado	21	91
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 21 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 91%, no logran aplicar el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en el triángulo rectángulo; asimismo, 2 de 23 estudiantes, que representan el 9%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 14

Emplea razones trigonométricas para resolver problemas

Condición	Fi	%
Evidenciado	5	22
No evidenciado	18	78
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 18 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 78%, no logran emplear razones trigonométricas para resolver problemas; asimismo, 5 de 23 estudiantes, que representan el 22%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 15

Halla el volumen de cuerpos de revolución empleando unidades convencionales

Condición	Fi	%
Evidenciado	1	4
No evidenciado	22	96
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 22 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 96%, no logran hallar el volumen de cuerpos de revolución empleando unidades convencionales; asimismo, 1 de 23 estudiantes, que representan el 4%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 16

Plantea conjeturas respecto a la variación del área

Condición	Fi	%
Evidenciado	1	4
No evidenciado	22	96
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 22 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 96%, no logran plantear conjeturas respecto a la variación del área; asimismo, 1 de 23 estudiantes, que representan el 4%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 17

Organiza datos en variables cuantitativas y cualitativas en un modelo basado en gráficos estadísticos

Condición	Fi	%
Evidenciado	2	9
No evidenciado	21	91
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 21 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 91%, no logran organizar datos en variables cuantitativas y cualitativas en un modelo basado en gráficos estadísticos; asimismo, 2 de 23 estudiantes, que representan el 9%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 18

Expresa información presentada en tablas

Condición	Fi	%
Evidenciado	19	83
No evidenciado	4	17
Total	23	100

Fuente: Pre Test t aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 19 de 23 estudiantes de tercero “P”, que representan el **83%**, logran expresar información presentada en tablas; asimismo, sólo 4 de 23 estudiantes, que representan 17%, no han logrado dicho indicador

Tabla N° 19

Determina la media, mediana y moda al resolver problemas

Condición	fi	%
Evidenciado	9	39
No evidenciado	14	61
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 14 de 23 estudiantes de tercer grado "P", que representan el 61%, no logran determinar la media, mediana y moda al resolver problemas; asimismo, 9 de 23 estudiantes, que representan el 39%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 20

Plantea conjeturas relacionados con los resultados de la probabilidad entendida como frecuencia relativa

Condición	fi	%
Evidenciado	8	35
No evidenciado	15	65
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 15 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 65%, no logran plantear conjeturas relacionados con los resultados de la probabilidad entendida como frecuencia relativa; asimismo, 8 de 23 estudiantes, que representan el 35%, evidencian dicho desempeño

Nivel de logro del pensamiento matemático de los estudiantes de tercero “P”

Todos los desempeños evidenciados y no evidenciados en las tablas anteriores configuran el desarrollo del pensamiento matemático: aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico de los estudiantes del tercer grado – sección “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “San José” de Chiclayo. En las cuatro tablas siguientes se presenta el nivel de este desarrollo del pensamiento matemático: aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico según niveles de logro: Previo al Inicio, En Inicio, En Proceso y Satisfactorio

Tabla N° 21

Nivel de logro del pensamiento aritmético en tercero P

Nivel de logro	fi	%
Previo al inicio	21	91
En Inicio	0	0
En Proceso	2	9
Satisfactorio	0	0
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 21 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **91%**, tienen un nivel de logro Previo al Inicio; 2 de 23 estudiantes, que representan el 9%, tienen un nivel de logro En Proceso y el 0% tienen un nivel de logro Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (91%) de los estudiantes de tercero “P” no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento aritmético.

Tabla N° 22

Nivel de logro del pensamiento algebraico de tercero P

Nivel de logro	fi	%
Previo al inicio	23	100
En Inicio	0	0
En Proceso	0	0
Satisfactorio	0	0
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que todos los 23 estudiantes de tercero “P”, que representan el **100%**, tienen un nivel de logro Previo al Inicio, el 0% tienen un nivel de logro En Inicio,

En Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, todos los estudiantes de tercero “P” no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento algebraico

Tabla N° 23

Nivel de logro del pensamiento geométrico de tercero P

Nivel de logro	fi	%
Previo al inicio	22	96
En Inicio	1	4
En Proceso	0	0
Satisfactorio	0	0
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 22 de los 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **96%**, tiene un nivel de logro Previo al Inicio; 2 de 23 estudiantes, que representan el **4%**, tiene un nivel de logro En Inicio, el 0% tienen un nivel de logro Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (96%) de los estudiantes de tercero “P” no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento geométrico

Tabla N° 24

Nivel de logro del pensamiento estadístico y probabilístico de 3ero P

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	17	74
En Inicio	0	0
En Proceso	4	17
Satisfactorio	2	9
Total	23	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 17 de 23 estudiantes de tercero "P", que representan el **74%**, tienen un nivel de logro Previo al Inicio; 4 de 23 estudiantes, que representan el **17%**, tiene un nivel de logro En Proceso; 2 de 23 estudiantes, que representan el 9%, tienen un nivel de logro Satisfactorio y el 0% tienen un nivel de logro En Inicio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (74%) de los estudiantes de tercero "P" no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento estadístico y probabilístico

Evidencias del desarrollo del pensamiento aritmético, algebraico, geométrico y estadístico probabilístico de los estudiantes de tercero "T" según pre test

Con el propósito de recoger evidencias del nivel de logro del desarrollo del pensamiento matemático se aplicó un TEST al grupo control, tercer grado de educación secundaria – sección “T” de la Institución Educativa “San José” de Chiclayo; el mismo que proporcionó información sobre los desempeños de los estudiantes de dicho grado y sección. El estado o condición de cada desempeño evidenciado y no evidenciado en los estudiantes de la mencionada sección se presenta en las siguientes 20 tablas:

Tabla N° 25

Plantea relaciones de proporcionalidad compuesta

Condición	Fi	%
Evidenciado	9	43
No evidenciado	12	57
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 12 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 57%, no logran plantear relaciones de proporcionalidad compuesta; asimismo, 9 de 21 estudiantes, que representan el 43%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 26

Expresa intervalos en las distintas representaciones

Condición	fi	%
Evidenciado	0	0
No evidenciado	21	100
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que todos los 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 100%, no logran expresar intervalos en las distintas representaciones

Tabla N° 27

Emplea la regla de tres simple en problemas relacionados con el ITF

Condición	fi	%
Evidenciado	3	14
No evidenciado	18	86
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 18 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 86%, no logran emplear la regla de tres simple en problemas relacionados con el IT;

asimismo, 3 de 21 estudiantes, que representan el 14%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 28

Justifica la densidad entre los números racionales en la recta numérica

Condición	fi	%
Evidenciado	6	29
No evidenciado	15	71
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 15 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 71%, no logran justificar la densidad entre los números racionales en la recta numérica; asimismo, 6 de 21 estudiantes, que representan el 29%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 29

Organiza datos que expresen términos y relaciones que permitan expresar la regla de formación de una progresión geométrica

Condición	fi	%
Evidenciado	5	24
No evidenciado	16	76
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 16 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 76%, no logran organizar datos que expresen términos y relaciones que permitan expresar la regla de formación de una progresión geométrica; asimismo, 5 de 21 estudiantes, que representan el 24%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 30

Expresa en forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática

Condición	fi	%
Evidenciado	7	33
No evidenciado	14	67
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 14 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 67%, no logran expresar en forma gráfica el conjunto solución de una ecuación cuadrática; asimismo, 7 de 21 estudiantes, que representan el 33%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 31

Elabora representaciones gráficas de $f(x) = ax^2+bx+c$

Condición	fi	%
Evidenciado	0	0
No evidenciado	21	100
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que todos los 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 100%, no logran elaborar representaciones gráficas de $f(x) = ax^2+bx+c$

Tabla N° 32

Emplea transformaciones de equivalencia en problemas de inecuaciones

Condición	fi	%
Evidenciado	7	33
No evidenciado	14	67
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 14 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 67%, no logran emplear transformaciones de equivalencia en problemas de

inecuaciones; asimismo, 7 de 21 estudiantes, que representan el 33%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 33

Justifica procedimientos de resolución de una ecuación lineal, empleando transformaciones de equivalencia

Condición	fi	%
Evidenciado	6	29
No evidenciado	15	71
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 15 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 71%, no logran justificar procedimientos de resolución de una ecuación lineal, empleando transformaciones de equivalencia; asimismo, 6 de 21 estudiantes, que representan el 29%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 34

Reconoce la pertinencia del plano a escala que exprese las relaciones de medidas y posición al plantear y resolver problemas

Condición	fi	%
Evidenciado	3	14
No evidenciado	18	86
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 18 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 86%, no logran reconocer la pertinencia del plano a escala que exprese las relaciones de medidas y posición al plantear y resolver problemas; asimismo, 3 de 21 estudiantes, que representan el 14%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 35

Grafica la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinan transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano

Condición	fi	%
Evidenciado	6	29
No evidenciado	15	71
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 15 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 71%, no logran graficar la composición de transformaciones de figuras geométricas planas que combinan transformaciones isométricas y la homotecia en un plano cartesiano; asimismo, 6 de 21 estudiantes, que representan el 29%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 36

Expresa relaciones y propiedades de los triángulos relacionado a la congruencia

Condición	fi	%
Evidenciado	12	57
No evidenciado	9	43
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que el **57%** de los estudiantes de tercero "T" logran expresar relaciones y propiedades de los triángulos relacionado a la congruencia, mientras que el 43% no han logrado dicho indicador

Tabla N° 37

Aplica el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en el triángulo rectángulo

Condición	fi	%
Evidenciado	5	24
No evidenciado	16	76
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 16 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 76%, no logran aplicar el teorema de Pitágoras para determinar longitudes de los lados desconocidos en el triángulo rectángulo; asimismo, 5 de 21 estudiantes, que representan el 24%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 38

Emplea razones trigonométricas para resolver problemas

Condición	fi	%
Evidenciado	7	33
No evidenciado	14	67
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 14 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 67%, no logran emplear razones trigonométricas para resolver problemas; asimismo, 7 de 21 estudiantes, que representan el 33%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 39

Halla el volumen de cuerpos de revolución empleando unidades convencionales

Condición	fi	%
Evidenciado	3	14
No evidenciado	18	86
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 18 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 86%, no logran hallar el volumen de cuerpos de revolución empleando unidades convencionales; asimismo, 3 de 21 estudiantes, que representan el 14%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 40

Plantea conjeturas respecto a la variación del área

Condición	fi	%
Evidenciado	2	10
No evidenciado	19	90
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 19 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 90%, no logran plantear conjeturas respecto a la variación del área; asimismo, 2 de 21 estudiantes, que representan el 10%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 41

Organiza datos en variables cuantitativas y cualitativas en un modelo basado en gráficos estadísticos

Condición	fi	%
Evidenciado	1	5
No evidenciado	20	95
Total	21	100

Fuente: Pre Test t aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 21 estudiantes de tercer grado “T”, que representan el 95%, no logran organizar datos en variables cuantitativas y cualitativas en un modelo basado en gráficos estadísticos; asimismo, 1 de 21 estudiantes, que representan el 10%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 42

Expresa información presentada en tablas

Condición	Fi	%
Evidenciado	18	86
No evidenciado	3	14
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 18 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 86%, logran expresar información presentada en tablas; asimismo, 3 de 21 estudiantes, que representan el 14%, no evidencian dicho desempeño

Tabla N° 43

Determina la media, mediana y moda al resolver problemas

Condición	fi	%
Evidenciado	8	38
No evidenciado	13	62
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 13 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 62%, no logran determinar la media, mediana y moda al resolver problemas;

asimismo, 8 de 21 estudiantes, que representan el 38%, evidencian dicho desempeño

Tabla N° 44

Plantea conjeturas relacionados con los resultados de la probabilidad entendida como frecuencia relativa

Condición	fi	%
Evidenciado	4	19
No evidenciado	17	81
Total	21	100

Fuente: Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 17 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 81%, no logran plantear conjeturas relacionados con los resultados de la probabilidad entendida como frecuencia relativa; asimismo, 4 de 21 estudiantes, que representan el 19%, evidencian dicho desempeño

Nivel de logro del pensamiento matemático en estudiantes de tercero "T" – Grupo Control

Todos los desempeños evidenciados y no evidenciados en las 20 tablas anteriores configuran el desarrollo del pensamiento matemático: aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico de los estudiantes del tercer grado – sección "T" de educación secundaria de la Institución Educativa "Colegio Nacional de San José" de Chiclayo. En las cuatro tablas siguientes se presenta

el nivel de este desarrollo del pensamiento matemático: aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico según niveles de logro: Previo al Inicio, En Inicio, En Proceso y Satisfactorio

Tabla 45

Nivel de logro del pensamiento aritmético en tercero “T”

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	20	95
En Inicio	0	0
En Proceso	1	5
Satisfactorio	0	0
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero “T”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 21 estudiantes de tercero “T”, que representan el **95%**, tiene un nivel de logro Previo al Inicio; asimismo, 1 de 21 estudiantes, que representan el **5%**, tiene un nivel de logro En Proceso, el 0% tienen un nivel de logro Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (95%) de los estudiantes no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento aritmético

Tabla N° 46**Nivel de logro del pensamiento algebraico de tercero T**

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	20	95
En Inicio	0	0
En Proceso	1	5
Satisfactorio	0	0
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 21 estudiantes de tercero "T", que representan el **95%**, tiene un nivel de logro Previo al Inicio; asimismo, 1 de 21 estudiantes, que representan el **5%**, tiene un nivel de logro En Proceso, el 0% tienen un nivel de logro Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (95%) de los estudiantes de tercero "T" no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento algebraico

Tabla N° 47**Nivel de logro del pensamiento geométrico de tercero T**

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	20	95
En Inicio	1	5
En Proceso	0	0
Satisfactorio	0	0
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 21 estudiantes de tercero "T", que representan el **95%**, tiene un nivel de logro Previo al Inicio; asimismo, 1 de 21 estudiantes, que representan el **5%**, tiene un nivel de logro En Inicio, el 0% tienen un nivel de logro Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (95%) de los estudiantes de tercero "T" no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento geométrico

Tabla N° 48

Nivel de logro del pensamiento estadístico y probabilístico de tercero T

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	20	95
En Inicio	0	0
En Proceso	1	5
Satisfactorio	0	0
Total	21	100

Fuente: Pre Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 20 de 21 estudiantes de tercero "T", que representan el **95%**, tiene un nivel de logro Previo al Inicio; asimismo, 1 de 21 estudiantes, que representan el **5%**, tiene un nivel de logro En Proceso, el 0% tienen un nivel de logro Satisfactorio. Se puede precisar que, según el Pre Test, un alto porcentaje (95%) de los estudiantes de tercero "T" no lograron los aprendizajes necesarios para estar en el nivel En inicio del pensamiento estadístico y probabilístico

Conclusiones.

1. En el periodo investigado, se reconoce el pensamiento matemático se desarrolla en el proceso de resolución de problemas; este proceso no es nuevo dentro de la enseñanza matemática, sin embargo en los últimos años se ha convertido en la razón de ser del trabajo matemático en las aulas escolares
2. El diagnóstico levantado oportunamente demuestra que el problema del insuficiente desarrollo del pensamiento matemático persiste, toda vez que los estudiantes de tercero grado "P" de educación secundaria de la Institución Educativa "San José" de Chiclayo muestran bajos niveles de logro del desarrollo del

pensamiento matemático, evidenciando débiles desempeños en la resolución de problemas aritméticos, algebraicos, geométricos, estadísticos y probabilísticos

3. El pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación secundaria de las Institución educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo se desarrolla en la resolución de problemas matemáticos de aritmética, algebra, geometría, estadística y probabilidad; generando información, plateando y ejecutando estrategias, socializando resultados, reflexionando y formalizando, y transfiriendo el conocimiento; que con la interacción de sistemas de mediación, los estudiantes plantean relaciones, organizan datos, reconocen la pertinencia de conceptos, expresan relaciones, representan gráficamente objetos matemáticos, emplean procedimientos y conceptos, hallan y determinan medidas, aplican propiedades, teoremas y axiomas, justifican y plantean conjeturas; para ello deberán matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, usar y elaboran estrategias, razonar y argumentar generando ideas matemáticas

CAPITULO II

SUSTENTO TEÓRICO DEL MODELO DIDÁCTICO, BASADO EN LA TEORÍA DE VYGOTSKY, PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO.

CAPITULO II

II. ETAPA DE LA ELABORACIÓN DEL MODELO DIDÁCTICO, BASADO EN LA TEORÍA DE VYGOTSKY, PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO.

Introducción.

En este capítulo se presentan los aspectos conceptuales, los referentes teóricos, las relaciones y funciones del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, el cual servirá para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo

2.1. Referentes Teóricos del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo

Lev Vigotsky y la Teoría Sociocultural

Wertsch, Wertsch y Kanner; citados por BES, A. (2006): Destacan que “los temas que articulan el pensamiento de Vygotsky son tres, estrechamente relacionados entre ellos: la confianza en el análisis genético; el origen social de las funciones psicológicas superiores y la importancia de la mediación en este funcionamiento psicológico” (p. 71).

