



UNIVERSIDAD NACIONAL
“PEDRO RUÍZ GALLO”
ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN CIENCIAS



**“USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL
DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO
MATEMÁTICO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN LOS
ESTUDIANTES DEL QUINTO AÑO DE SECUNDARIA EN LA
I.E. COLEGIO MANUEL PARDO” - 2012**

TESIS

**PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN
CIENCIAS CON MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E
INVESTIGACIÓN EDUCATIVA**

AUTOR

Lic. RICARDO DE LA CRUZ RIOJA

ASESOR:

Dr. MARIO SABOGAL AQUINO

LAMBAYEQUE - PERÚ

2017

**“USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL
DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO
MATEMÁTICO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN LOS
ESTUDIANTES DEL QUINTO AÑO DE SECUNDARIA EN
LA I.E. COLEGIO MANUEL PARDO” - 2012**

PRESENTADO POR:

Lic. RICARDO DE LA CRUZ RIOJA
AUTOR

Dr. MARIO SABOGAL AQUINO
ASESOR

APROBADO POR:

Dra. YVONNE SEBASTIANI ELÍAS
PRESIDENTE

Dra. OLINDA VIGO VARGAS
SECRETARIA

Mg. CARLOS REYES APONTE
VOCAL

Lambayeque, agosto del 2017

DEDICATORIA

A la memoria de mi padre y a mi querida madre Rosa Eomelia Rioja Ordoñez, ejemplo de fortaleza y abnegación, porque sin ella, no hubiera logrado alcanzar mis metas.

Gracias mamá

A mis queridos hijos: Daniel Eduardo, Jennifer Rousse, Jocelin Alessandra, Emily Cristina, Ricardo Edú y a mi última chiquilinda por ser la luz de mi vida y mi motivación para seguir adelante

A Lorena del Carmen Alfaro Ucañay una persona muy especial, forjadora de mí y mis hijos.

AGRADECIMIENTOS

**A mis compañeros Nixó
Martínez Cabrejos, Yvan
Guerrero Samamé, Gloria
Flores Cubas y toda la IX
promoción de la maestría
"Docencia universitaria e
investigación educativa que
fueron mi soporte y aliciente
ante cada reto y paso dado.**

**A la Dra. Yvonne Sebastiani
Elías, por ser mi guía en la
estructura de la tesis y a un
gran maestro, Mg. Carlos Reyes
Aponte por el significativo
aporte en esta investigación.**

Y a cada uno de aquellos que creyeron en mi

ÍNDICE

RESÚMEN	i
ABSTRAC	ii
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO	
1.1 Ubicación del objeto de estudio	14
1.2 Cómo surge el problema de la enseñanza de la matemática.	14
1.2.1 Problemática de la enseñanza de la matemática en un contexto internacional.	14
1.2.1.1 Didáctica de las matemáticas	14
1.2.1.2 Didáctica de las matemáticas: Historia y comunidad.	16
1.2.1.3 Didáctica de las matemáticas: Teoría.	24
1.2.1.1 Didáctica de las matemáticas como campo de investigación científica y tecnológica.	33
1.2.2 Problemática de la enseñanza de la matemática en un contexto regional y nacional.	36
1.2.2.1 Condición de la educación en matemáticas y ciencias en América Latina y el Caribe.	36
1.2.2.2 Problemática de la educación en el Perú.	40
1.2.2.2.1 La educación en el Perú.	40
1.2.2.2.2 La Educación Básica Regular en el Perú.	42
1.2.2.2.3 Estado actual de la educación básica en el Perú.	45
1.2.3 Problemática de la enseñanza de la matemática en la institución educativa.	47

1.2.3.1 Objeto de estudio.	47
1.2.3.2 ¿Cómo se manifiesta el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático?	54
1.2.3.3 ¿Qué características tiene el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático?	57
1.2.3.4 ¿Cómo surge la propuesta del “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático” en el Colegio Manuel Pardo?	62
1.2.3.5 ¿Por qué es importante la propuesta del “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático” en el Colegio Manuel Pardo?	64
1.3 Tendencias de la enseñanza de la matemática y su relación con el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.	65
1.3.1 Tendencias generales.	65
1.3.1.1 Continuo apoyo en la intuición directa de lo concreto. Apoyo permanente en lo real.	67
1.3.1.2 Los procesos de pensamiento matemático. El centro de la educación matemática.	68
1.3.2 Tendencia o cambio en los principios metodológicos.	70
1.3.2.1 Hacia la adquisición de los procesos típicos de pensamiento. El papel de la historia en educación matemática.	70
1.3.2.2 La modelización matemática de la realidad.	72
1.3.2.3. La heurística (“Problema solving”) en la enseñanza de la matemática. La inculturación a través del aprendizaje activo.	73

1.3.3 Tendencia en los contenidos.	76
1.3.3.1 Un desplazamiento hacia la matemática discreta.	76
1.3.3.2 Hacia la recuperación del pensamiento geométrico y de la intuición espacial.	77
1.3.4 Tendencia en la formación de docentes.	79
1.3.5 Tendencia filosófica: Hans Freudenthal y la Educación matemática.	81
1.3.5.1 La matemática como actividad humana.	81
1.3.5.2 Crítica a la investigación educativa.	90
1.3.5.3 Crítica a las teorías generales de la educación.	91
1.3.5.4 Educación Matemática Realista.	93
1.3.6 La enseñanza de las Matemáticas y su relación con el desarrollo de habilidades de pensamiento.	94
1.3.6.1 Análisis de la situación detectada.	94
1.3.6.2 Alternativa para mejorar la situación detectada.	96
1.3.6.3 Desarrollo de habilidades para procesar información.	99
1.4 Metodología empleada.	100
1.4.1 Población y muestra.	101
1.4.2 Diseño de instrumentos.	102
1.4.2.1 Descripción y elaboración del instrumento aplicado.	103
1.4.2.1.1 Encuesta de “Estrategias de aprendizajes”	103
1.4.2.1.2 Encuesta de “Capacidades del área de matemáticas”.	105
1.4.2.1.3 Test de procesos básicos del pensamiento “Observación y descripción”	106

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Bases teórico científico	110
2.1.1 Teoría de la Modificabilidad Estructural Cognitiva (TMEC)	110
2.1.1.1 La propuesta Feuersteniana y el enfoque 4T3C	110
2.1.1.2 El modelo de Feuerstein y el aprendizaje	115
2.1.1.3 Modalidades del desarrollo cognitivo	116
2.1.1.4 Experiencia de aprendizaje mediado: características.	117
2.1.2 Teoría de los Campos Conceptuales (TCC)	119
2.1.2.1 La propuesta de Gérard Vergnaud y el enfoque 4T3C	119
2.1.2.2 El modelo de Vergnaud y la adquisición del conocimiento	122
2.1.2.3 Elementos característicos de la TCC	123
2.1.2.3.1 Concepto.	124
2.1.2.3.2 Campo conceptual	125
2.1.2.3.3 Situaciones y esquemas	127
2.1.2.3.3.1 Situaciones	127
2.1.2.3.3.2 Esquemas	128
2.1.2.3.3.2.1 Un esquema comprende necesariamente cuatro categorías	131
2.1.2.3.3.2.1.1 Metas, submetas y anticipaciones	131
2.1.2.3.3.2.1.2 Reglas de acción, de toma de información y de control	132
2.1.2.3.3.2.1.3 Invariantes operatorios: Conceptos y teoremas en acto	132
2.1.2.3.3.2.1.4 Inferencias	134
2.1.2.3.4 Forma operativa y forma predicativa del conocimiento	135
2.1.3 Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD)	136

2.1.3.1 La propuesta de Gay Brousseau y el enfoque 4T3C	136
2.1.3.2 El modelo de Brousseau y la producción de conocimiento	138
2.1.3.3 Elementos característicos de la TSD	139
2.1.3.3.1 Clasificación de las situaciones	139
2.1.3.3.1.1 Situación de acción.	140
2.1.3.3.1.2 Situación de formulación	140
2.1.3.3.1.3 Situación de validación	140
2.1.3.3.1.4 Situación de institucionalización	141
2.1.3.3.2 Situación adidáctica	141
2.1.3.3.3. Situación didáctica	142
2.1.3.3.4 Proceso de devolución e institucionalización	142
2.1.4 Desarrollo de Habilidades de Pensamiento (DHP)	144
2.1.4.1 La propuesta de Margarita Amestoy de Sánchez y el enfoque 4T3C	144
2.1.4.2 El modelo de Amestoy: las habilidades de pensamiento y el aprendizaje	146
2.1.4.3 Elementos que configuran la teoría del DHP	147
2.1.4.3.1 Teoría triádica de la inteligencia	147
2.1.4.3.2 Sub-teoría componencial o analítica	147
2.1.4.3.3 Sub-teoría experiencial o creativa	148
2.1.4.3.4 Sub-teoría contextual o practica	149
2.1.4.3.5 Modelos acerca del pensar	151
2.1.4.3.6 Procesos, procedimientos y habilidades de pensamiento: los conocimientos.	158

2.1.4.3.7 El paradigma de los procesos	163
2.1.4.3.7.1 Principios, supuesto y factores que favorecen el DHP	163
2.1.4.3.7.2 Maneras de enseñar y aprender	164
2.1.4.3.7.3 Tres maneras de concebir el acto mental	165
2.1.4.3.7.4 Paradigma de procesos aplicado al proceso EA	166
2.1.4.3.7.5 Enseñanza basada en procesos	167
2.1.4.3.7.6 El enfoque sistémico aplicado a la metodología de procesos	168
2.1.4.3.7.7 Procesos y productos del pensamiento: un modelo de desarrollo intelectual	169
2.1.4.3.7.7.1 Procesos elementales y superiores de pensamiento	169
2.1.4.3.7.7.2 Productos del pensamiento	172
2.1.5 Materiales didácticos	173
2.1.5.1 Origen de los materiales y su tendencia	173
2.1.5.2 Términos y conceptos referentes a materiales didácticos	175
2.1.5.2.1 Definición de materiales didácticos	176
2.1.5.2.2 Medios, recurso y materiales didácticos	177
2.1.5.3 Fines de los materiales didácticos	181
2.1.5.4 Función de los materiales didácticos	182
2.1.5.5 Importancia de los materiales didácticos	184
2.1.5.6 Función del material didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje	185
2.1.5.7 Clasificación de los materiales didácticos	186
2.1.5.7.1 Medios de transmisión de información	188
2.1.5.7.2 Medios de entrenamiento o ejercitación	190

2.1.5.7.3 Medios de experimentación	191
2.1.5.7.4 Medios de propagación de la enseñanza	191
2.1.5.8 Medios de control de aprendizaje	192
2.1.5.9 Criterios de aplicación de los medios materiales	193
2.1.5.10 Medios de enseñanza	194
2.2 Bases teórico conceptual	195
2.2.1 Conocimiento – Aprendizaje - Pensamiento: Habilidades.	195
2.2.1.1 El conocimiento	195
2.2.1.2 El aprendizaje	203
2.2.1.3 El pensamiento	212
2.2.1.4 Habilidades y estrategias de aprendizaje	221
2.2.2 Conceptualización y lenguaje	223
2.2.3 Pensamiento y lenguaje	224
2.2.4 Pensamiento matemático	227
2.2.4.1 Definición de pensamiento matemático	227
2.2.4.2 Tipos de pensamiento matemático	231
2.2.4.2.1 Pensamiento numérico	231
2.2.4.2.2 Pensamiento espacial o geométrico	232
2.2.4.2.3 Pensamiento métrico	235
2.2.4.2.4 Pensamiento aleatorio o estadístico	237
2.2.4.2.5 Pensamiento variacional	240
2.2.4.3 Pensamiento lógico-matemático	242
2.2.4.4 Pensamiento matemático y desarrollo de procesos lógicos	243
2.2.4.4.1 Conocimiento físico y matemático	245

2.2.4.5 Pensamiento matemático vs capacidades matemáticas y cómo desarrollarlas	247
2.2.4.6 Cómo desarrollar el pensamiento matemático o las capacidades matemáticas	251
2.2.4.6.1 Razonamiento y demostración	251
2.2.4.6.2 Resolución de problemas	253
2.2.4.6.3 Comunicación matemática	255
2.2.5 Habilidades de pensamiento matemático	258
2.2.5.1 Habilidades de pensamiento y matemática	260

CAPÍTULO III: RESULTADOS, DISCUSIÓN Y PROPUESTAS –

ENFOQUE 4T3C

3.1 Análisis y discusión de los resultados de la encuestas y/o test aplicado a los estudiantes	270
3.1.1 Análisis de los resultados	270
3.1.1.1 Análisis y resultados de la encuesta 01: Habilidades o estrategias de aprendizaje	270
3.1.1.1.1 Resultados generales	270
3.1.1.1.2 Resultados por sección	272
3.1.1.2 Análisis y resultados de la encuesta 02: Capacidades del área de matemática	274
3.1.1.2.1 Resultados generales	274
3.1.1.2.2. Resultados por sección y capacidad	276
3.1.1.2.2.1 Capacidad de Resolución de problemas	276

3.1.1.2.2.2 Capacidad de Razonamiento y demostración	277
3.1.1.2.2.3 Capacidad de Comunicación matemática	278
3.1.1.2.3 Promedio de respuesta por capacidad	279
3.1.1.2.3.1 Capacidad de Resolución de problemas	279
3.1.1.2.3.2 Capacidad de Razonamiento y demostración	280
3.1.1.2.3.3 Capacidad de Comunicación matemática	282
3.1.1.3 Análisis y resultados del test Procesos básicos del pensamiento: observación y descripción.	283
3.1.1.3.1 Resultados del test: Proceso de observación	283
3.1.1.3.1.1 Resultados del número de partes encontradas en la figura 1	284
3.1.1.3.1.2 Resultados del número de partes encontradas de la figura 2	285
3.1.1.3.1.3 Resultados del número de partes encontradas de la figura 3	286
3.1.1.3.2 Resultados del test Proceso de observación y descripción	287
3.1.1.3.2.1 Resultados de la descripción que hacen los estudiantes observando la figura 1	287
3.1.1.3.2.2 Resultados de la descripción que hacen los estudiantes observando la figura 2	288
3.1.1.3.2.3 Resultados de la descripción que hacen los estudiantes observando la figura 3	289
3.1.2 Discusión de los resultados	289
3.1.3 Comparación con antecedentes	293
3.2 Propuesta del uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático	294
3.2.1 Presentación	294

3.2.2 Justificación	298
3.2.3 Fundamentación pedagógica y científica	299
3.2.4 Objetivos: generales y específicos	304
3.2.5 Principios orientados en la aplicación del uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático	305
3.2.6 Pasos a seguir en la propuesta del uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático	311
3.2.6.1 Paso 01: Elaborar y proponer el campo conceptual, la variable didáctica y los procesos de pensamiento a desarrollar.	312
3.2.6.2 Paso 02: Diseñar y evaluar las situaciones didácticas - adidácticas	313
3.2.6.3 Paso 03: Implementar la mediación a usar en el desarrollo de la actividad.	313
3.2.6.4 Paso 04: Diseñar e implementar los materiales didácticos a emplear	314
3.2.7 Contenidos, habilidades y procesos	315
3.2.8 Descripción de las estrategias	315
3.2.8.1 Estrategias para desarrollar el campo conceptual	315
3.2.8.2 Estrategias para diseñar las situaciones didácticas – adidácticas	316
3.2.8.3 Estrategias de mediación para mejorar la intervención: acto didáctico.	317
3.2.8.4 Estrategias para desarrollar habilidades de pensamiento matemático	317
3.2.8.5 Estrategias para el uso de materiales didácticos	318

3.2.9 Conclusiones	318
3.2.10 Sugerencias y recomendaciones	321
3.2.11 Bibliografía	323
3.2.12 Anexos	338
3.2.12.1 Encuesta de habilidades y estrategias de aprendizaje	338
3.2.12.2 Encuesta de las capacidades del área de Matemática	340
3.2.12.3 Test del proceso de observación y descripción	342
3.2.12.4 Propuesta de sesión de aprendizaje basado en el enfoque	346
4T3C	
3.2.12.5 Presentación en diapositivas de la TCC y TSD	351
3.2.12.5.1 Teoría de los Campos Conceptuales	351
3.2.12.5.2 Teoría de las Situaciones Didáctica	359

RESUMEN

El presente trabajo de investigación titulado “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático en el área de matemática en los estudiantes del quinto año de secundaria en la I.E. Colegio Manuel Pardo” – 2012” de la ciudad de Chiclayo, constituye un aporte teórico y metodológico para los docentes en el diseño y aplicación de materiales didácticos.

Tiene como propósito desarrollar las habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes a través del uso de materiales didácticos basado en un enfoque integral - “enfoque 4T3C”. Dicho enfoque se fundamenta en cuatro teorías: la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud), la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau), la Teoría de la modificabilidad Estructural Cognitiva (Feuerstein) y la Teoría del Desarrollo de habilidades de pensamiento básico (Sánchez) y tres conceptos complementarios como son: el conocimiento, el aprendizaje y el pensamiento.

El método inductivo-deductivo se usó para el ordenamiento de la información; para la recolección y tratamiento de datos se usó la metodología mixta: cuantitativo y cualitativo. El enfoque holístico sirvió para integrar las teorías.

Los resultados de la investigación muestran que: a) los estudiantes del quinto año del colegio Manuel Pardo en su mayoría se encuentran en un nivel de inicio o proceso respecto al uso de habilidades - estrategias, capacidades y procesos de pensamiento básicos; y b) los docentes en secundaria no usan criterio alguno para diseñar y aplicar materiales didácticos es más, a veces ni usan; podemos concluir entonces que los docentes no contribuyen al desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

(TMEC + TCC + TSD + TDHP) + (Conocimiento + aprendizaje +
pensamiento) = Enfoque 4T3C

Palabras claves: Campo conceptual, Concepto, Esquema, Situación, Situación adidáctica, Variable e historicidad, Situación de evocación, Contrato didáctico, Saber y conocimiento, Devolución, Aprendizaje mediado, Modificabilidad, Conocimiento y habilidad, desarrollo de habilidades de pensamiento básicos, Procesos, Procedimientos, Pensar y Pensamiento.

ABSTRACT

The present research work entitled "Use of didactic materials for the development of mathematical thinking skills in the area of mathematics in fifth year high school students in the I.E. Colegio Manuel Pardo "- 2012" of the city of Chiclayo, constitutes a theoretical and methodological contribution for teachers in the design and application of didactic materials.

It aims to develop mathematical thinking skills in students through the use of teaching materials based on an integrated approach - "focus 4T3C". This approach is based on four theories: the Theory of Conceptual Fields (Vergnaud), the Theory of Didactical Situations (Brousseau), the Theory of Structural Cognitive modifiability (Feuerstein) and Development Theory skills basic thought (Sánchez) and three complementary concepts such as: knowledge, learning and thinking.

The inductive-deductive method was used for the management of information; quantitative and qualitative: for collecting and processing data mixed methodology was used. The holistic approach served to integrate theories.

The results of the research shows that: a) students in the fifth year of college Manuel Pardo mostly are in a start or process level regarding the use of skills - strategies, capabilities and basic thought processes; and b) secondary teachers do not use any criteria to design and implement educational materials is more, sometimes not used; we can conclude that teachers do not contribute to the development of mathematical thinking skills.

(TMEC + TCC + TSD + TDHP) + (Knowledge + Learning + thought) =

Focus 4T3C

Keywords: Conceptual Field, Concept, Scheme, Location, adidáctica Location, Variable and historicity, State of evocation, didactic contract, Knowledge and knowledge, Return, mediated learning, Modifiability, knowledge and skills, skills of basic thinking processes, procedures, Thinking and Thinking.

INTRODUCCIÓN

En los años sesenta Peter Drucker avizoraba los cambios que tendrían las sociedades; hoy en día, en el siglo XXI las sociedades se encuentran inmerso en una sociedad a la que él llamo “sociedad del conocimiento”, que se caracteriza por el enorme desarrollo de las tecnologías de información y comunicación (TIC), donde la información se incrementa día a día y los conocimientos se renuevan permanentemente. Este cambio de sociedad trajo consigo sustancialmente la necesidad de cambiar la Educación. Así el mencionado autor manifiesta:

“Ha sobrevenido un cambio súbito y radical en el significado y los efectos del saber para la sociedad. Porque ahora podemos organizar a individuos de alta pericia y sabiduría para el trabajo colectivo mediante el ejercicio del juicio responsable, el individuo altamente educado se ha convertido en el recurso central de la sociedad de hoy” (Drucker, 1968, p. 216)

En este sentido, la necesidad de cambiar el paradigma educativo era y sigue siendo determinante, ya que el trabajo a realizar es esencialmente intelectual.

“El trabajo productivo en la sociedad y la economía actuales aplica visión, saber y conceptos, es trabajo que se basa en la mente y no en la mano” (Drucker, 1968, p. 219)

Este cambio en la educación en general y en la educación matemática en particular tuvo eco en el Perú a raíz de la Reforma Moderna en matemática implantada en Francia en la década de los 60' y 70', donde se pensaba que si a los estudiantes se les desarrollaba un currículo basado en el enfoque axiomático o algebraico (matemáticamente abstracto) se podía alcanzar un nivel óptimo en esta ciencia, y más bien

tuvo una devastadora incidencia para la geometría, porque no fue considerada en el currículo; postergando así por algunas décadas más el desarrollo de habilidades de pensamiento espacial.

Por otra parte, la Educación peruana atraviesa una grave crisis, en la que confluyen varios factores. Por un lado, está la persistencia de esquemas tradicionales de entender y hacer educación; y por el otro, la misma realidad con sus propias carencias ancestrales y su diversidad, que dificulta la aplicación de cualquier propuesta de modo uniforme. Sobre ello, por años, se ha estado formando parte de un paradigma educativo caracterizado por una enseñanza basada en la transmisión y aprendizaje de contenidos, con métodos memorísticos, carentes de significado y contexto, sin utilidad para la vida. Sin duda este escenario no se puede omitir, pues, se educa a los estudiantes para la sociedad actual, cuyas bondades y exigencias no son las mismas que nos tocó vivir.

En este sentido, el Ministerio de Educación propone en el Diseño Curricular Nacional (DCN) un currículo que “tiene como máxima aspiración desarrollar capacidades, valores y actitudes que permitan al educando aprender a lo largo de toda su vida” (DCN, 2008, p. 10).

Así mismo, en el manual de las Orientaciones para el Trabajo Pedagógico (OTP) del área de Matemática, se especifican los propósitos fundamentales del aprendizaje de la matemática en la educación secundaria; siendo estos:

“aprender a valorar positivamente la matemática, adquirir confianza en las propias capacidades para hacer matemática, utilizar la matemática como medio de comunicación, resolver problemas de la vida cotidiana y aprender a razonar matemáticamente” (OTP, 2006, p. 20)

Por tanto, se pone énfasis en el sentido transversal del proceso, pues se sabe que antes no era usual actuar y pensar de este modo. Se pensaba, por ejemplo, que resolver problemas era un asunto que le correspondía sólo al área de matemática y no a los demás cursos, que la toma de dediciones sólo debía ser desarrollada en ciencias sociales, o que trabajar actitudes, como la autoestima, importaba poco para la comunicación. Esta concepción obviamente ha sido replanteada para dejar una práctica educativa caracterizada por cursos o asignaturas, como compartimentos estancados y aislados, sin ninguna relación, por una práctica integral, transversal y articulada.

Además, en el mencionado Diseño Curricular Nacional se establece como uno de los propósitos de la Educación Básica Regular al 2021:

“El desarrollo del pensamiento matemático y de la cultura científica y tecnológica para comprender y actuar en el mundo. El razonamiento lógico, el aprendizaje de conceptos matemáticos, los métodos de resolución de problemas y el pensamiento científico son desarrollos imprescindibles para los estudiantes, quienes requieren una cultura científica y tecnológica para la comprensión del mundo que los rodea y sus transformaciones”. El pensamiento matemático y el aprendizaje de las ciencias naturales contribuyen decisivamente al planteamiento y solución de problemas de la vida. (DCN, 2005)

Los propósitos y consecuencias nacionales e internacionales, indicados anteriormente evidencian la importancia de desarrollar en los estudiantes las habilidades de pensamiento matemático haciendo uso de materiales didácticos.

Por otra parte, en el colegio, los docentes sólo se dedican a la labor lectiva la cual está confinada al ejercicio reproductivo de tradiciones académicas; no realizan metodologías que permitan el uso de materiales didácticos. Al no usar materiales didácticos en la práctica educativa, muchas veces no se logra conectar la enseñanza – aprendizaje; es decir “hacer el aprendizaje accesible para todos, de manera que puedan permanecer y progresar en el sistema”, solo queda en metáfora y los estudiantes discapacitados, desconectados de su entorno; permanecen ajenos a interpretar, construir, transformar su mundo y la realidad en la que están inscritos.

En el aula, el problema se agrava aún más, cuando se hace seguimiento al proceso, se encuentran dificultades para concebir, representar, formular ideas, plantear un problema, en la operacionalización de datos, al graficar. Por ejemplo, “si se cambia los datos o la posición del gráfico; los estudiantes no proceden a la resolución del problema. Es decir, hay problemas para contextualización y un bajo desarrollo del campo conceptual; lo que no permite al estudiante aplicar conceptos o fórmulas a diferentes situaciones (probablemente los discursos tiene forma más no fundamento)”. Tal como afirma Rubinstein (1963):

Supongamos que un alumno resuelve un problema y demuestra un teorema dada una disposición inicial de la figura y que no es capaz de resolverlo si ésta se dispone de otra manera. En realidad, esto significa que el alumno no ha analizado el complejo de circunstancias del problema, tal como se lo presentaron inicialmente, y que no ha distinguido y separado entre si los verdaderos términos del problema y las circunstancias accidentales. De haberlo hecho así, la solución del problema o la demostración del teorema, incluso dada de otra disposición de la figura, no presentaría dificultades

especiales. Por tanto, la transferencia de una solución a nuevas circunstancias presupone una generalización, que es resultado del análisis que delimita las conexiones esenciales y necesarias. (Rubinstein, 1963, p. 366)

Estas dificultades muestran la necesidad e importancia de usar y, más aún, diseñar materiales didácticos, pues, estos son entes o medios que permiten manipular y controlar la actividad sicomotora, sicosocial, cognitiva y metacognitiva en la persona. En ese sentido, esta situación conlleva a la formulación del siguiente problema de investigación:

Se observa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes del quinto año de secundaria del colegio Manuel Pardo – 2012. Por un lado, bajo desarrollo de habilidades de pensamiento matemático y por otro, falta de implementación de materiales didácticos por parte de los docentes basado en el enfoque 4T3C. Esto se manifiesta en las limitaciones y dificultades que muestran los estudiantes al momento de resolver problemas en procesos tales como observar, describir, comparar, entre otros (Sánchez, 1995) o analizar, sintetizar, abstraer, generalizar (Rubinstein, 1963). Lo que trae como consecuencia deficiencias en procesos como plantear, construir, interpretar, graficar, aplicar y resolver los problemas; así como transferir las soluciones de un problema a otros contextos, lo que pone en evidencia un bajo desarrollo de habilidades de pensamiento matemático. Y en los docentes, una metodología de enseñanza infértil, desprovista de resultados acorde al desarrollo de habilidades de pensamiento matemático (DHPM).

Lo que se traduce en la siguiente pregunta:

¿En qué medida el uso de materiales didácticos contribuye en el desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes del colegio Manuel Pardo – 2012?

El objeto de estudio de la investigación, se centra en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de matemática, específicamente en la elaboración de materiales didácticos para desarrollar habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes del quinto año de educación secundaria del colegio Manuel Pardo – 2012, Chiclayo.

El campo de acción está dado por la “formación y capacitación de docentes”: El diseño y aplicación de materiales didácticos basado en el “Enfoque 4T3C” permite desarrollar habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes del quinto año del colegio Manuel Pardo – 2012

El objetivo general de la investigación es: diseñar, elaborar y fundamentar una propuesta denominada “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático” basada cuatro teorías: la Teoría de la Modificabilidad Estructural Cognitiva (Feuerstein), la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud), la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau) y la Teoría del Desarrollo de Habilidades de Pensamiento (Sánchez) y tres componentes: el Conocimiento, el Aprendizaje y el Pensamiento, a la integración de todos estos elementos he llamado “Enfoque 4T3C”, para mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes, por un lado; y, por otro, mejorar la actuación docente del colegio Manuel Pardo – 2012.

Como objetivos específicos se tiene:

- 1) Diseñar, elaborar y adaptar instrumentos que permitan identificar el nivel de desarrollo de habilidades de pensamiento: a) habilidades y estrategias de aprendizaje, b) capacidades del área de matemática, y c) procesos de observación y descripción.
- 2) Elaborar el marco teórico científico (4T) y el marco teórico conceptual (3C) para fundamentar el “enfoque 4T3C”.
- 3) Elaborar una propuesta del “Uso de materiales didáctico para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático basado en el enfoque 4T3C “
- 4) Elaborar una propuesta de “Sesión de aprendizaje basado en el enfoque 4T3C”.

La hipótesis que se considera verificar es:

Si se diseña un programa de “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático basado en el enfoque 4T3C”, se podría lograr el desarrollo significativo de habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes y las prácticas profesionales en relación a la implementación de los materiales didácticos de los docentes del quinto año de educación secundaria del colegio Manuel Pardo – 2012.

En este contexto, aparece de manera consecuente y casi natural la necesidad de reformular la enseñanza de las matemáticas, posteriormente el aprendizaje de las matemáticas y la estrategia de considerar a ciertos materiales como elementos indispensables dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, en este devenir de práctica en práctica, de enfoque en enfoque, se puede observar que la mayoría de materiales usados en clase están orientados a aprender contenidos o a desarrollar el memorismo situación propia del paradigma tradicional de la educación. Es más, también podemos observar que los docentes prefieren enseñar más los cursos de aritmética o álgebra y pocos geometría razón por la cual notamos un bajo desarrollo de habilidades de pensamiento matemático. Es en esta parte del escenario donde se considera de interés aprovechar la Teoría del Desarrollo de habilidades de Pensamiento Básico (Sánchez, 1995) y el uso del Paradigma de Procesos.

Lo anterior muestra entonces que los materiales didácticos no solo deben estar orientados a recordar o repetir sino más bien a lograr el desarrollo de habilidades de pensamiento básicos – observación, descripción entre

otros – que son el pilar del desarrollo de habilidades de pensamiento matemático que es una parte de la tesis que se defiende.

Sin embargo, en esta dinámica, la del uso de materiales didácticos, hay otra dimensión que son los conocimientos que el estudiante trae – conocimientos o saberes previos- y que muchas veces no se toma en cuenta a la hora de elaborar los materiales didácticos. Esta dimensión pone de manifiesto la importancia de considerar algunos elementos de la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud) entre ellos el más relevante a la hora de elaborar el material sería el concepto de Campo Conceptual.

La propuesta de Vergnaud permite entonces dosificar y agrupar los contenidos en pequeñas redes semánticas a las que él llama campo conceptual; así mismo, este elemento junto con otros permite la construcción de ciertas situaciones que dan origen a nuevos constructos tales como: conceptos, esquemas, estrategia, métodos, entre otros. En ese sentido, resulta de vital importancia las dos dimensiones descritas anteriormente en relación al diseño de materiales didácticos: a) los materiales y los procesos, y b) los materiales y los saberes previos en situaciones.

A esto se puede adicionar otra dimensión, que sería, la presentación del material en y para momentos adecuados; más aún, resulta de interés para el docente aprovechar el desenlace (la dinámica) que se origina a través

de la interacción que emerge cuando el estudiante en su afán de dominar la situación pone a prueba sus conocimientos y experiencias.

En esta dimensión sería útil tomar en cuenta el aporte de la Teoría de las Situaciones Didáctica (Brousseau, 2007); porque permite dinamizar el desarrollo de la clase a través del material didáctico buscando momentos o situaciones de acción, de formulación, de validación y de institucionalización. Es decir, el material además de servir para desarrollar contenidos y procesos debe servir para verificar, participar, socializar – en otro sentido la matemática más que una ciencia es una actividad – de modo que en el desarrollo de la clase se produzcan momentos de satisfacción (felicidad, convicción y con esto se forma el sistema de creencias), donde el estudiante este convencido de lo que aprende.

Esta satisfacción por parte del estudiante y del docente permite consolidar la comunidad educativa, algo parecido a una comunidad científica como la describe Tomas Kuhn en las “Estructuras de las revoluciones científicas” (1971).

En esta dinámica, también se incluye la Teoría de la Modificabilidad Estructural Cognitiva (Feuerstein); pues sin duda alguna fue una de las teorías que cambio la concepción de la inteligencia. Antes, al hablar de inteligencia nos referíamos al coeficiente intelectual (C.I.), y durante mucho tiempo se creía que si nuestro coeficiente estaba en un rango solo se podía hacer ciertas cosas; en cierto modo, el ser humano no podía aprender más de lo que su C.I. indicaba. Sin embargo, Feuerstein cambio

esta concepción y después de años de trabajo en Israel afirma: El ser humano es un sistema abierto; es decir, es modificable. La inteligencia se desarrolla. Algo que en nuestros tiempos está comprobado científicamente a través de la Neurociencia: plasticidad cerebral.

La pregunta surge entonces: ¿cuál es la relación con los materiales didácticos, el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático la propuesta de Feuerstein? La respuesta sugiere, romper con el paradigma de la inteligencia (sistemas de creencia del docente), pues hay muchos docentes que lejos de trabajar en la transformación de la sociedad (para ello se educa), equivocadamente denigren, discriminan y limitan a sus estudiantes con frases como: “Tú no sirves para las matemáticas, estudia mejor una carrera de letras”, “Tú nunca aprenderás matemáticas”, “No sirves para las matemáticas”, entre otras expresiones. Y esto, está ocurriendo a pesar que los docentes han estudiado las teorías; lo que pasa, es que su comportamiento obedece a un paradigma – paradigma tradicional de la inteligencia. Entonces, no es suficiente elaborar el material didáctico tomando en cuenta: a) el contenido, y b) los procesos, c) los momentos o situaciones de participación orientada tal vez a la construcción del conocimiento en general y matemático en particular, sino también es de suma importancia entender que quién está en freten es un ser humano capaz de fallar, de equivocarse y de aprender error tras error, he aquí la importancia del aprendizaje mediado y sus principios. Principios que sin duda alguna permiten elaborar materiales didácticos para

aprender y entender que somos humanos y como tal debemos respetar nuestras semejanzas y diferencias. Solo así, se formaran no solo personas llenas de conocimientos sino llenas de sabiduría, de amor; donde lo humano prime sobre inhumano en este proceso de deshumanización llamado Globalización o Mundialización (Morín).

En este sentido, las dimensiones formadas por las cuatro teorías más tres conceptos complementarios se integran para formar un enfoque al cual he llamo “Enfoque 4T3C” y cuya fórmula simplificada es:

$$(TMEC + TCC + TSD + TDHP) + (\text{Conocimiento} + \text{aprendizaje} + \text{pensamiento}) = \text{enfoque 4T3C}$$

Dentro de este enfoque encontramos como elementos o componentes de la dinámica del proceso de E-A a términos como: Campo conceptual, esquema, situaciones, invariantes operatorios, situaciones adidácticas, mediación y procesos.

Para lograr el objetivo y el supuesto de la investigación planteado se desarrollaron tareas específicas, descrito en tres capítulos:

En el capítulo I, se hace la recolección y el análisis de las tendencias del objeto de estudio, en este caso el proceso de enseñanza-aprendizaje de las habilidades de pensamiento matemático, dónde se ubica, cómo surge el problema, sus características, así como la metodología para la recolección de los datos.

En el capítulo II, se presenta la base teórica y conceptual que sirven de sustento a la presente investigación y muy en particular en la elaboración

de la propuesta teórica “Enfoque 4T3C”. El marco teórico científico (4T) está conformada por cuatro teorías: la Teoría de Modificabilidad Estructural Cognitiva (Feuerstein), la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud), la Teoría de las Situaciones didácticas (Brousseau), La teoría del Desarrollo de Habilidades de Pensamiento Básico (Sánchez) y la Teoría de los materiales Didácticos. Mientras que el marco teórico conceptual (3C) se basa en el análisis, discusión e interpretación de tres componentes conceptuales: el conocimiento, el aprendizaje y el pensamiento; y sus distintos enfoques, nociones y variante.

En el capítulo III, se hace el análisis y la discusión de los resultados obtenidos con los diferentes instrumentos-diagnósticos: a) habilidades o estrategias de aprendizaje, b) capacidades del área de matemáticas y c) test y cuestionarios del proceso observación-descripción; con la finalidad de identificar el “nivel de desarrollo” (inicio, proceso y logro) de las habilidades de pensamiento (HP) y su relación con el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático (HPM).

Si desarrollamos las HP → desarrollamos las HPM

Efectivamente, los resultados obtenidos corroboran la hipótesis, luego se propone diseñar el programa denominado “Uso de materiales didácticos para desarrollar las habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes de educación secundaria del colegio Manuel Pardo -2012, basado en el enfoque 4T3C; para ser aplicado en futuras investigaciones.

CAPÍTULO I

ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO

1.1 UBICACIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

1.2 CÓMO SURGE EL PROBLEMA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

1.2.1 PROBLEMÁTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO INTERNACIONAL.

1.2.1.1 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS.

Contreras (2012), Soto (s/f) y Gascón (1998) coinciden en que “Didáctica de las matemáticas” (D.M.) es una especie de Didáctica General pero aplicado a las Matemáticas. Por otra parte, Álvarez de Zayas (2006) considera que la Didáctica es arte, tecnología o ciencia; y se verá más adelante esta está relacionado con la enseñanza, el aprendizaje y el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es arte; pues, es consecuencia de destacar la creatividad personal de aquel que ejerce la labor de enseñanza, sobre la base de sus sentimientos; es tecnología, ya que es el resultado de ser consecuente con procedimientos debidamente establecidos; y es ciencia, porque posee un objeto de estudio y una propia metodología. (Álvarez de Zayas, 2006, pp. 42 - 43)

Según Gascón (1998) “la enseñanza de la matemática era considerada todo un arte, dicho proceso era difícilmente susceptible de ser analizada, controlada y sometida a reglas” (p. 2); primaba el dominio y la afinidad que generaba tal arte sobre los estudiantes. Es decir, la didáctica como arte representaba una concepción precientífica. Posteriormente, la didáctica de las matemáticas centra su atención en el “proceso de

enseñanza”, y luego en el “proceso de aprendizaje”; es decir, la D.M. va constituyéndose en ciencia; como lo afirma Benedito:

Más concretamente, “la didáctica es – está en camino de ser – una ciencia y tecnología que se construye, desde la teoría y la práctica, en ambientes organizados de relación y comunicación intencional, donde se desarrollan procesos de enseñanza y aprendizaje para la formación del alumno” (Benedito, 1987, p. 11).

Ciencia que; por un lado, debe tener un objeto de estudio y un método tal como lo describe Brousseau y Vergnaud:

La Didáctica debe entenderse como “un área de investigación cuyo objeto de estudio es la comunicación de los saberes matemáticos y sus transformaciones” (Brousseau, 2007, p. 12); y además, comprende “el estudio de los procesos de transición y de apropiación de los conocimientos teniendo en cuenta los contenidos específicos que dichos conocimientos poseen”. (Vergnaud, 2013, p. 146, citado por Rita, 2014, p. 16)

Por otro, una ciencia o disciplina científica no se constituye per se, sino a través de una “práctica científica” concreta; tal como lo menciona Castells y Ipola (1981): Por práctica científica se puede entender el “conjunto complejo de procesos determinados por producción de conocimientos, unificados por un campo conceptual común, organizados y regulados por un sistema de normas, e inscritos en un conjunto de aparatos institucionales materiales. Por “aparatos institucionales” debe entenderse las unidades de producción y de circulación de los conocimientos científicos (centro de investigación y enseñanza)”. (p. 141)

En ese sentido, para Soto (s/f) fundamentalmente, existen tres tipos de variables para el establecimiento de una disciplina científica: históricas, teóricas y sociales.

(1) Variables históricas: pues la práctica científica consiste en procesos determinados de producción de conocimientos, y estos procesos de producción se van materializando a lo largo del tiempo, con lo que la sucesión de procesos vendría a ser la historia de cada disciplina científica. (2) Variables teóricas: en la medida en que cada dominio científico posee un campo conceptual propio, común y diferente de los campos conceptuales de otras disciplinas, y constituye el cuerpo de la teoría o teorías que dominan en ese campo científico. (3) Variables sociológicas: pues cualquier ciencia vive y se desarrolló en el seno de determinados aparatos institucionales, con sus correspondientes estructuras y relaciones, y que terminan por significarse como los lugares en donde la comunidad científica desarrolla su trabajo. (Soto, s/f, p. 175)

Y agrega, estos tres aspectos diferentes pueden ser analizados desde distintas posiciones epistemológicas (la historia como un proceso de acumulación continua o de revoluciones científicas, las teorías como paradigmas o como programas de investigación, etc.), pero en el caso de la Didáctica de las Matemáticas, cuyo origen habría que situarlo en el siglo XX, utilizar algunas de estas categorías de análisis puede resultar precipitado. Por tanto, conviene antes intentar establecer, de manera descriptiva, qué es lo que ha ocurrido en la historia, la teoría y la comunidad científica de la didáctica de las matemáticas.

1.2.1.2 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS: HISTORIA Y COMUNIDAD CIENTÍFICA.

Si la historia social de la enseñanza de la matemáticas aún adolece de importantes lagunas analíticas y descriptivas (Schubring, 1991), la historia de la Didáctica de las Matemáticas no se encuentra en mejor estado. Pues si se dice que la historia de las matemáticas es un recurso importante a la hora de comprender mejor los conocimientos matemáticos (por el paralelismo que se puede establecer entre la génesis del

conocimiento científico y la génesis del aprendizaje de los estudiantes), la historia de la Didáctica de las Matemáticas tiene que resultar un instrumento adecuado para comprender las tendencias actuales y cómo se ha llegado a ellas. Probablemente la brevedad de esta historia tenga parte de culpa en este imperdonable olvido.

Por otra parte, la escuela y la organización escolar, tal y como hoy las conocemos, tampoco tiene un pasado muy lejano. Es tras la consolidación de los Estados Nacionales en Europa en primer lugar, y tras el fuerte proceso de industrialización que a comienzos de siglo XIX surgió en Norteamérica, cuando los sistemas educativos comenzaron a adquirir las características con las que hoy los conocemos (Fernández Enguita, 1990: 132 - 147): planificación institucional, escolarización obligatoria de cada vez mayor cantidad de población infantil, burocracia e impersonalidad, separación entre trabajo manual e intelectual, etc.

No se debe, por tanto, hablar de Didáctica de las Matemáticas más allá de estos límites. Es más, la existencia escuela no presupone la existencia de la Didáctica de las Matemáticas (aunque en ella se impartan conocimientos matemáticos), y esta última no tiene más de cuarenta años de antigüedad (Chevallard, s.f.), hoy 60 años; que es cuando se formulan explícitamente (por parte de la C.I.E.A.E.M.) las preocupaciones de la educación matemática. Todo lo inmediato anterior no puede ser considerado como Didáctica de las Matemáticas, sino como distintas maneras de enseñar las matemáticas, a propósito de las cuales algunos

autores aportaban opiniones; ya que “no existían las variables que permite hablar de una disciplina” (Soto, s/f). Cualquier didáctica de las matemáticas que se pretenda descubrir, con anterioridad a las fechas que aquí se manejan, no es tal, pues “es ahora” cuando se estaría elaborando dicha didáctica y no en el momento en que se producía la enseñanza de las matemáticas.

El hecho de que Platón pusiera en boca de Sócrates un método de enseñanza determinado, no quiere decir que elaborara una teoría de Didáctica de las Matemáticas, en donde se integren los conocimientos que aportan la Matemática y las Ciencias de la Educación, ni siquiera existiera una comunidad científica en donde estos debates tuvieran lugar, ni que realizara investigaciones experimentales sobre los efectos de dicho método; y aun en el caso de que todo esto sí hubiera tenido lugar, hoy día lo desconocemos. (Soto, s/f, p. 177)

Por tanto buscando en la historia, lo único que se puede encontrar es a un conjunto de personas relacionadas con la “enseñanza de las matemáticas”, y que expresan sus opiniones sobre cómo se debe enseñar.

Arte → enseñanza de las matemáticas

J. J. Rousseau, por sus propias concepciones filosóficas, elaboró una importante reflexión sobre la educación y sus instituciones, comenzando a plantearse que la lógica evolución del niño ha de requerir distintas formas de educación, pero el lugar dedicado a la enseñanza de las matemáticas resulta prácticamente inexistente.

Otro precedente, ligado directamente a la enseñanza de las matemáticas, fue A. C. Clairaut (1713 - 1765), que publicó diversos libros de matemáticas destinados a “principiantes”, y en los que siempre tenía

presente los principios de su forma de entender la enseñanza. Estos principios eran los siguientes (Glaeser, 1979):

1. No aburrir bajo ningún pretexto, incluso sacrificando los aspectos más arduos del concepto que estuviera tratando.
2. Exposición de las matemáticas a partir de los problemas.
3. Presentación de numerosas formas de resolver problemas.

Es decir, una serie de “recetas metodológicas” que en ningún caso se deben considerar como Didáctica de las Matemáticas de manera explícita. Pero hay que esperar a finales del siglo XIX, para que comience los primeros debates pedagógicos. En estos momentos, la enseñanza se reduce a la “lección magistral” y, por tanto, no se tienen en cuenta los procesos de aprendizaje de los alumnos, sólo interesa debatir sobre los programas a impartir. En esta tarea destacó la figura y la obra de F. Klein (1931). Este tipo particular de pedagogía, que no tiene en cuenta a los alumnos, es la que también aparece en las posteriores aportaciones de J. Dieudonné.

Arte → enseñanza de las matemáticas (programación de contenidos) =
lección magistral

De hecho, esta tradición, más que elaborar Didáctica de las Matemáticas, se limitaba a exponer las opiniones, más o menos fundadas, que cada autor tenía con respecto a la enseñanza de las matemáticas (H. Poincaré y R. Thom también pueden ser incluidos aquí). La inexistencia de esta Didáctica, hizo que todas las personas dedicadas a estas cuestiones, lo

fueran de manera autodidacta, y esto hace que el planteamiento de nuevos métodos de enseñanza sea una tarea difícil.

El debate que si va originar la Didáctica de las Matemáticas, es el que se produce a partir de los años 50, en el que se ponen en cuestión los métodos de enseñanza (tanto a nivel elemental como la de formación de profesores), y que plantea alternativas a estos métodos.

Enseñanza de las matemáticas \leftrightarrow métodos
= (materiales manipulativos)

Así, aparece una corriente pedagógica (la escuela activa de C. Freinet) que repercutirá en la enseñanza de las matemáticas, produciéndose un creciente interés por la elaboración de materiales manipulativos:

1. G. Cuisenaire elaboró las célebres regletas que, divulgadas y analizadas por Gattegno (1967), sirven para la enseñanza de la aritmética en edades tempranas.
2. Z. P. Dienes creo un material para la iniciación a la lógica y al cálculo booleano: los bloques lógicos. Además de este material, elaboró una reflexión teórica sobre el aprendizaje de las matemáticas.
3. G. y F. Papy perfeccionaron el Minicomputer de Le maître, que permite realizar diversas representaciones de números, así como cálculos con ellos.

Además, en esa misma época comienzan a aparecer obras sobre la “enseñanza heurística”, o enseñanza a través de los problemas (Wittemberg, Puig Adam y, finalmente, Polya), según la cual ya no se trata

de enseñar matemáticas a partir de respuestas sino a partir de preguntas, pues nos importa tanto la transmisión de informaciones como la estructuración mental de esas informaciones.

Enseñanza de las matemáticas → Aprendizaje de las matemáticas

Como se puede ver, comienza a tenerse en cuenta el proceso de aprendizaje de los alumnos y los obstáculos que en él pueden aparecer, el papel del profesor en el aula y su relación con los estudiantes, la creación de nuevas estrategias de aprendizaje y la intervención de los conocimientos de la psicología en el diseño de estas estrategias.

Enseñanza de las matemáticas → Enseñanza Heurística

= los problemas cómo método

Y coincide este nacimiento de la Didáctica de las Matemáticas con la aparición de un fuerte movimiento internacional, fruto del cual surgen las primeras asociaciones y las primeras reuniones sobre la Didáctica de las Matemáticas propiamente dicha. No es una coincidencia, sino un resultado lógico, pues toda disciplina va asociada a una comunidad científica determinada; que se estructura básicamente, gracias a las asociaciones profesionales, los encuentros periódicos, las publicaciones y las instituciones de enseñanza e investigación.

En este punto, la historia de la Didáctica de las Matemáticas pasa a ser la historia del nacimiento y desarrollo de su comunidad científica. Hay que remontarse al año 1871 para encontrar la primera asociación profesional de maestros de matemáticas (Association for the Improvement of

Geometrical Teaching, fundada en Inglaterra), y que en 1894 comenzó a publicar la revista "Mathematical Gazette". Entre estos años y los primeros del siglo XX fueron apareciendo otras asociaciones de carácter mundial en otros países (Italia, Francia, U.S.A.).

Pero la primera fecha importante es el año 1908. Es en ese año cuando se crea la Commission Internationale de l'enseignement Mathematique (C.I.E.M. actualmente I.C.M.I.), y que antes de la Primera Guerra Mundial elaboró un informe sobre la práctica de la enseñanza de las matemáticas en los países miembros.

En este primer periodo de C.I.E.M. ya se comenzaron a plantear muchos de los problemas de los que hoy se ocupa la Didáctica de las Matemáticas, pero va a ser después de la Segunda Guerra Mundial, en el año 1950, con la creación de la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amelioration de l' Enseignemet des Mathematiques (C.I.E.A.E.M.), cuando se van a originar los estudios de la didáctica de las matemáticas desde una perspectiva interdisciplinar, pues en esta Comisión se reúnen personas como G. Choquet, J. Piegat, C. Gattegno, T. Fletcher, G. Papy, E. Castelnuovo, W. Servais, J. L. Nicolet y P. Puig Adam; y el objetivo fundamental era comprender los problemas de la enseñanza de las matemáticas para lograr mejorarlas. En estos momentos se unen una serie de variables (estudio de la didáctica de las matemáticas desde un lugar intermedio entre las Matemáticas y las Ciencias de la Educación, importantes aportaciones teóricas y prácticas en este campo y

consolidación de un prestigioso grupo de investigadores y divulgadores) que permiten hablar del nacimiento de la Didáctica de las Matemáticas.

Matemáticos + Educadores en matemáticas → construyen la Didáctica de las matemáticas

Efectivamente, el trabajo desarrollado por estos autores fue numeroso, y todavía hoy permanece su influencia. Así, tras el Coloquio de Royaumont en 1959, se produce la primera gran reforma curricular en la enseñanza de las matemáticas promovida por estudiosos de la educación matemática, y que dio lugar al modelo de enseñanza estructuralista, más conocido como “Matemáticas Modernas” (Sierra, 1990). En este movimiento reformador se encontraba la mayoría de integrantes de la C.I.E.A.E.M.

Se da el nombre de “matemáticas modernas” a aquellas cuya esencia no se debe a la calidad del material utilizado para las bases [para la enseñanza], sino a las leyes operatorias que han permitido su construcción; esto es que, en vez de razonarlas sobre entes determinados se consideran ahora como diversos sistemas de reglas (axiomatización) algunas de las cuales se aplican, por tanto a cada uno de los modelos distintos; es esta axiomatización la que constituye precisamente la base de la matemáticas modernas. (Castelnuovo, 1990, p. 37)

Habría que esperar, tras el renacimiento experimentado por el I.C.M.I. en los años 50, otro nuevo cambio de enfoque de magnitud similar. En el Congreso Internacional de Exeter (1972, en estos momentos, ya era presidente del I.C.M.I. Hans Freudenthal), el segundo que se celebraba desde la separación de I.C.M.I. de la International Mathematical Union, comenzaron las críticas a las “matemáticas modernas” en la escuela; y ya en el Tercer Congreso (celebrado en Karlsruhe en 1976) se abandona

definitivamente el modelo que estuvo utilizándose durante más de dos décadas.

1.2.1.3 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS: TEORÍA.

Debido a la corta edad de la Didáctica de las Matemáticas, el componente teórico de la disciplina aún no está suficientemente consolidado, no es posible hablar de paradigmas dominantes en Teoría de la Didáctica de las Matemáticas. Esto sirve para constatar que, en el momento presente, la demarcación científica de la Didáctica de las Matemáticas puede ser un punto muy controvertido, en el que existen opiniones para todos los gustos, pero creo que todos estarán de acuerdo en que actualmente vive un importante momento de creación, algo que puede ser acto mismo de constitución científica de la disciplina.

De hecho, algunas corrientes actuales de investigación en educación matemática han dado lugar a diversas “escuelas”, aunque no todas tienen una voluntad clara y manifiesta para intentar crear marcos teóricos globales desde los que pueda abordar cualquier problema de la educación matemática.

Entre las que sí tienen esta voluntad, se pueden destacar dos puntos de vista diferentes sobre el análisis de las matemáticas desde la óptica de la didáctica: la fenomenología didáctica de las matemáticas y la teoría de la transposición didáctica.

Dentro del primer caso se encuentran las escuelas mexicana y holandesa esta última alrededor del OW&OC (hace poco tiempo, esta institución ha pasado a denominarse “Instituto de Freudenthal”) y de la figura de H. Freudenthal, y, para ello, el objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas son los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. No tratan en primer lugar de elaborar una teoría para después aplicarla, sino que buscan a nivel práctico lo que sucede con esos procesos en el aula, de ahí las siguientes palabras:

“No: investigación de educación. Sino: investigación en educación”
(Freudenthal, 1981, p. 150 citado por Soto, s/f, p. 182).

Para esto, utilizan la distinción fenomenológica entre “objeto de pensamiento” (nooumenon) y “fenómeno” (phainomenon).

Así, “la fenomenología de un concepto matemático, una estructura matemática o una idea matemática significa, en mi terminología, describir este nooumenon en su relación con los phainomena para cuya organización fue creado, y a cuales puede ser extendido, de qué manera actúa sobre esos phainomena como medio de organización, y qué poder nos dota sobre esos phainomena. Si en esta relación entre nooumenon y phainomenon subrayo el elemento didáctico, esto es, si presto atención a cómo es adquirida tal relación en un proceso de enseñanza-aprendizaje, hablo de la fenomenología didáctica de ese nooumenon” (Freudenthal, 1983, pp. 28 – 29 citado en Soto, s/f, p. 183).

Desde esta perspectiva, la enseñanza clásica de las matemáticas ha consistido en un proceso de enseñanza-aprendizaje inicial de los objetos de pensamiento (nooumenon), para después llegar a los fenómenos, esto es, primero los conceptos y después las aplicaciones. Frente a esta manera de afrontar la educación matemática,

“lo que una fenomenología didáctica puede hacer es preparar el enfoque contrario: empezar por esos fenómenos que solicitan ser organizados y, desde tal punto de partida, enseñar al estudiante a manipular esos medios de organización” (Freudenthal, 1983, p. 32, citado en Soto, s/f, p. 183).

Hay, por tanto, una relación entre los fenómenos (del mundo real) y los conceptos (del mundo de las matemáticas); pero para poder adquirir los conceptos matemáticos a través de los fenómenos, es necesario un paso intermedio y propio de las instituciones escolares: la constitución de “objetos mentales” (Lo que Freudenthal llama objetos mentales es lo que Fichsbein denomina intuiciones y Piaget representaciones).

Objetos de pensamiento \leftarrow Objetos mentales \rightarrow fenómenos

O

Mundo real \rightarrow (Objetos mentales – intuiciones – representaciones) \rightarrow
mundo de las matemáticas

En estos objetos mentales se recogen todos los significados de todos los fenómenos que están en relación con los conceptos implicados, y, de este modo, se puede llegar hasta los conceptos matemáticos. Así, el objeto inicial de la enseñanza es, según Freudenthal, la “constitución de los objetos mentales”; y hasta los cursos superiores no serían necesarios llegar a los conceptos, pues estos sólo son necesarios en el mundo de las matemáticas.

Es evidente que, vistas así las cosas, más que una profunda elaboración teórica, el papel de la Didáctica de las Matemáticas consiste en, primero elaborar estrategias para constituir los objetos mentales de los conceptos matemáticos, y segundo establecer criterios que puedan determinar si un objeto ha sido constituido mentalmente o no por parte del alumno. (Soto, s/f, p. 183).

De todas maneras, los marcos teóricos siempre son necesarios para poder enmarcar los resultados de la investigación, en el caso anterior este

marco no es otro que el de la fenomenología (como el mismo Freudenthal reconoce), por lo que no es tan atrevido intentar crear un marco teórico propio de la Didáctica de las Matemáticas que sirva para explicar los análisis que se realicen.

Sin duda, uno de los intentos actuales para realizar esta tarea es el que llevan a cabo una serie de autores franceses que, desde algunos Institutos de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas (I.R.E.M.), han intentado establecer un aparato teórico en donde la Didáctica de las Matemáticas se pueda desarrollar como disciplina científica. Más que por los logros conseguidos, hay que destacarlo por ser la única tentativa de esta magnitud.

En 1972, dentro del marco del Instituto de Investigación en Enseñanza de la Matemática (IREM) de la Universidad de Bordeaux; Brousseau, creó una institución original: el Centro para la Observación e Investigación en Enseñanza de la Matemática (COREM). El centro, montado en un establecimiento público – la Escuela Jules Michelet de Talence –, era un laboratorio que permitía observar a docentes y alumnos en sus interacciones en clase y desplegar experiencias de enseñanza desarrolladas y llevadas a cabo por el trabajo conjunto de personas vinculadas al IREM – investigaciones y estudiantes de los postgrados en didáctica de la matemática de la Universidad de Bordeaux – y docentes de la escuela. Brousseau dirigió el centro durante más de 25 años. En ese ámbito y con la colaboración de numerosas personas, realizó una investigación fundamental – y también experimental – ligada a la enseñanza efectiva de la matemática. (Brousseau, 2007, p. 8)

Los dos conceptos centrales en esta teoría son los “sistemas didácticos” y “situación didáctica”, a los que habrá que añadir otros que faciliten el análisis de los primeros.

Por “sistema didáctico” (Vergnaud, 1985), se entiende el conjunto de elementos que intervienen en la enseñanza de las matemáticas: en primer

lugar los estudiantes, el profesor y las matemáticas; pero también “la noosfera”, en donde están las demás variables contextuales y, por tanto, donde se producen los conflictos e intercambios entre el sistema didáctico y su entorno.

Ahora bien, el análisis de cada uno de estos elementos se realiza de dos modos diferentes pero interrelacionados, análisis de cada elemento por separado y análisis de las relaciones que se establecen entre estos elementos.

1. Sub-sistema de las matemáticas: “Todo proyecto social de enseñanza y aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenido de saberes como contenidos a enseñar” (Chevallard, 1985, p. 39); es decir, hay una diferencia entre las matemáticas como saber y las matemáticas que se enseñan en la escuela, pues “un contenido de saber, al ser designado como saber a enseñar sufre, desde entonces, un conjunto de transformaciones adaptativas que lo vuelven apto para formar parte de los objetivos de enseñanza. El “trabajo” que se hace de un objeto de saber a enseñar un objeto de enseñanza, es llamado la transposición didáctica” (Chevallard, 1985, p. 39).

Por tanto, la transposición didáctica es el proceso más importante que se desarrolla en este primer sub-sistema, y debe ser uno de los centros de atención de la investigación en Didáctica de las Matemáticas. “El paso de un contenido preciso de saber a una

versión didáctica de este objeto de saber puede ser llamado más exactamente “transposición didáctica stricto sensu”. Pero el estudio científico del proceso de transposición didáctica (que es una dimensión fundamental de la didáctica de las matemáticas) supone tener en cuenta la transposición didáctica sensu lato, representada por el esquema

→ Objeto de saber → Objeto a enseñar → Objeto de enseñanza”
(Chevallard, 1985, p. 39)

2. Sub-sistema del estudiante: Aquí, estos autores retoman la teoría de la equilibración de Piaget, pues las fases del aprendizaje que señalan, recuerdan claramente las de equilibrio-conflicto-desequilibrio y reorganización del famoso psicólogo. No es de extrañar, por tanto, que Brousseau hable de salto informacional, que ha de provocar una inadecuación entre el saber antiguo y el nuevo conocimiento que se pretende enseñar (En otros autores, un fenómeno similar es denominado “conflicto cognitivo”).

Este fenómeno funciona de la siguiente manera: las situaciones deben presentar problemas nuevos, lo suficientemente distintos de aquellos con los que se ha construido el saber anterior, de tal forma que las antiguas estrategias de resolución resulten ineficaces, esto conducirá, o bien a una adaptación del saber antiguo, o bien a una reorganización de los conocimientos.

También referido a los estudiantes, y aquí es donde mejor se advierte la influencia de algunos conceptos del “Racionalismo Aplicado” de G. Bachelard, hay que analizar las concepciones espontáneas, iniciales y resultantes. Dentro de este conjunto de concepciones, es donde se sitúan algunos obstáculos para el aprendizaje de las matemáticas.

3. Sub-sistemas del docente: Lógicamente, el papel que juega el profesor en este sistema es otro objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas. En este aspecto, el profesor está para organizar las interacciones entre los alumnos y las matemáticas, esto es, para favorecer el que aprendan a aprender, poniéndoles en contacto directo con la fuente del saber matemático: la realidad y la lectura matemática de la misma, o, en otros términos, facilitar el trabajo de matematización de la realidad de los estudiantes.

Además, en el terreno del análisis de las interacciones entre los elementos del sistema, el funcionamiento de la clase y las relaciones entre estudiantes y docentes están determinadas por el contrato didáctico, constituido por un conjunto de reglas (implícitas o explícitas) que rigen estas relaciones.

“El contrato didáctico es la regla del juego y la estrategia de la situación didáctica” (Brousseau, 1986, p. 50, Soto, s/f, p. 186).

El estudio de los efectos que este contrato puede generar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ha llevado a una pequeña

catalogación de estos. Los efectos del contrato didáctico que se consideran son: el efecto Topaze, el efecto Jourdain, el deslizamiento metacognitivo, el uso abusivo de la analogía y el envejecimiento de la enseñanza, y se expone en Brousseau (2007).

Pero más allá de la relaciones estudiantes-docentes, todos los elementos del sistema didáctico presentado se encuentran interrelacionados. Y a este conjunto de relaciones establecidas entre estudiantes, docente y el medio que le rodea con la intención de que los estudiantes adquieran un determinado saber establecido, se le denomina situaciones didácticas.

El trabajo en la escuela debe consistir en presentar a los alumnos una serie secuenciada de situaciones: situaciones de acción, de formulación, de validación y de institucionalización; más concretamente, a los tres primeros tipos de situaciones se les llama situaciones adidácticas, mientras que la última situación, en la que sí existe una intención explícita de enseñar un determinado saber, sería una situación didáctica, pues “un saber es un conocimiento institucionalizado” (Brousseau, 1986, p. 97 citado por Soto, S/f, p. 186).

Desde esta perspectiva, se distingue claramente entre enseñanza (actividad propia del profesor y que consiste en el traspaso de una situación adidáctica a otra didáctica) y aprendizaje (actividad propia del estudiante).

“En la didáctica moderna, la enseñanza es el traspaso al alumno de una situación adidáctica, correcta; el aprendizaje es una adaptación a esta situación” (Brousseau, 1986, p. 51 citado en Soto, s/f, p. 186).

En otras palabras, el profesor tiene que ser capaz de recontextualizar los saberes matemáticos para presentarlos a los estudiantes, mientras que estos últimos habrán de descontextualizarlos, nuevamente para constituir su conocimiento en saber matemático.

En definitiva, las tareas a las que la Didáctica de las Matemáticas ha de dedicarse son dos: por un lado, debe generar estrategias que permitan crear situaciones didácticas adecuadas para la enseñanza de cada campo conceptual de las matemáticas, y por otro, también ha de intentar elaborar conocimientos teóricos de Didáctica de las Matemáticas, que será lo que contribuya a su consolidación como disciplina científica (Brousseau, 1991).

Aunque no hay que olvidar que “una de las funciones de la didáctica podría ser (...) contribuir a poner un freno, por fin, a un proceso que consiste en transformar el saber en algoritmos utilizables por los robots o por humanos sub-empleados y en disminuir la parte de reflexión noble en todas las actividades humanas para devolvérselas a algunos. Para sacrificar al dios de la supuesta eficacia, la enseñanza presta su concurso hoy a la reducción algorítmica y a la desmatematización. Espero profundamente que la didáctica podrá combatir esta desposesión y esta deshumanización” (Brousseau, 1990).

Del mismo modo que Freudenthal oponía a la forma clásica de educación matemática la fenomenología didáctica como método de enseñanza, en la escuela francesa también se critica la enseñanza programada (“pedagogía del paso a paso” y “pedagogía sin sentido”) y se plantea como alternativa la clase como comunidad científica (Bouvier, 1981).

Está claro que con esto no se agota la producción de la Didáctica de las Matemáticas. Sólo se trataba de presentar las teorías globales que actualmente son más utilizables. Pero además de estas, hay todo un caudal de investigaciones sobre todos los campos de que se ocupa esta disciplina. En este sentido, G. Brousseau en la conferencia de Clausura del “III Congreso Internacional sobre Didáctica de las Ciencias y de las

Matemáticas (Santiago de Compostela, septiembre, 1989)”, afirma que: todas estas investigaciones se pueden agrupar en cuatro grandes apartados:

1. Estudio de proyectos, que tratan de constituir modelos didácticos, diseños curriculares, proyectos docentes y teorías de la enseñanza.
2. Estudio de técnicas de enseñanza, es decir, métodos, materiales y recursos didácticos, tecnología y educación matemática, etc.
3. Estudios de los conceptos matemáticos, apareciendo aquí los aspectos epistemológicos y cognitivos, las teorías del aprendizaje y la estructuración de los contenidos de enseñanza.
4. Estudios de las variables socioculturales y psicológicas que afectan al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

1.2.1.4 DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO CAMPO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA.

Líneas arriba se ha explicado en extenso como ha ido construyéndose la Didáctica de las Matemáticas (DM) en ciencia o disciplina científica; a partir del artículo de Soto (s/f). Ahora, a través de los trabajos de Godino (2009, 2006) se abordará la DM como “campo de investigación científica y tecnológica”.

Según Godino (2009, p. 2), para presentar una perspectiva del área parece inevitable comenzar con una precisión terminológica, la distinción entre “Educación Matemática” y “Didáctica de la Matemática”. Aunque a veces, principalmente en el ámbito anglosajón, estas expresiones suelen

tener significados equivalentes, en los países europeos continentales la “didáctica de la matemática” se refiere a la disciplina científica que se interesa por las cuestiones relativas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Más concretamente, consideramos que la educación matemática es el sistema social, heterogéneo y complejo en el que es necesario distinguir al menos tres componentes o campos:

- (a) La acción práctica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- (b) La tecnología didáctica, que se propone desarrollar materiales y recursos, usando los conocimientos científicos disponibles.
- (c) La investigación científica, que trata de comprender el funcionamiento de la enseñanza de las matemáticas en su conjunto, así como el de los sistemas didácticos específicos (formados por el docente, los estudiantes y el conocimiento matemático).

Estos tres campos se interesan por un mismo objeto – el funcionamiento de los sistemas didácticos -, e incluso tienen una finalidad última en común: la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Pero la perspectiva temporal, los objetivos, los recursos disponibles, reglas de funcionamiento y restricciones a que están sometidos, son intrínsecamente distintas.

El mundo de la “acción práctica” es el campo del docente, el cual tiene a su cargo uno o varios grupos de estudiantes a los cuales trata de enseñar

matemáticas. El primer objetivo de un docente es mejorar el aprendizaje de sus estudiantes, de modo que estará principalmente interesado en la acción que pueda producir un efecto inmediato sobre su enseñanza.

El segundo componente, que hemos denominado “tecnológico” (o investigación aplicada) es prescriptivo, ya que está más implicado con la elaboración de dispositivos para la acción y es el campo propio de los diseñadores de currículos, los escritores de manuales escolares, materiales didácticos, etc. Finalmente la investigación científica (básica, analítica y explicativa) está particularmente comprometida con la elaboración de teorías y se realiza usualmente en instituciones universitarias.

Consideramos necesario distinguir los rasgos característicos y las funciones de cada ámbito, para poder analizar el sistema del que forman parte. Si no se reconocen las diferencias existentes entre estos componentes, no se comprenderá el funcionamiento de todo el sistema de la educación matemática. El mundo de la práctica necesita soluciones inmediatas que, en el momento actual, difícilmente puede ofrecer la investigación científica. En consecuencia, la tecnología didáctica tiene que operar en muchas ocasiones basándose en el buen parecer, la experiencia, el sentido común de sus actores.

La identificación de estos tres componentes de la educación matemática nos permite sugerir significados distintos a las expresiones “didáctica de

la matemática” y “educación matemática”, las cuales se consideran usualmente como sinónimas.

La “Didáctica de la Matemática” sería la disciplina científica interesada por los componentes (b) y (c) descritos anteriormente, mientras que la “Educación matemática” también incluiría el componente (a), esto es, abarcaría la teoría, el desarrollo y la práctica. (Godino, 2009, p. 3)

La didáctica de la matemática podría considerarse también como la disciplina que asume la responsabilidad de adaptar y articular las contribuciones de otras disciplinas interesadas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (epistemología, psicologías, pedagogía, sociología, etc.).

1.2.2 PROBLEMÁTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO REGIONAL Y NACIONAL

1.2.2.1 CONDICIÓN DE LA EDUCACIÓN EN MATEMÁTICAS Y CIENCIAS EN AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE.

En el informe - 2010 del Banco Interamericano de Desarrollo (BID) titulado “La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe” (ALC), se encuentra problemática alguna:

Las investigaciones sobre las oportunidades para aprender que están disponibles para los estudiantes en la región de América Latina y el Caribe (ALC) presentan un panorama problemático. Los jóvenes no están quedando preparados apropiadamente para cumplir los requisitos de matemáticas y ciencias naturales que exige una economía mundial que está cada vez más interconectada. (BID, 2010, p. 1)

Entre los causantes de esta situación se hallan los currículos débiles, materiales de aprendizaje inadecuados y la falta de dominio por parte de los docentes en matemáticas y en las ciencias naturales. Las aulas se caracterizan por la memorización mecánica de operaciones rutinarias de

cómputo y la repetición de datos, y los docentes les dan a sus estudiantes poca retroalimentación evaluativa, o la que les dan es incluso errónea.

“A pesar del hecho de que los docentes suelen estar bastante conscientes de sus limitaciones en los conocimientos y destrezas matemáticas y científicas, muchos no reconocen el probable impacto que tiene este déficit sobre los estudiantes en sus aulas; con más frecuencia atribuyen el bajo rendimiento a factores institucionales o contextuales”. (BID, 2010, p. 10)

En las evaluaciones internacionales del rendimiento en la educación, el desempeño de los estudiantes de la región está constantemente por debajo de los estudiantes de Asia oriental y de los países industrializados que componen la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). (BID, 2010, p. 1)

Muchas investigaciones han buscado explicar el impacto de diversos factores relacionados con los docentes, incluyendo años de experiencia, formación académica, incentivos monetarios y no monetarios, capacitación en servicio y prácticas de clase. Los hallazgos de la investigación son variados, pero sobre todo, las prácticas pedagógicas y las capacitaciones en servicio de docentes destacan como factores particularmente importantes. Por ejemplo, con base en las calificaciones de las pruebas de matemática y ciencias naturales en los Estados Unidos y una base de datos exhaustiva sobre factores asociados, Wengslinsky (2000) encuentra que “en tanto que los aportes de docentes, el desarrollo profesional y las prácticas de clase influyen en los logros de los estudiantes, el mayor rol lo juegan las prácticas de clase, seguidas por el desarrollo profesional”. (BID, 2010.p.6)

En términos de enfoques pedagógicos, el debate sobre procedimientos versus razonamiento numérico conceptual se ha dado por décadas. Skemp (1987) acuñó los términos comprensión instrumental y comprensión relacional.

