UNIVERSIDAD NACIONAL

"PEDRO RUIZ GALLO"

PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS "REACT" PARA MEJORAR LA CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN ESTUDIANTES DEL II CICLO DE INGENIERÍA AGRICOLA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO DE LAMBAYEQUE - 2015.

TESIS:

Presentada para obtener el Grado Académico de Maestro en Ciencias de la Educación, con Mención en Investigación y Docencia

Presentado por:

Darwin Díaz Delgado

LAMBAYEQUE, PERÚ

2016

PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS “REACT” PARA MEJORAR LA CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA EN ESTUDIANTES DEL II CICLO DE INGENIERÍA AGRICOLA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO DE LAMBAYEQUE - 2015.

Darwin Díaz Delgado	M.Sc. Miguel Alfaro Barrantes
Autor	Asesor

PRESENTADO A LA FACULTAD DE CIENCIAS HISTORICO SOCIALES Y EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA.

APROBADA POR:

DR.FELIX LÓPEZ PAREDES
PRESIDENTE DEL JURADO

DR.MANUEL BANCES ACOSTA
SECRETARIO DEL JURADO

DRA. LAURA ALTAMIRANO DELGADO
VOCAL DEL JURADO

INDICE

DEDICATORIA..... v
AGRADECIMIENTO.....vi
RESUMEN.....vii
ABSTRACT viii
INTRODUCCIÓN 1
CAPITULO I
ANALISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO 5
1.1 UBICACIÓN:..... 5
1.2 ENFOQUE HISTÓRICO Y TENDENCIAL DEL PROBLEMA..... 14
1.3 EL PROBLEMA A NIVEL FACTO PERCEPTIBLE 19
1.4 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN 20
CAPITULO II
MARCO TEÓRICO 24
2.1 ANTECEDENTES..... 24
2.2 BASE TEÓRICA..... 26
2.2.1 LA PERCEPCIÓN NEGATIVA DE LAS MATEMÁTICAS. 26
2.2.2 LA CONTEXTUALIZACIÓN DE LA MATEMÁTICA. 29
2.2.3 PROGRAMA 33
2.2.4 ESTRATEGIA..... 34
2.2.5 ESTRATEGIA “REACT” 39
2.2.6 CRITERIOS Y CONJETURAS PARA EVALUAR EL APRENDIZAJE..... 43
CONTEXTUAL..... 43
2.2.7 DESARROLLO PROFESIONAL DE LOS DOCENTES 45
2.2.8 MODELO TEORICO PARA LA CONSTRUCCION CONTEXTUALIZADA DE LA
INTEGRAL DEFINIA..... 46

CAPITULO III

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN 66
3.1 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL INFORME 66
PERSONAL DE SABERES PREVIOS 66
3.2 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PRE TEST 69
3.3 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL POS TEST 83
3.4 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PRE TEST Y POS TEST 95
3.5 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS 96
3.6 PROPUESTA TEÓRICA 98
CONCLUSIONES 115
RECOMENDACIONES 116
BIBLIOGRAFÍA 117
LINKOGRAFÍA 118
ANEXOS 119

DEDICATORIA

A Dios, por darme mi existencia.

A mi madre Victoria, mi padre José y mis
hermanos Pepe, Frank, Galeno
y Tania por su abnegado e
incondicional apoyo.

A mi esposa Ana María y mis queridos
hijos: Luana Nicolle y José Joaquín
por su valioso apoyo y aliento
de cada día.

DARWIN

AGRADECIMIENTO

A nuestros Docentes de Maestría por compartir sus enseñanzas.

A mi asesor M.Sc. Miguel Alfaro Barrantes, quien me orientó para la realización de este trabajo

A mi profesora M.Sc. Julia Esther Santa Cruz Mio, por sus sabios consejos, incondicional apoyo y paciencia inagotable hacia sus estudiantes.

A mis amigos y amigas maestrantes por compartir sus valiosos conocimientos y experiencias.