El primer tema se relaciona con la comprensión de las funciones mentales. Vygotsky (1979) precisa que: “solo es posible acercarse al funcionamiento psicológico si se comprende su origen y las transformaciones que ha ido sufriendo, no únicamente a través de sus productos definitivos, eso que Vygotsky llamará formas fosilizadas de comportamiento”. Para comprender la génesis y la naturaleza del funcionamiento mental se ha de diferenciar cuatro niveles de desarrollo que se entrelazan y son relevantes:

Desarrollo filogenético: Se refiere al lento cambio en el desarrollo de las especies, siendo especialmente importante la transición del pensamiento de los primates al pensamiento humano. **Desarrollo sociocultural:** Es el cambio en las formas culturales gracias a la generación de nuevas tecnologías e instrumentos de mediación y al traspaso a las generaciones siguientes. En este caso, la transición fundamental es el paso de unas funciones mentales superiores de carácter rudimentario a otras de carácter avanzado. **Desarrollo ontogenético:** Se refiere a los cambios que se dan en el niño desde el nacimiento hasta la integración dentro de la cultura. Este desarrollo se da de muchas maneras y Vygotsky diferencia entre dos líneas de desarrollo que se solapan: una línea de desarrollo natural, configurada por los cambios biológicos y orgánicos que parten del niño, y una línea de desarrollo cultural, superpuesta a la anterior, que se refiere a las influencias sociales y culturales en el desarrollo. **Desarrollo microgenético:** Hace referencia al estudio de cómo aparece en los niños determinadas funciones mentales en cada momento, en contextos específicos (Bes, A. 2006, p. 72)

El segundo tema relacionado al origen social de las funciones psicológicas superiores está en relación directa con la idea de que la actividad del individuo no puede entenderse sin hacer referencia al mundo social en el que ha estado inmerso desde el nacimiento. “La tesis Vygotskiana sobre la naturaleza esencialmente social del desarrollo se concreta en lo que se denomina **ley genética general del desarrollo cultural**” (Bes, 2006, p.73) Según Villar y Pastor (2003), citado por Bes (2006), de esta ley se derivan dos de los conceptos fundamentales del sistema teórico de Vygotsky, y que puede ser que hayan sido los que más investigación han generado: el concepto de interiorización o internalización y el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

El proceso de interiorización implica la transformación de fenómenos sociales en fenómenos psicológicos, a través del uso de herramientas y signos. Estrechamente ligado con el concepto de interiorización está el de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), entendido como aquel espacio de interacción en el que se ejecuta una determinada función psicológica antes de ser interiorizada y, por tanto, se es capaz de ejecutar en un plano individual En concreto Vygotsky define este concepto como: [La ZDP es la] distancia entre el nivel de desarrollo actual del niño, determinado por la resolución independiente de problemas, y el nivel superior de desarrollo intelectual, determinado a través de la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces. Vygotsky, (1979) (citado por Bes, 3006, p73).

En relación al tercer tema, la importancia de la mediación en este funcionamiento psicológico, se precisa que la actuación del individuo está fundamentalmente mediado por herramientas y artefactos culturales, y los signos.

En estos términos, el docente de matemática del Tercer Grado “P” de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” planifica, ejecuta y evalúa su actividad de mediación, que implica conducir al estudiante de una zona real a la zona potencial, considerando la comprensión de sus funciones mentales y el proceso de interiorización de los fenómenos

Según Lantolf (2006) citado por Bes (2006), Vygotsky diferencia en los instrumentos de mediación entre herramientas y signos. Las herramientas materiales son instrumentos que median una acción instrumental abierta y tienen como destino de esta mediación la modificación de un objeto externo (por ejemplo: el uso de un martillo). Los signos median una acción simbólica generalmente encubierta y el destinatario de la acción mediada es la persona que ha iniciado la acción. En este caso, el uso de signos mediadores permite controlar y dirigir las metas y comportamientos de un sujeto (un ejemplo de sistemas de signos: el lenguaje)

Vygotski (1985) plantea que el desarrollo de la cultura humana transcurre, a través de la actividad, como proceso que mediatiza la relación entre el hombre y la realidad objetiva. Por medio de ella, el hombre modifica la realidad, se forma y transforma a sí mismo. En tal

sentido, subraya que “el punto nodal de desarrollo social y humano lo constituye el concepto de actividad” (Patiño, L. 2007, p. 4)

Lev Vygotsky sostiene que el individuo es el resultado del proceso histórico social donde el lenguaje desempeña un papel esencial. Para Vygotsky, el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente, no sólo físico, como lo considera, primordialmente Piaget. Vygotsky basa la teoría en el concepto de **actividad**, considerando que, el hombre no se limita a responder a los estímulos, sino que actúa sobre ellos, transformándolos, ello es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta, la **actividad** es un proceso de transformación del medio a través del uso de instrumentos (Crisólogo, A., 2000)

En ese sentido, el estudiante de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” desarrolla su pensamiento matemático realizando una actividad en interacción con sus pares, en un medio sociocultural, a través del uso de instrumentos y signos. La teoría sociocultural o histórico cultural constituye un enfoque epistemológico que promueve de forma consecuente el desarrollo de todos los miembros mediante una inserción social consciente de éstos como sujetos de la historia, centrándose de manera fundamental, en el desarrollo integral de la personalidad, sustento de la más eficiente y eficaz teoría de la enseñanza que se desarrolla en un espacio y en un tiempo concretos en el cual los hombres que han desarrollado una formación histórica y cultural

determinada en la propia actividad de producción y transformación de la realidad objetiva interactúan de manera armónica en una unidad de intereses con el propósito de transformarla en aras del propio beneficio y del bienestar de la colectividad.

Para Vygotsky existen dos tipos de funciones mentales: las inferiores y las superiores; las primeras de las cuales son aquellas con las que nacemos, son las funciones naturales y están determinadas genéticamente. El comportamiento derivado de éstas es limitado, está condicionado por lo que podemos hacer. Estas funciones limitan el comportamiento a una reacción o respuesta al ambiente. Las funciones mentales superiores se adquieren y se desarrollan a través de la interacción social; puesto que el individuo se encuentra en una sociedad específica con una cultura concreta. Estas funciones se encuentran determinadas por la forma de ser de esa sociedad y son mediadas culturalmente. El comportamiento derivado de las funciones mentales superiores está abierto a mayores posibilidades. El conocimiento es resultado de la interacción social; en la interacción con los demás adquirimos conciencia de nosotros, aprendemos el uso de los símbolos, que a la vez, permiten pensar en formas cada vez más complejas. Para Vygotsky, a mayor interacción social, mayor conocimiento, más posibilidades de actuar, más robustas funciones mentales.

Para Vygotsky las funciones mentales superiores se desarrollan y aparecen en dos momentos: en un primer momento se manifiestan en el ámbito social y en un segundo momento en el ámbito individual. La atención, la

memoria, la formulación de conceptos son primero un fenómeno social y después progresivamente se transforman en una propiedad del individuo. Cada función mental superior, primero, es social; es decir, primero es interpsicológica y después es individual, personal; es decir, intrapsicológica. Cuando un niño llora porque algo le duele expresa dolor y esta expresión solamente es una expresión mental inferior, es una reacción al ambiente. Cuando el niño llora para llamar la atención ya es una forma de comunicación, pero esta comunicación sólo se da en la interacción con los demás; en ese momento se trata ya de una función mental superior. En un segundo momento el llanto se vuelve intencional y entonces el niño lo usa como instrumento para comunicarse. Esta separación o distinción entre habilidades interpsicológicas y habilidades intrapsicológicas y el paso de las primeras a las segundas es el concepto de interiorización.

El estudiante de Tercer Grado "P" de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Colegio Nacional de San José" desarrolla su pensamiento matemático, a partir del desarrollo de sus habilidades matemáticas, desde un plano interpsicológico a un plano intrapsicológico

Vygotsky concibe la Zona de Desarrollo Próximo y se refiere al espacio, brecha o diferencia entre las habilidades que ya posee el alumno y lo que puede llegar a aprender a través de la guía o apoyo que le puede proporcionar el maestro o un par más competente. Según Vygotsky, la

enseñanza debe partir de un nivel de desarrollo real, lo que permite al sujeto avanzar en el conocimiento y desarrollarse progresivamente; por este motivo enseñar supone crear zonas de desarrollo próximo adelantándose siempre al desarrollo. La Zona de Desarrollo Próximo es la mejor alternativa para la integración escolar, convirtiendo la experiencia individual en un proceso social. El alumno sostenido por la ayuda del profesor o de un compañero recorre esa zona dejando establecidos nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva zona de desarrollo próximo. Con la ayuda del docente, los alumnos pueden lograr ciertos aprendizajes que antes solamente eran potenciales. Esto permite que se consiga no solamente un nuevo nivel de desarrollo, sino también y lo más importante, un nuevo nivel de desarrollo potencial que posibilita una nueva y más avanzada ZDP en la que antes no se lograba realizar actividades ni solos ni acompañados. Desde esta perspectiva la ZDP es la posibilidad de los individuos de aprender en el ambiente social, en la interacción con los demás. El autoconocimiento y la experiencia de los demás es lo que posibilita el aprendizaje, consiguientemente, mientras más rica y frecuente sea la interacción con los demás, el conocimiento será más rico y amplio. La ZDP está determinada socialmente. Aprendemos con la ayuda de los demás, aprendemos en el ámbito de la interacción social y esta interacción social como posibilidad de aprendizaje es la zona de desarrollo próximo. Vygotsky manifiesta que el aprendizaje cooperativo requiere de grupos de estudio y trabajo, en primera instancia, porque es en el trabajo en grupo

donde los docentes y los alumnos pueden cooperar con los menos favorecidos en el desarrollo cognitivo, tener acceso al conocimiento o mejorar los aprendizajes (Rubio, P., citado por Alarcón, O., p. 92)

El educador de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” para implementar y aplicar el modelo didáctico basado en la teoría de Vygotsky debe ser un conocedor de las zonas de desarrollo del aprendizaje y de los equipos de trabajo, para asumir el compromiso con la colaboración, donde los que más saben, más entienden, más comprenden y más estrategias de pensamiento han desarrollado para aprender a aprender colaboren con los que poseen un nivel de desarrollo inferior, contribuyendo con la zona de desarrollo próximo, que permita llegar a una zona de desarrollo potencial

Puesto que el conocimiento se construye socialmente, los modelos y planes de estudio que se manejan en Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa de “Colegio Nacional de San José” están diseñados de tal manera que incluyen en forma sistemática la interacción social, entre estudiantes, entre estudiantes y docentes, a fin de que contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático

Vygotsky sugirió que los procesos mentales superiores se consideraran funciones de la actividad mediada. Propuso tres clases principales de mediadores: instrumentos materiales, «instrumentos psicológicos» y otros seres humanos (véase Kozulin, 1990a). Los instrumentos materiales sólo tienen una influencia indirecta en los procesos

psicológicos humanos porque se dirigen hacia procesos de la naturaleza. Sin embargo, el empleo de instrumentos materiales plantea nuevas demandas a los procesos mentales humanos. Vygotsky propuso que el progreso histórico de la actividad mediada por instrumentos, desde las formas primitivas hasta las más avanzadas, se debería tener en cuenta en los estudios comparativos de la cognición humana (Vygotsky y Luria, 1993, citados por Kozulin, A., 2000)

A.N. Leontiev y la teoría de la actividad

A. N. Leontiev es el que continúa la obra de Vygotsky en aquello que tiene ver con la actividad del sujeto.

Leontiev manifiesta que la actividad se compone en de acciones, las cuales son entendidas como sistemas de coordinación al servicio de fines, que a su vez, representan pasos intermedios de cara a satisfacer el motivo. Las acciones, a su vez, se componen de operaciones, o medios por los que se lleva a cabo un acción bajo condiciones específicas (García, R, 2017)

El desarrollo de la Teoría de la Actividad partió de considerar primeramente la actividad como la interacción de sujeto y objeto a través de artefactos de mediación (VYGOTSKY, 1933), luego definir la estructura de la actividad, compuesta por acciones y operaciones (LEONTIEV, 1984), hasta incluir más recientemente el contexto en el que se encuentran inmersos sujeto, objeto y artefactos mediadores, lo que se manifiesta en los sistemas de producción, distribución, consumo e

intercambio de una comunidad y materializados por las reglas, la división del trabajo y las interacciones de todos los miembros de la comunidad por alcanzar el objetivo del sistema y transformar el objeto (ENGESTRÖM, 2000, citado por García, R., 2017, p. 18)

Daniels, citado por Stephanie G. Schroeder, se precisa que:

La TA analiza cómo la gente y las organizaciones aprenden a hacer cosas nuevas y cómo ambos cambian. La meta principal de TA es hacer cambios en una comunidad o una sociedad a través de las actividades utilizadas y las herramientas culturales e históricas que median implícitamente las acciones que surgen. Las bases de TA se asientan en la mediación y el discurso de Vygotsky, que marcan un enfoque del objeto de actividades y motivación de Leont'ev y los procesos de interacción basados en la psicología sociocultural (p. 18)

Leontiev (1978), considera que:

La actividad no es una reacción ni un conjunto de reacciones, sino un sistema que tiene estructura, sus transiciones y transformaciones internas, su desarrollo". De esta manera, la actividad es un proceso complejo; conforma un sistema que, como tal, posee una estructura. El individuo y la sociedad están unidos en su génesis y en su desarrollo histórico sobre la base de la actividad. Toda actividad tiene un objeto cuya imagen se forma en la mente humana como producto del proceso activo del conocimiento, en respuesta a una necesidad particular (Patiño, L. 2007, p. 4)

Para Leontiev en la actividad, el objeto con el cual interacciona el sujeto, y el motivo, coinciden y se dirigen a satisfacer determinada necesidad. En las acciones, no coinciden el objeto con el que se interacciona, y el motivo. Las acciones se dirigen a objetivos que se alcanzan de forma secuencial para satisfacer la necesidad final que motiva la actividad del sujeto. En el caso de las operaciones, son las condiciones de la actividad las que determinan cómo proceder y su ejecución es automática, pudiendo darse de forma secuencial, pero también al mismo tiempo (Blanco, M.; Héctor Andrés Morales H.; Rodríguez, T., 2010)

Ideas de Engeström en relación a la teoría de la actividad

Engeström sistematizó y reformuló las ideas de Alex Leontiev considerando que la teoría de la actividad histórico-cultural ha evolucionado a través de tres generaciones de investigación, para efectos de la investigación se consideran las categorías conceptuales de las dos primeras generaciones

La primera generación se basa en la idea vygotskyana de mediación cultural, concibiéndose a toda acción humana mediada por instrumentos y orientada hacia determinados objetos. La idea fue cristalizada por Vygotsky en el famoso modelo triangular de “un acto complejo y mediado” que es expresado comúnmente como la tríada de sujeto, objeto y artefacto mediador. Según Engeström, la primera generación permite superar el dualismo cartesiano individuo-

sociedad. El individuo no podría en lo sucesivo ser entendido sin sus medios culturales; y la sociedad no podría en lo sucesivo ser entendida sin la agencia de individuos que usan y producen artefactos. De todos modos, la unidad de análisis vygotskiana queda circunscrita a las acciones individuales. La segunda generación supera esta limitación, a partir de los desarrollos de Leontiev acerca de la actividad colectiva. El trabajo de Leontiev sobre la actividad supuso una elaboración de las nociones de objeto y objetivo, y del carácter central del objeto para un análisis de la motivación. Estableció que la transformación del objeto/ objetivo es lo que conduce a la integración de los elementos del sistema de actividad. Según este enfoque, retomado por Engeström, la actividad es una formación colectiva y sistémica con una compleja estructura mediadora. Un sistema de actividad produce acciones y se desarrolla por medio de acciones; sin embargo, la actividad no es reducible a acciones, que son relativamente efímeras y tienen un principio y un final determinados en el tiempo de los individuos o grupos. Los sistemas de actividad, en cambio, evolucionan durante períodos de tiempo sociohistórico, adoptando la forma de instituciones y organizaciones. Engeström retoma esta segunda generación representando en la expansión del triángulo vygotskyano los elementos colectivos del sistema de actividad, añadiendo la comunidad, las reglas y la división del trabajo y destacando la

importancia de analizar las interacciones y conflictos. Con ello, pretende posibilitar el examen de los sistemas de actividad en el macronivel de lo colectivo y de la comunidad, en lugar de concentrarse exclusivamente en el micronivel del actor o agente individual que opera con instrumentos, o en las relaciones intersubjetivas próximas de los vínculos cara a cara en microcontextos (Larripa, M. ; Erausquin, C., 2008, p. 4)

En relación a estas ideas que tienen que ver con la actividad del sujeto, que en este caso es el estudiante, iniciadas por Vygotsky y continuada por Leontiev, se diseña y aplica el modelo didáctico, considerando tres sistemas de mediación, que incluyen la actividad del docente y la actividad que realiza el estudiante de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” El docente en su actividad, realiza tres acciones: planificar, ejecutar y evaluar el proceso de aprendizaje; mientras que el estudiante, se dirige hacia la resolución de problemas matemáticos: genera información, plantea y ejecuta estrategias, socializa resultados, reflexiona y formaliza y, transfiere lo aprendido

Aspectos complementarios a la teoría de Vygotsky y Leontiev

Para Piaget, toda acción de aprendizaje implica una asimilación. Ello supone que para incorporar una nueva experiencia el niño ha de transformarla de manera que se adapte al modelo del mundo. Al mismo

tiempo, la presencia de esta nueva experiencia transformará el modelo mental. Así pues, toda situación de aprendizaje implica una acomodación.

Desde los aportes de Piaget, se reconoce la importancia de las acciones en el proceso de asimilación del conocimiento. Esta actividad se produce en forma natural. Sin embargo, en el caso específico de la enseñanza, se logra mayor eficacia si hay orientación y regulación de los procesos de asimilación, organización y apropiación (Patiño, L. 2007, p. 5)

El aprendizaje es un proceso personal interno por el cual cada persona construye los conocimientos. Por esta razón es de suma utilidad la ayuda del docente quien se convierte en un orientador para la construcción del aprendizaje del estudiante, tomando en cuenta las diferencias individuales.

El rol del docente es ayudar al niño a construir el pensamiento operatorio, y a desarrollar las competencias que este nivel de pensamiento permite.

En un medio altamente cambiante, cualquier organismo vivo debe producir modificaciones tanto en la conducta (adaptación) como de la estructura interna (organización) para permanecer estable y no desaparecer.

La relación causal entre estos dos tipos de modificaciones se produce a partir de las acciones externas con objetos que ejecutó el niño, las cuales mediante un proceso de interiorización, se transforman paulatinamente en estructuras intelectuales internas, ideales.

El desarrollo cognitivo puede comprenderse como la adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas que subyacen a las distintas áreas y situaciones que el sujeto es capaz de ir resolviendo a medida que

crece”; estas se organizan en etapas o estadios, entendidos como estrategias ejecutivas cualitativamente distintas que corresponden tanto a la manera que el sujeto tiene de enfocar los problemas como a la estructura. Las adquisiciones de cada estadio, formalizadas mediante una determinada estructura lógica, se incorporan al siguiente, ya que dichas estructuras poseen un orden jerárquico

La capacidad de aprendizaje para la comprensión de la información nueva está determinada por el nivel de desarrollo cognitivo del sujeto. Por tanto, existen unos límites para el aprendizaje que están determinados por las capacidades de los alumnos a medida que avanzan en el desarrollo cognitivo, en correspondencia con los saberes.