La comprensión relacional ocurre cuando un estudiante resuelve un problema y a la vez comprende por qué el proceso utilizado funciona. La comprensión instrumental es cuando un estudiante sabe cómo obtener una respuesta correcta sin comprender el método utilizado. Y agrega, si bien es más fácil lograr una comprensión instrumental, es más difícil recordar lo que se aprende. (Skemp citado en BID, 2010, p. 6)

Skemp concluyó que la computación de rutina es una base necesaria desde la cual los niños avanzan a soluciones de problemas más complejos. Siguiendo su ejemplo, una cantidad de estudios de investigación analizaron el impacto del razonamiento numérico instrumental y relacional en el aprendizaje del estudiante. Por medio de una evaluación experimental del razonamiento del estudiante en la medición de áreas, Zacharos (2006) concluyó que los niños y niñas que utilizan una fórmula tuvieron dificultades para interpretar el significado físico de área.

Pesek y Kirshner (2000) encontraron que la enseñanza temprana de memorización de fórmulas y el aprendizaje rutinario interferían con el aprendizaje significativo posterior. Aunque se requiere de más investigación, es seguro concluir que enfocarse solamente en manipulaciones de rutina para alcanzar una comprensión instrumental dificultará la solución de problemas complejos, el razonamiento numérico y la construcción de modelos matemáticos. (BID, 2010, pp. 6 - 7)

El término “calidad” está presente en todo el debate sobre la política curricular en los países de ALC, tendencia que se halla en los debates sobre estos temas en todo el mundo.

La diferencia principal en ALC, sin embargo, es la medida en que ese debate se ha quedado en los niveles filosóficos e ideológicos. Los debates están casi totalmente carentes de referencia alguna a evidencias empíricas. (BID, 2010, p. 10)

Además, con frecuencia no logran hacer referencia al rigor académico o siquiera a una conceptualización operacional de las destrezas y conocimientos que se requieren para la superación personal, la vida ciudadana y la participación en la economía.

El currículo de matemáticas y ciencias naturales debe ser dinámico:

Debe proceder en el entendido de que los estudiantes deben dominar algunos conocimientos y destrezas y luego pasar a dominar nuevos contenidos y destrezas. Pero las metas de aprendizaje en muchos currículos de ALC son estáticas (Schmidt y otros 1997a; Valverde 2004, 2009, citado en BID, 2010, p. 11).

Por ejemplo, con frecuencia las lecciones incluso de primeros años de secundaria dedican considerables recursos educacionales (espacio en los libros de texto, tiempo lectivo, etcétera) a temas aritméticos que se introducen y se abarcan ampliamente en la escuela primaria. Esta tendencia se halla también en los currículos de ciencias naturales; los estudiantes de ALC rara vez tienen suficientes oportunidades para desarrollar las destrezas en funciones matemáticas, vectores y álgebra que se necesitan para llevar adelante con éxito estudios en ciencias naturales más rigurosos. (BID, 2010, p. 11).

1.2.2.2 PROBLEMÁTICA DE LA EDUCACIÓN EN EL PERÚ.

1.2.2.2.1 LA EDUCACIÓN EN EL PERÚ.

En el artículo titulado “La educación peruana de espaldas a la globalización y la investigación educativa”, León Trahtemberg (2005) en pocas líneas nos resume cual es la situación de la educación en el Perú como sigue: “Si hay en el Perú una institución en la que podemos apreciar la impermeabilidad frente a los sucesivos hallazgos de las teorías pedagógicas, la investigación educativa y las demandas del mercado laboral del mundo globalizado, esa es la escuela, y no en pocos aspectos, también la universidad. Y no solamente la escuela pública, habitualmente reconocida por ser muy precaria, sino también buena parte de la escuela privada, que a pesar de sus prerrogativas de gestión autónoma también se nutre del mismo clima educativo desfasado en el tiempo que rige para la educación pública”.

Si hubiera que resumir las demandas a la escuela que vienen desde el mundo laboral y la teoría e investigación psicopedagógica que ilustren lo antes dicho, podríamos ubicarlas bajo tres títulos: 1) Bajo el perfil del egresado del sistema educativo demandado por las empresas y el mercado laboral globalizado. 2) Bajo las características de la actividad educativa según la moderna ciencia y pedagogía. 3) Bajo la formación de los docentes y las prerrogativas de los directores requeridas para atender en la escuela las dos demandas anteriores. (Trahtemberg, 2005)

La educación pública, continúa con el esquema memorístico y esa es una de las causas, de su atraso. La acción de repetir lo escrito en los textos o en los cuadernos, demanda muchas horas de estudio y sólo desarrolla la capacidad memorística. En este sentido, sabemos que ésta no tiene futuro, sin embargo ese esquema de educación continúa en nuestros días

y no sólo en el Perú profundo. Este esquema se sigue practicando en los controles y exámenes que se toman a los estudiantes. El método memorístico, deja de lado la investigación e innovación, que son unos de los factores más importantes del desarrollo.

Pero, ¿quiénes son los actores que intervienen para que se continúe con el esquema memorístico? Consideramos que un porcentaje importante de peruanos. Empezaremos por los docentes y estudiantes. Algunos estudiantes se quejan de la falta de objetividad de un profesor para calificar un examen, entonces ciertos docentes con el propósito de objetivizar al máximo su prueba y evitar reclamos, son seducidos para considerar preguntas -en los controles- con respuestas más concretas y precisas (de memoria).

Algunos padres, son otros de los actores que contribuyen con mantener el esquema. Los padres que fueron instruidos bajo este sistema, cuando desean comprobar el aprendizaje de sus hijos, les toman las lecciones y hacen las preguntas bajo el esquema memorístico.

Finalmente los controles son parte del sistema memorístico. En los pasos (pruebas), muchas veces se exige la repetición de conceptos o palabras claves. Las pruebas, deben ser consideradas como otra fase del aprendizaje, donde las preguntas en cada examen motiven la reflexión filosófica de la temática y no sólo la conceptualización de términos.

1.2.2.2.2 LA EDUCACIÓN BÁSICA REGULAR EN EL PERÚ.

Los resultados de las mediciones nacionales e internacionales de la calidad de la educación han mostrado reiteradamente que los estudiantes de la Educación Básica están lejos de poseer la competencia matemática que se espera en sus respectivos grados. Sucede así en la educación primaria y en la secundaria, en el Perú y en la mayoría de países latinoamericanos. En efecto, los datos provistos por el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE-UNESCO) a partir de la evaluación efectuada en 2007 en 17 países de nuestra región muestra que excepto Cuba, en los demás se adolece de deficiencias, aunque no en el mismo grado: México, Costa Rica y Uruguay podrían hallarse en una situación mejor que los otros entre ellos el Perú. No obstante que esta situación era conocida desde 1998, cuando culminó la prueba realizada por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE-UNESCO).

Por otra parte, tener definidos y explícitos los propósitos de la educación matemática es importante para diseñar el currículo de la educación básica. Pero no solo eso: es preciso conseguir que la organización y los contenidos del currículo guarden rigurosa coherencia con los propósitos que se enuncian.

En este sentido, en nuestro país no se ha llegado a un consenso sobre la finalidad de la educación matemática en la Educación Básica Regular (E.B.R.). Y este problema no es de última data, sino que viene desde

hace décadas, Antes de la reforma educativa del decenio de 1970, cuando todavía se aplicaban los planes y programas de estudio, los cursos de Matemáticas (Aritmética, Álgebra, Geometría, Trigonometría) estaban organizados en función de la estructura interna de las disciplinas mencionadas, muy cohesionada – calidad que es propia de la matemática, edificio cuya armonía depende de las relaciones lógicas-deductivas de sus componentes - y que, además, presionaba sobre los programas de estudio. Pero lo que sabemos hoy sobre pensamiento infantil – que conocemos mejor gracias a los avances recientes de la psicología y de las neurociencias en general – nos dice que la secuencia del aprendizaje no obedece a la estructura de las disciplinas matemáticas, sino que se halla determinada más bien por las características del intelecto y de la actividad de los niños, niñas y adolescentes y su entorno sociocultural.

En este sentido me parece pertinente enfocar desde la postura de Bishop el desarrollo de las matemáticas como un producto cultural, todas las culturas han desarrollado un lenguaje con el que comunicarse, pero sus símbolos, gramáticas, sintaxis y modos de escritura son bien diferentes entre muchas de ellas.

Para Bishop (1999) mencionado por Lamas (2010, pp. 263 - 264), existen seis actividades sociales esenciales (contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar) que constituyen el fundamento para el desarrollo de la Matemáticas propias de cada cultura. Él considera que, si bien “todas las

culturas han desarrollado necesariamente su propia tecnología simbólica de las matemáticas como respuesta a las demandas del entorno experimentadas a través de estas actividades” (Bishop, 1999, p. 83), como resultado de ciertos desarrollos intraculturales y también de la interacción y el conflicto entre culturas diferentes, han surgidos las “Matemáticas”, la disciplina internacionalizada que conocemos hoy y que tiene su principal foco de crecimiento en la tecnología. (Lamas, 2010, p. 263)

Los dos primeros universales de Bishop son fundamentales, sin ellos los otros resultan prácticamente imposibles. Contar y medir han tenido y tienen una importancia capital. Los individuos de la gran mayoría de las culturas se han iniciado en las matemáticas aprendiendo a contar y medir usando partes de su propio cuerpo. De hecho, estos dos universales forman la pareja básica en la que se encuentra cabida el número y la cantidad, ya sea discreta o continua. (Lamas, 2010, p. 263)

Localizar y diseñar se relacionan con la concepción del espacio y la geometría. Jugar y explicar remiten a la comunicación y a la relación social. La explicación es esencial para saber el porqué de las cosas, para comunicar ideas y para justificarlas. Por tanto, estos seis universales pueden agruparse en tres parejas relacionada con el entorno social (jugar, explicar), espacial (localizar, diseñar) e individual (contar, medir).

Los universales de Bishop proporcionan una primera respuesta a la cuestión de donde localizar las Matemáticas. Puede haber matemáticas

allí donde se lleve a cabo algunas de esas seis actividades. En contra de esta afirmación puede argumentarse que a menudo se realizan actividades en las que se actúan de forma mecánica e inconsciente. En efecto, es así, pero si se profundiza en el análisis hasta conocer cómo se ha aprendido a actuar mecánicamente y cómo se justifica el resultado que se obtiene, llegaremos hasta un punto en el que alguien sí que tuvo que ser consciente de lo que hacía y de por qué y cómo llegó a idear aquello que se aplica. (Lamas, 2010, p. 264)

1.2.2.3 ESTADO ACTUAL DE LA EDUCACIÓN BÁSICA EN EL PERÚ.

Sobre la base de los resultados de las Evaluaciones Nacionales del Rendimiento Escolar 2011 y 2004, y de la prueba PISA 2000. Benavides y Rodríguez (2006) destacaban “(...) existencia de grandes y masivos déficit en el rendimiento de los escolares a escala nacional (...)”. Además, se reportan diferencias significativas en el logro educativo de los estudiantes de las escuelas estatales y las zonas rurales respecto a los estudiantes de las escuelas no estatales y zonas urbanas. En particular, estos autores señalaban que entre 1998 y 2004 los resultados en las pruebas de rendimiento se habían mantenido prácticamente inalterados, no obstante que se habían aplicado políticas que comprendían la capacitación de docentes, la entrega de textos y útiles escolares, y la revisión de programas curriculares, entre otras.

En 2006, el gobierno del presidente Alejandro Toledo dispuso un aumento significativo de las remuneraciones de los profesores, en tanto que el gobierno del presidente Alan García dictó la Ley de la Carrera Pública Magisterial en 2007. Estas medidas se orientan en la dirección de modificar los incentivos que enfrentan los actores en el sector educación con el fin de mejorar la calidad del sistema educativo.

El gasto público en educación ha aumentado, aunque continua siendo uno de los más bajos en América Latina: en 2007, el coeficiente gasto público en educación respecto al PBI fue de 4,1 por ciento en América Latina, mientras que en el Perú fue 2,7 por ciento (PREAL-GRADE, 2010). En el bienio 2008-2009 aumentó a 3,0 por ciento.

Aunque se ha mejorado en los últimos tres años, especialmente en comprensión de textos, el rendimiento de los estudiantes en las evaluaciones nacionales continua siendo bajo. De acuerdo a la Evaluación Censal de Estudiantes 2010 realizada por el Ministerio de Educación y aplicada a los del segundo grado de primaria, en el 2010 sólo 29 y 14 estudiantes de cada 100 estudiantes a nivel nacional alcanzaron los aprendizajes esperados para el grado en comprensión de textos y matemáticas, respectivamente, y se registraron diferencias significativas según tipos de escuela y zona geográfica.

A nivel internacional, el Perú ha participado en diferentes pruebas. Cabe destacar las pruebas PISA del 2000 y 2009, las cuales evalúan las áreas de comprensión de textos, matemáticas y ciencias, y se aplica a los estudiantes de 15 años de edad. De acuerdo a las pruebas PISA 2009, el Perú se ubica en el puesto 63 en comprensión de textos y matemáticas, y

en el puesto 64 en ciencias, de un total de 65 países. Con ello, se ubica en el último lugar entre los países de América Latina que rindieron las pruebas en las materias de comprensión de textos y ciencias, y en el penúltimo en el área de matemáticas.

El 65 por ciento de los estudiantes peruanos se ubicó por debajo del Nivel 2 en el área de comprensión de textos, mientras que en matemáticas y ciencias dichos porcentajes fueron de 73 y 68 por ciento, respectivamente. Cabe señalar que el Nivel 2 muestra que un estudiante cuenta con habilidades básicas necesarias para participar en forma efectiva y productiva (OECD, 2010). De otro lado, sólo el 0,4; 0,7 y 0,2 por ciento de los estudiantes peruanos alcanzaron los Niveles 5 y 6 en las áreas de comprensión de textos, matemáticas y ciencias, respectivamente. Estos niveles son los más altos de las pruebas PISA y muestran, de acuerdo con la OECD, la posibilidad de obtener ganancias competitivas en la actual economía del conocimiento.

1.2.3 PROBLEMÁTICA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA.

1.2.3.1 OBJETO DE ESTUDIO.

La investigación denominada “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático en el área de matemáticas en los estudiantes del quinto año de secundaria en el colegio Manuel Pardo” – 2012, se realizó en la Institución Educativa “Colegio Manuel Pardo”, ubicado en la región de Lambayeque, provincia de

Chiclayo, en la avenida Luis Gonzales N° 1415, cuenta con una población estudiantil de 914 estudiantes (599 hombres y 315 mujeres) en el nivel secundario, 784 estudiantes (548 hombres y 236 mujeres) en el nivel primario, y 159 estudiantes (108 hombres y 51 mujeres) en el nivel inicial, es una institución integra. Cuenta con un director bajo su responsabilidad, Subdirector de Formación general, Subdirector (de asuntos) Académico, Coordinador de TOE, Asesor espiritual y más de 80 docentes encargados de desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Educación Básica Regular.

Esta comunidad educativa depende del órgano intermedio denominado Unidad de Gestión Educativa y representa una instancia de ejecución del proceso de enseñanza-aprendizaje de naturaleza descentralizada que brinda servicios educativos privados. Su gestión se sostiene en el denominado Proyecto Educativo Institucional (P.E.I) cuyo objetivo es el logro de aprendizajes significativo así como la formación integral de sus educandos teniendo como base su visión y misión, así mismo dicho P.E.I. se sustenta en la Constitución Política del Perú, la Ley General de Educación, su Reglamento y demás instructivos del Ministerio de Educación (MINEDU), los documentos de la Iglesia Católica, los documentos de la Congregación de la Misión, el Proyecto Educativo Nacional (PEN) y el Proyecto Educativo de la Región.

La Institución Educativa se caracteriza por ser uno de los centros que acoge un gran número de estudiantes al nivel de la ciudad de Chiclayo, es

el que más contribuye con estudiantes a las diversas instituciones superiores, local, regional, nacional e internacional; representa en el ámbito local un liderazgo en lo referente a la participación de eventos de proyección social y con respecto al desarrollo de proyectos de innovación pedagógica, los docentes están constantemente capacitándose, por ejemplo: en el 2013, entre marzo y diciembre, un grupo de docentes llevo a cabo el Diplomado de Neuropedagogía modalidad a distancia, una propuesta de CEREBRUM, además otro grupo de docentes (primaria e inicial) participaron del Proyecto Optiminst (Proyecto de Educación personalizada centrado en la persona) . Cabe resaltar que un bajo porcentaje de docentes están constantemente capacitándose y actualizándose en los diferentes enfoques pedagógicos.

En infraestructura el colegio, cuenta con una infraestructura adecuada y moderna con una extensión de 23 331 m², donde se levantan 54 aulas de clase, correspondiendo cuatro para inicial, 23 para primaria y 24 para secundaria. También encontramos los Laboratorios de Computación con servicio de internet, Idioma extranjero, Física y Química, Departamento de Educación física, totalmente equipados; dos edificios “La Milagrosa” y “San Vicente” donde funcionan los diferentes talleres para las actividades extracurriculares: artísticas y deportivas. Posee además dos piscinas temperadas, techadas y con tribuna para 600 personas, un campo de futbol, tres canchas de mini básquet, dos canchas múltiples de vóley y fulbito, sala de banda y sala de arte, biblioteca, sala de audiovisuales,

coliseo cerrado que cuenta con gimnasio mecánico y aeróbico, mini coliseo y ambientes para las actividades administrativas.

Los servicios que brinda la Institución Educativa se da en el turno de la mañana para los niveles de inicial, primaria y secundaria, por las tardes se dan los talleres artísticos y deportivos, está integrado al Sistema Educativo Peruano a través de la UGEL – Chiclayo, como en la mayoría de las Instituciones Educativas de nuestra realidad Educativa Local, Regional y Nacional predomina la aplicación de una metodología tradicional, verticalista desfasada que la educación actual exige, específicamente si nos referimos al área de matemática vamos a encontrar docentes que persisten con los modelos libresco y mecánicos del proceso de enseñanza-aprendizaje, su propósito es acostumbrarse a solamente reproducir conocimiento, aplicar el memorismo, esto no permite el aprendizaje pertinente de los estudiantes y el desarrollo de habilidades en general y habilidades de pensamiento matemático en particular.

Los docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa “Colegio Manuel Pardo”, presenta un enfoque de una matemática formal, enfatizando el desarrollo de ejercicios, descuidando la importancia de las situaciones problemáticas ya que estos son esenciales para darle valor y funcionalidad a la matemática en la vida diaria, así mismo demuestran un insuficiente manejo de estrategias pertinentes (de enseñanza, de aprendizaje, didácticas) para desarrollar en los estudiantes habilidades

de pensamiento matemático y habilidad para resolver problemas matemáticos.

Las clases se reducen a la transmisión de conocimientos existiendo en algunos casos una marcada artificialidad en las actividades y contenidos; desconocimientos de estilos de aprendizajes, y necesidades de los estudiantes.

El trabajo rutinario del docente se basa aun en la enseñanza tradicional con una metodología antigua y aplicación de estrategias repetitivas, librecas, memorísticas, reproductiva ya que el aprendizajes solo tiene por objeto reproducir conocimientos en lugar de elaborarlos. En este sentido, la mayoría de los docentes desconocen los aportes de las innovaciones en metodología restando calidad a su trabajo, en este proceso de enseñanza-aprendizaje predomina el modelo tradicional, se observa el uso frecuente de la técnica de la lección clases discursivas en donde el estudiante es un elemento receptivo, se aplica dicha problemática porque la mayoría de docentes desconocen las orientaciones pedagógicas para el desarrollo de procesos cognitivos, dificultando el proceso de aprendizaje. Es frecuente la entrega de separatas pero sin la eficiente debida explicación y orientación de parte del docente.

En cuanto al recurso didáctico (materiales didácticos) la Institución educativa “Manuel Pardo” cuenta con eficiente material didáctico tales como medios audiovisuales en todas la aulas, pero la utilización de

métodos tradicionales dificultan el gran desarrollo académico; estos solo sirven para transmitir conocimientos donde los estudiantes solo son pasivos solamente escuchan al docente, aprenden la lección, promueven el memorismo, la pasividad, el academicismo teórico, no propician la investigación elemental ni la investigación científica; esto es una metodología que acostumbra a los estudiantes a la dependencia, sumisión, autoritarismo e imperativo y no así a la libertad ni a la creatividad ni la autonomía fin último de la educación.

En lo referente a los docentes del nivel secundario encargados de desarrollar contenidos de aprendizajes en el área de matemática la mayoría no programa ni planifican sus actividades pedagógicas de acuerdo a la educación moderna (recién por mayo de 2013 las sesiones de aprendizaje se estructuro por momentos: inicio – proceso – salida; en el marco de la acreditación) que la sociedad exige, estos han demostrado irresponsabilidad, indecisión y poca entrega al servicio de la educación, así mismo no tienen la actitud para seguir capacitándose, implementándose para mejorar su desempeño profesional, así como también es importante señalar que existe una cierta desmotivación y baja autoestima. Los medios y materiales educativos son escasos, no presentan biblioteca de aula, módulos educativos, juegos recreativos, material impreso auto instructivo elaborado por el docente; sino un simple hecho de dar material.

En cuanto a la realidad psicoemocional y afectiva de los estudiantes se observa que gran parte proviene de hogares desintegrados, por su falta de comunicación se encuentran maltratados física, emocional, y psicológicamente y en algunos hogares no cuentan con el afecto de los padres (viven con la abuelita, con el tío o tía, madre o padre y en algunos caso con la hermana situación que se evidencia en las entrevistas quincenales), porque la mayoría de ellos se dedican a trabajar, buscando de esta manera un mejor sustento económico dejando de lado la formación emocional y afectiva que deben tener en casa.

El valor de esta investigación en educación, no es solamente de la institución donde se desarrolló el proceso de investigación, sino también en los diferentes centros educativos a nivel nacional, por ello se consideró (debería ser considerado) dentro del plan de emergencia de educación y se determinó que uno de los principales objetivos de la enseñanza de la matemática es desarrollar en los estudiantes ciertos niveles de experiencia que les permita desarrollar sus habilidades de pensamiento matemático de manera eficiente.

Por otra parte, la ciudad de Chiclayo, donde se encuentra la institución Educativa “Colegio Manuel Pardo” se caracteriza por tener una actividad comercial y económica alta, con muchos centros de formación secundaria y superior. Se encuentra ubicada en la región de Lambayeque, provincia de Chiclayo, distrito de Chiclayo, al Sur del departamento de Lambayeque, entre las coordenadas 6 grados 46' 47" y 7 grados 10' de

latitud Sur; y las coordenadas 79 grados 8' y 79 grados 50' 47" de longitud Oeste del meridiano de Greenwich. Se encuentra delimitada por el Norte con la provincias de Lambayeque y Ferreñafe; por el Sur con la provincia de Chepén (La Libertad); al Este con la provincias de San Miguel, Santa Cruz y Chota (Cajamarca); y por el Oeste: Océano Pacífico, cuya extensión es de 3,194.84 Km² .

1.2.3.2 ¿CÓMO SE MANIFIESTA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO?

En el contexto internacional, podemos notar que, según las estadísticas hay una relación directa entre desarrollo de los países y el rendimiento escolar: a mayor pobreza, menor rendimiento. Actualmente, el Perú ocupa uno de los últimos lugares de Latinoamérica en rendimiento escolar en matemáticas según las evaluaciones P.I.S.A.

En el contexto nacional y escolar se observa que:

“La mayoría de escolares egresan del colegio sin haber adquirido habilidades básicas de cálculo mental, técnica operativa, razonamiento matemático ni geometría. Ello porque se obliga a los escolares a memorizar definiciones y a aplicar fórmulas mecánicamente, sin comprender lo que está haciendo; de modo que sólo se consigue aburrimiento y desmotivación. La metodología de enseñanza carece de una secuencia organizada, coherente y de medios materiales apropiados para lograr el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático”.

Por otra parte, es fácil constatar que existe una relación muy importante entre desarrollo y nivel educativo de la población, por ello es bueno contribuir a mejorar la enseñanza de las Matemáticas como un medio.

El área de matemáticas dentro del contexto educativo, tiene establecido como objetivo general: contribuir en la formación integral del alumno a fomentar en él el desarrollo de habilidades y destrezas básicas que faciliten la interpretación del medio que lo rodea, tomando en cuenta el desarrollo

científico y tecnológico, generando cambios para alcanzar una mejor calidad de vida.

Al respecto señala Fermín (1992), que el mundo actual exige una preparación matemática efectiva en diversos campos y niveles, por lo tanto no se debe permitir que la enseñanza de esta ciencia se estanque. A fin de minimizar este estancamiento, debe incorporarse en la investigación educativa nuevas tecnologías en el análisis de problemas, tal vez una manera de abordar este aspecto sea mediante la resolución de “problemas no estereotipados”, que permita a los alumnos construir sus propios caminos de razonamientos y sus propias estrategias de solución.

Por ello propongo que la educación o formación del hombre debe estar orientado al desarrollo habilidades del pensamiento en todas sus formas y dimensiones a través de medios, estrategias y contenidos.

Y en el contexto del aula (práctica diaria):

Se observa en el proceso de enseñanza-aprendizaje que los estudiantes del quinto año de secundaria en la institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012 muestran dificultades para concebir, representar y formular ideas, plantear un problema, si cambiamos los datos o la posición de un gráfico; no proceden a la resolución del problema. Esto muestra un desarrollo en el pensamiento de los estudiantes; en algunos aun un pensamiento concreto, en otros una tendencia al pensamiento abstracto o formal. Este es el punto de partida que me llevó investigar acerca del pensamiento: como fenómeno, como concepto, como actividad, como medio, como fin y la manera como se ve influenciada a través de los materiales didácticos.

Por otra parte, también cabe hacer notar la importancia que tienen las teorías (epistemológicas, pedagógicas, cognitivas, didácticas metodológicas, etc.) como los materiales didácticos (concreto, guías, etc.)

y la experiencia individual (campo experiencial) en la práctica docente dentro del proceso enseñanza-aprendizaje. Muchas de las prácticas áulicas no cuentan con un desarrollo sustentado en las diversas teorías lo que no permite al docente tener una mejor comprensión de la dinámica del aula (proceso de enseñanza-aprendizaje) ni mucho menos aprovechar las situaciones emergentes: como la participación, la confusión, los distintos puntos de vistas que tienen los alumnos acerca de un conocimiento o la forma de cómo aprenden. En este sentido, es necesario que el docente cuente con un repertorio teórico, metodológico y experiencial que le permita estar en conexión con lo que acontece (la instrucción), para ir más allá de la simple exposición de contenidos.

Así mismo, el docente debe tener la capacidad de conocer a su alumnos, ¿cuándo digo conocer? me refiero a ¿cómo piensa?, ¿qué sabe?, ¿qué no conoce?, ¿qué habilidades de pensamiento ha desarrollado?, entre otras interrogantes; esto le permitirá una mejor elaboración de su práctica: el desarrollo de la clase usando conocimientos o algún material didáctico o alguna situación (problemática, contextual, experiencial) o la combinación de estas.

En ese sentido, resulta relevante la propuesta que hace el investigador acerca del “Enfoque 4T3C” que se desarrolla en el capítulo II del presente informe de investigación. Enfoque que se concretará a través también de una propuesta de “sesión de aprendizaje” basado en dicho enfoque. En los anexos, está en detalle la matriz de dicha sesión.

1.2.3.3 ¿QUÉ CARACTERÍSTICAS TIENE EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO?

Este problema se caracteriza porque pocas veces hay una estrecha conexión entre lo que el estudiante conoce y lo que quiere o va a conocer; lo que refleja la falta de desarrollo de habilidades de pensamiento matemático y un bajo rendimiento académico.

En este sentido:

Lo fundamental del aprendizaje significativo como proceso consiste en que los pensamientos, expresados simbólicamente de modo no arbitrario y objetivo, se unen con los conocimientos ya existentes en el sujeto. Éste proceso es un proceso activo y personal (Ausubel, 1978, pp. 37 – 38, citado por Ontoria, 2006, p. 18).

La clave está en relacionar el nuevo material con las ideas ya existentes en la estructura cognitiva del estudiante. Por consiguiente, la eficacia de este aprendizaje está en función de su significatividad, no de las técnicas memorísticas (aprendizaje memorístico) para ello los prerequisites básicos según Ausubel son:

- a) El nuevo material debe permitir una relación intencionada (no arbitraria) y sustancial (no al pie de la letra) con los conocimientos e ideas del alumno, es decir, el individuo debe desarrollar una serie de estrategias que le permitan adquirir un conocimiento, almacenarlo o recuperarlo, a este tipo de estrategias se les denomina estrategias cognitivas o de aprendizaje.
- b) Los aportes de la psicología cognitiva han servido de base para proponer y ejecutar diferentes programas dirigidos a proporcionar ayudas al estudiante para sistematizar su modo de aprender y

éstos se fundamentan en el hecho de que puede entrenarse al estudiante para que utilice eficientemente estrategias que le permitan mejorar la comprensión, el uso de la información que recibe y así relacionar el nuevo conocimiento con los conceptos relevantes que ya posee.

- c) Entre las ayudas que pueden enseñarse al estudiante para que procese con mayor efectividad la información a ser aprendida y por lo tanto construya nuevos significados, están los Mapas conceptuales que tienen por objetivos representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones (Novak & Gowin, 1988). Estos se han desarrollado especialmente para establecer comunicación con la estructura cognoscitiva del estudiante y para exteriorizar lo que éste ya sabe.

Es la teoría de Ausubel en donde se realiza la diferencia entre teoría del aprendizaje y teoría de la enseñanza, la importancia de su teoría radica por la relación que establece entre la manera didáctica de llevar los conocimientos al estudiante y los fenómenos psicológicos internos que se han de producir durante el aprendizaje. Este autor valora la importancia del aprendizaje por descubrimiento pero lo considera secundario en la actividad escolar y aún en el aprendizaje adulto, dando un lugar relevante al aprendizaje por recepción. Afirma que el papel hegemónico de la exploración corresponde a la primera infancia.

En el proceso de aprendizaje Ausubel destaca dos dimensiones:

- ❖ La primera dimensión, son los procedimientos que se utilizan para que el conocimiento llegue al estudiante, en esta dimensión se destaca el “aprendizaje receptivo” que se da cuando el contenido a aprender se le presenta al estudiante en su forma final o acabada y el “aprendizaje por descubrimiento” con este aprendizaje lo principal que debe ser aprendido no se da, sino que debe ser descubierto por el estudiante para poder incorporarlo después en su estructura cognoscitiva.
- ❖ La segunda dimensión, son las maneras en que el estudiante incorpora la nueva información en las estructuras cognoscitivas ya existentes identificando un “aprendizaje significativo” donde los nuevos conocimientos son incorporados a la estructura cognoscitiva del estudiante de manera no arbitraria, estableciendo una relación con los conocimientos que ya posee de manera sustancial. Los enlaces entre los conocimientos anteriores y los nuevos permiten una mayor comprensión, disponibilidad y fijación de los conocimientos aprendidos y un “aprendizaje por repetición” originándose cuando los nuevos conocimientos son asociados de forma arbitraria (o no asociados) con los ya existentes. Los nuevos conocimientos no forman parte de la estructura cognoscitiva ya existente. La falta de enlaces hace que se olviden los conocimientos con facilidad. Este aprendizaje al carecer de auténtico sentido y

relación posee un fuerte carácter memorístico desprendido de sentido.

Por otra parte, el desarrollo de las habilidades de pensamiento (Amestoy, 1996b, pp. 12 - 13) descansa en los siguientes principios:

1. Pensar es una habilidad que puede desarrollarse. La habilidad para pensar es desarrollable; para ello se requiere ejercitar, en forma sistemática y deliberada, el procedimiento que permite realizar la acción correspondiente. La práctica debe prolongarse hasta lograr una actuación natural y espontánea.
2. La mayor parte del pensamiento se inicia en la etapa de percepción y tiene relación con la manera como las personas captan la información del medio ambiente.
 - ✓ La manera como las personas ven el mundo que les rodea está condicionada por sus experiencias previas, sus conocimientos y sus emociones.
 - ✓ El pensamiento está determinado por la perspectiva particular de cada persona.
 - ✓ Mediante el desarrollo del pensamiento es posible organizar o reorganizar la percepción y la experiencia, con el objeto de lograr visiones más claras de problemas y situaciones.
 - ✓ Pensar es un intento para clasificar la percepción y dirigir la atención.

- ✓ El ser humano tiende naturalmente a dejarse llevar por sus sentimientos antes de usar el pensamiento. Es decir, siente, decide y luego razona para sustentar su decisión, producto muchas veces de reacciones emocionales.
3. El método más apropiado para desarrollar las habilidades de pensamiento es el de los procesos.
- ✓ Los procesos del pensamiento son los componentes activos de la mente y por lo tanto son elementos básicos del pensamiento.
 - ✓ Los procesos se transforman en procedimientos y éstos, mediante ejercitación sistemática y deliberada, dan lugar a las habilidades de pensamiento.
4. El método de los procesos comprende:
- ✓ La cristalización de esquemas definidos de pensamiento.
 - ✓ El uso de esquemas de pensamiento en forma natural espontánea.
 - ✓ La transferencia de los esquemas al aprendizaje, a la solución de problemas y a la toma de decisiones.

En este sentido, la mayoría de los procesos de pensamiento que se utilizan tienen el propósito de ampliar la percepción y dirigir deliberadamente la atención durante el proceso de pensamiento; eh ahí la importancia de comprender bien las componentes del enfoque 4T3C.

Conocimiento \leftrightarrow aprendizaje $\leftarrow \rightarrow$ pensamiento

1.2.3.4 ¿CÓMO SURGE LA PROPUESTA DEL “USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO”?

Si se revisa la historia de la humanidad y en ella al hombre, sobre todo su forma de proceder a través de su conducta, su comportamiento; notamos que algo en él está evolucionando tanto en forma individual como social: el pensamiento.

Hablar del pensamiento, es algo así como hablar de aprendizaje, de cultura, de educación, de sociedad. Es la parte y el todo de la evolución del hombre y con ella la sociedad.

Ahora, en la actualidad esta actividad nata del hombre se ve alterada, desconfigurada, decodificado, desaprendido, deconstruido y reconstruido por el mismo y su entorno, lo que empieza a tomar ciertos patrones estables e inestables que hace de la tarea docente un reto y la educación una “reingeniería”.

La “reingeniería es la revisión fundamental y el rediseño radical de procesos para alcanzar mejoras espectaculares en medidas críticas y contemporáneas de rendimiento, tales como costos, calidad, servicio y rapidez” (Hammer y Champy, 1994, p. 34). En ese sentido, entender la educación como una reingeniería implica no centrar el propósito de hacer eficientes los procesos involucrados, sino más bien generar otros a partir de la crítica radical de éstos.

Por tanto, resulta fundamental para el docente concebir la “educación como una reingeniería”, pues “los procesos representan la forma natural como trabajamos y por esa razón es posible indicar que ellos han estado siempre en las organizaciones, aunque no hayan acogido muchos más para éste, modelos asociados con el paradigma de pensamiento que ha

imperado, es decir, el de la simplicidad” (Hammer y Champy, 1994). En esta cita, debe entenderse a la clase como una organización (un proceso dinámico) y el modelo simplista como el modelo tradicional e incluso el constructivista dado el caso que no redireccione su accionar (sus procesos).

Resulta entonces imperioso incluir esta “filosofía organizacional” en el “enfoque 4T3C” y tomar como una máxima la siguiente afirmación de Hammer (1999) “Transformarse en una organización por procesos no es una opción para resolver problemas de baja calidad y altos costos, es una plataforma para capitalizar nuevas oportunidades” (Hammer, 1999, p. 9 citado por IBISCOM)

Esto conlleva a postular que no existe educación sin desarrollo de pensamiento (como proceso y como producto) o que éste, juega un papel esencial en el desarrollo del hombre y de toda sociedad.

Por ello se propone que la educación o formación del hombre debe estar orientado al desarrollo de habilidades, capacidades o competencias de pensamiento según sea la exigencia de la sociedad; en todas sus formas y dimensiones a través de medios, estrategias o contenidos.

Ante esta problemática que genera éste fenómeno llamado: pensamiento y en el estrictamente el matemático surgen algunas interrogantes:

¿Qué es el pensamiento y cómo se manifiesta en el individuo y la sociedad?, ¿Tiene limitaciones el acto de pensar, es ventajoso, se presenta obstáculos?, ¿Existe alguna clasificación del pensamiento?, ¿En qué momento el hombre empieza a pensar?, ¿En qué momento del desarrollo del hombre empieza la intuición, la abstracción, la creatividad, el lenguaje?, ¿Puede el hombre desarrollar su pensamiento en forma individual o lo social

contribuye?, ¿El pensamiento es una estructura, un esquema, un sistema estático o dinámico?, ¿En qué espacios se da el pensamiento matemático?, ¿Se puede considerar al material didáctico como un lenguaje?, y ¿El lenguaje es la interconexión entre pensamientos?; en general y en particular ¿Es posible la formación del pensamiento a través de los materiales didácticos?, ¿Los materiales didácticos en que espacio cognitivo actúan?

Sin duda, algunas preguntas resultarán obvia, otras tontas pero eso es hacer investigación y en algunos casos hacer ciencia.

1.2.3.5 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE LA PROPUESTA DEL “USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO”?

Esta investigación es importante primero, por qué parte de una realidad y vuelve a ella: La formación del pensamiento en sus diversas categorías y dimensiones es la directriz del desarrollo del hombre y con ella la sociedad; una buena formación del pensamiento: un buen hombre, una buena sociedad. Segundo, es posible identificar problemática alguna respecto del pensamiento e idear estrategia alguna: cómo usar materiales didácticos como recurso, para lograr el desarrollo del mismo. Tercero, está vinculado a temas como: cómo conocemos y aprendemos: es decir los estilos de aprendizajes, quienes somos: nuestra personalidad, cómo actuamos, cómo nos entendemos: la comunicación, etc. Y por último aportar a través de esta investigación al entendimiento del complejo proceso de enseñanza/aprendizaje que a mi parecer es la unidad de todo proceso de individualización/socialización y en él el humano.

1.3 TENDENCIAS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU RELACIÓN CON EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

1.3.1 TENDENCIAS GENERALES.

Según Guzmán (2001), el fondo de la Educación Matemática es la “actividad matemática”, y coincide con Freudenthal en que “la matemática debe ser pensada como una “actividad humana” a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprenderla es haciéndola” (Aliaga, 2005, pp. 73 - 74). Matemáticos y educadores en matemática centran el debate de la enseñanza de las matemáticas en el “quehacer del matemático” para luego trasladarla a la escuela.

En ese sentido, para Guzmán (2001), la filosofía prevalente sobre lo que la actividad matemática representa tiene un fuerte influjo, más efectivo a veces de lo que aparenta, sobre las actitudes profundas respecto de la enseñanza matemática.

La reforma hacia la matemática moderna tuvo lugar en pleno auge de la corriente formalista (Bourbaki) en matemáticas. No es aventurado pensar a priori en una relación causa-efecto y, de hecho, alguna de las personas especialmente influyentes en el movimiento didáctico de los años 60, como Dieudonné, fueron importantes miembros del grupo Bourbaki. (Guzmán, 2001, p. 7)

En los últimos 20 años (hoy hace 36 años), especialmente a partir de la publicación de la tesis doctoral de I. Lakatos (1976), “Proofs and refutations”, se han producido cambios bastante profundos en el campo de las ideas acerca de lo que verdaderamente es el “quehacer matemático”.

La actividad científica en general es una exploración de ciertas estructuras de la realidad, entendida ésta en sentido amplio, como realidad física o mental. Por tanto, para Guzmán (2001), la actividad matemática se enfrenta con un cierto tipo de estructura que se prestan a unos modos peculiares de tratamiento, que incluyen:

- a) Una simbolización adecuada, que permite presentar eficazmente, desde el punto de vista operativo, las entidades que maneja;
- b) Una manipulación racional rigurosa, que compele al ascenso de aquellos que se adhieren a las convenciones iniciales de partida;
- c) Un dominio efectivo de la realidad a la que se dirige, primero racional, del modelo mental que se construye, y luego, si se pretende, de la realidad exterior modelada. (p. 8)

La antigua definición de la matemática como ciencia del número y de la extensión, no es incompatible en absoluto con la aquí propuesta, sino que corresponde a un estadio de la matemática en que el enfrentamiento con la realidad se había plasmado en dos aspectos fundamentales, la complejidad proveniente de la multiplicidad (lo que da origen al número, a la aritmética) y la complejidad que procede del espacio (lo que da lugar a la geometría, estudio de la extensión). Más adelante el mismo espíritu matemático se habría de enfrentar con:

- ❖ la complejidad del símbolo (Álgebra);
- ❖ la complejidad del cambio y de la causalidad determinista (cálculo);

- ❖ la complejidad proveniente de la incertidumbre en la causalidad múltiple incontrolable (probabilidad, estadística);
- ❖ la complejidad de la estructura formal del pensamiento (lógica matemática)

Estas nuevas complejidades que según Guzmán (2001) aparecen en el quehacer matemático van a constituir lo que se conoce como las cinco “competencias matemáticas” definidas en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) y el TERCE; así como también y el pensamiento lógico-matemático (MINEDU) descrito en el capítulo II.

1.3.1.1 CONTINUO APOYO EN LA INTUICIÓN DIRECTA DE LO CONCRETO. APOYO PERMANENTE EN LO REAL.

En los años 80 hubo un reconocimiento general de que se había exagerado considerablemente en las tendencias hacia la “matemática moderna” en lo que respecta al énfasis en la estructura abstracta de la matemática. La axiomatización a través del álgebra, por tanto:

“Es necesario cuidar y cultivar la intuición en general, la manipulación operativa del espacio y de los mismos símbolos” (M. Guzmán, 2001, p.8).

Es preciso no abandonar la comprensión e inteligencia de lo que se hace, por su puesto, pero no debemos permitir que este esfuerzo por entender deje pasar a segundo plano los “contenidos intuitivos” de nuestra mente en su acercamiento a los “objetos matemáticos”.

Si la matemática es una ciencia que participa mucho más de lo que hasta ahora se pensaba del carácter de empírica, sobre todo en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal, es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más

intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge (M. Guzmán, 2001, p.8).

La formalización rigurosa de las experiencias iniciales corresponde a un estadio posterior. A cada fase de desarrollo mental, como a cada etapa histórica o a cada nivel científico, le corresponde su propio rigor.

Para entender esta interacción fecunda entre la realidad y la matemática es necesario acudir, por una parte, a la propia historia de la matemática, que nos desvela ese proceso de emergencia de nuestra matemática en el tiempo, y por otra parte, a las aplicaciones de la matemática, que nos hacen patentes la fecundidad y potencia de esta ciencia.

Con ello se hace obvio cómo la matemática ha procedido de forma muy semejante a las otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por experimentos, por tentativas, unas veces fructuosas, otras estériles, hasta que va alcanzando una forma más madura, aunque siempre perfectible. (Guzmán, 2001, p. 9)

Nuestra enseñanza ideal debería tratar de reflejar este carácter profundamente humano de la matemática, ganando con ello en asequibilidad, dinamismo, interés y atractivo.

1.3.1.2 LOS PROCESOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO. EL CENTRO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

Una de las tendencias generales más difundidas hoy consiste en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, más bien que en la mera transferencia de contenidos.

“La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido”. (M. Guzmán, 2001, p. 9).

Por ello, se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas.

Por otra parte, existe la conciencia, cada vez más acusada, de la rapidez con la que, por razones muy diversas, se va haciendo necesario traspasar la prioridad de la enseñanza de unos contenidos a otros.

En la situación de transformación vertiginosa de la civilización en la que nos encontramos, es claro que los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento, que no se vuelven obsoletos con tanta rapidez, es lo más valioso que podemos proporcionar a nuestros jóvenes (M. Guzmán, 2001, p. 9).

En nuestro mundo científico e intelectual tan rápidamente mutante vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamientos útiles que de contenidos que rápidamente se convierten en lo que Whitehead llamó “ideas inertes”, ideas que forman un pesado lastre, que no son capaces de combinarse con otras para formar constelaciones dinámicas, capaces de abordar los problemas del presente.

En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más bien que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia.

1.3.2 TENDENCIA O CAMBIO EN LOS PRINCIPIOS METODOLÓGICOS.

A la vista de estas tendencias generales apuntadas en la sección anterior Guzmán (2001) nos señala unos cuantos principios metodológicos que podrían guiar apropiadamente nuestra enseñanza.

1.3.2.1 HACIA LA ADQUISICIÓN DE LOS PROCESOS TÍPICOS DE PENSAMIENTO. EL PAPEL DE LA HISTORIA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

¿Cómo debería tener lugar el proceso de aprendizaje matemático a cualquier nivel? De una forma semejante a la que el hombre ha seguido en su creación de las ideas matemáticas, de modo parecido al que el matemático activo utiliza al enfrentarse con el problema de matematización de la parcela de la realidad de la que se ocupa.

Se trata, en primer lugar, de ponernos en contacto con la realidad matematizable que ha dado lugar a los conceptos matemáticos que se quiere explorar con nuestros estudiantes. Para ello deberíamos conocer a fondo el contexto histórico que enmarca estos conceptos adecuadamente. Es decir, ¿por qué razones la comunidad matemática se ocupó con ahínco en un cierto momento de este tema y lo hizo el verdadero centro de su exploración tal vez por un periodo de siglos? Es extraordinariamente útil tratar de mirar la situación con la que ellos se enfrentaron con la mirada perpleja con que la contemplaron inicialmente. La visión del tema que se nos brinda en muchos de nuestros libros de

texto aparece contando el final (parte de respuestas). Contada de otra forma más razonable podría ser verdaderamente apasionante.

Normalmente la historia nos proporciona una magnífica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de ellos con interés. Si se conoce la evolución de las ideas de las que se pretende ocupar, se sabrá perfectamente el lugar que ocupan en las distintas consecuencias, aplicaciones interesantes que de ellas han podido surgir, la situación reciente de las teorías que de ellas han derivado.

Por tanto, es importante tener en cuenta el papel de la historia al enseñar matemáticas.

En este sentido, el orden lógico no es necesariamente el orden histórico, ni tampoco el orden didáctico coincide con ninguno de los dos (M. Guzmán, 2001. p. 19).

El docente debería saber cómo han ocurrido las cosas, para: (a) comprender mejor las dificultades del hombre genérico, de la humanidad, en la elaboración de las ideas matemáticas, y a través de ello las de sus propios estudiantes; (b) entender mejor la ilación de las ideas, de los motivos y variaciones de la sinfonía matemática; y (c) utilizar este saber cómo una sana guía para su propia pedagogía.

1.3.2.2 LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA REALIDAD.

En otras ocasiones el acercamiento inicial se puede hacer a través del intento directo de una modelización de la realidad en la que el docente sabe que han de aparecer las estructuras matemáticas en cuestión. Se puede acudir para ello a las otras ciencias que hacen uso de las matemáticas, a circunstancias de la realidad cotidiana o bien a la presentación de juegos tratables matemáticamente, de los que en más de una ocasión a lo largo de la historia han surgido ideas matemáticas de gran oportunidad.

Puestos con los estudiantes delante de las situaciones-problemas en las que tuvo lugar la gestación de las ideas con las que queremos ocuparnos, deberemos tratar de estimular su búsqueda autónoma, su propio descubrimiento paulatino de estructuras matemáticas sencillas, de problemas interesantes relacionados con tales situaciones que surgen de modo natural.

Es claro que no podemos esperar que nuestros alumnos descubran en un par de semanas lo que la humanidad elaboró tal vez a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes muy brillantes (M. Guzmán, 2001, p.11).

Pero es cierto que la búsqueda con guía, sin aniquilar el placer de descubrir, es un objetivo alcanzable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la detección de técnicas concretas, de estrategias útiles de pensamiento en el campo en cuestión y de su transmisión a los estudiantes.

La teoría, así concebida, resulta llena de sentido, plenamente motivada y mucho más fácilmente asimilable. Su aplicación a la resolución de los problemas, que en un principio aparece como objetivos alcanzables, puede llegar a ser una verdadera fuente de satisfacción y placer intelectual, de asombro ante el poder del pensamiento matemático eficaz y de una fuerte atracción hacia la matemática.

1.3.2.3 LA HEURÍSTICA (“PROBLEMA SOLVING”) EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. LA INCULTURACIÓN A TRAVÉS DEL APRENDIZAJE ACTIVO.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir en lo posible de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaz en la resolución de verdaderos problemas.

Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocidas, otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra. (M. Guzmán, 2001. p. 11).

Los libros de textos están, por lo general, repletos de meros ejercicios y carentes de verdaderos problemas. La apariencia exterior puede ser engañosa. También en un ejercicio se expone una situación y se pide que se llegue a otra: Escribir el coeficiente de x^7 en el desarrollo de $(1+x)^{32}$. Pero si esta actividad, que fue un verdadero problema para los algebristas del siglo XVI, se encuentra, como suele suceder, al final de una sección sobre el binomio de Newton, no constituye ya ningún reto notable. El

estudiante tiene los caminos bien marcados. Si no es capaz de resolver un problema semejante, ya sabe que lo que tiene que hacer es aprenderse la lección primero.

La enseñanza de resolución de problemas pone énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante: que el alumno manipule los objetos matemáticos; que active su propia capacidad mental; que ejercite su creatividad; que reflexione sobre su propio procesos de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente; que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; que adquiera confianza en sí mismo; que se divierta con su propia actividad mental; que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (Guzmán, 2001, p. 19)

¿Cuáles son las ventajas de este tipo de enseñanza? ¿Por qué esforzarse para conseguir tales objetivos? He aquí unas cuantas razones interesantes: (a) porque es lo mejor que se puede proporcionar a los jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas; (b) porque el mundo evoluciona muy rápidamente: los procesos efectivos de adaptación a los cambios de la y de la cultura no se hacen obsoletos; (c) porque el trabajo se puede hacer atractivo, divertido, satisfactorio, autorrealizador y creativo; (d) porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas; y (e) porque es aplicable a todas las edades. (p. 19)

Y entonces, ¿en qué consiste la novedad? ¿No se ha enseñado siempre a resolver problemas en la clase de matemáticas? Posiblemente los buenos docentes de todos los tiempos han utilizado de forma espontánea los métodos que ahora se propugnan. Pero lo que tradicionalmente se ha venido haciendo por una buena parte de los docentes se puede resumir en las siguientes fases:

- exposición de contenidos – ejemplos – ejercicios sencillos –
ejercicios más complicados - ¿problemas?

La forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas debería proceder más o menos del siguiente modo:

(a) propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicación, modelos, juegos...); (b) manipulación autónoma por los estudiantes; (c) familiarización con la situación y sus dificultades; (d) elaboración de estrategias posibles; (e) herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados); (f) elección de estrategias; (g) ataque y resolución de los problemas; (h) recorrido crítico (reflexión sobre el proceso); (i) afianzamiento formalizado (si conviene); (j) generalización; (k) nuevos problemas; y (l) posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas. (Guzmán, 2001, p. 13)

En todo proceso el “eje principal ha de ser la propia actividad” dirigida con tino por el docente, colocando al estudiante en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo. Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido.

Como afirma M. Guzmán, el método de enseñanza por resolución de problemas presenta algunas dificultades que no parecen aun satisfactoriamente resueltas en la mente de algunos profesores y mucho menos en la forma práctica de llevarlo a cabo. Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir, la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático (M. Guzmán, 2001. p. 13)

1.3.3 TENDENCIA EN LOS CONTENIDOS.

1.3.3.1 UN DESPLAZAMIENTO HACIA LA MATEMÁTICA DISCRETA.

Las matemáticas del siglo XIX y la del XX ha sido predominantemente la “matemática del continuo” en la que el análisis, por su potencia y repercusión en las aplicaciones técnicas, ha jugado un papel predominante.

Al advenimiento de los ordenadores, con su inmensa capacidad de cálculo, con su enorme rapidez, versatilidad, potencia de representación gráfica, posibilidades para la modelización sin pasar por la formulación de corte clásico... ha abierto multitud de campos diversos, con origen no ya en la física, como los desarrollos de siglos anteriores, sino en otras muchas ciencias, tales como la economía, las ciencias de la organización, biología... cuyos problemas resultan opacos, en parte por las enormes masas de información que había que tratar hasta llegar a dar con las intuiciones valiosas que pudieran conducir a procesos de resolución de los difíciles problemas propuestos en estos campos.

Por otra parte, el acento en los algoritmos discretos, usados en las ciencias de la computación, en la informática, así como en la modelización de diversos fenómenos mediante el ordenador, ha dado

lugar a un traslado de énfasis en la matemática actual hacia la matemática discreta. Ciertas porciones de ella son suficientemente elementales como para poder formar parte con éxito de un programa inicial de matemática. La combinatoria clásica, así como los aspectos modernos de ella, tales como la teoría de grafo o la geometría combinatoria, podrían ser considerados como candidatos adecuados. La teoría elemental de números, que llegó a desaparecer de los programas en algunos países, podría ser otro.

Matemática continua → Matemática discreta

Se han realizado intentos por introducir estos elementos y otros semejantes pertenecientes a la “matemática discreta” en la enseñanza matemática inicial. Sucede que esto parece ser solo posible a expensas de otras porciones de la matemática con más raigambre, de las que no se ve bien cómo se puede prescindir. Aunque parece bastante obvio que el saber de la matemática del futuro será bastante diferente del actual por razón de la presencia del ordenador, aún no se ve bien claro cómo esto va a plasmarse en los contenidos de la enseñanza primaria y secundaria.

1.3.3.2 HACIA UNA RECUPERACIÓN DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO Y DE LA INTUICIÓN ESPACIAL.

Como reacción a un abandono injustificado de la geometría intuitiva en nuestros programas, del que fue culpable la corriente hacia la Matemática Moderna, hoy se considera una necesidad ineludible, desde el punto de vista didáctico, científico, histórico, volver a recuperar el contenido

espacial e intuitivo en toda la matemática, no ya sólo en lo que se refiere a la geometría.

Es evidente que desde hace unos cuarenta años (hoy 60 años) el pensamiento geométrico viene pasando por una profunda depresión en nuestra enseñanza matemática inicial, primaria y secundaria.

Y al hablar del pensamiento geométrico no me refiero a la enseñanza de la geometría más o menos fundamentada en los Elementos de Euclides, sino a algo mucho más básico y profundo, que es el cultivo de aquellas porciones de la matemática que provienen de y tratan de estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura, la forma física (M. Guzmán, 2001. p. 21).

Esta situación, que se hace patente sin más que ojear los libros de textos y los programas de nuestra educación primaria y secundaria, no es exclusiva de nuestro entorno. En realidad, es un fenómeno universal que, a mi parecer, se debe en buena medida a la evolución misma de la matemática desde comienzos del siglo XIX, más o menos.

La crisis de los fundamentos de principio de siglo XIX empujó al matemático hacia el formalismo, hacia el énfasis sobre el rigor, a una cierta huida de la intuición en la construcción de su ciencia. Lo que fue bueno para la fundamentación fue considerado por muchos bueno también para la transmisión de conocimientos. Las consecuencias para la enseñanza de las matemáticas. En esa idea de ir a los fundamentos, tal vez juntamente con una mala interpretación de los análisis de algunos psicopedagogo sobre la estructura evolutiva del conocimiento del niño, se basa en el énfasis sobre la teoría de conjuntos y la búsqueda de rigor.

En este sentido, la geometría, a nivel elemental, es difícil de formalizar adecuadamente y así, en este intento, se nos fue por el mismo agujero el pensamiento geométrico, la intuición espacial y la fuente más importante que por muchos siglos ha tenido la matemática de verdaderos problemas y resultados interesantes abordables con un número pequeño de herramientas fácilmente asimilables (M. Guzmán, 2001. p. 21).

El siglo XIX fue el siglo de oro del desarrollo de la geometría elemental, del tipo de geometría al que tradicionalmente se dedicaba la enseñanza inicial de la matemática, que vivía a la sombra de creaciones muy interesantes y muy de moda de la matemática superior, tales como la geometría descriptiva, geometría proyectiva, geometría sintética, geometría no euclídeas... El mismo sentido geométrico que estimuló los desarrollos espectaculares del siglo XIX sigue vivo también hoy en campos tales como la teoría de grafos, teoría de cuerpos convexos, la geometría combinatoria, algunos capítulos de la teoría de optimización, de la topología... Como rasgos comunes a todos estos desarrollos se pueden señalar:

“una fuerte relación con la intuición espacial, una cierta componente lúdica y tal vez un rechazo tácito de desarrollos analíticos excesivos” (M. Guzmán, 2001. p. 22).

1.3.4 TENDENCIA EN LA FORMACIÓN DE DOCENTES.

Según León (2006), los cambios en los diseños curriculares, han sido más de forma que de fondo. Los programas de las asignaturas de la especialidad continúan siendo muy extensos y hay que andar a la ligera para poder cubrirlos. Al respecto Gardner señala:

“cubrir materia es enemigo de comprender conceptos” (Gardner, 1993; citado por León, 2006, p. 55)

Cuando tratamos de aplicar con los estudiantes estrategias diferentes acordes con lo que se espera que ellos hagan en sus sitios de trabajo, el tiempo presiona y se termina haciendo lo habitual, “damos” una clase de Matemática, donde la expresión “damos” está utilizada en el sentido de que es el docente el que tiene el conocimiento y se lo transmite a sus estudiantes. El docente es un dador de clase.

Con la teoría del constructivismo, la connotación de “dador”, de alguna manera, se cambió a la de “facilitador” del proceso de construcción del conocimiento por parte del estudiante.

Dador → facilitador → escuchar (León, 2006, p. 55)

En la actualidad, este rol de “facilitador” está cambiando por uno de “escuchar” en una teoría que está siendo desarrollada por Brent Davis (1995) en Canadá, cuya base se encuentra en el enactivismo, el cual se enfoca en la interdependencia dinámica entre pensamiento y acción, conocimiento y conocedor, agente y ambiente, uno mismo y el otro, individuo y colectivo. (Reid, s/f)

Brent Davis propone una clasificación de las formas de escuchar siguiendo la Clasificación de Gadamer de los tipos de preguntas que un profesor puede hacer: preguntas pedagógicas, preguntas retóricas y preguntas hermenéuticas, que conducen a un escuchar evaluativo, interpretativo y hermenéutico, respectivamente. (Scott, 1997, citado por León, 2006).

En el “escuchar evaluativo” el docente tiene un camino prefijado y hace las preguntas esperando una respuesta particular que no lo aleje de ese camino. En el “escuchar interpretativo” el docente tiene aún un camino establecido pero en las respuestas de los estudiantes a sus preguntas

busca más información, más elaboración, hay más interacción docente-estudiante y el docente busca apoyar la construcciones de ideas. En el “escuchar hermenéutico” el docente participa con sus estudiantes en la construcción de conocimientos compartidos, sin pretender causar el aprendizaje. Esto, supone atención a las implicaciones culturales más amplias en la enseñanza de la Matemática.

Davis (1997), señala que en este caso “el aprendizaje es un proceso social y el rol del profesor es una de participar, de interpretar, de transformar, de interrogar, en breve, de escuchar” (Davis, 1997, p. 371 citado por León, 2006, p. 56)

En ese sentido, Scott mencionado por León (2006) plantea que para que los futuros docentes puedan empezar a entender cómo se escucha deben revisarse los modelos didácticos que emplean los formadores de docentes y para ello propone la reflexión sobre los principios que soportan la “teoría del enactivismo” (p. 56).

1.3.5 TENDENCIA FILOSÓFICA: HANS FREUDENTHAL Y LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

1.3.5.1 LA MATEMÁTICA COMO ACTIVIDAD HUMANA.

El Grupo Patagónico de Didáctica de la Matemática (GPDM) a cargo de Saggese, Gallego y Bressan (2004) han realizado la traducción del artículo titulado “Hans Freudenthal, un matemático en Didáctica y teoría curricular” elaborado por Gravemeijer y Teruel (2000) donde ambos realizan una excelente exposición acerca del aporte filosófico de Hans Freudenthal a la educación matemática. Aquí algunas notas.

Freudenthal fue un oponente explícito a la “nueva matemática” de los ‘60, que toma sus puntos de partida como adhesión a las matemáticas modernas, especialmente a la teoría de conjuntos. Con esta posición crítica se mostró a sí mismo como un exponente de la pedagogía tradicional en el sentido que su crítica había nacido de una discusión acerca de lo que “debía ser enseñado y cómo”.

Por lo tanto reconoce generalidad y amplia aplicabilidad como una de las especiales características de las matemáticas, y también reconoce que las matemáticas modernas, son matemáticas abstractas igualmente lejanas mientras al mismo tiempo encarecen flexibilidad. Sin embargo, en esta visión, la abstracción es la fuente del problema pedagógico.

En un sentido objetivo la matemática más abstracta es sin duda también la más flexible. Pero no subjetivamente, desde que es desperdiciada en individuos que no están en condiciones de avalar por sí mismo esta flexibilidad (Freudenthal, 1968, p. 5 citado en Saggese, et al., 2000, p. 3)

Desde que la aplicabilidad de la matemática es frecuentemente problemática, él concluye que “las matemáticas deben ser pensadas para ser útiles”. Observa que esto no puede ser alcanzado simplemente por la enseñanza de “herramientas matemáticas”; debe ser inevitablemente resultado de una clase de matemáticas que puede ser útil en un conjunto limitados de contextos. Sin embargo, él rechaza la alternativa:

Si esto significa enseñar matemática pura y después mostrar cómo aplicarla, me temo que no estemos en mejores condiciones. Creo que es justamente emplear el orden equivocado” (Freudenthal, 1968, p. 5 citado en Saggese, et al., 2000, p. 3)

En cambio, las matemáticas deben ser enseñadas como matematización. Esta visión de la tarea matemática escolar no está motivada solamente por importancia de su utilidad; para Freudenthal las matemáticas son en primer lugar y principalmente una actividad, una actividad humana, como él suele enfatizar. Como un investigador matemático, hacer matemática es más importante para Freudenthal que la matemática como producto terminado.

En su visión, esto también es válido en la educación: la educación matemática es un proceso de hacer matemáticas que conduzcan a un resultado, matemáticas como un producto.

En la educación matemática tradicional, el resultado de la actividad matemática de otros es tomado como punto de partida de la enseñanza, y Freudenthal (1973b) caracteriza a esto como una “inversión anti-didáctica”. Las cosas están al revés si se parte de enseñar el resultado obtenido de una actividad más que de enseñar la actividad misma.

A este respecto, se puede observar una afinidad con el punto de partida de Vygotsky (1978: 64) “...necesitamos concentrarnos no en el producto del desarrollo, sino en el verdadero proceso...” (Citado en Saggesse, et al., 2004, p. 3)

La matemática como “actividad humana” es una actividad de resolución de problemas, de ver los problemas, pero es también una actividad de organización de una disciplina. Esto puede ser un tema de la realidad que tiene que ser organizado de acuerdo con los patrones matemáticos si se tienen que resolver problemas de la realidad. Pueden también ser un asunto matemático, de nuevos o viejos resultado, nuestros o de otros, que

tengan que ser organizados de acuerdo con nuevas ideas, ser mejor entendidos, en contextos más amplios o por un abordaje axiomático (Freudenthal, 1971, pp. 411 – 414, citado en Saggesse, et al., 2004, p. 3) Según Saggesse, et al (2004) Freudenthal retoma esta organización de la actividad de “matematizar” en otras publicaciones y debe enfatizar que implica ambos “temas de realidad” y “temas matemáticos”. En otras palabras, Freudenthal incluye ambas, matemáticas aplicadas y matemáticas puras, en su concepción de matematizar. En este sentido, su punto de partida difiere del de otros educadores matemáticos que también enfatizan la actividad matemática pero se focalizan en un discurso que ha sido modelado en el discurso de investigadores matemáticos puros como ha sido reconstruido, por ejemplo, por Lakatos (1976).

La imagen de actividad matemática que elige Freudenthal como paradigma para la educación matemática difiere de la anterior en dos sentidos. Primero incluye, como se dijo antes, matemática aplicada o, para ser más precisos, “matematizar cuestiones de la realidad”. Segundo, el foco no está en la forma de la actividad, sino en la actividad misma, tanto como en sus efectos. Además, la noción de “discurso” se refiere a una práctica social en que la idea de matematizar pone fuerte énfasis en la actividad mental. La definición amplia de Freudenthal acerca de la matemática como actividad humana encaja mejor en un discurso pragmático, como el que se espera en matemática aplicada. En tal

discurso debería ponerse más énfasis en la adecuación y la eficiencia, y menos en la conjeturación libre de objetivos, por ejemplo.

Freudenthal usa la palabra “matematizar” en un sentido amplio: es una forma de organización que también incorpora la disciplina matemática. Al elegir el término “organizar”, Freudenthal también indica que, para él, matematizar no es estrictamente una traslación a un sistema estructurado de símbolos. Además, una manera de simbolizar debe emerger del proceso de organización del tema (reingeniería, Hammer y Champy, 1994). Es la actividad de organizar en sí misma la idea central en la concepción de Freudenthal.

Literalmente, matematizar está vigente en “hacer más matemáticamente”. Para clarificar qué quiere decir más matemáticamente, se puede pensar en ciertas características de las matemáticas como su generalidad, certeza, exactitud y brevedad. Para clarificar qué se debe entender por matematizar podemos considerar las siguientes estrategias específicas con estas características (Gravemeijer, 1994; ver también Treffers, 1987):

- ✓ Para generalizar: generalizar (observar analogías, clasificar, estructurar)
- ✓ Para certeza: reflexionar, justificar, probar (usando un abordaje sistemático, elaborando y testeando conjeturas, etc.)
- ✓ Para exactitud: modelizar, simbolizar, definir (limitando interpretaciones y validez); y

- ✓ Para brevedad: simbolizar y esquematizar (desarrollando procedimientos estándar y notaciones).

Visto de este ángulo, “matematizar objetos matemáticos” y “matematizar temas de la realidad” comparten las mismas características. Y esto es fundamental para Freudenthal, ya que en esta perspectiva, la educación matemática de los niños debe apuntar a matematizar la realidad de todos los días.

Los niños no pueden matematizar la matemática, ya que, en un principio, no hay “objetos matemáticos” que sean de su experiencia real. (Freudenthal, 1971 citado en Saggesse, et al., 2000, p. 4)

Además, matematizar objetos disciplinares de la realidad también familiariza a los estudiantes con una aproximación matemática a las situaciones de la vida cotidiana. Podemos también decir aquí que la actividad de “encontrar problemas”, mencionada por Freudenthal, que implica una actitud matemática que abarca conocimiento de las posibilidades y limitaciones de un abordaje, por ejemplo, saber cuándo un abordaje matemático es apropiado y cuando no lo es.

El énfasis en “matematizar la realidad” se instala en lo que se llama “matemáticas para todos” (ver Damerow y Westbury 1985, Keitel 1987).

Freudenthal destaca que no todos los estudiantes son futuros matemáticos: para la mayoría, toda la matemática que usaran por siempre debiera ser la que usen para resolver problemas en las situaciones de la vida diaria. Sin embargo, familiarizar a los estudiantes con un abordaje matemático de este tipo de resolución de problemas merece ser de la más alta prioridad en la educación matemática. Este objetivo se puede

combinar con el objetivo de tener estudiantes que matematicen situaciones que puedan pertenecer a experiencias reales para ellos.

En esta perspectiva, no debe sorprender que Freudenthal ataque fuertemente la “transposición didáctica”, expuesta por el educador francés Chevallard (1985), que toma como punto de partida el conocimiento experto de los matemáticos:

Las matemáticas que la mayoría de nuestros futuros ciudadanos aprenden en la escuela no debe reflejar ninguna clase de traducción – con propósitos didácticos o de otra clase – de ideas filosóficas o científicas, a menos que sean de una época muy anterior. (Freudenthal, 1986, p. 326 citado en Saggese, et al., 2000, p. 4)

De acuerdo con Keitel (1987), la cuestión central es realizar una “matemática para todos” que permanezca como “matemáticas”. En consecuencia, ella argumenta, es necesario a veces para los docentes dejar atrás los problemas de la vida cotidiana y referirse a la ciencia matemática – para mostrar constelaciones de conceptos, estructuras y sistemas que hayan sido inventados y testeados dentro de ella. Reelaborando la idea de Freudenthal de matematizar, Treffers (1987) hace una distinción entre matematización horizontal y vertical. Lo primero implica convertir un problema contextual en un problema matemático, lo segundo implica tomar la disciplina matemática en un plano más alto. La matematización vertical puede ser inducido planteando problemas que admitan soluciones matemáticas en diferentes niveles matemáticos.

Freudenthal (1991) caracteriza esta distinción como sigue:

La matematización horizontal conduce desde el mundo de la vida al mundo de los símbolos. En el mundo de la vida se vive, se actúa, se sufre; en el

otro se crean los símbolos, se crean y manipulan, mecánicamente, comprensivamente, reflexivamente: esto es matematización vertical. El mundo de la vida es lo que se experimenta como realidad (en el sentido que lo usé antes) como el mundo simbólico se refiere a la abstracción. Con seguridad, las fronteras entre estos mundos están vagamente definidas. Ambos mundos pueden expandirse o también reducirse uno a expensas del otro. (Freudenthal, 1991, pp. 41 – 42, citado en Saggese, et al., 2000, p. 4)

Como dice Freudenthal, las fronteras entre lo que conocemos como “matematización horizontal” y “matematización vertical” no están claramente definidas. El punto crítico está en lo que entendemos como “realidad” y él da la siguiente aclaración:

“yo prefiero aplicar el término realidad a lo que la experiencia del sentido común toma como real en un cierto escenario” (Freudenthal, 1991. p. 17, citado en Saggese, et al., 2000, p. 4).

La realidad es entendida como una mezcla de interpretación y experiencia sensible, lo que implica que la matemática también puede formar parte de la realidad de una persona. Realidad y lo que cuenta como sentido común para una persona no son cosas estáticas sino que crecen y son afectadas por los procesos individuales de aprendizaje. Así es también como debe ser entendida la declaración de Freudenthal

“la matemática comienza en y permanece con la realidad” (Freudenthal, 1991, p.18, citado en Saggese, et al., 2000, p. 4).

Debe quedar claro que, en la visión de Freudenthal, “sentido común” y “realidad” son contruidos desde el punto de vista del actor. Esto implica que la frontera entre matematización vertical y horizontal debe ser también evaluada desde el punto de vista del actor. Que cierto aspecto de la actividad matemática de una persona sea llamada “vertical” u

“horizontal” depende tanto de la cuestión que la actividad implique, como de alguna extensión de la realidad matemática de esa persona.