El sujeto desde su nacimiento vive experiencias que le permite elaborar en la mente estructuras en las que integra los conocimientos que adquiere, que los guarda en forma asociada, así un nuevo conocimiento se integra a lo que ya posee (**saberes previos**) la persona para constituirse en aprendizaje.

El avance cognitivo sólo se puede producir si la información nueva es moderadamente discrepante de la que ya posee. Sólo en este caso se producirá una diferenciación o generalización de esquemas que pueden aplicarse a la nueva situación.

Cada vez que se presenta una nueva situación ocasiona un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante (**conflicto cognitivo**) quien para

solucionarlo asimila y procesa la información hasta relacionarlo con los saberes previos para transformarlo en un nuevo aprendizaje.

En el aprender del estudiante es necesario que se produzca el conflicto cognitivo para que los nuevos conocimientos junto a sus saberes previos los problematice para descubrir los nuevos y construir los conocimientos.

Algunas ideas de Piaget; como el desequilibrio cognitivo, la estructura cognitiva, los saberes previos y proceso de adaptación complementan las ideas de Vygotsky. En tal sentido, el docente de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José”, dentro de sus acciones, plantea preguntas y situaciones que conlleven a identificar los saberes previos del estudiante y a plantear retos que promuevan necesidad de aprendizaje

José Fernández Bravo, en los metamodelos de situaciones, precisa ideas que se pueden relacionar con aspectos de la actividad, específicamente con las operaciones que puede realizar los estudiantes al resolver problemas matemáticos.

Ernst (1988) “Hay una visión de la matemática (condicionada por la resolución de problemas) como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son generados y luego convertidos en conocimiento.

Cuando se habla de resolver problemas en el contexto de las matemáticas, se tiende a pensar en los métodos por medio de los cuales es posible resolver problemas matemáticos.

Los metamodelos, entendidos éstos como cada uno de las distintas clases de modelos de situaciones problemáticas presentadas a la actividad del alumno, capaces de generar ideas válidas para la resolución de problemas matemáticos. Estos son: de estructuración, de transformación, de composición y de interconexión.

Las investigaciones que se han realizado sobre la invención de situaciones problemáticas realizadas por los escolares han permitido estudiar amplias y variadas técnicas que se han ido descubriendo, desde las necesidades expuestas por la originalidad de actuación de los estudiantes. Surgían cada vez más, distintos modelos de invención de problemas con los que se obtenían resultados más fructíferos.

La invención – reconstrucción de situaciones problemáticas establece una concordancia significativa con las relaciones psicosociales educativas y cognitivas, necesarias para enfrentarse con éxito a la resolución de problemas matemáticos; a la oportunidad de adaptar, renovar, reorganizar, cambiar, seleccionar, realizar, crear.

Los metamodelos son entendidos como cada una de las distintas clases de modelos de situaciones problemáticas presentadas a la actividad del alumno, capaces de generar ideas válidas para la invención, reconstrucción y resolución de problemas matemáticos. Estos son:

De estructuración que ayudan a estructurar mentalmente las partes que componen el problema enunciado, pregunta, resolución, solución. Se percibe la importancia de cada una, la relación que tienen y la no arbitrariedad entre ellas.

De transformación que implican una utilización de una diversidad de enfoques y pluralidad de alternativas. Hay un dinamismo de relaciones mentales que implican el desarrollo de un pensamiento matemático. Se consolidan conceptos. Se provoca la atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones.

De composición que ayuda a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples. Desarrollan la memoria, la observación y la capacidad de demostración; ir hacia atrás y pensamiento reversible. Permite la autocorrección. Consciencia de la necesidad de lectura tantas veces como sea necesaria. Utilización de método de análisis de síntesis y de análisis –síntesis. Los modelos son:

- Completar los datos del enunciado de un problema a partir del proceso de resolución.
- Componer el enunciado a partir de los datos que se ofrecen, y resolver.

Transformación que permiten un dinamismo de relaciones mentales que implican el desarrollo de un pensamiento matemático.

Se consolidan conceptos. Se provoca la atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones.

Utilización de método de análisis y método de síntesis. Ayudan a la autocorrección y a establecer relaciones de semejanza y diferencia entre las estrategias de resolución de situaciones problemáticas. Los modelos de este metamodelo son:

- Cambiar los datos necesarios del problema que ya ha sido resuelto para obtener una solución igual o distinta a la que se obtuvo anteriormente.
- Cambiar la pregunta de un problema que ya ha sido resuelto para obtener una solución igual o distinta a la que se obtuvo anteriormente.
- Mezclar las preguntas de dos problemas.
- Cambiar las preguntas de un problema por una, y sólo una.
- Buscar la correspondencia enunciado –pregunta –solución.
- Eliminar o añadir información de un problema.

Estructuración que ayudan a estructurar mentalmente las partes que componen el problema: enunciado, pregunta, resolución, solución. Al implicar al alumno en la construcción del problema, interpreta mentalmente la situación problemática, utilizando las operaciones matemáticas como instrumentos para la resolución de las estrategias elegidas; distingue la solución del problema de la resolución de éste y es capaz de estimar con razonamiento lógico la validez del resultado debido a que ha utilizado la reversibilidad de los procesos operativos como técnica de verificación. Se es consciente de que un mismo resultado se puede corresponder con diferentes situaciones planteadas; donde un alumno suma, otro resta. Del mismo modo se es consciente de que una misma operación o conjunto de

operaciones da lugar a la creación de una amplia diversidad de situaciones .Se observan interesantes razones para respetar las ideas de los demás.

Este metamodelo contiene modelos o técnicas como:

- Inventar y resolver un problema a partir de una solución dada.
- Inventar y resolver un problema a partir de una expresión matemática.

De interconexión que implica: extensión de las ideas. Apertura mental en la aplicación de los conceptos y operaciones. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad. Aportan componentes de interdisciplinariedad y transversalidad .Ayudan a reflexionar sobre la lógica que ha operado en el razonamiento del proceso de resolución de un problema y a distinguir entre lo necesario y lo suficiente .Los modelos o técnicas son:

- Inventar y resolver un problema con un vocabulario específico.
- Inventar y resolver un problema con un vocabulario específico y las operaciones que deben utilizarse para su resolución.
- Inventar y resolver un problema con un vocabulario específico y la solución dada.
- Resolver un problema completo.

Los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José”, dentro de sus acciones, transfieren el conocimiento a nuevas situaciones, ello incluye inventar, recrear y resolver situaciones problemáticas con información específica.

Pensamiento algebraico –geométrico

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de la matemática, así como también el desarrollo de un pensamiento relacional, transformar expresiones matemáticas y el desarrollo del conocimiento sobre conjuntos de objetos matemáticos. En este sentido, se debe tener una visión del algebra escolar más amplia que la que resulta de las generalizaciones aritméticas y el manejo de expresiones literales.

Es necesario capacitarnos para desarrollar el ***pensamiento algebraico*** en los estudiantes y conocer los niveles de algebrización de una práctica matemática. Los niveles de algebrización son cuatro: el nivel 0 (ausencia de razonamiento algebraico), que se da cuando el estudiante realiza operaciones con la finalidad de encontrar simplemente el resultado; el nivel 1 (Nivel incipiente de algebrización), se da cuando el estudiante realiza operaciones utilizando distintas propiedades y cuando reconoce reglas generales compatible con el conjunto finito de elementos; el nivel 2 (Nivel intermedio de algebrización), se da cuando el estudiante trabaja utilizando ecuaciones de la forma $Ax + B = C$; el nivel 3 (Nivel consolidado de algebrización), se da cuando el estudiante plantea en forma simbólica ecuaciones y las resuelve aplicando técnicas y realiza tratamientos con las variables para resolver ecuaciones de la forma $Ax + B = Cx + D$ (Juan Godino y otros)

El ***pensamiento geométrico*** atraviesa generalmente por cinco niveles: Nivel 1 (de reconocimiento o visualización), donde el estudiante tiene una percepción global de los objetos geométricos; el nivel 2 (Análisis) cuando el estudiante percibe las propiedades de los objetos de manera aislada; el nivel 3 (Clasificación o deducción formal) cuando el estudiante relaciona las propiedades de una figura entre sí o con otras figuras; el nivel 4 (Deducción) cuando se realiza demostraciones de varias formas; el nivel 5 (Rigor) cuando el estudiante trabaja en sistemas axiomáticos distintos a la geometría euclidiana. Jaime y Gutiérrez (citado por Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. 2014, pág. Del 150 al 154).

El Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, tiene como propósito desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José”, ello implica desarrollar el pensamiento aritmético, geométrico, algebraico, estadístico y probabilístico del estudiante

Modelo Didáctico.

El proceso educativo tiene un carácter esencialmente social y se desarrolla como un sistema para formar a todos los miembros de la sociedad, en el sentido más amplio, implicando la formación de rasgos cognitivos, afectivos y volitivos de la personalidad; por tanto, tal proceso no puede quedar a la espontaneidad y a la inspiración de quienes intervienen en él y mucho menos de quienes lo dirigen, en tal sentido se busca el replanteamiento de

las concepciones didácticas que no sólo instruyan, sino también que eduquen y desarrollen las capacidades de creación y transformación en un estrecho vínculo con la sociedad y de la práctica didáctica; una actuación consecuente que garantice al estudiante una formación teórico práctica sólida, a partir de la implementación de modelos didácticos pertinentes y en esta línea de acciones, un modelo didáctico “puede ser una potente herramienta intelectual para abordar los problemas educativos, ayudándonos a establecer el necesario vínculo entre el análisis teórico y la intervención práctica, conexión que tantas veces se echa de menos en la tradición educativa, en la que habitualmente, encontramos separadas, por una parte, las producciones teóricas de carácter pedagógico, psicológico, sociológico, curricular y por otra, los materiales didácticos, las experiencias prácticas de grupos innovadores, las actuaciones concretas de los profesores en sus aulas”(García, F. 2000).

Menciona el diccionario de la Real Academia Española “un modelo es un arquetipo o punto de referencia para imitarlo o reproducirlo”. En las acciones morales y en las obras de ingenio, un modelo es un ejemplar que se debe seguir e imitar por la perfección. Otros usos refieren al esquema teórico de un sistema o de una realidad compleja.

Un modelo es una estructura conceptual que sugiere un marco de ideas para un conjunto de descripciones que de otra manera no podrían ser sistematizadas.

El modelo cumple esta función en virtud de que une de manera inferencial, las proposiciones que afirman algo sobre los fenómenos que en él se integran. De esta manera, su estructura es diferente de la que se supone existe en el conjunto de fenómenos de la naturaleza. El modelo concebido en esta forma, impulsa la inteligibilidad y ayuda a la comprensión de los fenómenos, ya que proporciona los canales de interconexión entre hechos que sin la existencia de los lazos inferenciales, podrían permanecer aislados e independientes unos de otros. El modelo es un espacio para explicaciones posibles y direcciones que conducen a lo no sorprendente” (Gallego, R., 2004)

“Un modelo didáctico es un sistema multidimensional integrado por fundamentos teóricos de naturaleza filosófica, psicológica, sociológica; enfoque curricular, que a su vez comprende propósitos, contenidos, métodos, recursos, secuenciación, formas, evaluación; perspectiva didáctica, configurada por la concepción de enseñanza, concepción de aprendizaje, naturaleza de la comunicación didáctica, definición de diseño didáctico, evaluación de aprendizajes; referente contextual, integrado, a su vez, por contexto, docentes, estudiantes, realidad” (Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, 2008).

“Un modelo didáctico implica el contenido de la enseñanza, el desarrollo del niño y las características de la práctica docente; pretende lograr aprendizajes en el aula; instrumento de la investigación de carácter teórico creado para reproducir idealmente el proceso enseñanza aprendizaje;

paradigma que sirve para orientar, comprender y dirigir la educación” (UNPRG, 2008).

Los modelos didácticos cumplen ciertas funciones, entre las cuales estriban aquellas que tienen que ver con el hecho de interpretar el contexto formativo, lo cual significa explicar, representar los aspectos más significativos del objeto y de forma simplificada; diseñar el proceso formativo, que significa proyectar, delinear los rasgos más importantes; ajustar el proceso formativo, significa adaptar, acomodar, conformar para optimizar la actividad práctica (Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, 2008).

Los modelos didácticos observan algunos rasgos generales tales como: Objetividad: referido a la relación de que debe existir entre los planteamientos y la naturaleza de los acontecimientos intelectuales; anticipación, reflejado en el carácter previsor, en el sentido que delinea el tipo de persona a formar para una sociedad determinada presente y futura; carácter corroborable: en la medida que el rigor de los postulados se ha de determinar mediante la relación entre saberes pedagógicos y hechos pedagógicos, es decir en el nivel de la validación del modelo; sistémico: en el entendido que está configurado por un conjunto de elementos interrelacionados en forma dinámica y dialéctica; concretable flexible: en diferentes niveles y en correspondencia con los procesos que modela.

La idea de modelo didáctico permite abordar (de manera simplificada, como cualquier modelo) la complejidad de la realidad escolar, al tiempo que

ayuda a proponer procedimientos de intervención en la misma y a fundamentar, por tanto, líneas de investigación educativa y de formación del profesorado al respecto. Dicho en términos sencillos, el modelo didáctico es un instrumento que facilita el análisis de la realidad escolar con vistas a su transformación. Podemos, así, caracterizar como distintos "tipos" de modelos didácticos tanto la realidad escolar tradicional como las tendencias transformadoras, como, asimismo, los proyectos alternativos en construcción (García, F. 2000)

Los modelos didácticos son planes estructurados que pueden usarse para configurar un currículo, para diseñar materiales de enseñanza en las aulas. Modelo es una representación generalmente simplificada de un fenómeno real. Modelo es una representación abstracta y simplificada de un cierto fenómeno real, ciertas operaciones que traducen situaciones reales. Por modelo se entiende un sistema concebido mentalmente o realizado de forma material que reflejando reproduciendo el objeto de la investigación es capaz de sustituirlo, de modo que el estudio dé nueva información sobre dicho objeto (Universidad de Barcelona. 2000)

El modelo didáctico puede ser concebido como una potente herramienta intelectual para abordar los problemas educativos ayudándonos a establecer el necesario vínculo entre el análisis teórico y la intervención práctica, conexión que muchas veces se echa de menos en la tradición educativa, en la que habitualmente encontramos separadas, por una parte las producciones teóricas de carácter pedagógico, psicológico, sociológico,

curricular y, por otra, los materiales didácticos, las experiencias prácticas de grupos innovadores, las actuaciones concretas de profesores en aula (García, F.)

La historia de la educación muestra la enorme variedad de modelos didácticos que han existido entre ellos, el **modelo didáctico tradicional**, el cual se centraba en el profesorado y en los contenidos; los aspectos metodológicos, el contexto y especialmente el alumnado quedaban relegados a un segundo plano. El modelo didáctico tradicional pretende formar a los alumnos dándoles a conocer las informaciones fundamentales de la cultura vigente. Los contenidos se conciben desde una perspectiva más bien enciclopédica y acumulativa. Se fomentan determinadas costumbres como el castigo físico, los modales rancios y desfasados, los métodos de enseñanza acientíficos basados en el mero verbalismo y la repetición, los libros con contenidos demasiado anticuados con respecto al desarrollo científico, el mobiliario arcaico y el ambiente arquitectónico y disfuncional y por supuesto los antiguos planes de estudio (Páez, C.).

El modelo didáctico tecnológico integra en la manera de enseñar determinadas estrategias metodológicas o técnicas específicas depositando excesiva confianza en la aplicación de los cuales, que van a producir en el alumno el aprendizaje de aquellas conclusiones previamente elaboradas por los científicos, recurriendo a la combinación de exposición y ejercicios prácticos específicos que se plasma en una secuencia de actividades, muy detallada y dirigida por el profesor. No obstante junto con

este directivismo encontramos, a veces, el hecho de que la metodología se centra en la actividad del alumno con tareas muy abiertas y poco programadas, dándose así una curiosa mezcla de contenidos disciplinares y metodologías activas, que por encima del carácter dual, es decir, esa mezcla de tradición disciplinar y de activismo encuentra cierta coherencia en la aplicación satisfaciendo diversas expectativas del profesorado y de la sociedad (Páez, C)

En el modelo didáctico constructivista, se da un paralelismo entre la construcción del conocimiento científico y la reconstrucción de los conocimientos de los estudiantes, ya que en ambos casos se utilizan modelos subjetivos para interpretar la realidad. El aprendizaje es concebido como una construcción y enseñar es mediar en el proceso de aprendizaje tanto en la planificación como en la organización de aprendizajes relevantes. Las ideas de los alumnos son el punto de partida, el currículo se configura como una serie de actividades, de situaciones de aprendizaje en las que los alumnos construyen los significados. Hay fases de exploración de ideas, de reestructuración de conocimientos, de introducción de ideas nuevas en diferentes contextos. Los alumnos se involucran en actividades mentales cognitivas, no sólo de manipulación. El rol del docente es de investigador en el aula que diagnostica los problemas de aprendizaje y trata de solucionarlos pudiendo modificar las actividades en función de las necesidades del grupo. Las interacciones son múltiples,

se rescata el pensamiento de Vigotsky sobre la naturaleza social del aprendizaje (Ministerio de Educación de Argentina 2006).

Muchos de los docentes se autodefinen como constructivistas, sin embargo, a poco de conversar con ellos se encuentran reflexiones extremadamente alejadas de las bases constructivistas, donde el docente no es un mediador de la construcción del conocimiento, sino un suministrador de información.

Cualquier intento de renovar la realidad educativa ha de partir de una reflexión, en profundidad, acerca del tipo de escuela que se propone, cuestión que puede ser tratada desde la óptica de qué modelo didáctico se considera deseable.

El Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” de Chiclayo, se enmarca dentro de la concepción constructivista del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos

2.2. Relaciones y funciones del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de educación secundaria de la Institución Educativa “San José” de Chiclayo

La necesidad de desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado, sección "P" de la Institución Educativa "Colegio Nacional de San José" conduce a sistematizar teóricamente el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas y por lo tanto a configurar una perspectiva didáctica consistente en un Modelo Didáctico, basado en la teoría de Lev Vygotsky, el cual se erige sobre la base de la aplicación de determinados presupuestos epistemológicos y criterios, aunque perfectibles pero que se consideran con la madurez suficiente para argumentar y aplicar la propuesta de la presente investigación

Actualmente el rol del profesor es concebido como un mediador de los aprendizajes de los estudiantes, cuyos rasgos fundamentales son: es un experto que domina los contenidos; planifica, pero es flexible, establece metas, perseverancia, hábitos de estudio, autoestima, metacognición, siendo el principal objetivo construir habilidades para lograr la plena autonomía en los estudiantes, regula los aprendizajes, favorece y evalúa los progresos, organiza el contexto en el que se ha de desarrollar el sujeto, la individualización, el tratamiento de la diversidad, estilos cognitivos, ritmo personal de aprendizaje, conocimientos previos son aspectos esenciales de una buena docencia mediante adecuaciones organizativas: organización de los espacios, distribución del alumnado, agrupamientos, distribución de las tareas, fomenta el

logro de aprendizajes significativos transferibles; la búsqueda de la novedad, curiosidad intelectual, originalidad, pensamiento convergente, potencia el sentimiento de capacidad, autoimagen, interés por alcanzar nuevas metas; enseña qué hacer, cómo, cuándo y por qué, ayuda a controlar la impulsividad; Comparte las experiencias de aprendizaje con los estudiantes discusión reflexiva, fomento de la empatía del grupo; atiende las diferencias individuales; desarrolla en los alumnos el pensamiento.

El mundo está lleno de datos, que estructurados, ordenados e integrados sistemáticamente se convierten en información. No todo lo que vemos, escuchamos, tocamos, olemos y saboreamos se puede considerar como información. La información educa, desarrolla y, sobre todo, transforma al ser humano. “Información no es lo mismo que comunicación, dos sujetos tienen la misma información no cuando tienen los mismos datos, sino cuando tienen el mismo modo de orientar su acción”. Paoli (citado por Mijksenaar, s.f)

Está claro que la información es necesariamente procesada y almacenada por el hombre en la interacción del medio y con los pares. En un inicio, lo almaceno en piedras y cualquier otro elemento terrestre, en la edad media eran las bibliotecas que se conservaban en los monasterios el principal acceso a la información, luego con el nacimiento de la imprenta los libros comenzaron a fabricarse en serie, ya en el siglo xx aparecieron los medios de comunicación masiva y las herramientas digitales.

Es importante reafirmar que la información no actúa directamente sobre nuestros sentidos, sino que ésta se genera gracias a la interacción y a la sensación que provocan los datos existentes en la realidad. Al generarse información se produce conocimiento, el cual es necesario para el desarrollo del pensamiento.

“El conocimiento es el proceso según el cual el hombre refleja la realidad objetiva y la reproduce en el pensamiento” Notario de la torre (citado por Universidad Nacional Pedro Ruiz gallo – Escuela de Postgrado, 2004, p.91), teniendo como insumo a la información. Este conocimiento atraviesa dos momentos: uno sensorial y otro racional. El sensorial tiene que ver con las formas de sensación, percepción y representación; mientras que el racional está dado por los conceptos, juicios y raciocinios.

El conocimiento está íntimamente ligado a la historia. Al inicio, los seres humanos producían conocimiento por la necesidad de interactuar con la naturaleza, en la Edad Antigua los filósofos construían saberes al tratar de comprender y explicar la naturaleza del mundo y de los hombres, en la Edad Media el conocimiento estuvo ligado a la teología y al desarrollo de las matemáticas, astronomía y alquimia en Grecia, en la Edad Moderna es la revolución industrial la que condiciona el desarrollo del conocimiento, y finalmente, la Edad Contemporánea precisa la existencia de un conocimiento de tipo más científico.

Por lo dicho, el conocimiento sea ordinario, mitológico, filosófico, tecnológico o científico, siempre va a partir de la generación de la

información. Lo que quiere decir que no habrá conocimiento sin información, e información sin conocimiento. Vale decir, la información y el conocimiento forman un par dialéctico, que interactúan en un mismo sistema, llamado ser humano.

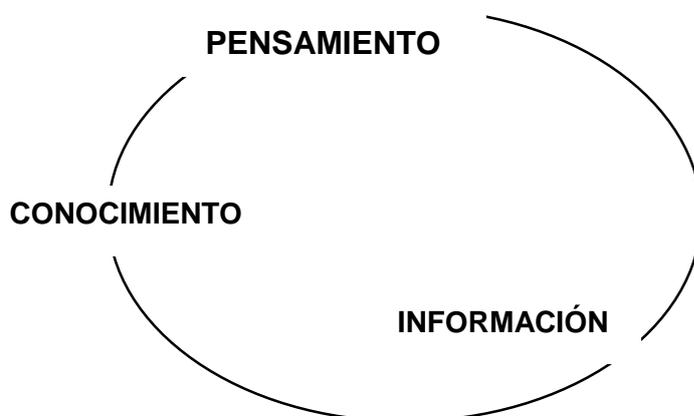
El hombre al generar información, utilizando como insumos datos del contexto sociocultural que actúan sobre los sentidos, al archivarla y conservarla a través de técnicas adecuadas, está produciendo conocimiento lo cual, consecuentemente, va a conllevar al desarrollo del pensamiento.

El pensamiento es una facultad humana que emerge, desarrolla y evoluciona. Este tiene base en el conocimiento; vale decir, cuando el hombre refleja la realidad objetiva, está explicitando el conocimiento, pero este conocimiento necesita ser reproducido en el pensamiento. A medida que el ser humano va produciendo nuevos saberes va a ir desarrollando el pensamiento.

El pensamiento del hombre está condicionado por los paradigmas con los cuales se interpretan la realidad. Desde los paradigmas clásicos que muestran una realidad fragmentada, controlada, simplificada, de la cual podemos generalizar y predecir con mucha facilidad; hasta aquel que da a entender una realidad compleja, impredecible, caótica, extraordinaria y hasta mágica, donde el azar y la incertidumbre juegan un rol preponderante. En esta última, podemos citar al mundo cuántico, que es una realidad microscópica, donde las partículas subatómicas son capaces

de comportarse como onda y como partícula, pudiendo entrelazarse y superponerse. Estos conocimientos sobre el comportamiento de la partículas sub atómicas ya están generando aplicaciones muy significativas en el mundo informático, físico y cibernético actual, con grandes proyecciones a futuro. Muestra de ello podemos citar a los laser, el efecto fotoeléctrico, la energía nuclear, microondas, lectores de DVD, los ordenadores con 12 cubits, entre otros.

Llegamos a este punto con la conciencia de que se genera información, para producir conocimiento, necesario para desarrollar el pensamiento. Vale decir, la información, el conocimiento y el pensamiento forman una triada indisoluble. Lo que quiere decir que no hay desarrollo del pensamiento sin producción de conocimiento, y no hay producción de conocimiento sin generación de información. No obstante, cuando se precisa el significado del pensamiento, debemos hacer la distinción entre los diferentes tipos de pensamientos existentes: sistémico, holístico, crítico, dialéctico, creativo, lógico y complejo.



El universo, el planeta Tierra, el ser humano, las empresas, las organizaciones, la planta y todo lo que existe son sistemas, en fin, vivimos en un mundo de sistemas. Pero, ¿Qué se entiende por sistema?, un sistema “es un conjunto de partes que interactúan para formar un todo” (Carra, s.f. p.1). Para entender cómo funcionan estos sistemas, hasta el mismo universo, necesitamos desarrollar un pensamiento sistémico.

El pensamiento sistémico es la actividad realizada por la mente con el fin de comprender el funcionamiento de un sistema y resolver el problema que presenten las propiedades emergentes. “El pensamiento sistémico es aprender a pensar en términos de sistema dinámico en lugar de hacerlo como eventos aislados” (Carra, s.f. p.3), es una forma de pensamiento holístico que contempla el todo y las partes, así como las conexiones entre éstas.

La holística alude a la tendencia que permite entender los eventos desde el punto de vista de las múltiples interacciones que los caracterizan; corresponde a una actitud integradora como también a una teoría explicativa que orienta hacia una comprensión contextual de los procesos, de los protagonistas y de los contextos. La holística se refiere a la manera de ver las cosas enteras, en la totalidad, en el conjunto, en la complejidad, pues de esta forma se pueden apreciar interacciones, particularidades y procesos que por lo regular no se perciben si se estudian los aspectos que conforman el todo, por separado. (Barrera Morales, s.f., p.1)

El pensamiento holístico, es pues, el que percibe las cosas como un todo, en un inicio, para, en un segundo plano, ocuparse de la interacción de las partes, regresando, luego, al todo. Para tal efecto, precisa de una dosis de creatividad.

Todos los seres humanos nacen con la potencialidad para ser creativos.

“Pensamiento creativo: es aquel que se utiliza en la creación o modificación de algo, introduciendo novedades, es decir, la producción de nuevas ideas para desarrollar o modificar algo existente”. (Revista Digital Universitaria)

Guilford diferencia dos tipos de pensamiento: convergente y divergente. El pensamiento convergente es analítico, deductivo, riguroso, constreñido, formal y crítico. Consiste en la generación de ideas a partir de una información dada y para el que solo existe una respuesta correcta. El pensamiento divergente es sintético, inductivo, expansivo, libre, informal, difuso y creativo; consiste en la generación de una variedad de ideas o de soluciones a partir de una información dada, todas ellas viables dentro de los límites de libertad que puede ofrecer el problema

“El pensamiento crítico es ese modo de pensar – sobre cualquier tema, contenido o problema – en el cual el pensante mejora la calidad de su pensamiento al apoderarse de las estructuras inherentes del acto de pensar y al someterlas a estándares intelectuales” (Richard Paul y Linda Elder, s.f, p. 4).

El pensamiento lógico sigue un orden, una secuencia, donde a partir de unas premisas se arriba a la conclusión. El propósito del pensamiento lógico, justamente, es el de llegar a conclusiones.

La dialéctica es entendida como ciencia, pero también como un arte. Cuando definimos a la dialéctica como el arte del discurso hacemos referencia al significado etimológico, y cuando decimos que la dialéctica es una ciencia diremos que estudia el desarrollo del universo y las múltiples determinaciones del movimiento. Para llevar a cabo las metas, fines la dialéctica como ciencia se basa en leyes y categorías.

Las leyes que explican el movimiento y el desarrollo de la materia son la ley de la contradicción o ley de la unidad y lucha de contrarios, la ley del desarrollo cuantitativo y los cambios cualitativos y viceversa, y la ley de la negación de la negación; las categorías son: fenómeno y esencia, posibilidad y realidad, contenido y forma, universal y singular, causa y efecto, necesidad y casualidad, necesidad y libertad, lo abstracto y lo concreto, lo lógico y lo histórico. Leyes y categorías son complementarias para dar una explicación específica de las diferentes instancias de la materia, en las múltiples y variadas manifestaciones del movimiento, en el espacio y el tiempo. Nada ocurre fuera del espacio y del tiempo. (Ordemar Rico, 2008., p.2)

El pensamiento dialéctico es la capacidad para evaluar puntos de vista opuestos para resolver divergencias, atendiendo a las leyes y categorías

que explican el movimiento y el desarrollo de la materia. Este pensamiento parece contraponerse al pensamiento lógico, toda vez que los avances científicos demuestran que el pensamiento dialéctico está mucho más cerca de los procesos reales de la naturaleza que las abstracciones lineales de la lógica formal; sin embargo, los dos pensamientos se complementan perfectamente.

El análisis del pensamiento complejo lleva al pensamiento de Edgar Morín y la teoría de la complejidad. Para Morín:

La complejidad es a primera vista un tejido de constituyentes heterogéneos inseparablemente asociados, que presentan la paradójica relación de lo uno y lo múltiple. La complejidad es efectivamente el tejido de eventos, acciones, interacciones, retroacciones, determinaciones, azares, que constituyen nuestro mundo fenoménico. Así es que, la complejidad se presenta con los rasgos perturbadores de la perplejidad, es decir, lo enredado, lo inextricable, el desorden, la ambigüedad y la incertidumbre. (Citado por Ordemar Rico, s.f., p.2)

El pensar complejo reúne a los principios: sistémico u organizacional, hologramático, de retroactividad, de recursividad, autonomía/dependencia, dialógico, de reintroducción del cognoscente en todo conocimiento. Podemos precisar que al pensar en forma compleja estaremos pensando sistémica y dialéctica, crítica, lógica, creativa y holísticamente. No obstante, “en el corazón del paradigma de la complejidad, anida un problema de

principio de pensamiento o paradigma, y en el corazón del paradigma de complejidad se presenta el problema de la insuficiencia y de la necesidad de la lógica, del enfrentamiento dialéctico o dialógico de la contradicción”. Morín (Citado por Universidad Inca Garcilaso de la Vega, 2005, p.169)

Por lo antedicho y porque la esencia de la naturaleza humana es el pensamiento, que emerge y se desarrolla; debemos entender que el estudiante necesita generar información, para producir conocimiento y desarrollar el pensamiento. Este desarrollo del pensamiento está estrechamente relacionado al contexto sociocultural

El estudiante desarrolla el pensamiento a través de un proceso de interiorización que implica la transformación de fenómenos sociales en fenómenos psicológicos, a través del uso de herramientas y signos; este concepto está estrechamente ligado con el de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), entendido como aquel espacio de interacción en el que se ejecuta una determinada función psicológica antes de ser interiorizada y, por tanto, se es capaz de ejecutar en un plano individual. En concreto Vygotsky define este concepto como: [La ZDP es la] distancia entre el nivel de desarrollo actual del niño, determinado por la resolución independiente de problemas, y el nivel superior de desarrollo intelectual, determinado a través de la resolución de problemas bajo la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces. Vygotsky, (1979) (citado por Bes, 2006, p73).

Vygotsky (1985) plantea que el desarrollo de la cultura humana transcurre, a través de la actividad, como proceso que mediatiza la

relación entre el hombre y la realidad objetiva. Por medio de ella, el hombre modifica la realidad y se forma y transforma a sí mismo. En tal sentido, subraya que “el punto nodal de desarrollo social y humano lo constituye el concepto de actividad. Esto se considera en el contexto del presente trabajo, centro generador de aprendizajes compartidos a partir de las potencialidades del currículo, para el desarrollo de la actividad de estudio (Patiño, L. 2007, p. 4)

Lev Vygotsky sostiene que el individuo es el resultado del proceso histórico social donde el lenguaje desempeña un papel esencial. Para Vygotsky, el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido social y culturalmente, no sólo físico, como lo considera, primordialmente Piaget. Vygotsky basa la teoría en el concepto de **actividad**, considerando que, el hombre no se limita a responder a los estímulos, sino que actúa sobre ellos, transformándolos, ello es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta, la **actividad** es un proceso de transformación del medio a través del uso de instrumentos (Crisólogo, A., 2000)

Para Vygotsky las funciones mentales superiores se desarrollan y aparecen en dos momentos: en un primer momento se manifiestan en el ámbito social y en un segundo momento en el ámbito individual. La atención, la memoria, la formulación de conceptos son primero un fenómeno social y después progresivamente se transforman en una propiedad del individuo. Cada función mental superior, primero, es social; es decir, primero es

interpsicológica y después es individual, personal; es decir, intrapsicológica.

Vygotsky concibe la Zona de Desarrollo Próximo y se refiere al espacio, brecha o diferencia entre las habilidades que ya posee el alumno y lo que puede llegar a aprender a través de la guía o apoyo que le puede proporcionar el maestro o un par más competente. Según Vygotsky, la enseñanza debe partir de un nivel de desarrollo real, lo que permite al sujeto avanzar en el conocimiento y desarrollarse progresivamente; por este motivo enseñar supone crear zonas de desarrollo próximo adelantándose siempre al desarrollo. La Zona de Desarrollo Próximo es la mejor alternativa para la integración escolar, convirtiendo la experiencia individual en un proceso social. El alumno sostenido por la ayuda del profesor o de un compañero recorre esa zona dejando establecidos nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva zona de desarrollo próximo. Con la ayuda del docente, los alumnos pueden lograr ciertos aprendizajes que antes solamente eran potenciales. Esto permite que se consiga no solamente un nuevo nivel de desarrollo, sino también y lo más importante, un nuevo nivel de desarrollo potencial que posibilita una nueva y más avanzada ZDP en la que antes no se lograba realizar actividades ni solos ni acompañados. Desde esta perspectiva la ZDP es la posibilidad de los individuos de aprender en el ambiente social, en la interacción con los demás. Nuestro conocimiento y la experiencia de los demás es lo que posibilita el aprendizaje, consiguientemente, mientras más rica y frecuente

sea la interacción con los demás, nuestro conocimiento será más rico y amplio. La ZDP está determinada socialmente. Aprendemos con la ayuda de los demás, aprendemos en el ámbito de la interacción social y esta interacción social como posibilidad de aprendizaje es la zona de desarrollo próximo. (Rubio, P., citado por Alarcón, O., p. 92)

Puesto que el conocimiento se construye socialmente es conveniente que los modelos, planes y programas de estudio que se manejen en la Institución Educativa de “San José” estén diseñados de tal manera que incluyan en forma sistemática la interacción social, no sólo entre estudiantes y docentes, sino entre estudiantes y comunidad a fin de que contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado – sección P de educación secundaria.

El pensamiento matemático es entendido como la facultad que tiene una persona para combinar un conjunto de recursos a fin de lograr un propósito matemático en una situación determinada; éste a la vez, comprende el pensamientos aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico; y se desarrolla relacionando habilidades actuales y potenciales; gracias a la mediación del docente, quien a partir de las acciones de planificación, ejecución y evaluación, prevé para que el aprendiz lleve a cabo actividades, acciones y operaciones, interactuando con los pares, utilizando medios y materiales, en un determinado ambiente, respetando reglas y cumpliendo roles

El modelo didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, promueve un aprendizaje por interacción sociocultural, donde el estudiante de tercer grado – sección P, desarrolla el pensamiento matemático, que a su vez es aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico, relacionando habilidades actuales y el potencial; gracias a la mediación del docente, quien a partir de las acciones: planificación, ejecución y evaluación, prevé para que el aprendiz lleve a cabo actividades, acciones y operaciones, interactuando con los pares, utilizando medios y materiales, en un determinado ambiente, respetando reglas y cumpliendo roles

En tal sentido la institución Educativa “Colegio Nacional de San José”, teniendo en cuenta que la educación es un proceso holístico, que no separa lo que se aprende en un colegio de lo que se vive en el hogar está en la necesidad de complementar lo que se brinda en casa, ofreciendo servicios de calidad, los cuales deben darse a partir del desarrollo de un buen proceso de enseñanza aprendizaje, por el que se ofrezca una educación integral de la mano con un adecuado desarrollo del pensamiento matemático, materiales y espacios preparados, como un ambiente social entre iguales y estudiantes con necesidades y motivos.