Una actividad simbólica, por ejemplo, puede ser una actividad de rutina para un estudiante. Esto puede ser un caso de matematización horizontal. Sin embargo, si la misma forma de simbolización involucra para otro estudiante una nueva invención, esto implica matematización vertical. La matematización vertical es más claramente visible si un estudiante explícitamente reemplaza su método de resolución, o su modo de describir por otro que es más sofisticado, mejor organizado, o más brevemente, más matemático.

Tales cambios pueden ser inducidos por la reflexión sobre métodos de resolución y subrayar la comprensión. La discusión de toda la clase acerca de los métodos de solución, interpretación, e ideas aumentará la probabilidad de estos cambios; especialmente si el problema entre manos da lugar a una variedad de métodos de solución de diferentes niveles. Por ejemplo, cuando comparan y discuten sus métodos de solución, algunos estudiantes pueden encontrar otros métodos de solución que tienen ventajas sobre sus métodos corrientes. Este papel crucial del diálogo como aplicación a interpretaciones, ideas y métodos muestra una vez más que un énfasis en matematizar no implica una actividad solitaria de parte del estudiante individual.

1.3.5.2 CRITICA A LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA.

Para algunos, Freudenthal es quizás más conocido por su crítica a la investigación “tradicional” que por sus propias ideas teóricas. En Holanda, se opuso terriblemente a la comunidad de los investigadores en educación, a todos los que usan una metodología empirista y estadística por demás sofisticadas. Usó su potencia como matemático para mostrar los grandes defectos en la forma en que las matemáticas y las estadísticas se usaron en muchos ejemplos de “altas” investigaciones empíricas. (Saggesse, et al., 2000, p. 5)

La oposición de Freudenthal a muchas investigaciones educativas está relacionada con su convicción de que “las discontinuidades en el proceso de aprendizaje son esenciales”.

Según Freudenthal (1991), tales discontinuidades pueden ser vistas como producción de cortes breves, o toma de diferentes perspectivas. Y agrega, es en tal discontinuidad, que se puede percibir si un estudiante ha alcanzado cierto “nivel de comprensión”. (Saggesse, et al., 2000, p. 5)

Para poder identificar tales discontinuidades, los estudiantes deben ser seguidos individualmente. Esto implica lo que significan los grupos y como no son tenidos en cuenta, ya que significa borrar la discontinuidad individual. Además, el énfasis debe estar en “observa los procesos de aprendizaje, no en testear “objetivos” de resultados de aprendizajes”. En suma, Freudenthal creía que tales “altas” investigaciones no podían responder a las preguntas educativas de con qué propósitos se había pensado un tema, y para quién (Freudenthal, 1973).

Freudenthal dirigió un segundo conjunto de críticas contra el movimiento de las “test”. Era escéptico con relación a los métodos de test y condenaba la influencia negativa de las técnicas de los exámenes y tests en educación. El corazón de sus críticas se centraba en la ignorancia acerca de la materia y de la sobre estimación de la fiabilidad a expensas de la validez (Freudenthal, 1980) y no compartía el optimismo del movimiento de testear objetivos.

Más generalmente, las críticas de Freudenthal a la investigación educativa está focalizada en metodologistas cuya fuerza consiste en “conocer todo acerca de investigación, pero nada acerca de educación”. (Freudenthal, 1991, p. 151, citado en Saggesse, et al., 2000, p. 6)

Se opuso fuertemente a la separación entre contenido y forma. En su visión, esto conduce a modelos vacíos que deben ser llenados con contenidos expertos:

“Dejan claramente a los investigadores educativos su propia responsabilidad para llenar vasos vacíos con contenidos educativos, pero se desentienden de si se ajustan o no”. (Freudenthal, 1991, p. 151)

1.3.5.3 CRITICA A LAS TEORÍAS GENERALES DE LA EDUCACIÓN.

Freudenthal creía que “las teorías generales de la educación” no se ajustan a la situación de la educación matemática, sino que en muchos casos van en detrimento de la clase de educación que quieren apoyar.

Podemos ver esto en sus críticas a Bloom, Gagné y Piaget. Por tanto juzgaba a la Taxonomía de los Objetivos de la Educación de Bloom como inapropiados para la educación matemática. En vez de apuntar a una clasificación (resultante de la taxonomía), propone que hay que ver la “actividad de estructurar la realidad”. Es por medio de la estructuración

que los estudiantes tendrán control sobre la realidad; el carácter artificial de las categorías de objetivos educativos en la Taxonomía tiene un efecto negativo tanto en los tests escolares como en los de desarrollo (Freudenthal, 1979). La estrategia de Bloom de dominio del aprendizaje también es fuertemente rechazada por Freudenthal (1980); lo acusa de concebir el aprendizaje como un proceso en el que el conocimiento se vierte en la cabeza de los estudiantes.

Robert Gagné también cae bajo el fuego de Freudenthal. Este encuentra que la idea de análisis de la tarea, como la presenta Gagné (1977) en:

“Las condiciones para el aprendizaje” es completamente incompatible con la idea de matemática como una actividad humana. “Me embargó un sentimiento de soledad: ¿es realmente tan diferente la matemática? Deseo que alguien que entienda profundamente ambas, la matemática y la psicología pueda mostrarnos el puente”. (Freudenthal, 1973, citado en Saggese, et al., 2000, p. 6)

Gagné concibe al proceso de aprendizaje como un proceso continuo que va desde la adquisición de estructuras simples hasta estructuras complejas.

Freudenthal ve el proceso educativo como discontinuo: desde ricas, complejas estructuras del mundo de la vida de todos los días hasta las estructuras abstractas del mundo de los símbolos y no como el otro camino en derredor. (Saggese, et al., 2000, p. 6)

Los puntos de partida deben encontrarse en situaciones que “pueden ser organizadas” donde, como señala Freudenthal (1991, p. 30), las categorías no están predefinidas sino que son desarrolladas por los aprendices por sí mismo, y necesitan ser acomodadas a sus necesidades. Freudenthal también critica a Piaget por sus matemáticas y sus experimentos. Lo que más preocupa a Freudenthal, sin embargo, es

cómo los trabajos de Piaget seducen a los metodólogos de la enseñanza a trasladar los hallazgos de sus investigaciones a un conjunto de instrucciones para la educación matemática:

Es una lamentable historia ver a los didactas fundamentando sus prácticas en teorías que aprendieron de un psicólogo: lo que toman prestado de Piaget no son los resultados de sus experimentos sino los errores, o malos entendidos, de presuposiciones matemáticas (Freudenthal, 1973, p. 193)

Freudenthal (1991) también se dirige al constructivismo. Pero, aunque critica la epistemología constructivista desde el punto de vista de un observador, puede argumentar que la forma en que ve las matemática desde el punto de vista de un actor es compatible con esta epistemología. Por tanto, desde la perspectiva de un matemático activo, él caracteriza las matemáticas como una forma de sentido común (bien desarrollado) – una noción que está fuertemente atada a su idea de “realidad expandida”. Además, su objetivo educativo es estar seguro de que las experiencias de los estudiantes “objetivan el conocimiento matemático” como una extensión de la experiencia de su vida de todos los días. Esto nos permite concluir que Freudenthal está más próximo al constructivismo de lo que se puede suponer por cómo lo ataca.

1.3.5.4 EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA.

En resumen, para Saggesse, et al. (2000) la visión de Freudenthal acerca de la educación matemática es como sigue.

Las matemáticas deben ser vistas más que como un proceso, una actividad humana. Sin embargo, al mismo tiempo, esta actividad produce como resultado las matemáticas. (p. 4)

Esto conduce a plantear cuestiones acerca de cómo dar forma a una educación matemática que integre ambos objetivos. El trabajo de Freudenthal se fundamenta en un número de ideas acerca de cómo responder a estas cuestiones. Estas ideas pueden ser discutidas bajo el encabezamiento de “invención guiada”, “niveles de proceso de aprendizaje”, y “fenomenología didáctica”.

1.3.6 ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y SU RELACIÓN CON EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO:

1.3.6.1 ANÁLISIS DE UNA SITUACIÓN DETECTADA.

Según Amestoy, M. (1996b), todos saben acerca del cúmulo de conocimientos que se produce cada día y de las demandas actuales de la sociedad. Estas circunstancias imponen a las personas el uso cada vez más frecuente de su raciocinio, ingenio, creatividad e inventiva para resolver los problemas que se les presentan. Además, se conoce los recursos que ofrece la tecnología moderna para utilizar la información existente. El reto es responder a estas exigencias y posibilidades para adaptarnos a los cambios y a la dinámica actual que marca la situación imperante en el siglo XXI.

Se piensa que la solución de esta problemática no consiste en continuar estimulando la memorización, se requiere buscar otras alternativas que cambien la situación observada. Algunos científicos han tratado de descubrir cuales procesos cognoscitivos y habilidades de pensamiento

son los más importantes para mejorar las habilidades para resolver y realizar tareas intelectuales de aprendizaje.

La mayoría de los investigadores involucrados en el estudio del tema han encontrado que el problema del bajo desempeño intelectual tiene su origen en deficiencias o carencias de las estructuras cognitivas básicas para almacenar, procesar y recuperar la información. Se plantea la pregunta ¿Cómo hacer para reducir esta discrepancia en el funcionamiento mental de los estudiantes?

Para sugerir soluciones a este problema se requiere identificar las razones por las cuales se presentan las diferencias observadas e implementar las alternativas de solución que correspondan.

Entre las posibles razones se han encontrado las siguientes

1. Carencia de estimulación adecuada, es decir, pertinente, sistemática y deliberada de las personas, posiblemente ocasionada por el uso de prácticas educativas centradas en la memorización, que no conduce a lograr el desarrollo deseado.
2. Deficiencias en la formación de educadores o facilitadores que carecen de los conocimientos actualizados acerca de los avances de la ciencia en relación con el funcionamiento de la mente y con las técnicas y estrategias más apropiadas para facilitar el proceso de aprendizaje y la adquisición de las habilidades necesarias para regular su autodesarrollo y su independencia intelectual.

3. Necesidad de utilizar materiales instruccionales, métodos y técnicas apropiadas para lograr el desarrollo antes mencionado.

1.3.6.2 ALTERNATIVA PARA MEJORAR LA SITUACIÓN DETECTADA.

¿Cuál es la alternativa que se propone? Como lo plantea Margarita De Sánchez (1996b), se hace uso de los avances de la Ciencia Cognitiva y de la experiencia adquirida durante 15 años de trabajo e investigación tratando de desarrollar el potencial intelectual de los estudiantes, se ha concluido que el enfoque de procesos constituye una alternativa que contribuye a disminuir las discrepancias observadas. La propuesta consiste en la incorporación de los procesos de pensamiento en la educación, con dos propósitos: a) como objeto de estudio y b) como herramienta para procesar información y para aprender.

Antes de referirnos a estos propósitos debemos clarificar qué entendemos por proceso. Los procesos son los componentes activos del pensamiento; es decir, son operadores intelectuales capaces de actuar sobre la información de entrada y de transformarla para generar nuevos productos tales como reglas, principios, decisiones, soluciones de problemas, etc.

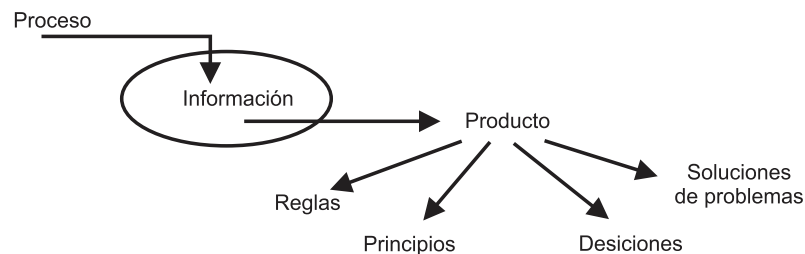


Figura 01: Productos del procesos de la información
Fuente: Amestoy (1996b, p. 9)

Por ejemplo, el proceso de síntesis permite integrar las partes para formar un todo significativo, hacemos una síntesis cuando establecemos una conclusión o cuando elaboramos un resumen de una lectura. El proceso de análisis, en cambio, permite descomponer un todo en sus elementos constitutivos; aplicamos este proceso cuando identificamos las partes de una obra teatral, las relaciones entre las partes de un libro de texto, etc.

En el caso de la conclusión, el proceso consiste en integrar un conjunto de ideas para formar una nueva idea que comprende a las anteriores. En el caso del análisis, el proceso consiste en desintegrar una idea para generar varias ideas más elementales componentes de la idea original.

De esta manera operan los procesos mentales ayudándonos a pensar, a organizar y reorganizar la información.

En nuestra experiencia hemos encontrado que existen nueve procesos básicos del pensamiento humano, a saber: observación, comparación, relación, clasificación, ordenamiento, clasificación jerárquica, análisis, síntesis y evaluación (Sánchez, 1995).

La relación entre dichos procesos da lugar a la formación de otros procesos más complejos o formas de razonamiento tales como el razonamiento inductivo, deductivo, analítico-sintético, hipotético analógico.

Como se ha mencionado antes, para que estos procesos puedan aplicarse adecuadamente se requiere que la persona reciba un entrenamiento sistemático y deliberado que le permita desarrollar sus habilidades para aplicar el pensamiento de acuerdo a lo planteado.

Para lograr dicho entrenamiento se requieren dos tipos de aprendizajes:

“Uno para desarrollar las habilidades para procesar información, y el otro para utilizar dichas habilidades de pensamiento en el manejo de la información; es decir, en el aprendizaje, la resolución de problemas, la toma de decisiones, etc.” (Sánchez, 1996b)

Ambos tipos de aprendizaje se complementan y contribuyen a desarrollar al máximo la potencialidad de la persona para adquirir nuevos conocimientos y para manejar la información en la vida cotidiana y en el análisis de trabajo.

A continuación ofrecemos algunas sugerencias de lo que podría hacerse para lograr reducir las discrepancias detectadas:

1. Impulsar el cambio requerido en las personas para que puedan aplicar metodologías apropiadas para estimular el desarrollo de las habilidades de pensamiento propias de las personas con las cuales interactúan. Para ello se requiere entrenamiento en los avances de la Ciencia Cognitiva y en la enseñanza basada en procesos.
2. Propiciar la disponibilidad de un espacio en la institución para enseñar a pensar y para lograr que las personas aprendan a transferir las habilidades desarrolladas al aprendizaje efectivo y perdurable de conocimientos y al manejo de la información.
3. Imprimir un cambio de la enseñanza libresca y autoritaria, para sustituirla por una enseñanza centrada en la participación del participante y en la aplicación de los procesos de pensamiento, como instrumento de adquisición, profundización y uso más dinámico y efectivo de los conocimientos. Para lograrlo se requiere propiciar la aplicación de procesos o estrategias de pensamiento que

estimulen el razonamiento. De esta manera las personas aprenden a aplicar las habilidades de pensamiento adquiridas en la solución de problemas y en la toma de decisiones tanto en la vida como en el ambiente de trabajo.

4. Impartir clases específicas sobre el desarrollo de habilidades de pensamiento como materia de capacitación en todos los niveles y ámbitos de desempeño de las personas.

1.3.6.3 DESARROLLO DE HABILIDADES PARA PROCESAR INFORMACIÓN.

El aprendizaje, para que sea efectivo, no solo debe ser sistemático y deliberado, además debe incorporar un modelo de planificación de la enseñanza que cumpla las siguientes condiciones:

1. Que considere que la función esencial del cerebro es desarrollar el pensamiento generativo: el procesamiento de la información.
2. Que considere el pensamiento circular, enfoque sistémico, como base de la retroalimentación, de la argumentación y del mejoramiento continuo.
3. Que contemple un enfoque integral, que atienda no solo a las variables cognitivas y de desempeño, sino también las socioculturales psicológicas y educativas en general.

1.4 METODOLOGÍA EMPLEADA

La presente investigación tiene como propósito verificar (o validar) la hipótesis:

“La aplicación de materiales didácticos como recurso didáctico en el área de matemáticas mejora el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático en el área de Matemáticas de los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la I.E. “Colegio Manuel Pardo” - 2012.

En este sentido, la investigación se ha estructurado en cuatro momentos o etapas: de exploración, de elaboración, de ejecución y de evaluación.

En el primer momento: “de exploración”, se busca identificar el nivel de desarrollo de habilidades de pensamiento matemático; mediante las variables: habilidades o estrategias de aprendizaje, capacidades del área de matemática como Comunicación matemática, Razonamiento y demostración y Resolución de problemas, mediante dos encuestas, así como también los procesos básicos de pensamiento como la observación, comparación, relación, clasificación, ordenamiento, clasificación jerárquica, análisis, síntesis y evaluación mediante un test.

En un segundo momento “de elaboración”, basándonos en los resultados encontrados se procederá a la construcción de los materiales didácticos (concretos,.....) orientados a desarrollar el pensamiento matemático; en seguida en el momento “de ejecución”, se expone los materiales didácticos a los estudiantes y en el momento “de evaluación” se verifica la influencia de dichos materiales didácticos.

1.4.1 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población “N” objeto del estudio estuvo constituida por los 185 estudiantes del quinto año de educación secundaria del año 2012 del “Colegio Manuel Pardo”. Se tomó el último año de educación secundaria con el objetivo de validar todo el proceso escolar (verificar el producto) respecto al desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Para la muestra total se seleccionaron del total de la población (185 estudiantes) 50 estudiantes tal como se muestra en la tabla.

Quinto año	Población	Muestra
A	36	10
B	39	11
C	38	10
D	34	9
E	38	10
Total	185	50

Este resultado $n=50$ se obtuvo aplicando la fórmula para proporción de variable cualitativa con población conocida ($N=185$):

$$n = \frac{Z^2 pqN}{Z^2 pq + T^2 (N - 1)}$$

Donde además se considera una confiabilidad de 95% ($Z=1,96$), $p=q=0,5$ y una tolerancia $T=12\%$. Para la muestra por sección, se ha aplicado la fórmula de afijación proporción de muestra, obteniéndose los resultados mostrados en la tabla (tercera columna).

Para fiabilidad de instrumentos de recolección de datos se usó el coeficiente “Alfa de Cronbach”. Obteniéndose 0.875 para la encuesta de habilidades o estrategias de aprendizaje y 0.920 para la encuesta de capacidades del área de matemáticas, y como ambos valores están dentro de la escala de confiabilidad, entonces se procedió a aplicar cada instrumento.

Para analizar el nivel de desarrollo (en inicio, en proceso, logrado) de habilidades pensamiento alcanzado por los estudiantes en cada encuesta, se procedió a dar puntaje total según las respuestas del estudiante, mediante la valoración de sus respuestas del siguiente modo: Nunca=1, Casi nunca=2, Algunas veces=3, La mayoría de veces=4 y Siempre=5. El puntaje mínimo estará dado por el número de ítems de la encuesta en cuestión multiplicado por la valoración mínima (Nunca=1) y el máximo puntaje estará dado por el número de ítems de la encuesta en cuestión multiplicado por la valoración máxima (Siempre=5). Luego, hallamos el rango restando el máximo y el mínimo puntaje obtenido; como se quiere tres niveles de desarrollo de habilidades de pensamiento entonces este rango se divide entre 3, obteniéndose de esta manera los tres intervalos:

1.4.2 DISEÑO DE INSTRUMENTOS.

Para la primera parte de la investigación se ha diseñado tres instrumentos de recolección de datos:

- ❖ Encuesta acerca de habilidades o estrategias de aprendizaje.

- ❖ Encuesta acerca de capacidades del área de Matemática.
- ❖ Test y cuestionario acerca de los proceso de pensamiento básico de “Observación” y “Descripción”.

1.4.2.1 DESCRIPCIÓN Y ELABORACIÓN DEL INSTRUMENTO APLICADO A LOS ESTUDIANTES.

A continuación se proporciona información general sobre los instrumentos aplicados a los estudiantes y al final se anexa el instrumento completo.

1.4.2.1.1 ENCUESTA DE “ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE”

Objetivo:

Identificar las estrategias de aprendizaje que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Estructura:

El instrumento aplicado consiste en una encuesta, de proposiciones relacionado con actividades acerca del empleo de estrategias de aprendizaje, se dividida en cuatro partes:

- A. Información general. Nueve ítems sobre nombre de la institución a la que pertenece, área, código, edad, grado de estudios, género, fecha, bimestre y sección.
- B. Estrategias cognitivas. Se presentaron a los estudiantes doce afirmaciones acerca de los procesos mediante el cual obtienen conocimientos. Por ejemplo, estrategias de repetición, mnemotecnia, de selección, de organización, etc.

- C. Estrategias Metacognitivas. Esta parte consta de cinco afirmaciones que nos informa la manera en que el estudiante muestra conocimientos sobre los procesos de cognición y administración del aprendizaje por medio del planteamiento, monitoreo y evaluación.
- D. Estrategias de apoyo. Conformada por ocho estrategias que permiten al estudiante exponerse a la asignatura que estudian y practicarla, conversar sobre la asignatura, explicarse y explicar, intercambiar ideas.

Fuente:

Para la elaboración de la encuesta de “estrategias de aprendizaje” se ha usado como teoría el Modelo de John Biggs (1994), quien plantea que el aprendizaje resulta de la interacción de tres elementos claves: la intención (motivación) de quien aprende, el proceso que utiliza (estrategia) y los logros que obtiene (rendimiento). En este sentido, se busca o pretende conocer las diferentes formas, maneras o estrategias que usan los estudiantes para aprender de manera individual o colectiva, cognitiva o metacognitiva. Esto, al docente le permite diseñar los materiales didácticos a usar así como también tener un punto de partida respecto a en qué nivel se encuentra sus estudiantes: Inicio – Proceso – Logrado.

1.4.2.1.2 ENCUESTA DE “CAPACIDADES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS”

Objetivo:

Identificar las capacidades del área de matemática que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Estructura:

El instrumento aplicado consiste en una encuesta, de afirmaciones relacionado con actividades acerca del desarrollo de las capacidades del área de matemática, dividida en cuatro partes:

- A. Información general. Nueve preguntas sobre nombre de la institución a la que pertenece, área, código, edad, grado de estudios, género, fecha, bimestre y sección.
- B. Resolución de problemas. Son cuatro afirmaciones que muestran si los estudiantes en el que hacer escolar crean confianza en sus posibilidades de hacer matemáticas. Por ejemplo, construir nuevo conocimiento a través del trabajo con problemas, desarrollar una disposición para formular, representa, abstraer y generalizar en situaciones dentro y fuera de la matemática, etc.
- C. Razonamiento y Demostración. Formada por doce afirmaciones que nos informa la manera en que el estudiante muestra razonamientos, fundamenta explicaciones, formula conjeturas, demuestra procesos, usa métodos, etc.

D. Comunicación Matemática. Se relaciona con siete ítems que pone en evidencia la manera como se comunican o cruzan información los estudiantes. Por ejemplo, usan símbolos para representar, formalizar, escucha las explicaciones de los demás y comparte lo que piensa, organiza y consolida su pensamiento, etc.

Fuente:

Para la elaboración de la encuesta de “capacidades del área de Matemáticas” se ha usado como referencia el libro proporcionado por el MINEDU titulado “Orientaciones para el Trabajo Pedagógico” (2006. p. 23 - 28). Se dio lectura al contenido encontrado en las páginas mencionadas, buscando de esta manera en cada capacidad las características que nos permitan poner en evidencia dichas capacidades.

1.4.2.1.3 TEST DE PROCESOS BÁSICOS DEL PENSAMIENTO “OBSERVACIÓN Y DESCRIPCIÓN”

Objetivo:

Identificar el nivel de observación y descripción que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de su práctica futura.

Estructura:

El instrumento aplicado consistió en un test de procesos básico del pensamiento “Observación y Descripción”, está dividida en tres partes:

A. Información general. Nueve preguntas sobre nombre de la institución a la que pertenece, área, código, edad, grado de estudios, género, fecha, bimestre y sección.

- B. Test de observación. Se presentan tres figuras. En la figura #01, se presenta una figura formada por ocho partes (enumeradas al costado) que están ubicadas en desorden, al costado derecho hay una tabla con círculos donde se ubicará los números de tal manera que la figura quede construida correctamente. Para esto el alumno debe desarrollar movimientos de traslación vertical, horizontal, así como también realizar rotaciones. Solo debe observar y ubicar los números, no debe doblar, cortar o dibujar que son situaciones que se observó en el experimento al aplicar dicho test. La figura debe ser una foto de su entorno o contexto de tal manera que use lo menos posible conocimiento y se pueda poner en evidencia la habilidad de pensamiento y su desarrollo. En la figura #02, solo se considera movimientos de traslación horizontal y rotaciones. En la figura #03, se considera movimientos de traslación vertical, horizontal y rotaciones.
- C. Test de Descripción. Se presentan afirmaciones de tipo cerrada (descripciones) relacionado a la actividad anterior (la observación); se pretende recoger información acerca de la experiencia que realizaron los estudiantes al momento de construir las figuras. A través de este proceso (el de describir) no solo podemos complementar el proceso de observación sino también el estudiante aprende a detectar sus dificultades o errores.

D. Encuesta Nivel de observación y descripción. Está formado por 20 afirmaciones basado en experiencias anteriores y experiencias próximas a la experimentada.

Fuente:

En la elaboración de la Test de “observación” y “descripción” se ha tomado en cuenta la teoría sobre el Desarrollo de las Habilidades del Pensamiento, propuesto por Margarita Sánchez (1995), quien contempla como habilidades básicas del pensamiento: “Los procesos de observación, descripción, diferencias, semejanzas, comparación, relación, características esenciales, clasificación, planteamiento y verificación de hipótesis, definición de conceptos, cambios y secuencias, orden de variables, clasificación jerárquica, análisis, síntesis y analogías”, dentro del marco del “Paradigma de Procesos”.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO.

2.1 BASES TEÓRICO CIENTÍFICO.

2.1.1 TEORÍA DE LA MODIFICABILIDAD ESTRUCTURAL COGNITIVA.

2.1.1.1 LA PROPUESTA FEUERSTENIANA Y EL ENFOQUE 4T3C

Reuven Feuerstein (1921 - 2014) es reconocido mundialmente por los aportes en psicología y educación, redefine el concepto de inteligencia:

La inteligencia, es un estado que puede ser alto, bajo, moderado, pero esencialmente puede ser modificado. (Feuerstein, 1991)

Desarrolla también, la Teoría de la Modificabilidad Cognitiva Estructural (TMEC), afirmando que todas las personas pueden tener su potencial de aprendizaje desarrollado.

“el ser humano puede modificarse”; es decir, concibe el organismo humano, como un sistema abierto, receptivo al cambio, cuya estructura cognitiva puede ser modificada a pesar de las barreras por insalvables que parezcan. (Feuerstein, 1978; citado en Prieto, 1989, p. 29)

En su teoría, él desarrolla diez criterios (estudios recientes consideran 12) que contribuyen a la Experiencia de Aprendizaje Mediado (E.A.M.), donde el papel del educador es fundamental e indispensable en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, Feuerstein considera que el elemento más importante del método es el factor docente:

“El maestro, como en un momento determinado ha debido ser la madre, debe ser el sujeto que cumpla el papel de filtro entre el mundo y el niño(a). La madre, y luego el maestro, actúan como mediadores facilitándole al niño(a) y al joven el acceso al mundo cultural, científico, histórico, moral y social” (Velarde, 2008, p. 207)

Para corroborar su teoría (la posibilidad de modificar las estructuras cognitivas del ser humano), diseña el Programa de Enriquecimiento

Instrumental (P.E.I.) que viene siendo aplicado por más de 20 años y en diferentes países (hoy, 50 años).

En este programa, “el maestro no solo debe tener un tipo de personalidad necesaria como para actuar como mediador; sino, además debe conocer el fin y el manejo operativo de cada uno de los instrumentos a aplicar”. (Velarde, 2008, p. 212)

Entre algunas características que tiene el P.E.I., está la de rehabilitar una función cognitiva que requiere intervención; por ello, este programa cuenta con 14 instrumentos (uno para cada función). Otra característica es, lograr que el educando desarrolle una motivación intrínseca; es decir, que haya logrado en sí mismo, el deseo de aprender a mejorar.

Esto será posible si el maestro, que actúa como mediador, tiene la fe y confianza en las potencialidades del sujeto y, además, diseñe las experiencias de aprendizaje mediado partiendo del estado real cognitivo del alumno(a) de tal manera que pueda asimilar el aprendizaje sin mayor dificultad. (Velarde, 2008, p. 213)

El Enfoque 4T3C, encuentra en la propuesta de Feuerstein, algunos pilares de carácter epistémico, filosóficos, metodológico y humanístico.

- ❖ El sentido de inteligencia. Feuerstein, devuelve la esperanza y el sentido humano al proceso de E.A. en general, y a la interacción en particular. La enseñanza tradicionalmente, limitaba el aprendizaje en base al coeficiente intelectual (C.I.).
- ❖ La importancia de la mediación dentro de los procesos de socialización. El mediador (padre, maestro o tutor), debe diseñar e implementar la mediación (interacción) a partir de las necesidades de los educandos y en función de los contextos donde se da el proceso.

- ❖ La importancia de fomentar la motivación intrínseca. El mediador debe dotar al estudiante de medios, recursos y materiales (mediadores) que permita desarrollar sus habilidades de pensamiento y la autopercepción de sí mismo y su propio desempeño.

Antes de abordar en detalle algunos elementos que toma el enfoque 4T3C de la TMEC se ha de realizar ciertas precisiones de términos y concepciones que usa Feuerstein como referentes para construir su teoría.

Feuerstein, fundamenta la TMEC partiendo del término de modificabilidad y plantea el concepto de potencial de aprendizaje (algo parecido al concepto de Zona de desarrollo próximo, propuesta por Vygotsky).

La modificabilidad, define la inteligencia humana como la propensión o tendencia del organismo a ser modificado estructuralmente, como una forma de adaptación plena, productiva y permanente a nuevas situaciones y estímulos, sean internos o externos.

En ese sentido, la modificabilidad conlleva un concepto dinámico en el desarrollo de la inteligencia y demás factores humanos, que incluye las diversas formas de ser inteligente en contextos específicos, de ahí su carácter cognitivo, que implica la totalidad del ser humano. Esta aclaración es muy importante, pues muchas veces una mirada superficial de modificabilidad sólo se centra en lo intelectual, sin tener en cuenta el fundamento de la mediación que es la afectividad y la emocionalidad, los valores y la trascendencia.

Por otra parte, Prieto (1989) considera que el término Potencial de Aprendizaje (P.A.) tiene dos acepciones importantes en este modelo:

“a) por una parte, se refiere a la capacidad que poseen muchos individuos para pensar y desarrollar una conducta más inteligente que la observada a través de sus manifestaciones. O lo que es lo mismo: estas personas poseen una variedad y riqueza de estrategias que, sin embargo, no pueden utilizar de forma eficaz; b) por otro, se refiere al fenómeno de la modificabilidad humana, que se consigue a través de una situación de aprendizaje estructurado, aprendizaje que produce un fuerte impacto en la conducta de los sujetos, haciendo que éstos desarrollen una serie de prerequisites cognitivos inexistentes hasta la fecha en su repertorio conductual” (p.14).

Feuerstein, se ve influenciado por las concepciones constructivistas de Piaget y Vygotsky. Aunque no está de acuerdo con Piaget en el hecho de que el aprendizaje depende del desarrollo: estadios evolutivos. Sin embargo, coincide con Vygotsky al considerar que dentro del proceso de socialización es importante comprender los procesos mentales del individuo para diseñar programas de tratamiento educativo tendentes a desarrollar al máximo el potencial de cada niño. (Prieto, 1989, p.14).

Para medir el nivel de desarrollo cognitivo del estudiante en relación con el aprendizaje potencial; usa el concepto de “zona de desarrollo próximo”, elaborado por Vygotsky (1979, p.133) que consiste en:

"hallar la distancia entre el nivel real de desarrollo del niño, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz". (Citado en Prieto, 1989, p.14)

Feuerstein, también introduce cambios esenciales en el componente evaluación que lo diferencia de la evaluación tradicional: a) cambios en la estructura del instrumento que compone el test, b) cambios en la situación

del examen, c) cambios del producto al proceso y d) cambios en la interpretación del resultado.

Estos cambios propuesto por Feuerstein, enriquecen el enfoque 4T3C en la elaboración y uso de materiales didácticos para Desarrollar Habilidades de Pensamiento Matemático (DHPM). El primero, mediante ensayo y error, y una serie de sesiones (graduada, secuenciada y con una organización previa) cuya estructura es: test-entrenamiento-test; permite desarrollar y aproximarnos al potencial de aprendizaje que tiene el sujeto. Con estas sesiones estructuradas (tres), el mediador en interacción con el estudiante puede, determinar la capacidad para dominar y generalizar ciertos principios, precisar el entrenamiento que necesita, y buscar la modalidad preferida por el sujeto.

El segundo cambio, marca la pauta con relación a la interacción entre el mediador y el estudiante. Feuerstein, propone una serie de interacciones: mediación, intervención, refuerzo y “feed-back” que puede usarse en la dinámica del proceso de E.A.

Otro punto que actualmente se toma en cuenta en relación al concepto de competencia y además es la tendencia en la educación, es la atención que Feuerstein da al proceso:

“El proceso se considera como un criterio de gran validez para realizar la evaluación”. (Prieto, 1989, p.16)

El cuarto cambio está estrechamente relacionado con el proceso y supone una reconsideración de la interpretación de los datos obtenidos.

“La evaluación del potencial de aprendizaje, pues, ha de consistir en valorar el proceso y resultado de la destreza y prontitud con la que el sujeto procesa, analiza y generaliza la información”. (Prieto, 1989, p.17)

2.1.1.2 EL MODELO DE FEUERSTEIN Y EL APRENDIZAJE

Estos cambios llevan a Feuerstein a proponer un método estructural-funcional tanto para la evaluación y como la intervención, y a concebir un modo de aprendizaje.

“Es estructural en la medida en que la modificabilidad cognitiva pretende cambios estructurales que alteran el curso y dirección del desarrollo”. (Prieto, 1989, p.20)

Estos cambios no se refieren a sucesos aislados (ni a variaciones producidas por la maduración, ni incluso a otros cambios específicos), sino al modo en que el organismo interacciona con las fuentes de información, actuando y respondiendo a ellas.

“Es funcional porque no sólo se limita a describir la lógica de las operaciones mentales, sino que además se preocupa, sobre todo, por el funcionamiento de esas operaciones y por la mejora de los prerrequisitos y estrategias cognitivas a través de las cuales el sujeto adquiere y utiliza dichas operaciones mentales, sin olvidar en ningún momento el desarrollo diferencial cognitivo del individuo”. (Prieto, 1989, p.20)

Es justamente el carácter estructural-funcional del método y el papel que juega el mediador humano, lo que configura un modo de aprendizaje, al cual Feuerstein llama modalidad de Experiencia de Aprendizaje Mediado.

Aquí, cabe destacar la notable influencia de Vygotsky en Feuerstein cuando sostiene la importancia del mediador humano:

“Lo intersíquico se hará, finalmente intrapsíquico. Es decir, lo que se desarrolló primero gracias a la interacción del individuo con otro ser humano que actúa como mediador – el cual ha estimulado las funciones psíquicas del interactuante – luego formará parte del propio intervenido y el sujeto habrá avanzado en términos globales”. (Velarde, 2008, p. 209).

En ese sentido, Feuerstein toma de Vygotsky la tesis que el aprendizaje es una internalización progresiva de instrumentos mediadores, los mismos que pueden ser sociales y materiales. En otras palabras, es la internalización de la cultura a través de dos medios. Esto es lo que busca el enfoque 4T3C; rescatar la importancia de los mediadores: mediador social, mediador material y su interrelación.

Mediador social ← interrelación → Mediador material

2.1.1.3 MODALIDADES DEL DESARROLLO COGNITIVO

El hecho de que el sujeto parezca estar abierto a cualquier experiencia y aprendizaje en cualquier etapa de su vida, hace pensar que la modificabilidad estructural de un organismo es producto de la interacción de algunas experiencias y aprendizajes específicos. (Prieto, 1989, p. 29). Esto implica dos aspectos sustanciales a considerar; por una parte, tal como lo afirma Feuerstein, el desarrollo humano es el resultado de la interacción entre tres factores, que serían los mecanismos básicos que explican cómo se desarrollan nuestras capacidades.

“a) Los procesos de maduración biológica debidos a nuestra herencia, b) los procesos de aprendizaje “espontáneo” que surgen de la experiencia del individuo con el mundo físico y c) los procesos de “mediación” que en entorno humano pone en marcha en la interacción con el niño”. (Gallardo, 2008, p. 45)

Y por otra; el aprendizaje se da a través de dos modalidades de interacción del ser humano con el medio.

“a) la exposición directa a los estímulos de su entorno en constante transformación y b) la experiencia de aprendizaje mediado en la cual la interacción del ser humano con su ambiente es mediada por otra persona que actúa intencionalmente”. (Gallardo, 2008, p. 45)

La primera modalidad, refiere a que todo organismo en crecimiento, dotado por características psicológicas determinadas genéticamente, se modifica a lo largo de la vida al estar expuesto directamente a los estímulos que el mundo provee. La segunda implica modificabilidad; y para que ésta se presente, es necesario que se produzca una interacción activa entre la persona y las fuentes internas y externas de estimulación, lo cual se produce mediante el aprendizaje mediado. (Ferreyra, H. y Pedrazzi, G., 2007, p. 80)

En el enfoque 4T3C, el docente debe construir un puente entre ambas modalidades (yendo y viniendo: interviniendo y evaluando), entre los saberes y experiencias previas y las por alcanzar. Tal como lo describe Feuerstein (1973, p. 18):

“Cuanto mayor sea la experiencia de aprendizaje mediado y más pronto se someta al niño a dicha experiencia, mayor será la capacidad del organismo para ser modificado, además podrá utilizar eficazmente toda la estimulación directa a la que está sometido todo organismo; por el contrario, cuanto menor sea la experiencia de aprendizaje mediado que se ofrezca al sujeto, tanto cualitativamente como cuantitativamente, menor será la capacidad del organismo para ser modificado y para utilizar la estimulación” (citado en Prieto, 1989, p. 32; Cuadrado, 2008, p. 42)

Es decir; la mediación ha de consistir en dotar al sujeto de herramientas necesarias para que en situaciones de experiencia directa actúe eficaz, eficiente e inteligentemente.

2.1.1.4 EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE MEDIADO: CARACTERÍSTICAS.

Otro elemento central en la TMEC, es la experiencia de aprendizaje mediado y su relación con el Desarrollo Diferencial Cognitivo (D.D.C.); y

¡bueno!, ¿en qué consiste esta experiencia? Es la manera en la que se transforma el estímulo emitido por el medio a través de un agente; y se manifiesta como un tipo de interacción entre el organismo del sujeto y el mundo que lo rodea. Tal como lo plantean Feuerstein, Klein y Tannenbaum (1991)

Ciertos estímulos del medio ambiente son interceptados por un agente, que es un mediador, quien los selecciona, organiza, reordena y agrupa; estructurándolos en función de una meta específica. (Citado en Ferreyra y Pedrazzi, 2007, p. 80; Prieto, 1989, p. 31)

Esta experiencia mediada (H), orientada y evaluada; implementa el concepto de desarrollo cognitivo concebido por Piaget: Estimulo (S) – Organismo (O) – Respuesta (R).

Es decir, desde la perspectiva piagetiana; el organismo (O) es un mero receptor de estimulación (S) y es considerado como un objeto, entre otros, que ha de ir construyendo el mundo circundante (R). El valor de la mediación humana no se tiene en cuenta, motivo por el cual el aprendizaje depende del desarrollo. (Prieto, 1989, p. 33)

Feuerstein, llama a su implementación desarrollo cognitivo diferencial y la fórmula que expresa el desarrollo, viene dado por: S-H-O-H-R.

Estímulo (S) – Mediador (H) – Organismo (O) – Mediador (H) – Respuesta (R)

Esta interacción, que pretende desencadenar el aprendizaje está determinado por las siguientes características:

1) Intencionalidad y reciprocidad, 2) trascendencia, 3) significado, 4) competencia, 5) regulación y control de la conducta, 6) participación activa y conducta participativa, 7) individualización y diferenciación psicológica, 8) mediación de la búsqueda, planificación y logro de los objetivos de la conducta, 9) mediación del cambio: búsqueda de la novedad y complejidad, y 10) Mediación del conocimiento de la modificabilidad y del cambio. (Prieto, 1989, pp. 36 - 44)

2.1.2 TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES.

2.1.2.1 LA PROPUESTA DE GÉRARD VERGNAUD Y EL ENFOQUE 4T3C

Gérard Vergnaud nace en 1933, actualmente es uno de los psicólogos cognitivos de más renombre del mundo, por sus contribuciones a la psicología cognitiva, la educación y la didáctica; amplía el concepto de conocimiento al cual le atribuye una nueva característica.

“El conocimiento racional es operatorio o no es tal conocimiento” (Vergnaud, 1990, p.2).

Vergnaud, al igual que Piaget asume que el conocimiento es adaptación: asimilación y acomodación. Asimilación del nuevo conocimiento al antiguo, y acomodación a lo que no ha sido previsto antes, es decir, a la contingencia. Así, el conocimiento racional es una construcción del sujeto para adaptarse al medio y reducir la incertidumbre, y como tal es operatorio. Pues si el conocimiento no genera acciones de adaptación que le permitan al sujeto actuar en situación, no es conocimiento. Porque el conocimiento es adaptación. (Sureda, P. y Rita, M, 2011, p.1)

Para Vergnaud (1998), “Piaget no se dio cuenta de cuanto el desarrollo cognitivo depende de situaciones y de conceptualizaciones específicas necesarias para lidiar con ellas”. (p.181; citado en Moreira, 2002, p.1)

En 1990, Vergnaud elabora la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC), tomando como premisa la naturaleza dual del conocimiento.

“el conocimiento está organizado en “campos conceptuales” cuyo dominio, por parte del sujeto, ocurre a lo largo de un extenso periodo de tiempo, a través de la experiencia, madurez y aprendizaje”. (Vergnaud, 1982, p.40; citado en Moreira, 2002, p.2; Alfaro, y Fonseca, 2016, p.18)

Vergnaud, considera que “el desarrollo cognitivo es la conceptualización y el dominio progresivo de una diversidad de campos conceptuales” (Rita, 2014, p.15).

“La conceptualización es la identificación de los objetos del mundo, de sus propiedades, de sus relaciones y transformaciones. Esta identificación puede generarse a partir de la percepción relativamente directa o de la construcción, y ser individual o colectiva, pero siempre se origina en la historia y en la experiencia”. (Rita, 2014, p.27)

En ese sentido, los modelos lógicos de desarrollo del pensamiento que fueron propuestos por Piaget, no dan cuenta del conocimiento específico en cierto dominio.

“En cada campo de conocimiento son necesarios ciertos tipos de procesos de conceptualización, que se presenta en ciertos tipos de situaciones y de fenómenos que convocan al desarrollo de determinadas actividades”. (Rita, 2014, p.16)

Por tanto, la TCC proporciona un marco para el aprendizaje, de interés para la didáctica; pues, permite comprender las filiaciones y rupturas entre conocimientos, conocimientos entendidos como los “saber hacer” y los “saberes expresados”. Tal como lo afirma Vergnaud (2007):

El primer acto de mediación en la enseñanza es la elección de la situación a proponer a los alumnos; en la zona de desarrollo próximo existen filiaciones y rupturas, el docente puede encontrar oportuno poner en juego la filiación y promover que el aprendiz pase de una situación a otra, próximas entre sí; sin embargo, el docente puede también considerar oportuno poner en juego la ruptura, de manera que provoque desequilibrio entre la situación a tratar y las competencias de los alumnos. (Citado en Gutiérrez, G., Arrieta, X. y Meleán, R., 2012, p. 55).

El enfoque 4T3C, toma de la TCC la perspectiva que tiene acerca del conocimiento y la importancia del proceso de conceptualización para el proceso de enseñanza-aprendizaje; así como también, lo significativo que puede ser para el docente (en su práctica profesional) la elaboración de

situaciones que generen el conocimiento que se quiere que el estudiante descubra o produzca.

Según Vergnaud (1998), la tarea más difícil del docente es la de hacer propuestas de actividades (o promover oportunidades) a sus alumnos para que éstos desarrollen esquemas en la zona de desarrollo próxima. (p.181; citado en Caballero, 2005, p.51; Moreira, 2002, p.2)

En ese sentido, la TCC dota al enfoque 4T3C de una dimensión epistémica–metodológica; es decir, centra la investigación en cómo “aprende-conoce” o “descubre-produce” conocimiento el estudiante. Esto conlleva a analizar el propio contenido del conocimiento y el análisis conceptual del dominio de ese conocimiento en el proceso de interacción: sujeto en situación.

En dichas investigaciones, el análisis de la conceptualización, que es a partir de los esquemas pasa inevitablemente por el análisis de la actividad, de la cual las conductas observables son una parte muy pequeña. Pero el análisis de la conceptualización no puede llevarse a cabo, si no es a partir del análisis de las conductas observables, y en este caso particular, de las resoluciones escritas de los estudiantes cuando enfrentan un problema. Pues no es posible tener acceso directo a la parte no observable de la actividad.

Sin embargo, el esquema aunque no es una conducta, tiene la función de generar la actividad y la conducta en situación. Y es por esto que es posible estudiar los componentes que permiten el funcionamiento del esquema, esto es, los invariantes operatorios mediante el análisis de las conductas.

2.1.2.2 EL MODELO DE VERGNAUD Y LA ADQUISICIÓN DEL CONOCIMIENTO

El modelo de Vergnaud hereda, amplia y complementa las ideas de Piaget y Vygotsky.

Según Piaget, “el conocimiento es una construcción que realiza el individuo través de su actividad con el medio, de acuerdo a los instrumentos que posea; es decir, de las estructuras operatorias de su pensamiento, propiciando el desarrollo de una lógica y promoviendo que el propio sujeto infiera el conocimiento de los objetos y fenómenos de la realidad; asignándole un papel activo al alumno”. (Gutiérrez, et al, 2012, p.42)

Esta concepción acerca del conocimiento por parte de Piaget; la relación entre el sujeto que conoce y el objeto por conocer: sujeto-objeto; es lo que Vergnaud pretende sustituir por: esquema–situación.

“La idea de sustituir la interacción sujeto-objeto por la interacción esquema-situación, ha generado diversas investigaciones; las relaciones que ha trazado entre conceptualizaciones y mediación”. (Vergnaud, 2000; citado en Rita, 2014, p.15)

Pero esta interacción “esquema-situación” podría interpretarse e implementarse de varias formas: esquema–concepto-situación o esquema–conocimiento-situación o esquema–conceptualización-situación. Claro está que los términos concepto, conocimiento y conceptualización deben entenderse en el sentido que da Vergnaud. He aquí la influencia de Vygotsky en relación al sentido y significado que adquiere la palabra en un contexto determinado (en una cultura) y las funciones del lenguaje. El lenguaje tiene la función de comunicar, representar y sobre todo ayudar al pensamiento favoreciendo el descubrimiento de las relaciones, la previsión de las acciones a realizar. (Gutiérrez, et al, 2012, p.51)

Debido a que es necesario distinguir entre los significados de la lengua y los conceptos, la TCC aporta a estas ideas un complemento teórico cuando

afirma que la conceptualización comienza con la acción en situación, y con la formación de invariantes. Pues serán ellos los responsables de diferenciar el sentido del significante de acuerdo a la situación. (Sureda, et al, 2011, p.3).

Por ejemplo, el desarrollo de competencias, evidencia la existencia de muchos conocimientos implícitos en la acción, que rara vez se expresan verbalmente, porque resulta difícil o directamente imposible hacerlo.

“Un jugador de fútbol, reconocido por sus habilidades en el campo de juego, no puede convertir en palabras, el vasto conjunto de conocimientos que sostienen su extraordinaria competencia”. (Rita, 2014, p.17)

Es decir, las palabras y los textos, sólo dan cuenta de manera imperfecta y aproximada, del conocimiento operatorio que se pone en acto en una situación.

“Esto lleva a Vergnaud a proponer la distinción entre la forma operatoria y la forma predicativa del conocimiento, lo cual, es esencial para explicar que el proceso de conceptualización comienza desde etapas muy tempranas del desarrollo”. (Rita, 2014, p.17)

Tal como él afirma, “Piaget tampoco percibió lo infructuoso que es intentar reducir la complejidad conceptual, progresivamente dominada por los niños, hacia algún tipo de complejidad lógica general”. (Vergnaud, 1994, p.41; citado en Moreira, 2002, p.1)

2.1.2.3 ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS DE LA TCC.

En este contexto; entender la dinámica de la TCC y su aplicación, implica analizar los principales elementos característicos de esta teoría: concepto, campo conceptual, situación, esquema (la gran herencia piagetiana), invariantes operatorios (teorema-en-acción o concepto-en-acción);

además del propio concepto de conocimiento operatorio y conocimiento declarativo

2.1.2.3.1 CONCEPTO.

En la definición de “concepto” que brinda la TCC, es importante considerar que un concepto es una construcción pragmática; y “como tal, si se está interesado en su enseñanza y aprendizaje, no se debe reducir el concepto a su definición, pues es a través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver como un concepto adquiere sentido para el sujeto”. (Sureda, et al, 2011, p.2).

“Se destaca el carácter pragmático de la construcción del concepto, porque ésta pone en juego tanto el conjunto de situaciones que constituyen la referencia de sus diferentes propiedades, como el conjunto de los esquemas que el sujeto utiliza en estas situaciones. Sin embargo, este proceso de elaboración pragmática no prejuzga de ninguna manera el análisis del papel del lenguaje y del simbolismo en la conceptualización. La acción operatoria, no lo es todo en la conceptualización de lo real”. (Sureda, et al, 2011, p.2).

En ese sentido, los conceptos no toman su significación de una sola clase de situaciones, ni una situación se analiza con la ayuda de un solo concepto. Por tanto, la elaboración pragmática de un concepto, se construirá en solidaridad con otros conceptos. Es decir, se construirá siempre formando parte de un sistema, y como tal, no es posible estudiar su desarrollo de manera aislada. (Sureda, et al, 2011, p.2).

Por otra parte, si se quiere considerar correctamente la medida de la función adaptativa del conocimiento, se debe conceder un lugar central a las formas que toma en la acción del sujeto.

“La enseñanza es irremplazable, pero debido a que el conocimiento racional es operatorio o no es tal conocimiento; el rol de la enseñanza no se puede limitar a poner en palabras el contenido conceptual de los conocimientos”. (Sureda, et al, 2011, p.3)

Por ello, Vergnaud define al concepto como un triplete de tres conjuntos:

C (S, I, R). Un conjunto de situaciones, un conjunto de invariantes operatorios, y un conjunto de formas lingüísticas y simbólicas que constituyen los diferentes sistemas de representación.

1) La referencia [S]: Es el conjunto de situaciones que le dan sentido al concepto. 2) El significado [I]: Es el conjunto de invariantes operatorios (conceptos en acto y teoremas en acto) sobre los cuales reposa la operacionalidad de los esquemas. 3) El significante [R]: conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento. (Citado en Sureda, et al, 2011, p.3; Moreira, 2003, p.5 y otros)

El primer conjunto - de situaciones – es el referente del concepto, el segundo – de invariantes operatorios – es el significado del concepto, en cuanto al tercero – de representaciones simbólicas – es el significante.

“Tal definición evidencia que los conceptos, están compuestos de un elemento propio del sujeto, como los invariantes operatorios presentes en los esquemas, de un elemento objetivo de carácter epistémico, como los tipos de situaciones, las cuales a su vez interactúan dialécticamente con los esquemas, y un elemento semiótico, que se refiere a los sistemas de signos o de representaciones, utilizados para enunciar los conceptos, relaciones entre ellos y para referirse a los objetos”. (Rita, 2014, p.17)

2.1.2.3.2 CAMPO CONCEPTUAL.

Debido a que un concepto no se forma aislado sino en conjunto con otros, es posible afirmar que los conceptos se desarrollan juntos formando sistemas o redes, en un largo período, al interior de una gran variedad de situaciones, y en relación con numerosos otros conceptos. Éste conjunto

de sistemas o redes dinámico es a lo que Vergnaud llama “campo conceptual”:

“Campo conceptual es, un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición. El dominio de un campo conceptual no ocurre en algunos meses, ni tampoco en algunos años. Al contrario, nuevos problemas y nuevas propiedades deben ser estudiadas a lo largo de varios años si quisiéramos que los alumnos progresivamente los dominen. De nada sirve rodear las dificultades conceptuales; ellas son superadas en la medida en que son detectadas y enfrentadas, pero esto no ocurre de una sola vez”. (Vergnaud, 1983a, p.401 citado en Moreira, 2003, p.2; Caballero, 2005, p.51; Alfaro, et al, 2016, p.18)

Así, el campo conceptual de un concepto en particular es a la vez, el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica uno o más conceptos, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como “tareas” (matemáticas).

Por tanto, un campo conceptual puede considerarse como un conjunto de situaciones entendidas como tareas o combinación de tareas, las que por su naturaleza y dificultades propias define el conjunto de sub tareas que se le corresponden; de ese modo la dificultad de una tarea no es ni la suma ni el producto de la dificultad de las diferentes sub tareas, pero el fracaso de una sub tarea implica el fracaso global. (Vergnaud, 1990, citado en Gutiérrez, et al, 2012, p.51)

En este sentido, a la hora de estudiar el campo conceptual de un concepto, resultará fundamental analizar qué situaciones favorecen su conceptualización, ya que la resolución de las situaciones es la que permite analizar las tareas cognitivas y los procedimientos que pueden ser puestos en juego en cada una de ellas.

Las situaciones se encuentran así, en la base de la conceptualización de un campo conceptual; y constituyen la primera entrada a un campo conceptual mientras que la segunda entrada se da a través de los conceptos y teoremas. (Vergnaud, 1990, citado en Alfaro, et al, 2016, p.18)

A lo expuesto anteriormente podemos preguntarnos, ¿qué argumentos llevaron a Vergnaud al concepto de campo conceptual?, estos son tres:

“1) un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones; 2) una situación no se analiza con un solo concepto; 3) la construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso de largo aliento que se extiende a lo largo de los años, a veces de una decena de años, con analogías y mal entendidos entre situaciones, entre conceptos, entre procedimientos, entre significantes”. (Vergnaud, 1983. p.393 citado en Moreira, 2003, p.4; Alfaro, et al, 2016, p.20)

2.1.2.3.3 SITUACIONES Y ESQUEMAS.

La interacción “esquema-situación”, constituye lo innovador de la TCC, tal como Vergnaud afirma: “son los esquemas quienes se adaptan a las situaciones, y no el sujeto al objeto, como había formulado Piaget”.

“Los individuos, se adaptan a las situaciones que enfrentan, pero en realidad, son los esquemas que ellos utilizan en la situación lo que resulta modificado durante la adaptación. Así, pues una clase de situaciones llama a un cierto tipo de esquemas, que se desarrollan en virtud del tipo de situación”. (Rita, 2014, p.16)

En ese sentido, la relación entre las situaciones y los esquemas es dialéctica.

2.1.2.3.3.1 SITUACIONES.

Vergnaud (1996a) apela también al sentido que, según él, es atribuido por los psicólogos al concepto de situación: “los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto son función de las situaciones con las cuales es confrontado” (Sureda, et al, 2011, p.5). Además de eso, él destaca dos aspectos principales con relación al sentido de situación: variedad e historia. (p.117 citado en Moreira, 2002, p.6)

“1) de la variedad: existe una gran variedad de situaciones en un campo conceptual dado, y las variables de situación son un medio de generar de manera sistemática el conjunto de clases posibles: 2) de la historia: los conocimientos de los alumnos son modelados por las situaciones que han encontrado y dominado progresivamente, especialmente por la primeras situaciones susceptibles de dar sentido a los conceptos y a los procedimientos que se les quiere enseñar”. (Vergnaud, 1990, p.10)

La combinación de estas dos ideas, hace necesariamente fácil el trabajo del docente e investigador en didáctica, pues la primera idea orienta hacia el análisis, la descomposición en elementos simples y la combinatoria de los posibles; mientras que la segunda le orienta hacia la búsqueda de “situaciones funcionales”, casi siempre compuesta de varias relaciones, y cuya importancia relativa está muy ligada a la frecuencia con la que se les encuentra.

Por tanto, para Vergnaud “las situaciones son las que dan sentido al concepto; un concepto se torna significativo a través de una variedad de situaciones (1994, p.46). Pero el sentido no está en las situaciones en sí mismas, así como no está en las palabras ni en los símbolos (1990, p. 158). Es decir, el sentido es una relación del sujeto con las situaciones y con los significantes”. (Citado en Moreira, 2002, p.6)

2.1.2.3.3.2 ESQUEMAS.

Otro elemento que conforma la “unidad dinámica de adaptación” junto con el concepto de situación lo constituye el concepto de “esquema” planteado por Piaget.

“Piaget (1969), denomina esquema de acción a lo que, en una acción, es de tal manera transponible, generalizable o diferenciable de una situación a la siguiente o dicho de otra manera, a lo que hay de común en las diversas repeticiones o aplicaciones de la misma acción”. (Citado en Gutiérrez, et al, 2012, p.40)

Vergnaud, retoma esta noción de esquema propuesta por Piaget y lo amplía a la vez que se aparta de la idea lógica de este constructo, para centrarse más en su aspecto pragmático.

Así, para Vergnaud los esquemas son pragmáticos en el sentido de que funcionan para la adaptación y la acción operatoria del sujeto. Los esquemas se acomodan a las situaciones pues se relacionan con las características de las situaciones a las cuales se aplican y son funcionales a estas. (Sureda, et al, 2011, p.5)

Vergnaud (1990, 2000, 2007, 2013) propone cuatro definiciones de esquema:

“1) Un esquema es una totalidad dinámica funcional; 2) un esquema es una organización invariante de la actividad para una clase definida de situaciones; 3) un esquema comprende necesariamente cuatro categorías de componentes: a) una meta (o varias), sub-metas y anticipaciones; b) reglas de acción, de toma de información y de control; c) invariantes operatorios (conceptos en acto y teoremas en acto), y d) posibilidades de inferencia; 4) un esquema es una función que toma sus valores de entrada en un espacio temporalizado de n dimensiones, y sus valores de salida en un espacio igualmente temporalizado a n' dimensiones, siendo n y n' muy grandes”. (Citado en Rita, 2014, p.22; Sureda, et al, 2011, p.5)

La primera definición coincide con la de Piaget, la totalidad dinámica funcional a la que se refiere, es la idea que Piaget aplicaba a cualquier actividad. La segunda, enuncia el carácter universal de los esquemas. Para Vergnaud (1990, 2007, 2013), “la actividad puede variar, porque depende de las condiciones, sobre todo en su parte observable, que es la conducta. Lo que permanece invariante es la organización de la actividad no la actividad misma en sí”. (Rita, 2014, p.23)

Veamos un ejemplo: “Un niño pequeño de 4 o 5 años de edad, quien toma piedras en un jardín y las pone en fila para contarlas. Lo hace primero de izquierda a derecha y obtiene 10 en total. Después las cuenta de derecha a izquierda y obtiene con sorpresa el mismo número 10. Las pone ahora en círculo y obtiene otra vez 10, tanto girando en un sentido como en otro. Obviamente, ni la suma ni el orden son algo propio de las piedras antes de que el sujeto las ponga en fila o las reúna todas; de esta forma el niño ha descubierto que la acción de reunir da resultados independientes de ordenar. Tenemos de este modo que las competencias matemáticas son sostenidas por esquemas organizadores de la conducta”. (Alfaro, et al, 2016, p.21)

La tercera definición, permite entender el carácter funcional, adaptativo y esencialmente cognitivo del esquema (Rita, 2014, p.23). La última definición, permite aproximarse a la idea de algoritmo y de programa informático; a la vez que expresa bien la idea que el esquema es una función compleja (Vergnaud, 1990). Es decir, si se piensa en esquemas como formas de pasar de ciertos valores de las variables de situación a determinados valores de las acciones (en el sentido de percepción, razonamiento activo y actividad), entonces los esquemas son funciones y puede ser estudiado como tal, como es el caso en ciencias de la computación. (Vergnaud, 2008; citado en Sureda, et al, 2011, p.10)

Por tanto, para Vergnaud los esquemas se refieren necesariamente a situaciones o clases de situaciones donde él distingue entre:

“1) clases de situaciones para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación; 2) clases de situaciones para las cuales el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión y de exploración, de dudas, tentativas abordadas, y le conduce eventualmente al éxito, o al fracaso”. (Vergnaud, 1990, p.2)

El concepto de “esquema” es interesante para ambas clases de situaciones, pero no funciona de la misma manera en ambos casos. En el primer caso se va a observar para una misma clase de situaciones, conductas muy automatizadas, organizadas por un esquema único; en el segundo caso, se va a observar el esbozo sucesivo de varios esquemas, que pueden entrar en competición y que, para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados, separados y re combinados; este

proceso se acompaña necesariamente de descubrimientos. (Vergnaud, 1990, p.2) La tercera definición merece un tratado más detallado ya que es la fuente para entender, elaborar y aplicar una de las dimensiones de la sesión de clase propuesta para el enfoque 4T3C. Veamos entonces esos detalles.

2.1.2.3.3.2.1 UN ESQUEMA COMPRENDE NECESARIAMENTE CUATRO CATEGORÍAS.

2.1.2.3.3.2.1.1 METAS, SUBMETAS Y ANTICIPACIONES.

Siempre es posible identificar una intencionalidad en la organización de la actividad aunque la meta no sea plenamente consciente. Este componente representa en el esquema lo que se llama a veces la intención, el deseo, la necesidad, la motivación, la espera; aunque estos conceptos por sí solo no es un esquema.

Es, en esta intencionalidad o conjunto de acciones realizadas para lograr la tarea donde se manifiestan nuevos propósitos (metas o sub-metas) y anticipaciones (basado en resultado de acciones pasadas no favorables o posibles soluciones).

En ese sentido, las metas, las sub-metas y las anticipaciones preceden y acompañan el movimiento, y son objeto por parte del estudiante de un control casi permanente mientras se lleva a cabo la acción. (Sureda, et al, 2011, p.6)

2.1.2.3.3.2.1.2 REGLAS DE ACCIÓN, DE TOMA DE INFORMACIÓN Y DE CONTROL.

Las reglas de acción engendran no solo las conductas observables, sino toda una actividad que no es directamente observable; son también el componente por la cual ingresan las condiciones y las variaciones.

Por ejemplo, “cuando se les pide a los trabajadores talentosos, a los expertos, a los enseñantes o a los alumnos; que expliquen por qué y cómo ha hecho esto o aquello. Su respuesta acerca de los razonamientos condicionales que realizan en el camino es generalmente evasiva. Ellos tienen tendencia a devolver un conjunto lineal de acciones. Se hace esto, después aquello, más adelante esto, pero se olvidan que a cada momento una o muchas condiciones han precedido la elección realizada”. (Sureda, et al, 2011, p.6)

Es decir, la actividad no se ha generado en forma lineal, sino secuencialmente, y con la participación secuencial y simultánea de la selección de información y el control.

2.1.2.3.3.2.1.3 INVARIANTES OPERATORIOS: CONCEPTOS Y TEOREMAS EN ACTO.

Hemos llegado al corazón de la interacción “esquema-situación” que es la herramienta central que toma el enfoque 4T3C de la TCC a la hora de elaborar la sesión de enseñanza-aprendizaje: los invariantes operatorios.

Los conceptos y teoremas explícitos no forman sino la parte visible del iceberg de la conceptualización: sin la parte escondida formada por los invariantes operatorios, esta parte no sería nada. (Vergnaud, 1990, p.7)

Entonces, ¿qué son?; en principio, en la niñez se va desarrollando y van apareciendo estructuras de pensamiento o “nociones matemáticas”. Además, es importante entender que estas estructuras son a nivel de pensamiento y no de lenguaje simbólico. Vergnaud, llama a estas estructuras “conocimientos en acto”.

Estos “conocimientos en acto” están presentes en las vivencias cotidianas y se distinguen claramente dos tipos de experiencia ligadas a las acciones materiales del sujeto.

“Las primeras, las experiencias físicas que consisten en actuar sobre los objetos con el fin de descubrir propiedades que estos ya poseían antes de su manipulación por el sujeto; por ejemplo, el peso, la densidad, entre otros. Segundo, las experiencias lógico-matemático debido a la información que se obtiene a partir de los objetos particulares (físicos) y de las propias acciones que el sujeto ejerce sobre ellos”. (Alfaro, et al, 2016, p.20)

Por tanto, los invariantes operatorios son los conocimientos contenidos en los esquemas que se deben adaptar a las situaciones (aquí el docente a través de la variedad y de la historia debe proporcionar situaciones próximas al esquema de los estudiantes). Estos conocimientos están formados por concepto-en-acción, teorema-en-acción y categorías-en-acción. En ese sentido, los invariantes operatorios forman la parte epistémica del esquema y tienen la función de identificar y reconocer los objetos, sus propiedades, sus relaciones, y sus transformaciones. (Sureda, et al, 2011, p.7)

“La función principal de los invariantes operatorios es tomar y seleccionar la información pertinente, e inferir luego, las consecuencias útiles para la acción, el control y la toma de información. Es entonces una función de conceptualización y de inferencia”. (Sureda, et al, 2011, p.7)

Vergnaud afirma que existen fundamentalmente tres tipos lógicos de invariantes:

“1) Invariantes del tipo “proposiciones”: son susceptibles de ser verdaderos o falsos; los teoremas-en-acto son invariantes de este tipo; 2) invariantes del tipo “función proposicional”: no son susceptibles de ser verdaderos o falsos, pero constituyen las piezas indispensables para la construcción de proposiciones; este tipo de invariante son los conceptos-en-acto; 3) invariantes del tipo “argumento”: quien dice función proposicional y proposición dice argumento”. (Vergnaud, 1990, pp. 5-6)

Por tanto, un “concepto en acto” es una categoría pertinente, y como tal no es susceptible de verdad o falsedad, sino solamente de la pertinencia o de la no pertinencia. En cambio, un “teorema en acto” es una proposición tenida por verdadera en la actividad. Además, la relación entre teoremas y conceptos es dialéctica, en el sentido que no hay teorema sin conceptos y no hay concepto sin teorema.

De este modo declarar que un alumno comprendió tal concepto no tiene mucho sentido. Pues para saber si un alumno comprendió tal concepto, es necesario precisar cuál *teorema en acto* fue capaz de utilizar en la acción (Vergnaud, 2008).

2.1.2.3.3.2.1.4 INFERENCIAS.

La importancia de las inferencias radica en el hecho que jamás una actividad es automática en situación, sino por el contrario está regulada por las adaptaciones locales, la información, las reglas de acción, la toma de control, los ajustes progresivos, etc. En ese sentido, la posibilidad de obtener inferencias inmediatas en la acción permite, la adaptación de la actividad a la situación presente, es decir, son necesarias. (Sureda, et al, 2011, p.8)

Estos cuatro componentes del esquema, permite comprender plenamente la estructura de la actividad, su doble característica de ser sistémica y contingente. 1) Sistémica porque, en muchas situaciones la actividad es sometida a reglas univocas y procedimientos; y 2) contingente, porque las

reglas engendran actividades y conductas diferentes según las situaciones que se pueden presentar. Esta contingencia de la actividad, es todavía más brillante para las situaciones nuevas, cuando el sujeto no dispone de un esquema en su repertorio, y debe improvisar los medios para hacerle frente.

“Así, gracias a la articulación estrecha de sus cuatro componentes, el concepto de esquema aporta una respuesta a la adaptación de los sujetos a las situaciones nuevas (y a la resolución de problemas), pero son los invariantes operatorios quienes aseguran su función esencial de conceptualización y adaptación a la novedad”. (Sureda, et al, 2011, p.10)

2.1.2.3.4 FORMA OPERATORIA Y FORMA PREDICATIVA DEL CONOCIMIENTO

Dado que la parte más importante del conocimiento de una persona consiste en “competencias” que no se pueden poner fácilmente en palabras, pero que permiten la acción del sujeto en situación; Vergnaud describe al conocimiento como formado por dos partes: la forma operatoria y la forma predicativa. (Sureda, et al, 2011, p.11)

“La forma operatoria del conocimiento es la que permite al sujeto actuar en situación y la forma predicativa, consiste en enunciar las relaciones entre objetos. Es complejo hacer y también lo es, decir qué se hace”. (Vergnaud, 2007; citado por Rita, 2014, p.18)

Es justamente la relación entre la forma operativa y la forma predicativa del conocimiento lo que produce rupturas o discontinuidades dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Rupturas que podrían originarse en la experiencia basado en la vivencia-acción; o en la conceptualización basado en la interpretación por parte del sujeto en relación a su historia.

2.1.3 TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS.

2.1.3.1 LA PROPUESTA DE GUY BROUSSEAU Y EL ENFOQUE 4T3C.

Guy Brousseau nace en 1933; luego de una larga trayectoria como maestro rural, matemático y psicólogo, logra constituirse como uno de los investigadores que más ha aportado a la enseñanza de la matemática y la matemática; entendida ésta por él, como un producto cultural.

“La matemática es una actividad humana a la que todos pueden acceder, y es la actividad misma, y no solo sus resultados, la que se constituyen en un objeto de enseñanza con un valor formativo para niños y jóvenes” (Sadovsky, 2005, p.11). En este sentido, “la matemática constituye el campo en el que el niño puede iniciarse más temprano en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales” (Brousseau, 2007, p.11).

Este modo de enfocar la matemática por una parte y la enseñanza de ella por otra, conlleva a Brousseau a centrar su atención en la actividad que realizan los estudiantes durante la clase y las condiciones que permiten que de esta actividad emerja un producto (conocimiento o saber).

Brousseau (1998) pronto se dio cuenta que “La adquisición de un conocimiento se escalona en un periodo largo de tiempo (...) No hay que considerar que se deba asimilar y, todavía menos, explicitar desde su introducción (...) De la manipulación al dibujo, del dibujo al grafo, después al símbolo, la idea se va precisando en un complejo proceso de abstracciones, de concreciones y de representaciones. Sin embargo, en cada estadio hemos dado de un ente matemático, una definición que, no siendo válida, no es menos precisa, y a la cual debe de referirse el alumno”.

Sin embargo, este mecanismo descrito líneas arriba no era suficiente para que el estudiante aprenda ni mucho menos para que produzca conocimiento; es decir, en la intervención del docente y la participación del estudiante un elemento integrador sería necesario: “el medio”.

Brousseau al igual que Piaget, considera que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un medio resistente con el que interactúa.

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas que son la prueba del aprendizaje (Brousseau, 2007, p. 30; Sadovsky, 2005, p. 18)

Esta adaptación del sujeto con el medio hace suponer que existe para un conocimiento, un mecanismo de producción óptimo a la cual llama “situación fundamental”. Tal como lo menciona Brousseau:

“Para todo conocimiento (matemático) es posible construir una situación fundamental, que puede comunicarse sin apelar a dicho conocimiento y para la cual éste determina la estrategia óptima” (Brousseau, 1988 citado en Sadovsky, 2005, p. 18)

Concebir la existencia de una “situación fundamental” implica para un docente un proceso de búsqueda donde: diseñará, producirá, validará conocimiento, hasta encontrar tal situación. Es en esta dinámica, llena de conocimiento (implícito y explícito) donde el docente junto con el estudiante arribarán al conocimiento institucionalizado: el saber.

Brousseau marca una diferencia y también una distancia entre el conocimiento que se produce en una situación particular y el saber resultado de un proceso cultural.