La enseñanza de la matemática en las instituciones educativas tiene como núcleo principal a la resolución de problemas matemáticos, cuyo

aprendizaje es un proceso socializado y debe llevarse a cabo en correspondencia con los saberes previos de los estudiantes y del trabajo cooperativo, teniendo como escenario el contexto

Muchos destacados estudiosos a lo largo de los últimos treinta años convergen en que la resolución de problemas es la esencia y el corazón de la enseñanza de matemática: George Polya (1968), M. de Guzmán (1984), Santalo (1985), entre otros en la actualidad.

De Guzmán decía: “¿De qué les puede servir hacer un hueco en su mente en que sepan o demuestren unos cuantos teoremas y propiedades relativas a entes con poco significado si luego van a dejarlos allí herméticamente emparedados?” En efecto, la enseñanza de la matemática debe tener la finalidad de proporcionar a los estudiantes la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados (pensamiento resolutivo matemático) para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos, ya que mediante la resolución de problemas los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. Pero, ¿Cómo se debe enseñar la matemática a partir de la resolución de problemas?

CONCLUSIONES

1. Los modelos didácticos constituyen el fiel reflejo de las formas como el maestro desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje, en el caso matemático, el proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos

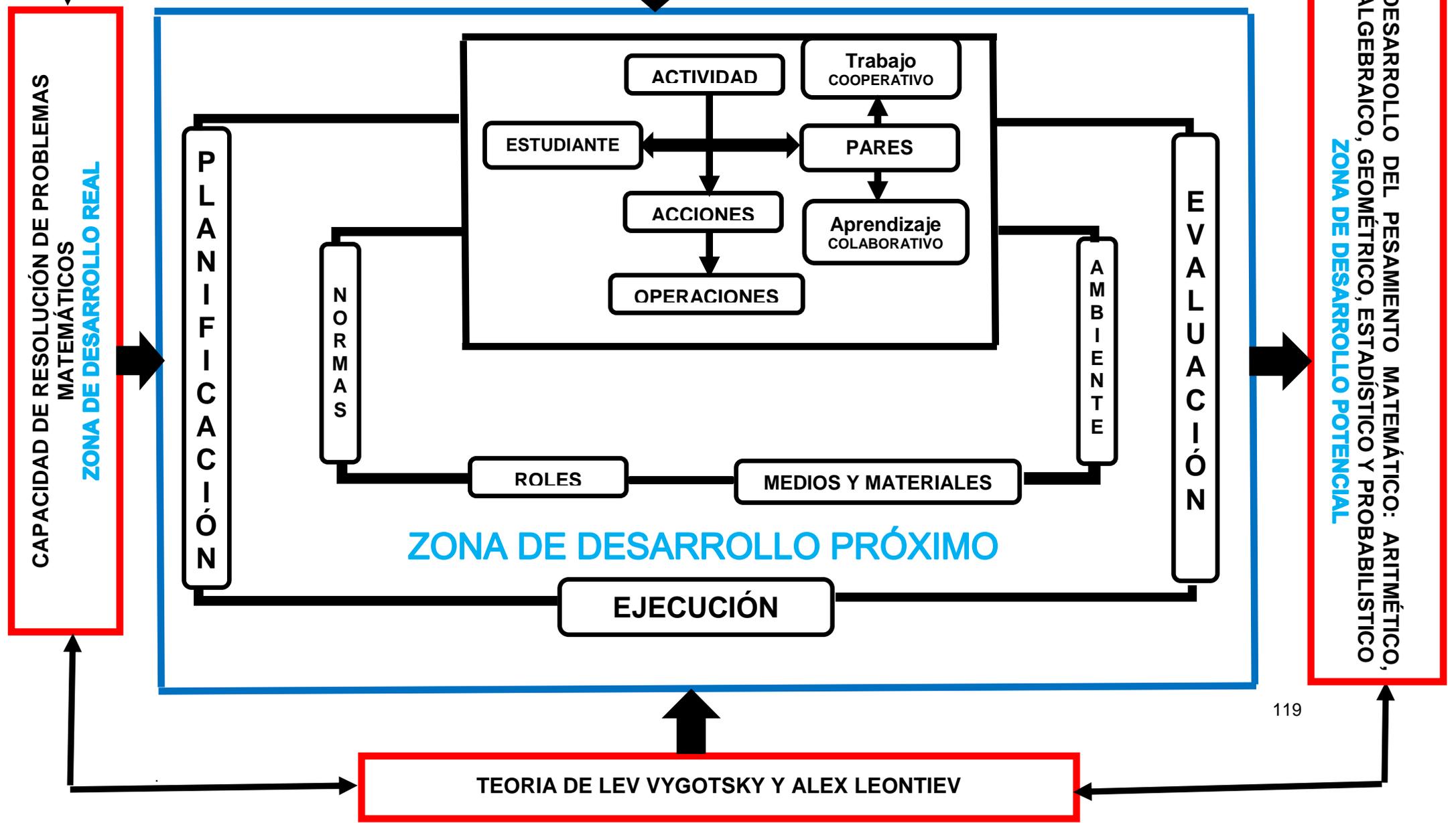
2.- El Modelo Didáctico para desarrollar el pensamiento matemático ha sido previsto, esencialmente, a partir de las ideas de Lev Vygotsky y la Teoría Sociocultural, continuada por Alex Leontiev y la Teoría de la actividad, y complementada por aportes de Piaget y Fernández Bravo

3. El pensamiento matemático es entendido como la facultad que tiene una persona para combinar un conjunto de recursos a fin de lograr un propósito matemático en una situación determinada; este a la vez, comprende el pensamientos aritmético, algebraico, geométrico, estadístico y probabilístico; y se desarrolla relacionando habilidades actuales y potenciales; gracias a la mediación del docente, quien a partir de las acciones de planificación, ejecución y evaluación, prevé para que el aprendiz lleve a cabo actividades, acciones y operaciones, interactuando con los pares, utilizando medios y materiales, en un determinado ambiente, respetando reglas y cumpliendo roles

CAPÍTULO III

SIGNIFICATIVIDAD PRÁCTICA DEL MODELO DIDÁCTICO , BASADO EN LA TEORÍA DE VYGOSKY, PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO “P” DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “COLEGIO NACIONAL DE SAN JOSÉ” DE CHICLAYO Y ANALISIS DE RESULTADOS

PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS



Introducción

En el presente capítulo se considera la estructura del Modelo Didáctico, que se basa en la Teoría de Vygotsky, asimismo se destaca los sistemas de mediación: del docente, del entorno, colaborativa y cooperativa, como los componentes del modelo. Además, se precisa las recomendaciones metodológicas para la aplicación del modelo. Finalmente se realiza el análisis de los resultados, comparando los del Pre test con los del Pos Test

3.1. Descripción de los componentes del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado – sección P de Educación secundaria de la Institución Educativa de “Colegio Nacional de San José”

➤ Sistema de mediación docente

Implica que el rol de docente configura un sistema integrado de planificación, ejecución y evaluación. Estas tres categorías forman una triada dialéctica, vale decir para ejecutar y evaluar es necesario planificar, y para planificar es necesario reconocer lo que se va a evaluar y como se va a ejecutar.

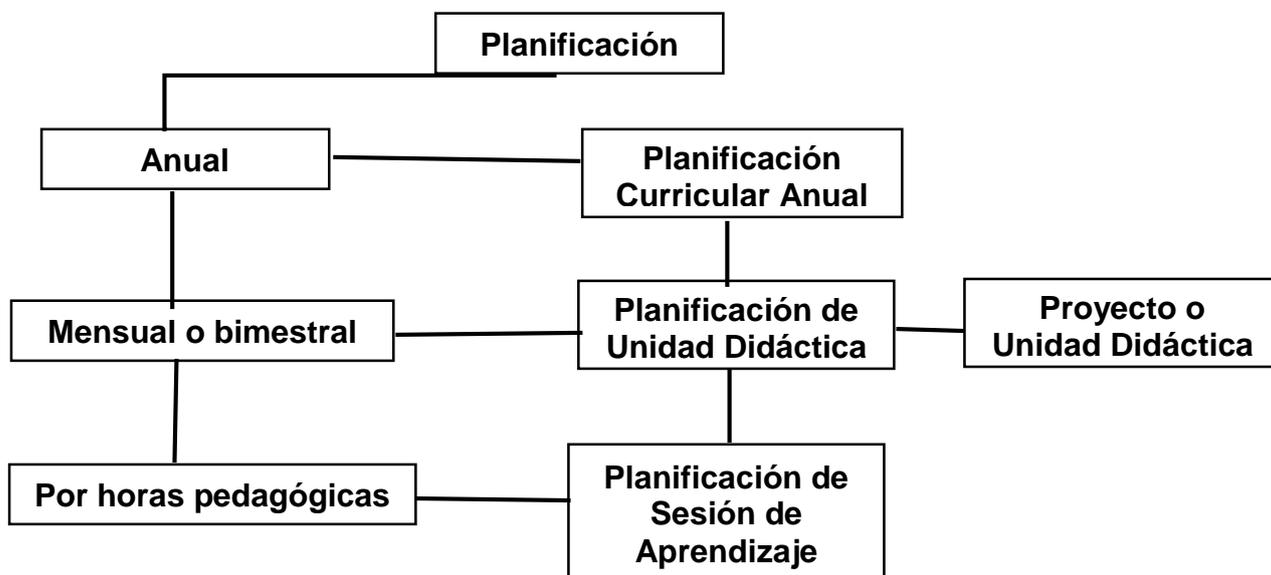
Planificación del aprendizaje

Planificar es una acción del docente quien prevé todas las situaciones y condiciones con el propósito de mediar el aprendizaje del estudiante. “Planificar es el arte de imaginar y diseñar procesos para que los estudiantes aprendan” (Minedu, 2017, p. 4). La planificación es una hipótesis de trabajo, lo que implica que a lo largo del proceso de su ejecución es posible hacer cambios en función de la evaluación que se haga del proceso de enseñanza aprendizaje. La planificación consta de los siguientes procesos

- ✓ Determinar los propósitos de aprendizaje en función de las necesidades identificadas

- ✓ Establecer los criterios para recoger evidencias de aprendizaje sobre el progreso
- ✓ Diseñar y organizar situaciones, estrategias y condiciones pertinentes al propósito de aprendizaje

La planificación es anual, de unidad didáctica y de sesión de aprendizaje. La programación anual sistematiza todo lo que se va a realizar en un año lectivo, la unidad didáctica incluye procesos realizables en forma mensual o bimestral, y la sesión prevé procesos para dos o tres horas pedagógicas. La unidad didáctica se planifica según lo previsto en la planificación anual, mientras que la sesión de aprendizaje se elabora según lo previsto en la unidad didáctica.



Cada planificación: anual, unidad didáctica y sesión de aprendizaje debe incluir elementos que son indispensables para lograr el aprendizaje de los estudiantes:

Planificación Anual	Unidad didáctica		Sesión de aprendizaje
	Unidad de aprendizaje	Proyecto de aprendizaje	
➤ Propósitos	➤ Propósito	➤ Propósito	➤ Propósito

<ul style="list-style-type: none"> ➤ Organización de unidades didácticas ➤ Calendarización ➤ Medios y materiales ➤ Evaluación 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Situación significativa ➤ Secuencia didáctica ➤ Evaluación ➤ Medios y materiales 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Situación significativa ➤ Actividades ➤ Evaluación ➤ Medios y materiales 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Secuencia didáctica ➤ Medios y materiales ➤ Evaluación
---	---	---	--

El docente, para llevar a cabo este proceso, tiene que tener un pleno conocimiento de las principales características sociales, culturales — materiales e inmateriales— y cognitivas de los estudiantes, el dominio de los contenidos pedagógicos y disciplinares, así como la selección de materiales educativos, estrategias de enseñanza y evaluación del aprendizaje (Minedu, 2012, p. 25)

En matemática es importante partir de las necesidades de los estudiantes las cuales están relacionados con los campos temáticos de aritmética, algebra, geometría, estadística y probabilidad. Luego, se plantea el propósito y la situación significativa

Ejecución del aprendizaje

Implica que lo planificado se pone en acción. La ejecución curricular es el proceso en el que se realiza la actividad educativa prevista para producir aprendizajes e ir generando el desarrollo del pensamiento (Minedu. 2015)

En este proceso adquiere notoriedad la mediación del docente, quien a través de preguntas promueva la retroalimentación, lo que permite que el estudiante reflexione sobre el aprendizaje y, en algunos casos, aprenda del error.

Comprende la conducción del proceso de enseñanza por medio de un enfoque. Refiere la mediación pedagógica del docente en el desarrollo de un clima favorable al aprendizaje, el manejo de los contenidos, la motivación permanente de los estudiantes, el desarrollo de diversas

estrategias metodológicas y de evaluación, así como la utilización de recursos didácticos pertinentes y relevantes. Incluye el uso de diversos criterios e instrumentos que facilitan la identificación del logro y los desafíos en el proceso de aprendizaje, además de los aspectos de la enseñanza que es preciso mejorar (Minedu, 2012, p. 25)

La ejecución del aprendizaje en matemática, el docente debe dominar los campos temáticos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad, así como conocer estrategias y procesos didácticos para el desarrollo de aprendizajes del área

La evaluación del aprendizaje

Implica aquel proceso donde se recoge, analiza e interpreta información con la finalidad de emitir juicios de valor y tomar decisiones pertinentes en relación al progreso de los aprendizajes de los estudiantes.

La evaluación se caracteriza por ser flexible, cíclica y abierta. Siempre aparece al inicio, en el desarrollo y al final de todo proceso de aprendizaje. No obstante, es importante distinguir entre una evaluación diagnóstica, formativa y sumativa

La evaluación diagnóstica busca reconocer el nivel de logro actual del aprendizaje o el desempeño actual, a partir del cual se planificará los procesos de aprendizaje que permitan alcanzar niveles de logro próximos y potenciales

La evaluación formativa permite comprobar los avances del aprendizaje, se da a lo largo de todo el proceso de aprendizaje, tiene como propósito la reflexión sobre lo que se va aprendiendo, la confrontación entre el aprendizaje esperado y lo que alcanza el estudiante, la búsqueda de mecanismos y estrategias para avanzar hacia los aprendizajes esperados. Requiere prever buenos mecanismos de devolución al estudiante, que le permita reflexionar sobre lo que está haciendo y buscar modos para mejorarlo, por eso debe ser oportuna y asertiva

La evaluación sumativa, llamada también certificadora, sirve para dar fe del aprendizaje finalmente logrado por el estudiante. Se da al final de un proceso de aprendizaje, vale decir al final de la unidad didáctica o al final del año

En matemática es fundamental el proceso de evaluación ya que proporciona muchas luces sobre y para el desarrollo del pensamiento matemático

En la evaluación de los aprendizajes de matemática se planifica en función de los desempeños que el estudiante debe evidenciar, que implique el desarrollo del pensamiento matemático, estos son: Plantea relaciones, organiza datos, reconoce la pertinencia de conceptos, expresa relaciones, representa gráficamente objetos matemáticos, emplea procedimientos y conceptos, halla y determina medidas, aplica propiedades, teoremas y axiomas, justifica y plantea conjeturas

➤ **Sistema de mediación del entorno**

Vygotsky señalaba que la inteligencia se desarrolla gracias a ciertos instrumentos o herramientas psicológicas que la persona encuentra en el medio ambiente.

Leontiev precisaba que los procesos de internalización no consisten en la transferencia de una actividad externa a un plano interno preexistente, sino que son procesos mediante los cuales este plano se transforma.

Para Vygotsky, la cultura es el determinante primario del desarrollo individual. Los seres humanos somos los únicos que creamos cultura, los individuos adquieren el contenido del pensamiento, el conocimiento; más aún, la cultura es la que proporciona los medios para construir el conocimiento. La cultura dice que pensar y cómo pensar; da el conocimiento y la forma de construir ese conocimiento, por esta razón, Vygotsky sostiene que el aprendizaje es mediado.

La actividad como una de estas unidades de análisis psicológico fue desarrollada por Leontiev y ha sido reformulada actualmente por Engeström, el cual considera que la teoría de la actividad histórico-cultural ha

evolucionado a través de tres generaciones de investigación. La primera generación se basa en la idea vygotskyana de mediación cultural, concibiéndose a toda acción humana mediada por instrumentos y orientada hacia determinados objetos. La idea fue cristalizada por Vygotsky en el famoso modelo triangular de “un acto complejo y mediado” que es expresado comúnmente como la tríada de sujeto, objeto y artefacto mediador

Engeström (1987) retoma una segunda generación representando en la expansión del triángulo vygotskyano los elementos colectivos del sistema de actividad, añadiendo la comunidad, las reglas y la división del trabajo y destacando la importancia de analizar las interacciones y conflictos. Con ello, pretende posibilitar el examen de los sistemas de actividad en el macronivel de lo colectivo y de la comunidad, en lugar de concentrarse exclusivamente en el micronivel del actor o agente individual que opera con instrumentos, o en las relaciones intersubjetivas próximas de los vínculos cara a cara en microcontextos (Larripa, M., Erausquin, C. 2008)

Desde perspectiva se asume que el estudiante desarrolla el pensamiento matemático, resolviendo problemas, siendo consciente de la organización de los roles, consensuando y respetando reglas, utilizando medios y materiales que se encuentran en el medio ambiente.

Reglas

El estudiante al involucrarse en un proceso de aprendizaje ha de ser consciente que va a interrelacionarse con los pares para desarrollar actividades colaborativas y cooperativas. Este proceder debe estar mediado por reglas y normas de convivencia que coadyuven a lograr propósitos no solo individuales sino, sobre todo, colectivos y comunes

El docente como mediador del aprendizaje debe promover a que los estudiantes lleguen a consensos respecto a establecer reglas y normas, que serán utilizadas y respetadas en pro de desarrollar aprendizaje en interacción entre estudiantes

Roles

El rol social es un concepto que hace referencia a las pautas de conducta que la sociedad impone y espera de un individuo en una situación

determinada. El rol tiene la función de separar lo que somos (identidad) de lo que representamos (rol).

Para realizar una actividad el estudiante debe responder la pregunta ¿Quién es responsable y como están organizados los roles?

Ambiente

Según Vygotsky, la inteligencia se desarrolla gracias a ciertos instrumentos o herramientas psicológicas que la persona encuentra en su medio ambiente

Vygotsky basa la teoría en el concepto de **actividad**, considerando que, el hombre no se limita a responder a los estímulos, sino que actúa sobre ellos, transformándolos, ello es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta, la **actividad** es un proceso de transformación del medio a través del uso de instrumentos (Crisólogo, A., 2000)

La clase de matemática no sólo se lleva a cabo en el aula, sino también puede realizarse en el patio, el jardín, fuera de la institución educativa: midiendo, contando, dibujando, jugando, haciendo trazos, manipulando objetos

Cabe precisar que el ambiente tiene una correspondencia con el clima, por lo tanto, si la clase se realiza en un clima favorable, entonces se lograrán aprendizajes esperados

Medios y materiales

Vygotsky sugirió que los procesos mentales superiores se consideraran funciones de la actividad mediada. Propuso tres clases principales de mediadores: instrumentos materiales, «instrumentos psicológicos» y otros seres humanos (véase Kozulin, 1990a). Los instrumentos materiales sólo tienen una influencia indirecta en los procesos psicológicos humanos porque

se dirigen hacia procesos de la naturaleza. Sin embargo, el empleo de instrumentos materiales plantea nuevas demandas a los procesos mentales humanos. Vygotsky propuso que el progreso histórico de la actividad mediada por instrumentos, desde las formas primitivas hasta las más avanzadas, se debería tener en cuenta en los estudios comparativos de la cognición humana (Vygotsky y Luria, 1993, citados por Kozulin, A., 2000)

La matemática hace uso de variados medios y materiales: libro texto, cuaderno de trabajo, ordenadores, proyector, televisor, fichas de trabajo, manuales

➤ **Sistema de mediación colaborativa y cooperativa**

El conocimiento es resultado de la interacción social; en la interacción con los demás adquirimos conciencia de nosotros, aprendemos el uso de los símbolos, que a su vez, nos permiten pensar en formas cada vez más complejas. Para Vygotsky, a mayor interacción social, mayor conocimiento, más posibilidades de actuar, más robustas funciones mentales.

Estudiante

El sujeto que aprende, que socializa e interacciona, que se equivoca, que pregunta, que llega a consensos, que reflexiona, que tiene necesidades y motivos y para lograrlo se plantea metas o acciones, las cuales requieren de operaciones; este es el estudiante, el eje vertebrador de la planificación, pues todo debe articularse a él

En matemática, ante la necesidad de resolver problemas, el estudiante genera información, plantea y ejecuta estrategias, socializa resultados, reflexiona y formaliza y, transfiere lo aprendido; para ello debe movilizar ciertas capacidades: Matematizar, comunicar y representar, usar y elaborar estrategias y, razonar y argumentar generando ideas matemáticas.

Los desempeños del estudiante, que evidencia el desarrollo del pensamiento matemático son: Plantea modelos, organiza datos, reconoce la pertinencia de conceptos, expresa relaciones, representa gráficamente objetos matemáticos, emplea procedimientos y conceptos, halla y determina medidas, aplica propiedades, teoremas y axiomas, justifica y plantea conjeturas

Pares

El estudiante aprende interactuando con los demás, con los compañeros o pares, los cuales se organizan en equipos para realizar un trabajo cooperativo y lograr un aprendizaje colaborativo.

Trabajo cooperativo Implica que todos los estudiantes deben trabajar juntos para aprender y son tan responsables del aprendizaje de los compañeros como del suyo, destacando los objetivos colectivos y el éxito conjunto, que sólo puede lograrse si todos los integrantes de un equipo aprenden los objetivos.

La cooperación constituye una especie de asociación entre personas que van en busca de ayuda mutua en tanto procuran realizar actividades conjuntas, de tal manera que, puedan aprender unos de otros.

El trabajo en equipo permite que los estudiantes del Nivel Secundario, del tercer grado – sección P, del Colegio Nacional de “San José” se unan, se apoyen mutuamente, que tengan mayor voluntad, consiguiendo crear más y cansándose menos, ya que los esfuerzos individuales articulados en equipo cobran mayor fuerza.

El docente de matemática para desarrollar el pensamiento matemático debe organizar la actividad cooperativa buscando que los estudiantes comprendan que de la misma forma que el aporte de cada integrante es importante para el desarrollo de todos y cada uno de ellos, “cualquier retraso de uno de los mismos, también afecta el logro de todos, este aspecto es lo que distingue al aprendizaje cooperativo de los planteamientos individualistas o competitivos en el aprendizaje” (Suarez, C.)

Los Equipos Cooperativos. Bajo un enfoque de la interacción como equipo podemos incidir en una comprensión de la relación entre estudiantes planteado como interdependencia para el aprendizaje, aspecto conceptual que acercaría más al modelo de acción cooperativa (Suarez, C.) La relación cooperativa de los estudiantes desde una comprensión como equipo ayuda a entender y enfocar conceptualmente a cada integrante no sólo como simple presencia física o como una actividad aislada y desligada de los otros al momento de aprender, sino como una presencia interdependiente en la que cada miembro es importante y necesario a la vez para el aprendizaje de todos y éstos de aquél. “En suma asumir la organización de los estudiantes como equipo es entender la relación como una interacción recíproca para alcanzar un objetivo común a todos, situación que compromete de manera absoluta a cada miembro con cada uno de ellos” (Suarez, C.)

El trabajo cooperativo consiste en trabajar en equipo para lograr metas compartidas, en cooperar con el equipo de trabajo para beneficiarnos de todos los conocimientos que el equipo aporta. Se trata de aprender a trabajar en equipo de forma que los resultados sean favorables, no sólo para uno mismo, sino para todo el grupo (Suarez, C.)

Los integrantes de todo equipo deben poseer habilidades cooperativas Sin rebajar la importancia de otros aspectos necesarios para comprender y orientar tareas cooperativas en equipos podemos llegar a cierta especificación de un conjunto de habilidades cooperativas, las cuales son importantes para el desarrollo de una acción cooperativa efectiva para el aprendizaje en equipos

Habilidades orientadas a la realización de las tareas propuestas: Plantear cuestiones, pedir aclaraciones, verificar la comprensión, centrar al grupo en el trabajo, elaborar a partir de ideas de otros, dar información o ideas, seguir las consignas; regular el tiempo de trabajo, practicar la escucha activa; ceñirse a la tarea.

Habilidades orientadas al desarrollo de las relaciones entre los miembros de un equipo: Reconocer las aportaciones; verificar la existencia de consenso; expresar correctamente el desacuerdo; animar a los demás; expresar apoyo; invitar a expresarse; reducir tensiones; mediar en los conflictos; expresar sentimientos, demostrar aprecio (Suarez, C.)

En el equipo de existir heterogeneidad. Una de las ideas más difundidas es que se puede aprovechar educativamente la heterogeneidad y por ello estimular la interactividad de los estudiantes; ya sea cultural, de género, social, de conocimientos previos en las condiciones que otorga el aprendizaje cooperativo es teniendo en cuenta el concepto de conflicto socio-cognitivo, en cuyo contexto los sujetos se forman una opinión y atendiendo a razones personales adoptan una determinada postura; la discusión en equipo conduce a revisar opiniones y posiblemente a modificar, al menos, poner en crisis la actitud ante el problema; el conflicto hace necesario llegar a un acuerdo que tendrá elementos innovadores para todos, en el caso de que la nueva representación del problema haya surgido de la interacción o para casi todos en el caso de que la novedad refleje el punto de vista de alguno de los componentes, que por lo que sea se haya impuesto ante los demás

Los roles Intraequipos. La interacción cooperativa permite potenciar el aprendizaje de todos los estudiantes del Nivel Secundario, de la Institución Educativa de “San José” y en este ámbito se le debe asignar de manera clara y precisa las responsabilidades que dentro del equipo le debe corresponder a cada uno de ellos. Esta necesidad debe ajustarse a la naturaleza de la tarea como a la necesidad de orden y armonía que debe exhibir una organización en equipo para un desarrollo adecuado del aprendizaje. El entendimiento de esta idea es de gran importancia para la eficiencia del equipo cooperativo. En el proceso de asignación y división de roles, como de funciones a los estudiantes sanjosefinos se debe mantener la idea clara que éstas no pueden ser exclusivas de unos pocos integrantes, aunque sean muy competentes para ello, sino que se

debe apostar por un efecto formativo en la distribución de responsabilidades, cuidando desde la actividad docente que las cuales roten constantemente para así afianzar también la interdependencia, ya que todos de alguna forma podrán asumir las mismas obligaciones y por lo tanto hacerse conscientes de los compromisos para con el equipo.

Objetivos Cooperativos. El esclarecimiento de los objetivos cooperativos de los estudiantes de Educación secundaria, de tercer grado, sección P de la Institución Educativa de “San José” constituye el elemento primordial que debe mantenerse en evidencia y que atañe directamente a logros de aprendizaje, de modo que, puedan ser percibidos como un producto de la interacción recíproca y la actividad compartida entre los miembros del equipo.

Distribución de recursos. Los materiales de estudio son siempre una fuente necesaria para el inicio de nuevas reconstrucciones, por tanto, deben ser dosificados por el docente sanjosefino de tal manera que contribuyan al desenvolvimiento compartido dentro del aprendizaje cooperativo. En principio, los materiales, con que se puede aprender en la experiencia cooperativa en equipo son los mismos con los que se podría trabajar en una sesión de aprendizaje competitiva o individual, lo que cambia es la forma de distribución para incentivar y mantener la interdependencia entre los miembros.

Evaluación del Proceso y Producto de la Interdependencia. Los juicios valorativos deben siempre contener la idea de que nada se podrá lograr con eficacia dentro del planteamiento cooperativo si es que no se reconoce que el éxito de todos depende de la actividad de cada uno de los miembros, como el éxito de cada uno de los integrantes depende de la actividad de todos. Este es el parámetro de evaluación general; por tanto, una evaluación personal es en el fondo una evaluación del funcionamiento del equipo que puede dar una idea de cómo se desarrolla el aprendizaje individual. Tanto instrumentos como procedimientos de recojo de información deben de atender este criterio necesario al

momento de evaluar la actividad y el aprendizaje, es decir al momento de evaluar el proceso como los productos de la interacción cooperativa.

Aprendizaje Colaborativo. El aprendizaje colaborativo como estrategia metodológica en la enseñanza permite a los educadores sanjosefinos darse cuenta de la importancia de la interacción que se establece entre el alumno y los contenidos o materiales de aprendizaje y también plantear diversas estrategias cognitivas para orientar dicha interacción eficazmente; no obstante, de igual o mayor importancia son las interacciones que establece el alumno con las personas que lo rodean, por lo cual no puede dejarse de lado el análisis de la influencia educativa que ejerce el docente y los compañeros de clase (Rubio, P., 2003)

Vygotsky manifiesta que el aprendizaje cooperativo requiere de grupos de estudio y trabajo, en primera instancia, porque es en el trabajo en grupo donde los docentes y los alumnos pueden cooperar con los menos favorecidos en el desarrollo cognitivo tener acceso al conocimiento o mejorar los aprendizajes (Rubio, P., 2003)

“El aprendizaje colaborativo es un sistema de interacciones cuidadosamente diseñado que provoca la influencia recíproca entre los integrantes. También es un proceso en el que el concepto de ser mutuamente responsables del aprendizaje de cada uno de los demás se desarrolla entre los integrantes del equipo” (Jhonson y Jhonson, 1999)

“En el aprendizaje colaborativo el profesor adquiere el rol de facilitador y conductor del proceso de enseñanza aprendizaje, decide las actividades adecuadas, favorece la colaboración grupal, la evaluación y facilita la coevaluación y autoevaluación de los estudiantes” (Jhonson y Jhonson, 1999)

En el trabajo colaborativo consta de una responsabilidad Individual. “La responsabilidad individual significa que los resultados del grupo dependen del aprendizaje individual de todos los miembros del grupo. Con la potenciación de la responsabilidad individual se trata de evitar que haya algún miembro del grupo que no trabaje y de que todo el trabajo

recaiga en una sola persona. Para ello es fundamental acompañar los trabajos colectivos con las realizaciones o aportaciones a nivel individual que se hayan realizado” (Revista Aula de innovación educativa) **La Interdependencia Positiva.** La interdependencia es positiva cuando uno depende de otra persona para llegar al éxito o a algo antes planteado, porque gracias al éxito de los demás obtengo éxito; si los demás triunfan, yo también; los logros de ellos me ayudan a realizar los míos **Las Habilidades de Colaboración.** Cada miembro del grupo debe colaborar asumiendo íntegramente la tarea y, además, tener los espacios para compartirla con el grupo y recibir las contribuciones. La Interacción Promotora y El proceso de grupo.

3.2. Recomendaciones metodológicas para la aplicación del Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado P de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio nacional de San José” de Chiclayo

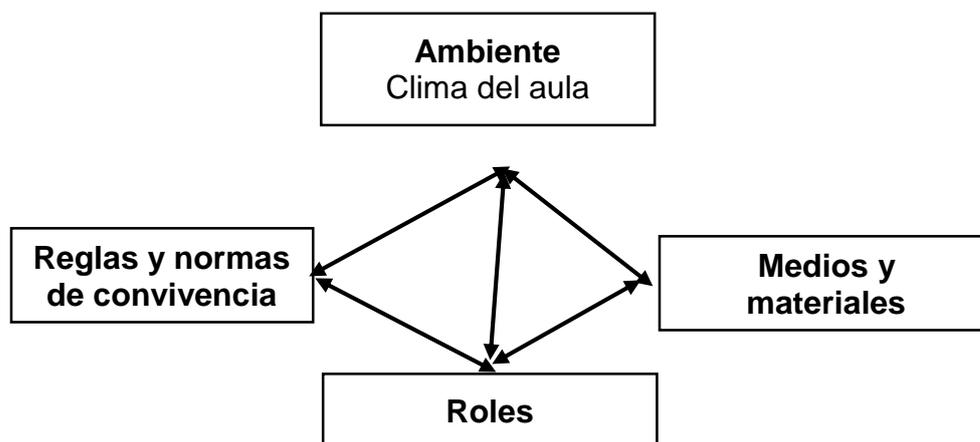
La aplicación del Modelo Didáctico, basado en la Teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado, sección P, de la Institución Educativa “Colegio Nacional de San José” se lleva a cabo teniendo en cuenta las siguientes recomendaciones metodológicas:

- El modelo comprende tres sistemas de mediación: sistema de mediación docente, sistema de mediación del entorno y sistema de mediación entre pares, los cuales tienen como eje principal a la actividad de los estudiantes.
- La actividad de los estudiantes, realizada en equipo, se encamina a la resolución de problemas matemáticos; para ello deben realizar tres acciones fundamentales: generar información, formular y ejecutar estrategias, socializar resultados, reflexión y socialización, y transferencia. Estas

acciones se llevan a cabo cuando los estudiantes movilizan las capacidades: matematiza situaciones, comunica y representa, usa y elabora estrategias y, razona y argumenta generando ideas matemáticas. Todo ello permite que los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático, cuyos desempeños son: Plantea modelos, organiza datos, reconoce la pertinencia de conceptos, expresa relaciones, representa gráficamente objetos matemáticos, emplea procedimientos y conceptos, halla y determina medidas, aplica propiedades, teoremas y axiomas, justifica y plantea conjeturas.

Actividad	Acciones	Operaciones	Desempeños
Resolución de problemas matemáticos	➤ Generar información	Matematiza situaciones	Plantea relaciones, organiza datos, reconoce la pertinencia de conceptos
	➤ Formular y ejecutar estrategias	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa relaciones, representa gráficamente objetos matemáticos
	➤ Socialización de resultados	Usa y elabora estrategias	Emplea procedimientos y conceptos, halla y determina medidas, aplica propiedades, teoremas y axiomas
	➤ Reflexión y formalización	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Justifica y plantea conjeturas.
	➤ Transferencia		

- El entorno juega un papel trascendental, toda vez que la mediación de los instrumentos y herramientas tienen lugar en un ambiente organizado a través de roles y reglas



- Los estudiantes interactúan en pares para realizar un trabajo cooperativo y desarrollar aprendizajes colaborativos. Dicho trabajo debe realizarse teniendo en cuenta condiciones que conlleven a lograr distintos aprendizajes colaborativos, según elemento de aprendizaje

Trabajo cooperativo	Aprendizaje colaborativo
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Habilidades cooperativas ➤ Objetivos cooperativos ➤ Heterogeneidad del equipo ➤ Roles intraequipos ➤ Distribución de recursos 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Responsabilidad individual ➤ Interdependencia positiva ➤ Habilidades de colaboración ➤ Interacción promotora ➤ Procesos de grupo

- La actividad mediadora del docente busca que los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático, ello se realiza sistémicamente a través de tres acciones: planificación, ejecución y evaluación de los aprendizajes, lo que implica que el docente tiene que tener: dominio de la disciplina matemática y conocimiento de las características del estudiante; dominio de diversas estrategias de motivación, de conducción y evaluación del aprendizaje, así como la utilización de recursos didácticos pertinentes y relevantes

Actividad	Acciones	Operaciones	Desempeños
Desarrollo del pensamiento matemático	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Planificación de los aprendizajes ➤ Ejecución de los aprendizajes ➤ Evaluación de los aprendizajes 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Determinar los propósitos de aprendizaje en función de las necesidades identificadas ➤ Establecer los criterios para recoger evidencias de aprendizaje sobre el progreso ➤ Diseñar, organizar y ejecutar situaciones, estrategias y condiciones pertinentes al propósito de aprendizaje ➤ Utilizar recursos didácticos pertinentes y relevantes 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Dominio de la disciplina matemática ➤ Conocimiento de las características del estudiante ➤ Dominio de diversas estrategias de motivación, de conducción y evaluación del aprendizaje ➤ Dominio de recursos didácticos pertinentes y relevantes

- Previo a la planificación se debe realizar la evaluación diagnóstica, la cual dará luces respecto al desempeño actual del estudiante; vale decir nivel de desarrollo del pensamiento matemático

- La planificación debe realizarse teniendo en cuenta los elementos mínimos que debe incluir cada planificación

Planificación Anual	Unidad didáctica		Sesión de aprendizaje
	Unidad de aprendizaje	Proyecto de aprendizaje	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Propósitos ➤ Organización de unidades didácticas ➤ Calendarización ➤ Medios y materiales ➤ Evaluación 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Propósito ➤ Situación significativa ➤ Secuencia didáctica ➤ Evaluación ➤ Medios y materiales 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Propósito ➤ Situación significativa ➤ Actividades ➤ Evaluación ➤ Medios y materiales 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Propósito ➤ Secuencia didáctica ➤ Medios y materiales ➤ Evaluación

3.3. Análisis de los Resultados.

3.3.1. Análisis del POST TEST.

Nivel de logro del pensamiento matemático de los estudiantes de tercero “P”, según POS TEST

Tabla N° 49

Nivel de logro del pensamiento aritmético en tercero P

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	3	13
En Inicio	4	17
En Proceso	4	17
Satisfactorio	12	53
Total	23	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 12 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **53%**, tienen un nivel de logro satisfactorio; 4 de 23 estudiantes, que representan el 17%, tienen un nivel de logro En Proceso; 4 de 23 estudiantes, que representan el 17%, tienen un nivel de logro En Inicio y 3 de 23, que representa el 13% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero “P” lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento aritmético y están preparados para afrontar nuevos retos.