“los conocimientos constituyen los medios transmisibles (por imitación, iniciación, comunicación, etc.), pero no necesariamente explicitables, de controlar una situación y de obtener de ella un cierto resultado conforme a una expectativa y a una exigencia social. El saber es el producto cultural de una institución que tiene por objetivo identificar, analizar y organizar los conocimientos a fin de facilitar su comunicación” (Brousseau y Centeno, 1991, citado en Sadovsky, 2005, p. 34)

Por tanto, la clave está en los medios (los conocimientos puestos en acción) y su interacción (las retroacciones como resultado de la interpretación) así como también en la producción que de esto se obtiene. En este sentido, el enfoque 4T3C toma la iniciativa de Brousseau y se proyecta a desarrollar situaciones que optimicen la producción de conocimientos.

2.1.3.2 EL MODELO DE BROUSSEAU Y LA PRODUCCIÓN DE CONOCIMIENTO.

Desde la TSD la enseñanza es concebida como una actividad que concilia dos procesos: uno la enculturación y otro de adaptación independiente. Es decir, la enseñanza debe permitir la integración de un individuo o grupo a una cultura a una sociedad; además de la adaptación al medio; al respecto afirma:

“son los comportamientos de los estudiantes los que revelan el funcionamiento del medio, considerado como un sistema” (Brousseau, 2007, p.15).

El análisis de estos comportamientos lleva a Brousseau a plantear y desarrollar para su modelo el concepto de situación.

“Una “situación” es un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable determinado. Algunas de estas situaciones requieren la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que le ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial” (Brousseau, 2007, p.15).

Brousseau considera que la producción de conocimientos se da dentro del proceso de adaptación (la interacción):

Frente a un problema el sujeto elige una alternativa matemática entre las varias posibles, la pone en juego y tiene la posibilidad de analizar los resultados de sus acciones reafirmando sus decisiones o rectificándolas. Este mecanismo constituye la producción de conocimiento (Sadovsky, 2005, p. 23)

2.1.3.3 ELEMENTOS CARACTERÍSTICOS DE LA TSD.

Aplicar la TSD implica entender a fondo el concepto de “situación” y su tipología, así como también los procesos de devolución e institucionalización. En principio, Brousseau, hace una primera clasificación básica de las interacciones:

“a) La interacción del alumno con una problemática que ofrece resistencia y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego; y b) la interacción del docente con el alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática” (Sadovsky, 2005, p. 19).

Estos dos tipos de interacciones básicos: sujeto/medio y alumno /docente, conforman en la TSD un sistema, es decir no pueden concebirse de manera independiente unas de las otras. Este sistema es la “situación didáctica” (Sadovsky, 2005, p. 22).

2.1.3.3.1 CLASIFICACIÓN DE LAS SITUACIONES.

Otra clasificación de las interacciones la constituyen las situaciones de acción, de formulación y de validación todas ellas dentro de las situaciones adidácticas y la situación de institucionalización o validación universal, cultural. Por otra parte la situación didáctica está conformada por la situación adidáctica y la situación de institucionalización.

2.1.3.3.1.1 SITUACIÓN DE ACCIÓN.

Este tipo de situación se caracteriza por que el estudiante actúa sobre el medio (material o simbólico) poniendo en juego sus conocimientos. El intercambio de información es de naturaleza no codificada o sin lenguaje; es decir, la información se da a través de acciones y decisiones (Brousseau, 2007, p. 24). En esta fase el docente debe buscar que un conjunto de situaciones de acción se constituya en el proceso por el cual el estudiante va a aprenderse un método de resolución de un problema.

2.1.3.3.1.2 SITUACIÓN DE FORMULACIÓN.

Esta situación se caracteriza porque en ella los estudiantes elaboran, formulan mensajes entre unos y otros, de manera que promueven la comprensión y la acción; es decir, el intercambio de información es codificada en un lenguaje (Brousseau, 2007, p. 24).

2.1.3.3.1.3 SITUACIÓN DE VALIDACIÓN.

En esta situación se intercambian juicios, sentencias y argumentos con la finalidad de validarlos (Brousseau, 2007, p. 24). En este sentido, los estudiantes someten a consideración de los demás las afirmaciones propuestas y estos tiene la capacidad de “sancionarlas”, es decir, de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas u oponer otras aserciones.

Estos tres tipos de situaciones la de acción, de formulación y de validación interactúan entre si y configuran lo que se conoce como las

situaciones adidácticas; llamada así porque en ellas predominan el actuar del estudiante y poco o mínimo la del docente.

2.1.3.3.1.4 SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN.

Después de haber actuado, formulado y validado un conocimiento, el siguiente paso dentro del proceso de producción del conocimiento es la de institucionalizar el conocimiento; es decir, dale el valor universal, contrastar dicho conocimiento con el saber cómo institución cultural. En eso consiste la situación de institucionalización.

2.1.3.3.2 SITUACIÓN ADIDÁCTICA.

Una de las piezas centrales de la TSD son las situaciones adidácticas; pues, estas constituyen el mecanismo de producción de conocimientos. En este sentido; todos los procedimientos donde el maestro no da la respuesta son aceptables para engendrar ese saber en el estudiante.

“Frente a un problema el sujeto elige una alternativa matemática entre varias posibles, la pone en juego y tiene la posibilidad de analizar los resultados de sus acciones reafirmando sus decisiones o rectificándolas. Al llevar a cabo este movimiento está produciendo conocimiento, ya sea que confirme que una cierta relación matemática se ajusta al problema que encara, ya sea que tome conciencia de que lo realizado no es pertinente. Esta producción modifica el medio: ya no solo está en él el problema y los conocimientos iniciales que fueron puestos en juego sino también los nuevos que se produjeron en la interacción con el problema” (Sadovsky, 2005, pp. 23-24).

Es decir, “entre el momento en que el estudiante acepta el problema como suyo y aquel en que produce su respuesta, el docente se rehúsa a intervenir en calidad de oferente de los conocimientos que quiere ver aparecer” (Brousseau, 2007, p. 24). Por tanto, son los conocimientos los

que se manifiestan esencialmente como instrumentos de control de las situaciones y de producción de conocimientos y el aprendizaje es el proceso por el cual se modifican los conocimientos.

2.1.3.3.3 SITUACIÓN DIDÁCTICA.

La situación didáctica desde la perspectiva de la TSD es la situación total (la interacción global) donde convergen las actividades de los estudiantes y el rol del docente junto con la producción que ambos actores generan; todo ello dentro de dos procesos: devolución e institucionalización y un vínculo inherente a la dinámica: el “contrato didáctico”.

2.1.3.3.4 PROCESOS DE DEVOLUCIÓN E INSTITUCIONALIZACIÓN.

Las interacciones entre docente y alumno a propósito de un conocimiento con el medio se describe y se explican a través de la noción de “contrato didáctico”. Esta herramienta teórica incorpora al análisis de los fenómenos relativos a la enseñanza y al aprendizaje de la matemática un aspecto esencial:

“la intención de que el alumno aprenda un saber cultural, intención que tiene el docente y que necesariamente el alumno debe compartir” (Chavallard, 1991 citado en Sadovsky, 2005, p. 37).

Dicho vínculo doblemente intencional se evidencia, cuando uno de los dos actores de la relación didáctica (docente o alumno) hace algo con respecto al conocimiento que resulta inesperado para el otro, entonces se produce una ruptura, y todo ocurre como si hubiera habido un contrato que regula las conductas permitidas:

“las cláusulas de ruptura y de realización del contrato no pueden ser descritas con anterioridad. El conocimiento será justamente lo que resolverá la crisis nacida de estas rupturas que no pueden estar predefinidas. Sin embargo, en el momento de estas rupturas, todo pasa como si un contrato implícito uniera al profesor y al alumno: sorpresa del alumno, que no sabe resolver el problema y que se revela porque el profesor no o ayuda a ser capaz de resolverlo, sorpresa del profesor, que estima sus prestaciones razonablemente suficientes... rebelión, negociación, búsqueda de un nuevo contrato que dependa del “nuevo” estado de los saberes.... Adquiridos y apuntados” (Brousseau, 1986 citado en Sadovsky, 2005, p. 41)

Los procesos de devolución e institucionalización al que se refiere Brousseau, tiene que ver con el rol docente; pues, considera que para que haya producción de conocimientos; el docente debe ceder la responsabilidad de aprender al estudiante; a este proceso de transferencia llamamos “devolución”.

“El proceso de “devolución” es el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte, la responsabilidad de una situación de aprendizaje (adidáctico) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia” (Brousseau, 2007, p. 87).

Luego que los estudiantes han producido conocimiento dentro de una situación adidáctica; el segundo rol del docente es dar sentido (dar un estatus de saber) a dicha producción e institucionalizar dicho conocimiento (el saber es un conocimiento institucionalizado, universal); a este proceso llamamos “institucionalización”. En este sentido, Brousseau define lo esencial del trabajo del docente.

La institucionalización es la acción por la cual el profesor atribuye a un conocimiento aprendido mediante las situaciones escogidas la condición de objeto matemático digno de interés científico; el profesor confirma que su actividad ha permitido que los alumnos encuentren saberes legítimos fuera de la institución-clase. Por medio de este proceso, los alumnos se convierten en controladores de la adquisición de sus saberes (Sensevy, 2007).

2.1.4 DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO

2.1.4.1 LA PROPUESTA DE MARGARITA AMESTOY DE SÁNCHEZ Y EL ENFOQUE 4T3C

Margarita Amestoy de Sánchez (1929 – 2008) distinguida educadora venezolana; es recordada por plantear y desarrollar el Programa “Desarrollo de habilidades de pensamiento” (DHP). Toma como punto de partida al “proceso de enseñanza”, pues considera que el origen de las deficiencias académicas y el bajo rendimiento de los estudiantes están en la formación académica.

“Estudios han logrado establecer que la mayoría de las deficiencias detectadas tienen su origen en la formación académica de los estudiantes en la cual se enfatiza el aprendizaje memorístico de conocimientos aislados, carentes de significado y trascendencia, los cuales son susceptibles de olvidarse con facilidad” (Amestoy, 1996, p. 3)

El análisis acerca de la problemática educativa de Amestoy va más allá al afirmar que la enseñanza universitaria no resuelve el problema y enfatiza las implicancias laborales (y otras) que generarán dichas deficiencias.

“Se ha encontrado que las dificultades detectadas no sólo se presentan en los estudiantes que ingresan a las universidades, sino que se extienden más allá de las fronteras universitarias, pues ésta no los resuelve: los alumnos egresan de profesional con un mayor cúmulo de información pero con las mismas deficiencias de razonamiento que tenían al inicio de sus estudios” (Amestoy, 1996, p. 4)

Esta problemática que no es propia de su país (Venezuela) sino de cualquier horizonte; la visión acerca del proceso de enseñanza en sus distintos niveles (primaria, secundaria y universitaria) y la experiencia de haber trabajado en colaboración directa con diversos estudiosos de la cognición humana como Edward de Bono, Reuven Feuerstein y Robert J.

Sternberg; llevan a Amestoy a postular la necesidad de una enseñanza basada en el desarrollo de habilidades de pensamiento.

“La dificultad para procesar, recuperar, almacenar información, que incida en el desempeño intelectual de los estudiantes, se debe entre otros aspectos a la carencia de habilidades de pensamiento. Al desarrollar estas habilidades, se propicia un aprendizaje más perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad en la toma de decisiones y en la solución de problemas relacionados con la cotidianidad” (Amestoy, 1995 citado por Velásquez, B., Remolina, N. y Calle, M., 2013, p. 24)

En ese sentido, Amestoy propone un modelo desde el cual “enseñar a pensar” que se fundamenta en la necesidad de DHP y una metodología basada en el “paradigma de procesos”; dicho modelo (modelo de desempeño intelectual) se nutre de las teorías de la psicología cognitiva y las ciencias cognoscitivas; en particular la teoría “triádica de la inteligencia” de Robert Sternberg (1983), la teoría de “procesamiento de la información” y el “paradigma de los procesos” propuesta de Margarita Amestoy de Sánchez (1991) citado por Lara (2012, p. 89)

El enfoque 4T3C encuentra en la propuesta de Amestoy un complemento indispensable a tomar en cuenta en la elaboración de las “sesiones de aprendizaje”: las habilidades de pensamiento; entendidas a veces como estrategias de aprendizaje (habilidades cognitivas y metacognitivas), procesos cognitivos o capacidades mentales.

Además; se considera que el DHP constituye un elemento diferenciador entre los procesos de EA de las matemáticas y de cualquier otra área del conocimiento; pues, aprender matemáticas implica realizar procesos cognitivos que involucran procesamiento de alto nivel. Por tanto, la tesis

que se defiende: “existen deficiencias matemáticas por la falta de DHP” debe centrar su atención a los procesos básicos del pensamiento que son nueve: observación, comparación, relación, clasificación, ordenamiento, clasificación jerárquica, análisis, síntesis y evaluación (Amestoy, 1996, p. 45).

2.1.4.2 EL MODELO DE AMESTOY: LAS HABILIDADES DE PENSAMIENTO Y EL APRENDIZAJE.

La idea central en el modelo de Amestoy (1991) es desarrollar las “habilidades de pensamiento”; que son entendidas por ella como “procesos componentes del pensamiento” (Lara, 2012, p. 89).

“Las habilidades de pensamiento o capacidades mentales permiten al individuo construir y organizar su conocimiento, para aplicarlo con mayor eficacia en diversas situaciones; así mismo, constituyen la capacidad y disposición para el desarrollo de procesos mentales, que contribuyen a la resolución de problemas los cuales se desarrollan con la practica consciente o inconsciente y se relacionan con el acto de pensar del ser humano” (Velásquez, et al, 2013, p. 23)

Es decir, el pensamiento como tal es un proceso complejo y su estudio y desarrollo requiere del análisis de componentes operacionales y el producto que de estos se obtiene. Tal como lo afirma Sternberg (1986): la unidad o “componente” de análisis del “proceso de pensar” (pensamiento) es una “operación” (proceso o procedimiento) en tiempo real de un tipo particular de representación mental o motora; entendiendo tal representación como un “conocimiento metaestable” o una “habilidad” que evoluciona en el proceso. (p. 25)

Amestoy considera que el desarrollo de habilidades de pensamiento debe seguir la siguiente secuencia lógica:

“procesos” → “procedimientos” → “conocimientos, habilidades y metaconocimiento”

Esta lógica está fundamentada en teorías acerca del funcionamiento de la mente, la estimulación del intelecto y los fenómenos cognitivos que acompañan el acto mental. (Amestoy, 2002, p. 5)

2.1.4.3 ELEMENTOS QUE CONFIGURAN LA TEORÍA DEL DHP.

2.1.4.3.1 TEORÍA TRIÁDICA DE LA INTELIGENCIA.

La teoría triádica de la inteligencia de Sternberg (1986), trata de especificar: a) el locus de la inteligencia humana y b) la manera cómo opera este locus para generar conductas inteligentes. Dicha teoría, se explica en términos de tres sub-teorías: “la contextual o práctica” y “la componencial o analítica” que relaciona respectivamente a la inteligencia con los mundos externos e internos del individuo y “la experiencial o creativa” que se aplica tanto al mundo externo como al interno.

2.1.4.3.2 SUB-TEORÍA COMPONENCIAL O ANALÍTICA.

La sub-teoría componencial especifica los mecanismos mentales que articulan la conducta inteligente.

“Esta sub-teoría se refiere a la cuestión de los mecanismos del funcionamiento inteligente. Los mecanismos propuestos son, a) Metacomponentes, o procesos ejecutivos, como la determinación de la naturaleza de un problema y la selección de una estrategia para resolverlo; b) componentes resolutivos, o procesos no ejecutivos, utilizados en la ejecución real de una estrategia de resolución de problemas, y c)

componentes de adquisición de conocimientos, o procesos utilizados en la adquisición de nueva información”. (Sternberg, 1986, p. 24)

Estos mecanismos se denominan componentes del procesamiento de la información. “Un componente es un proceso mental que puede traducir un estímulo sensorial en una representación mental, transformar una representación mental en otra diferente, o traducir una representación mental en una actividad motora”. (Amestoy, 1996, p. 16)

2.1.4.3.3 SUB-TEORÍA EXPERIENCIAL O CREATIVA.

La sub-teoría experiencial establece nexos entre los mundos exterior e interior del individuo. Trata de entender la relación entre el nivel de experiencia alcanzado por una persona para manejar una tarea o situación y su desempeño intelectual.

“Esta sub-teoría se refiere a otra cuestión: ¿En qué nivel de la ejecución de las tareas estos mecanismos implicarían más rendimiento inteligente? Sospecho que las tareas y situaciones miden más adecuadamente el rendimiento inteligente cuando suponen una novedad en la experiencia del sujeto, o bien cuando éste está tan acostumbrado a la situación que su resolución se convierte en automática y, consecuentemente, esencialmente subconsciente”. (Sternberg, 1986, p. 24)

Fundamentalmente esta sub-teoría comprende dos tipos de problemas: el tratamiento de “situaciones novedosas” y la “automatización” del procesamiento de la información.

“La novedad, supone el encuentro con una tarea nueva ante la cual debe darse una respuesta adecuada; y la automatización, añade recursos a la situación de novedad en una determinada situación favoreciendo su procesamiento y respuesta adecuada” (Beltrán, y Bueno, 1997, p. 72).

En ese sentido, Sternberg considera que la persona inteligente no solo resolverá los problemas rápidamente, sino también aprenderá a resolver

los problemas conocidos de forma mecánica para dejar su mente libre para otras tareas.

2.1.4.3.4 SUB-TEORÍAS CONTEXTUAL O PRÁCTICA.

La sub-teoría contextual se relaciona con las manifestaciones conductuales inteligentes que la persona expresa como resultado de exponerse a los estímulos que están presentes en el medio que está. Es decir, la persona puede aceptar, rechazar o modificar su medio (real o imaginario) y lo hace en función a sus expectativas y/o necesidades.

“Esta sub-teoría se refiere a la cuestión de la relación entre la inteligencia y el mundo externo. Pienso que la conducta inteligente es fundamentalmente una conducta que implica adaptación, selección o modificación del medio próximo del individuo. La “adaptación” se produce cuando una persona intenta encajar bien en el medio en el que está. La “selección” aparece cuando una persona prefiere encontrar un nuevo ambiente en lugar de adaptarse a aquel en el que está. La “modificación” del medio se da cuando una persona no puede encontrar (seleccionar) un ambiente que le parezca más conveniente que el actual, y éste no le satisface. (Sternberg, 1986, p. 24)

Sin embargo, estas manifestaciones conductuales inteligentes también son el resultado de manejar un “conocimiento tácito” producto de la experiencia. Tal como lo señala Rigo y Donolo (2013) “el “conocimiento tácito” se define como un “saber implícito” que se aprende a través de la experiencia en contextos particulares de actividades genuinas” (p. 42).

“El conocimiento tácito está basado en el nivel de dominio específico que los individuos han adquirido para solucionar los problemas cotidianos de su ámbito laboral. Se basa en la existencia de diferencias en cuanto a la cantidad y modalidad de organización del conocimiento entre expertos y novatos y en el supuesto de que estas diferencias se reflejan en el desempeño entre ambos grupos” (Sternberg, 1998 citado en Benatuil, Castro y Torres, 2005, p. 184).

Siguiendo a Amestoy, acabamos de construir la idea de que las “habilidades de pensamiento” son “procesos componente del pensamiento”. Ahora, se considerara otro de los elementos en la construcción de su teoría (DHP): los modelos que estudian las formas acerca del pensar. Es decir, el pensamiento como actividad y como proceso.

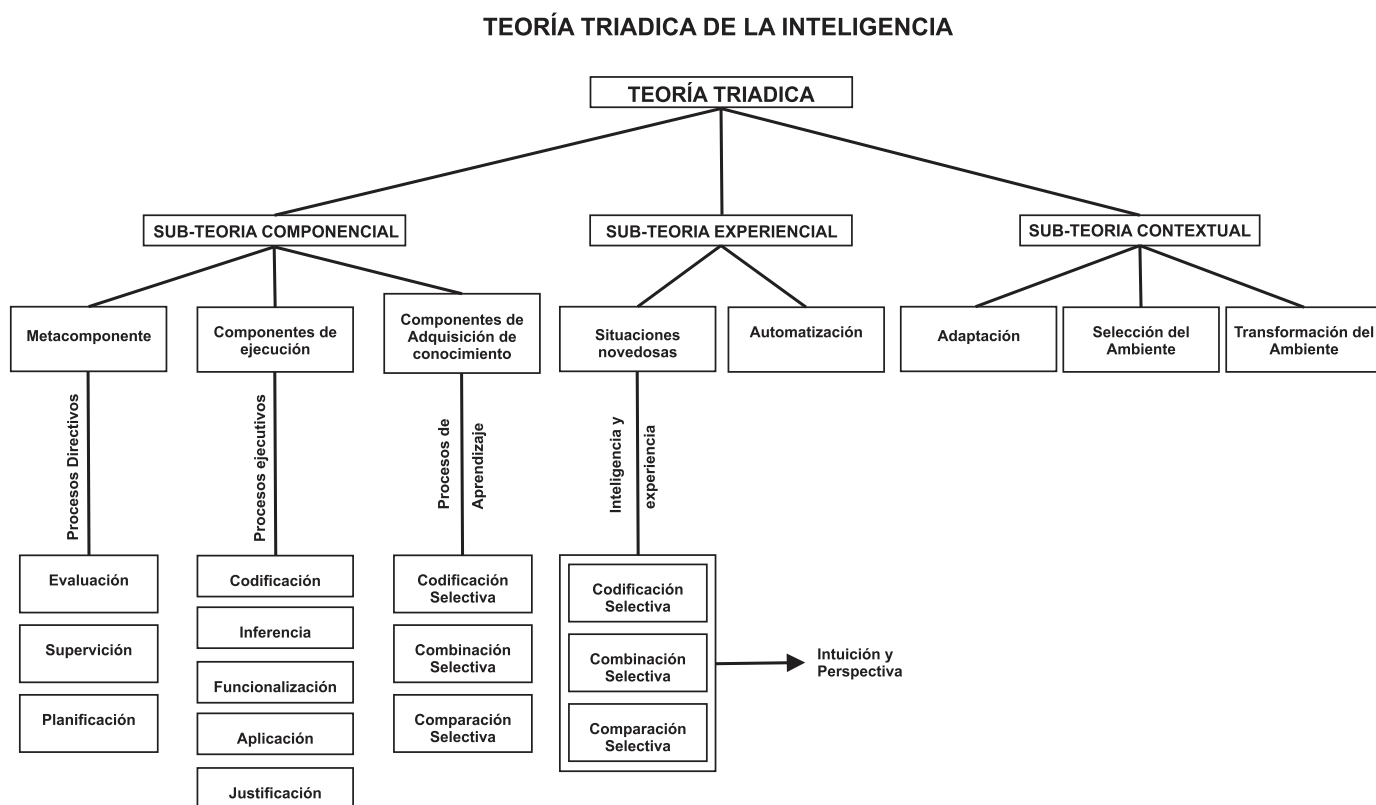


Figura 02: Teoría triádica de la inteligencia.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 17

2.1.4.3.5 MODELOS ACERCA DEL PENSAR.

Elaborar un modelo acerca del “acto de pensar” implica entre otras cosas comprender en toda su dimensión ¿qué es el pensamiento? y ¿a qué llamamos pensar? En principio, la capacidad de “pensar” requiere de sentir la necesidad de hacerlo y del hábito de realizarlo mientras que el “pensamiento” está relacionado con ciertos procesos mentales que ocurre en el interior de la mente. Una mejor aproximación nos brinda Vega.

“El pensamiento es una actividad mental no rutinaria que requiere esfuerzo. Ocurre siempre que nos enfrentamos a una situación o tarea en la que nos sentimos inclinados a hallar una meta u objetivo, aunque existe incertidumbre sobre todo de hacerlo. En estas situaciones razonamos, resolvemos problemas, o de modo más general pensamos. El pensamiento implica una actividad global del sistema cognitivo, con intervención de los mecanismos de memoria, la atención, las representaciones o los procesos de comprensión; pero no es reductible a éstos. Se trata de un proceso mental de alto nivel que se asienta en procesos más básicos pero incluye elementos funcionales adicionales, como estrategias, reglas y heurísticos” (Vega, 1989, p. 439)

De acuerdo con esta investigación “hay quienes consideran la capacidad de pensamiento como una compleja habilidad o conjunto de habilidades. Partiendo de esa opinión, es natural considerar el pensamiento como algo que se puede hacer bien o deplorable, con o sin eficacia, y suponer que la manera de hacerlo mejor es algo que se puede aprender” (Nickerson, Perkins y Smith, 1998, p. 64, citado por Allueva, 2011, p. 4565). Tal como lo señala Amestoy (2002) “pensar es una habilidad que puede desarrollarse” (p. 17).

En este sentido, un modelo del pensamiento basado en procesos debe estar orientado a buscar descomponer el “acto mental” o el “acto de

pensar” en elementos que se consideran básicos para explicar el concepto o proceso deseado.

“Pensar, de acuerdo con el modelo de procesos, es un acto que involucra un constructo complejo y abstracto (el pensamiento) y como tal, está constituido por otros constructos, también de diferentes grados de complejidad y abstracción”. (Amestoy, 2002, p. 7)

Amestoy también le da un toque de sensibilidad a su modelo al considerar la Teoría de la Racionalidad Limitada propuesta por Herbert Simón (1982) en su obra “El comportamiento administrativo. Estudio de los procesos decisorios en la organización administrativa”.

“las personas no somos conscientes y deliberadamente irracionales, aunque algunas veces si lo somos pero no poseemos ni los conocimientos ni el poder de calculo que permita alcanzar un nivel muy alto de aceptación óptima”, por lo tanto, no existe la “perfecta racionalidad” implicada en la teoría económica clásica. Ante esa imposibilidad, su propuesta es encontrar soluciones satisfactorias, más que óptimas (Simón, 1982, p. 18).

Pues, enmarca el proceso de enseñanza-aprendizaje bajo un enfoque administrativo buscando lo bueno (la satisfacción) de los involucrados (docentes y estudiantes) aunque lo mejor no sea alcanzable.

Son dos los modelos del “acto de pensar” que utiliza Amestoy en su fundamentación teórica. El modelo de Simón que describe el pensamiento en términos de tres mecanismos principales:

“(1) el reconocimiento de un sistema de índices que dan acceso a la información almacenada en la memoria de larga duración; (2) un sistema para la búsqueda selectiva medios - fines, el cual es capaz de resolver problemas e inducir reglas, y (3) un sistema de construcción de representaciones de dominios de nuevos problemas, a partir de la descripción de estos dominios en lenguaje natural”. (Simón, 1979, 1985, citado por Amestoy, 2002, p. 7)

Y el modelo Mayer (1983) que sugiere una definición general única acerca del pensar, que incluyen tres conceptos básicos:

“(1) Pensar es cognoscitivo, se infiere directamente de la conducta. Ocurre internamente en la mente o sistema cognoscitivo de la persona. (2) Pensar es un proceso que involucra la manipulación de un conjunto de operaciones sobre conocimiento en el sistema cognoscitivo. (3) Pensar es un proceso dirigido que permite resolver problemas. En otras palabras, pensar es lo que pasa en la mente de un sujeto cuando resuelve un problema, esto es, la actividad que mueve al individuo (o trata de moverlo) a través de una serie de etapas o pasos de un estado dado a uno deseado”. (Mayer, 1983, citado por Amestoy, 2002, p. 8)

Por otra parte, Mayer, al referirse a la naturaleza del pensamiento, afirma que pensar en un sentido amplio, es la búsqueda de significados, es encontrar o elaborar significados que se asume existen. Es decir, pensar es un proceso mental por medio del cual el individuo le da sentido a su experiencia.

Mayer también hace referencia a lo infructuoso que es comprender el pensamiento como tal; pues la mayoría de definiciones no son lo suficientemente precisas y se requiere desarrollar definiciones más explícitas afín de comprenderlas. Y agrega, una manera de desarrollar esta comprensión consiste en examinar el concepto tomando en cuenta el uso que se le da, para cumplir con una variedad de propósitos.

En Amestoy (2002, pp. 9-11) se encuentra una muy buena explicación del modelo de pensamiento de Mayer. En la figura 03, se presentan y desglosan los componentes del modelo de pensamiento antes mencionado. La siguiente explicación facilita la comprensión del modelo.

Las operaciones permiten describir la actividad mental y son de los tipos generales: cognoscitivas y metacognoscitivas. El primer tipo comprende las operaciones para generar o aplicar el conocimiento e incluye una

variedad de procesos y estrategias de pensamiento que facilitan la toma de decisiones, la resolución de problemas y la conceptualización, así como operaciones más discretas como comparación, análisis, síntesis, etcétera.

El segundo tipo, las operaciones metacognoscitivas, son aquellas que permiten dirigir y controlar la producción de significados, procesos y productos del pensamiento y darle sentido al pensamiento a través de los procesos de planificación, supervisión y evaluación del acto mental.

Cualquier acto de pensamiento combina operaciones diseñadas para producir significados (cognoscitivas) con aquellas que explican y dirigen la manera como se producen y mejoran estos significados (metacognoscitivas).

El pensamiento es mucho más que acción, tiene un importante componente de conocimiento constituido por información acerca de la naturaleza del conocimiento, de las disciplinas y de los procesos en general.

Otra variable del conocimiento es su “naturaleza”. Esto indica que el conocimiento es selectivo, fragmentado, interpretativo, cambiante y tentativo. La concientización acerca de estos aspectos del conocimiento sustenta la manera de ver el pensar y los productos del pensamiento, propios y de otros.

Componentes del pensamiento

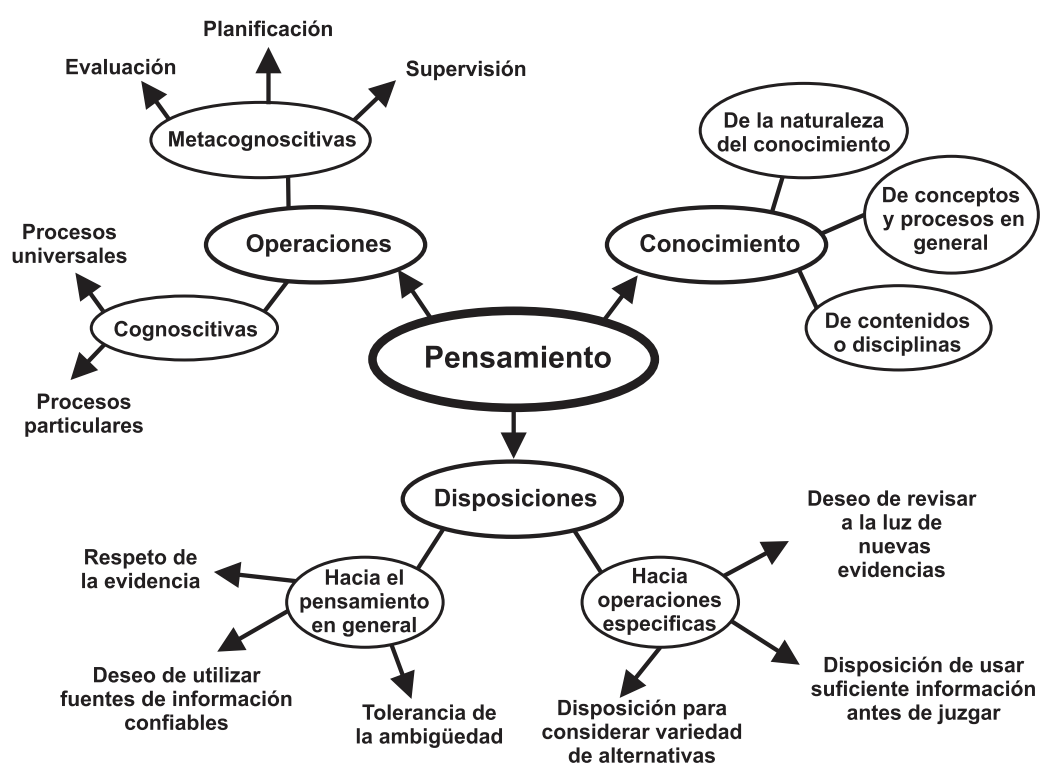


Figura 03: Componentes del pensamiento.
Fuente: Amestoy, 2002, p. 11

El conocimiento de la materia o área en el cual se piensa, como dominio específico, es una variable importante, incluye conocer fuentes confiables de datos en un campo particular del conocimiento; heurísticas especiales para manejar los datos del dominio de interés; y conceptos específicos, útiles para generar, organizar y darle sentido a la información en el área específica, (Doyle 1983, citado por Beyer, 1987).

Vale destacar que el conocimiento acerca de una materia no es sustituto de la habilidad para manejar las operaciones del pensamiento. Ambos aspectos, el conocimiento de la materia y la habilidad para manejar las

operaciones del pensamiento son esenciales para lograr un pensamiento productivo.

El acto de pensar depende además de una variedad de actitudes y valores, denominadas por Ennis (1985, citado por Beyer, 1987) disposiciones, que pueden ser de dos tipos, hacia el pensar y hacia los procesos del pensamiento. Entre las primeras vale destacar disposiciones tales como la tolerancia de la ambigüedad, la voluntad de suspender juicios, el respeto por la evidencia y por el uso de la razón, la disposición para alterar un juicio cuando la razón y la evidencia así lo requieren y el respeto objetivo de la verdad. Entre las segundas se destaca la disposición de buscar tanta información como sea posible antes de emitir juicios, de considerar diferentes alternativas antes de escoger una que aparentemente sea aceptable, y la flexibilidad para cambiar y aceptar enfoques y puntos de vista diferentes a los propios.

El pensamiento efectivo también requiere la disposición de emitir juicios basados en una visión total de la situación, de tener propósitos claramente definidos y de considerar las consecuencias o lo que pueda suceder, con base en criterios válidos y confiables.

El pensador logra estas disposiciones a medida que adquiere conocimientos acerca del pensar y habilidades para ejecutar las operaciones cognitivas requeridas para pensar.

En lo que respecta a la percepción de sí mismo y de otros, se destacan aquellos rasgos del sujeto que determinan su actitud y disposición para

mejorar continuamente, no sólo en lo referente a sus habilidades intelectuales, sino también en su manejo del ambiente.

Todo esto mediante el uso de la experiencia y de la intuición y la inventiva como elementos que conectan tres ámbitos, el intelectual, el experiencial y el contextual, que contribuyen a la integración equilibrada del pensamiento lógico-crítico, la creatividad y la inteligencia emocional.

Esos tres componentes del pensamiento –operaciones, conocimientos y disposiciones– están íntimamente relacionados y no pueden separarse.

Cada uno se construye a partir de los otros (ver figura 03). La comprensión de la naturaleza del conocimiento desarrolla actitudes hacia el pensar cuidadoso y precavido, la generación de pensamiento y la aceptación de la validez y confiabilidad de los productos del pensamiento.

Es de rigor agregar que el pensamiento involucra dos variables no incluidas en los componentes mencionados inherentes a la persona y al ambiente. La primera está relacionada con la experiencia del individuo para aplicar las operaciones de pensamiento al realizar un acto mental. Una persona que ha desarrollado sus habilidades para pensar tiene mayor efectividad al aplicar una operación de pensamiento que otra que no lo ha logrado. La segunda variable tiene relación con el ambiente el cual influye en el tiempo que se emplea para procesar la información, por los datos que se manejan y por los incidentes que ocurran durante el procesamiento.

2.1.4.3.6 PROCESO, PROCEDIMIENTOS Y HABILIDADES DE PENSAMIENTO: LOS CONOCIMIENTOS.

Amestoy, considera que el “conocimiento” es un constructo que puede ser semántico o procedimental.

“El conocimiento semántico se define como la información acerca de hechos, conceptos, principios, reglas y planteamientos conceptuales y/o teóricos, que conforman una disciplina o un campo de estudio; o simplemente, en el ámbito de lo cotidiano, la información incidental acerca de hechos o eventos del mundo que rodea al individuo. El conocimiento procedimental es el resultado de la operacionalización de los procesos y se define como el conjunto ordenado de pasos o acciones que acompañan a un acto mental o una actividad motora. Este conocimiento sirve para generar cambios y/o transformaciones del conocimiento o de los estímulos del medio ambiente” (Amestoy, 2002, p. 12).

Esta forma de concebir al conocimiento permite operacionalizar y sistematizar el constructo de “habilidades de pensamiento”. Comprender cada elemento del proceso (proceso, procedimiento y habilidades) de DHP es importante porque ello permitirá orientar el resultado que se desea (habilidades cognitivas, metacognitivas, de pensamiento).

“procesos” → “procedimientos” → “conocimientos, habilidades y metaconocimiento”

El “proceso” es un operador intelectual capaz de transformar un estímulo externo en una representación mental, o una representación mental en otra representación o en una acción motora.

“Los procesos son conceptos; cada proceso tiene un significado que lleva implícito la acción que lo caracteriza, la cual es ejecutada siguiendo el procedimiento que corresponde” (Amestoy, 2002, p. 12).

Los “procedimientos” son los instrumentos o componentes dinámicos del conocimiento; además, dan lugar al conocimiento procedimental y se caracterizan porque: a) implican secuencias de pasos, b) inducen

acciones, y c) admiten reorganización o reestructuración. La práctica de procedimientos, bajo condiciones controladas, genera las habilidades de pensamiento.

La “habilidad” es la facultad de aplicar el conocimiento procedimental y puede referirse a la aplicación directa del proceso o a la evaluación y mejora de lo que se piensa y se hace.

“El proceso existe por sí mismo, independientemente de la persona que lo ejecuta, el procedimiento proviene de la operacionalización del proceso y la habilidad es una facultad de la persona, cuyo desarrollo requiere de un aprendizaje sistemático y deliberado”. (Amestoy, 1996, p. 31).

Los procesos, procedimientos y las habilidades se relacionan como se muestra en la figura 04.

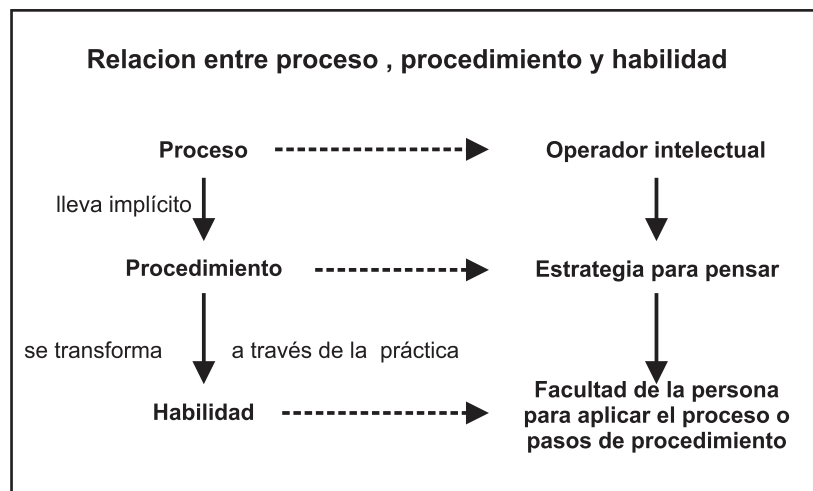


Figura 04: Relación entre proceso, procedimiento y habilidad.
Fuente: Amestoy, 2002, p. 12

Los procesos o “procesos de pensamiento” tienen las siguientes características:

“son independientes de contenido; son operadores intelectuales que rigen la organización del conocimiento semántico; permiten transformar estímulos visuales, verbales, auditivos, sensoriales, táctiles en representaciones

mentales (ideas) o acciones motoras; juegan un papel relevante en la comprensión de la lectura y en la escritura; pueden operacionalizarse para transformarse en procedimientos; son neutrales, no producen respuestas correctas o equivocadas; guían la atención en direcciones y ayudan a pensar en direcciones específicas; son capaces de generar estructuras cognitivas; permiten organizar la información y facilitan el aprendizaje significativo y perdurable; son independientes entre sí, no conforman secuencias interconectadas, evitan rigidez y pueden ser utilizados en forma coordinada para lograr objetivos específicos”. (Amestoy, 1996b, pp. 32 – 33)

Todo proceso está conformado por cuatro componentes: conceptual, estructural, funcional y operacional.

“a) El componente conceptual es el constructo que define el proceso, es decir, que expresa la esencia del proceso. Este componente se define a partir de las características esenciales que conforman el proceso. b) El componente estructural, determina los conceptos o las operaciones mentales y los nexos entre los elementos del proceso. c) El componente funcional, que define los operadores que actúan sobre el contenido para generar el producto. d) El componente operacional, especifica la manera de aplicar el proceso, o sea, que define los pasos requeridos para aplicar la o las operaciones de pensamiento que integran el proceso. La definición operacional da lugar al procedimiento”. (Amestoy, 1996b, pp. 31 – 32)

Para definir el procedimiento se aplican los siguientes pasos:

“1) Analizar el proceso en términos de sus definiciones conceptuales y operacionales; 2) identificar el conjunto de operaciones que integran el proceso; 3) definir los nexos entre las operaciones previamente identificadas; y 4) diseñar pasos que conforman el procedimiento.” (Amestoy, 1996b, p. 32)

Los procesos, de acuerdo con el ámbito de aplicación, se clasifican en universales y particulares.

“Un proceso universal es un tipo de operador intelectual cuyo significado está unívocamente determinado y es reconocido en todas las lenguas y culturas; son ejemplos de procesos universales las operaciones lógicas de pensamiento como la observación, el análisis, la síntesis, etcétera. Un proceso particular es un plan, curso de acción, procedimiento, que conduce o facilita el logro de un objetivo determinado”. (Amestoy, 2002, p. 13).

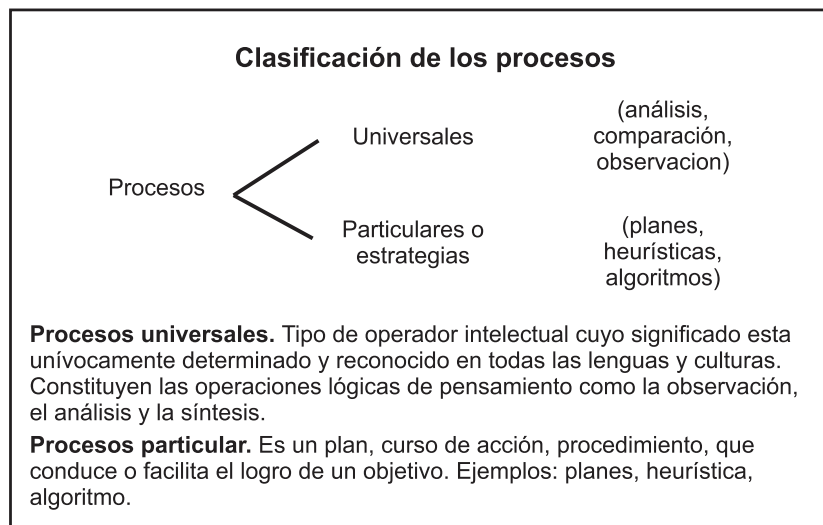


Figura 05: Clasificación de los procesos.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 33

El conocimiento, tanto semántico como procedimental, además, puede caracterizarse por el tipo de procesamiento a que da lugar.

El conocimiento semántico o conceptual se refiere a dos categorías:

“a) la especificación de la esencia del concepto a través de las características esenciales de la clase que lo define o de la categoría conceptual correspondiente, y b) el conocimiento acerca del concepto -significación, importancia, utilidad, origen, razón de ser, trascendencia- del conocimiento. El primer caso se refiere al conocimiento de la esencia del concepto, mientras que el segundo se refiere al metaconocimiento”. (Amestoy, 2002, p. 14).

El conocimiento semántico o conceptual da origen a la formación de imágenes o representaciones mentales, bien sea del concepto o acerca del concepto. El metaconocimiento puede referirse a la persona, a la tarea o a la estrategia. Estar consciente acerca de las potencialidades y limitaciones de la persona; conocer el grado de dificultad o de complejidad de una tarea; o considerar la trascendencia de los actos que se realizan son ejemplos ilustrativos de metaconocimiento.

El conocimiento procedimental da lugar a dos tipos de facultades:

“a) habilidad cognoscitiva, que se refiere simplemente al hábito de aplicar los pasos de un procedimiento para lograr un propósito determinado, y b) habilidades metacognoscitivas, que involucran la aplicación, en forma natural y espontánea, de cuatro de los procesos mentales superiores – planificación, supervisión, evaluación y retroalimentación”. (Amestoy, 2002, p. 14).

Desarrollar una habilidad implica la superación de la siguiente secuencia de etapas:

“conocimiento y comprensión de la operación mental que define el proceso; concientización de los pasos que conforman la definición operacional del proceso; aplicación o transferencia del proceso a variedad de situaciones y contextos; generalización de la aplicación del procedimiento; y evaluación y mejora continua del procedimiento”. (Amestoy, 1996b, p. 34).

Para lograr la habilidad de aplicar el proceso de manera efectiva es necesario practicarlo hasta lograr el hábito de utilizarlo, en forma natural y espontánea, en variedad de situaciones y contextos, adaptándolo de acuerdo a los requerimientos de la tarea.

Podemos entonces decir que existen dos grandes categorías del conocimiento y cuatro productos del aprendizaje, como se muestra en la figura 06.

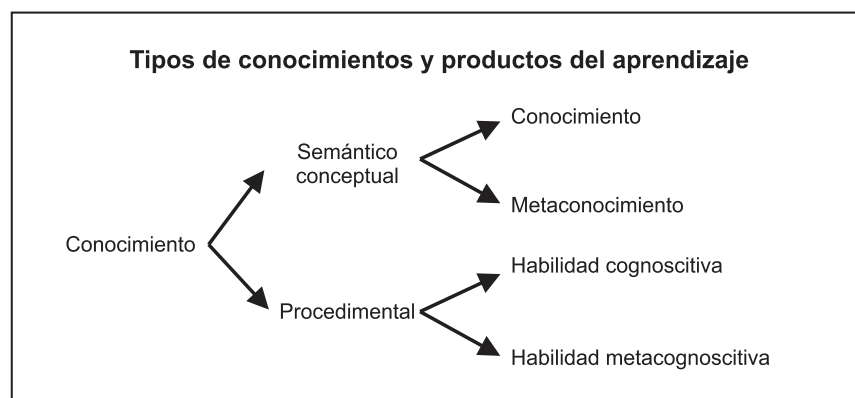


Figura 06: Tipos de conocimiento y productos del aprendizaje.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 33

2.1.4.3.7 EL PARADIGMA DE LOS PROCESOS.

Según Amestoy (1996b), el “Paradigma de los Procesos” se fundamenta en algunos principios, supuestos y factores que permiten el DHP.

2.1.4.3.7.1 PRINCIPIOS, SUPUESTOS Y FACTORES QUE FAVORECEN EL DHP

El desarrollo de las habilidades de pensamiento descansa en los siguientes principios:

“a) Pensar es una habilidad que puede desarrollarse; b) la mayor parte del pensamiento se inicia en la etapa de percepción y tiene relación con la manera como las personas captan la información del medio ambiente; y c) el método más apropiado para desarrollar las habilidades de pensamiento es el de los procesos”. (Amestoy, 1996b, p. 12).

Entre algunos supuesto que orientan la metodología de procesos tenemos:

a) La manera como las personas perciben los estímulos del mundo que les rodea, está condicionada por sus experiencias previas, sus conocimientos y sus emociones. b) El desarrollo de las habilidades permite: organizar la experiencia previa y conectarla con la nueva información para lograr aprendizajes significativos; y lograr visiones más claras, precisas y confiables de problemas y situaciones. c) El ser humano tiende naturalmente a dejarse llevar por sus impulsos en lugar de usar su pensamiento. Unas veces siente, decide y luego razona para sustentar su decisión y otras veces razona sin tomar en cuenta factores emocionales. En ambos casos tiende a ubicarse en posiciones extremas. d) La aplicación sistemática y deliberada de los procesos de pensamiento ayuda a: dirigir la atención; pensar por aspectos; descomponer el problema en partes; guiar el pensamiento; tratar situaciones novedosas, aprender del medio circundante; y regular pensamientos, sentimientos y acciones”. (Amestoy, 1996b, p. 13)

Para favorecer el desarrollo de habilidades de pensamiento se sugiere tomar en cuenta algunos factores:

“a) Activar la mente en forma consciente, sistemática y deliberada; b) prestar atención específica a la manera como se procesa la información; c) seguir un proceso riguroso de control y seguimiento de los logros alcanzados; y d) estar informado acerca de métodos y técnicas dirigidas a promover el desarrollo de habilidades de pensamiento” (Amestoy, 1996b, pp. 14 - 15).

2.1.4.3.7.2 MANERAS DE ENSEÑAR Y APRENDER.

Pretender enseñar algo a alguien implica comprender ¿cómo se aprende?, Amestoy, hace una distinción entre dos modalidades de aprendizaje bien marcadas: el aprendizaje espontáneo y el aprendizaje dirigido; que no es más que otra versión de las modalidades del aprendizaje mediado propuesto por Feuerstein.

Según Amestoy (1996b), “el ser humano aprende de dos maneras: (1) a partir del contacto con el medio ambiente, de manera natural e incidental; y (2) a través de procesos de enseñanza-aprendizaje planificados y cuidadosamente controlados”. (p. 5)

En el primer caso se generan pensadores espontáneos, poco regulados, naturales y en el segundo caso pensadores reflexivos y autorregulados.

“El pensador espontáneo es ingenuo para responder a los estímulos del medio ambiente, mientras que quien desarrolla el pensamiento en forma sistemática puede elaborar respuestas inteligentes, apropiadas al problema que se trata de resolver y al contexto en el cual se presenta la situación de interés. Este tipo de pensamiento es más efectivo”. (Amestoy, 1996b, p. 5).

Lo anterior nos lleva a establecer extremos entre dos tipos diferentes de pensadores, tal como se muestra en la figura 07.

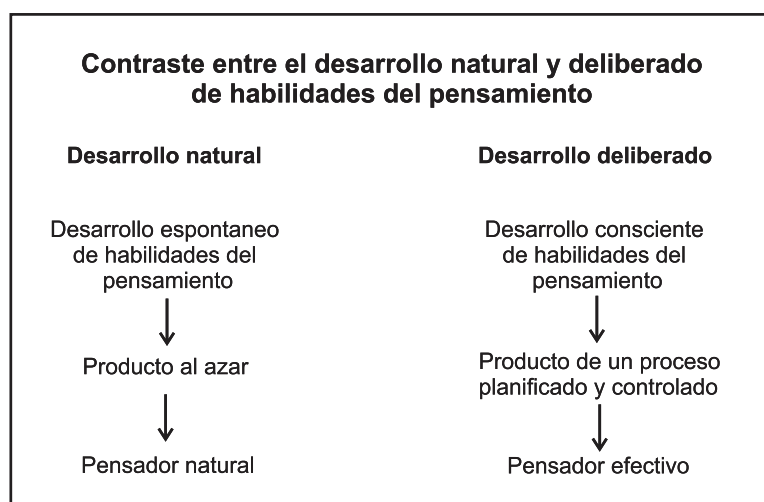


Figura 07: Diferencias entre pensador espontaneo y pensador deliberado.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 5

2.1.4.3.7.3 TRES MANERAS DE CONCEBIR EL ACTO MENTAL.

Amestoy también considera que existen tres enfoques que el docente utiliza a la hora de enseñar dependiendo de cómo concibe el acto mental y de su formación profesional.

“El primer enfoque consiste en considerar la mente como un sistema inaccesible al escrutinio humano. Se consideran entradas, producto y objetivos pero no se sabe lo que ocurre con esas entradas para lograr los objetivos. El segundo enfoque centra el énfasis en el uso de la mente, como sistema que almacena información. Los objetivos están dirigidos a lograr la reproducción de la información de entrada. El producto coincide con la entrada y casi no existe producción intelectual. En el tercer enfoque se asume que la mente es un sistema generador, que tiene mecanismos para almacenar, procesar y recuperar información y que además puede mejorar sus productos en forma ilimitada”. (Amestoy, 1996b, pp. 6 - 7)

Algunos docentes conciben la mente como un sistema inaccesible. Otros consideran a la mente como un sistema que almacena información y el objetivo es la reproducción de la información; mientras que otros docentes consideran a la mente como un sistema que tiene muchos mecanismos para almacenar, procesar y recuperar la información y que además pueden mejorar sus productos en forma limitada.

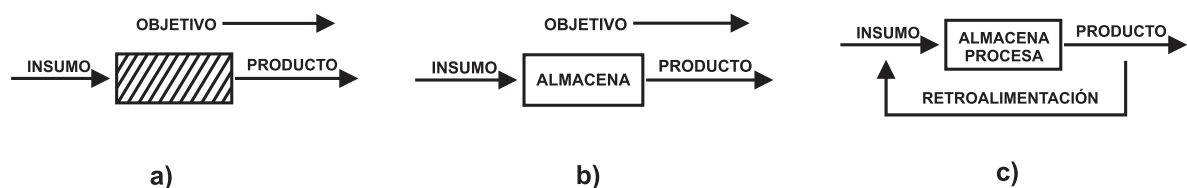


Figura 08: El acto mental descrito a través de los tres enfoques
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 7

La figura 08 muestra la representación esquemática de los tres enfoques: a) es un sistema inaccesible; b) la mente es un sistema de almacenamiento; y c) la mente es un sistema para procesar información.

2.1.4.3.7.4 PARADIGMA DE PROCESOS APLICADO AL PROCESO EA.

Según Amestoy (1996b), el “Paradigma de los Procesos” explica los aspectos conceptuales, metodológicos de un enfoque para el análisis, la aplicación y la enseñanza del pensamiento, basado en la operacionalización del acto mental (p. 29).

El acto mental es el producto de la interacción de los contenidos semánticos y de los procesos del pensamiento. Los procesos, transformados en procedimientos, actúan sobre los contenidos y dan lugar a diferentes tipos de productos del pensar. Ver figura 09.

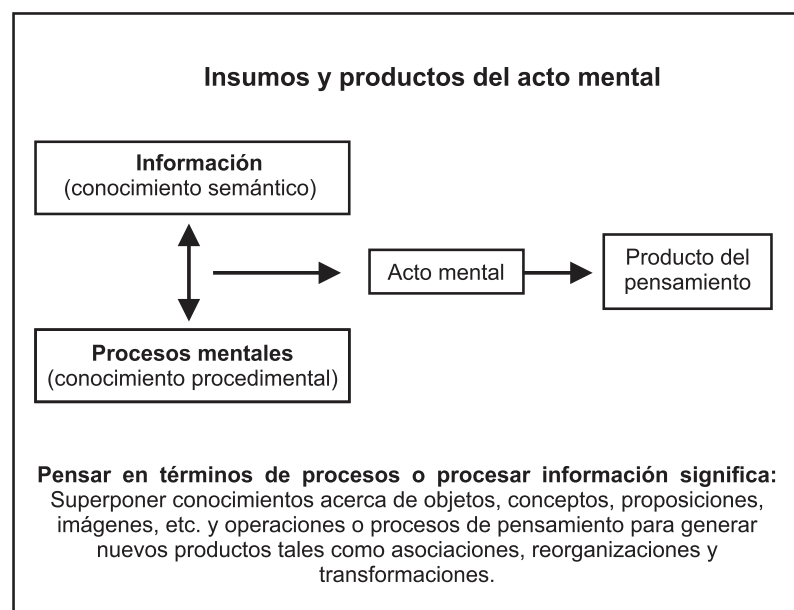


Figura 09: Procesos mentales y productos del pensamiento.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 29

El resultado de la aplicación de este paradigma conduce a la generación de productos tales como decisiones, soluciones de problemas, pensamiento crítico y creatividad.

2.1.4.3.7.5 ENSEÑANZA BASADA EN PROCESOS

La enseñanza basada en procesos (EBP) consiste en la aplicación del enfoque de los procesos en la metodología para estimular el aprendizaje.

Los pilares fundamentales del modelo de procesos para lograr el aprendizaje son:

“(1) La intencionalidad del acto mental y de la actividad mediante la cual se dirige el uso de la capacidad intelectual del individuo; (2) la concientización del acto mental involucrado en el proceso; (3) el enfoque de sistemas como un instrumento de pensamiento, como producto de la metodología de procesos y como fuente de retroalimentación y de optimización del acto mental; (4) la participación activa del aprendiz en la construcción y refinamiento del conocimiento, la aplicación de un conjunto de estrategias didácticas para estimular el aprendizaje y diagnosticar el progreso de los alumnos y el papel del docente como mediador del proceso enseñanza-aprendizaje”. (Amestoy, 2002, p. 15)

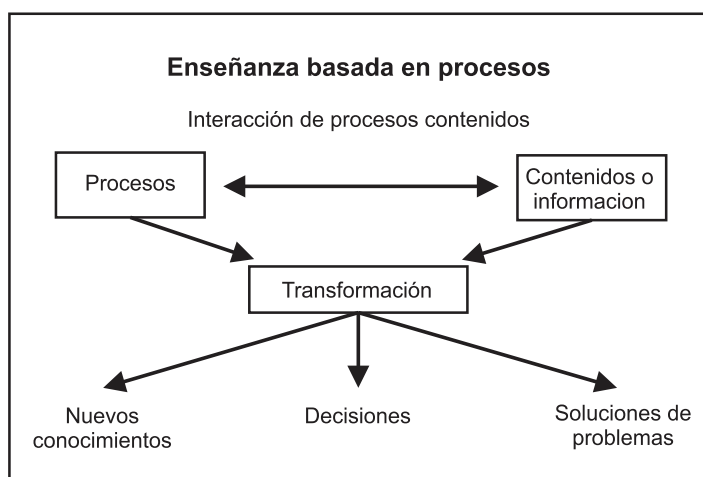


Figura 10: Componentes de la enseñanza basada en procesos.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 31

Durante la EBP, la persona es estimulada para que interactúe con los estímulos en forma intencional y sistémica, concientice el conjunto de operaciones que va a emplear, y para que conozca el sistema de control o regulación que le va a permitir reproducir el proceso, evaluar el producto y mejorarlo a través de la retroalimentación. La retroalimentación consiste

en proporcionar información que permita introducir correctivos cuando hay desvíos en la ejecución de cualquier actividad mental.

Para diseñar una secuencia de enseñanza de un proceso se requiere, además, realizar los siguientes pasos:

1. definir las variables involucradas en el proceso enseñanza-aprendizaje;
2. integrar los pasos del procedimiento con la metodología definida en el paso anterior; y
3. validar el producto obtenido en el ambiente instruccional.

2.1.4.3.7.6 EL ENFOQUE SISTÉMICO APLICADO A LA METODOLOGÍA DE PROCESOS.

El enfoque de sistemas permite considerar el acto mental como un proceso circular que incluye: “(1) el planteamiento de un propósito u objetivo; (2) la descomposición de cualquier problema o situación de acuerdo a las variables de entrada, proceso y producto; (3) la consideración del ambiente en el cual ocurre el problema o la situación de interés; (4) la incorporación de los correctivos que sean requeridos para asegurar los resultados esperados o para reducir el nivel de aspiración” (Amestoy, 1996b, p.36).

El pensamiento circular mostrado en la figura 11, es la base del mejoramiento continuo y propicia la autorregulación y el autocontrol.

Esquema de pensamiento circular

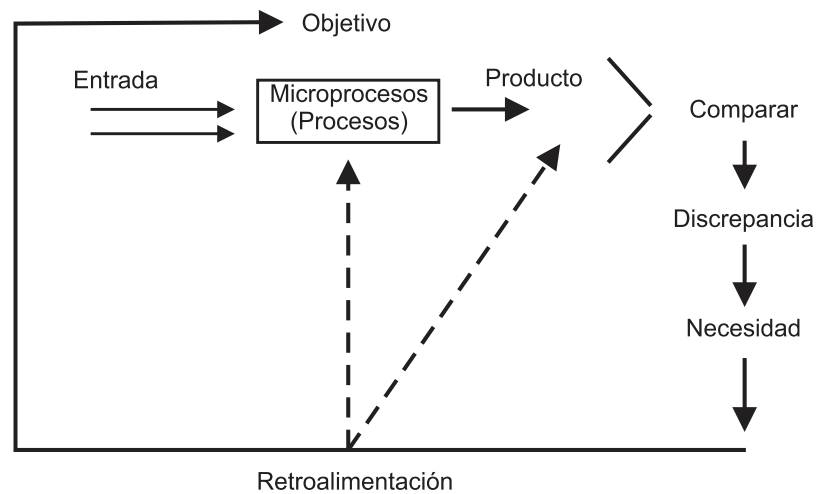


Figura 11: El pensamiento circular.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 36

2.1.4.3.7.7 PROCESOS Y PRODUCTOS DEL PENSAMIENTO: UN MODELO DE DESARROLLO INTELECTUAL.

A continuación se muestra una manera de organizar los procesos del pensamiento en una estructura lógica-secuencial de complejidad y nivel de abstracción creciente.

2.1.4.3.7.7.1 PROCESOS ELEMENTALES Y SUPERIORES DE PENSAMIENTO.

Los procesos de pensamiento pueden clasificarse en elementales y superiores. Los procesos elementales están constituidos por seis tipos de operaciones básicas (observación, comparación, relación, clasificación simple, ordenamiento y clasificación jerárquica) y tres integradoras (análisis, síntesis y evaluación). Estos procesos son los pilares fundamentales sobre los cuales se apoya las construcciones del

conocimiento y de las formas de razonamiento (figura 12). Estos procesos son universales.

Estructura secuencial de procesos de pensamiento

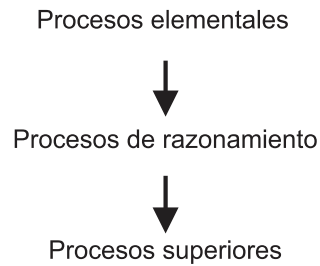


Figura 12: Estructura de proceso de pensamientos. .
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 45

En la figura 13, se muestra la secuencia de procesos elementales.

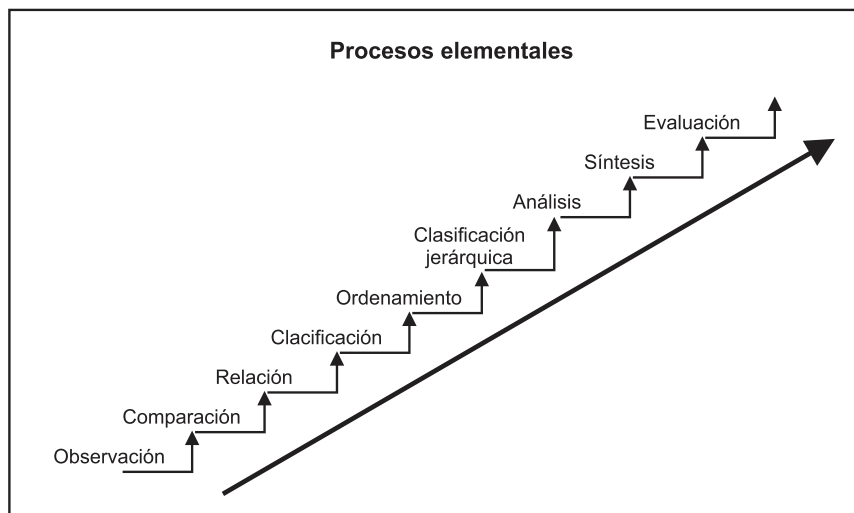


Figura 13: Estructura de proceso de pensamientos. .
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 45

Los procesos de razonamiento son estructuras procedimentales lógicas que permiten construir conocimientos, argumentar y sustentar puntos de vista, demostrar proposiciones, etc.

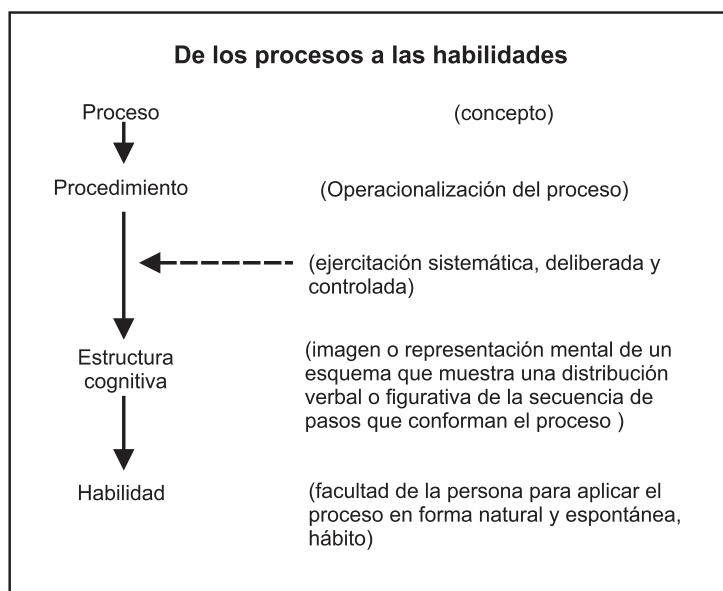


Figura 14: Desarrollo de las habilidades
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 45

En las figura 14 y figura 15, Amestoy, nos muestra la sistematización de los conocimiento y el desarrollo de las habilidades partiendo de los procesos y procedimientos se va elaborando una estructura cognitiva cuyo accionar se manifiesta en una habilidad o competencia.

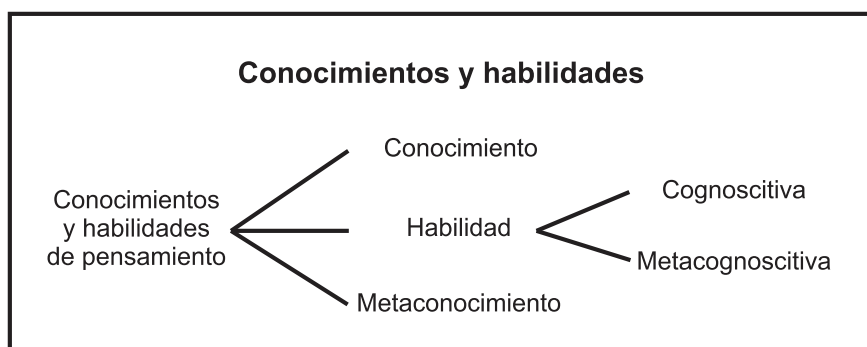


Figura 15: Tipos de conocimiento: semántico y procedimental.
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 37

2.1.4.3.7.2 PRODUCTOS DEL PENSAMIENTO.

Mediante la elaboración e integración de proceso y contenidos es posible generar diferentes tipos de productos del pensar tales como el pensamiento crítico, la toma de decisiones y la solución de problemas, la creatividad y la inventiva. A continuación se ilustra este planteamiento

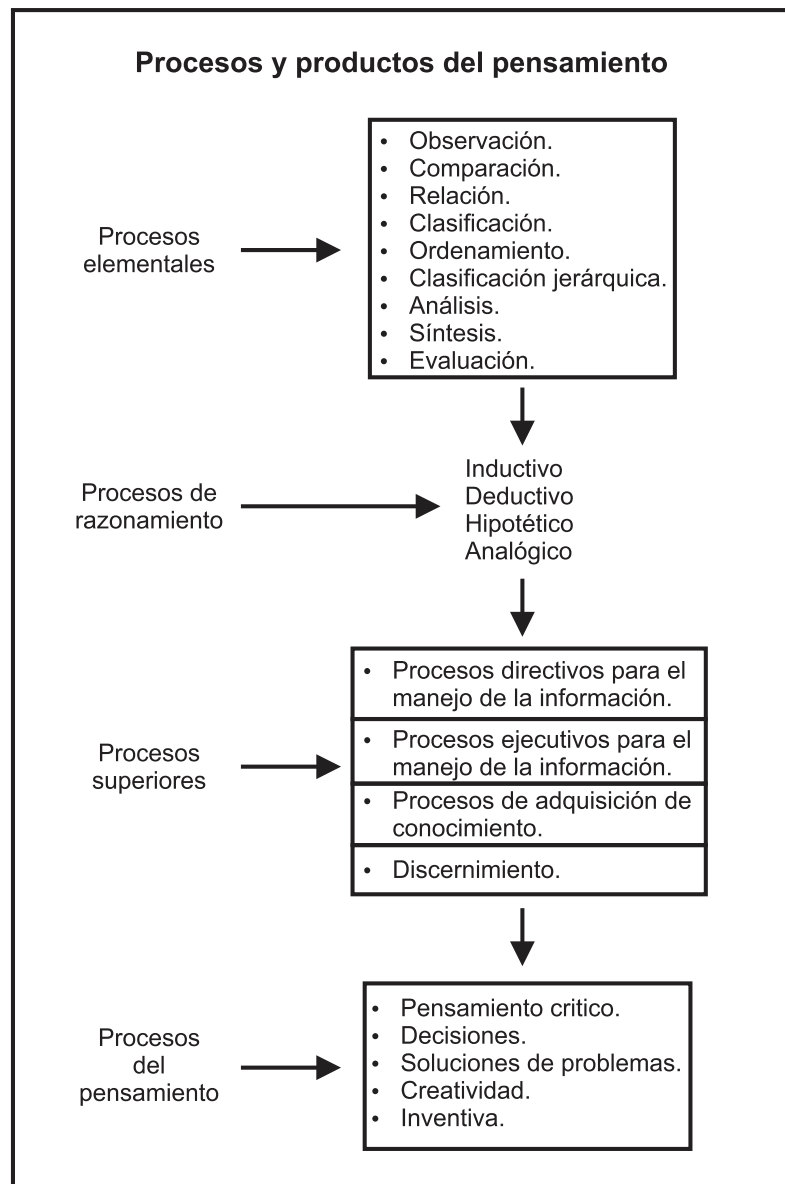


Figura 16: Procesos y productos del pensamiento
Fuente: Amestoy, 1996b, p. 45

2.1.5 MATERIALES DIDÁCTICOS

El material didáctico, es en la enseñanza, el nexo entre las palabras y la realidad; es también una exigencia que está siendo estudiado e investigado a fin de hacerlo concreto, intuitivo, flexible, versátil y hasta descartable, toda vez que debe ajustarse a las necesidades específicas del estudiante, del docente y de la interacción dentro del proceso E.A.. En ese sentido desempeña un papel esencial en la enseñanza de cualquier materia.

Los materiales didácticos, son elementos principales en la planificación de las actividades educativas, junto con la organización del espacio y tiempo. Por ello es importante saber seleccionar y clasificar los diferentes materiales que están en continuo contacto con los estudiantes para fomentar y adaptarse a las rápidas transformaciones que se dan en la persona en sus diferentes etapas del desarrollo humano.

2.1.5.1 ORIGEN DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS Y SU TENDENCIA.

Según Area (2006), la historia del material didáctico es casi tan antigua como la propia enseñanza, aunque suele citarse como referencia del primer material propiamente didáctico, la obra *Orbis Sensualium Pictus* de J.A. Comenio (1592 – 1670), pues representa la creación del primer texto o manual elaborado con la intencionalidad de facilitar la transmisión de conocimiento combinando el texto escrito, con representaciones pictóricas

así como incorporar la lengua vernacular del estudiante a las páginas impresas. (p. 54)

Sin embargo, el material didáctico no alcanza notoriedad e identidad hasta la aparición de los sistemas escolares a mediados del siglo XIX.

“La escolaridad, es decir, la educación institucionalizada dirigida a toda la población, es un fenómeno histórico relativamente reciente que surgió en Europa, en plena revolución industrial, a mediados del siglo. En épocas históricas anteriores como en la Grecia Antigua, como durante el Imperio Romano o posteriormente a lo largo de la Edad Media, la enseñanza se apoyaba en las demostraciones y explicaciones orales ofrecidas por el maestro. Era la transmisión del saber personal. El adulto enseñaba lo que conocía y había ido adquiriendo a lo largo de su experiencia vital, no lo que estaba en los libros”. (Area, 2006, p. 54)

La entrada, presencia y generalización de los textos impresos y otros materiales didácticos en la enseñanza, fue un proceso lento y gradual desarrollado a lo largo de varios siglos (aproximadamente desde el siglo XVI hasta el siglo XIX) que fue creciendo de modo paralelo a la consolidación de la obra impresa como canon del saber occidental, y a la aparición de una racionalidad didáctica que teorizaba y pretendía sistematizar la acción y procesos de enseñanza.

Fue, pues, con la institucionalización de la enseñanza en masa abordada por los estados europeos, el momento en el que surgió la necesidad de disponer de un conjunto de medios y materiales que permitirán poner en práctica dos funciones pedagógicas básicas:

“facilitar por una parte, el desarrollo de las actividades didácticas en el aula, y por otra, sistematizar y transmitir el conocimiento al alumnado. La enseñanza a gran escala necesita de recursos pedagógicos: medios y materiales”. (Area, 2006, p. 54)

Por otra parte, es necesario hacer notar que hasta hace poco, el material didáctico tenía una finalidad más ilustrativa y se lo mostraba al estudiante con el objeto de ratificarlo o mejor dicho, esclarecer lo que había sido explicado. El material era solamente mostrado, ya que su manipuleo le estaba vedado al estudiante; de una manera general era “intocable”, para quien no fuese el maestro. Así, eran comunes las visitas a laboratorios donde el material o bien estaba clavado en la paredes o puesto bajo llave en los armarios.

Actualmente, el material didáctico tiene otra finalidad a lo ya descrito líneas arriba. Más que ilustrar, tiene por objeto llevar al estudiante a trabajar, a investigar, a descubrir y a construir. Adquiere, así un aspecto funcional y dinámico, propiciando la oportunidad de enriquecer la experiencia del estudiante, aproximándolo a la realidad y ofreciéndole ocasión para actuar.

2.1.5.2 TÉRMINOS Y CONCEPTO REFERENTES A LOS MATERIALES DIDÁCTICOS

Existe una variedad de términos y conceptos sobre el campo de los materiales que se emplean con fines de formación escolar. Así se habla de medios, canales, materiales instruccionales, instrumentos auxiliares, recursos educativos, medios didácticos, material didáctico, materiales de enseñanza, materiales de instrucción, auxiliares de la enseñanza, equipos, etc. Este hecho antes que beneficiar su entendimiento, produce

una seria desorientación. A continuación se abordara algunas concepciones o definiciones.

2.1.5.2.1 DEFINICIONES DE MATERIALES DIDÁCTICOS

Antes de dar una postura personal acerca de lo que es material didáctico, se ha de revisar algunas definiciones y en ella qué términos están involucrados.

Según Ogalde (1991) "... son todos aquellos medios y recursos que facilitan el proceso de enseñanza aprendizaje, dentro de un contexto educativo global y sistematizado, y estimula la función de los sentidos para acceder más fácilmente a la información, adquisición de habilidades y destrezas, y a la formación de actitudes y valores" (p. 19)

Santos (1991, p. 29), afirma lo siguiente: "Llamamos materiales didácticos a las diferentes herramientas o utensilios que utilizan los profesores y los alumnos en el proceso de enseñanza/aprendizaje. Unos tienen un carácter globalizador, articulante y orientativo de todo el proceso (materiales curriculares, libros, textos) y otros elementos vicarios de carácter auxiliar (ordenadores, material de laboratorio, retroproyectores, diapositivas, etc.)". (Citado en Uría, 2001, p. 107)

Según Moll y Pujol (1998, p. 467), "los materiales que se ofrecen a los niños han de estar minuciosamente preparados, seleccionados y deben de favorecer una actividad física e intelectual". (Citado en Moreno, 2016, p. 123).

Quesada (2004) sostiene: "Los materiales didácticos son recursos que utiliza el docente para garantizar que sus estudiantes logren acceder a ciertos aprendizajes, y enseguida enfatiza, no son elementos que se presentan aisladamente, sino que ellos se entrelazan con actividades y metodología". (p. 156)

Morales (2012), entiende por material didáctico: "al conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza –aprendizaje. Estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, asumen como condición, despertar el interés de los estudiantes, adecuarse a las características físicas y psíquicas de los mismos, además que facilitan la actividad docente al servir de guía; asimismo, tienen la gran virtud de adecuarse a cualquier tipo de contenido" (p. 10).

Manrique, A. y Gallego, A. (2013), señalan en su artículo, el testimonio de una participante en relación a los materiales didácticos: "El niño, al tener contacto con materiales reales, llamativos, palpables y variados, lo lleva a vivenciar lo que quiere aprender, dinamizando su procesos de interiorizar

contenidos y a la vez sentir el goce y el disfrute por lo que se aprende". (p. 105) (Gloria Gómez, entrevista realizada en octubre de 2011).

Odetti (2013), hace una diferencia entre material educativo y material didáctico afirmando: "un material didáctico es aquel que ha sido específicamente diseñado para el aprendizaje, que contiene en sí mismo una concepción de aprendizaje y de aquello que los estudiantes tienen que hacer para aprender; sea esto explícito o no". (p. 5).

Las definiciones citadas anteriormente coinciden en que los materiales didácticos son medios y/o recursos que usa el docente para facilitar el proceso de E.A. Ahora, si son medios o recursos entonces por qué, el nombre de materiales didácticos, esto conlleva a indagar en el significado y sentido que tiene cada término.

2.1.5.2.2 MEDIOS, RECURSOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS

Según la Real Academia Española, medio es entendido como:

Cosa que puede servir para un determinado fin (medios de transporte, de comunicación); diligencia o acción conveniente para conseguir algo; Espacio (físico) en que se desarrolla un fenómeno determinado; Conjunto de circunstancias o condiciones exteriores a un ser vivo o que influyen en su desarrollo y en sus actividades; conjunto de circunstancias culturales, económicas y sociales en que vive una persona o un grupo humano.

De esta primera aproximación se puede entender que el medio, es un instrumento (cosa para un fin), es una estrategia (acción conveniente), es una dimensión (espacio físico e incluso mental) donde se manifiesta un fenómeno (el aprendizaje, el pensamiento, los invariantes operatorios, etc.), es una situación (de aprendizaje, de exploración, de formulación, etc.), es una tarea (en el sentido de Vergnaud), es una actividad (orientada a un logro) e incluso puede ser un sistema de creencia.

Mientras que el término recurso se asocia con:

Acción y efector de recurrir; medio de cualquier clase que, en caso de necesidad, sirve para conseguir lo que se pretende; bienes, medios de subsistencia; conjunto de elementos disponibles para resolver una necesidad.

El término “recurso” está más orientado al sentido técnico, estratégico, metódico. Sin duda alguna se puede notar que en dicha definición un medio puede ser un recurso.

Un tratamiento algo más detallado de estos términos (medios y recursos) respecto a materiales didáctico lo encontramos en Uría (2001). Inicia su análisis tomando en cuenta la definición que hacen Medina (1996) y Sevillano (1990) del término medio:

“los medios no deben ser un ámbito añadido en el currículo, sino un elemento configurador del mismo” (citado por Uría, 2001, p. 105).

Llama la atención el sentido que le da la expresión elemento configurador, a esta definición, atribuyéndole una relación dinámica parte-todo. Es decir, el medio debe ser un agente catalizador (de aprendizaje, de enseñanza, de estrategias, de situaciones, de contenidos, de métodos, etc.) permitiendo de esta forma que todos los elementos del proceso se integren.

Otra definición más completa de medio que considera dicha autora, es la planteada por Sevillano (1990):

“Los medios denotan recursos y materiales que sirven para instrumentar el desarrollo curricular y con los que se realizan procesos interactivos entre el profesor, los alumnos y los contenidos en la práctica de la enseñanza” (Citado por Uría, 2001, p. 105).

En esta definición, toma relevación la expresión procesos interactivos (interacción entre los componentes del proceso E.A.). Es justamente en

esta descripción donde aparece la necesidad del uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático, a través del enfoque 4T3C. Dicho enfoque trata de configurar, mediante elementos, algunos componentes del proceso de E.A. Tales elementos (situaciones, historicidad, mediación, campo conceptual, entre otros) parten de la concepción que tiene el docente al desarrollar su práctica profesional. En ese sentido, el objeto de estudio se centra en la formación profesional del profesorado.

Con respecto al término recurso didáctico, Flor (1992), afirma:

“... entendemos por recurso didáctico todos los medios que tienen relación con una situación de enseñanza-aprendizaje. Así la organización del espacio y del tiempo, las relaciones de poder que se establecen en el aula, los materiales que se ponen al alcance de los alumnos y el uso que se permite potencia, son algunos recursos a los que nos referimos”. (Citado por Uría, 2001, p.105)

Partiendo de estas definiciones, Uría (2001) afirma: El medio puede ser entendido en ocasiones más ampliamente que el recurso cuando éste se identifica como un mero apoyo auxiliar; mientras que el concepto de recurso es más amplio que el de material, ya que no todos los recursos son materiales. Siguiendo esta lógica se tiene:

Medios -----> recursos -----> materiales

Aunque indistintamente un medio puede funcionar como recurso, o un recurso como material y viceversa, se considera que los tres términos (medio, recurso y material) conformarían mejor la categoría de “mediadores”.

En este trabajo de investigación, se considera que los materiales didácticos son:

El conjunto de materiales, recursos y medios que se deben elaborar y utilizar bajo una concepción de aprendizaje (teoría, enfoque, perspectiva) con la finalidad de configurar elementos y componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje; para favorecer por una parte, el aprendizaje o construcción del conocimiento de los alumnos, y por otra, la práctica profesional del docente. Es en esa configuración donde dicho conjunto se manifiesta como mediadores.

Esta postura se complementa con Heredia (1995) cuando afirma: La presentación didáctica del contenido de una disciplina constituye un problema medular de los sistemas de abiertos (contenidos, métodos, procesos, etc.). Los principios que conforman la base de las teorías del aprendizaje influyen en forma importante en la elaboración de los materiales didácticos y extiende su influencia a otro medio o recursos que se utilizan actualmente en la enseñanza, mejorando indudablemente sus posibilidades. (p. 23)

Desde esta precisión que hace Heredia, el enfoque 4T3C que se propone, toma relevancia ya que lo implementa en la práctica (o formación) al docente. La TCC, da elementos como el campo conceptual, que se relaciona con la forma como se van construyendo redes de conocimiento y que es un proceso de largo tiempo; por su parte la TSD, juega un papel importante en el desempeño del docente frente a las situaciones que se generan producto de las interacciones: medio-estudiante, estudiante-estudiante, estudiante-docente, entre otras; así mismo la TMEC, permite mediar a través del docente, las interacciones personales del estudiante

atendiendo o regulando episodios ajenos a elementos o componentes del proceso. Por otra parte, la TDHP, tiene que ver con elementos indispensables para lograr el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático propiamente dicho. Esta teoría nos da los pilares (procesos básicos de pensamiento) para configurar los distintos tipos de pensamientos matemáticos.

Es más, Heredia (1995) plantea un modelo didáctico para la elaboración de materiales didácticos (textos) por etapas:

“1) Plan del texto, 2) inventario de contenido, 3) articulación y estructuración del contenido, 4) exposición clara y detallada de los objetivos, 5) análisis del contenido por enseñar, 6) elaboraciones los instrumentos de evaluación, 7) conversión del contenido formal en contenido didáctico, 8) corrección de estilo, 9) revisión técnica, 10) producción y 11) validación del material”. (Heredia, 1995, p. 24).

Dicha propuesta, puede ser adaptada para nuestro propósito: Diseñar y aplicar materiales didácticos basados en el enfoque 4T3C

2.1.5.3 FINES DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS.

Los fines de los materiales didácticos son los siguientes:

- 1° Aproximar al estudiante a la realidad de lo que se quiere enseñar, ofreciéndole una noción más exacta de los hechos o fenómenos estudiados.
- 2° Motivar la clase.
- 3° Facilitar la percepción y la comprensión de los hechos y de los componentes.
- 4° Concretar e ilustrar lo que se está exponiendo verbalmente.

5° Economizar esfuerzos para conducir a los estudiantes a la comprensión de hechos y conceptos.

6° Contribuir a la fijación del aprendizaje a través de la impresión más viva y sugestiva que puede provocar el material.

7° Dar oportunidad para que se manifiesten las aptitudes y el desarrollo de habilidades específicas, como el manejo de aparatos o la construcción de los mismos por parte de los estudiantes. Es evidente que los fines de los materiales didácticos se encuentran relacionados íntimamente con la formación (y construcción) del individuo, sea esta integral o especializada.

2.1.5.4 FUNCIONES DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS.

La función que desempeñan los materiales didácticos en la formación escolar es diversa entre ellas destacamos como más habituales las siguientes:

- a. Proporcionar información. Prácticamente todos los materiales didácticos proporcionan explícitamente información: libros, vídeos, programas informáticos. Se debe tener en cuenta que la información que contienen los materiales educativos, debe ser actualizada y confiable.
- b. Guiar los aprendizajes de los estudiantes, instruir. Ayudan a organizar la información, a relacionar conocimientos, a crear nuevos conocimientos y aplicarlos. Es lo que hace un libro; por su carácter de

ordenado, sistematizado, es secuencial y por lo tanto tienen una dirección definida para el logro de los aprendizajes previstos.

c. Ejercitar habilidades o entrenar. Por ejemplo, si se observa el aprendizaje de un programa informático que exige una determinada respuesta psicomotriz a sus usuarios. Y que de acuerdo a ella permite el logro de aprendizajes, facilitará el dominio de la habilidad requerida para tal fin.

d. Motivar, el buen uso del material didáctico despierta y mantiene el interés. A parte de su utilidad, concreción de las ideas, un buen material didáctico siempre debe resultar motivador para los estudiantes.

e. Evaluar los conocimientos y las habilidades que se logran, como lo hacen las preguntas de los libros de texto o los programas informáticos. La corrección de los errores de los estudiantes a veces se realiza de manera explícita (como en el caso de los materiales multimedia que tutorizan las actuaciones de los usuarios) y en otros casos resulta implícita ya que es el propio estudiante quien se da cuenta de sus errores (como pasa por ejemplo cuando interactúa con una simulación)

f. Proporcionar simulaciones que ofrecen entornos para la observación, exploración y la experimentación. Por ejemplo un simulador de vuelo informático, que ayuda a entender cómo se pilota

un avión. Los equipos de un salón de microenseñanza permitirán al estudiante observar su desempeño durante su actuación en clase

g. Proporcionar entornos para la expresión y creación. Es el caso de los procesadores de textos o los editores gráficos informáticos. Aquí también se puede considerar a los equipos necesarios para la producción de material alternativo por parte del docente para superar situaciones críticas en la actividad educativa.

La principal y esencial función de los materiales didácticos es de apoyo para la ejecución curricular y el aprendizaje, siendo un auxiliar importante de los docentes y elementos de trabajo insustituibles de los estudiantes. No obstante hay que tener en cuenta que los medios no solamente transmiten información, también hacen de mediadores entre la realidad y los estudiantes, y mediante sus sistemas simbólicos desarrollan habilidades cognitivas en sus estudiantes.

2.1.5.5 IMPORTANCIA DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS.

El uso de materiales didácticos pertinentes y en forma adecuada facilita la realización de muchas tareas y el desarrollo de ciertas habilidades durante el proceso de enseñanza aprendizaje...

"aunque "... éstas ventajas no sólo parecen estar dependiendo de los propios códigos en sí, sino de otros elementos tales como: el contenido que se pretende comunicar, las características de los propios sujetos que trabajarían con los materiales, el tipo de tarea que se habría de realizar con ellos, e incluso la experiencia previa de los sujetos en relación con estas formas peculiares de representación."

Cuando se analiza la actividad de enseñanza-aprendizaje, se puede observar que existen aprendizajes que no se pueden lograr en forma directa como se quisiera. No se puede estar en Marte, o en la Luna, ni se puede producir la explosión de una bomba atómica para describir el proceso de fusión o fisión del átomo. Es aquí cuando los materiales didácticos son indispensables y a través de la simulación, la representación gráfica, la esquematización en láminas, se puede lograr explicar los contenidos relacionados a estos campos.

Podemos adicionar que los materiales didácticos:

- a) Enriquecen la experiencia sensorial, base del aprendizaje, en términos constructivistas, b) facilitan la adquisición y la fijación del aprendizaje, c) Motivan el aprendizaje, d) Estimulan la imaginación y la capacidad de abstracción del estudiante, e) economizan tiempo, tanto en las explicaciones como en su selección y elaboración, f) estimulan las actividades de los estudiantes y g) enriquecen el vocabulario.

Estas ventajas, hacen ver que el trabajo con materiales didácticos facilita la formación integral del estudiante, ya que garantizan la eficiencia y la eficacia del acto educativo.

2.1.5.6 FUNCIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO EN EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.

El estudiante construye sus aprendizajes en base a sus experiencias previas bajo la orientación del profesor. Esta afirmación le corresponde a un modelo educativo.

“Nos referimos al modelo constructivista del proceso de enseñanza/aprendizaje, que surge a partir de las aportaciones de diferentes enfoques teóricos ensamblados unos con otros”.

Este modelo de enseñanza-aprendizaje exige que las clases sean dialogadas; que el docente actúe de estimulador de la participación (planteando actividades variadas y formulando preguntas al estudiantado) y que el estudiante adopte un papel activo; una clase, donde se fomente el aprendizaje comprensivo, la aplicación de conocimientos y la toma de decisiones; y donde la comunicación sea bidireccional.

Desde el constructivismo, se considera que el conocimiento no es el resultado de una copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico e interactivo, por el que la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente, que va construyendo progresivamente modelos explicativos cada vez más complejos y potentes.

El modelo constructivista se centra básicamente en la interpretación, comprensión y reflexión crítica sobre los contenidos de las disciplinas académicas. Desde esta posición, no se está ante la transmisión de contenidos, sino que se va más allá, demandando una reflexión de los mismos por parte de los estudiantes.

2.1.5.7 CLASIFICACIÓN DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS

Los materiales didácticos pueden clasificarse de diferente manera. Atendiendo a su aparición en el contexto, Wilbur Schramm (1907 - 1987) hace una cronología de la aplicación de los recursos materiales en la enseñanza, ordenándolos por generaciones e indicando recursos de primera, segunda, tercera y cuarta generación, como sigue:

1. Recursos de enseñanza de primera generación, como láminas, mapas, gráficos, materiales escritos, exposiciones, modelos, pizarrón, dramatización, etc., de aplicación muy antigua.
2. Recursos de enseñanza de segunda generación, como manuales impresos, cuadernos de ejercitación, test, etc., de aplicación posterior a 1950.
3. Recursos de enseñanza de tercera generación, como grabaciones, fotografías, diapositivas, filmes fijos, episcopia, para los siglos XIX y XX; radio, a partir de 1920; televisión, a partir de 1950 y filmes mudos y sonoros, para el siglo XX.
4. Recursos de enseñanza de cuarta generación, como laboratorios de idiomas, después de 1950; instrucción programada y enseñanza por computadoras, de empleo muy reciente.

En Rosell y Gonzales (2012) encontramos otra clasificación de acuerdo a distintos criterios que incluye la anterior:

- ❖ Según la etapa generacional o del momento en que aparezcan en el contexto docente (de primera generación, segunda generación, etc.).
- ❖ Según la amplitud de su uso (generales y específicos).
- ❖ Según el grado de objetividad (concretos y abstractos).
- ❖ Según la vía de percepción empleada (visuales, auditivas y táctiles).

- ❖ Según sus características materiales: objetos originales y sus reproducciones, de proyección, impresos, cibernéticos y sonoros.
- ❖ Según sus funciones didácticas (de transmisión de la información, de entrenamiento o ejercitación, de experimentación escolar, de programación de la enseñanza y de control de aprendizaje).

Esta clasificación tiene la ventaja de ser amplia y operativa; y se puede simplificar, si se conciben dos grandes grupos de funciones generales (de transmisión de la información y de entretenimiento), pues prácticamente todos los medios de enseñanza se incluyen en ambos grupos y solo difieren por las funciones didácticas que desempeñan, aunque algunos de ellos tienen además funciones específicas (de experimentación, de programación y de control).

2.1.5.7.1 MEDIOS DE TRANSMISIÓN DE LA INFORMACIÓN.

Los medios de transmisión de la información tienen la función básica de transmitir a los estudiantes la información relacionada con los contenidos de enseñanza. Estos medios son numerosos, pues prácticamente todos los medios se pueden incluir en esta clasificación. Algunos poseen características comunes y a su vez, cada uno de ellos posee cualidades propias que le confieren propiedades expresivas diferentes.

Estas características permiten escoger el medio de enseñanza apropiado, de acuerdo con su disponibilidad, el objetivo de enseñanza propuesto, el método y la forma de enseñanza empleados, el grado de objetividad que

se requiere y la vía de percepción más adecuada. Por estas razones es necesario conocer las características y posibilidad de uso de cada uno de estos medio, para lograr el máximo de eficiencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

De acuerdo con la vía de percepción y el soporte utilizado, estos medios se subdividen en los grupos siguientes: visuales sin recurso técnicos (directos), visuales con recurso técnico (de proyección) y auditivos (sonoros)

Medios visuales sin recursos técnicos (directos):

- Elementos tridimensionales: objetos originales (naturales y manufacturados) y sus reproducciones (modelos, maquetas, remedos, dioramas).
- Tableros didácticos (pizarrón, magnetógrafo, franelógrafo y mural).
- Elementos gráficos (fotografías, láminas, carteles y mapas).
- Materiales impresos (literatura docente básica, complementaria, auxiliar y de consulta).

Medios visuales con recurso técnico (directos):

- Fijas (opacas y transparentes).
- Móviles (cine y televisión).
- Computarizados (series de imágenes, de programación y de control).

Medios auditivos (sonoros):

- Naturales (de objetos elásticos en vibración, de animales y del hombre, como la voz).
- Técnicos (de transmisión-amplificación y de registro-reproducción).

2.1.5.7.2 MEDIOS DE ENTRENAMIENTO O EJERCITACIÓN.

Los medios de entrenamiento o ejercitación llamados generalmente entrenadores, son los que se utilizan en el proceso de aprendizaje, mediante la participación activa e independiente de los estudiantes, con la finalidad de prepararse en la ejecución de una actividad (física o intelectual), lo cual se logra por la repetición de una serie de acciones, de forma ordenada, que permite fijar el modo de actuar, que luego, se trasfiere a situaciones de la vida real.

Los entrenadores también son conocidos como simuladores porque en general están basados en las representaciones o reproducciones de situaciones u objetos reales, es decir, que imitan la realidad y son utilizados cuando esta resulta costosa, peligrosa o compleja. Estos medios son variados, de manera que en cualquier medio de enseñanza puede ser concebido en un momento dado, como un medio de entrenamiento, desde los más abstractos como el lenguaje oral o escrito, hasta la propia vida real bajo situaciones controladas.

Algunos medios se destacan en la función de entrenar, como las representaciones realizadas por actores, las reproducciones visuales (modelos dinámicos) y sonoras (en el estudio del idioma, la música y

ciertos ruidos). También existen entrenadores más complejos que son muy costosos, pero resultan de gran utilidad en algunas actividades peligrosas, por ejemplo, los equipos técnicos automatizados y computarizados (campos deportivos y polígonos militares).

2.1.5.7.3 MEDIOS DE EXPERIMENTACIÓN.

Los medios de experimentación escolar son los que se utilizan como soporte del método científico investigativo, dirigido a demostrar un hecho o fenómeno. Estos medios son aplicados por los estudiantes en el proceso de aprendizaje, mediante el cual adquieren conocimientos y habilidades necesarias de determinados temas de estudios, a través de la actividad práctica, en la que se emplean instrumentos y equipos específicos que se encuentran en talleres y laboratorios especializados, como la Física, Química y Biología.

2.1.5.7.4 MEDIOS DE PROGRAMACIÓN DE LA ENSEÑANZA.

Los medios de programación de la enseñanza están basados en los principios de la enseñanza programada, fundamentados en el condicionamiento estímulo-reacción (conductismo) y el reforzamiento, adaptados a las necesidades y propósitos pedagógicos de la sociedad de donde se aplican. Estos medios se caracterizan porque la información que se transmite a los estudiantes se presenta dosificada (por cuadros) y se establece una retroinformación en cada paso (preguntas de control), lo que permite dirigir la actividad de los estudiantes, que tienen una

participación activa, consciente e independiente, de autoestudio, en condiciones de masividad.

En general existen tres tipos de programación, lineal, ramificada y mixta. En la “programación” lineal los alumnos recorren todo el material de estudio de forma ordenada, independientemente de las calificaciones obtenidas en las preguntas de control. En la “programación ramificada” se brinda mayor información y el alumno no está obligado a recorrer todo el material, sino solamente aquella parte que necesita de acuerdo a sus conocimientos y habilidades. En la “programación mixta” se combinan los dos tipos anteriores. Estos medios pueden presentarse mediante materiales impresos o por medios técnicos llamados máquinas de enseñar (mecánicas, eléctricas, electrónicas y computarizadas).

2.1.5.8 MEDIOS DE CONTROL DE APRENDIZAJE.

Los medios de control del aprendizaje están íntimamente relacionados con los medios de programación de la enseñanza, por lo cual, algunos autores los tratan en conjunto. Específicamente los medios de control del aprendizaje se emplean para determinar en qué medida se han asimilado los conocimientos por parte de los alumnos y por tanto, sirven como mecanismo de retroinformación del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos medios pueden ser de uso individual o colectivo y son útiles para realizar controle sistemáticos normalizados, basados en programas de control único para todos los estudiantes. Tiene la ventaja de facilitar una

retroinformación rápida, con ahorro de tiempo y esfuerzo del maestro, pero tienen el inconveniente de que la medición es solamente de tipo cuantitativo y no reconocen las individualidades de cada estudiante. Por su naturaleza son similares a los medios de programación, pues pueden ser materiales impresos o medios técnicos de control, y el tipo de preguntas más utilizado por ser el más operativo y fácil de resolver técnicamente es el de los test objetivos (de respuesta cerrada) como los de selección múltiple, enlace, y verdadero-falso.

2.1.5.9 CRITERIOS DE APLICACIÓN DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS.

Los criterios que se debe tomar para la aplicación de materiales didácticos son:

- a) Criterio de los objetivos: Este criterio responde a ¿En qué medida el material nos puede ayudar a alcanzar el objetivo?
- b) Criterio de los contenidos: Este criterio responde a ¿qué contenidos vamos a tratar?, los contenidos deben estar en sintonía con los contenidos de la asignatura que estamos trabajando con nuestros estudiantes. Hay que tomar en cuenta que los contenidos a tratar pueden ser conceptual, procedimentales y actitudinales.
- c) Criterio de las características de los estudiantes que los utilizarán: Este criterio responde a la pregunta ¿a quién va dirigido?, aquí debemos tomar en cuenta: capacidades, estilos cognitivos,

intereses, conocimientos previos, experiencias y habilidades requeridas para el uso de estos materiales

- d) Criterio de las características del contexto: debemos tomar en cuenta ¿dónde desarrollaremos nuestra práctica docente? o ¿en qué contexto?, este puede ser físico (aula, laboratorio, patio) o curricular DCN, experiencia Bachillerato.
- e) Criterios de las estrategias didácticas: ¿Qué estrategias didácticas podemos diseñar considerando la utilización del material? Estas estrategias contemplan: la secuencia de los contenidos, el conjunto de actividades que se pueden proponer a los estudiantes, la metodología asociada a cada una, etc.

2.1.5.10 MEDIOS DE ENSEÑANZA.

Los medios de enseñanza se pueden definir en un sentido estrecho como fuentes del conocimiento y en un sentido amplio como los recursos ó elementos que sirven de soporte al proceso de enseñanza-aprendizaje. Desde el punto de vista filosófico tienen un significado de mayor amplitud, como todo lo que contribuye a desarrollar este proceso, desde la organización y el mobiliario escolar hasta los modos de actuación del docente y los estudiantes. De acuerdo con la teoría de la comunicación, los medios de enseñanza representan el canal o vía de transmisión de la información.

Por todo lo antes expuesto, se conciben los medios de enseñanza como los componentes del proceso de enseñanza –aprendizaje que actúan como vía de comunicación y sirven de soporte a los métodos de enseñanza para posibilitar el logro de los objetivos planteados (con que enseñar)

2.2 BASES TEORICO CONCEPTUAL.

2.2.1 CONOCIMIENTO – APRENDIZAJE - PENSAMIENTO: HABILIDADES

Siguiendo con la construcción del enfoque 4T3C, enfoque basado en cuatro teorías y tres conceptos; toca ahora analizar las otras tres componentes: el conocimiento, el aprendizaje y el pensamiento.

Estos tres componentes se encuentran relacionados: un pensamiento puede originar conocimiento sea este pertinente o no; si es pertinente (entiéndase por conocimiento pertinente aquel que logra el fin, por ejemplo resolver un problema) lo aprende y sino también, porque sabrá que tal mecanismo de resolución no funcionó (en ambos casos aprende). Por otra parte, un aprendizaje se relaciona con la aplicación de un conocimiento en cierto dominio; si se aplica dicho aprendizaje y coincide con el dominio del cual surgió el aprendizaje pensará que aprendió; sino pensará que hacer (buscará resolver). (Autoría del investigador)

En este sentido, los tres componentes se configuran, razón por la cual es indispensable que todo docente los conciba en su práctica profesional.

2.2.1.1 EL CONOCIMIENTO

El conocimiento como objeto de estudio ha ido evolucionando en el tiempo, fueron los filósofos los primeros en dar una primera aproximación de tal concepto; luego, los psicólogos en general y los cognitivos en

particular; ahora, este objeto de estudio está siendo tratado por la Didáctica.

La importancia de esta componente “el conocimiento” en el enfoque 4T3C está en comprender ¿qué es conocer? y ¿qué es conocimiento?; empezaremos realizando un breve resumen filosófico, para luego revisar algunos aspectos cognitivos.

Desde el punto de vista filosófico, el “conocimiento es la relación que existe entre el sujeto y el objeto”; y estudiar dicha relación supone responder preguntas como: (1) ¿es posible el conocimiento?; (2) ¿puede el sujeto conocer el objeto tal cual?; (3) ¿cuál es el origen del conocimiento?; (4) ¿qué facultades intervienen?; (5) ¿siguiendo que métodos se obtiene conocimiento?; (6) ¿quién determina a quién, el objeto al sujeto o el sujeto al objeto?.

El Dogmatismo y el Escepticismo solucionan las preguntas (1) y (2) que se relaciona con el “problema de la posibilidad del conocimiento”. Los dogmáticos sostienen que es posible el conocimiento pues que la capacidad intelectual es suficiente para conocer la realidad tal como es; además, desconocen que el conocimiento sea una relación entre sujeto y objeto; mientras los escépticos sostiene que hay que dudar de todos nuestros conocimientos y afirman: “el sujeto no atrapa al objeto tal cual es, o al menos que no sabe si es así”.

El racionalismo, el empirismo, el criticismo y el intelectualismo resuelven el “problema del origen del conocimiento” formulado por las preguntas (3),

(4) y (5). El racionalismo sostiene que, el “conocimiento tiene su origen en la razón y sólo es válido cuando provienen de ella”; pues parten del presupuesto común de la existencia de ideas innatas en la mente humana. El método que aplican es el “método deductivo”: partiendo de las ideas innatas, y mediante razonamiento, derivan todo cuanto se puede saber acerca de la realidad.

Los empiristas en oposición a los racionalistas, sostienen que no puede haber “verdades a priori”; y afirman: el conocimiento tiene su origen en la experiencia sensible, sólo es válido cuando proviene de los sentidos. Como método utilizan el “método inductivo”: partimos de la observación a través de la experiencia de la repetición de un fenómeno en la naturaleza (regularidad) para a partir de esos casos generalizar y proponer una ley de carácter universal que los recoge y los resume.

Por otra parte, el criticismo considera que “todo conocimiento para ser válido tiene que partir de la experiencia pero es algo más que los meros datos de los sentidos”. Y ¿qué es ese algo más? : El sujeto al conocer opera sobre aquello que conoce, es decir, sobre la materia prima que le proporcionan los sentidos impone una forma y los ordena y unifica. Esa forma es propia del sujeto y de la estructura del conocer humano.

Por último tenemos el intelectualismo, que sostiene al igual que el apriorismo y el empirismo que el conocimiento empieza por los datos de los sentidos: “nada hay en el entendimiento que no haya pasado por los sentidos”. Además, a diferencia del empirismo “esos datos sensibles son

elaborados y convertidos en ideas universales, juicios y raciocinios por la actividad de la inteligencia, facultad espiritual que posee el sujeto“

El problema de la esencia del conocimiento responde a la naturaleza del conocimiento, es decir el conocimiento está allá afuera en el objeto o está dentro del sujeto. Existen dos posturas opuestas respecto del tema; el realismo que sostiene que “hay una realidad externa al yo que es la que se aprehende en el acto del conocimiento”; por tanto, afirma que es el objeto quien determina al sujeto. Y el idealismo que sostiene que el sujeto elabora el objeto y lo proyecta como externo: es el sujeto quien determina el objeto.

Años más tarde, Jean Piaget (1896 - 1980), biólogo y epistemólogo suizo fue un pionero en resolver esta problemática filosófica: “el problema del conocimiento” sustentada en las preguntas: ¿qué es el conocimiento?, ¿qué conocemos? y ¿cómo conseguimos conocer lo que conocemos?; afirmando que “cualquier “teoría del conocimiento” debe dar una respuesta satisfactoria al problema de la relación que existe entre el conocimiento lógico-matemático y el conocimiento empírico y la Epistemología Genética de Piaget está orientada a proporcionarla”. (Gunset, 2012, p. 2).

Según Gunset (2012), Piaget engloba las preguntas: ¿qué es el conocimiento?; ¿qué conocemos?; ¿cómo conocemos? y ¿qué pertenece al sujeto y qué al objeto en el acto del conocimiento?; en otra pregunta

que se puede abordar mediante métodos distintos a la pura reflexión o análisis reflexivo de la filosofía.

La pregunta es: “¿Cómo se pasa de un estado de menor conocimiento a otro de mayor conocimiento?; o más concretamente: ¿Cómo se pasa de un estado de conocimiento de menor validez a un estado de conocimiento de mayor validez?” (Gunset, 2012, p. 2)

Como se ve al igual que en matemáticas la resolución de un problema muchas veces está en el “método” que se utilice. Con Piaget, se establece el “problema de la validez del conocimiento” respecto a otros saberes (ciencias sociales) pues toma como referencia al conocimiento científico.

Sin embargo sea un conocimiento científico o no, como tal se necesita conocerlo en todas sus dimensiones si queremos encuadrarlo en el enfoque 4T3C. En ese sentido analizaremos ¿qué es el conocimiento?, ¿qué es conocer?, algunas clasificaciones, tipologías y niveles del conocimiento.

¿Qué es conocer? Conocer es, la actividad mediante la cual el ser humano se apropia del mundo que le rodea. Esta apropiación es una captación intelectual del entorno o del propio organismo. O como lo plantea Martínez y Ríos:

“el conocer es un proceso a través de cual un individuo se hace consciente de su realidad y en éste se presenta un conjunto de representaciones sobre las cuales no existe duda de su veracidad”. Y sigue afirmando, el conocimiento puede ser entendido de diversas formas: “como una contemplación porque conocer es ver; como una asimilación porque es nutrirse y como una creación porque conocer es engendrar”. (Martínez y Ríos, 2006, p. 112)

En el proceso de conocer, necesariamente debe existir una relación donde coexisten cuatro elementos: el sujeto que conoce, el objeto de conocimiento, la operación misma de conocer y el resultado obtenido que no es más que la información recabada acerca del objeto (Martínez, et al, 2006, p. 112). Nótese en esta definición que el término operación aduce a los procesos y procedimiento; es decir a los procesos de pensamiento.

Mayor, Suengas y Gonzales (1993) clasifican el conocimiento en: a) conocimiento disciplinar o científico; b) conocimiento representacional y c) conocimiento construido. (p. 13). También organizan el conocimiento distinguiendo entre dos tipos básicos:

“declarativo y procedimental, análogo o proposicional, serial o paralelo, específico y abstracto, distribuido y localizado, basado en esquemas y en modelos mentales, explícito e implícito (o tácito), etc. Por ejemplo, Anderson (1990a) establece la distinción entre conocimiento basado en la percepción y conocimiento basado en el significado” (Mayor, et al, 1993, p. 14).

Estos autores centran su estudio en el conocimiento representacional donde mencionan los cinco principales sistemas de representar conocimiento en la memoria basado en las propuestas de Palmer y Kimchi (1986), Rumelhart y Norman (1988) y Mayor y Moñivas (1992), estos son:

“(1) El “sistema proposicional”, cuya unidad básica es la proposición; una proposición es un enunciado construido de tal forma que se puede evaluar como verdadero o como falso; tal proposición es una unidad de conocimiento analítico y abstracto, definida por reglas explícitas, con posibilidades de estructurarse jerárquicamente y siendo funcionalmente isomórfica de la realidad que representan (Palmer, 1978). (2) El “sistema analógico”, cuya unidad básica es la imagen mental (Kosslyn, 1980; Shepard y Cooper, 1982; Finke, 1989), ha sido caracterizado por contener básicamente información continua, semejante a la que proporciona la percepción real (aunque en el caso de la imagen no existen estimulación sensorial directa); para definir su alcance y funcionamiento, a la imagen mental se pueden aplicar los principios de la codificación implícita, de la

equivalencia perceptual, de la equivalencia espacial, de la equivalencia transformacional y de la equivalencia estructural. (3) El “sistema procedimental” codifica el cómo y no el qué de la información, por lo que consiste en el conocimiento de un conjunto de procesos o procedimientos para llevar a cabo alguna acción; no suele ser conocimiento accesible a la consciencia y, a diferencia del conocimiento declarativo, es adquirido y modificado con importante inversión de tiempo, ya que exige mucha práctica (Rumelhart y Norman, 1988). (4) El “sistema distribuido” y paralelo se basa en las conexiones neuronales y, como su nombre indica, implica un procesamiento masivo en paralelo, no localizado, sino distribuido por todo el sistema. Frente a los sistemas de representación localizada, para los que cada unidad corresponde a un concepto, los sistemas distribuidos consideran que las unidades representan entidades de tipo subsimbólico que pueden denominarse microrasgos por su parecido con los rasgos, siendo el significado el resultado de la interconexión de estas unidades en la totalidad del sistema (Rumelhart, 1989). (5) Los “modelos mentales” constituyen, para algunos autores, una modalidad de representación analógica: sin embargo, se tiende a concebir como un sistema de representación específico y diferenciado de los anteriormente citados. Con ellos se trata de representar un dominio particular de la realidad de alta complejidad y poca transparencia estructural, suelen ser útiles para organizar el conocimiento implícito, tienden a ser persistentes y estables, y su estructura corresponde a la estructura de la situación que representa (Johnson-Laird, 1983)”. (Mayor, et al, 1993, pp. 15 - 16)

Por otra parte, Martínez y Ríos (2006) nos muestran otra versión del conocimiento, a la que comúnmente se le llama “cosmovisión”, o concepto del ser, asumiéndola como el principio y presupuesto de todas las cosas, y afirma:

“la esencia de esta concepción antepone al saber, se fundamenta en que antes de identificar el objeto de conocimiento dentro de una categoría, lo percibimos como alguna cosa, un ser y este ser se antepone a las cosas que la lógica del lenguaje llama especie, género o categorías. Es comunicable universalmente, es omnipresente, es por ello que no es posible concebir el pensamiento sin él, ya que él inunda todas las cosas” (Martínez, et al, 2006, p. 113).

Estos autores, consideran además que de los diferentes tipos o clasificaciones del conocimiento existen tres niveles diferentes del conocimiento: sensible, conceptual y holístico. (Ver figura 17)

El primer nivel lo representa el Nivel Sensible que se sustenta de los sentidos, por ejemplo, al captar por medio de la vista las imágenes de las

cosas con color, figura y dimensiones, las cuales se almacenan en nuestra mente y forman nuestros recuerdos y experiencias, estructurando de esta forma nuestra realidad interna, privada o personal.

El segundo nivel corresponde al Nivel Conceptual, que se basa en concepciones invisibles, inmateriales y a la vez universales y esenciales.

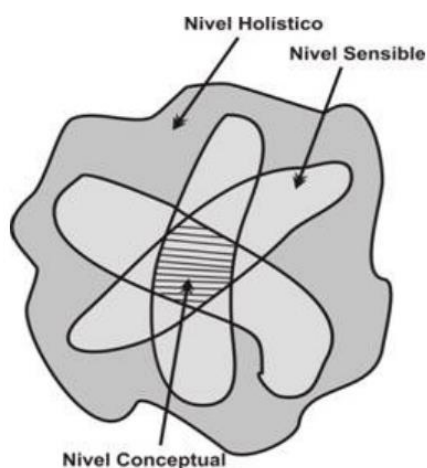


Figura 17: Representación gráfica de los niveles del conocimiento.
Fuente: (Martínez y Ríos, 2006, p. 113)

Y el tercer nivel representado por el Nivel Holístico, en este nivel no encontramos colores, dimensiones, ni estructuras universales. Conocer a este nivel implica desplegar el carácter sido-siendo de las cosas, las cosas están en cada situación, indisoluble ligadas al fondo o abierto en el que se manifiesta.

Y acotan, la principal diferencia existente entre esos dos primeros niveles radica en la singularidad y universalidad que caracterizan respectivamente a estos conceptos.

Después del análisis de esta componente podemos concluir que el conocimiento más que un concepto es un proceso, una actividad y por qué no decirlo una forma de vivir (vivimos conociendo y conociendo vivimos) que involucra nuestra forma de sentir, de pensar, de ser y de estar. Se verá ahora ¿Qué es aprender?

2.2.1.2 EL APRENDIZAJE

Otra de las componentes del enfoque 4T3C es “el aprendizaje” pues se considera que el docente además de saber ¿cómo conocemos? y ¿qué es el conocimiento?; debe también saber ¿cómo aprendemos? y ¿qué es el aprendizaje?; pues, esto le permitirá saber qué y cómo enseñar; así como también realizar una mejor evaluación de su práctica profesional.

En la literatura acerca del aprendizaje encontramos tantas definiciones como teorías, modelos y enfoques que lo explican. Sin embargo, antes de analizar algunas definiciones se hará referencia a la definición general del aprendizaje señalada por Cuevas y Rodríguez:

El aprendizaje es aceptado como “un cambio de la conducta relativamente estable, que ocurre como resultado de la experiencia”. (Cuevas y Rodríguez, 2013, p. 79)

En este sentido, el aprendizaje implica un cambio en la conducta, porque se presentan ciertas modificaciones externas en la actividad del organismo (sujeto); como consecuencia sus respuestas anteriores varían. Este cambio, es el resultado de la práctica, pues el antecedente de la “nueva conducta” es un conjunto de experiencias, exposición a estímulos

y situaciones que la determinan; y es relativamente estable, porque existen factores transitorios que modifican la actividad del organismo que no pueden catalogarse como aprendizaje. Por ejemplo: la maduración, la fatiga, motivación, etc. Podemos afirmar entonces que no toda conducta es aprendizaje y no todo aprendizaje connota conducta, tal como lo plantea Froufe (2011):

“En definitiva, existen muchos tipos y situaciones de aprendizaje, pero no todo cambio en la conducta debido a la experiencia constituye aprendizaje” (p. 20). Además agrega, “la ausencia de cambio en la conducta no demuestra ausencia de aprendizaje” (p. 9)

Por otra parte, de la lectura realizada en la investigación se puede hacer una aproximación no tan referenciada del aprendizaje; que merece relevancia, porque traen implícitas ciertas concepciones. Por ejemplo:

- ❖ Según Piaget, el aprendizaje es un proceso de adquisición en un intercambio con el medio, mediatizado por las estructuras (las hereditarias y las construidas).
- ❖ Para Vygotsky, el aprendizaje es el proceso de internalización de la cultura, y cada individuo da significado a lo que percibe en función de su propia posibilidad de significación y a la vez, incorpora nuevas significaciones.
- ❖ De acuerdo con Soria, el aprendizaje es un proceso constructivo que implica “buscar significados”, así que los estudiantes recurren de manera rutinaria al conocimiento previo para dar sentido a lo que están aprendiendo.
- ❖ Por otra parte, el aprendizaje como procesamiento de información resalta la importancia de las estructuras internas que son las que mediatizan las repuestas.
- ❖ Ausubel considera la instrucción como elemento esencial para el aprendizaje, así pues, da especial importancia a la organización del conocimiento en estructuras y a las reestructuraciones que son el resultado de la interacción entre las estructuras del sujeto con las nuevas informaciones.
- ❖ El aprendizaje es la cualificación progresiva de las estructuras con las cuales un ser humano comprende su realidad y actúa frente a ella (parte de la realidad y vuelve a ella)
- ❖ Desde bases neurofisiológicas, el aprendizaje consiste en disponer de conocimiento y diversos recursos que sirven como plataforma para alcanzar nuestros objetivos. Además, es un proceso inacabado y en espiral.

- ❖ “Cualquier cambio de comportamiento que sea resultado de la experiencia y que permite a las personas enfrentar situaciones posteriores en forma diferente, puede llamarse aprendizaje”.

Estas expresiones connotan que el aprendizaje puede entenderse como un “proceso cognitivo de adquisición de conocimientos y habilidades”; como un “proceso social de búsqueda de sentido y significado”; o como un “proceso biológico de interconexiones neuronales mediado por sustancias bioquímicas (neurotransmisores) y la propiedad intrínseca del sistema nervioso”: la plasticidad; en suma el aprendizaje es un “proceso o mecanismo de adaptación”.

“El aprendizaje puede ser considerado, en su sentido más amplio, como un proceso de adaptación. A través del proceso de aprendizaje, el hombre adquiere nuevos modos de comportamiento o ejecución, con el objeto de poder hacer mejores ajustes a las demandas de su vida” (Travers, citado en Manterola, 1998, p. 34)

En Mayor, Suengas y Gonzales (1993, p. 22) y Manterola (1998, pp. 34 - 35) encontramos algunas definiciones complementarias de aprendizaje.

- ❖ Marx (1976) define el aprendizaje como un cambio relativamente permanente en la conducta en función de conductas anteriores (que suelen llamarse prácticas), aunque reconoce que la mayoría se concentran y subrayan la adquisición del conocimiento o habilidades.
- ❖ Gagné (1985) lo define como un cambio de la disposición o capacidad humanas, con carácter de relativa permanencia y que no es atribuible simplemente al proceso de desarrollo.
- ❖ Bower y Hilgard (1987), se entiende por aprendizaje el proceso en virtud del cual una actividad se origina o se cambia a través de la reacción a una situación encontrada, con tal que las características del cambio registrado en la actividad no pueden explicarse con fundamento en las tendencias innatas de respuesta, la maduración o estados transitorios del organismo.
- ❖ Ardila (1988), es la modificación duradera de un sistema neuronal, distintas de la habituación y la memoria, que capacita a su poseedor para tener experiencias que no podía tener antes del aprendizaje.
- ❖ Diane Papalia y Sally Olds (1987) afirma: “el aprendizaje es un cambio relativamente permanente en el comportamiento, que refleja una adquisición de conocimientos o habilidades a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la instrucción, la observación o la práctica. Los cambios en el comportamiento son razonablemente objetivos y por lo tanto pueden ser medidos”

- ❖ J. Novak y G. Gowin (1988) dicen: “el aprendizaje humano conduce a un cambio en el significado de la experiencia”. Y agregan: “La verdadera educación cambia el significado de la experiencia humana”.
- ❖ Good y Brophy (1996) dice: “el aprendizaje es un cambio relativamente permanente en la capacidad de ejecución, adquirir por medio de la experiencia. La experiencia puede implicar interacción abierta con el ambiente externo, pero también puede implicar procesos cognitivos cubiertos”
- ❖ Albert Bandura afirma: “El aprendizaje es una actividad de procesamiento de información en la que la información sobre la estructura de la conducta y sobre los acontecimientos, es transformada en representaciones simbólicas que sirven de guía para el comportamiento”.
- ❖ Wiltrock (1997) lo define como “el proceso de adquirir cambios relativamente permanentes en el entendimiento, actitud, conocimiento, información, capacidad y habilidad por medio de la experiencia”

Por otra parte, en cuanto a las teorías, Mayor, et al (1993, pp. 21 - 29) basándose en la concepción de aprendizaje que presentan y las preguntas que resuelven las agrupa en dos grandes familias: asociacionistas y cognitivas; esto concuerda con lo planteado por Froufe.

“Con todo, si nos restringimos a las formas más importantes, y simplificadas, se puede hablar de dos mecanismos mentales generales de aprendizaje (Pozo, 1989): el desarrollo de asociaciones entre eventos y la reestructuración mental” (Froufe, 2011, p. 5).

En este sentido, sigue afirmando Froufe (2011): “el hecho de que el aprendizaje humano sea un proceso activo que genera frecuentemente reestructuraciones mentales y representa la realidad ambiental de forma constructiva no elimina la intervención de asociaciones, que se verán mediadas por las construcciones cognitivas, pero que a su vez también participan en ellas. Por eso, frente a las posiciones excluyentes, que reducen el aprendizaje al desarrollo casi mecánico de asociaciones entre sucesos que covarían, en unos casos, y en otros a la construcción y reestructuración de complejas representaciones mentales a que da lugar

la experiencia, parece obvia la necesidad de tener en cuenta ambas formas de aprender”(p. 16)

“Deberían constituir una “pareja-de-hecho”, y bien avenida, ya que el aprendizaje no suele ser mera réplica de la realidad, pero tampoco pura construcción al margen de aquella”. (Froufe, 2011, p. 16)

Lo que se busca con el enfoque 4T3C es que el docente tenga esta concepción del aprendizaje, el docente debe buscar una armonía entre los mediadores que emplea (estrategias, materiales, recursos, medios) y la construcción que realiza el estudiante. Es decir, se debe buscar que el estudiante replique la realidad para entender que es lo que pasa en su mente.

En cuanto a la tipología y clasificación de los aprendizajes haremos referencia a los más conocidos a manera de recuerdo (no profundizaremos, pues existe mucha literatura para consultar). Por ejemplo, en el ámbito educativo, ha adquirido relevancia la clasificación del aprendizaje que propone Ausubel basándose en la combinación ortogonal de dos dimensiones (recepción- descubrimiento y repetición - significación):

“1) Aprendizaje por recepción y por repetición; 2) aprendizaje significativo por repetición; 3) aprendizaje por descubrimiento y por repetición; y 4) aprendizaje significativo por descubrimiento”. (Ausubel y Robinson, 1969, citado por Mayor, et al, 1993, p. 24).

Siguiendo a Mayor, et al, (1993), posteriormente Ausubel, introduce en este esquema una distinción, entre aprendizaje por descubrimiento guiado y aprendizaje por descubrimiento autónomo (Ausubel, Novak y Hanesian, 1978) que están estrechamente relacionadas con el aprendizaje a través

del mediador (docente, padres, tutor) al que tanta importancia concede Feuerstein.

Por su parte, Gagné (1985) establece ocho tipos de aprendizaje en función de las distintas condiciones en que el ser humano aprende:

- 1) Reacción ante una señal. Las respuestas de este tipo – respuesta condicionada de Pavlov – suelen ser generales, difusas, de tipo emocional e involuntario (Pavlov, Watson).
- 2) Aprendizaje estímulo-respuesta. El sujeto da una respuesta precisa a estímulos discriminativos también preciso; lo que se aprende es una conexión o respuesta operante (Skinner).
- 3) Encadenamiento. Consiste en conectar en una cadena dos o más conexiones E-R previamente adquiridas (Skinner, Gilbert).
- 4) Asociación verbal. Aprendizaje de cadenas de tipo verbal, que incluye las conexiones internas que pueden establecerse entre un repertorio lingüístico previamente adquirido (Underwood).
- 5) Discriminación múltiple. Se aprende a dar diferentes respuestas identificatorias a otros tantos estímulos diferentes, pero ciertas conexiones aprendidas interfieren con otras conexiones, por lo que el aprendizaje de discriminación múltiple ha de reducir dicha interferencia (Postman).
- 6) Aprendizaje de conceptos. Se adquiere la capacidad de dar una respuesta común a un conjunto de estímulos diferentes entre sí pero pertenecientes a la misma categoría (Kendler).
- 7) Aprendizaje de principios. Lo que aquí se adquiere son cadenas de dos o más conceptos que pueden ser descubiertos (Ausubel).
- 8) Resolución de problemas. Se adquiere la capacidad de combinar los principios ya adquiridos y formar principios superiores (Newell y Simon).

Mayor y otros también señalan cinco “concepciones de aprendizaje” (CA) propuestas por Saljo (1982), Van Rossum y Schenk (1984) y Marton (1988)

“(1) Un incremento cuantitativo en el conocimiento (concepción vagamente cuantitativa implicando “conocer mucho o una porción”); (2) Memorización (almacenamiento de información para su reproducción subsiguiente); (3) Adquisición de hechos y métodos que pueden ser usados cuando sea necesario (lo que implica que importa más que la memorización la utilización del conocimiento y de las destrezas en el mundo real); (4) Abstracción del significado (implica el descubrimiento de relaciones dentro de cada tema y entre cada tema y la realidad); y (5) Un proceso interpretativo dirigido a entender la realidad (comprensión del mundo mediante la reinterpretación del conocimiento)”. (Mayor, et al, (1993, p. 26)

Marton en 1975, señalado por Mayor, et al, (1993) establece una distinción entre lo que él llama los “enfoques superficial y profundo del aprendizaje”; el primero puede identificarse con el intento de memorizar (de reproducir literalmente un texto, percibiéndose al aprendizaje como repetitivo, cerrado, factual, altamente dependiente y restringido temporalmente); el segundo con el intento de comprender (de reproducir la intención de los autores, percibiéndose el aprendizaje como informal, abierto, interpretativo, escasamente dependiente e ilimitado temporalmente).

Tomando en cuenta las cinco concepciones arriba mencionadas y estos dos enfoques, Van Rossum y Schenk (1984) encontraron que las dos primeras corresponden al enfoque superficial y las dos últimas al enfoque profundo, estando la tercera parcialmente correlacionada en ambas.

Para ver otras concepciones de aprendizaje investigadas véase a Gonzales (1997, pp. 5 – 39). En este artículo titulado “concepciones y enfoques de aprendizaje” encontrarás un tratado acerca del enfoque superficial y profundo del aprendizaje y su relación con las concepciones de aprendizaje.

La importancia de las “concepciones de aprendizaje” por parte del docente y también por parte del estudiante tienen implicancias dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, como lo señala Beltrán (1995) “las capacidades del alumno pueden ser ineficaces si no van acompañadas de

las disposiciones que hagan viable su ejercicio”. O como lo plantea

Pintrich, Marx y Boyle:

“La calidad del aprendizaje y de los procesos de pensamiento asociados a dicha actividad no puede ser descrita únicamente en términos puramente cognitivos; ha de tenerse en cuenta la disposición del aprendiz” (Pintrich, Marx y Boyle, 1993, citado por Gonzales, 1997, p. 6)

En ese sentido, el docente debe dotar a la actividad que realiza el estudiante de aspectos tanto cognitivos como afectivos y emocionales que generen disposición hacia el aprendizaje. Esto concuerda con las TMEC y TDHP revisadas anteriormente.

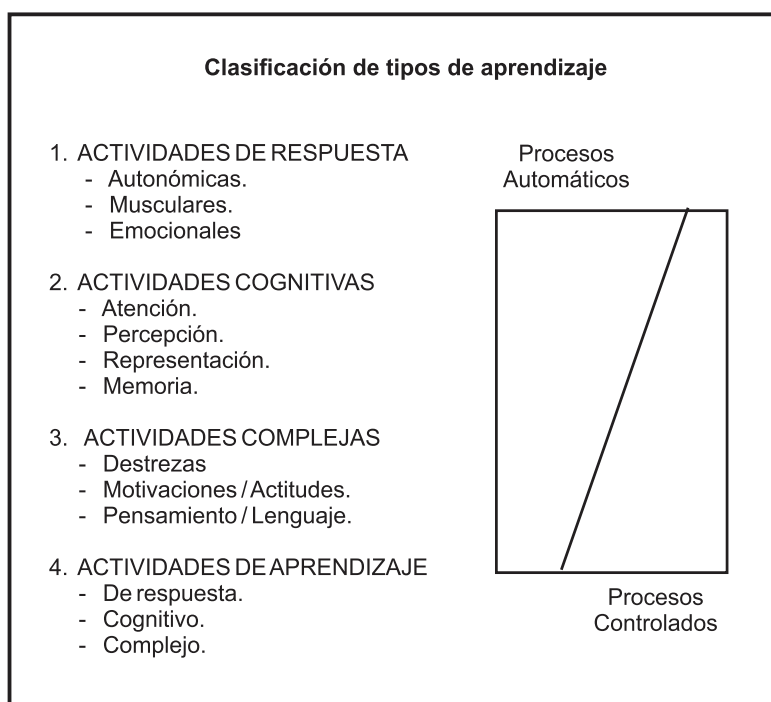


Figura 18: Clasificación de tipos de aprendizaje
Fuente: (Mayor, Suengas y Gonzales, 1993, p. 28)

No podría terminar este apartado sin considerar la clasificación propuesta por Mayor, Suengas y Gonzales (1993, pp. 28 - 29) que combina las actividades que son objetos de aprendizajes, puesto que éste se remite siempre a la conducta, con la mayor o menor participación del sujeto de

esas actividades en el procesamiento de la misma. En forma aproximada, la combinación de tipos de actividades y modalidades de procesamiento se puede representar en la figura 18.

Las categorías básicas de actividades podrían reducirse a:

- 1) las que se definen sobre todo por su carácter reactivo, por ser respuestas, bien sean autonómicas o musculares o bien emocionales;
- 2) Las de carácter básicamente cognitivo, que incluye todas las actividades que contribuyen a la adquisición del conocimiento, tales como las atencionales y perceptivas, las de representación y memoria;
- 3) las actividades complejas que integran respuestas y conocimientos, encadenan múltiples acciones y reacciones y configuran disposiciones del sujeto a actuar de formas determinadas, entre las cuales cabe destacar las que constituyen destrezas o habilidades (como las motoras, las cognitivas y lingüísticas y las sociales), las que dinamizan y predisponen a la acción (como las motivaciones no innatas, las actitudes y las actividades interactivas) y las actividades cognitivas que implican construcción del conocimiento (como la solución de problemas, las inferencias inductivas y deductivas, toma de decisiones o la actividad lingüística creadora);
- 4) las actividades propias del aprendizaje de respuestas, cognitivo y complejo, lo que implica el aprendizaje autorregulado.

La menor o mayor participación del sujeto en el procesamiento implica el predominio de mecanismos automáticos y asociados o de mecanismos conscientes (“reflexivos”) y controlados. La aplicación de estos mecanismos a las actividades antes descritas permite establecer una cierta jerarquización de las mismas en función de la proporción inversa en que interviene dichos mecanismos; así, en las actividades de “respuesta” predominan los mecanismos asociativos y automáticos y no intervienen o lo hacen de forma irrelevante y accesorio los procesos controlados; en la adquisición del conocimiento se reducen algo los procesos automáticos y se aumentan algo los controlados aproximándose al equilibrio (pero todavía con predominio de los automatismos cognitivos); en las

actividades complejas se reducen aún más los procesos automáticos y se incrementan los controlados, predominando éstos en general; y en la actividad de autoaprendizaje se invierte la proporción que caracteriza a las actividades de mera respuesta.

2.2.1.3 EL PENSAMIENTO

Otro elemento indispensable en esta propuesta “enfoque 4T3C” es la componente: “el pensamiento”; pues nos movemos, nos dejamos llevar muchas veces por lo que pensamos (sentimos, deseamos, conocemos, etc.) o no pensamos. Es decir, la manera en que nos conducimos en las situaciones por las que atravesamos, la posibilidad de posicionarse en cada momento vital, con realismo, es algo que atañe a la actividad de pensar. Por tanto, la capacidad de pensar requiere de sentir la necesidad de hacerlo y del hábito de realizarlo.

Esta primera aproximación nos invita a reflexionar la importancia que tiene en el proceso de enseñanza-aprendizaje el modo o la forma de pensar que tienen los estudiantes y consecuentemente la que tiene el docente. Pues esta falta de semejanza o coincidencia en los modos de afrontar tal o cual situación-problema de ambos constituiría un obstáculo.

En ese sentido, mientras que Ausubel considera que el material presentado al estudiante debe ser elaborado acorde con los conocimientos que el posee (ni más ni menos) para lograr un mejor aprendizaje. Se considera en el mismo modo que el material didáctico

también debe estar elaborado acorde a su forma de pensar. Esta es la razón por la que al enfoque 4T3C se ha implementado con esta componente: el pensamiento. Por tanto, entonces ¿qué es pensar? y ¿qué es pensamiento? desde esta postura.

¿Qué es pensar?, pensar como lo afirma Brugger (1965) se refiere al modo sensible de conocer.

“Pensar está íntimamente ligado a los datos procedentes de nuestra experiencia sensible y está influenciado por los contenidos de pensamiento adquiridos, a los cuales ha de incorporarse lo que va a entenderse por primera vez, y por la personalidad de la persona que poseerá un determinado estilo formal de pensamiento” (Brugger, 1965, citado por Molina, 2006, p. 48)

En ese sentido, pensar es conocer; tal como lo describe Serrano (1979) “todo cúmulo de conocimiento que va pasando a través de las generaciones, se puede realizar debido a los pensamiento que todos los hombres [...] han concebido” (p. 13). Es también un modo una forma un estilo de encarar una situación-problema que se configura se desarrolla se aprende y se mejora acto tras acto.

León et al. (2009) desde una óptica psicológica, aristotélicamente fundamentada afirman:

“Pensar puede describirse como una forma de comportamiento que consiste en relacionarse con los productos convencionales de un dominio, y relacionarlos con otros productos convencionales, y a partir de ello generar relaciones previamente no establecidas, por el individuo, entre estos” (p. 94)

Es decir, pensar es generar, producir o crear; es partir de la incertidumbre de lo desconocido e ir hacia un objetivo hacia lo conocido. Como lo plantea Dewey.

“El origen del pensamiento se encuentra en una perplejidad, una confusión, una duda”. (p. 30) Y agrega: El pensamiento tiene su arranque en una situación que muy bien podría denominarse “bifurcación de caminos”, en una situación ambigua, que presenta un dilema, que propone alternativas” (Dewey, 1989, p. 29)

Pues, dichas alternativas propuestas están determinadas por las oportunidades y sugerencias, y por la acción del sujeto que configuran el “pensamiento” en la concepción de Dewey:

“El pensamiento se define como la operación en la que los hechos presentes sugieren otros hechos (o verdades) de tal modo que induzcan a la creencia en lo que se sugiere sobre la base de la relación real entre las cosas mismas, relación entre lo que sugiere y lo sugerido” (Dewey, 1989, p. 28). Así mismo agrega: “El pensamiento se incrusta en la acción, se enriquece en la acción, sirve a la acción y debe pasar a controlar la acción” (Gabucio, et al. 2005, p. 30)

Lo relevante del constructo del “pensamiento” de Dewey (pensamiento reflexivo) es la configuración que le da en un intento por descomponer el acto de pensar; pues, según Dewey citado por Gabucio et al. (2005) el pensamiento (reflexivo) se configura en cinco fases: (1) aparición de sugerencias, (2) intelectualización de la dificultad, (3) elaboración de la hipótesis, (4) razonamiento y (5) comprobación de la hipótesis. (pp. 31 - 36). Además que dicho pensamiento implica:

1) un estado de duda, de validación, de perplejidad, de dificultad mental, en la que se origina el pensamiento, y 2) un acto de busca, de caza, de investigación, para encontrar algún material que esclarezca la duda que disipe la perplejidad. (Dewey, 1989, p. 28)

Otra característica del pensamiento que concibe Dewey, es la intencionalidad, que subyace en la definición.

“La reflexión no implica tan solo una secuencia de ideas, sino una consecuencia, esto es, una ordenación consecucional en la que cada una de ellas determina la siguiente como su resultado, mientras que cada resultado, a su vez, apunta y remite a las que le precedieron [...] Cada fase es un paso de algo hacia algo”. (Dewey, 1989, p. 22)

Es decir, el pensamiento como tal tiene una finalidad, es un proceso selectivo; como afirma Luria (1988), el carácter activo del pensamiento como proceso hace de éste una actividad selectiva y ordenada a un fin, muy adaptativa a la situación cambiante (p. 321).

Otro referente en lo que respecta a la investigación la tenemos en Luria (1988, pp. 320 - 336); el mencionado autor nos proporciona un panorama de las investigaciones acerca del “pensamiento como una actividad mental concreta”. Desde este punto de vista, el pensamiento humano como una forma integral de la actividad mental y cuyas componentes son el pensamiento activo concreto y el pensamiento discursivo lógico-verbal se manifiesta a través de ciertos estadios. Estadios que nos permitirá en la investigación configurar las TCC y TSD en el enfoque 4T3C.

Luria (1988) al igual que Vergnaud (1990) y muchos psicólogos consideran que el pensamiento se origina en una “situación” en el sentido de Vergnaud (el de tarea).

“El pensamiento aparece solamente cuando el sujeto tiene un motivo apropiado que hace la tarea urgente y su solución esencial, y cuando al sujeto se le confronta con una situación para la cual no tiene una solución ya hecha (innata o habitual)” (Luria, 1988, p. 325)

En ese sentido, enseñar a pensar o desarrollar el pensamiento implica dos condicionantes: por un lado, (1) la necesidad de un motivo en general o la necesidad de una tarea en el sentido de Vergnaud que engendre un motivo en particular (aquí radica la importancia de los materiales didácticos) y por otro, (2) la necesidad de elaborar situaciones – de

acción, de formulación, de validación y de institucionalización - en términos de Brousseau (2007).

Según Luria (1988) los estadios del pensamiento son los siguientes: (1) el descubrimiento de la tarea, (2) la determinación de las condiciones del problema como resultado de restringir las respuestas impulsivas, (3) la selección de una alternativa de entre varias posibles y la creación de un plan general (esquema) para la ejecución de la tarea, (4) escoger el método apropiado y considerar que operaciones serían más adecuadas para poner en práctica el esquema general de la solución, (5) la solución real del problema o el descubrimiento de la respuesta a la pregunta implícita en la tarea, y por último (6) el estadio de comparación de resultados obtenidos con las condiciones originales de la tarea.

En ese sentido, los cinco primeros estadios conforman un ciclo generador del pensamiento que solo es interrumpido cuando los resultados obtenidos están de acuerdo con las condiciones originales de la tarea.

“Si los resultados están de acuerdo con las condiciones originales del problema el acto intelectual ha terminado, pero si, contrariamente, no corresponden a las condiciones originales, la búsqueda de la estrategia necesaria debe continuar hasta que se halle una solución adecuada, de acuerdo con las condiciones” (Luria, 1988, p. 326)

Por tanto, “el proceso del pensamiento pasa a través de ciertos estadios, comienza con una extensa serie de operaciones externas sucesivas (pruebas y errores), progresa para extenderse al lenguaje interno, en el cual se hace la búsqueda necesaria, y concluye con la contracción y la

condensación de estas búsquedas externas y la transición a “procesos internos específicos”” (Luria, 1988, p. 325)

En esta lógica, la de buscar elementos que configuren el proceso de EA en el enfoque 4T3C; resulta relevante también considerar los aportes de Rubinstein (1963), pues dicho autor considera al pensamiento como un proceso y como una actividad.

Rubinstein (1963) desarrolla su teoría del pensamiento en base a dos tesis basado en el principio del determinismo. La primera afirma que “el efecto de un estímulo externo depende del estado en que se encuentre, interiormente, el organismo sobre el cual el estímulo actúa”. Este principio entendido en su concepción dialectico-materialista del determinismo implica: “las causas externas actúan a través de las condiciones internas” (Rubinstein, 1963, p. 303). Es decir, “el pensamiento se halla determinado por su objeto, más no directamente, sino a través de las leyes internas del pensar: análisis, síntesis, generalización, etc.” (Rubinstein, 1963, p. 308)

La segunda tesis considera que el pensamiento se halla incluido en el proceso que se origina en virtud de las influencias recíprocas que se dan entre el hombre y el mundo objetivo; surge en el transcurso de dicho proceso y sirve para que este último se verifique eficientemente.

“La cognición, el pensar, es un proceso formado por las influencias recíprocas que se establecen entre el sujeto pensante y el objeto, entre éste y el contenido objetivo del problema que se resuelve” (Rubinstein, 1963, p. 309).

En ese sentido, “los resultados de la actividad del pensamiento – conceptos, conocimientos – se incorporan por sí mismo al proceso del

pensar, enriqueciéndolo y condicionando su ulterior evolución” (Rubinstein 1963, p. 319).

La definición del “proceso de pensar” de Rubinstein (1963) nos proporciona cuatro elementos o componentes que se van configurando en unidades dialécticas.

“El proceso del pensar es, ante todo, un análisis y una síntesis de lo que éste nos proporciona; es, además, una abstracción y una generalización, derivadas de aquellos” (Rubinstein, 1963, p. 320)

¿Por qué? el proceso de pensar se constituye en una unidad dialéctica de análisis-síntesis. En principio, Rubinstein (1963) respecto al análisis afirma “todo acto del pensar constituye un “encuentro”, un acto de influjos mutuos entre el sujeto y el contenido objetivo que se pone de manifiesto en el transcurso de dicho acto” (p. 320). En ese devenir, “es obra del pensamiento diferenciar las interinfluencias heterogéneas, separar los aspectos esenciales para cada una de ellas, y luego, mediante la correlación de las abstracciones restablecer en la mente la realidad concreta” (p. 321). En ese sentido, “el valor cognoscitivo del análisis se debe a que descompone y “subraya”, destaca lo esencial” (p. 324).

“El análisis se inicia abarcando el campo entero de la situación problemática. A medida que avanza, va dejando de lado las zonas (espaciales) y los aspectos del problema que no resultan esenciales para la solución, que no conciernen a la esencia de la cuestión que se ventila. Se van desgajando uno a uno o bien por zonas enteras, por aspectos complejos. De esta manera el análisis se va concentrando en un radio de acción cada vez más reducido y más directamente vinculado al problema que se resuelve. El análisis tiene, al principio, un carácter extensivo, y poco a poco se va haciendo intensivo” (Rubinstein, 1963, p. 323).

Por otra parte, “en el conocimiento sensorial, en la percepción, la síntesis se presenta como transformación de los elementos sensoriales de su

configuración, de su estructura, de su forma, así como de la interpretación que se les dé al enlazar entre si las partes componentes de contenido conceptual destacadas por el análisis” (p. 325).

Por tanto, “la forma básica del análisis a través de la síntesis [...] constituye el eslabón principal, la médula de toda la actividad del pensar” (Rubinstein, 1963, p. 376)

“El análisis de un objeto, de un problema, etc., presupone siempre una síntesis, pues se lleva a cabo poniendo en relación el objeto, problema, etc., con otro objeto, con otro problema, etc. Por otra parte, la síntesis presupone el análisis, ya que enlaza de otro modo los elementos destacados por él” (Rubinstein, 1963, p. 325)

Es decir, en una suerte de proceso de expansión-comprensión, el pensamiento como proceso de análisis y síntesis (unidad dialéctica) va configurando otros procesos como la abstracción, la generalización, la comparación, la intuición, la transferencia entre otros.