Tabla N° 50

Nivel de logro del pensamiento algebraico de tercero P

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	4	17
En Inicio	5	22
En Proceso	6	26
Satisfactorio	8	35
Total	23	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 8 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 35%, tienen un nivel de logro satisfactorio; 6 de 23 estudiantes, que representan el 26%, tienen un nivel de logro En Proceso; 5 de 23 estudiantes, que representan el 22%, tienen un nivel de logro En Inicio y 4 de 23, que representa el 17% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero “P” lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento algebraico y están preparados para afrontar nuevos retos.

Tabla N° 51

Nivel de logro del pensamiento geométrico de tercero P

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	5	22
En Inicio	5	22
En Proceso	6	26
Satisfactorio	7	30
Total	23	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 7 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el 30%, tienen un nivel de logro satisfactorio; 6 de 23 estudiantes, que representan el 26%, tienen un nivel de logro En Proceso; 5 de 23 estudiantes,

que representan el 22%, tienen un nivel de logro En Inicio y 5 de 23, que representa el 22% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero “P” lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento geométrico y están preparados para afrontar nuevos retos.

Tabla N° 52

Nivel de logro del pensamiento estadístico y probabilístico de 3ero P

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	1	4
En Inicio	3	13
En Proceso	2	9
Satisfactorio	17	74
Total	23	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero “P”

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 17 de 23 estudiantes de tercer grado “P”, que representan el **74%**, tienen un nivel de logro satisfactorio; 2 de 23 estudiantes, que representan el 9%, tienen un nivel de logro En Proceso; 3 de 23 estudiantes, que representan el 13%, tienen un nivel de logro En Inicio y 1 de

23, que representa el 4% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero "P" lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento estadístico y probabilístico y están preparados para afrontar nuevos retos.

Nivel de logro del pensamiento matemático en estudiantes de tercero "T", según POS TEST

Tabla 53

Nivel de logro del pensamiento aritmético en tercero "T"

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	14	66
En Inicio	4	19
En Proceso	2	10
Satisfactorio	1	5
Total	21	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 1 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el **5%**, tienen un nivel de logro satisfactorio; 2 de 21 estudiantes, que representan el 10%, tienen un nivel de logro En Proceso; 4 de 21 estudiantes,

que representan el 19%, tienen un nivel de logro En Inicio y 14 de 21, que representa el 66% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero "T" aun no lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento aritmético por lo tanto no están preparados para afrontar nuevos retos.

Tabla N° 54

Nivel de logro del pensamiento algebraico de tercero T

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	17	80
En Inicio	2	10
En Proceso	1	5
Satisfactorio	1	5
Total	21	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 1 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el 5%, tienen un nivel de logro satisfactorio; 1 de 21 estudiantes, que representan el 5%, tienen un nivel de logro En Proceso; 2 de 21 estudiantes, que representan el 10%, tienen un nivel de logro En Inicio y 17 de 21, que representa el 80% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero "T" aun no lograron los aprendizajes

esperados relacionados al pensamiento algebraico por lo tanto no están preparados para afrontar nuevos retos

Tabla N° 55

Nivel de logro del pensamiento geométrico de tercero T

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	15	71
En Inicio	2	10
En Proceso	3	14
Satisfactorio	1	5
Total	21	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 1 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el **5%**, tienen un nivel de logro satisfactorio; 3 de 21 estudiantes, que representan el 14%, tienen un nivel de logro En Proceso; 2 de 21 estudiantes, que representan el 10%, tienen un nivel de logro En Inicio y 15 de 21, que representa el 71% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero "T" aun no lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento geométrico por lo tanto no están preparados para afrontar nuevos retos

Tabla N° 56**Nivel de logro del pensamiento estadístico y probabilístico de tercero T**

Nivel de logro	Fi	%
Previo al inicio	17	80
En Inicio	0	00
En Proceso	2	10
Satisfactorio	2	10
Total	21	100

Fuente: Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "T"

Análisis e interpretación

De acuerdo a los datos obtenidos se puede establecer que 2 de 21 estudiantes de tercer grado "T", que representan el **10%**, tienen un nivel de logro satisfactorio; 2 de 21 estudiantes, que representan el 10%, tienen un nivel de logro En Proceso; el 00%, tienen un nivel de logro En Inicio y 17 de 21, que representa el 80% tienen un nivel de logro Previo al inicio. Se puede precisar que, según el Pos Test, la mayoría de los estudiantes de tercero "T" aun no lograron los aprendizajes esperados relacionados al pensamiento estadístico y probabilístico por lo tanto no están preparados para afrontar nuevos retos.

3.3.2. Análisis comparativo del PRE TEST y el POST TEST

Tabla N° 57

Nivel de logro del pensamiento aritmético de tercero P, antes y después

Nivel de logro	Antes		Después	
	Fi	%	Fi	%
Previo al inicio	21	91	3	13
En Inicio	0	0	4	17
En Proceso	2	9	4	17
Satisfactorio	0	0	12	53
Total	23	100	23	100

Fuente: Pre y Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a la comparación de los datos obtenidos, antes y después, se puede establecer que de los 23 estudiantes de Tercer Grado "P"; antes 21, que representa el 91%, estaban en el nivel Previo al Inicio, después de aplicado el modelo solo 3, que representa el 13%, se ubica en dicho nivel; así también se puede manifestar que, antes ningún estudiante, tenía un nivel satisfactorio, después de aplicado el modelo 12 estudiantes, que representa el 53%, se ubican en dicho nivel Satisfactorio del pensamiento aritmético, los cuales están preparados para afrontar nuevos retos

Tabla N° 58**Nivel de logro del pensamiento algebraico de tercero P, antes y después**

Nivel de logro	Antes		Después	
	Fi	%	Fi	%
Previo al inicio	23	100	4	17
En Inicio	0	0	5	22
En Proceso	0	0	6	26
Satisfactorio	0	0	8	35
Total	23	100	23	100

Fuente: Pre y Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a la comparación de los datos obtenidos, antes y después, se puede establecer que de los 23 estudiantes de Tercer Grado "P"; antes todos los estudiantes estaban en el nivel Previo al Inicio, después de aplicado el modelo solo 4, que representa el 17%, se ubica en dicho nivel; así también se puede manifestar que, antes ningún estudiante, tenía un nivel satisfactorio, después de aplicado el modelo 8 estudiantes, que representa el 35%, se ubican en dicho nivel Satisfactorio del pensamiento algebraico, los cuales están preparados para afrontar nuevos retos

Tabla N° 59**Nivel de logro del pensamiento geométrico de tercero P, antes y después**

Nivel de logro	Antes		Después	
	Fi	%	Fi	%
Previo al inicio	22	96	5	22
En Inicio	1	4	5	22
En Proceso	0	0	6	26
Satisfactorio	0	0	7	30
Total	23	100	23	100

Fuente: Pre y Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a la comparación de los datos obtenidos, antes y después, se puede establecer que de los 23 estudiantes de Tercer Grado "P"; antes 22, que representa el 96%, estaban en el nivel Previo al Inicio, después de aplicado el modelo solo 5, que representa el 22%, se ubica en dicho nivel; así también se puede manifestar que, antes ningún estudiante, tenía un nivel satisfactorio, después de aplicado el modelo 7 estudiantes, que representa el 30%, se ubican en dicho nivel Satisfactorio del pensamiento geométrico, los cuales están preparados para afrontar nuevos retos

Tabla N° 60**Nivel de logro del pensamiento estadístico y probabilístico de tercero P, antes y después**

Nivel de logro	Antes		Después	
	Fi	%	Fi	%
Previo al inicio	17	74	1	4
En Inicio	0	0	3	13
En Proceso	4	17	2	9
Satisfactorio	2	9	17	74
Total	23	100	23	100

Fuente: Pre y Pos Test aplicado a los estudiantes de tercero "P"

Análisis e interpretación

De acuerdo a la comparación de los datos obtenidos, antes y después, se puede establecer que de los 23 estudiantes de Tercer Grado "P"; antes 17, que representa el 74%, estaban en el nivel Previo al Inicio, después de aplicado el modelo solo 1, que representa el 4%, se ubica en dicho nivel; así también se puede manifestar que, antes sólo 2 estudiantes, que representa el 9%, tenían un nivel satisfactorio, después de aplicado el modelo 17 estudiantes, que representa el 74%, se ubican en dicho nivel Satisfactorio del pensamiento estadístico y probabilístico; los cuales están preparados para afrontar nuevos retos

Conclusiones.

1. El Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa de “San José” de Chiclayo está compuesto por tres sistemas de mediación: Sistema de mediación del docente, sistema de mediación del entorno, sistema de mediación colaborativa y cooperativa

2. Los estudiantes de tercer grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa de “San José” de Chiclayo, involucrados en el presente trabajo de investigación, gracias a la aplicación del modelo, en una gran mayoría alcanzó un nivel de logro satisfactorio del desarrollo del pensamiento matemático, evidenciándose en excelentes desempeños al resolver problemas matemáticos de aritmética, algebra, geometría, estadística y probabilidad; generando información, formulando y ejecutando estrategias, socializando resultados, reflexionando y formalizando, y transfiriendo el conocimiento; que con interacción de sistemas de mediación, permitieron que los estudiantes: Planteen relaciones, organicen datos, reconozcan la pertinencia de conceptos, expresen relaciones, representen gráficamente objetos matemáticos, empleen procedimientos y conceptos, hallen y determinen medidas, apliquen propiedades, teoremas y axiomas, justifiquen y planteen conjeturas; para ello deberán matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, usar y elaboran estrategias, razonar y argumentar generando ideas matemáticas

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

1. El Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, que se propone, previa aplicación, ha resultado lo suficientemente válido para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional San José” de Chiclayo
2. El eje primordial del Modelo está centrado en la mediación, a través de tres sistemas relacionados; lo que, puesto en práctica permitió desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional San José” de Chiclayo
3. El objetivo de la investigación ha sido alcanzado; toda vez que se ha logrado desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Colegio Nacional San José” de Chiclayo
4. El proceso de investigación aporta como resultado un Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, que ha permitido desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes de Tercer Grado “P” de Educación Secundaria de la Institución Educativa “San José” de Chiclayo”

Recomendaciones.

- 1.** Aplicar el modelo propuesto, en todos los grados y secciones del nivel secundario de la Institución Educativa “San José” de Chiclayo, puesto que permitirá desarrollar el pensamiento matemático
- 2.** Recomendar y promover que el Modelo Didáctico, basado en la teoría de Vygotsky, sea implementado en otras Instituciones Educativas con el propósito de desarrollar el pensamiento matemático
- 4.** Continuar investigando sobre el particular considerando que el conocimiento en este campo es sumamente amplio e interesante.

BIBLIOGRAFIA

- ALVAREZ DE ZAYAS, C. (1999). *La Escuela en la Vida*. Editorial Pueblo y Educación. La Habana-Cuba.
- ALVAREZ DE ZAYAS, C. (1996). *Hacia una Escuela de Excelencia*. La Habana-Cuba.
- ARAUJO R, A. (1959). *Primer Centenario del Colegio Nacional de "San José"*. Lima-Perú.
- AUSUBEL, D. (1976). *Psicología Cognitiva*. Editorial Trillas. México-México.
- BLANCO, R. (2009) *El pensamiento Lógico desde la perspectivas neurociencias cognitivas*. Recuperado de <http://www.eikasias.com/documentos/rafaelblanco.pdf>
- BLANCO, M.; MORALES, H.,; RODRÍGUEZ, T (2010) *Actividad, acciones y operaciones en el proceso diagnóstico*. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412010000300007
- CALDEIRO, G. P. y VIZCARRA M. *El Trabajo Cooperativo en el Aula*.
- CARRA, J. (s.f.). *Pensamiento sistémico*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en <http://www.aprehender.net/BlogEdu/DespCarga.pdf>
- CARMOANA, N. y JARAMILLO, D. (2010) *El razonamiento en el desarrollo del pensamiento lógico a través de una unidad didáctica basada en el enfoque de resolución de problemas*. Recuperado de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/1484/1/37235C287.pdf>
- CÓRDOVA, C. (SF) *Propuesta para la adquisición de número en el nivel inicial*. Recuperado de http://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/123456789/1419/MAE_EDUC_088.pdf?sequence=1
- CÓRDOVA, M. (2007). *Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas*. Recuperado de http://www.upnfm.edu.hn/bibliod/images/stories/Tesis/manuel_antonio_cardona_marquez.pdf
- COLL C. (1991). *Psicología y Currículum*. Editorial Paidós. Barcelona-España.
- CRISOLOGO ARCE, A. *Actualizador Pedagógico*. Lima-Perú. 2000.

- CRUZ, A. (2008). *Desarrollo del pensamiento matemático* Recuperado en http://www.utan.edu.mx/~tequis/images/tesis_biblioteca/maestrias/20.pdf
- DELORS Jacques (1996). *La Educación Encierra un Tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI*. Editorial Santillana. UNESCO/Madrid.
- DICCIONARIO DE FILOSOFÍA (1999). Empresa Editorial Herder. Barcelona.
- De GODINO, J. (2003) *Teoría y métodos de educación matemática*. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos teoricos/fundamentos tem.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/fundamentos_tem.pdf)
- Elder, Linda y Richard Paul (2003). *La mini guía para el pensamiento crítico: conceptos y herramientas*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en <http://www.criticalthinking.org/resources/PDF/SP-ConceptsandTools.pdf>
- FERNÁNDEZ, J. (s.f) *Metamodelos y modelos de situaciones problemáticas*. Recuperado de <http://www.grupomayeutica.com/documentos/metamodelos.pdf>
- FERREIRO GRAVIE Ramón (2005). *Del Aprendizaje Grupal al Aprendizaje Cooperativo*.
- FUENTES GONZALES, H. *Didáctica de la Educación Superior*. Cuba.
- FLORES, M. (2002) *Teorías Cognitivas y Educación*. Ed. San Marcos Lima – Perú.
- GARCÍA PÉREZ, F. (2000). *Los Modelos Didácticos como Instrumentos de Análisis y de Intervención en la Realidad Educativa*. En Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales. Universidad de Barcelona-España.
- GRACÍA RODRIGUEZ, R. (2017) *La teoría de la actividad en el estudio del comportamiento informacional humano*. Recuperado de http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/24430/1/2017_art_rgrodriguez.pdf
- GARCÍA VALCARCEL, A. (2001). *Didáctica Universitaria*. Madrid-España.
- GIMENO SACRISTAN, J. (1981). *Teoría de la Enseñanza y Desarrollo del Currículo*. Madrid-España.
- JHONSON, D. (1999). *El Concepto de Aprendizaje Cooperativo*. Editorial Paidós. Buenos Aires.

- JHONSON Y JHONSON (1999). *El Aprendizaje en el Aula*. Paidós. Buenos Aires-Argentina.
- KOZULIN, A. (2000) *Instrumentos psicológicos* Recuperado de <https://marxismocritico.files.wordpress.com/2011/11/el-concepto-de-actividad-psicolc3b3gica.pdf>
- LAROUSSE Diccionario Enciclopédico. Segunda Edición. México. 1996.
- LEON RIVERA, Martha, Carpio García, Zaida y otros (2011). *Importancia de los enfoques Cuantitativos y Cualitativos de Investigación en Ciencias Sociales*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en http://www.tlalpan.uvmnet.edu/oiid/download/Importancia%20enfoques%20investigaci%C3%B3n_04_CS0_PSIC_PICS_E.pdf
- LEXUS Diccionario Escolar de Sinónimos y Antónimos. Lima. Perú. 2000.
- LOPEZ RODRIGUEZ, O. *Fundamentos Teórico-Conceptuales del Modelo Didáctico como Tecnología Educativa*. En: [http:// es.wikipedia.org](http://es.wikipedia.org)
- MACIAS CORTEZ, G. *Tesis de Teorías de Comunicación Grupal en la Toma de Decisiones*. Barcelona. España. 2003.
- MALAGÓN MALAGÓN, F. (2005). *Planificación Institucional en la Educación*. En: Planificación Estratégica para Instituciones Educativas. UNPRG.
- Mª A BES (2006) “*La interacción en el proceso de instrucción formal en grupos multilingües de español/L2 de nivel principiante*” Tesis doctoral. Consultado en <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/7586/tabi1de2.pdf?sequence=1>
- MARQUEZ GRAELLS Pere (2001). *Didáctica: Los Procesos de Enseñanza aprendizaje*. Facultad de Educación UAB.
- MARTINEZ GOMEZ, J. (1991). *El Concepto de Enseñanza Abierta*. Universidad Veracruzana. Veracruz-México.
- MARTINEZ LLANTADA, M. (2002). *Los Pilares para la Educación Ciudadana en el siglo XXI*.
- MEDINA RIVILLA, A. (1990). *Didáctica. El Currículum: fundamentación, diseño, desarrollo y evaluación*. Madrid-España.
- MEJÍA, M. y HUARANGA, O. (2005). *El Currículum en el Siglo XXI*. Lima-Perú.