“Todo eslabón del conocimiento, toda categoría del pensar constituye un producto abstracto del análisis de la realidad concreta y, a la vez, un eslabón del proceso de síntesis: restablecimiento mental de lo concreto dentro de las normas ya analizadas” (Rubinstein, 1963, p. 326)

Para Rubinstein (1963), la abstracción en esencia constituye una forma específica del análisis; y ésta, “estriba en la delimitación de lo que no es esencial, de lo que oculta la naturaleza específica o “esencial” del fenómeno estudiado, a fin de que resulte patente dicha esencia. Constituye un paso hacia el restablecimiento de lo concreto de la mente” (p. 328). En cambio, la generalización opera con propiedades esenciales que se destacan por medio del análisis y la abstracción.

“El conocimiento empírico, al dar los primeros pasos, llega a percibir lo que es esencial en los fenómenos poniendo de manifiesto lo que hay en común

entre ellos por medio de su comparación y confrontación, puesto que lo persistente constituye de por sí un indicador bastante certero de lo que es esencial para unos fenómenos dados” (Rubinstein, 1963, p. 330)

Por tanto, según Rubinstein (1963) la comparación es un análisis que se realiza por medio de una síntesis y que lleva a una generalización a una nueva síntesis que va distinguiendo lo general y lo diferencial; así como lo esencial (p. 325). En ese sentido, el pensamiento llega a generalizaciones cada vez más altas a medida que descubre conexiones más profundas (p. 330)

La propuesta de Rubinstein (1963) considera también un interesante postulado, resultado de las investigaciones experimentales en que basa su teoría: la búsqueda del “problema esencial” y la “formulación del problema”; que bien se podría utilizar en la construcción de sesiones de aprendizaje que propone el enfoque 4T3C.

“Por su propia esencia, el problema es siempre una formulación verbal y constituye un testimonio vivo de la unidad formada por el pensamiento y el lenguaje. Un mismo problema, formulado de modo distinto, presenta diferentes dificultades para el sujeto que lo resuelve, dado que la formulación de un problema encierra ya en sí un determinado análisis inicial del mismo” (Rubinstein, 1963, p. 368)

Este postulado coincide con el constructo de Brousseau (2007) acerca de la situación fundamental y su relación con el conocimiento. Además, la metodología de Rubinstein podría considerarse como “metodología de aproximación de problemas esenciales” (de eslabones). Es, en esta dinámica donde el docente a través de problemas y situaciones se va aproximando al sistema de conocimientos que tiene el estudiante; lo que

Vergnaud (1990) llama “invariantes operatorios”: conceptos y teoremas en acto.

2.2.1.4 HABILIDADES Y ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

En este continuo devenir (o dinámica) entre conocimiento-aprendizaje-pensamiento a propósito de una situación -problema, no específicamente en ese orden (o combinación alguna) se van manifestando y configurando otros elementos producto de la práctica-desarrollo. Estos elementos son las “habilidades” (cognitivas y metacognitivas) y las “estrategias de aprendizaje”

Rivera, Arango, Torres, Salgado, García y Caña (2012) consideran que las habilidades son un conjunto de operaciones mentales cuyo objetivo es que el estudiante integre la información adquirida a través de los sentidos, en una “estructura de conocimiento” que tenga sentido. Estas son las “habilidades cognitivas”. Así mismo, enfatiza también la presencia de otra habilidad en donde “el sujeto no sólo adquiere los contenidos mismos, sino que también “aprende el proceso” que usó para hacerlo; es decir, aprende no solamente lo que aprendió, sino cómo lo aprendió”, llamadas “habilidades metacognitivas.” (p. 35)

Para Beltrán y Bueno (1997), las “estrategias de aprendizaje” son reglas o procedimientos que nos permiten tomar las decisiones adecuadas en cualquier momento del aprendizaje. Es decir, son las actividades u operaciones mentales que el estudiante puede llevar a cabo para facilitar

y mejorar su tarea, cualquiera que sea el ámbito o contenido del aprendizaje. (p. 311) Y agrega, éstas tienen un carácter propositivo, intencional; implican, por tanto, esencialmente un plan de acción. (p. 312)

Desde nuestro “enfoque 4T3C” entendemos que las “habilidades” y las “estrategias de aprendizaje” están en diferentes planos de acción-conciencia, mientras que las primeras son acciones con bajo grado de conciencia que se manifiestan de afuera hacia dentro; es decir, a través de la práctica se va interiorizando la acción y se va concientizando el proceso. Por ejemplo, la suma de dos números naturales; la segunda, se manifiesta de adentro hacia afuera con alto grado de conciencia y además con intencionalidad, producto del dominio de dicha habilidad. Por ejemplo, el producto de los dos números naturales anteriores. Podría decirse entonces, que la habilidad y las estrategias de aprendizaje son las caras de una misma moneda. Es decir, forman una unidad dialéctica indispensable en el proceso de enseñanza-aprendizaje; además, un referente para la elaboración de mediadores didácticos.

En ese sentido, nuestra concepción acerca de las habilidades y estrategias de aprendizaje dentro de “enfoque 4T3C” coincide con la afirmación de Bixio:

Las estrategias didácticas (diseño de materiales didácticos) ha de apuntar a mejorar no ya los productos de los aprendizajes, sino fundamentalmente los procedimientos mediante los cuales los aprendizajes se construyen. (Bixio, 2006, p. 84)

2.2.2 CONCEPTUALIZACION Y LENGUAJE.

Por otro lado, en Moreira (2003, pp. 1 - 18) se encuentra que los conceptos están en la base del pensamiento humano, del razonamiento, del desarrollo cognitivo. Pues, según Ausubel (1968, p. 82), la adquisición del lenguaje es lo que en gran parte permite a los humanos la adquisición, por aprendizaje significativo receptivo, de una vasta cantidad de conceptos y principios que, por sí solos, no podrían nunca descubrir a lo largo de sus vidas. Por otro lado, el ámbito y la complejidad de las ideas y conceptos adquiridos por aprendizaje significativo se vuelve posible y promueve un nivel de desarrollo cognitivo que sería inconcebible sin el lenguaje. En virtud de las cruciales contribuciones que tanto el poder representacional de los símbolos como los aspectos refinadores de la verbalización aportan a la conceptualización, el lenguaje, evidentemente, determina así como refleja las operaciones mentales (nivel de funcionamiento cognitivo implicado en la adquisición de conceptos abstractos y de orden superior) (Ausubel, 1968, p. 523).

Refiriéndose específicamente a las palabras, Ausubel argumenta que sólo porque los significados complejos pueden ser representados por palabras aisladas, son posibles las operaciones combinatorias y transformativas – de abstracción, categorización, diferenciación y generalización – de conceptos conocidos en nuevas conceptualizaciones. Ideas genéricas simplemente no son suficientemente manipulables para llevar a cabo tales operaciones. La exploración de la manipulabilidad única de las

representaciones simbólicas es lo que permite la construcción de nuevos conceptos y proposiciones que trascienden largamente – en términos de inclusividad, generalidad, claridad y precisión – el nivel de abstracción que podría ser alcanzado si los conceptos no fuesen representados por palabras, si no tuviesen nombre (op. cit. p. 82).

2.2.3 PENSAMIENTO Y LENGUAJE.

Según Vygotsky (1987, 1988), en palabras de Pino Sirgado (2000, p. 39), a diferencia de los animales, sujetos a los mecanismos instintivos de adaptación, los seres humanos crean instrumentos y sistemas de signos cuyo uso les permite transformar y conocer el mundo, comunicar sus experiencias y desarrollar nuevas funciones psicológicas. En el proceso de desarrollo cognitivo, el ser humano va reconstituyendo internamente, se va aproximando, a lo que ya fue desarrollado por la especie y eventualmente pasa a contribuir en la creación de nuevos instrumentos y signos. Ese proceso de interiorización/apropiación está mediado por interacciones e intercomunicaciones sociales, en las que el lenguaje es fundamental.

Las funciones psíquicas humanas tienen origen en los procesos sociales (op. cit., p. 41); para Vygotsky, esas funciones son relaciones sociales interiorizadas. Los signos son señales que remiten al objeto señalado en virtud, únicamente, de la relación artificial y variable que el hombre establece entre ellos (op. cit., p. 40).

Consecuentemente, el proceso de interiorización implica una mediación esencialmente humana. Es una mediación semiótica en la que el lenguaje y, en particular, la palabra, es esencial. El lenguaje, como un sistema articulado de signos, construido socialmente a lo largo de la historia, vehicula significados instituidos relativamente estables, aunque mutables, lo que hace la polisemia de las palabras. No obstante, esos significados adquieren su significación concreta en el contexto de la interlocución (op. cit., p. 45).

Para Vygotsky, significado no es lo mismo que sentido. Para él, el sentido es la suma de los eventos psicológicos que la palabra evoca en la conciencia. Es un todo fluido y dinámico, con zonas de estabilidad variable, una de las cuales, la más estable y precisa, es el significado, que es una construcción social, de origen convencional (o socio-histórico) y de naturaleza relativamente estable (ibid.).

Y según Pino Sirgado (op. cit.), las alteraciones de sentido no afectan a la estabilidad del significado; las palabras adquieren sentido en el contexto del discurso; luego, la variación de contexto implica variación de sentido. Al admitir la existencia del sentido (en la palabra, en la frase o en el enunciado), Vygotsky coloca la cuestión de la significación del propio significado, afirmando el desplazamiento de éste en función de los contextos.

En la mediación semiótica esencial para la interiorización de signos, la palabra es el material privilegiado, es el elemento común entre locutor e

interlocutor, es una amalgama de pensamiento y lenguaje, está siempre cargada de contenido o de sentido ideológico, es una especie de molécula del pensamiento verbal, i.e., de la intersección entre pensamiento y habla (Tunes, 2000, p. 38). La palabra está presente en todos los actos de comprensión y en todos los actos de interpretación. Todos los signos no verbales, aunque no puedan ser sustituidos por palabras, “se bañan en el discurso”, se apoyan en las palabras y son acompañadas por ellas... la palabra no es una cosa que el individuo posee, sino que es la mediación, elemento móvil y cambiante en la dinámica de las interacciones verbales (Smolka, 2000, p. 65).

Naturalmente, si estamos hablando de una mediación semiótica esencialmente humana, el diálogo es importante, pero diálogo no debe ser entendido sólo como alternancia de voces, comunicación en voz alta de personas colocadas cara a cara, sino como toda la comunicación verbal sea cual sea el tipo, como el encuentro y la incorporación de voces en un espacio y en un tiempo socio-histórico, según Bakhtin (ibid.). Basándonos en el concepto de internalización de Vygotsky y en el concepto de diálogo de Bakhtin, podemos decir que estamos en un terreno en el que no sólo las relaciones sociales son, ante todo, lenguaje, sino en el que lenguaje/relaciones sociales constituyen actividad mental (ibid.).

Como dice Novak (2000), el aprendizaje significativo subyace a la integración constructiva de pensamientos, sentimientos y acciones.

Podríamos invertir el argumento y decir que la integración constructiva de pensamientos, sentimientos y acciones lleva al aprendizaje significativo. Además, eso reitera lo que ya se dijo con anterioridad: el aprendizaje significativo implica interacción entre conocimientos previos y nuevos conocimientos, un proceso en el que éstos pasan a tener significados psicológicos y los primeros pueden adquirir nuevos significados, es decir, implica pensamiento. Pero si implica pensamiento implica, fundamentalmente, lenguaje. Las posiciones vygotskianas, en palabras de autores que escriben sobre Vygotsky, dejan claro el papel indispensable del lenguaje y de la palabra en la mediación semiótica que, a su vez, es indispensable en el aprendizaje significativo de contenidos cualesquiera, escolares o no, constituidos por signos, y prácticamente todos lo son. Probablemente. El lenguaje está implicado también en los sentimientos y acciones requeridos por el aprendizaje significativo.

2.2.4 PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

2.2.4.1 DEFINICIÓN DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

Siguiendo la lógica del enfoque 4T3C en relación a sus componentes; ahora, se abordara el pensamiento matemático dentro de una categoría incluyente que es la “capacidad matemática” o mejor dicho “las capacidades matemáticas” en el sentido de que dicha capacidad está conformada por otras entre ellas el pensamiento, la inteligencia y sus

interacciones, así como otros elementos subyacentes de la misma: el conocimiento, el aprendizaje, y las estrategias y habilidades.

Resnick y Ford (1981, p.3) citado por Mayer en “Las capacidades humanas” (1986) proporciona la siguiente base lógica para el estudio de la capacidad matemática que concuerda con nuestra propuesta.

“Como psicólogos relacionados específicamente con las matemáticas nuestro objetivo es el de investigar las mismas cuestiones que investigan los psicólogos experimentales y del desarrollo respecto al aprendizaje, el pensamiento y la inteligencia, pero focalizando estas cuestiones [en] un tema en particular [...] en lugar de hacernos a nosotros mismos la pregunta general, “¿Cómo piensan las personas?”, nos preguntamos: “¿Cómo piensan las personas en las matemáticas? En vez de preguntarnos: “¿Cómo se desarrollan los procesos de pensamiento de las personas?”, nos preguntamos: “¿Cómo se desarrolla la comprensión de los conceptos matemáticos? Queremos saber qué mezcla de experiencia e inteligencia hace que exista esto que denominamos “capacidad matemática”” (Sternberg, 1986, pp. 165 - 166).

Coincidimos con Resnick y Ford en investigar ¿qué mezcla de experiencia e inteligencia hace que desarrollemos nuestra capacidad matemática? En ese sentido, el punto de partida son las “experiencias” (las situaciones) y los mecanismos que intervienen en ella: procesos y actividades mentales. Pero, ¿a qué denominamos entonces por capacidad matemática?, según Mayer (1986) ésta capacidad puede ser definida desde dos enfoques contrapuestos. Mientras que el “enfoque psicométrico” define a la capacidad matemática como “lo que mide un tests”. El enfoque del proceso de la información se basa en el “análisis de tareas”. En ese sentido, “la capacidad matemática se define como todo conjunto de operaciones cognitivas, habilidades y conocimientos que son

componentes de las tareas matemáticas” (Sternberg, 1986, p. 168). De allí la propuestas de las tres componentes.

Sin embargo, abordar el pensamiento matemático desde un punto de vista psicológico sin tomar en cuenta el “quehacer” del profesional “matemático” significa no reconocer la dimensión cultural y social de las matemáticas así como también ni su construcción como saber universal que se cristaliza en la siguiente frase: “las Matemáticas y el pensamiento matemático no solo se aprende, se hace”.

En este sentido, se puede afirmar que mientras la psicología nos proporciona la teoría de los procesos y actividades involucrados en la construcción de conocimientos y en el entrenamiento de habilidades y modos de pensar (analizar, observar, comparar, relacionar, razonar entre otros), el análisis del que hacer matemático nos muestra el camino para configurar modos de pensamiento particulares en matemática llamados pensamiento matemático. Tal como lo afirma Cantoral:

“el pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos, y por otro, procesos avanzados del pensamiento como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamientos bajo hipótesis” (Cantoral, 2005 citado por Bosch, 2012, p. 17)

En nuestro país, el MINEDU, a través del manual de “Orientaciones para el Trabajo Pedagógico” (2006) nos proporciona la siguiente definición del pensamiento matemático más significativa:

El pensamiento lógico-matemático es aquella capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el mundo circundante y la que nos posibilita cuantificarlas y formalizarlas para entenderlas mejor y poder comunicarlas. (OTP, 2006, p.8)

Consecuentemente, esta forma de pensamiento se traduce en el uso y manejo de procesos cognitivos tales como: razonar, demostrar, argumentar, interpretar, identificar, relacionar, graficar, calcular, inferir, efectuar algoritmos y modelizar en general y, al igual que cualquier otra forma de desarrollo de pensamiento, es susceptible de aprendizaje.

En la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática (C.I.A.E.M) realizada en la ciudad Chiapas, México entre el 3 y 7 de mayo del 2015. Nelly León (2015) nos propone otra definición en el marco de pensamiento matemático y pensamiento estadístico: herramientas para enfrentar la incertidumbre.

“El pensamiento matemático es formal y abstracto; esto permite no sólo la sistematización del conocimiento disciplinar sino también su contextualización en términos de capacidad de matematizar situaciones expresándolas en términos numéricos y relacionales. La ordenación, la clasificación, la medición, las estimaciones, las cuantificaciones, el establecimiento de relaciones, la inferencia, como manifestaciones del pensamiento matemático se convierten en herramientas del cerebro para enfrentar situaciones de diversa índole. No podemos negar que el pensamiento matemático es analítico, no obstante no se puede considerar reductor pues también se acompaña de la síntesis y la generalización permitiendo ir del todo a las partes y de las partes al todo, siendo ésta una manifestación de la reversibilidad de pensamiento” (León, 2015, p. 4).

En los informes del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (S.E.R.C.E.) y Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (T.E.R.C.E.) presentados el 2009 (p. 17) y 2016 (pp. 11 - 13) encontramos la definición del pensamiento matemático basado en cinco componentes; cada componente está asociado a ciertos “dominios matemáticos”: numérico, geométrico, métrico, estadístico y variacional.

2.2.4.2 TIPOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Es importante reconocer que el pensamiento matemático está estructurado a partir de cinco tipos de pensamiento: el numérico, el espacial o geométrico, el métrico o de medida, el aleatorio o estadístico y el variacional.

2.2.4.2.1 PENSAMIENTO NUMÉRICO.

Definir el pensamiento numérico sin duda pasa por preguntarnos ¿qué son los números? y ¿para qué sirven?; desde el tema de sistema de numeración el número es la idea de cantidad que se tiene de algo mientras que numeral es la representación de dicha cantidad (el número). Por ejemplo, el símbolo “2” (el numeral) nos indica que hay dos unidades de algo. Por otra parte, el número, también puede asociarse a la designación de algo; por ejemplo, las placas de los carros (CD475) o el número de un celular 968751239; es decir, cumple con la función de correspondencia no necesariamente referida a una cantidad ni aun orden en sentido numérico pero si en el sentido organizativo. Los números se utilizan o adquieren un concepto debido a la función que cumplen y en el contexto que se usen, tal como afirma Stewart (2008):

Los números cuentan cosas, pero no son cosas: podemos coger dos tasas pero no podemos coger el número “dos”, Los números se denotan por símbolos, pero no son símbolos: diferentes culturas utilizan diferentes símbolos para el mismo número. Los números son abstractos y sin embargo nuestra sociedad se basa en ellos y no podría funcionar sin ellos. Los números son una construcción mental, y sin embargo tenemos la sensación de que seguirían y no quedara ninguna mente para comprenderlos. (p.11)

En este sentido, el pensamiento numérico trata de aquello que la mente puede hacer con los números, y dicho pensamiento estará más desarrollado cuanto más compleja sea la acción que realice el sujeto con los mismos.

Badia et al. (2012) consideran que “una persona numéricamente competente debe tener la capacidad de leer, escribir y nombrar números; de utilizarlos en forma cardinal, ordinal... y tener una cierta intuición del número que permita detectar errores o hacer cálculos aproximados y estimaciones, así como cálculos mentales” (p. 28). Esta definición concuerda con el “dominio numérico” propuesta en el TERCE:

“El dominio numérico, implica los siguientes aprendizajes: a) significado del número y la estructura del sistema de numeración, que conlleva la capacidad para la lectura, interpretación y escritura de números en contextos diversos; b) Interpretación de situaciones referentes a la representación y construcción de relaciones numéricas en diversos contextos, así como la pertinencia de ello, sin dejar de lado las operaciones convencionales y sus propiedades, y c) utilización de las operaciones adecuadas a la situación que se le presenta, entre las que están la adición y sustracción, multiplicación y división, potenciación y radicación; la justificación de procedimientos y validación de soluciones”.(TERCE, 2016, p. 11)

2.2.4.2.2 PENSAMIENTO ESPACIAL O GEOMÉTRICO.

Gonzales y Weinstein (2006), hacen una distinción interesante entre el pensamiento espacial y el pensamiento geométrico. El primero está relacionado al conocimiento empírico (informal e implícito) que se obtiene del entorno como resultado de la percepción, el segundo, es un conocimiento más elaborado y está basado en razonamientos: La validez

no se establece empíricamente, sino que obedecen a reglas del saber matemático.

El pensamiento espacial, se manifiesta cuando el estudiante interacciona con un espacio físico o sensible a través de acciones, comunicando lo comprobado a propósito de ellas. El pensamiento geométrico, se manifiesta cuando se interacciona con un “espacio geométrico” conformado por conjuntos de puntos y sus propiedades, que nos permite comprender al espacio físico, constituyéndose, en parte, como modelización de éste. En ese sentido:

“Los conocimientos geométricos son identificados y organizados por la disciplina matemática. En cambio los conocimientos espaciales, al referirse a problemas en el espacio físico, admiten resoluciones de carácter particular, asistemático; no tienen el mismo status dentro del currículum, dado que su incorporación es reciente” (Gonzales y Weinstein, 2006, p. 91).

Por tanto, los conocimientos geométricos y espaciales, están fuertemente ligados, a pesar de sus diferencias; y su configuración biunívoca nos da la posibilidad de anticipación frente a una situación-problema.

¿Qué es entonces el pensamiento espacial o geométrico? Según Gonzales et al. (2006), respecto al pensamiento espacial afirma: la habilidad o destreza para lo espacial es un componente esencial del funcionamiento del pensamiento matemático en general y el pensamiento geométrico en particular. Pues, este pensamiento nos permite comprender nuestro entorno, nos posibilita conocer las propiedades del espacio, ubicarnos en él, comunicarnos qué vemos, dónde estamos, diferenciar y reconocer las formas y sus propiedades. (pp. 89 - 90).

Mientras que el pensamiento geométrico es entendido por Badia et al. (2012) como una “competencia cognitiva” que les permite desarrollar la orientación y visualización espacial. Entendiéndose por “competencia cognitiva” al conjunto de procesos cognitivos involucrados como visualizar, relacionar, clasificar, localizar y así como también al acto de probar vínculos en la construcción del conocimiento geométrico (p. 43).

Por otra parte, el pensamiento espacial, ha sido comprendido por el National Council for Geographic Education (2006), como un conjunto de habilidades cognitivas que comprenden formas declarativas, habilidades de percepción del conocimiento espacial y algunas operaciones cognitivas que se pueden utilizar para analizar, comprender, transformar y producir nuevas formas de conocimiento espacial. Asimismo, señala que el conocimiento espacial entraña el aprendizaje y uso combinado de tres elementos claves: 1) los conceptos de espacio, 2) las herramientas de representación y las relaciones entre los elementos, y 3) los procesos de razonamiento. Estos elementos coinciden con los “niveles de comprensión” que describen Badia y otros:

“Inicialmente los estudiantes perciben las figuras geométricas globalmente, para posteriormente empezar a identificar propiedades de las figuras pero sin ser capaces de relacionarse unas propiedades con otras. Posteriormente los estudiantes empiezan a relacionar figuras con propiedades geométricas para inferir información adicional sobre las figuras, lo que constituye el “razonamiento configuracional”” (Badia et al., 2012, p. 44)

Las definiciones descritas concuerdan con el “dominio geométrico” propuesta en el TERCE:

“El dominio geométrico, implica los siguientes aprendizaje: a) significado de los atributos y propiedades de figuras y objetos bidimensionales y tridimensionales; lectura, interpretación y representación de los mismos. Nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad; interpretación de situaciones en las que se reconoce con pertinencia representaciones de las posiciones y relaciones geométricas convencionales, de sus propiedades y de su efecto; b) Reconocimiento y aplicación de traslaciones y giros de una figura, lectura e interpretación de desplazamiento y rotaciones de la misma en el plano. Nociones de congruencia y semejanza entre figuras (casos de ampliación y reducción) y, lectura, interpretación y representación de estas en el plano, así como sus propiedades; y c) interpretación de los diseños y construcciones de cuerpos y figuras geométricas, interpretación de situaciones en las que se reconocen algunas representaciones de ángulo, polígonos y sus clasificaciones” (TERCE, 2016, p. 12)

2.2.4.2.3 PENSAMIENTO MÉTRICO.

Para Gonzales y Weinstein (2006), el pensamiento métrico está vinculado a los procesos de “medir” y “estimar”. Medir, es el proceso por el cual averiguamos cuantas veces una cantidad (elegida como patrón o unidad de medida, convencional o no convencional) está contenida en otra de la misma magnitud. Mientras que, estimar es definido por Castro y otros (1966) citado por Gonzales como un “juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite”. En este sentido, en la vida cotidiana, medir y estimar son acciones que se realizan según las necesidades que las situaciones presentan (p. 144).

Sin embargo, el proceso de construcción de la medida por el estudiante pasa por un proceso de largo aliento que va desde el aprender a contar hasta aprender a medir, desde usar unidades no convencionales a unidades convencionales o patrones de unidad dentro de un sistema

establecido. Éste proceso trae como resultado que el estudiante distinga entre cantidades discontinuas o discretas y cantidades continuas (naturaleza de las medidas); entre un sistema de unidades universal y uno convencional. Todo ésto dentro de un proceso histórico, tal como lo describe Gonzales y Weinstein:

“Para lograr construir “qué es medir” el sujeto, de alguna manera, atraviesa el camino recorrido por el hombre a lo largo de la historia. Camino que va desde el uso de medidas relacionadas al propio cuerpo hasta la universalización de la medida en la construcción del Sistema métrico decimal” (Gonzales, y Weinstein, 2006, p. 146)

Respecto al aprendizaje y desarrollo del pensamiento métrico Chamorro y Belmonte (1988) citado por Gonzales y Weinstein (2006) sostienen:

“sólo manipulando es posible distinguir las distintas propiedades de los objetos; es difícil comprender que unos objetos son más pesados que otros usando tan sólo la vista, que un recipiente tiene más o menos capacidad que otro sin recurrir al transvasado de líquidos”. Y agrega, [...] es necesario la existencia de talleres, laboratorios, etc., donde se trabajen las distintas magnitudes y su medida, aunque el propio entorno de la clase también da ocasión para utilizar las distintas magnitudes, empleando los instrumentos más diversos para realizar el acto de medir” (p. 149)

Por lo tanto, el pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su capacidad para abstraerlas de los fenómenos, para medirlas, para compararlas entre sí, operar con sus medidas y aplicarlas en diferentes contextos; utilizando como herramienta básica los sistemas de medidas y haciendo énfasis en los siguientes aspectos: a) la construcción de los conceptos de cada magnitud, b) la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, c) la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”, d) la apreciación del rango de las

magnitudes, e) la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, f) la diferencia entre la unidad y el patrón de medida, g) la asignación numérica, y h) el papel del trasfondo social de la medición.

Desde un enfoque integral (configuracional), la medida, uno de los ejes de la matemática, articula a los otros dos ejes: número y espacio, dado que medimos objetos del espacio y, como resultado, obtenemos un número y una unidad. En ese sentido, los planteamientos líneas arriba concuerdan con el “dominio de la medición” propuesta en el TERCE:

El dominio de la medición, implica los siguientes aprendizaje: a) reconoce y diferenciar diversas magnitudes, así como interpretar situaciones en las que se hacen con pertinencia estimaciones de las mismas y de rangos, b) seleccionar y usar unidades de medida y patrones, y c) usar adecuadamente las monedas y reconocer las relaciones entre sus magnitudes, como también la justificación de procedimientos y validación de soluciones (TERCE, 2016, p. 12)

2.2.4.2.4 PENSAMIENTO ALEATORIO O ESTADÍSTICO.

“La medida” como resultado del proceso de medir es un elemento articulador entre el número y el espacio, pero dicho proceso es también fuente de incertidumbre, de imprecisión; y en algunos casos imposibles de realizar (de medir). En este sentido, el proceso de medir puede considerarse un puente a la incertidumbre a lo indeterminado. Esta naturaleza no causal de ciertas situaciones está involucrado con el pensamiento aleatorio o estadístico.

En el “Cuarto encuentro colombiano de Matemática Educativa” Rocha (2002, p. 41) hace una distinción entre pensamiento aleatorio y pensamiento estadístico. Según el mencionado autor el pensamiento

aleatorio podría definirse como “una actitud que desarrollan las personas que les permite pensar de forma que entienden el mundo de manera que son capaces de tolerar la ambigüedad y la incertidumbre resultado de la complejidad del mundo”. Y se caracteriza por: a) el hecho que las personas incluyan en sus decisiones lo aleatorio, cambiando la lógica bivalente que en muchas situaciones aún prevalece en el mundo, b) el entendimiento que la incertidumbre es un componente natural que incide dentro de las actividades, situaciones y acontecimientos de la cotidianidad, y c) supuesto que los estados de la naturaleza se relacionan con el concepto de sistema abierto, que describe situaciones donde al fijar las condiciones iniciales, no necesariamente se podría predecir cómo se comportaría el sistema en un estado posterior, es decir, se considera la trama de las relaciones internas y con el medio como punto de partida para la comprensión de la dinámica de las transformaciones del sistema. Mientras que el pensamiento estadístico se define como “una habilidad que le permite a los individuos realizar juicios utilizando criterios apoyados en el análisis de datos bajo un contexto determinado” cuyos elementos son:

- a) La omnipresencia de la variación en los procesos. Los individuos son variables: las mediciones repetidas del mismo individuo son variables. Los dominios del determinismo estricto en la naturaleza y en los asuntos humanos son bastante restringidos.

- b) La necesidad de datos acerca de procesos. La estadística es resueltamente empírica, no especulativa. La atención a los datos tiene prioridad máxima.
- c) El diseño de la producción de datos con la variación en mente. Conscientes de las fuentes de variación no controladas, se evitan muestras autoseleccionadas e insistimos en la realización de comparaciones en los estudios experimentales. Y la variación aleatoria se describe matemáticamente por la probabilidad.
- d) La cuantificación de la variación. La variación aleatoria se describe matemáticamente por la probabilidad.
- e) La explicación de la variación. El análisis estadístico busca los efectos sistemáticos subyacentes en la variabilidad aleatoria de los individuos y mediciones.

En nuestro país, el MINEDU a través del manual de OTP (2006) considera que desarrollar este tipo de pensamiento implica hacer que los estudiantes formulen preguntas e hipótesis que puedan contestarse usando datos. Es decir; los estudiantes “deberían aprender a recoger datos, organizar los propios y ajenos, y representarlos en gráficos y diagramas que resulten útiles para responder a las preguntas” (p. 31). Así como, “aprender que las soluciones a algunos problemas dependen de las hipótesis que se establezcan y el grado de incertidumbre de las mismas” (p. 32). Esto concuerda con el “dominio estadístico” que propone el TERCE:

El dominio estadístico, implica los siguientes aprendizajes: a) Interpretación de situaciones, selección, recolección, organización e interpretación de información. Reconocer e identificar las relaciones entre los datos, b) Identificación y uso de medidas de tendencia central (promedio, media y moda). Relación entre las medidas, y c) Uso oportuno de diversas representaciones de datos para la resolución de problemas, así como para la justificación de procedimientos y la validación de soluciones. (TERCE, 2016, p. 12)

2.2.4.2.5 PENSAMIENTO VARIACIONAL.

En principio, el “pensamiento variacional” tiene que ver con el tratamiento matemático de la variación y el cambio; así como también con el pensamiento algebraico y el pensamiento funcional en su forma integral o configurada. En este sentido, el análisis del comportamiento de las funciones es uno de los rasgos esenciales que caracteriza al pensamiento variacional. Tal como afirma Vasco (2003) citado por Vrancken y otros (2015):

Este estudio [pensamiento] implica la apreciación del cambio en una o varias variables dependiendo del cambio de otras y da la posibilidad de expresar dicha variación a través de un modelo funcional. De esta manera las nociones de variable y función constituyen la base de la matemática de la variación y el cambio. (Vrancken, et al., 2015, p. 5)

Por otra parte, Vasco (2003) mencionado por Cabezas y Mendoza (2016) en su artículo considera que “el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (p. 15).

Y según estos autores, Vasco (2003) distingue dos momentos:

el primero en el que se determina lo que varía, lo que permanece constante, se identifican patrones de regularidad de los procesos y, un segundo momento que requiere acciones cognitivas para la producción de sistemas mentales para reproducir covariaciones entre magnitudes. (Cabezas y Mendoza, 2016, p. 15)

El desarrollo de este pensamiento, se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que las rigen, para identificar el patrón que se repite periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Al reconocer en que se parecen y en qué se diferencian los términos de estas sucesiones o secuencias, se desarrolla la capacidad para establecer en qué consiste la repetición de un mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula. Así, el estudio de patrones, se constituye en una herramienta necesaria para iniciar el estudio de la variación desde la primaria.

En las matemáticas los escenarios geométricos o numéricos deben ser utilizados para reconocer y describir regularidades o patrones presentes en las transformaciones. Estas exploraciones permiten, hacer una descripción verbal de la relación que existe entre las cantidades (el argumento y el producto terminado que se lee primero) que intervienen en la transformación. En ese sentido, estos planteamientos concuerdan con el “dominio de la variación” propuesta en el TERCE:

El dominio de la variación, implica los siguientes aprendizajes: a) Identificar regularidades y patrones numéricos y geométricos en representaciones diversas, b) identificación de variables y la interpretación de situaciones en las que se distinguen las mismas; descripción de fenómenos de cambio y dependencia, que considera la resolución de problemas y la valoración de la pertinencia del proceso seguido, c) noción de función, uso de conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad y a la variación inversa en contextos aritméticos y geométricos en la resolución de problemas, y d) uso pertinente de las diversas representaciones de relaciones matemáticas y sus variaciones. Justificación de procedimientos y validación de soluciones. (TERCE, 2016, p. 12)

El pensamiento matemático también incluye con otros tipos de pensamiento como: el analítico, el lógico, el relacional, el funcional, el algebraico, entre otros. El pensamiento lógico en combinación con el pensamiento matemático es conocido como el pensamiento lógico-matemático tiene especial consideración en nuestro país.

2.2.4.3 PENSAMIENTO LÓGICO - MATEMÁTICO

En nuestro país, el ministerio de educación a través del Manual de matemática: “Orientaciones para el Trabajo Pedagógico” (OTP) publicado el 2006 nos proporciona una definición de “pensamiento lógico-matemático”.

El pensamiento lógico-matemático es aquella capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el mundo circundante y la que nos posibilita cuantificarlas y formalizarlas para entenderlas mejor y poder comunicarlas. (OTP, 2006, p.8)

Es decir; el pensamiento lógico – matemático es el conjunto de “procesos mentales” a través de los cuales se establecen relaciones entre objetos, situaciones, conceptos, que permiten estructurar la realidad. Y consecuentemente, esta forma de pensamiento se traduce en el uso y manejo de procesos cognitivos tales como: razonar, demostrar,

argumentar, interpretar, identificar, relacionar, graficar, calcular, inferir, efectuar algoritmos y modelizar en general y, al igual que cualquier otra forma de desarrollo de pensamiento, es susceptible de aprendizaje.

Nadie nace, por ejemplo, con la capacidad de razonar y demostrar, de comunicarse matemáticamente o de resolver problemas. Todo eso se aprende. Sin embargo, este aprendizaje puede ser un proceso fácil o difícil, en la medida del uso que se haga de ciertas herramientas cognitivas. (OTP, 2006, p.8)

Por otra parte, es importante dejar establecido que el pensamiento lógico-matemático se construye siguiendo rigurosamente las etapas determinadas para su desarrollo en forma histórica, existiendo una correspondencia biunívoca entre el pensamiento sensorial, que en matemática es de tipo “intuitivo concreto”; pensamiento racional que es “gráfico representativo” en matemática y el pensamiento lógico, que es de naturaleza “conceptual o simbólica”.

2.2.4.4 PENSAMIENTO MATEMÁTICO Y DESARROLLO DE PROCESOS LOGICOS.

Cantoral (2000), manifiesta que para desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes es necesario diseñar situaciones donde:

“(i) Los alumnos se responsabilicen en la organización de su actividad para tratar de resolver el problema propuesto... (ii) La actividad de los alumnos esté orientada hacia la obtención de un resultado preciso, previamente hecho explícito por el profesor y que pueda ser identificado por los propios alumnos... (iii) La resolución del problema planteado implica la toma de múltiples decisiones por parte de los alumnos, y la posibilidad de conocer directamente las consecuencias de sus decisiones a fin de modificarlas para adecuarlas al logro del objetivo perseguido... (iv) Los alumnos pueden recurrir a diferentes estrategias para resolver el problema planteado, estrategias que corresponden a diversos puntos de vista sobre el problema...” (Cantoral, 2000, p.56)

Las acciones antes descritas de Cantoral, exigen participación activa de los estudiantes, desde el trabajo organizado y reflexivo que deben ejecutar para llegar a la solución de los problemas planteados, hasta la validación que debe hacer de sus propios resultados; esto concuerda con las “situaciones didácticas” de Brousseau (2007).

Mora, L., Campo, Y. y Gonzales, S. (2008) consideran que “el avance en el pensamiento matemático, implica el desarrollo de procesos lógico, y menciona que el grupo de Algebra de la Universidad Nacional Pedagógica (UPN) denomina como “proceso lógico” a una secuencia de pasos ordenados que atienden a ciertas reglas lógicas, cuyo resultado es posible validar, según criterios establecidos, que pueden estar basados en normas compartidas por una comunidad particular; la mayoría de ellos, transversales en la construcción de cualquier tipo de conocimiento, es decir, en cualquier área del saber” (p. 3).

Mientras que, los mencionados autores denominan “procesos matemáticos lógicos” a aquellos procesos lógicos perfeccionados en las matemáticas; por ejemplo, el proceso lógico de medir es matemático cuando se establece distancia entre el proceso físico y el proceso abstracto de la medición. Además, destacan:

Ningún proceso se da a parte de otro, siempre se relacionan unos con otros; por ejemplo, el proceso de representar es un proceso compuesto de otros, está vinculado con procesos más simples como simbolizar, codificar, decodificar, visualizar, modelar, y no se presenta de manera aislada sino que habitualmente aparece junto con los procesos de abstraer, clasificar, sintetizar, conjeturar y generalizar (Mora, et al., 2008, p. 3).

En este sentido, los procesos lógicos – matemáticos nos muestran el vínculo entre el conocimiento físico y el conocimiento matemático.

2.2.4.4.1 CONOCIMIENTO FÍSICO Y MATEMÁTICO.

Malaspina (1997), citado por Capella y Sánchez (1999) en torno al aprendizaje de la matemática, considera relevante la postura de la corriente piagetiana respecto a lo que se denomina conocimiento físico y conocimiento matemático:

El conocimiento físico es un conocimiento sobre los objetos observables en la realidad externa. La manipulación del objeto es fundamental para desarrollar este tipo de conocimiento, pues su fuente está principalmente en el objeto. Cuando el niño percibe que un trozo de hielo es frío, o que las bolitas ruedan, que las pelotas de jete rebotan, que un pedazo de corcho flota en el agua, etc., está adquiriendo conocimientos físicos. El conocimiento lógico-matemático está constituido por relaciones que crea el sujeto e introduce en o entre los objetos. El conocimiento lógico-matemático se inventa, se construye; su fuente está principalmente en el sujeto, en la manera como éste organiza la realidad. Su origen está en los actos que el sujeto realiza con los objetos mismos. Los objetos sólo son un medio que permite que ocurra la construcción (Capella et al., 1999, pp. 241 - 242).

Esto, evidentemente, está en la misma línea de concebir la matemática, ante todo, como una “actividad mental” (escribir símbolos en el papel es sólo una ayuda). Cuando el niño juega con bolitas y advierte que la cantidad que tiene se mantiene independientemente del lugar en el que las guarde, cuando advierte que tiene más bolitas que su amigo, cuando las agrupan con algún criterio (las rojas, las verdes, las nuevas, etc.) está construyendo conocimientos lógico-matemáticos. Es claro que para que el niño haga este tipo de construcciones no es indispensable que los objetos sean bolitas y menos aún que sean objetos que rueden. El niño está estableciendo relaciones lógico-matemáticas entre los objetos, está

organizando una realidad dada. Al respecto, se considera muy ilustrativa la siguiente nota aclaratoria de las educadoras Kamii y DeVries (1993) citado por Capella y Sánchez:

La relación más elemental y la base para todas las relaciones lógico-matemáticas más complejas, es la que se establece entre dos objetos. Cuando, por ejemplo, el niño encuentra dos cucharas de distinto tamaño, puede concebirlas como “iguales”, “diferentes”, “más grande que” o “dos”. Estas relaciones no existen ni en una cuchara ni en la otra. Las relaciones las crea literalmente el sujeto que pone en relación los objetos, y si no los pusiera en relación, para él cada objeto permanecería separado y sin relacionar con el otro. Como las relaciones las crea el sujeto, no pueden ser juzgadas como “correctas” o “equivocadas” por verificación empírica. Así, pues, las dos cucharadas pueden ser consideradas como “iguales”, “diferentes” o “dos”, según el punto de vista del sujeto. (Capella et al., 1999, p. 242).

En la misma obra, Kamii y DeVries explican que Piaget establece claramente que la fuente del conocimiento físico esta principalmente en el objeto y la fuente del conocimiento lógico-matemático está principalmente en el sujeto, pero que también sostiene que estas fuentes no son completamente diferentes, pues ambas están inseparables unidas en la realidad psicológica de la experiencia del niño pequeño. Por ello, resulta esencial para comprender el proceso constructivo la relación entre experiencia física y experiencia lógico-matemática. En ambas experiencias está presente la abstracción, pero mientras que en la experiencia física el niño obtiene información de los objetos mediante la “abstracción empírica”, centrándose solo en algunos de los aspectos del objeto, en la experiencia lógico-matemática el conocimiento que adquiere el niño se construye por “abstracción reflexiva”, pues no resulta de los objetos en sí, sino de la acción del niño sobre éstos, al introducir

relaciones en o entre los objetos. En este sentido, la primera se refiere estrictamente a la “toma de conciencia”, mientras que la segunda nos remite a la “toma de conocimiento”. Tal como lo describe Piaget:

La toma de conciencia se orienta hacia los mecanismos centrales de la acción del sujeto mientras que la toma de conocimiento del objeto se orienta hacia sus propiedades intrínsecas (Piaget, 1974, p. 263 citado por Bixio, 2006, p. 84)

Por tanto, aprender y enseñar matemáticas implica ¿qué se puede conocer de un objeto? y ¿cómo podemos aprender?; esta última pregunta integra el conocer y el pensar; que son los componentes del enfoque 4T3C elaborado y propuesto en esta investigación.

2.2.4.5 PENSAMIENTO MATEMÁTICO V.S. CAPACIDADES MATEMÁTICAS Y CÓMO DESARROLLARLAS

Mientras que en el espacio europeo se busca desarrollar el pensamiento matemático a través de “competencia matemáticas” ya mencionadas y propuestas por P.I.S.A. En nuestro país; el Perú, el pensamiento matemático se viene desarrollando a través de las tres “Capacidades del Área de Matemática” (CAM) denominadas “Razonamiento y demostración”, “resolución de problemas” y “comunicación matemática”; así como también a través de tres componentes: a) número, relaciones y funciones, b) geometría y medida y c) estadística y probabilidad que no es más que otra forma de enfocar el desarrollo del pensamiento matemático (OTP, 2006, pp. 23 - 32). En ese sentido, antes de abordar las CAM (por cierto naturaleza de la construcción del instrumento de investigación

presentado) sería relevante preguntarnos ¿qué significa desarrollar las capacidades o el pensamiento matemático?

Líneas arriba, se ha descrito, explicado y apropiado elementos relacionados al “acto de pensar” como capacidad (y como producto): ahí se mencionó que una particularidad de dicho acto lo constituye la “resolución de problemas” pero visto de una forma general. Ahora, toca dirigir la atención en el estudio del pensamiento matemático a su naturaleza “matemática”; es decir, entender ¿qué es la Matemática?, ¿cuáles son sus dimensiones y su relación con dicho pensamiento?, ¿para qué aprendemos matemáticas?, ¿cómo se promueve el desarrollo del pensamiento matemático? y ¿por qué desarrollar el pensamiento matemático?

¿Qué es la matemática? Por un lado, el de los matemáticos; dar una definición de qué es la matemática, es parar el tiempo; pero tal cosa es imposible, pues la matemática como toda ciencia evoluciona (se desarrolla) en el tiempo. Tal como lo menciona Davis y Hersh (1981, p. 8) citado por Santos (1996): “la definición de las matemáticas cambia. Cada generación y cada matemático notable en esa generación formula una definición de acuerdo a sus luces” (p. 7).

Para los griegos, la matemática era la ciencia de la cantidad (aritmética) y del espacio (geometría). Su máxima representación lo constituyó, la “Geometría Euclidiana”. Descartes, en el siglo XVII, decía que la matemática es la ciencia del orden y la medida, mientras que para Gauss (Siglo XVIII), la matemática era la reina de las ciencias, siendo la aritmética la reina de la matemática. Por su parte, Eric T. Bell expresó que la matemática es, a la vez, la reina y la sirvienta de las ciencias debido a la utilización en la formalización de sus contenidos por ciencias como la economía, la química,

la física y hasta la lingüística. Debido al enfoque creciente del método deductivo en todas las ramas de la matemática, C. S. Peirce en la mitad del Siglo XIX, afirmó que la matemática es la ciencia de llegar a conclusiones necesarias siguiendo el patrón de hipótesis-deducción-conclusión. Sin embargo, a inicios del mismo Siglo XIX, David Hilbert definía la matemática como la ciencia que no estudia objetos sino relaciones entre objetos en donde es posible verificar, que se puede reemplazar un objeto por otro siempre y cuando la relación entre ellos no cambie. El grupo Bourbaki, por su parte, manifiesta que la matemática es la ciencia que estudia las estructuras matemáticas. Desde esta perspectiva, una estructura es entendida como un conjunto de objetos abstractos, definidos axiomáticamente utilizando la lógica y la notación matemática, que se relacionan e interactúan entre sí y que tienen un sentido, dirección o propósito. (OTP, 2006, pp. 7 - 8)

En ese sentido, las matemática es esencia en un “método” que se construye a raíz de un problema cuya resolución es no usual y por tanto incita a buscar, a pensar, a crear, a imaginar, incluso a errar; es decir, a construir como afirma D’Alembert “el método matemático es el de todas las ciencias, aquel que es natural a la mente humana, aquel que hace describir las verdades de todo género”. (D’Alembert citado por Chevallard, 2013, p. 57)

Por otro, en el plano de la educación matemática (los docentes de matemática) “la matemática constituye el componen el que el niño puede iniciarse más tempranamente en la racionalidad, en el que puede forjar su razón en el marco de las relaciones autónomas y sociales”. (Brousseau, 2007, p. 11). Es también, una “actividad humana” a la que todos pueden acceder, y es la actividad misma, y no sus resultados lo que se constituye en un objeto de enseñanza con alto valor formativo para niños y jóvenes (Sadovsky et al., 2005, p. 11)

En ese sentido, la matemática es un producto cultural y social. Cultural, porque sus producciones están permeadas en cada momento por las concepciones de la sociedad en la que emergen, y condicionan aquello que la comunidad de matemáticos concibe en cada momento como posible y como relevante. Y es social, porque es el resultado de la interacción entre personas que se reconocen como pertinentes a una comunidad.

Las repuestas que plantean unos, dan lugar a nuevos problemas que visualizan otros, las demostraciones que se producen se validan según las reglas que se aceptan en cierto momento en la comunidad matemática. Son reglas que se van transformando en función de los conocimientos y de las herramientas disponibles, lo cual lleva a pensar que la idea de rigor matemático, cambia con el tiempo. (Sadovsky, 2005, pp. 22 - 23)

Ahora, ¿para qué aprendemos matemática? Para entender el mundo en el que vivimos y nos desenvolvemos, para comunicarnos con nosotros mismos y con los demás usando nuestras representaciones en particular y las universales (de la sociedad) en general; para plantear y resolver problemas y para desarrollar habilidades y capacidades superiores.

Y ¿cómo se promueve el desarrollo del pensamiento matemático? Mediante los procesos del pensamiento como: a) redescubrir y reconstruir conocimientos matemáticos en diversos contextos y b) aplicar conocimientos matemáticos al resolver problemas. Desde el enfoque 4T3C, el aprendizaje de las matemática se fundamenta en el desarrollo de habilidades de pensamiento básico.

¿Por qué desarrollar el pensamiento matemático? Porque tiene un valor necesario, es indispensable frente a los retos de la vida: a) Valor

formativo: radica en la forma de razonamiento que tenemos y vamos formando con la mediación del aprendizaje; se desarrolla mediante la capacidad de área de “Razonamiento y Demostración”. b) Valor social: que permite dar a conocer a los demás nuestra forma de pensamiento ya que es un medio de comunicación, se desarrolla mediante la capacidad de área de “Comunicación Matemática”, y c) Valor instrumental: por su utilidad para resolver situaciones problemáticas, se desarrolla mediante la capacidad de área de “Resolución de Problemas”

2.2.4.6 CÓMO DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO O LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS

Según el MINEDU (2006) a través del manual Orientaciones para el Trabajo Pedagógico (OTP) el pensamiento matemático y lógico se expresa principalmente mediante las capacidades: Razonamiento y demostración, Resolución de problemas y Comunicación matemática.

2.2.4.6.1 RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

El razonamiento es fundamental para el conocimiento y el uso de las matemáticas.

En ese sentido, para comprender la matemática es esencial saber razonar, capacidad que potenciamos desarrollando ideas, explorando fenómenos, justificando resultados y usando conjeturas matemáticas en todos los componentes o aspectos del área. El razonamiento y la demostración proporcionan modos efectivos y eficientes para desarrollar y codificar conocimientos sobre una amplia variedad de fenómenos. (OTP, 2006.p.24)

Según Panizza (2005), el razonamiento dependiente del conocimiento. La mencionada autora establece un vínculo entre los constructos “saberes

previos” (Ausubel) y/o “conocimiento implícito” (Vergnaud) pues considera que “razonar es un proceso por el cual uno “parte de cosas conocidas para obtener algo que no conocía”” (p. 19). Y agrega, “razonar supone un conjunto de elecciones y anticipaciones que son posibles o no según los conocimientos del sujeto” (p. 10). En este sentido, “la capacidad de razonar no es independiente de los contenidos matemático en juego” (p. 20).

Así mismo, razonar y pensar analíticamente implica percibir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos; ser capaz de preguntarse si esos patrones son accidentales o si hay razones para que aparezcan; poder formular conjeturas y demostrarlas. Una demostración matemática es una manera formal de expresar tipos particulares de razonamiento y de justificación. (OTP, 2006.p.24)

Hanna (1990) citado por Santos argumenta: “es necesario incorporar en el salón de clases otras formas de demostración. Pues considera que es importante diferenciar “demostraciones que prueban” y “demostraciones que explican””

Una demostración que prueba puede basarse en el uso de la inducción matemática o en la sola consideración de reglas sintácticas. Sin embargo, una demostración que explica puede proveer una racionalidad basada en las ideas del contenido y las propiedades matemáticas que causan la certidumbre del teorema (Hanna, 1990, p. 9 citado por Santos, 1996, p. 14)

En ese sentido, la formulación de conjeturas y la demostración de la validez lógica de dichas conjeturas constituyen la esencia del acto de creación que supone el uso de las matemáticas.

Los estudiantes desarrollan estos tipos de habilidades al formular y analizar conjeturas, al argumentar sus conclusiones lógicas, al debatir las que presentan sus compañeros o cuando justifican sus apreciaciones. Y

¿cómo se da este desarrollo? Este desarrollo se da cuando tanto el razonamiento inductivo como el deductivo (análisis-síntesis, según Rubinstein) entran en juego a medida que los estudiantes elaboran conjeturas y buscan la forma de explicar por qué son válidas. Este razonamiento se va configurando durante un largo tiempo.

El razonamiento y la demostración no pueden enseñarse, por ejemplo, en una simple unidad de lógica o haciendo demostraciones en geometría, sino que deben ser una parte consistente de las experiencias de aprendizaje durante toda la Educación Secundaria. Razonar matemáticamente debe llegar a ser un hábito mental, y como todo hábito ha de desarrollarse mediante un uso coherente en muchos contextos. (OTP, 2006, p. 25)

En nuestro país, el MINEDU a través del manual de Orientación para el trabajo pedagógico (OTP) considera fundamental para desarrollar esta capacidad:

a) reconocer a la capacidad de razonamiento y demostración, como uno de los elementos que más ha contribuido en el desarrollo y la solidez de la matemática, b) hacer e investigar conjeturas matemáticas, c) desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas, y d) seleccionar y usar varios tipos de razonamiento y métodos apropiados de demostraciones (OTP, 2006, p. 25) .

2.2.4.6.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Un problema en matemática puede definirse como una situación —a la que se enfrenta un individuo o un grupo— para la cual no se vislumbra un camino aparente u obvio que conduzca hacia su solución. Es decir:

“...Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no había previamente camino alguno, es encontrar la forma de salir de una dificultad de donde otros no pueden salir, es encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir un fin deseado que no es alcanzable de forma inmediata, si no es utilizando los medios adecuados...” (G.Polya en Krulik y Reys 1980, p. 1 citado por OTP, 2006, p. 23).

La resolución de problemas es el proceso por el que los estudiantes experimentan la potencia y la utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea.

Por tal razón, la resolución de problemas debe apreciarse como la razón de ser del quehacer matemático, un medio poderoso de desarrollar el conocimiento matemático y un logro indispensable para una educación que pretenda ser de calidad. El elemento crucial asociado con el desempeño eficaz en matemática es, precisamente, el que los adolescentes desarrollen diversas estrategias que les permitan resolver problemas donde muestren cierto grado de independencia y creatividad. (OTP, 2006.p.23)

El hecho de considerar que la “resolución de problemas” sea la razón de ser del quehacer matemático en el discurso propuesto por el MINEDU nos hace pensar que la postura en Educación Matemática tiene influencia “norteamericana”.

El “currículo norteamericano” intenta asociar la resolución de problemas al aprendizaje de las matemáticas. Un aspecto que actualmente ha permeado el desarrollo del currículo en E.U.A y Canadá es el impacto que ha tenido el desarrollo de las nuevas tecnologías en la educación (Santos, 1996, p. 12)

La resolución de problemas es también un “método de indagación” y que puede ofrecer un contexto sólido para el aprendizaje y la aplicación de las matemáticas. “Mediante la resolución de problemas, se crean ambientes de aprendizaje que permiten la formación de sujetos autónomos, críticos, capaces de preguntarse por los hechos, las interpretaciones y las explicaciones. Los estudiantes adquieren formas de pensar, hábitos de perseverancia, curiosidad y confianza en situaciones no familiares que les servirán fuera de la clase. En consecuencia, proporciona grandes beneficios en la vida diaria y en el trabajo”. (OTP, 2006, p. 23)

Al resolver problemas en matemática, los alumnos desarrollan diversas formas de pensar, actitudes de perseverancia y curiosidad, y confianza en

situaciones no rutinarias que les serán útiles fuera de la clase. Un experto en resolver problemas tiene éxito en la vida diaria y en el trabajo. (OTP, 2006, p. 24)

La elaboración de estrategias personales de resolución de problemas, crea en los alumnos confianza en sus posibilidades de hacer matemática, pues se asienta sobre los conocimientos que ellos pueden controlar y reflejar. En este apartado debe entenderse por estrategias personales a las estrategias o habilidades de aprendizaje que pueden ser cognitivas, metacognitivas y sociales (razón de ser de un instrumento construido/adaptado en esta investigación)

La importancia de las estrategias de aprendizaje, estriba en que el éxito o el fracaso del alumno en el aprendizaje de determinado material dependerán en parte de la estrategia de aprendizaje utilizada, puesto que las acciones que el sujeto realiza con el material a fin de aprenderlo (recordarlo, producirlo, repetirlo, usarlo, etc.) pueden ser consideradas verdaderos mediadores entre el sujeto que aprende y el material que aprende, cuando la instancia de mediación social áulica ya se ha producido (Bixio, 2006, p. 90)

El MINEDU considera fundamental para desarrollar la capacidad de resolución de problemas lo siguiente:

a) construir nuevo conocimiento matemático a través del trabajo con problemas, b) desarrollar una disposición para formular, representar, abstraer y generalizar en situaciones dentro y fuera de la matemática, c) aplicar una amplia variedad de estrategias para resolver problemas y adaptar las estrategias a nuevas situaciones, y d) reflexionar sobre el proceso de resolver problemas matemáticos. (OTP, 2006, p. 24)

2.2.4.6.3 COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

El uso que en otras materias se hace de las matemáticas se ha incrementado drásticamente, en gran parte a causa de su capacidad para “representar” y “comunicar” ideas con concisión. En ese sentido:

La comunicación matemática es una de las capacidades del área que adquiere un significado especial en la educación matemática porque permite

expresar, compartir y aclarar las ideas, las cuales llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión, análisis y reajuste, entre otros. El proceso de comunicación ayuda también a dar significado y permanencia a las ideas y a hacerlas públicas. (OTP, 2006, p. 27)

Escuchar las explicaciones de los demás da oportunidades para desarrollar la comprensión. Las conversaciones en las que se exploran las ideas matemáticas desde diversas perspectivas, ayudan a compartir lo que se piensa y a hacer conexiones matemáticas entre tales ideas.

Comprender implica hacer conexiones. Esta capacidad contribuye también al desarrollo de un lenguaje para expresar las ideas matemáticas, y a apreciar la necesidad de la precisión en este lenguaje. Los estudiantes que tienen oportunidades, estímulo y apoyo para hablar, escribir, leer y escuchar en las clases de matemática, se benefician doblemente: comunican para aprender matemática, y aprenden a comunicar matemáticamente. (OTP, 2006, p. 27)

La capacidad de leer, escribir, escuchar y pensar de forma creativa y de comunicarse acerca de problemas contribuirá a desarrollar y profundizar la comprensión que los estudiantes alcancen de las matemáticas. El proceso comunicativo requiere que los estudiantes estén de acuerdo sobre el significado de los términos y reconozcan la enorme importancia de contar con definiciones universalmente compartidas.

Para entender y utilizar las ideas matemáticas es fundamental la forma en que se representen.

Muchas de las representaciones que hoy nos parecen naturales, tales como los números expresados en el sistema decimal o en el binario, las fracciones, las expresiones algebraicas y las ecuaciones, las gráficas y las hojas de cálculo, son el resultado de un proceso cultural desarrollado a lo largo de muchos años. (OTP, 2006, p. 27)

Representación y acción o acto de representar son procesos elementales para la comunicación matemática:

El término representación se refiere tanto al proceso como al producto (resultado), esto es, al acto de captar un concepto matemático o una relación en una forma determinada y a la forma en sí misma, por ejemplo, el estudiante que escribe su edad usando sus propios símbolos usa una representación. Por otra parte, el término se aplica a los procesos y a los productos observables externamente y, también, a los que tienen lugar “internamente”, en la mente de los que están haciendo matemática. (OTP, 2006, p. 27)

“Las formas de representación, como los diagramas, las gráficas y las expresiones simbólicas, no deben considerarse como fines del aprendizaje, en sí mismos, por tratarse de formas de comunicación matemática y no de capacidades ni contenidos”. (p. 27)

La comunicación implica la capacidad de leer y escribir matemáticas y de interpretar significados e ideas. Escribir y hablar sobre lo que piensan ayuda a clarificar las ideas de los estudiantes y da al profesor una información muy valiosa a partir de la cual tomar decisiones en cuanto a la docencia.

Los profesores pueden fomentar la comunicación en matemáticas por medio de preguntas o planteando situaciones de problemas que ocupen al estudiante de forma activa, incluidas aquellas situaciones que animan a los estudiantes a crear problemas ellos mismos. Con trabajos en pequeños grupos, discusiones en grupos grandes y presentación de informes individuales o por grupos –tanto escritos como orales- se crea un ambiente donde los estudiantes pueden practicar y depurar su creciente capacidad para comunicar procesos de pensamiento y estrategias matemáticas. Los grupos pequeños constituyen un foro donde los estudiantes hacen preguntas, discuten ideas, cometen errores, aprenden

a escuchar las ideas de los demás, ofrecen críticas constructivas y resumen sus descubrimientos por escrito, Las discusiones en el grupo de toda la clase hacen que los estudiantes sean capaces de poner en común ideas y evaluarlas, registrar datos, compartir estrategias de resolución, resumir los datos recogidos, inventar notaciones, hacer hipótesis y elaborar argumentos simples. Y todo esto en el marco de una “situación de validación e institucionalización” (Brousseau, 2007)

El MINEDU considera que la lectura del lenguaje matemático ayuda a los estudiantes a desarrollar sus habilidades para formular argumentos convincentes y para representar ideas matemáticas en forma verbal, gráfica o simbólica. Hace referencia también, a la capacidad de obtener y cruzar información proveniente de diferentes fuentes (textos, mapas, gráficos, etc.) para:

- a) organizar y consolidar su pensamiento matemático para comunicar, b) expresar ideas matemáticas en forma coherente y clara a sus pares, profesores y otros, c) extender su conocimiento matemático junto al pensamiento y estrategias de otras áreas, y d) usar el lenguaje matemático como un medio económico y preciso de expresión. (OTP, 2006, p. 28)

2.2.5 HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

El estudio del desarrollo de habilidades básicas del pensamiento matemático tiene sus inicios en las obras de Piaget (1991); en particular en la obra titulada “Seis estudios de psicología”. Pues la mencionada obra presenta una descripción y explicación del desarrollo del pensamiento lógico-matemático por etapas cronológicas; muy criticadas por otros estudiosos pero de gran referencia para empezar un trabajo educativo.

Según la teoría de Piaget, el desarrollo mental general se produce mediante un juego constante de procesos que llevan al sujeto de un estadio de conocimiento más simple a otro más complejo, y ello se traduce en cambios cualitativos en sus estructuras cognoscitivas (Nickerson 1987). Estos cambios en el desarrollo mental permitirían distinguir etapas potenciales de aprendizaje que sugieren especial interés para los programas de escolaridad en matemática, pues el conocer las características de cada estadio, podrá guiar la organización de ideas que pretendan mediar la evolución de los procesos del pensamiento en alumnos con edades comprendidas entre siete y trece años que cursan el nivel de educación básica. (Zerpa, 2011, p. 5)

En ese sentido, el niño debe ser concebido como un ser único e irrepetible que construye su propio conocimiento; es decir, “los niños piensan, y desarrollan distintos procedimientos para gestionar sus pensamiento; y para ello deben desarrollar habilidades básicas del pensamiento que suponen la base para la construcción y la organización del conocimiento”. (Justo, 2015, p. 6)

Por tanto, para lograr que la construcción y organización del conocimiento sea perdurable (o significativo) en el tiempo; “es necesario que la utilización de las habilidades del pensamiento se convierta en un hábito que el niño aplique de forma habitual a cualquier situación de la vida”. (Justo, 2015, p. 78)

En este escenario, la teoría propuesta de Sánchez (1995): “Desarrollo de habilidades del Pensamiento”, toma relevancia. Pues, la mencionada autora propone una “operacionalización” de ciertos procesos (mentales) a los que ella los considera básico y elemental para poder desarrollar otros procesos más complejos como el razonamiento entre otros.

Esta manera de operacionalizar los procesos de pensamiento sin hacer referencia a una etapa cronológica nos da por una parte más libertad para

el análisis y la elaboración de una actividad (proceso de enseñanza-aprendizaje) en particular. Y por otra, plantear la hipótesis de esta investigación: “el desarrollo de habilidades del pensamiento mejora y desarrolla las habilidades pensamiento matemático”.

Abre también la posibilidad de desarrollar un marco teórico acerca de las habilidades de pensamiento matemático”. En ese sentido, por ahora se buscará desarrollar habilidades de pensamiento matemático a través del desarrollo de habilidades del pensamiento. La definición, configuración y sistematización de las habilidades del pensamiento matemático podría ser sujeto de otra investigación.

La propuesta de Sánchez (1995) en su teoría “Desarrollo de las habilidades del Pensamiento” considera como habilidades básicas del pensamiento:

Los procesos de observación, descripción, diferencias, semejanzas, comparación, relación, características esenciales, clasificación, planteamiento y verificación de hipótesis, definición de conceptos, cambios y secuencias, orden de variables, transformaciones, clasificación jerárquica, conceptos, análisis, síntesis, evaluación interna y externa y analogías. (Sánchez, 1995)

2.2.5.1 HABILIDADES DE PENSAMIENTO Y MATEMÁTICA.

Según Zerpa (2011), Sánchez al igual que Piaget “sostienen que los procesos que propician el desarrollo de diferentes estructuras cognitivas, van desde razonamientos simples a complejos, y su propuesta surge a partir de un análisis paso a paso de información basada en novedosas investigaciones en el campo de las ciencias psicológicas y pedagógicas” (p. 6).

Además, la mencionada autora considera que dicha operacionalización debe ser considerada en la elaboración de las clases y los materiales didácticos (variable independiente del trabajo de investigación) tal como lo escribe Zerpa (2011):

Aquí se recurre a presentar a manera de recomendación los pasos secuenciales que un docente de matemática podría utilizar para presentar contenidos y saberes (en ocasiones; materiales didácticos) a objeto de fortalecer, las habilidades de pensamientos conceptuales, operacionales, lógicos, geométricos, analíticos y algebraicos que desde el aula de la disciplina numérica necesita el adolescente educando para garantizar su éxito futuro, como estudiante, trabajador o ciudadano (p. 6).

En ese sentido, el enfoque 4T3C considera la propuesta de Sánchez (1995) no solo como un marco teórico sino también como un marco metodológico significativo para la construcción de la “sesión de aprendizaje” que se propone; así como también ha sido usado para la elaboración de un tercer instrumento basado en los procesos de “observación-descripción”. Al respecto, la construcción del instrumento nos permitió experimentar la relación bidireccional que existe entre ambos procesos; de ahí que dichos procesos constituyen una relación dialéctica en el acto de pensar componente de nuestro enfoque 4T3C.

Otra característica relevante de la teoría de Sánchez (1995) es el hecho que, cada proceso se va incluyendo en el siguiente; lo implica que el desarrollo del pensamiento obedece a un desarrollo integral y gradual. En esta investigación tomaremos en cuenta la descripción que hace Zerpa (2011, pp. 6 - 9) en su artículo titulado “Habilidades de pensamiento matemático en los alumnos de Educación básica”.

Según Sánchez (1995), “La observación es un proceso mental que implica la identificación de las características de los estímulos (objetos o situaciones) y la integración de estas características en un todo que represente la imagen mental del objeto o situación” (p.7). Es decir, que si se habla de estímulo, se debería pensar que la observación se realiza con todos los sentidos y no sólo con la vista como equivocadamente se piensa.

Observación → imagen mental

La observación es entonces, el proceso básico del pensamiento a través del cual en presencia de un estímulo, se activan todos los sentidos del hombre a fin de asignar características a dicho estímulo, que le permitan luego crear una imagen mental que le servirá como patrón comparativo frente a estímulos similares. Igualmente, la autora plantea que existe una secuencia de pasos para realizar este proceso que son: “(a) Definir un propósito para observar. (b) Identificar y enumerar las características del objeto o situación. (c) Verificar los resultados obtenidos.” (Sánchez, 1995, p. 7). Estos son los pasos esenciales que el docente debe facilitar, propiciando situaciones y haciendo correcciones para que sus discípulos adquieran aceptables competencias de observación

Otra de las habilidades esenciales de pensamiento es la descripción, la cual consiste en la capacidad de transmitir en forma ordenada los datos o características que se han obtenido luego de observar con eficiencia un objeto, evento o situación. La descripción es el proceso detallado y

sistemático que consiste en dar las características de lo observado y su importancia radica en que justo permite evaluar los resultados de la observación, además de que su aplicación consciente incrementa otras competencias y habilidades de pensamiento superior.

Este proceso de descripción es similar en varios aspectos al de observación, sin embargo, para describir deben plantearse preguntas que al ser respondidas dan forma al producto final. Por ejemplo, para describir un objeto cualquiera podrían plantearse preguntas como ¿qué es?, ¿qué forma tiene?, ¿para qué sirve?, ¿a qué se parece?..., luego se organizan las respuestas a dichas preguntas y se procede a redactar en forma de texto el resultado de la descripción. Según Sánchez (1995), para lograr un nivel eficiente de descripción el docente debe estimular el cumplimiento de las siguientes fases: “(a) Organizar las características de acuerdo a las preguntas planteadas. (b) Formular la descripción. (c) Verificar los resultados.” (p. 57).

Descripción → Imagen mental → Observar

Observación ← → descripción = configuración de la imagen mental

Imagen mental → (tendencia) → Objeto mental

Posteriormente, Sánchez (1995) señala que “identificar diferencias consiste extraer la características en que difieren dos o más objetos o situaciones” (p. 57). Por el contrario entonces, se debería pensar que el proceso de identificar semejanzas se refiere a la extracción de características en las que se parecen dos o más objetos. Ambos procesos

sientan sus bases en las variables, concibiendo la definición de variable como un tipo de característica que permite la discriminación entre un objeto y otro.

Objeto 01 \leftarrow lo común \rightarrow Objeto 02 = semejanzas

Objeto 01 \leftarrow lo no común \rightarrow Objeto 02 = diferencias.

Lo común y no común nos representan variables.

Los procesos de diferencias y semejanzas constituyen un eslabón más de la escalera que permitirá llevar el procesamiento de información hasta la etapa del análisis, punto culminante de los procesos básicos del pensamiento y los pasos a ser considerados por el docente promotor del desarrollo del razonamiento son: “(a) Definir el propósito. (b) Identificar variables. (c) Identificar las características diferentes o semejantes según cada variable. (d) Elaborar la lista de diferencias y/o semejanzas. (e) Verificar el proceso” (Sánchez, 1995, p. 57)

En consecuencia, el proceso a seguir luego de haber desarrollado las competencias para observar y describir, se centra básicamente en lograr identificar qué variables son de interés para comparar los objetos en estudio, ya sea basándose en experiencias previas, o en presencia de los objetos en cuestión.

En estas competencias esenciales están inmersas la comparación y la relación, que son procesos que van de la mano y por ello pueden estudiarse paralelamente. La comparación es un proceso básico que consiste en confrontar las características tanto semejantes como

diferentes entre dos o más objetos para luego enunciarlas en un conjunto de ideas conectadas entre sí, a las cuales se les da el nombre de relación. En ese sentido el proceso de comparación y de relación con forman una relación dialéctica.

Comparación $\leftarrow \rightarrow$ relación = relación dialéctica

Después de logrado los niveles deseados de competencias en todos los procesos esenciales estudiados hasta ahora, el hombre puede realizar una representación mental de un objeto o situación. Esta ideación es una habilidad de pensamiento de orden superior que se evidencia en el pase de lo concreto a lo abstracto.

Pensamiento concreto $\leftarrow \rightarrow$ Pensamiento abstracto = Observar, describir, identificar diferencias y semejanzas, comparar y relacionar a través de variables.

Para estimular el desarrollo de la representación, al igual que en los procesos anteriores, el docente debe conocer y presentar las condiciones para que el aprendiz estimule la siguiente secuencia de pasos:

“(a) Definir el propósito. (b) Identificar variables. (c) Identificar las características diferentes o semejantes según cada variable. (d) Elaborar la lista de diferencias y/o semejanzas. (e) Confrontar una a una cada diferencia o semejanzas y enlazarlas en un enunciado que las conecte a todas. (f). Verificar el proceso” (Sánchez, 1995, p. 67)

Como siguiente proceso, aparecen las características esenciales, que son aquellas características comunes a varios objetos y el proceso como tal, se refiere según Sánchez a “agrupar objetos con base en sus semejanzas

y diferencias ...”, lo que permite ...”identificar características compartidas...” (p.71), y el proceso que respalda tal definición es:

“(a) Definir el propósito. (b) Identificar variables. (c) Identificar las características semejantes según cada variable. (d) Elaborar la lista de semejanzas. (e) Identificar las características comunes o esenciales del grupo de objetos. (f) Identificar las variables correspondientes a cada característica esencial. (g) Verificar el proceso” (Sánchez, 1995, p. 76).

La adquisición de competencias para establecer exhaustivamente las características de un evento es un proceso fundamental que será aplicado, al construir una idea, al momento de realizar una definición o analizar una situación cualquiera, ya que este proceso evita caer en ambigüedades y elaborar conceptos y representaciones precisas y objetivas.

Subsiguientemente, la clasificación es el “Proceso que permite una ordenación de elementos, según un determinado criterio atendiendo al valor de una clave.” (Nickerson, 1987.p.86). Esta definición tomada en forma genérica, es bastante similar a la que plantea Margarita Sánchez, sin embargo esta autora denomina a los elementos “objetos” y a la clave “clase”.

Atendiendo a ambos criterios, se puede definir la clasificación como el proceso básico del pensamiento mediante el cual se ordenan los objetos pertenecientes a una clase; entendiéndose por clase, un conjunto de elementos que comparten algunas características generales o esenciales y el procedimiento para clasificar es:

“(a) Definir el propósito. (b) Observar los objetos. (c) Identificar las características de cada objeto. (d) Identificar semejanzas y diferencias. (e)

Relacionar las características semejantes y diferentes. (f) Identificar las variables correspondientes a cada característica. (g) Seleccionar sólo aquellas características en las que los objetos son semejante o diferentes. (h) Dividir los objetos en clases según las características que comparten. (i) Describir los conjuntos de objetos pertenecientes a una clase. (j) Verificar el proceso” (Sánchez, 1995, p. 81)

Si se observa con detenimiento, el proceso de clasificación viene a complementar todos los procesos que hasta ahora se han estudiado, y su diferencia fundamental con los restantes es que incluye a agrupación en clases de grupos de objetos que comparten de acuerdo a un criterio establecido, un conjunto de características.

Luego de estudiar los procesos de observación, descripción, diferencias y semejanzas, comparación y relación, características esenciales y clasificación; es momento de estudiar uno de los procesos básicos más importantes a la hora de estudiar un objeto, evento o situación. Se trata de la definición o elaboración de conceptos. Definir o conceptuar significa enlazar el resultado de todos los procesos anteriores en un todo abstracto que permita al individuo realizar una representación mental del objeto de estudio. Por ello es la importancia de verificar los resultados en cada proceso que se realice, lo cual evitará desembocar en definiciones vagas, erróneas o subjetivas. El procedimiento para definir un concepto es:

“(a) Realizar todos los pasos correspondientes al proceso de clasificación. (b) Observar o imaginarse algunos ejemplos pertenecientes a la clase a la que pertenecen los objetos que se quieren definir. (c) Hacer una lista de las características que se repiten en cada caso. (d) Definir el concepto basado en las características esenciales. (e) Verificar el proceso” (Sánchez, 1995, p. 98).

Por último, se hace mención al proceso de análisis como proceso básico del pensamiento. Esta habilidad se define, según Nickerson (1987), como

la “Distinción y separación de las partes de un todo hasta llegar a conocer los principios o elementos de éste” (p.79). Al respecto, Sánchez (1995, p. 81) lo reafirma como un “Proceso que permite separar un todo en sus partes”. Contraponiendo ambas definiciones, resulta claro entender que el análisis vendría a ser un proceso de pensamiento superior pero opuesto al de definición de conceptos. Así, al momento de realizar una definición, se parte de las características del objeto para integrarlas en un todo abstracto que permita representarlo mentalmente. Por el contrario, el análisis se centra en la concepción del todo como un aglomerado, para separarlo en sus componentes e identificar sus características.

Sólo resta señalar como todos los procedimientos anteriores se convierten en elementos dentro del proceso de análisis el cual consta de:

“(a) Definir un propósito. (b) Observar el objeto, evento o situación. (c) Identificar el todo. (d) Separar en partes de acuerdo al criterio de análisis. (e) Elaborar un diagrama de estructura (si es necesario). (f) Verificar el proceso.” (Sánchez, 1995, p. 83).

CAPÍTULO III

ANÁLISIS, DISCUSIÓN Y PROPUESTA

3.1 ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS DE LAS ENCUESTAS Y/O TEST APLICADOS A LOS ESTUDIANTES.

3.1.1 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.

3.1.1.1 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA ENCUESTA #01: “HABILIDADES O ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJES”.

En primer lugar se identificó las estrategias de aprendizaje que utilizan (o han desarrollado) los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la I.E. “Colegio Manuel Pardo” – 2012.

3.1.1.1.1 RESULTADOS GENERALES.

Resultado general de las estrategias de aprendizaje en los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012. (2º bimestre)

En cuanto a las estrategias cognitivas el 28% se encuentra en un nivel de logro y el 70% se encuentra en un nivel de proceso. Estos estudiantes son hábiles o están desarrollando procesos que logran integrar lo nuevo con el conocimiento previo. Por otra parte, el 2% se encuentra todavía en un nivel de inicio. Lo que indica bajo desarrollo de habilidades de pensamiento.

En cuanto a las estrategias metacognitivas el 16% se encuentra en un nivel de logro y el 78% se encuentra en un nivel de proceso. Estos estudiantes son hábiles o están desarrollando procesos que permiten

conocer acerca de los procesos de cognición y auto administración del aprendizaje por medio del planeamiento, monitoreo y evaluación. Por otra parte, el 6% se encuentra todavía en un nivel de inicio. Lo que indica bajo desarrollo de habilidades de pensamiento reflexivo, crítico, creativo y bajo procesamiento consciente.

Tabla 1:
Frecuencia y porcentaje de las habilidades de aprendizaje de los estudiantes de 5º de secundaria de la IE "Manuel Pardo" 2º bimestre - 2012

Categorías	Habilidades					
	Cognitiva		Meta cognitivo		Sociales	
	n	%	n	%	n	%
Inicio	1	2,0	3	6,0	3	6,0
Proceso	35	70,0	39	78,0	24	48,0
Logrado	14	28,0	8	16,0	23	46,0
Total	50	100,0	50	100,0	50	100,0

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

En cuanto a las estrategias de apoyo el 46% se encuentra en un nivel de logro y el 48% se encuentra en un nivel de proceso. Estos estudiantes son hábiles o están desarrollando procesos que permiten la comunicación y cooperación; logrando intercambiar ideas al conversar, explicar, debatir y cuestionar. Por otra parte, el 6% se encuentra todavía en un nivel de inicio. Esto indica bajo desarrollo de habilidades de relaciones interpersonales, de cooperación; lo que no permite socializar ni alcanzar el nivel de desarrollo potencial en palabras de Vygotsky.

3.1.1.1.2 RESULTADOS POR SECCIÓN.

Resultados por sección de las estrategias de aprendizaje en los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012. (2º bimestre)

En cuanto a quinto año “A” el 70% se encuentran en un nivel de inicio utilizando las estrategias cognitivas, el 90% se encuentran en un nivel de inicio utilizando las estrategias metacognitivas y el 70% se encuentran en un nivel de inicio utilizando las estrategias de apoyo. De acuerdo a los resultados se puede concluir que el nivel predominante es el nivel de inicio.

En cuanto a quinto año “B” el 70% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias cognitivas, el 50% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias metacognitivas y el 50% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias de apoyo. De acuerdo a los resultados se concluye que el nivel predominante es el nivel de proceso.

En cuanto a quinto año “C” el 82% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias cognitivas, el 73% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias metacognitivas y el 64% se encuentran en un nivel de logrado utilizando las estrategias de apoyo. De acuerdo a los resultados se tiene que el nivel predominante es el nivel de proceso.

En cuanto a quinto año “D” el 78% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias cognitivas, el 89% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias metacognitivas y el 67% se encuentran en un nivel de logrado utilizando las estrategias de apoyo. De acuerdo a los resultados se concluye que el nivel predominante es el nivel de proceso.

Tabla 2:

Porcentaje de las habilidades de aprendizaje de los estudiantes de 5º año de secundaria, 2º bimestre por sección del colegio Manuel Pardo de Chiclayo- 2012

Categorías	5º "A"			5º"B"			5º "C"		
	Meta			Meta			Meta		
	Cognitiva	cognitiva	Sociales	Cognitiva	cognitiva	Sociales	Cognitiva	cognitiva	Sociales
Inicio	70	90	70	30	50	50	0	9	0
Proceso	30	10	10	70	50	50	82	73	36
Logrado	0	0	0	0	0	0	18	18	64

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

Continuación tabla 2

Categorías	5º "D"			5º "E"		
	Meta			Meta		
	Cognitiva	cognitiva	sociales	Cognitiva	cognitiva	sociales
Inicio	0	11	11	0	0	0
Proceso	78	89	22	90	100	60
Logrado	22	0	67	11	0	44

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

En cuanto a quinto año “E” el 90% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias cognitivas, el 100% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias metacognitivas y el 60% se encuentran en un nivel de proceso utilizando las estrategias de apoyo. De acuerdo a

los resultados se concluye que el nivel predominante es el nivel de proceso.

3.1.1.2 ANÁLISIS Y RESULTADOS DE LA ENCUESTA #02: “CAPACIDADES DEL ÁREA DE MATEMÁTICA”.

En segundo lugar se identificó las capacidades del área de matemática (Resolución de problemas, razonamiento y demostración y comunicación matemática) que utilizan (o han desarrollado) los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la I.E. “Colegio Manuel Pardo” – 2012.

3.1.1.2.1 RESULTADOS GENERALES.

Resultado general de las capacidades del área de matemática (Resolución de problemas, razonamiento y demostración y comunicación educativa) en los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012.

En cuanto a la capacidad de Resolución de problemas el 18% se encuentran en un nivel de logro y el 64% se encuentra en un nivel de proceso. Estos estudiantes son expertos o están desarrollando procesos (métodos, metodologías, estrategias, habilidades) para abordar situaciones no estereotipadas. Por otra parte, el 18% se encuentran todavía en un nivel de inicio. Esto nos indica bajo desarrollo de habilidades de pensamiento y tendencia a un trabajo memorístico.

En cuanto a la capacidad de Razonamiento y demostración 16% se encuentran en un nivel de logro y el 76% se encuentra en un nivel de

proceso. Estos estudiantes son expertos; es decir: logran formular y analizar conjeturas, usan el razonamiento cuando hacen generalizaciones o están desarrollando procesos que involucran búsqueda de patrones y argumentación. Por otra parte, el 8% se encuentran todavía en un nivel de inicio. Lo que muestra dificultad para razonar, representar, interpretar símbolos y gráficas, usar métodos inductivo - deductivo).

Tabla 3:
Frecuencia y porcentaje de las capacidades del área de matemática en los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"- 2012

Nivel	Resolución de problemas		Razonamiento y demostración		Comunicación matemática	
	F	%	F	%	F	%
Inicio	9	18	4	8	4	8
Proceso	32	64	38	76	30	60
Logrado	9	18	8	16	16	32
Total	50	100	50	100	50	100

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

En cuanto a la capacidad de Comunicación matemática 32% se encuentran en un nivel de logro y el 60% se encuentra en un nivel de proceso. Estos estudiantes son hábiles o están desarrollando procesos que involucran: organizar y consolidar su pensamiento para comunicar, representar ideas matemáticas en forma verbal o simbólica y usar el lenguaje matemático

3.1.1.2.2 RESULTADOS POR SECCIÓN Y CAPACIDAD.

3.1.1.2.2.1 CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Resultados por sección de la capacidad “Resolución de problemas” en los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012.

Tabla 4:
Porcentaje de la capacidad Resolución de problemas del área de matemática por sección, en los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"- 2012

Valoración	Sección					Total
	a	b	c	d	e	
Inicio	4	8	4	2	0	18
Proceso	14	10	14	12	14	64
Logrado	2	4	2	4	6	18
Total	20	22	20	18	20	100

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

La tabla nº 4 nos indica que: en quinto año “A” el 2% se encuentra en un nivel de logro, el 14% en un nivel de proceso y el 4% en un nivel de inicio. En quinto año “B” el 4% se encuentra en un nivel de logro, el 10% en un nivel de proceso y el 8% en un nivel de inicio. En quinto año “C” el 2% se encuentra en un nivel de logro, el 14% en un nivel de proceso y el 4% en un nivel de inicio. En quinto año “D” el 4% se encuentra en un nivel de logro, el 12% en un nivel de proceso y el 2% en un nivel de inicio. En quinto año “E” el 6% se encuentra en un nivel de logro, el 14% en un nivel de proceso y el 0% en un nivel de inicio.

3.1.1.2.2.2 CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN

Resultados por sección de la capacidad “Razonamiento y demostración” en los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012.

Tabla 5:
Porcentaje de la capacidad Razonamiento y demostración del área de matemática por sección, en los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"- 2012

Valoración	Sección					Total
	a	b	c	d	e	
Inicio	0	4	0	0	4	8
Proceso	20	16	16	16	8	76
Logrado	0	2	4	2	8	16
Total	20	22	20	18	20	100

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

La tabla nº 5 nos indica que: en quinto año “A” el 0% se encuentra en un nivel de logro, el 20% en un nivel de proceso y el 0% en un nivel de inicio. En quinto año “B” el 2% se encuentra en un nivel de logro, el 16% en un nivel de proceso y el 4% en un nivel de inicio. En quinto año “C” el 4% se encuentra en un nivel de logro, el 16% en un nivel de proceso y el 0% en un nivel de inicio. En quinto año “D” el 2% se encuentra en un nivel de logro, el 16% en un nivel de proceso y el 0% en un nivel de inicio. En quinto año “E” el 8% se encuentra en un nivel de logro, el 8% en un nivel de proceso y el 4% en un nivel de inicio.

3.1.1.2.2.3 CAPACIDAD DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA.

Resultados por sección de la capacidad “Comunicación matemática” en los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la Institución educativa “Colegio Manuel Pardo”- 2012.

En quinto año “A” el 6% se encuentra en un nivel de logro, el 14% en un nivel de proceso y el 0% en un nivel de inicio. En quinto año “B” el 6% se encuentra en un nivel de logro, el 12% en un nivel de proceso y el 4% en un nivel de inicio.

Tabla 6:
Porcentaje de la capacidad Comunicación matemática del área de matemática por sección, en los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"- 2012

Valoración	Sección					Total
	a	b	c	d	e	
Inicio	0	4	2	0	2	8
Proceso	14	12	12	14	8	60
Logrado	6	6	6	4	10	32
Total	20	22	20	18	20	100

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

En quinto año “C” el 6% se encuentra en un nivel de logro, el 12% en un nivel de proceso y el 2% en un nivel de inicio. En quinto año “D” el 4% se encuentra en un nivel de logro, el 14% en un nivel de proceso y el 0% en un nivel de inicio. En quinto año “E” el 10% se encuentra en un nivel de logro, el 8% en un nivel de proceso y el 2% en un nivel de inicio.

3.1.1.2.3 PROMEDIO DE RESPUESTAS POR CAPACIDAD.

Promedio de las respuestas de los estudiantes en cada capacidad del área de matemática por secciones del 5º año de secundaria de la I.E.

“Manuel Pardo” - 2012.

3.1.1.2.3.1CAPACIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Tabla N° 7:

Promedio de las respuestas de los estudiantes respecto a la capacidad Resolución de Problemas del área de matemática en cada una de la secciones del 5º año de secundaria

Resolución de problemas	Sección "A"	Sección "B"	Sección "C"	Sección "D"	Sección "E"
p1. Aplica y busca nueva información que le ayude a resolver un problema cuando en el primer o segundo intento falla una estrategia determinada.	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p2. Construye nuevo conocimiento matemático a través del trabajo con problemas.	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p3. Reflexiona sobre el proceso de resolver problemas matemáticos.	La mayoría de las veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p4. Al resolver problemas en matemáticas a logrado desarrollar diversa forma de pensar, actitudes de perseverancia y curiosidad y confianza en situaciones no rutinarias que les serán útiles fuera de la clase.	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	La mayoría de las veces

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

Notamos en la tabla n° 7 que en promedio los estudiantes de la sección “E” responde que la mayoría de veces utiliza la capacidad de área resolución de problemas, en cambio en la sección “D” los estudiantes responden en promedio que la mayoría de veces al resolver problemas

en matemáticas a logrado desarrollar diversa forma de pensar, actitudes de perseverancia y curiosidad y confianza en situaciones no rutinarias que les serán útiles fuera de la clase y en las secciones “A”, “B”, “C” sólo algunas veces utilizan la capacidad de área resolución de problemas.

3.1.1.2.3.2 CAPACIDAD DE RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN.

Tabla N° 8:

Promedio de las respuestas de los estudiantes respecto a la capacidad Razonamiento y Demostración del área de matemática en cada una de la secciones del 5º año de secundaria

Razonamiento y demostración	Sección "A"	Sección "B"	Sección "C"	Sección "D"	Sección "E"
p5. Razona y piensa analíticamente para percibir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p6. Cuando razona y piensa analíticamente es capaz de preguntarse si esos patrones son accidentales o si hay razones para que aparezcan	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces
p7. Cuando razona y piensa analíticamente, formula conjeturas y las demuestra	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces
p8. Formula y analiza conjeturas	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces
p9. Al argumentar sus conclusiones son lógicas	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	Algunas veces	Algunas veces
p10. Sus argumentos se tornan más sofisticados y ganan coherencia interna y rigor matemático	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p11. Usa el razonamiento para resolver problemas de diferente tipo y naturaleza y no sólo para abordar problemas numéricos	La mayoría de las veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces

p12. Usa la demostración para argumentar y justificar las soluciones encontradas	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces
p13. Emplea el razonamiento cuando elabora algoritmos y quiere demostrar la validez de un procedimiento	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces
p14. Usa el razonamiento cuando hace generalizaciones para patrones	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p15. Emplea el razonamiento para explicar el significado de un gráfico	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p16. Usa el razonamiento cuando emplea otras formas de representación	La mayoría de las veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p17. Considera que los conceptos se aprenden por repetición	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p18. Los conceptos deben extenderse, conectarse con los conocimientos previos y considerarlos en una estructura que les de sentido	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	La mayoría de las veces
p19. Para resolver un problema, usted reconoce los datos, las variables, los indicadores, los parámetros y los rangos.	La mayoría de las veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

En la tabla nº 8 se observa que la mayor parte de los estudiantes de las secciones "A", "B", "C" y "D" responde que algunas veces utiliza la capacidad Razonamiento y Demostración, salvo en la sección "A", en las preguntas, 11, 16 y 19 que contesta la mayoría de veces, en la sección "B" se puede decir que algunas veces los estudiantes utilizan esta

capacidad, en cambio en la sección “E”, los estudiantes en promedio la mayoría de veces razona y demuestra.

3.1.1.2.3.3 CAPACIDAD DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA.

Tabla N° 9:

Promedio de las respuestas de los estudiantes respecto a la capacidad Comunicativa del área de matemática en cada una de la secciones del 5º año de secundaria

Comunicación matemática	Sección "A"	Sección "B"	Sección "C"	Sección "D"	Sección "E"
p20. Usa términos y símbolos para denotar o representar ideas o relaciones matemáticas, además de los conceptos	La mayoría de las veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p21. Utiliza los razonamientos inductivo y deductivo para formular argumentos	La mayoría de las veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p22. Escucha las explicaciones de los demás y comparte lo que piensa	La mayoría de las veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	La mayoría de las veces	La mayoría de las veces
p23. Representa ideas matemáticas en forma verbal, gráfica o simbólica	Algunas veces	Casi nunca	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p24. Organiza y consolida su pensamiento matemático para comunicar	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p25. Expresa ideas matemáticas en forma coherente y clara a sus pares, profesores y otros	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces
p26. Usa el lenguaje matemático como medio económico y preciso de expresión	Algunas veces	Algunas veces	Algunas veces	La mayoría de las veces	Algunas veces

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo" - 2012

Respecto a la capacidad Comunicación Educativa, notamos que en la sección “E” el promedio de los estudiantes menciona que la mayoría de las veces utiliza esta capacidad, se aprecia también que en la sección “B”, los estudiantes casi nunca representan ideas matemáticas en forma verbal, gráfica o simbólica, utilizando solo algunas veces esta capacidad.

3.1.1.3 ANÁLISIS Y RESULTADOS DEL TETS: “PROCESOS BÁSICOS DEL PENSAMIENTO: OBSERVACIÓN Y DESCRIPCIÓN”

En tercer lugar aplicamos un test para medir el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático básico (observación, descripción, diferencias - semejanzas y comparación). Al mismo tiempo se busca identificar la habilidades espaciales (movimientos hacia arriba, hacia abajo, a la derecha, a la izquierda, girar o rotar) buscando movilizar sus procesos cognitivos. Es decir; debe construir la gráfica sin recortar las partes de las figuras.

3.1.1.3.1 RESULTADOS DEL TETS: “PROCESOS OBSERVACIÓN

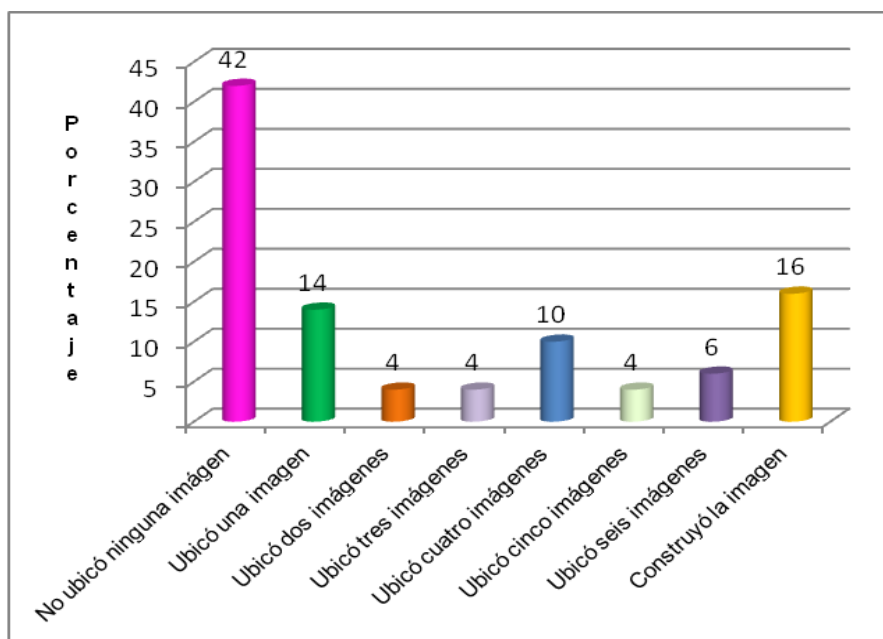
Resultados del test aplicado a los estudiantes del 5º año de educación secundaria en la Institución Educativa: Colegio “Manuel Pardo”- 2012

3.1.1.3.1.1 RESULTADOS DEL NÚMERO DE PARTES ENCONTRADAS DE LA FIGURA 01

Resultados del número de partes encontradas de la figura 1, en la encuesta de observación, por los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE Colegio "Manuel Pardo"- 2012

Se Observa en el gráfico 1, que el 42% de los estudiantes no logró ubicar ninguna de las partes de la figura 1, en cambio un 16% logró construir la imagen, así mismo un 14 % de ellos sólo logró ubicar una imagen, un 10% logró ubicar cuatro imágenes, también apreciamos que el 4% de los estudiantes logró ubicar sólo dos, tres y cinco imágenes respectivamente.

Gráfico 1:
Porcentaje del número de partes encontradas de la figura 1, en la encuesta de observación, por los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"-2012



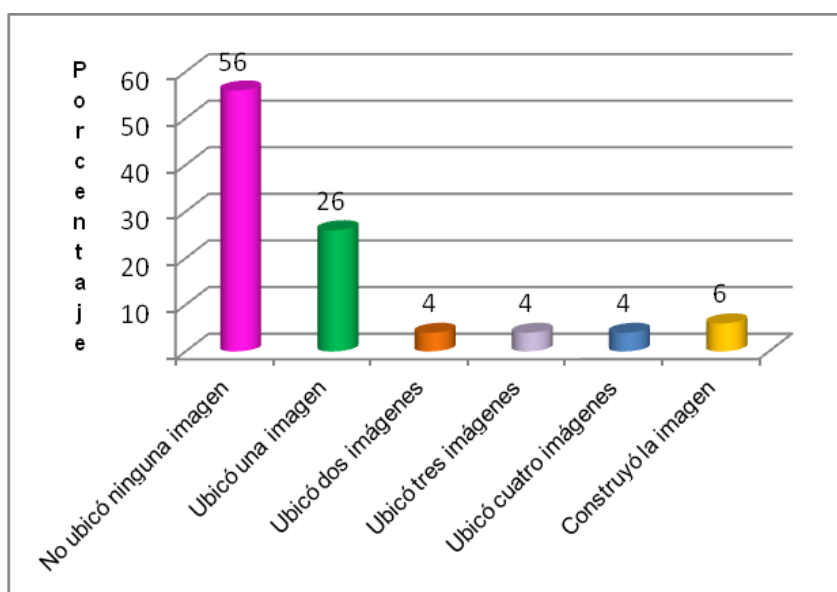
Fuente: Test aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"- 2012

3.1.1.3.1.2 RESULTADOS DEL NÚMERO DE PARTES ENCONTRADAS DE LA FIGURA 02

Resultados del número de partes encontradas de la figura 2, en la encuesta de observación, por los alumnos del 5º año de secundaria de la IE: Colegio "Manuel Pardo"-2012

Gráfico 2:

Frecuencia y porcentaje del número de partes encontradas de la figura 2, en el test de observación, por los estudiantes del 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"-2012



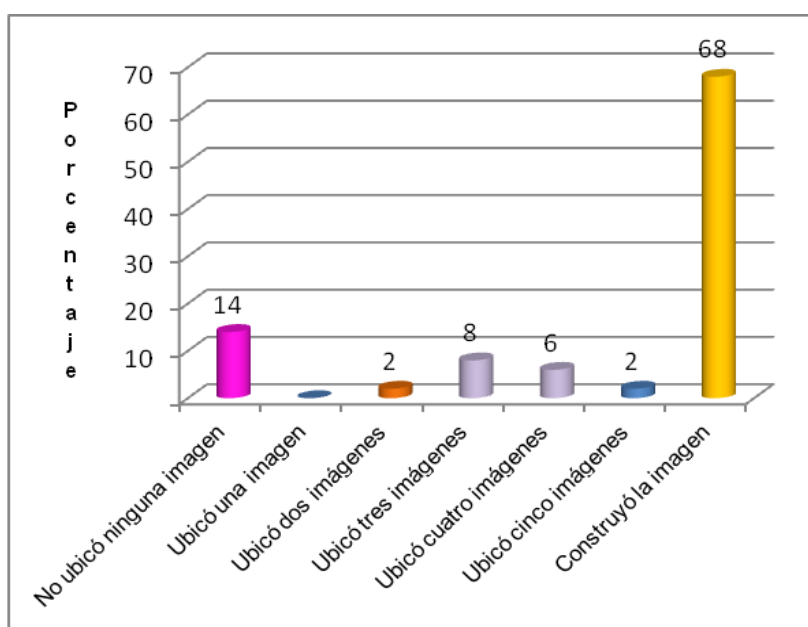
Fuente: Test aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"- 2012

La gráfica 2, nos indica que el 56% de los estudiantes no logró ubicar ninguna de las imágenes de la figura 2, sin embargo un 26% de ellos logró ubicar sólo una imagen y un 6% solamente construyó la imagen.

3.1.1.3.1.3 RESULTADOS DEL NÚMERO DE PARTES ENCONTRADAS DE LA FIGURA 03

Resultados del número de partes encontradas de la figura 3, en la encuesta de observación, por los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE Colegio "Manuel Pardo"-2012

Gráfico 3:
Frecuencia y porcentaje del número de partes encontradas de la figura 3, en el test de observación, por los estudiantes del 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"-2012



Fuente: Test aplicada a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"- 2012

En la figura 3, se observa que a diferencia de las figuras anteriores, aquí el 68% de los estudiantes logró construir la imagen, en cambio un 14% de ellos no logró ubicar ninguna imagen y un 2% de los estudiantes lograron construir sólo dos y cinco imágenes respectivamente.

3.1.1.3.2 RESULTADOS DEL TEST: “PROCESO DE OBSERVACIÓN Y DESCRIPCIÓN.

Resultado de cómo observan y describen (construyen) las partes de cada una de las figuras, en el test, por los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE: Colegio "Manuel Pardo"-2012

3.1.1.3.2.1 RESULTADOS DE LA DESCRIPCIÓN QUE HACEN LOS ESTUDIANTES OBSERVANDO LA FIGURA 01

Tabla 10:

Frecuencia y porcentaje de como observan las partes de la figura 1, en la test de observación, los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"-2012

Preguntas	si		no	
	N	%	N	%
La parte 2 se encuentra a lado izquierdo de la parte 6	18	36	19	38
La parte 7 está al lado derecho de la parte 1	20	40	15	30
La parte 5 no se mueve para formar la imagen completa	18	36	16	32
Las partes 3 y 8 están juntas	11	22	23	46
La parte 6 se ubica debajo de la parte 4	11	22	23	46
La parte 1 se traslada y se rota o gira	27	54	8	16
Luego de construir la figura se puede contar 8 escalones de la escalera	18	36	13	26
Las partes 2 y 3 se trasladan hacia arriba y hacia a bajo	17	34	14	28

Fuente: Cuestionario aplicado a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"- 2012

La tabla 10, muestra que el 54% de los estudiantes piensa que la parte 1 de la figura 1 se traslada y rota o gira, un 46% piensa que la parte 6 no se ubica debajo de la parte 4, del mismo modo el 46% de ellos piensa que la

parte 3 y 8 no están juntas, un 40% observa que la parte 7 está al lado derecho de la parte 1.

3.1.1.3.2 RESULTADOS DE LA DESCRIPCIÓN QUE HACEN LOS ESTUDIANTES OBSERVANDO LA FIGURA 02

Tabla 11:

Frecuencia y porcentaje de cómo observan las partes de la figura 2 en la test de observación, los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"-2012

Preguntas	si		no	
	N	%	N	%
Las partes 4 y 5 están siempre juntas	18	36	16	32
Existe una parte que no se mueve	23	46	11	22
Algunas partes se han girado	32	64	3	6
En la imagen se distinguen 3 tubos	14	28	19	38
La parte 5 se encuentra a la derecha de la parte 3	14	28	20	40
la imagen corresponde al tanque de agua del colegio	14	28	19	38
La parte dos se ha desplazado dos espacios hacia arriba	10	20	35	70

Fuente: Cuestionario aplicado a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"- 2012

En la tabla 11, apreciamos que el 64% de los estudiantes piensa que algunas partes de figura 2 se han girado, un 46% piensa que existe una parte que no se mueve, del mismo modo el 36% de ellos piensa que las partes 4 y 5 están siempre juntas, en tanto que un 70% observa la parte dos no se ha desplazado dos espacios hacia arriba.

3.1.1.3.2.3 RESULTADOS DE LA DESCRIPCIÓN QUE HACEN LOS ESTUDIANTES OBSERVANDO LA FIGURA 03

Tabla 12:

Frecuencia y porcentaje de la forma cómo observan las partes de la figura 3 en la test de observación, los estudiantes del 5º año de secundaria de la IE "Manuel Pardo"-2012

Preguntas	si		no	
	N	%	N	%
La parte 3 se ubica debajo de la parte 4	19	38	26	52
La parte 5 se ha girado 360º	15	30	29	58
La parte 6 ha subido	42	84	1	2
Las partes 1 y 4 se juntan	37	74	7	14
La parte 1 se desplaza un espacio hacia abajo	37	74	7	14

Fuente: Cuestionario aplicado a los estudiantes de 5º año de secundaria del colegio "Manuel Pardo"- 2012

Con relación a la figura 3, encontramos que el 84% de los estudiantes observa que la parte 6 ha subido, el 74% de ellos observa que las partes 1 y 4 se juntan, así mismo el 74% observa que la parte 1 se desplaza un espacio hacia abajo.

3.1.2 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS.

En esta investigación se identificó a través de las encuestas y el test lo siguiente:

Primero, en relación a las estrategias de aprendizaje consideradas como mecanismos interiorizados en los estudiantes; producto del aprendizaje y desarrollo en su actividad o quehacer diario. Notamos que la mayoría de los estudiantes se encuentran en el nivel de proceso. Por ejemplo: el 70%, 78% y 48% de los estudiantes utilizan las estrategias cognitivas, las

estrategias metacognitivas y estrategias de apoyo respectivamente. Esto se evidencia al ser evaluados con preguntas no estereotipados (estereotipos) en los exámenes y prácticas calificadas. Los jóvenes argumentan que se les toma preguntas que no se les ha enseñado; manifestando la falta de hábito para pensar, razonar, idear, construir. Solo quieren memorizar y repetir los contenidos, propio de una educación tradicional, ajena a contextos circunscritos en la diversidad, heterogeneidad, complejidad e incertidumbre donde las formas de pensar son diversas, creativas, críticas y complejas.

Segundo, el análisis de las capacidades en el área de matemática que utilizan los estudiantes muestra, que el nivel de proceso es el de mayor porcentaje: 64% en resolución de problemas, 76% en Razonamiento y demostración y 60% en Comunicación matemática. Comparando con los resultados anteriores notamos que guardan cierta relación.

Esto indica: los jóvenes, al no tener desarrollado las estrategias cognitivas que se usan en la capacidad de Razonamiento y demostración tiene dificultad para concebir una idea, formar un concepto, debatirlo, definirlo, clasificarlo y organizar ideas, conceptos, estructuras, esquemas; que van a ayudarlo en su vida diaria: En estos tiempos ya no se educa para aprobar el examen sino para la vida.

Además notamos una correspondencia directa entre las estrategias metacognitivas y la capacidad de Resolución de problemas. Las primeras son el pilar para la producción del conocimiento; permiten diferenciar los

ejercicios de un problema. Ante un ejercicio activan los esquemas y estructuras, concebidas como patrones de resolución (esto es lo que a alguien le da característica de hábil); mientras que un problema activa la combinación y construcción de nuevos esquemas. En este sentido se observa en los estudiantes cierto desinterés en el planteamiento (al plantear) de un problema, por lo general esperan a que el docente lo resuelva; conllevando esta situación a una dependencia por parte del estudiante para con el docente, impidiendo de esta manera su autonomía considerada como el fin de la Educación.

Por otra parte, mientras las estrategias de apoyo permiten el desarrollo del pensamiento a través de la comunicación (acto de socialización): al conversar, debatir, explicar y compartir; la capacidad de Comunicación matemática forma parte de estas actividades al permitir al estudiante representar gráfica y simbólicamente las ideas por compartir: “muchas veces las personas tienen una idea de algo, es más saben de que se trata, pero no logran comunicarlo, por la dificultad para expresar o representar sus ideas”. En este sentido, es de vital importancia tomar en cuenta para la comunicación: tanto “la forma” como lo hace, como “con que” lo hace.

Tercero, ante esta complementariedad entre las estrategias aprendizaje y las capacidades del área de matemática como indicadores del proceso de desarrollo de habilidades de pensamiento matemático se propuso aplicar un test para medir habilidades de pensamiento básico (observación,

descripción, semejanzas y diferencias, comparación y relación) así como también, habilidades espaciales básicas (movimiento hacia arriba, hacia abajo, a la derecha, a la izquierda y girar o rotar). Tratando de verificar si hay alguna relación con lo anterior.

Los resultados fueron inesperados dado que son estudiantes del quinto año de secundaria. De la interpretación de la figura 3 conformada por seis partes, cuya construcción se realiza por movimientos hacia arriba y hacia abajo, y la rotación de algunas piezas, se obtuvo que el 68% de los estudiantes logró construir la figura 3. Es decir; el 32% tienen dificultades al observar y trasladar (verticalmente) partes de un todo. Asimismo, al interpretar la figura 2 conformada por seis partes también, cuya construcción se realiza por movimientos hacia la derecha y hacia la izquierda, y la rotación de algunas piezas, se observó que el 6% de los estudiantes logró construir la figura 2. Es decir; el 94% tienen dificultades al observar y trasladar (horizontalmente) partes de un todo. Y por último de la figura 1 conformada por 8 partes, cuya construcción se realiza por movimientos tanto verticales como horizontales y la rotación de algunas partes, se obtuvo que el 16% de la muestra (50 alumnos de un total de 198) lograron construir la figura 1. Es decir; 84% tienen dificultades al observar, trasladar y rotar partes de un todo.

Estos resultados convelan a preguntarse: ¿De qué manera la acción de mover (trasladar y rotar) desarrolla el pensamiento?, y ¿Qué relación guarda con la formación de los conceptos?, ¿Es ésta actividad el inicio de

la concepción? , ¿Qué aprendemos primero a contar o a movernos en sentido primitivo? Sin embargo, podemos notar que el desarrollo de habilidades de pensamiento en general y el matemático en particular es una entidad integral, donde se complementan habilidades, estrategias, capacidades y sobre todo actividades, porque son las portadoras de un cúmulo de ideas y costumbres. Por tanto, en base a los resultados obtenidos de la muestra (50/185 estudiantes), se puede afirmar que se ha verificado la hipótesis planteada: “bajo desarrollo de habilidades de pensamiento matemático” de los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la I. E. Colegio “Manuel Pardo” – 2012.

3.1.3 COMPARACIÓN CON ALGUNOS ANTECEDENTES.

El trabajo de investigación titulado “Relación entre el nivel de pensamiento formal y rendimiento académico en matemáticas” (2008), cuyos autores son; David Gonzáles López y Eduardo Elósegui Bandera, en la “Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo” (Chiclayo – Perú) y la “Universidad de Málaga” (España) Los resultados (obtenidos de un grupo formado por 146 estudiantes entre hombre y mujeres cuyas edades varían entre 16 y 18) indican que hay estudiante que concluyen la educación secundaria y todavía se encuentran con un pensamiento formal proposicional en el nivel concreto (30.1%) y pensamiento formal combinatorio en el nivel concreto (26,0%). Este resultado concuerda con el diagnóstico basado en las estrategias, las capacidades y los procesos.

3.2 PROPUESTA DEL USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO BASADO EN EL ENFOQUE 4T3C.

3.2.1 PRESENTACIÓN.

La presente propuesta que está basado en el programa denominado “Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático”, pretende resolver las dificultades (deficiente desarrollo de habilidades de pensamiento matemático) que presentan los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la institución educativa colegio “Manuel Pardo”. Dicha dificultad se encuentra relacionada con el desarrollo de los procesos básicos del pensamiento que propone Sánchez (1995) como son: observación, descripción, semejanza y diferencias, comparación y relación, clasificación, ordenamiento, clasificación jerárquica, análisis, síntesis y evaluación; que al parecer son el soporte para el desarrollo de habilidades del pensamiento en general y el pensamiento matemático en particular.

La finalidad de este programa es implementar recursos didácticos (medios, materiales, estrategias) para usarlos en diferentes situaciones (de aprendizaje, de la tarea, didáctica, adidáctica, programada) que permitan desarrollar los procesos básicos del pensamiento. Logrando de esta manera sentar las bases para el desarrollo de otros tipos de pensamiento como por ejemplo, el pensamiento sensorial o intuitivo concreto, abstracto, gráfico o representativo y conceptual simbólico; o el

pensamiento lógico, analítico, lateral, crítico y creativo; así como también el pensamiento matemático como por ejemplo: el pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio o estadístico y variacional.

La propuesta se caracteriza por ser metodológica, funcional y contextual. Metodológica porque pretende articular la enseñanza y el aprendizaje a través del contenido, los recursos y las estrategias para el desarrollo de los procesos básicos de pensamientos; es funcional porque se pone mucha énfasis a la actividad que realiza el estudiante y que propone el docente tratando de potenciar procesos como la exploración, la curiosidad, la experiencia y la creatividad como herramientas que ayudan a dar sentido y significado a nuestras acciones y pensamientos; y es contextual porque los materiales didáctico y contenidos que se usen será los más familiarizado posible; es decir elementos que se encuentren en su entorno diario.

Un primer impacto de esta propuesta se puede percibir a través del marco teórico; pues se ha tratado de enfocar e implementar el programa desde cuatro teorías: Teoría de la Modificabilidad Estructural Cognitiva Activa (Feuerstein), Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud), Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau) y la Teoría del Desarrollo de habilidades de pensamiento (Sánchez, 1995) que está basada en el paradigma de los procesos; donde cada una de ellas se complementan, logrando emerger un enfoque integrador: “enfoque 4T3C” , que permite al docente tener un panorama global de lo que es aprender y enseñar las

matemáticas, y no simplemente entenderla como una ciencia generalizada donde tanto el docente como el estudiante son sometidos muchas veces a interpretar las matemáticas como producto, dejando de lado la apasionante dimensión cultural.

Como segundo impacto, se considera que esta propuesta es de actualidad; estamos viviendo momentos muy cambiantes producto de la globalización y la sociedad del conocimiento (Drucker, 1969). Ahora no es suficiente saber conocer sino también saber hacer, saber aplicar, saber convivir, lo que pone en evidencia la necesidad de formar a las personas a través de mecanismos que desarrollen sus habilidades o competencia, más que el mero desarrollo de contenidos.

DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN BASE AL ENFOQUE 4T3C

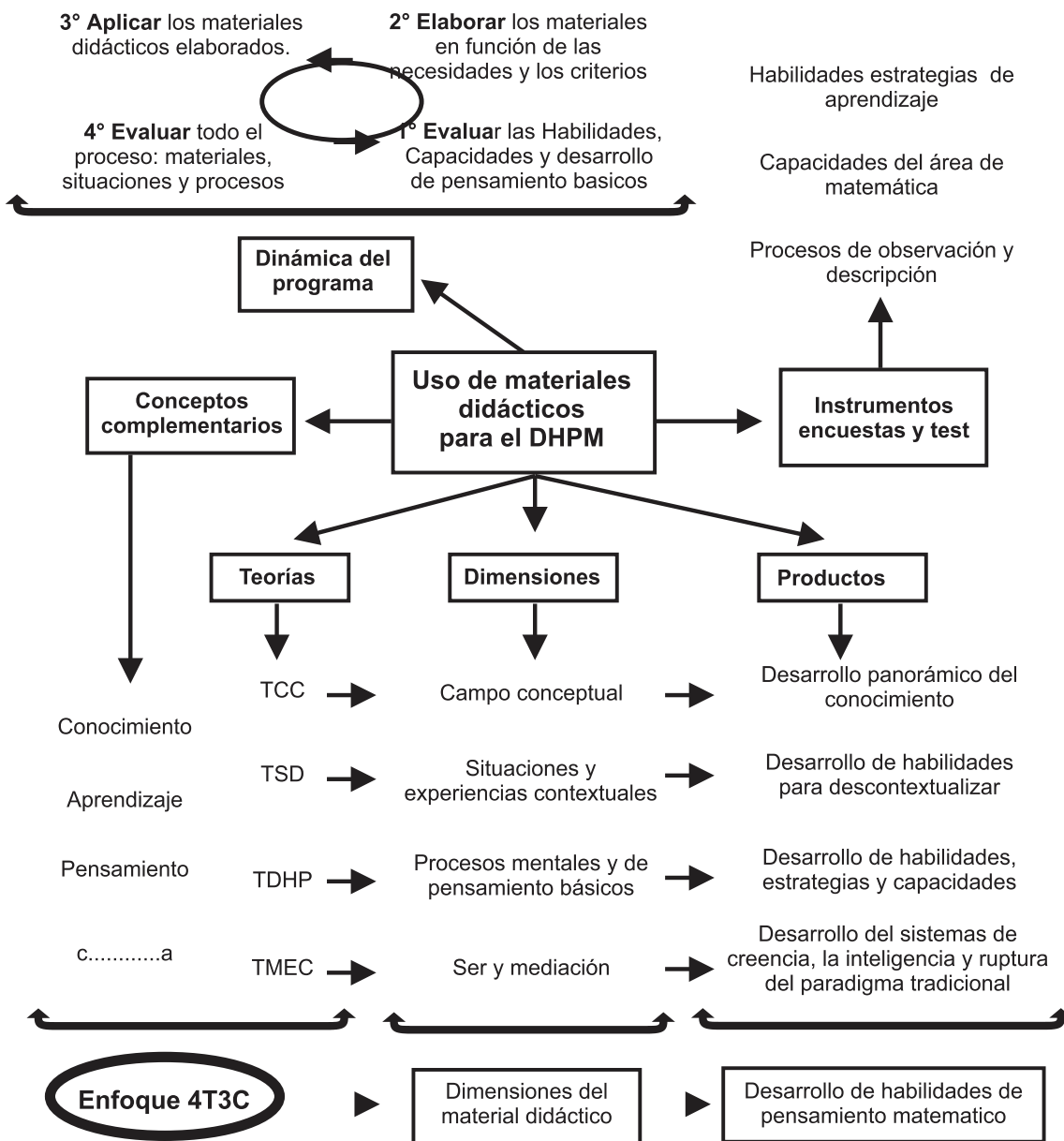


Figura 19: Propuesta del Uso de materiales didácticos para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático basado en el enfoque 4T3C, cuya autoría pertenece al investigador

3.2.2 JUSTIFICACIÓN

La Matemática constituye una forma de aproximación a la realidad; pues brinda elementos de importancia para el desarrollo de la capacidad de argumentación racional, la abstracción reflexiva y el aumento de las habilidades necesarias para resolver problemas no sólo del ámbito escolar; sino de amplia aplicación y transferencia a otros campos del saber.

Tal como se ha señalado, la Matemática es una ciencia con tal nivel de importancia y repercusión que aparece contemplada en la mayoría de los diseños curriculares. Sin excepción, en la mayoría de los casos la perspectiva bajo la cual se enseña, se orienta más hacia su uso instrumental que hacia el desarrollo de habilidades de pensamiento.

Desde la óptica del conocimiento y la experiencia: muchas veces los maestros creemos que nuestra actuación es idónea, olvidando la diversidad de estructuras cognitivas de nuestros estudiantes y lo complejo que es lograr en el proceso de enseñanza - aprendizaje una conexión: entre lo concreto/abstracto, los conocimientos previos y por conocer. Es ahí donde los materiales didácticos toman importancia porque permiten:

- a) relacionar o interactuar: dimensiones, modo del proceso de enseñanza/aprendizaje.
- b) simplificar toda una gama de explicaciones a través de la manipulación
- c) a modo de método inductivo partir de lo concreto para llegar a lo abstracto y viceversa.

En este sentido, esta propuesta es importante *primero*, por qué parte de una realidad y vuelve a ella: La formación del pensamiento en sus diversas categorías y dimensiones es la directriz del desarrollo del hombre y con ella la sociedad; una buena formación del pensamiento: un buen hombre, una buena sociedad. *Segundo*, es posible identificar problemática alguna respecto del pensamiento e idear estrategia alguna: cómo usar materiales didácticos como recurso, para lograr el desarrollo del mismo. *Tercero*, está vinculado a temas como: cómo conocemos y aprendemos: es decir los estilos de aprendizajes, quienes somos: nuestra personalidad, como actuamos, como nos entendemos: la comunicación, etc. Y por último aportar a través de esta investigación al entendimiento del complejo proceso de enseñanza/aprendizaje que se considera es la unidad de todo proceso de individualización/socialización y en él el humano.

3.2.3 FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA Y CIENTÍFICA.

El programa Uso de materiales didácticos para el Desarrollo de Habilidades de Pensamiento Matemático se sustenta en cuatro teorías que trato de relacionarlas de tal forma que interactúen y/o se complementen de tal forma que emerja un nuevo enfoque, conformado por cuatro planos.

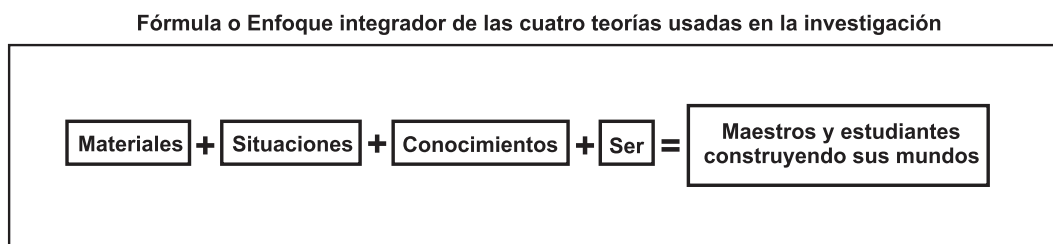


Figura 19: Dimensiones del enfoque 4T3C
Fuente: Interpretación del investigador

La figura 19 muestra el planteamiento de mi tesis y la esencia de mi propuesta que se puede formular como una ecuación de la siguiente manera:

mi tesis = materiales + situaciones (experiencias y artificiales) + conocimiento (campos conceptuales) + ser (inteligencias) = Maestro y estudiantes construyen su mundo.

En el “plano materiales”, debe distinguirse entre los materiales concretos o abstractos, materiales con información estructurada, para resolver ejercicios simplemente o para organizar la información entre otros aspectos o no estructurado, materiales con contenido o sin ello. Pues bien, es importante que el docente tenga muy presente la elaboración y presentación del mismo. Para esto, el docente debe orientar su trabajo en la elaboración del material tomando en cuenta el pensamiento que va a desarrollar y la situación o estrategia que va a emplear.

Por otra parte, en el “plano de las situaciones” podemos guiarnos de la propuesta que nos hace Brousseau en la Teoría de las Situaciones Didácticas, el propone tres situaciones adidácticas como la situación de

acción, de formulación, de validación y una situación de institucionalización, de carácter didáctico. Un elemento importante que el docente puede usar en el desarrollo de su práctica docente es el concepto de *variable*, dentro de una situación adidáctica. Este constructo permite al docente manejar la interacción del estudiante con el material, un ejemplo puede ser, el nivel de dificultad en los problemas, la variedad de ejercicios que se puede resolver con algún concepto teórico o la manera de enfocar la situación. Cabe destacar también al contrato didáctico como otro elemento dinamizador de la interacción didáctica.

En el “plano de los conocimientos”, podemos distinguir entre conocimientos conceptuales y procedimentales, las primeras tienen que ver con el saber cómo tal, mientras que las segundas con los procesos o habilidades. En este sentido entender la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) y la Teoría de Desarrollo de habilidades de Pensamiento Básicos, propuestos por Vergnaud y Sánchez, resulta imprescindible.

Vergnaud, en la TCC presenta a la conceptualización y la actividad como factores importantes para el desarrollo cognitivo; y para ello toma como idea central el concepto de Esquema. En esta investigación se rescata la manera como explica el concepto de esquema junto con el concepto de invariante operatorio. Para Vergnaud, el conocimiento es como un iceberg, lo que se conoce es lo de arriba lo que se ve, ese es el conocimiento explícito, lo demostrable, lo científico mientras que lo que no

se conoce esta allá abajo, está en ideas, en hipótesis, en construcción ese conocimiento es el conocimiento implícito; de allí el concepto de invariantes operatorios. Lo curioso es que así es el estudiante, un mundo lleno de preguntas, ideas en construcción, con ciertas dudas y aciertos; he ahí la importancia de conocer al estudiante; como piensa, como siente, que significa para él tal o cual cosa. Para ser más preciso el docente debe intentar conocer los invariantes operatorios de los estudiantes de tal forma que pueda elaborar las situaciones y los materiales acorde a cada quien. Por otra parte, Sánchez (1995) en su teoría del Desarrollo de Habilidades de Pensamiento Básico propone nueve procesos básicos del pensamiento sobre los cuales se pueden desarrollar otros más sofisticados entre ellos el pensamiento matemático.

En este sentido y como docente (el autor de la propuesta) de matemáticas por más de una década y con un trabajo empirista, considero que el problema de no entender matemáticas está justamente en la falta del desarrollo de estos procesos. ¡Qué estudiante podrá describir alguna figura o escenario si no aprendió a observar, a ser detallista!; ¿cómo podría categorizar o clasificar los objetos de su entorno si no puede describir?; es decir, NO VEO, NO SIENTO, NO PIENSO. Si tan sólo, el maestro se detuviera a buscar la manera de desarrollar estos tres primeros procesos: observación, descripción y comparación; los demás procesos se construirían por inercia. Por otro lado, la teoría de Sánchez,

guarda estrecha relación entre la clasificación los procesos de pensamiento (concreto, abstracto, etc.) que hace Piaget.

Y por último, el “plano del ser”. Somos seres cambiantes, como afirma Feuerstein El Ser Humano es modificable, tiene la capacidad de cambiar, de mejorar, este es el punto de partida de su Teoría Modificabilidad Estructural Cognitiva (activa). Esta teoría tiene como pilares, el Experiencia del Aprendizaje Mediado (EAM), el Programa de Enriquecimiento Instrumental (PEI), entre otros. Con este cuarto punto de referencia, aquí en mi propuesta pretendo connotar la parte humana que debe conocer el docente dentro de su práctica para con sus alumnos. En este sentido, la EAM nos permite direccionar la mediación en función de sus característica o principios, por ejemplo, la mediación del principio de la individualización y diferenciación psicológica implica respetar y direccionar la práctica docente en favor del estudiante; lo que significa reconocerlo como ser único y diferente; esto trae consigo elaborar material, estrategia o situación para que el estudiante construya su mundo en paz, en armonía, en sociedad. Debo recalcar que esta tesis en principio estaba orientado a buscar o desarrollar el pensamiento sea cual sea su manifestación (conocimiento, producto, etc.) con la finalidad de mejorar nuestra sociedad. En principio mi hipótesis fue...

... si cambiamos el pensamiento, cambia el hombre y si cambia el hombre cambia la sociedad y si ésta a su vez cambia, cambia nuestra forma de pensamiento (pensar) y así sucesivamente... ¿Cómo lograría esto?,... A través de la educación desarrollando las habilidades de los procesos básicos del pensamiento en general y pensamiento matemático en particular.

En este sentido, con esta propuesta no sólo busca que el docente desarrolle las habilidades de pensamiento en los estudiantes para resolver ejercicios o problemas matemáticos o de la vida real sino por el contrario, se pretende que a través de ésta concientizar la gran responsabilidad que tiene el docente: mejorar nuestra sociedad, nuestra calidad de vida. Lo que implica pensar pedagógicamente ¿Qué tipo de persona u hombre queremos formar?, porque el hombre que formemos responderá a la sociedad que tengamos a futuro.

3.2.4 OBJETIVOS

3.2.4.1 OBJETIVOS GENERALES.

Verificar que la aplicación de materiales didácticos como recurso didáctico en el área de matemáticas mejora el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático en el área de Matemáticas de los estudiantes del quinto año de educación secundaria del colegio Manuel Pardo - 2012.

3.2.4.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS.

- a) Evaluar (Identificar) el nivel de desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes.
- b) Diseñar y elaborar los materiales didácticos en función de las necesidades y criterios para desarrollar significativamente las habilidades de pensamiento matemática de los estudiantes.
- c) Aplicar los materiales didácticos diseñados y elaborados en el proceso de enseñanza - aprendizaje como recurso didáctico para

desarrollar significativamente las habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes.

- d) Evaluar el desarrollo de las habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes después de utilizar los materiales didácticos. Verificar la pertinencia de los materiales.

3.2.5 PRINCIPIOS ORIENTADOS EN LA APLICACIÓN DEL USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

Principios que orientan la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud)

- a. Vergnaud, al igual de Piaget asume que el conocimiento es adaptación: asimilación y acomodación. Asimilación del nuevo conocimiento al antiguo, y acomodación a lo que no ha sido previsto antes, es decir, a la contingencia. Así el conocimiento racional es una construcción del sujeto para adaptarse al medio y reducir la incertidumbre, y como tal es operatorio.
- b. El conocimiento está organizado en campos conceptuales cuyo dominio, por parte del sujeto, ocurre a lo largo de un extenso periodo de tiempo, a través de experiencia, madurez y aprendizaje (Vergnaud, 1982, p.40)
- c. El concepto es una construcción pragmática, como tal, si se está interesado en su enseñanza y aprendizaje, no se debe reducir el concepto a su definición, pues es a través de las situaciones y de

los problemas que se pretende resolver, como un concepto adquiere sentido para el sujeto.

- d. El concepto se define mediante un triplete de tres conjuntos: un conjunto de situaciones, un conjunto de invariantes operatorios, y un conjunto de formas lingüísticas y simbólicas que constituyen los diferentes sistemas de representación.
- e. El desarrollo de la cognición se da a partir de la conceptualización.
- f. El sentido atribuido al concepto de situación. Los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto son función de las situaciones con las cuales es afrontado. Además, de eso, él destaca dos ideas principales con relación al sentido de situación: variedad e historia (op. Cit., p.150 y p.12)
- g. Son los esquemas quienes se adaptan a las situaciones, y no el sujeto al objeto, como había formulado Piaget.
- h. Son los invariantes operatorio los que forma parte de la epistémica del esquema, la que tiene la función de identificar y reconocer los objetos, sus propiedades, sus relaciones, y sus transformaciones.

Principios que orientan la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau).

- a. La matemática constituye el campo en el que el niño puede iniciarse más temprano en la racionalidad, en el que puede forjar

su razón en el marco de relaciones autónomas y sociales (2007, p.11)

- b. Adapta las ideas generadas por Piaget. Un individuo aprende a la medida en que se construye o resignifica un concepto, incorporando a su estructura cognitiva. Esta resignificación se da cuando el medio produce factores de desequilibrio y dificultad en el individuo provocando en este, que por medio de los procesos de acomodación y asimilación logre la construcción de conocimientos. Es decir, el conocimiento es una construcción personal, en tanto que el saber, proviene de una elaboración cultural, siendo motivo de interés la evolución en cuanto a su historia del saber (Paniza, 2004).
- c. Según Acosta (2010), la TSD plantea que el aprendizaje de adaptación se da en el marco de una situación adidáctica donde cada sujeto tiene la intención que surge del problema planteado por el maestro. De tal manera que este asume la responsabilidad de alcanzar la intención mediante su interacción con un medio. Es el sujeto quien decide el tipo de acciones que realiza sobre el medio y este le responde.
- d. Considera la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos matemáticos. El estudiante aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la

sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del estudiante, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje (Brousseau, 1988)

- e. Un medio sin interacciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el estudiante todos los conocimientos culturales que se desea que el adquiera (Brousseau, 1986)
- f. El proceso de producción de conocimiento matemático en una clase se da a partir de dos tipos de interacciones básicas: a) la interacción del estudiante con una problemática que ofrece resistencia y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego, y, b) la interacción del docente con el estudiante a propósito de la interacción del estudiante con la problemática. Esto postula la necesidad de un medio pensando y sostenido con una intencionalidad didáctica.

Principios básicos que orientan el desarrollo del pensamiento (Sánchez).

El desarrollo de las habilidades de pensamiento descansa en los siguientes principios:

- a. Pensar es una actividad que puede desarrollarse. La habilidad para pensar es desarrollable; para ello se requiere ejercitar, en forma sistemática y deliberada, el procedimiento que permite realizar la acción correspondiente. La práctica debe prolongarse hasta una actuación natural y espontánea.

- b. La mayor parte del pensamiento se inicia en la etapa de percepción y tiene relación con la manera como las personas captan la información del medio ambiente.
- c. La manera como las personas ven el mundo que les rodea está condicionada por sus experiencias previas, sus conocimientos y sus emociones.
- d. El pensamiento está determinado por la perspectiva particular de cada persona.
- e. Mediante el desarrollo del pensamiento es posible organizar o reorganizar la percepción y la experiencia, con el objeto de lograr visiones más claras de problemas y situaciones.
- f. Pensar es un intento para clasificar la percepción y dirigir la atención.
- g. El ser humano tiende naturalmente a dejarse llevar por sus sentimientos antes de usar el pensamiento. Es decir, siente, decide y luego razona para sustentar su decisión, producto muchas veces de reacciones emocionales.

Principios básicos que orientan la modificabilidad y la mediación

Feuerstein en su propuesta la teoría MEC, concibe al organismo humano, como un organismo abierto, receptivo al cambio, cuya estructura cognitiva puede ser modificada a pesar de las barreras por insalvables que parezcan. Y esta modificabilidad es posible gracias a la intervención de un mediador, el cual se preocupa por dirigir y optimizar el desarrollo de la

capacidad intelectual. Este principio fue enunciado en palabras del propio Feuerstein

“El ser humano es un ser cambiante, que puede modificarse a sí mismo, a su gusto por un acto de su voluntad: Yo puedo decidir cambiar en una o en otra dirección”

En este sentido, de esta filosofía de vida se desprenden principios básicos más específicos como:

- a. Los seres humanos son modificables.
- b. El individuo con el que estoy trabajando es modificable.
- c. Yo soy capaz de cambiar al individuo.
- d. Yo mismo soy una persona que puede y tiene que ser modificada.
- e. La sociedad también tiene y debe ser modificada

Principios que orientan el uso de materiales didácticos.

- a. Enriquecen la experiencia sensorial, base del aprendizaje, en términos constructivistas.
- b. Facilitan la adquisición y la fijación del aprendizaje.
- c. Motivan el aprendizaje.
- d. Estimulan la imaginación y la capacidad de abstracción del estudiante.
- e. Economizan tiempo, tanto en las explicaciones como en su selección y elaboración.
- f. Estimulan las actividades de los estudiantes.
- g. Enriquecen el vocabulario.

3.2.6 PASOS A SEGUIR EN LA PROPUESTA DEL USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Para el desarrollo de la propuesta se ha diseñado la Sesión de Enseñanza – Aprendizaje 4T3C, estructurada en cuatro partes tal como se describe a continuación.

- I. Datos informativos: Está compuesta por información de carácter informativo. Por ejemplo: Institución educativa, nivel o modalidad, grado, sección, número de estudiantes, área, docente, tema, fecha, hora, etc.
- II. Parte didáctica: Conformada por la denominación, el tiempo empleado, el tipo de interacción (clase magistral, taller, conferencia, debate), producto logrado (aprendizaje o conocimiento construido - elaborado), estrategia metodológica conformada por las fases de aprendizaje, una secuencia didáctica y situaciones, mediciones y materiales como estrategia.
- III. Evaluación de la producción de conocimientos y contextos. Esta parte considera ciertos criterios de evaluación: por habilidades capacidades, por procesos (de pensamiento básico), por contenido (conocimiento y saberes), por el contexto e interacción (situaciones, mediaciones y medios y materiales).
- IV. Bibliografía para docente (científica y pedagógica) y para el estudiante.

La Sesión de enseñanza – aprendizaje 4T3C, permite articular las cuatro teorías y tres conceptos fundamentales que el docente debe manejar para desarrollar esta propuesta y la sesión.

Desde un punto de vista analítico (de las partes) se recomienda seguir para complementar y diseñar la sesión “4T3C” los siguientes pasos.

3.2.6.1 PASO 01: ELABORAR Y PROPONER EL CAMPO CONCEPTUAL, LA VARIABLE DIDÁCTICA Y LOS PROCESOS DE PENSAMIENTOS A DESARROLLAR.

En este primer momento el docente debe elaborar en base a un tema un listado de palabras y conceptos ligados entre sí, así como también situaciones, contextos, experiencia o procedimientos que permitan consolidar la construcción del conocimiento; la finalidad de hacer esto es ir construyendo un campo conceptual. Por otra parte, es importante tener en cuenta la relación entre cada concepto o palabra y el proceso de pensamiento básico que se va a utilizar en dicha conceptualización. Esto significa que se debe proveer al estudiante de procesos a utilizar que le ayuden a construir a reflexionar a darle sentido y significado a lo que está haciendo. Por último, también es importante es variar los conceptos en diferentes situaciones o problemas. Por ejemplo, el concepto de distancia entre dos puntos lo podemos usar para hallar la distancia, el perímetro, el área de una región poligonal, la separación entre dos rectas, etc. Se nota entonces que dicho concepto puede usarse en diferentes situaciones.

3.2.6.2 PASO 02: DISEÑAR Y EVALUAR LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS-ADIDÁCTICAS.

En un segundo paso, el docente debe diseñar situaciones adidácticas (de acción, de formulación de validación) y una situación de institucionalización. Para ello debe considerar que en una situación de acción se da intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones) que se manifiestan a través de las retroacciones. En las situaciones de formulación se intercambian información codificada en un lenguaje (mensajes) por otra parte en las situaciones de validación se da intercambios de juicios (sentencia que se refieren a un conjunto de enunciados que tienen un rol de teoría) (Brousseau, 2005, p. 24)

Una vez que ya se tiene la idea de cómo se desarrollara la interacción a través de las situaciones adidácticas, el docente debe proporcionar a manera de consolidación de la construcción que hicieron sus estudiantes una situación de institucionalización. En esta parte de la dinámica de la clase el producto llamado conocimiento adquiere la categoría de saber.

3.2.6.3 PASO 03: IMPLEMENTAR LA MEDIACIÓN A USAR EN EL DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD.

Como tercer punto o paso a considerar está la implementación de la mediación en la sesión 4T3C, entre las mediaciones a considerar tenemos: 1) Mediación de la intencionalidad y reciprocidad, 2) Mediación de la trascendencia, 3) Mediación del significado, 4) Mediación de la competencia, 5) Mediación de la regulación y control de la conducta, 6)

Mediación de la participación activa y conducta compartida, 7) Mediación de la individualización y diferenciación psicológica, 7) Mediación de la búsqueda, planificación y logro de los objetivos de la conducta, 8) Mediación del cambio: búsqueda de la novedad y complejidad y 9) Mediación del conocimiento de la modificabilidad y del cambio.

Esta implementación debe estar orientada a entender que quien aprende es una persona, es un ser humano; capaz de fallar, de no entender, de tener dificultades y aciertos pero sobre todo que como tal tiene la capacidad de cambiar: el ser humano puede mejorar.

3.2.6.4 PASO 04: DISEÑAR E IMPLEMENTAR LOS MATERIALES DIDÁCTICOS A EMPLEAR

Por último, habiendo agotado las posibilidades anteriores o queriendo ahorrar tiempo y discurso debemos diseñar e implementar los materiales didácticos. Esta implementación debe estar acorde con el concepto, la situación y la mediación usada anteriormente. La importancia de la implementación radica en que a veces, al manipular, tocar, observar, experimentar logramos resultados que no se podrían de otro manera o en su defecto sería o tomaría más tiempo mediante otro modo de explicar o aprender.

Estos cuatro pasos permitirá al docente el diseño de su sesión 4T3C, además de comprender lo interrelacionado que están estas cuatro teorías con los tres conceptos: conocimiento, aprendizaje y pensamiento.

3.2.7 CONTENIDOS, HABILIDADES Y PROCESOS

Bajo este enfoque 4T3C, los contenidos, las habilidades y los procesos se diseñaran de tal forma que conformen una unidad dinámica del proceso de socialización en general o del proceso de enseñanza – aprendizaje en particular. Se debe buscar que, los contenidos, las habilidades y los procesos este relacionados para desarrollar habilidades de pensamiento matemático

(Contenidos + habilidades + procesos) mediante una estrategia =
desarrollo de habilidades de pensamiento matemático

3.2.8 DESCRIPCIÓN DE LAS ESTRATEGIAS.

3.2.8.1 ESTRATEGIAS PARA DESARROLLAR EL CAMPO CONCEPTUAL.

Estas estrategias están basadas en la TCC, para elaborarlas se tomará en cuenta elementos como: concepto, esquemas, campo conceptual y el aporte que Vergnaud propone

Conjunto de situaciones + Conjunto de esquemas = Sentido del
concepto

En este sentido, dichas estrategias nos permitirán ordenar el contenido o conocimiento en grupos, categorías y redes de información o conocimiento basado en criterios de afinidad, secuencialidad y

experiencia; de tal modo que el estudiante no solo aprende el concepto o contenido del conocimiento sino la forma como se origina o se entiende. O lo que es lo mismo, cómo a partir de darle sentido y significado al conocimiento va construyendo y transformando su mundo.

A estas estrategias se pueden complementar con estrategias como los mapas conceptuales, los organizadores, los mapas semánticos y otros. Cabe recordar que el objetivo de usar estas estrategias es evidenciar los conceptos-en-acto, teoremas-en-acto (los invariantes operatorios).

3.2.8.2 ESTRATEGIAS PARA DISEÑAR LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS-ADIDÁCTICAS.

La estrategia consiste en la elaboración de situaciones adidácticas - situación de acción, de formulación, de validación, de evocación – buscando de esta manera la interacción entre el conocimiento y el estudiantes dentro de un medio o situación, de tal manera que la producción o construcción del conocimiento se dé a través de las retroacciones que el estudiante experimenta en su afán de dominar su entorno. Parte de esta estrategia también consiste en que el maestro debe lograr institucionalizar el conocimiento. Es decir, el conocimiento producido debe alcanzar la categoría de saber. Aquí podemos usar estrategias como, la mayéutica, el modelamiento metacognitivo, el dialogo, el debate, entre otros.

(Conocimiento + sujeto) en situación = a interacción + nuevo
conocimiento

3.2.8.3 ESTRATEGIAS DE MEDIACIÓN PARA MEJORAR LA INTERVENCIÓN: ACTO DIDÁCTICO.

Para complementar el acto didáctico se recomienda usar como estrategia los principios del aprendizaje mediado. Estos principios nos dan una postura más pedagógica, más humana como docente dentro del acto didáctico. Es decir, nos preparara para nuestro actuar, frente a lo incierto (lo inesperado, lo emergente que es parte de la naturaleza del proceso de EA) que es el desarrollo de una clase. La esencia de estos principios es hacernos recordar con quien tratamos, quienes somos y que tipo de personas queremos formar.

(Docente + alumnos) a través del aprendizaje mediado = a
nuevos seres

3.2.8.4 ESTRATEGIAS PARA DESARROLLAR HABILIDADES DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO.

La estrategia consiste en la elaboración de material que permita el desarrollo de los procesos básicos del pensamiento como son la observación, descripción, entre otros. Aquí podemos usar los pupiletras, puzles, rompecabezas, etc.

(Procesos básicos de pensamiento + material) = a desarrollo de
habilidades de pensamiento

3.2.8.5 ESTRATEGIAS PARA EL USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS.

Consiste en la elaboración de material didáctico tomando como criterio:

- ❖ Desarrollo del campo conceptual.
- ❖ Poner en evidencia los esquemas de los estudiantes.
- ❖ Como complemento de situaciones.
- ❖ Desarrollo de habilidades de pensamiento.
- ❖ Desarrollo de habilidades cognitivas, metacognitivas y sociales.

3.2.9 CONCLUSIONES

Después de haber recorrido por este fascinante mundo por conocer ¿cómo conoce y aprende el hombre?, buscando encontrar una propuesta para fundamentar la hipótesis de mi tesis “El uso de materiales didáctico para el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático” debo hacer un descanso no sin antes describir las conclusiones a las que llegue al construir el enfoque 4T3C.

PRIMERO, las conclusiones a las que se llegó con la evaluación diagnóstica en el trabajo de investigación son las siguientes:

- ❖ El uso de las habilidades o estrategias de aprendizaje de los estudiantes del quinto año de educación secundaria del colegio “Manuel Pardo” – 2012 se encuentran en un nivel de proceso: Estrategia cognitivas (70%), estrategias metacognitivas (78%) y Estrategias de apoyo (48%).