- MIJKSENAAR, P. (s.f). *El diseño de información*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en <http://www.sisman.utm.edu.ec/libros/FACULTAD%20DE%20CIENCIAS%20HUMAN%20C3%8DSTICAS%20Y%20SOCIALES/CARRERA%20DE%20BIBLIOTECOLOG%20C3%8DA%20Y%20CIENCIAS%20DE%20LA%20INFORMACI%20C3%93N/07/Unidad%20de%20Informaci%20C3%B3n%20Especial/capitulo1.pdf>
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2012). *Paradigmas y enfoques de la investigación científica*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/wp-content/uploads/2010/09/Material_dia_1.pdf
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE ARGENTINA (2006). *Diferentes Modelos Didácticos*. Buenos Aires-Argentina.
- MARIÑO Sonia y GODOY María (2012) *Reflexiones preliminares de la teoría de la actividad y el desarrollo desoftware educativo*. Recuperado de <file:///C:/Users/EDGAR%20PC/Downloads/765-Texto%20del%20art%C3%ADculo-3505-1-10-20120503.pdf>
- MORALES M (s.f.). *Holística*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en <http://www.telurium.net/PDF/holistica.pdf>
- MORIN, Edgar. *Los Siete Saberes necesarios para la Educación del Futuro*. UNESCO.
- ORDEMAR J. (2008). *La dialéctica*. Lambayeque – Perú
- ORDEMAR, J (2008). *Acercamiento al pensamiento de la complejidad de Edgar Morín*. Lambayeque – Perú
- ORELLANA ETCHEVERS Eugenia y BRAVO VALDIVIESO Luis (2000). *Investigación y Experiencia de Trabajo Colaborativo con Profesores*. En: Estudios Pedagógicos.com.
- ORTIZ CABANILLAS, Pedro (2010). *Neurociencias Aplicadas a la Educación*.
- PAEZ Carmen. Recuperado en: <http://es.wikipedia.org>.
- PATIÑO GARZÓN L. (2007) *Aportes del enfoque histórico cultural para la enseñanza*. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/eded/v10n1/v10n1a05.pdf>
- PIAGET Jean (1978). *La Equilibración de las Estructuras Cognitivas. Siglo XXI*. Madrid-España.

- PIAGET, J. (1991) *Seis estudios de psicología*. Recuperado de http://dinterrondonia2010.pbworks.com/f/Jean_Piaget_-_Seis_estudios_de_Psicologia.pdf
- POBLETE RUIZ Manuel y GARCÍA OLALLA Ana. *Análisis y Evaluación del Trabajo en Equipo*.
- PRADWDA, Ana (2002). *Mediación Escolar*. www.uccor.edu.ar.
- REVISTA AULA DE INNOVACIÓN PEDAGÓGICA. *El aprendizaje Cooperativo una Estrategia para la Comunicación*.
- REVISTA DE VICERRECTORADO ACADEMICO. (2005). *Pensamiento Garcilasiano*. Universidad Inca Garcilaso de la Vega.
- REVISTA DIGITAL UNIVERSITARIA. (2009). *Pensamiento creativo e innovador*. Recuperado el 10 de diciembre del 2013 en <http://www.revista.unam.mx/vol.10/num12/art87/art87.pdf>
- RODRIGUEZ DIEGUEZ José Luis (1980). *Didáctica General*. Madrid
- RODRÍGUEZ, D. Y PINEDA, L. (2009). *Situaciones problemáticas en matemáticas como herramienta en el desarrollo del pensamiento matemático*. Recuperado de http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f_educacion/pregrado/matematicas/documentos/Tesis1.pdf
- RUBIO HERNANDEZ Pedro. *El Trabajo Cooperativo*.
- SANCHEZ CARLESSI, Hugo. *Teorías del Aprendizaje*. 1984.
- SÁNCHEZ, J. Y FERNÁNDEZ, J. (s.f) *Enseñanza de la matemática*. Ed. CCS Madrid
- SCHROEDER STEPHANIE G. (2014) *Aplicaciones de la teoría de la actividad a la enseñanza de español mediante proyectos*. Recuperado de <https://scholarworks.iupui.edu/bitstream/handle/1805/6107/10%20Aug%202014%20Schroeder.pdf;sequence=3>
- SIERRA, M. (2 000). *Pensamiento de Miguel de Guzmán acerca de la educación matemática*. Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/59/Articulo09.pdf>
- SLAVIN Robert (1999). *Aprendizaje Cooperativo*. Buenos Aires.
- SMART. *Diccionario de Español Inglés*. Editorial Océano. Colombia. 1991.

- SUAREZ GUERRERO Cristóbal. *Comunicación Interpersonal y Trabajo Cooperativo. En: Comunicación y Epistemología.* Universidad Nacional "Pedro Ruiz Gallo"
- TAFUR PORTILLA, Raúl. *La Tesis Universitaria.* Editorial Mantaro. Primera Edición. Lima-Perú. 1995.
- TEBAR BELMONTE Lorenzo (2003). *El Perfil del Profesor Mediador.* Editorial Santillana. Madrid-España.
- TEDESCO, Juan Carlos. *Los Pilares de la Educación del Futuro.* En: Debates de la Educación. Barcelona-España. 2003
- TORASSA, Adrián. *Filosofía y Epistemología. En: Comunicación y Epistemología. UNPRG. FACHSE.* Unidad de Maestría. Lambayeque-Perú. 2004.
- UNESCO (1998). *Declaración Mundial: La Educación ante los Retos del Siglo XXI*
- UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO". *Investigación Científica.* FACHSE. Unidad de Maestría. Lambayeque-Perú. 2004.
- UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO" (2008). *Pedagogía Ciencia Social Integradora.* Lambayeque-Perú.
- UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO". *Pedagogía.* FACHSE. Unidad de Maestría. Lambayeque-Perú. 2004.
- UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO". *Presupuestos y Finanzas en Educación.* FACHSE. Unidad de Maestría y Doctorado. Lambayeque-Perú. 2005.
- UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DEL PERÚ (2008). *Aprendizaje Colaborativo.* Lima-Perú
- VIGOTSKY Lev (1982). *El Proceso de los Desarrollos Psicológicos Superiores.* Barcelona-España.

ANEXOS

TEST DE MATEMÁTICA
TERCER GRADO DE SECUNDARIA

Apellidos y Nombres: _____

Grado y Sección: _____

PRECIO DE LA PAPA

Debido al Fenómeno El Niño hubo variaciones en el precio de la papa. El siguiente cuadro presenta los precios de la papa en el Gran Mercado Mayorista de Lima, el día 26 de enero del 2016.

Producto	Variedad	Precios x Kg en S/		
		Precio Min.	Precio Max.	Precio Prom.
PAPA	PAPA AMARILLA/TUMBAY/TORNILLO/OTR	1.50	1.90	1.70
PAPA	PAPA BLANCA/VALLE/OTROS	1.40	1.60	1.53
PAPA	PAPA HUAYRO (ROJO-MORO-NEGRO) RUNT/MARH/U	1.20	1.40	1.30
PAPA	PAPA HUAMANTANGA	1.40	1.60	1.50
PAPA	PAPA UNICA	1.50	1.90	1.70
PAPA	PAPA PERUANITA (INJERTO)	1.40	2.00	1.70
PAPA	PAPA PERRICHOLI	1.40	1.60	1.51
PAPA	PAPA YUNGAY	1.50	1.60	1.54
PAPA	PAPA CANCHAN	1.60	1.80	1.70

Adaptado de: <http://www.emmsa.com.pe/index.php/estadisticas/volumen-y-precios-diarios>

Con respecto a esta información responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿Qué tipo de papa tiene la variación de precios de acuerdo al intervalo [1.50; 1.60]?

- a) Papa Canchan.
- b) Papa amarilla.
- c) Papa Yungay.
- d) Papa única

2. Determina los valores que corresponden a la mediana de los precios mínimos y la moda de los precios máximos.

- a) S/ 1.40 y S/ 1.60

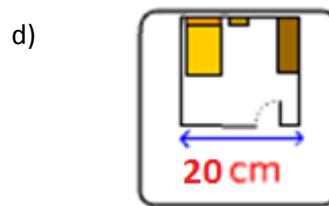
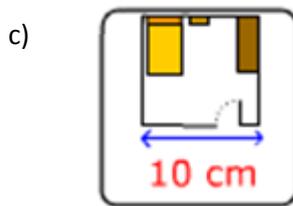
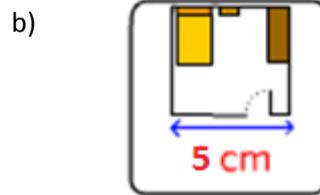
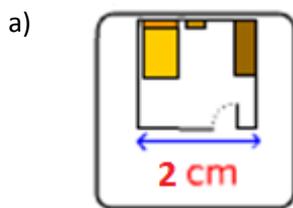
b) S/ 1.40 y S/ 2.00

c) S/ 1.50 y S/ 1.60

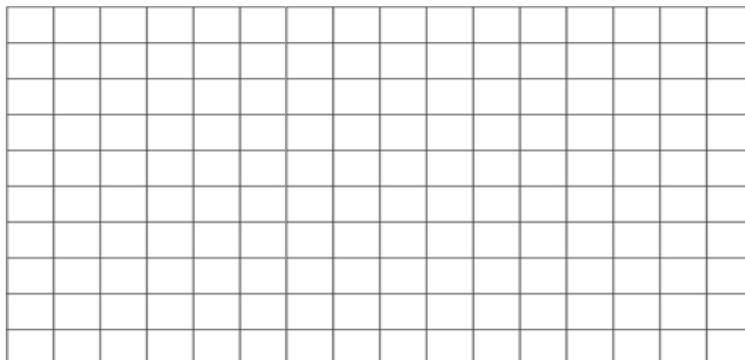
d) S/ 1.50 y S/ 2.00

3. Se aplicó una encuesta a 23 estudiantes de tercer grado de educación secundaria sobre su preferencia al deporte y se obtuvo que: 15 prefieren el futbol, 5 el básquet y 3, la natación. Organiza la información en un gráfico estadístico

4. Se elabora un plano a escala 1:200 de una vivienda cuyo terreno tiene forma cuadrada. Si en la realidad el terreno de la vivienda tiene 100 m². ¿Cuál es el plano que está representado con dicha escala?



5. Elabora la gráfica de la función $f_{(x)} = x^2 + x - 6$



6. Diego afirma que entre 3 y 5 hay infinitos números racionales sin embargo Cinthya dice que entre ambos solo existe un número racional que es el número 4. ¿Con cuál de ellos estás de acuerdo y por qué?

7. Dos estudiantes limpian el piso de su salón de clases de 50 m² en 40 minutos. ¿Cuántos estudiantes de la misma edad y condición física se necesitarán para limpiar el piso del patio del colegio de 150 m² en 30 minutos?

- a) 4 estudiantes.
- b) 6 estudiantes.
- c) 8 estudiantes.
- d) 10 estudiantes.

8. La maestra propuso una ecuación en la pizarra, para calcular el valor de la incógnita.

$$\frac{3}{4}x + 6 = \frac{1}{3}x + 11$$

Tres estudiantes la resolvieron de la siguiente manera:

Pamela
$\frac{3}{4}x + 6 = \frac{1}{3}x + 11$
$\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}x = 11 + 6$
$\frac{13}{12}x = 17$
$x = \frac{204}{13}$

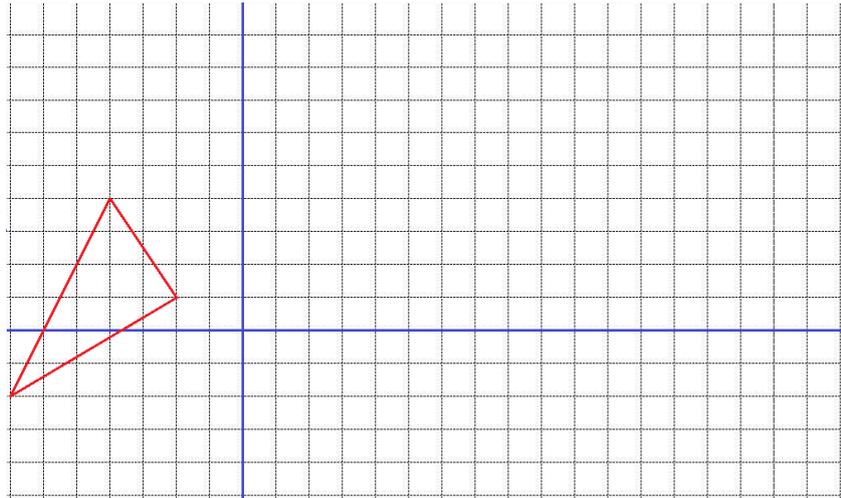
Manuel
$\frac{3}{4}x + 6 = \frac{1}{3}x + 11$
$\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}x = 11 - 6$
$2x = 5$
$x = 2,5$

Ruth
$\frac{3}{4}x + 6 = \frac{1}{3}x + 11$
$\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}x = 11 - 6$
$\frac{5}{12}x = 5$
$x = 12$

solvió correctamente a quién.

- c) Manuel
- d) Ninguna

9. De la figura dada se realiza una reflexión cuyo eje es el eje de las ordenadas y luego se aplica una homotecia de centro en el origen de coordenadas y razón igual a 2. ¿Cuál **NO** es una coordenada del triángulo que resultó después de dichas transformaciones?

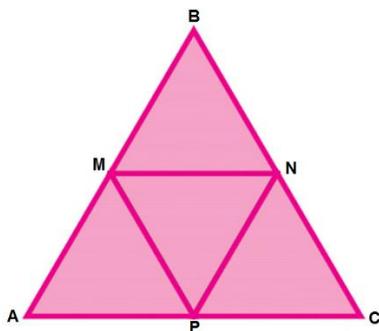


- a) (14; - 4)
- b) (8; 8)
- c) (4; 8)
- d) (4; 2)

10. ¿Cuál es el volumen de un cilindro cuyo diámetro de la base mide 20 cm y su altura mide 1 m? Considera el valor de $\pi = 3,14$.

- a) 314 cm³
- b) 6280 cm³
- c) 31 400 cm³
- d) 1256 cm³

11. En una cartulina en forma de triángulo equilátero (ABC), cuyo perímetro mide 30 cm, donde los puntos M, N y P son puntos medios de cada lado del triángulo ABC. ¿Cuál es el perímetro del triángulo BMN?



- a) 5 cm
- b) 10 cm

- c) 30 cm
- d) 15 cm

12. Dada la siguiente información: Julio ingreso a internet desde la 6:30pm hasta las 9:00pm. Expresa la información en forma de intervalo, utilizando sus distintas representaciones

13. Si en un triángulo, las medidas de sus lados se triplica proporcionalmente, ¿qué se podría decir de su área?

- a) El área no sufre variación alguna.
- b) El área es nueve veces el área original.
- c) El área se duplica con respecto al área original.
- d) El área se triplica con respecto al área original.

14. Una hoja de papel se dobla una vez y se obtienen dos partes, si se dobla otra vez se obtienen 4 partes y si se dobla una vez más se obtienen 8 partes. Si esta hoja es lo suficientemente grande, ¿cuál es la expresión que me permite saber cuántos partes de la hoja se obtienen al doblarla “n” veces?

- a) Número de partes = 2^{n+1} , para n dobleces.
- b) Número de partes = $2n + 1$, para n dobleces.
- c) Número de partes = $2n$, para n dobleces.
- d) Número de partes = 2^n , para n dobleces.

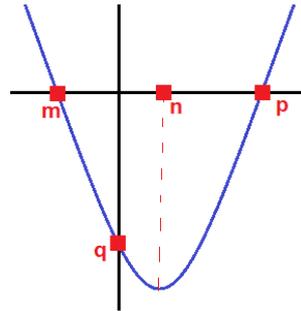
15. El ITF (Impuesto de transacciones financieras) es un impuesto que se aplica a las operaciones bancarias realizadas, salvo las que específicamente se encuentren exoneradas. El ITF se paga sobre el importe de la operación realizada. A partir del 2011 es del 0,005%. Manuel realizó una operación bancaria por un valor de S/ 30 000. ¿Cuánto se cobrará por concepto de ITF?

- a) S/ 15.00
- b) S/ 3.00
- c) S/ 1.50
- d) S/ 0.50

16. El peso bruto de un camión lleno de cajas de naranjas es 3500 kg. Si el camión vacío pesa 2400 kg y oficialmente puede llevar hasta 31 cajas de naranjas, ¿Cuál debe ser el peso máximo que puede tener cada una de las cajas, sabiendo que este número es un número entero?

- a) 36 kg
- b) 35 kg
- c) 34 kg
- d) 31 kg

17. Dada una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con $a > 0$; $b, c \neq 0$, y está representada gráficamente por:



El conjunto solución corresponde a:

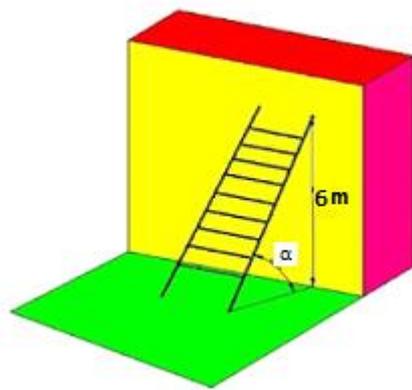
- a) $\{p, q\}$
- b) $\{m, n\}$
- c) $\{n, q\}$
- d) $\{m, p\}$

18. A cierta hora del día Alex que mide 1,50 m de estatura proyecta en el suelo una sombra de 80 cm de longitud. ¿A qué distancia se encuentra la parte superior de su cabeza con el extremo de su sombra?

- a) 1,70 m
- b) 2,99 m
- c) 1,27 m
- d) 2,30 m

19. En el siguiente gráfico el valor de la razón trigonométrica $\text{Sen}\alpha = \frac{4}{5}$. Del siguiente gráfico, ¿Cuál es la longitud de la escalera?

- a) 4,5 m
- b) 5,0 m
- c) 6,0 m
- d) 7,5 m



20. En una caja hay 12 pelotas azules, 8 pelotas rojas, 6 pelotas blancas y 4 pelotas verdes. Al extraer una pelota sin mirar, no es cierto que:

- a) La probabilidad de extraer una pelota blanca es 0,2.
- b) La probabilidad de extraer una pelota azul es de un 60%.
- c) La probabilidad de extraer una pelota azul es igual a la probabilidad de obtener una pelota roja o verde.
- d) La probabilidad de extraer una pelota blanca es la mitad que sacar una pelota azul.