- ❖ El uso de las capacidades de los estudiantes del quinto año de educación secundaria del colegio “Manuel Pardo” – 2012 se encuentran en un nivel de proceso: Resolución de problemas (64%), Razonamiento y demostración (76%) y Comunicación matemática (48%).
- ❖ Deficiente desarrollo de habilidades de pensamiento básico (observación, descripción, semejanza y diferencias, comparación y relación) y habilidades espaciales (movimiento de traslación y rotación): Traslación vertical y rotación (32%), traslación horizontal y rotación (94%) y traslación y rotación (84%)

En base a los resultados obtenidos de la muestra (50/185 estudiantes), podemos decir que se ha verificado la hipótesis planteada: ***“Deficiente desarrollo de habilidades de pensamiento matemático”*** de los estudiantes del quinto año de educación secundaria de la institución educativa: Colegio “Manuel Pardo” – 2012.

SEGUNDO, la elaboración del **material didáctico**, no solo **debe estar orientado a** que el estudiante aprenda de memoria o por repetición el conocimiento sino que igual de importante deber ser que dicho material permita al estudiante **desarrollar sus habilidades, procesos y estrategias** ya que de este modo podrá ir construyendo de manera independiente su conocimiento y su autonomía.

TERCERO, es importante que el docente **reconozca la importancia que tiene el medio, el entorno o la situación a la que se expone cada**

aprendiz así como también su campo conceptual, campo experiencial para que este aprenda. Es decir, el docente debe conocer cuál debe ser el campo conceptual que el estudiante ha desarrollado para que de esta manera pueda proporcionarle conocimiento, contenido y situación de acuerdo a su experiencia.

CUARTO, el docente **debe ser consciente que enseñar y aprender es compartir**. En aquí la importancia de los principios del aprendizaje mediado. Bajo este enfoque el actuar del docente es más humano más sensible ve en su semejante un ser capaz de cambiar, de modificarse.

QUINTO, es importante desarrollar las habilidades básicas de pensamiento, procesos como la observación, la descripción, la clasificación y otros son fundamentales en matemáticas; tal vez este sea el **eslabón perdido** por el cual nuestros estudiantes a pesar que se les enseña horas y horas, no aprenden... ¿Por qué? Porque sus habilidades básicas no están desarrolladas. Es decir, **no tienen los instrumentos adecuados** para aprender y aprender a aprender.

SEXTO, se considera que el **ENFOQUE 4T3C es el instrumento idóneo para la educación** en general y la educación matemática en particular; pues constituye la integración de cuatro teorías que revalorizan elementos como el “conocimiento implícito” (en la generación de ideas, conocimientos y pensamientos) a través de la conceptualización construyendo los campos conceptuales; las “situaciones” y los

“esquemas” (que generan conflictos cognitivos, metacognitivos y sociales) en el que aparece la resolución de problemas de manera natural (somos pensadores por excelencia) como una necesidad de subsistencia; esto en el hombre (en general). Y como guía (docente, padre), elementos como el “aprendizaje mediado” (principios orientados al ser) que mejora la calidad de vida (convivencia áulica) y las habilidades de pensamiento (que son herramientas que nutren nuestro actuar y en él el de pensar). Toda esta interacción teniendo como pilares el entendimiento de lo que es conocer, aprende y pensar.

SÉPTIMO, Se considera que la SESION DE APRENDIZAJE BASADO EN EL ENFOQUE 4T3C configura los elementos necesarios e indispensables (materiales, situaciones, conocimientos y ser) para lograr el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje como objeto de estudio y un buen acto didáctico desde la perspectiva del docente-alumno. Pues, ésta se concreta, en el manejo de situaciones, esquemas, medios-materiales y principios humanístico, lo que nos permite arribar la formación del hombre como ser competente, metódico, epistémico y humano.

3.2.10 SUGERENCIAS Y RECOMENDACIONES.

PRIMERO, Este trabajo de investigación debe ser tomando en cuenta para futuras investigaciones; pues, encontramos en ella dos aspectos importantes: a) en el marco teórico, todavía queda por explorar

(profundizar) en algunas componentes - conceptos y relación - que existan entre las teorías; y b) en la metodología, tendría que desarrollarse metodologías específicas tomando en cuenta el año escolar, el curso, los contenidos, las situaciones y los principios del aprendizaje mediado.

SEGUNDO, en otra investigación se podría tomar en cuenta además de los tres conceptos complementarios (el conocimiento, el aprendizaje y el pensamiento) a la cultura; tomando en cuenta teorías antropológicas.

TERCERO, También es recomendable para los docentes en general y en particular para los docentes del colegio Manuel Pardo; pues, se considera que este nuevo enfoque podría para mejorar significativamente sus prácticas profesionales y el resultado de esto se verá reflejado en alumnos que manifiestan buen desarrollo de HPM, así como también, competencias científicas, reflexivas y humanas.

CUARTO, Se sugiere a la Escuela de Posgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo considerar este trabajo de investigación y su producto: “Enfoque 4T3C”, junto con otros trabajos de investigación en la misma línea en la formulación de la **MAESTRÍA EN DIDÁCTICAS DE LAS MATEMÁTICAS** o **MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS**. Pues, en la actualidad existe demanda que está siendo asistida por otras pocas universidades del país.

3.2.11 BIBLIOGRAFIA.

- Agapito, E. (2010). *Los procesos de desarrollo de habilidades del pensamiento y su eficacia en el proceso de enseñanza-aprendizaje*. [Tesis de maestría]. Universidad Tecnológica Equinoccial. Ecuador. Consulta: 12 de agosto de 2014. http://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/12568/1/40702_1.pdf
- Alfaro, C. y Fonseca, J. (2016). *La teoría de los campos conceptuales y su papel en la enseñanza de las matemáticas*. Uniciencia, vol. 30, núm. 1, pp. 17-30. Consulta: 25 de diciembre de 2016. <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/7581/7958>
- Aliaga, H. (2005). Los principios de la Educación Matemática Realista. Sadovsky, P., Aliaga, H. y Bressan, A. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Argentina: Libros del Zorzal
- Allueva, P. (2011). Aprender a pensar y enseñar a pensar. Proceso de resolución de problemas. Román, J., Carbonero, M. y Valdivieso, J. (Comp.). *Educación, aprendizaje y desarrollo en una sociedad multicultural*. Madrid: Asociación de Psicología y Educación. http://www.unizar.es/ice/images/stories/materiales/curso_24_2012/Aprender-y-Ensenar-a-Pensar-PAllueva.pdf
- Álvarez de Zayas, C. (2005). *Pedagogía: Un modelo de formación del hombre*. Facultad de Ciencias Histórico Sociales - U.N.P.R.G. Perú - Lambayeque: Fondo editorial FCHSE.
- Álvarez de Zayas, C. (2006). *Didáctica de la educación Superior*. Facultad de Ciencias Histórico Sociales - U.N.P.R.G. Perú - Lambayeque: Fondo editorial FCHSE.
- Amestoy, M. (1996a). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: procesos directivos, ejecutivos y de adquisición de conocimiento*. México: Trillas.
- Amestoy, M. (1996b). *El pensamiento lógico – crítico: Bases conceptuales y metodológicas para el diseño e implementación de proyectos para su desarrollo*, (pp. 1 – 46). Ediciones: Universidad de Santiago de Compostela o Grupo Educreate IACAT. Consulta: 25 de abril de 2016 <http://educreate.iacat.com/Biblioteca/Educreate.%20Margarita%20A.%20de%20Sanchez.%20El%20pensamiento%20logico-critico.pdf>

- Amestoy, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades de pensamiento. *Revista Electrónica de investigación Educativa*, 4 (1). Consulta: 25 de abril de 2016. <http://redie.uabc.mx/redie/article/view/55>
- Arriaga, E., Moreno, R. (2007). *Reingeniería educativa y educación pública mexicana: breve acercamiento*. Espacios públicos, Vol. 10, Núm. 20, pp. 328 – 342. Universidad Autónoma del Estado de México Toluca. México. Consulta: 06 de agosto de 2017. <http://www.redalyc.org/pdf/676/67602018.pdf>
- Badia, A., Cano, M., Fernández, C., Feliu, M., Fuentes, C., Gómez, M., Liesa, E., Llinares, S., Pozo, J., Sánchez, D., Sospedra, R. y Trepas, C. (2012). *Dificultades de aprendizaje de los contenidos curriculares*. Barcelona: Editorial UOC.
- Banco Interamericano de Desarrollo (2010). *La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe*. Consulta: 25 de abril de 2016. <https://publications.iadb.org/bitstream/handle/11319/2757/La%20condici%C3%B3n%20de%20la%20educaci%C3%B3n%20en%20matem%C3%A1ticas%20y%20ciencias%20naturales%20en%20Am%C3%A9rica%20Latina%20y%20el%20Caribe%20.pdf?sequence=1>
- Barrantes, H. (2006). *La teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud*. Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática, Año. 1, núm. 2. Consulta: 25 de diciembre de 2016. <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%206.pdf>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. España: Universidad de Granada. Consulta: 09 de julio de 2017. <http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/matematica/material/referencias/didacticaestadistica.pdf>
- Beltrán, J. y Bueno, J. (1997). *Psicología de la educación*. México: Alfaomega.
- Benatuil, D., Castro, A. y Torres, A. (2005). Inteligencia práctica: un instrumento para su evaluación. *Revista de Psicología*, Vol. XXIII, Núm. 2, pp. 173-200 Pontificia Universidad Católica del Perú Lima, Perú. 93. Consulta: 14 de abril de 2017. <http://www.redalyc.org/pdf/3378/337829530001.pdf>

- Benedito, V. (1987). *Introducción a la didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular*. Barcelona: Barcanova.
- Bixio, C. (2006). *¿Chicos aburridos?: el problema de la motivación en la escuela*. Argentina: Homo Sapiens.
- Bosch, M. (2012). *Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles*. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, vol. 1 núm. 1, pp. 15 - 37. Consulta: 26 de abril de 2016. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4836767>
- Bronzina, L., Chemello, G. y Agrasar, M. (2009). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE): Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de Calidad de la Educación (LLECE). UNESCO. Chile: Santiago. Consulta: 29 de junio de 2017. <http://bde.operativos-ueicee.com.ar/documentos/126-aportes-para-la-ensenanza-de-la-matematica-sercesegundo-estudio-regional-comparativo-y-explicativo>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Argentina: Libros del Zorzal.
- Caballero, C. (2005). *La investigación en enseñanza desde la perspectiva de los campos conceptuales de Fundamentos de la teoría de los campos conceptuales de Gérard Vergnaud. Resultados de investigaciones en Física*. Revista Educación, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. XVII, núm. 43, pp. 43-60. Consulta: 25 de diciembre de 2016. <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaey/article/view/6053/5459>
- Cabezas, C. y Mendoza, M. (2016). *Manifestaciones emergentes del pensamiento variacional en estudiantes de cálculo inicial*. Formación Universitaria. Vol. 9, Núm. 6, pp. 13 – 26. Consulta: 11 de julio de 2017. <http://www.scielo.cl/pdf/formuniv/v9n6/art03.pdf>
- Cantoral, R. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Universidad virtual.
- Cantoral, R. (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. México: Secretaria de Educación Media Superior

- Cantoral, R. y Cols (2000). *Desarrollo del pensamiento*. México: Trillas
- Capella, J. y Sánchez, G. (1999). *Aprendizaje y Constructivismo*. Lima: Ediciones Massey and Vanier
- Castell, M. y Ipola, E. (1981). *Metodología y epistemología de las ciencias sociales*. Madrid: Ayuso.
- Castelnuovo, E. (1990). *Didáctica de la matemática moderna. De la didáctica general la didáctica particular. ¿De qué manera podemos enseñar las matemáticas?* México: Trillas.
- Chevallard, Y. (2013). *La matemática en la escuela: por una revolución epistemológica y didáctica*. Argentina: Libros del Zorzal
- Contreras, F. (2012). *La evolución de la didáctica de la matemática*. Horizonte de la ciencia. Vol. 2, Núm. 2, pp. 20 – 25. Consulta: 01 de agosto de 2017. <https://www.google.com.pe/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjoleG5wbfVAhWGeCYKHUOcA0AQFggpMAE&url=https%3A%2F%2Fdialnet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F5420575.pdf&usq=AFQjCNHtAwViUzY5du-TSairjKA8RNScRq>
- Cuadrado, I. (2008). Introducción a la Psicología de la instrucción. Cuadrado, I. (ed.) *Psicología de la instrucción: fundamentos para la reflexión y práctica docente*. pp. 15 – 52. Paris: Editions Publibook. Consulta: 12 de diciembre de 2016. <https://books.google.com.pe/books?id=WxcxH6dIYN8C&pg=PA42&dq=experiencia+de+aprendizaje+mediado&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwiykODW3ejQAhXJKyYKHSMBCWoQ6AEIKjAE#v=onepage&q=experiencia%20de%20aprendizaje%20mediado&f=false>
- Cuevas, R. y Rodríguez, L. (2013). *Psicología del aprendizaje*. Perú: Editorial San Marcos.
- De Guzmán, M. (2001). *Tendencias actuales de la Educación Matemática*. Sigma: revista de matemáticas=matemática aldizkaria, núm. 19, pp. 5 – 25. Consulta: 26 de abril de 2016. http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_19/3_Educacion_Matematica.pdf

- Dewey, J. (1989). *Como pensamos. Nueva exposición de la relación entre el pensamiento y el proceso educativo*. Biblioteca cognición y desarrollo humano/18 dirigido por Cesar Coll. España: Paidós. Consulta: 06 de junio de 2017. <http://cooperativo.sallep.net/C%C3%B3mo%20pensamos.pdf>
- España. Ministerio de Educación y Ciencia Área (2006). La Biblioteca: Un mundo de recursos para el aprendizaje. Area, M. (2006). *De los libros de textos a los materiales didácticos web*, pp. 53 – 82. Consulta: 24 de noviembre de 2016. <https://books.google.com.pe/books?id=2VhJGhTjnfkC&pg=PA53&dq=materiales+didacticos&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwjPs5je07jQAhXL8CYKHfsuCGc4ChDoAQgmMAM#v=onepage&q=materiales%20didacticos&f=false>
- Ferreya, H. y Pedrazzi, G. (2007). *Teorías y enfoque psicoeducativos del aprendizaje: aportes conceptuales básicos: el modo de enlace para la interpretación de las practicas escolares en contexto*. Buenos aires: Noveduc. Consulta: 12 de diciembre de 2016. <https://books.google.com.pe/books?id=vEMaIRIFT0sC&pg=PA80&dq=La+exposici%C3%B3n+directa+del+organismo+a+la+estimulaci%C3%B3n.&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwjIhdyAjPDQAhWD5SYKHXGoDYkQ6AEIMTAF#v=onepage&q=La%20exposici%C3%B3n%20directa%20de%20organismo%20a%20la%20estimulaci%C3%B3n.&f=false>
- Feuerstein, R. (1991). Entrevista realizada por la periodista María de los Ángeles Covarrubias Claro. El Mercurio, Domingo 22 de diciembre de 1991, Santiago de Chile. Consulta: 06 de diciembre de 2016. <http://documents.tips/download/link/entrevista-con-reuven-feuerstein>
- Flotts, M., Manzi, J., Barrios, C., Saldaña, V., Mejías, N. y Abarzúa, A. (2016). *Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE): Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de Calidad de la Educación (LLECE). UNESCO. Chile: Santiago. Consulta: 29 de junio de 2017. <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002448/244855s.pdf>
- Froufe, M. (2011). *Psicología del aprendizaje: Principios y aplicaciones conductuales*. España: Paraninfo.
- Fuentes, H. y Álvarez, C (2002). *La formación por la contemporaneidad. Modelo Holístico-configuracional de la Didáctica de la Educación Superior*. Santa fe de Bogotá: Universidad de Oriente. Consulta: 19

de noviembre de 2016.
<http://cidc.udistrital.edu.co/investigaciones/documentos/revistaciencia/rev5/vol2/1La%20formacion.pdf>

Gabucio, F., Domingo, J., Lichtenstein, F., Limon, M., Minervino, R., Romo, M. y Tubau, E. (2005). *Psicología del pensamiento*. Barcelona: UOC

Gallardo, P. (2008). *La atención educativa a las personas con discapacidad mental*. España: Wanceulen editorial deportiva, S.L. Consulta: 12 de diciembre de 2016.
<https://books.google.com.pe/books?id=sd4ADAAQBAJ&pg=PA45&dq=experiencia+de+aprendizaje+mediado&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwiykODW3ejQAhXJKyYKHSMBCWoQ6AEIPDAI#v=onepage&q=experiencia%20de%20aprendizaje%20mediado&f=false>

García, R., Fuentes, H. y Gil, C. (s/f). *Didáctica de la formación gerontológica del profesional de la salud*, aproximación Consulta: 19 de noviembre de 2016. <http://www.eumed.net/libros-gratis/2012a/1162/1162.pdf>

Gascón, J. (1998). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 18 (1), Núm. 52, pp. 7 – 33. Consulta: 01 de agosto de 2017.
http://2633518-0.web-hosting.es/blog/didact_mate/2.Evoluci%C3%B3n%20de%20la%20did%C3%A1ctica%20de%20las%20matem%C3%A1ticas.pdf

Gaulin, C. (2001). *Tendencias actuales de la resolución de problemas*. Sigma: revista de matemáticas=matemática aldizkaria, núm. 19, pp. 51 – 63. Consulta: 26 de abril de 2016.
http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_19/7_Tendencias_Actuales.pdf

Godino, J. (2009). *Presente y futuro en la investigación en didáctica de las matemáticas*. Educação Matemática, núm. 19, pp. 1 – 24. Consulta: 26 de abril de 2016.
[http://29reuniao.anped.org.br/trabalhos/trabalhos_encomendados/GT19/GT19%20Ed%20Mat%20\(Trabalho%20encomendado\).pdf](http://29reuniao.anped.org.br/trabalhos/trabalhos_encomendados/GT19/GT19%20Ed%20Mat%20(Trabalho%20encomendado).pdf)

Godino, J. D. (2006). *Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas*. V. de Macedo (Coordinador), *Educação Matemática. Grupo de trabajo realizado en 29ª Reunião Anual da*

Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação,
Caxambú, MG, Brasil.

- Godino, J., Font, V., Contreras, A. y Wilhelmi, M. (2006). *Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 9, núm. 1, marzo, 2006, pp. 117-150. Consulta: 26 de abril de 2016. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33590106>
- Gonzales, A. y Weinstein, E. (2006). *La enseñanza de la matemática en el jardín de infantes a través de secuencias didácticas*. Argentina: Homo Sapiens.
- Gonzales, R. (1997). *Concepciones y enfoques de aprendizaje*. Revista de Psicopedagogía, Núm., 4, pp. 5 – 39. Universidad del País Vasco. España. Consulta: 30 de abril de 2017. <http://www.redalyc.org/pdf/175/17517797002.pdf>
- Gravemeijer, K. y Teruel, J. (2000). *Hans Freudenthal, un matemático en Didáctica y teoría curricular*. (Saggesse, N., Gallego, F. y Bressan, A., 2004) J. Currículo Studies, Vol. 32, Núm. 06, pp. 777 – 796. Consulta: 06 de agosto de 2017. <http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2015/08/hansfreudenthal.pdf>
- Gunset, V. (2012). *El enfoque piagetiano y la construcción del conocimiento*. [Trabajo preparado para uso exclusivo de la Catedra Introducción a la Psicología]. Facultad de Filosofía y Letras. Año 2010. Consulta: 23 de abril de 2017. <http://ecaths1.s3.amazonaws.com/introduccionalapsicologia/1277137456.Psicogenetica%2012.pdf>
- Gutiérrez, G., Arrieta, X. y Meleán, R. (2012). *Fundamentos de la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud*. Ágora-Trujillo. Venezuela. Año. 15, Núm. 30, pp. 37-58. Consulta: 27 de diciembre de 2016. <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/37561/1/articulo2.pdf>
- Hammer, M. y Champy, J. (1994). *Reingeniería. Olvide lo que usted sabe sobre cómo debe funcionar una empresa. ¡Casi todo está errado!* Colombia: Norma.
- Heredia, B. (1995). *Manual para la elaboración de material didáctico*. (2ª. ed.). México: Trillas.

- Herrera, F. (s/f). *Habilidades cognitivas*. Departamento de Psicología y Evolutiva y de la Educación. Universidad de Granada. Consulta: 26 de abril de 2016.
[http://www.elmayorportaldegerencia.com/Documentos/Coaching/\[PD\]%20Documentos%20-%20Habilidades%20cognitivas.pdf](http://www.elmayorportaldegerencia.com/Documentos/Coaching/[PD]%20Documentos%20-%20Habilidades%20cognitivas.pdf)
- IBISCOM. (06 de agosto de 2017). *La lógica de los procesos un modelo en consolidación*. Recuperado de:
<http://www.ibiscom.net/index.php/es/servicios/23-procesos-organizacionales/59-la-logica-de-los-procesos-un-modelo-en-consolidacion>
- Justo, M. (2015). *Juegos y actividades para el desarrollo de habilidades básicas del pensamiento de 0 a 6 años*. Argentina: Editorial Brujas.
- Kuhn, T. (1971). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: Fondo de cultura económica.
- Lamas, H. (2010). *Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas*. Revista Psicología Núm. 12, pp. 259 – 328. Consulta: 06 de agosto de 2017.
http://sisbib.unmsm.edu.pe/BVRevistas/rev_psicologia_cv/v12_2010/pdf/a12.pdf
- Lara, A. (2012). Desarrollo de habilidades de pensamiento y creatividad como potenciadores de aprendizaje. *Revista Unimar*. Núm. 59, pp. 85 – 96. Consulta: 11 de abril de 2017.
<http://www.umariana.edu.co/ojs-editorial/index.php/unimar/article/viewFile/232/203>
- León, A., Silva, H., Morales, G., Pacheco, V., Canales, Cesar., Medrano, A. y Carpio, C. (2009). *El pensamiento: ¿un asunto de la psicología?* Journal of Behavior, Health & Social Issues, vol. 1, núm. 2, noviembre-abril, 2009, pp. 89-97 Asociación Mexicana de Comportamiento y Salud, A. C. Distrito Federal, México. Consulta: 06 de junio de 2017.
<http://www.redalyc.org/pdf/2822/282221726009.pdf>
- León, N. (2006). *¿Qué tan innovadores somos en educación matemática?* Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica, Vol. 63, pp. 49 – 57. Consulta: 05 de agosto de 2017.
<http://funes.uniandes.edu.co/3443/1/Le%C3%B3n2006Qu%C3%A9Números63.pdf>

- León, N. (2015). *El pensamiento matemático y pensamiento estadístico: herramientas para enfrentar la incertidumbre*. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015. Consulta: 29 de junio de 2017. http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/1475/597
- Luria, A. (1988). *El cerebro en acción*. Vol. II. Argentina: Hyspamerica.
- Manrique, A. y Gallego, A. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 4 (1), pp. 101 – 108. Consulta: 25 de noviembre de 2016. <http://www.funlam.edu.co/revistas/index.php/RCCS/article/view/952/874>
- Manterola, N. (1998). *Psicología educativa: conexiones con la sala de clases. Serien material de apoyo a la docencia N°5*. Universidad Católica Blas Cañas. Chile. Consulta: 28 de abril de 2017. <http://biblioteca-digital.ucsh.cl/greenstone/collect/libros/index/assoc/HASH01d1.dir/Psicologia%20educativa.pdf>
- Martínez, A. y Ríos, F. (2006). Los conceptos de Conocimientos, Epistemología y Paradigma, como Base Diferencial en la Orientación Metodológica del Trabajo de Grado. *Cinta de Moebio*, Núm. 25 (pp. 111 – 121). Consulta: 22 de abril de 2017. <http://www.redalyc.org/pdf/101/10102508.pdf>
- Mayer, R. (1986). Capacidad matemática. Sternberg, J. *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona: Labor.
- Mayor, J., Suengas, A. y Gonzales, J. (1993). *Estrategias Metacognitivas: Aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid: Síntesis.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del signo igual por alumnos de Tercero de Educación Primaria*. [Tesis doctoral]. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. España. Consulta: 26 de abril de 2016. <http://hera.ugr.es/tesisugr/16546167.pdf>
- Mora, L., Campo, Y. y Gonzales, S. (2008). *Atención al pensamiento matemático, al desarrollo de procesos lógicos y a la diversidad en el club de matemática de la OPN*. Encuentro colombiano de

- Matemática Educativa. Consulta: 19 de julio de 2017.
<http://funes.uniandes.edu.co/873/1/10Conferencias.pdf>
- Morales, P. (2012). Elaboración de material didáctico. *Red tercer milenio*. Consulta: 21 de noviembre de 2016.
http://www.seeci.net/revista/index.php/seeci/article/download/400/pdf_135
- Moreira, M. (2002). *La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Investigaciones en enseñanza de las Ciencias, vol. 7, núm. 1, pp. 7-29. Consulta: 25 de diciembre de 2016.
<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf> (castellano).
<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569/361> (Portugués)
- Moreira, M. (2003). *Lenguaje y aprendizaje significativo*, pp. 1 – 18. Conferencia de cierre del IV Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo, Maragogi, AL, Brasil, 8 a 12 de septiembre de 2003. Versión revisada y ampliada de la participación del autor en la mesa redonda sobre Lenguaje y Cognición en el aula de Ciencias, realizada durante el II Encuentro Internacional Lenguaje, Cultura y Cognición, Belo Horizonte, MG, Brasil, 16 a 18 de julio de 2003. Traducción M^a Luz Rodríguez Palmero. Consulta: 29 de abril de 2016.
<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/lenguaje.pdf>
- Moreno, F. (2016). La función pedagógica de los recursos materiales en educación inicial. *Revista de comunicación de la SEECI*. Año XX (40), pp. 122 - 135 Consulta: 20 de noviembre de 2016.
http://www.seeci.net/revista/index.php/seeci/article/download/400/pdf_135
- Muñoz, R. (2013, mayo 19). Margarita de Sánchez, conferencia: “Desarrollo de habilidades de pensamiento”. Consultado:
<https://www.youtube.com/watch?v=n79OMX5xTWM>
- Odetti, V. (2013). El diseño de materiales didácticos hipermediales para los niveles medio y superior: experiencias incipientes en Argentina (2013). En: I Jornadas de jóvenes investigadores en Educación, FLACSO – Argentina, 2012. Consultado el 23 de noviembre de 2016. <http://www.pent.org.ar/institucional/publicaciones/disenio-materiales-didacticos-hipermediales-para-niveles-medio-superior-e>

- Olgade, I. y Bardavid, E. (1991). *Los materiales didácticos. Medios y recurso de apoyo a la docencia*. México: Trillas.
- Ontoria, A. (2006). *Mapas conceptuales. Una técnica para aprender*. España: Narcea
- Panizza, M. (2005). *Razonar y conocer. Aportes a la comprensión de la racionalidad matemática de los alumnos*. Argentina: Libros del Zorzal
- Perú. Ministerio de Educación (2006). *Orientaciones para el Trabajo Pedagógico 2006*. Consulta: 25 de abril de 2016. http://www.perueduca.edu.pe/c/document_library/get_file?p_l_id=42501&folderId=90180&name=DLFE-4622.pdf
(**)
<https://es.slideshare.net/moisanmiquel/orientaciones-para-el-trabajo-pedagogico-en-el-rea-de-comunicacin-minedu2009>
- Perú. Ministerio de Educación (2010). *Orientación para el trabajo Pedagógico. Área de matemática*. Consulta: 25 de abril de 2016. <http://www2.minedu.gob.pe/minedu/03-bibliografia-para-ebr/10-otpmatematica2010.pdf>
- Piaget, J. (1970). *Lógica y conocimiento científico. Naturaleza y métodos de la epistemología*. Buenos Aires: Proteo.
- Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Barcelona: Editorial Labor.
- Pinzón, Y., Segura, O y Pérez, A. (2015). *Un estudio sobre el desarrollo del pensamiento aleatorio usando recursos educativos abiertos*. Apertura, Vol. 7, núm. 1, pp. 1-13. abril-septiembre, 2015. México: Universidad de Guadalajara. Consulta: 09 de julio de 2017. <http://www.redalyc.org/pdf/688/68838021003.pdf>
- Prieto, D. (1989). *La modificabilidad estructural cognitiva y el Programa de Enriquecimiento Instrumental de R. Feuerstein*. Madrid: Bruño.
- Prieto, M, Sternberg. R. (1991). La teoría triárquica de la inteligencia: un modelo que ayuda a entender la naturaleza del retraso mental. *Revista Interuniversitaria del profesorado*. Núm. 11, pp. 77 – 93. Consulta: 13 de abril de 2017. <https://www.google.com.pe/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEWju8L-vraLTAhUfKiYKHatxCj4QFggoMAE&url=https%3A%2F%2Fdialognet.net>

unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F117765.pdf&usq=AFQjCN Gxck2W3YwbpbNfuQaendGE0yoobw&bvm=bv.152180690,d.eWE

Quesada, M. (2001). *Nuevas tecnologías. Procedimientos básicos e ideas de aplicación en educación especial*. Madrid: Narcea.

Quesada, U. (2004). *Nuevas tecnología. Procedimientos básicos e ideas de aplicación en educación especial*. San José: EUNED. Consulta: 25 de noviembre de 2016. https://books.google.com.pe/books?id=oy-BOANgL5IC&pg=PA3&source=gbs_toc_r&cad=3#v=onepage&q&f=false

Ramírez, A. (2014, mayo 8). Feuerstein Institute Sapanish. Consultado: https://www.youtube.com/watch?v=uS_cH7gzx8k.

Rigo, D. y Donolo, D. (2013). Tres enfoques sobre inteligencia: un estudio con trabajadores manuales. *Estudios de Psicología*. Vol. 30 (1), pp. 39 – 48. Consulta: 14 de abril de 2017. <http://www.scielo.br/pdf/estpsi/v30n1/05.pdf>

Rita, O. M. (2014). La Teoría de los Campos Conceptuales de Gerard Vergnaud. Rita, O. M, Fanaro, M., Sureda, P., Llanos, V. C., & Arlego, M. *La Teoría de los Campos Conceptuales y la conceptualización en el aula de Matemática y Física*. (pp. 15 - 31). Buenos Aires: Dunken. Consulta: 05 de abril de 2016. <https://books.google.com.pe/books?id=IICSBAQAQBAJ&pg=PA15&q=campos+conceptuales+y+vergnaud&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwjch5bn9vjLAhWEPB4KHbgfCk8Q6AEIHjAB#v=onepage&q=campos%20conceptuales%20y%20vergnaud&f=false>

Rivera, M, Arango, L., Torres, C., Salgado, R., García, F. y Caña, L. (2012). *Competencias para la investigación: Desarrollo de habilidades y conceptos*. México: Trillas

Rocha, P. (2002). *Epistemología del pensamiento estadístico y aleatorio y la importancia de su enseñanza en el aula*. Memorias cuarto encuentro colombiano de matemática educativa. Colombia: Gaia. Consulta: 09 de julio de 2017. <http://asocolme.org/images/eventos/4/memorias.pdf>

Rosell, W. y Gonzales, A. (2012). Criterios de clasificación y selección de los medios de enseñanza. *Revista Cubana de Educación*, 26 (2), pp. 343 – 349. Consulta: 19 de noviembre de 2016.

<http://www.medigraphic.com/pdfs/educacion/cem-2012/cem122o.pdf>

- Rubinstein, S. (1963). *El ser y la conciencia y el pensamiento y los caminos de su investigación*. México: Grijalbo.
- Sadovsky, P (2005). *Enseñar matemática hoy*. Argentina: Libros del Zorzal
- Sadovsky, P. (2005). La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la Matemática. Alagia, H., Bressan, A. y Sadovsky, P., *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. (pp. 13 – 29). Buenos Aires: Libros del Zorzal. Consulta: 10 de abril de 2016.
- Sadovsky, P., Aliaga, H. y Bressan, A. (2005). *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Argentina: Libros del Zorzal
- Sánchez, M. (1995). *Desarrollo de habilidades del pensamiento: Procesos básicos del Pensamiento*. México: Trillas.
- Santos, L. (1996). Principios y método de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México: Grupo editorial Iberoamérica.
- Simón, H. (1982). *El comportamiento administrativo. Estudio de los procesos decisorios en la organización administrativa*. Argentina: Aguilar.
- Soto, M. (s/f). *Didáctica de las Matemáticas*, pp. 173-192. s/l: s/e
Consulta: 26 de abril de 2016.
https://www.google.com.pe/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=9&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwjZ46-j3K3MAhUCXR4KHYZRBgsQFghMMAg&url=https%3A%2F%2Fdiainet.unirioja.es%2Fdescarga%2Farticulo%2F2282535.pdf&usq=AFQjCNGcgPHH9oawGM90r38HL4AwAbQbbA&sig2=VQTuN-nLcGfr17_YGxgmcg&bvm=bv.120551593,d.dmo
- Sternberg, J. (1986). *Las capacidades humanas: un enfoque desde el procesamiento de la información*. Barcelona: Labor.
- Sureda, P. y Rita, M. (2011). *Nociones fundamentales de la Teoría de los Campos Conceptuales* Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, vol. 6, núm. 1, julio, 2011, pp. 1-14
Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

- Buenos Aires, Argentina. Consulta: 25 de diciembre de 2016.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=273319419011>
- Trahtemberg, L. (2005). *La educación peruana de espaldas a la globalización y la investigación educacional*. Consulta: 5 de agosto de 2017.
http://matosas.typepad.com/educar_juntos/2005/06/la_educacin_per.html
- Uría, E. (2001). *Estrategias didáctico-organizativas para mejorar los Centros Educativos*. Madrid: Narcea. Consulta: 23 de noviembre de 2016.
<https://books.google.com.pe/books?id=e94QE4cxgr4C&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>
- Vaca, S. (s/f). La modificabilidad cognitiva estructural propuesta por Reuven Feuerstein. Consulta: 06 de diciembre de 2016.
http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/31155/3/la_modificabilidad_cognitiva.pdf
- Valbuena, S. (2016). *Segundo encuentro de investigación en Educación Matemática – EIEM*. Vol. 1, octubre 20 – 21 de 2016. Puerto Colombia: Universidad del Atlántico. Consulta: 09 de julio de 2017.
<https://www.uniatlantico.edu.co/uatlantico/sites/default/files/investigacion/pdf/MEMORIAS%20EIEM%202016%20-%20versio%CC%81n%20actualizada.pdf>
- Vega, M. (1989). *Introducción a la psicología cognitiva*. Madrid: Alianza Editorial.
- Velarde, E. (2008). La teoría de la modificabilidad estructural cognitiva de Reuven Feuerstein. *Investigación educativa*. Vol. 12 (22), pp. 203 - 221. Consulta: 05 de diciembre de 2016.
<http://www.acuedi.org/ddata/3947.pdf>
- Velásquez, B., Remolina, N. y Calle, M. (2013). Habilidades de pensamiento como estrategia de aprendizaje para los estudiantes universitarios. *Revista de investigación UNAD*. Vol. 12 (2), pp. 23 - 41. Consulta: 09 de abril de 2017.
https://academia.unad.edu.co/images/investigacion/hemeroteca/revistainvestigaciones/Volumen12numero2_2013/002_v12n2_art2.pdf
- Vergnaud, G. (1990). *La teoría de los campos conceptuales*. CNRS y Université René Descartes. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 10, núm. 2, 3, pp. 133-170. Consulta: 01 de

agosto de 2017. <https://es.slideshare.net/reyessgus68/3-campos-conceptuales-de-vergnaud-presentation>

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problema de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.

Vrancken, S., Engler, A., Giampier, M. y Muller, D. (2015). *Estudio de las funciones en situaciones variacionales. Resultados de la implementación de una secuencia de actividades*. Vol. 15, Núm. 1, pp. 1 – 20. Consulta: 11 de julio de 2017. https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V15_N1_2014/RevistaDigital_Vrancken_V15_n1_2014/RevistaDigital_Vrancken_V15_n1_2014.pdf

Zerpa, Y. (2011). Habilidades de pensamiento matemático en alumnos de educación básica. Cuadernos de Educación y Desarrollo, 3 (26). Consulta: 25 de abril de 2016. <http://www.eumed.net/rev/ced/26/yzdo.pdf>

3.2.12 ANEXOS.

3.2.12.1 ENCUESTA DE HABILIDADES Y ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

ENCUESTA

Colegio: _____ Fecha: ____/____/____
 Área: _____ Bimestre: _____
 Código: _____ Año: _____ Sección: _____

Objetivo: Identificar las estrategias de aprendizaje que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Instrucciones: Estimado estudiante responde el siguiente formato seleccionando una de las cinco opciones que se presenta de acuerdo a lo que consideres más próximo a la realidad y a tu experiencia.

Escala: 1. Nunca. 2. Casi nunca. 3. Algunas veces.
 4. La mayoría de veces. 5. Siempre.

	Estrategias de aprendizaje	1	2	3	4	5
1	Usa la teoría para confirmar su comprensión de los temas.					
2	Utiliza conocimientos previos. Por ejemplo: conceptos, símbolos, lenguaje matemático, representaciones gráficas en la resolución de problemas.					
3	Revisa aspectos como: ¿qué significado tiene?, ¿dónde lo usé antes?, ¿cómo se escribe, o se simboliza?, ¿con qué se relaciona?					
4	Infiere significados en gráficos, ecuaciones, problemas					
5	Busca y usa reglas generales, patrones y organiza para construir, entender, resolver.					
6	Usa analogía, síntesis, generalizaciones, procedimientos.					
7	Cuando práctica y memoriza logra almacenar y retener los conceptos, fórmulas, ecuaciones, gráficos y procedimientos tratados.					
8	Usa como técnica de estudio: repetir, el ensayo y error, la experimentación o la imitación.					
9	Usted revisa que su aprendizaje se esté llevando a cabo eficaz y eficientemente.					
10	Coloca los contenidos que se desea aprender en un					

	secuencia que tenga sentido.					
11	Escribe las definiciones, ideas principales, puntos centrales, un esquema o un resumen de información que se presentó oralmente por escrito.					
12	Clasifica u ordena el material para aprender en base a sus atributos en común.					
13	Hace una revisión anticipada del material por aprender en preparación de una actividad de aprendizaje.					
14	Decide por adelantado atender una tarea de aprendizaje en general e ignorara detalles.					
15	Decide por adelantado atender detalles específicos que permitan retener el objetivo de la tarea.					
16	Detecta las condiciones que ayudan a aprender y procura su presencia.					
	Estrategias de aprendizaje	1	2	3	4	5
17	Verifica usted el éxito de su aprendizaje según sus propios parámetros de acuerdo a nuestro nivel.					
18	Trabaja con uno o más compañeros para obtener retroalimentación.					
20	Pregunta o discute significados con los compañeros o con el docente.					
21	Usted busca querer ser premiado por su desempeño.					
22	Usted busca obtener la mejor nota.					
23	Usted busca querer ser reconocido como el mejor en algún aspecto.					
24	Usted aprende compartiendo a través de: la explicación, el dialogo, el debate, la conversación.					
25	Busca documentales referentes al tema a tratar.					

Gracias por su participación

3.2.12.2 ENCUESTA DE CAPACIDADES DEL ÁREA DE MATEMÁTICA

ENCUESTA

Colegio: _____ Fecha:/...../.....
 Área: _____ Bimestre: _____
 Código: _____ Año: _____ Sección: _____

Objetivo: Identificar las capacidades del área de matemática que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Instrucciones: Estimado estudiante responde el siguiente formato seleccionando una de las cinco opciones que se presenta de acuerdo a lo que consideres más próximo a la realidad y a tu experiencia.

Escala: 1. Nunca. 2. Casi nunca. 3. Algunas veces.
 4. La mayoría de veces. 5. Siempre.

	Capacidades de área	1	2	3	4	5
1	Aplica y busca nueva información que le ayude a resolver un problema cuando en el primer o segundo intento falla una estrategia determinada.					
2	Construye nuevo conocimiento matemático a través del trabajo con problemas.					
3	Reflexiona sobre el proceso de resolver problemas matemáticos.					
4	Al resolver problemas en matemáticas ha logrado desarrollar diversa forma de pensar, actitudes de perseverancia y curiosidad, y confianza en situaciones no rutinarias que les serán útiles fuera de la clase.					
5	Razona y piensa analíticamente para percibir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos.					
6	Cuando razona y piensa analíticamente es capaz de preguntarse si esos patrones son accidentales o si hay razones para que aparezcan.					
7	Cuando razona y piensa analíticamente formula conjeturas y las demuestra.					
8	Formula y analiza conjeturas					
9	Al argumentar sus conclusiones son lógicas.					

10	Tus argumentos se tornan más sofisticados y ganan coherencia interna y rigor matemático.					
11	Usa el razonamiento para resolver problemas de diferente tipo y naturaleza y no sólo para abordar problemas numéricos.					
12	Usa la demostración para argumentar y justificar las soluciones encontradas.					
13	Emplea el razonamiento cuando elabora algoritmos y quiere demostrar la validez de un procedimiento.					
14	Usa el razonamiento cuando hace generalizaciones para patrones.					
	Capacidades de área	1	2	3	4	5
15	Emplea el razonamiento para explicar el significado de un gráfico.					
16	Usa el razonamiento cuando emplea otras formas de representación.					
17	Considera que los conceptos se aprenden por repetición.					
18	Los conceptos deben entenderse, conectarse con los conocimientos previos y considerarlos en una estructura que les de sentido.					
20	Para resolver un problema, usted reconoce los datos, las variables, los indicadores, los parámetros y los rangos.					
21	Usa términos y símbolos para denotar o representar ideas o relaciones matemáticas, además de los conceptos.					
22	Utiliza los razonamientos inductivo y deductivo para formular argumentos.					
23	Escucha las explicaciones de los demás y comparte lo que piensa.					
24	Representa ideas matemáticas en forma verbal, gráfica o simbólica.					
25	Organiza y consolida su pensamiento matemático para comunicar.					
26	Expresa ideas matemáticas en forma coherente y clara a sus pares, profesores y otros.					
27	Usa el lenguaje matemático como medio económico y preciso de expresión.					

Gracias por su participación

3.2.12.3 TEST DE PROCESOS DE OBSERVACIÓN Y DESCRIPCIÓN.

TEST

Colegio: _____ Fecha:/...../.....
Área: _____ Bimestre: _____
Código: _____ Año: _____ Sección: _____

Objetivo: Identificar el nivel de observación y descripción que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Instrucciones:

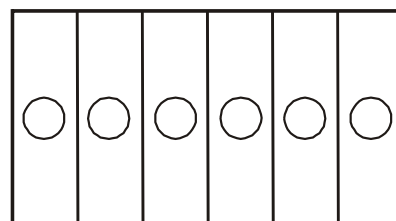
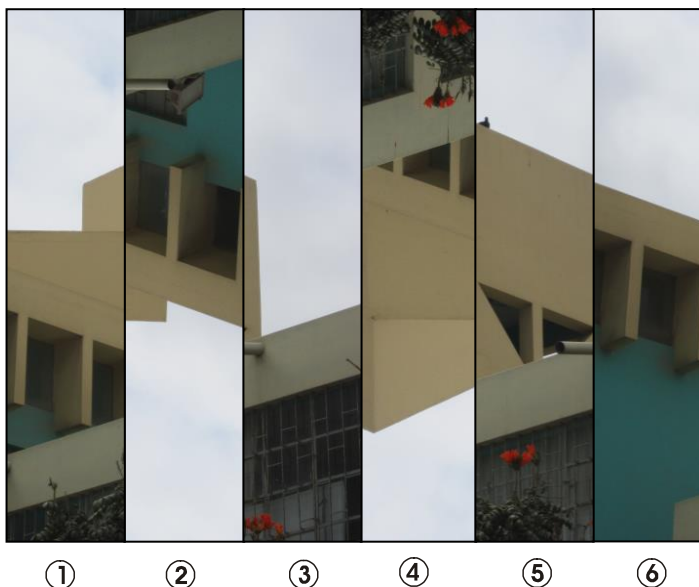
- A continuación se presentan tres situaciones gráficas distribuidas en partes; a cada parte le corresponde un número. Observe detenidamente y construya la imagen completa; ubicando en cada círculo de la tabla el número que corresponde.
- Luego complete las tablas mostradas al final.

SITUACIÓN GRÁFICA #01.

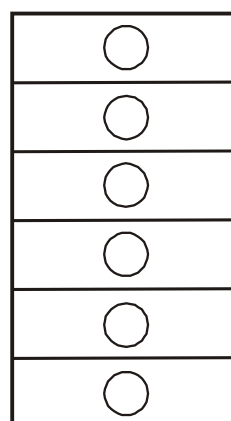


<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

SITUACIÓN GRÁFICA #02



SITUACIÓN GRÁFICA #03



ENCUESTA

Colegio: _____ Fecha:/...../.....
 Área: _____ Bimestre: _____
 Código: _____ Año: _____ Sección: _____

Objetivo: Identificar el nivel de observación y descripción que utilizan los estudiantes con el fin de mejorar el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Instrucciones: Estimado estudiante responde el siguiente formato seleccionando una de las cinco opciones que se presenta de acuerdo a lo que consideres más próximo a la realidad y a tu experiencia.

Escala: 1. Nunca. 2. Casi nunca. 3. Algunas veces.
 4. La mayoría de veces. 5. Siempre.

	En situaciones parecidas a los problemas anteriores, logra:	1	2	3	4	5
1	Trasladar imágenes de izquierda a derecha y viceversa; de arriba hacia abajo y viceversa					
2	Rotar o girar imágenes en sentido horario o antihorario.					
3	Trasladar y rotar imágenes					
4	Girar y trasladar imágenes.					
5	Construir la imagen sin necesidad de ver la imagen construida.					
6	Construir la imagen sin necesidad de girar la cabeza o la hoja donde están las partes.					
7	Construir la imagen sin necesidad de recortar las partes.					
8	Reconocer elementos contenidos en la imagen.					
9	Reconocer que imágenes están inclinadas o de cabeza.					
10	Identificar que piezas mover y cuáles no.					
11	Socializarse con sus pares durante o después de intentar construir la imagen.					
12	Darse cuenta que tiene dificultad en estos mecanismos u operaciones mentales.					
13	Identificar el mínimo número de movimientos para formar la imagen.					
14	Motivarse porque se torna un desafío, un juego, un pasatiempo.					
15	Controlar la frustración de no poder formar la imagen y					

	luego continua el desafío.					
16	Impacientarse y darse por vencido.					
17	Tener una imagen construida en la mente casi inmediata.					
18	Movilizar las partes al cerrar los ojos.					
19	Comprender que moviendo objetos, formas e ideas (representaciones gráficas) podemos descubrir patrones.					
20	Describir el todo como la suma de sus partes					



UNIVERSIDAD NACIONAL “PEDRO RUIZ GALLO”



ESCUELA DE POSGRADO

MAESTRÍA CON MENCIÓN EN DOCENCIA UNIVERSITARIA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

ESTRUCTURA DE SESIÓN DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE BAJO EL ENFOQUE 4T3C

1. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA :
- 1.2. NIVEL MODALIDAD :
- 1.3. GRADO :
- 1.4. SECCIÓN :
- 1.5. NÚMERO DE ALUMNOS :
- 1.6. ÁREA :
- 1.7. DOCENTE :
- 1.8. TEMA :
- 1.9. FECHA :
- 1.10. HORA :

Lambayeque, 2017

2. PARTE DIDÁCTICA:

2.1 DENOMINACIÓN:

“XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX”

2.2 TIEMPO:

90 minutos.

2.3 PRODUCTO LOGRADO: APRENDIZAJE ESPERADO O CONOCIMIENTO CONSTRUIDO

PROCESOS		PRODUCTO	CONOCIMIENTO			CONTEXTO Y MEDIACION COMO ESTRATEGIA		
PROCESO DE PENSAMIENTO BÁSICO	CAPACIDAD O HABILIDAD	APRENDIZAJE ESPERADO - CONOCIMIENTO CONSTRUIDO	CONTENIDO	FORMA OPERATORIA	FORMA PREDICATIVA	VARIABLE DIDACTICA	SITUACIÓN	MEDIACION
1. Observación						Basado en: 1. Cambio de datos. 2. Cambio de condiciones. 3. Cambio de situaciones. En que se hace la construcción del conocimiento	1. Situación adidáctica: • Situación de acción. • Situación de formulación. • Situación de validación. 2. Situación didáctica o de situación institucionalización. 3. Situación vivencial o experiencial. 4. Situación de la tarea. 5. Situación de evocación. 6. Situación de exploración	4. Mediación de la intencionalidad y reciprocidad. 5. Mediación de la trascendencia. 6. Medicación del significado. 7. Medicación de la competencia. 8. Medicación de la regulación y control de la conducta. 9. Mediación de la participación activa y conducta compartida. 10. Mediación de la individualización y diferenciación psicológica. 11. Mediación de la búsqueda, planificación y logro de los objetivos de la conducta. 12. Mediación del cambio: búsqueda de la novedad y complejidad. 13. Mediación del conocimiento de la modificabilidad y del cambio.
2. Comparación								
3. Relación								
4. Clasificación								
5. Ordenamiento								
6. Clasificación jerarquía								
7. Análisis								
8. Síntesis								
9. Evaluación								

2.4 ESTRATEGIA METODOLÓGICA

FASES	SECUENCIA DIDACTICA	ESTRATEGIAS Y MATERIALES		
		SITUACIONES	MEDIACION	MATERIALES
PREPARACION PARA EL APRENDIZAJE	1. Situación adidáctica: • Situación de acción. • Situación de formulación. • Situación de validación.	1. Diversas circunstancias en las que un concepto poder tomar sentido y/o significancia.	1. Intervención del docente: • La devolución. • La institucionalización.	1. Materiales concretos: plumón, pizarra acrílica, plumón acrílico, papelote, papel, tiza, cinta, etc.
DESARROLLO DEL APRENDIZAJE	2. Situación didáctica o situación de institucionalización.	2. Diversas situaciones en las que se pueden relacionas dos o más conceptos.	2. Las mediaciones usadas en las experiencias de aprendizaje mediado.	2. Materiales guiados: separata, prácticas, plan de clase, libros, etc.
CONSOLIDACION DEL APRENDIZAJE	3. Situación vivencial o experiencial. 4. Situación de la tarea.	3. Talleres	3. Mediación a través de los procesos básicos de pensamiento.	3. Materiales tecnológicos: videos, multimedia, computadora, aplicaciones, cámara digital, internet, etc.

3 EVALUACIÓN DE LA PRODUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS Y CONTEXTOS

CRITERIO DE EVALUACION	INDICADORES DE EVALUACION	INTRUMENTO DE EVALUACION
POR HABILIDADES CAPACIDADES		
POR PROCESOS DE PENSAMIENTOS BASICOS		
POR CONOCIMIENTOS		
POR SITUACIONES		
POR MEDIACIONES		
POR MATERIALES		

4. BIBLIOGRAFÍA

4.1. DEL DOCENTE

4.1.1. CIENTÍFICA:

4.1.2. DIDÁCTICA

4.2. DEL ESTUDIANTE

5. ANEXOS

3.2.12.5 PRESENTACIÓN EN DIAPOSITIVAS DE LA TCC Y TSD.

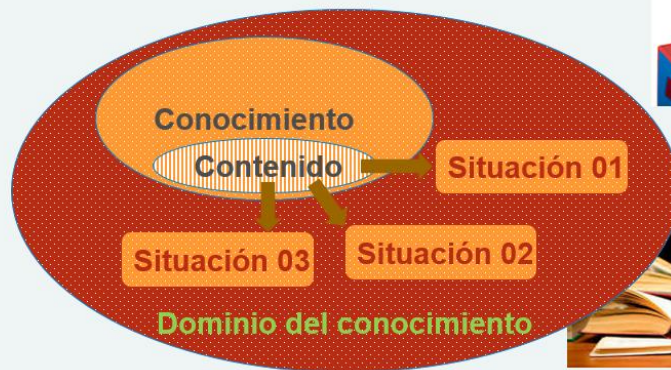
3.2.12.5.1 TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES



Conocimiento: Dominio y contenido

Vergnaud

→ Toma como referencia el **propio contenido** del conocimiento y **el análisis conceptual del dominio** de ese conocimiento.



Vergnaud, Piaget y el conocimiento

→ El **conocimiento es adaptación**: **asimilación** y **acomodación**.

Vergnaud

→ reconoce **la importancia** de la teoría de Piaget, destacando las ideas de **adaptación, desequilibración y re-equilibración** como piedras angulares para **la investigación en didáctica de las ciencias** y de **la Matemática**



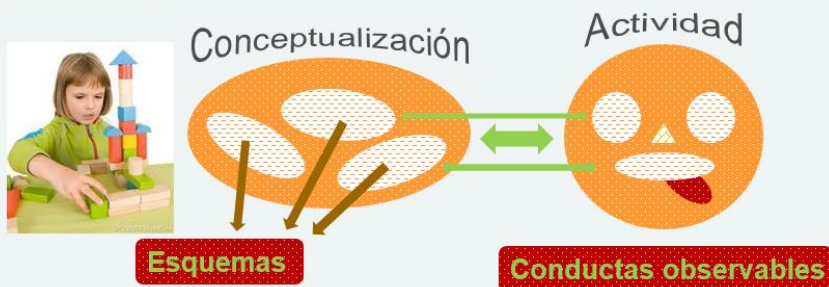
Así, el **conocimiento racional** es una **construcción del sujeto** para adaptarse al medio y reducir la incertidumbre, y como tal **es operatorio**.

El **conocimiento** es “**operatorio**”

➔ Considera que **el conocimiento esta organizado en campos conceptuales**.

Vergnaud

➔ Y cree que la **gran piedra angular** colocada por Piaget fue el concepto de **esquema** que va a ser **el eje central** de la **TCC**.



Pues, **si el conocimiento no genera acciones de adaptación** que le permitan al sujeto actuar en situación, **no es conocimiento**.

Vergnaud y el legado de Vygotsky

➔ Reconoce igualmente que su teoría (TCC) fue desarrollada a partir del legado de Vygotsky.

Vergnaud

➔ Eso se percibe, en **la importancia** atribuida a **la interacción social**, **al lenguaje** y a **la simbolización** en el progresivo **dominio de un campo conceptual** por los estudiantes.

Interacción social



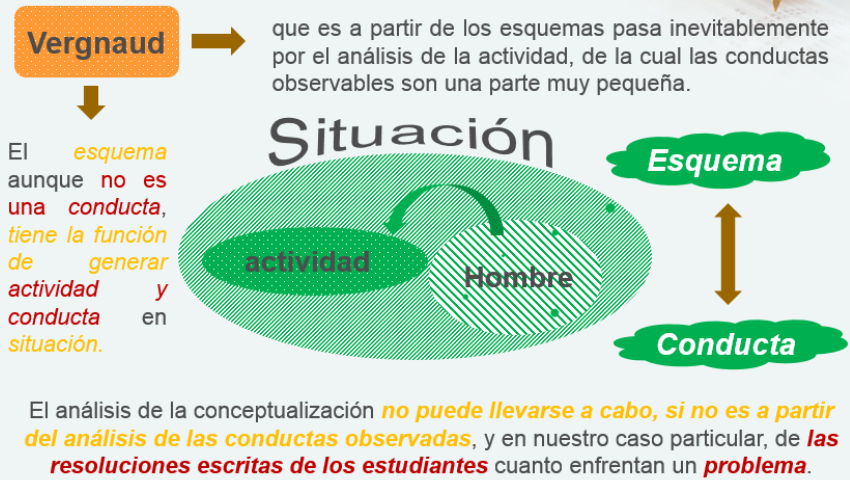
Lenguaje

Simbolización



Para **el docente**, **la tarea mas difícil** es la de **proveer oportunidades** a los alumnos para que **desarrollen sus esquemas** en la **zona de desarrollo próximo**.

Análisis de la conceptualización



Teoría de los Campos Conceptuales



Concepto en la TCC

➔ ... es una **construcción pragmática**.

Vergnaud

➔ ... no toman su significación de una sola clase de situación, ni una situación se analiza con la ayuda de un solo concepto.

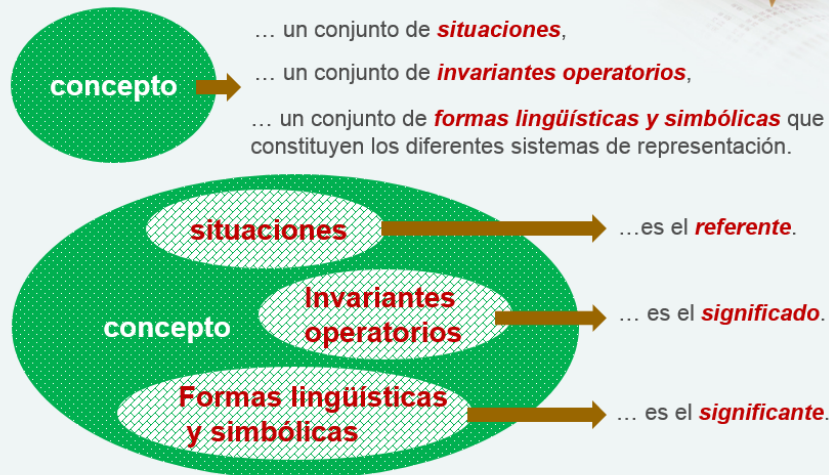


En este sentido, se destaca el carácter pragmático, porque ésta **pone en juego el conjunto de situaciones** que constituyen la referencia de sus diferentes propiedades, como **el conjunto de los esquemas** que el sujeto utiliza en estas situaciones.

Y como tal, **si se esta interesado en su enseñanza y aprendizaje, no se debe reducir** el concepto a su definición, pues **es a través de las situaciones y de los problemas** que se pretende resolver como un concepto **adquiere sentido** para el **sujeto**.

Definición de Concepto

... define al concepto **como un triplete** de **tres conjuntos**.



Campo conceptual

Debido a que un concepto no se forma aislado sino en conjunto con otros, es posible afirmar que los conceptos se desarrollan juntos formando sistemas o redes, en un largo periodo, al interior de una gran variedad de situaciones, y en relación con numerosos otros conceptos



Campo conceptual es, un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición.

El dominio de un campo conceptual no ocurre en algunos meses, ni tampoco en algunos años. Al contrario, nuevos problemas y nuevas propiedades deben ser estudiadas a lo largo de varios años si quisiéramos que los alumnos progresivamente dominen. De nada sirve rodear las dificultades conceptuales; ellas son superadas en la medida en que son detectadas y enfrentadas, pero esto no ocurre de una sola vez (Vergnaud, 1983, p.401)

Este conjunto de sistemas o redes dinámico es a lo que Vergnaud llama **"campo conceptual"**

Campo conceptual

¿Qué argumentos llevaron a Vergnaud al concepto de campo conceptual?

Estos son tres:

Un **concepto** no se forma dentro de **un solo tipo de situación**;

Una **situación** no se analiza con **un solo concepto**;

La construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso de largo aliento que se extiende a lo largo de los años, a veces de una decena de años, con analogías y mal entendidos entre situaciones, entre conceptos, entre procedimientos, entre significantes.



1

2

3

Conceptualización y actividad

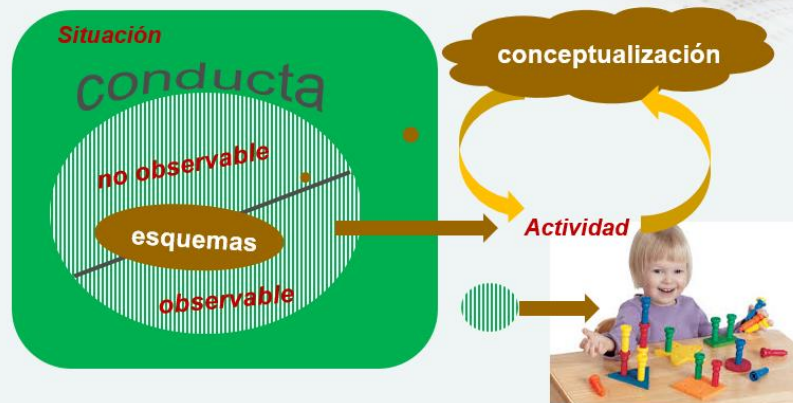
La conceptualización es un proceso que forma parte de la actividad y esta dirigido a reducir la incertidumbre que genera el enfrentarse a situaciones, sean nuevas o conocidas.



Mientras la actividad refiere a los gestos, los conocimientos y competencias científicas y técnicas, la interacción con los otros, las competencias lingüísticas, las competencias afectivas, etc.; **la conceptualización** puede ser definida como la construcción, o la identificación directa o cuasi-directa de los objetos del mundo, de sus propiedades, relaciones y transformaciones (Vergnaud, 2007, p.299)

... la TCC supone que **la conceptualización es la esencia del desarrollo cognitivo.**

Conceptualización y actividad



... el **esquema aunque no es una conducta, tiene la función de generar la actividad y la conducta en situación.**

Situaciones

... **es la tarea** en **si**.

El concepto de situación empleado por Vergnaud **no es el de situación didáctica**, pero sí el de tarea, siendo que toda situación compleja puede ser analizada como una combinación de tareas, para las cuales **es importante conocer sus naturalezas y dificultades propias** (Vergnaud, 1990, p.146).



La dificultad de una tarea no es ni la suma ni el producto de las diferentes subtareas involucradas, pero es claro que el desempeño en cada subtarea **afecta el desempeño global** (Vergnaud, 1990, p.9)

Las situaciones son las que **dan sentido al concepto**; son las situaciones las responsables por el sentido atribuido al concepto (Barais & Vergnaud, 1990, p.117); **un concepto se torna significativo a través de una variedad de situaciones** (Vergnaud, 1994, p.46)

... también destaca **dos ideas principales con relación al sentido** de situación: **variedad e historia**.

Esquemas

... **funcionan para la adaptación y la acción operatoria del sujeto**.

Las definiciones que propone son:

- 1) Un esquema es una totalidad dinámica funcional.
- 2) Un esquema es una organización invariante de la actividad para una clase definitiva de situaciones.
- 3) Un esquema comprende necesariamente cuatro categorías de componentes:
 - * Una meta, sub-meta y anticipaciones.
 - * Reglas de acción, de toma de información y de control.
 - * Invariantes operatorios (conceptos y teoremas en acto)
 - * Posibilidades de inferencia.
- 4) Un esquema es una función que toma sus valores de entrada en un espacio temporalizado de n dimensiones, y sus valores de salida en un espacio igualmente temporalizado a n' dimensiones.

... **son los esquemas quienes se adaptan a las situaciones**, y **no el sujeto al objeto**, como había formulado Piaget

Esquemas

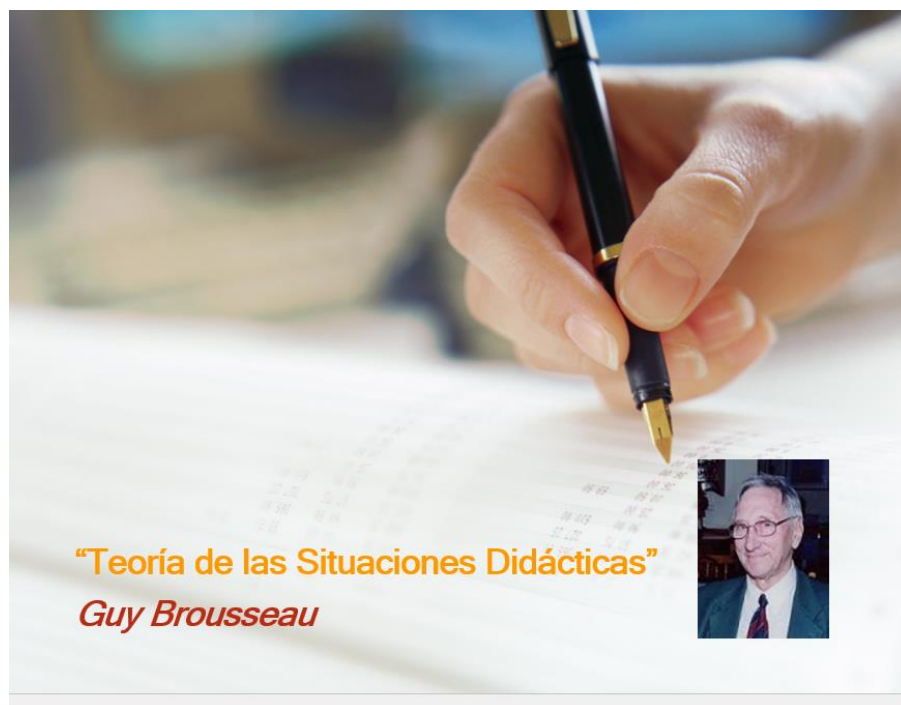
Para Vergnaud, *los esquemas son pragmáticos* en el sentido de que *funcionan para la adaptación y la acción operatoria del sujeto*.

Los esquemas se acomodan a las situaciones pues se relacionan con las características de las situaciones a las cuales se aplican y son funcionales de estas.




... *son los esquemas quienes se adaptan a las situaciones*,
y *no el sujeto al objeto*, como había formulado Piaget

3.2.12.5.2 Teoría de las Situaciones Didácticas.

A large background image showing a close-up of a hand holding a black fountain pen, writing on a document with a grid pattern.

“Teoría de las Situaciones Didácticas”
Guy Brousseau

A small portrait of Guy Brousseau, a man with glasses, wearing a suit and tie.

El inicio: Enseñar matemáticas

Brousseau

→ **Considera** al docente como un **profesional reflexivo**, que **decide, diseña, implementa y experimenta estrategias de acción** para lograr el aprendizaje de sus alumnos.

De manera que **aprender matemática no se reduce a recordar formulas matemáticas, teoremas o definiciones para resolver problemas** mediante la imitación de las explicaciones del docente en clase o con apego a los métodos ilustrado en los textos escolares.



→ **"Saber matemáticas** no es solamente definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlos, es "ocuparse de problemas" que, **en un sentido** amplio, **incluye tanto encontrar preguntas como encontrar soluciones"**



El inicio: El proyecto inicial

Brousseau

→ **Busca** ... "Determinar **de manera científica cual puede ser la mejor enseñanza de las matemáticas** para todos los niños de la escuela primaria".

↕ **El problema** ↕

Por tanto, ... "**buscaba una programación** es decir, una **secuencia de lecciones** con un orden parcial que permitiese **la adquisición más rápida posible** por el mayor número posible de niños (al menos el **80%**)



"La adquisición de un conocimiento se escalona en un periodo largo de tiempo (...) No hay que considerar que se deba asimilar y, todavía menos, explicitar desde su introducción (...) **De la manualidad al dibujo, del dibujo al grafo, después al símbolo, la idea se va precisando en un complejo proceso de abstracciones, de concreciones y de representaciones.** Si embargo, en cada estadio hemos dado de un ente matemático, una definición **que, no siendo válida, no es menos precisa,** y a la cual debe de referirse el alumnos"

Extension del proyecto

Brousseau, ... extiende su proyecto a **tres objetivos fundamentales**:



Investigación aplicada

... **como estudio sistémico** de **los conocimientos, métodos, técnicas e instrumentos**, con objetivos formulados con precisión.

... como conjunto de investigaciones científicas **que permiten explorar dominios aun desconocidos**, sin objetivo práctico explícito, junto a sus investigaciones orientadas, dirigidas a alcanzar un objetivo general para la enseñanza de las matemáticas, **a partir de una situación histórica dada**.

Investigación fundamental



Metodología de la investigación

... **estará mas próxima de la de las ciencias sociales**, de las que toma muchos elementos, incluyendo el estudio de la coherencia, pertinencia y eficacia de los modelos obtenidos, y evidentemente una prueba experimental.

... busca también estudiar **las condiciones del acto de enseñar**.

Brousseau y Psicólogos: Piaget , Vygotsky

Brousseau (2007, p. 14), afirma: **los psicólogos han demostrado**, respecto de los fenómenos de aprendizaje y desde diferentes perspectivas, **la importancia de la tendencia natural de los sujetos a adaptarse a su medio**:

Skinner estudia el papel de los estímulos y **propone construir un modelo del sujeto**;



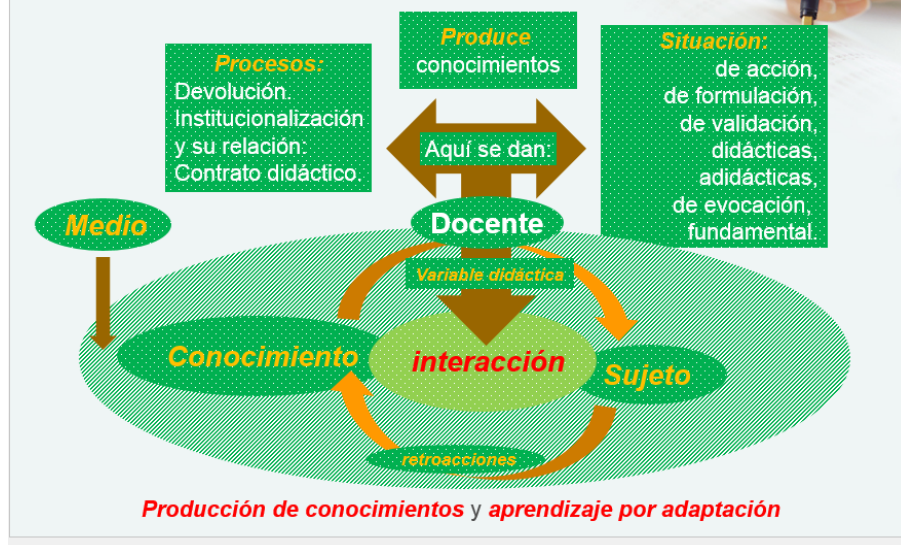
Piaget se ocupa esencialmente de la génesis no escolar de los conocimientos y, para ello, **concibe** – desde su formación científica – **dispositivos experimentales donde el niño revela sus modos de pensamiento** y el investigador reconoce, **en sus comportamientos, las estructuras y los conocimientos matemáticos de su elección**



Vygotsky estudia **las modalidades de la influencia del medio sociocultural en el aprendizaje** de los alumnos y el estudio del **medio** en si mismo da lugar, en consecuencia, a un ámbito ideológico científico.



Teoría de las Situaciones Didácticas



Las situaciones en la teoría

Situación fundamental

Brousseau *postula que para todo conocimiento existe una "situación fundamental"* que de alguna manera representa la problemática *que permite la emergencia de dicho conocimiento*. Esto significa que *el conocimiento en cuestión aparece como la estrategia óptima* para resolver el problema involucrado.

"Cada conocimiento puede caracterizarse por una o mas situaciones adidácticas que preservan su sentido y que llamaremos situaciones fundamentales (Brousseau, 1998)"

Según Sadovsky (2005), esta definición plantea tres cuestiones:



- El hecho de que Brousseau plantee **la existencia de una situación fundamental como axioma**;
- la cuantificación** que hace de su axioma (para todo conocimiento); y
- La noción de **estrategia óptima**.

Las situaciones en la teoría

Situación

Hemos llamado **situación** a un **modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado**, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable.

Algunas de estas situaciones requieren la adquisición anterior de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que le ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial (Brousseau, 2007, p. 16)



Situación didáctica

Es todo el entorno del alumno, incluido el docente y el sistema educativo.

La situación, es entonces, un entorno del alumno **diseñado y manipulado por el docente**, que la considera como **una herramienta**.



Las situaciones en la teoría

Componentes de una Situación didáctica



En la **producción de conocimientos** el **objetivo** del docente es diseñar e implementar **situaciones adidácticas**.

Procesos de intervención en las situaciones