A mis queridos estudiantes del II ciclo de la Escuela de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo ciclo 2016-I, por formar parte de este trabajo de investigación de una manera muy responsable.

.

EL AUTOR

RESUMEN

Con esta investigación se pretende diseñar y aplicar un Programa de Estrategias Didáctica “REACT” basada en la propuesta teórica de Ortigoza, la cual se fundamenta en la enseñanza contextualizada de los contenidos matemáticos referentes a Integral Definida en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que mejore la Contextualización de la Integral Definida en los estudiantes del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Para realizar el estudio, además de la propuesta didáctica, se ha elaborado un cuestionario de aplicación previa a la realización de la propuesta didáctica, dicho cuestionario nos permitió conocer el nivel respecto a los saberes previos que tenía cada estudiante, posteriormente se realizó el Pre Test, donde se evidencio la existencia del problema que se aborda en este trabajo de investigación, pues sólo el 12.92% del total de estudiantes pudieron responder las preguntas, luego de aplicar el programa de estrategias “REACT” se realizó el Pos Test, donde el 49.56 % del total de estudiantes pudieron responder las preguntas . A partir de la información obtenida en el Pos Test, se ha comprobado la evolución positiva que se ha producido en la variable dependiente; es decir se evidencia una mejora sustancial en la Contextualización de la Integral Definida.

Palabras clave: Actitud hacia las matemáticas, contextualización, Integral Definida, Programa de Estrategias “REACT”.

ABSTRACT

With this research is intended to design and apply a program of strategies teaching "REACT" based in the proposed theoretical of Ortigoza, which is based on the contextual teaching of mathematicians contained references to Integral defined in the process of teaching and learning, that improves the contextualization of the defined Integral in students of the II cycle engineering agricultural of the Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. For the study, in addition to the didactic proposal, it has developed a questionnaire for application prior to the completion of the proposed teaching, this questionnaire allowed us to determine the level on the previous knowledge that had each student, subsequently the Pre Test, where it evidencio the existence of the problem that is addressed in this research work was conducted , then only the 12.92% of the total number of students failed to respond the questions, then apply the strategies program "REACT" was the Pos Test, where the 49.56% of the total number of students failed to respond the questions. From the information gathered from the Pos Test, found the positive evolution that has occurred in the dependent variable; that is a substantial improvement in the context of the defined Integral is evident.

Key words: attitude towards mathematics, contextualization, Integral defined, strategies "REACT" program.

INTRODUCCIÓN

A nivel mundial, el alto índice de desaprobados en las asignaturas de matemáticas en áreas de ingeniería, es sólo un síntoma de toda la problemática. En este conflicto inciden muchos factores de tipo social, económico, de orden curricular, asociados a la didáctica, que inciden en el aprendizaje y en la enseñanza de la matemática. (Camarena, 1984). Los estudiantes no tienen en claro por qué estudiar matemáticas y esto demerita la motivación hacia esta ciencia, por otro lado, en los objetivos de los estudios de ingeniería se menciona que el futuro ingeniero deberá poseer una formación integral y en ninguna parte de los currículos de ingeniería se especifica cómo lograrlo. Desde este punto de vista, la desarticulación que existe entre los cursos de la matemática y las demás asignaturas que cursa el estudiante se convierte en un conflicto cotidiano para los estudiantes

La educación básica regular en el Perú ha conseguido cubrir, en términos de asistencia, a la mayor parte de la población en edad escolar, esta cobertura de la educación secundaria y su evolución son señales de la presión que viene recibiendo la educación superior. Si la eficiencia interna del sistema educativo escolar mejorara, es decir, si las tasas de retiro y deserción disminuyeran, y la de promoción aumentara, el volumen de los egresados de la secundaría podría incrementarse aún más. Esto indica que hay una demanda de educación superior no cubierta y que año tras año se ve incrementada pues el volumen de los admitidos es inferior al número de egresados de la secundaria.

La formación de los profesionales, en la actualidad, debe estar en correspondencia con los avances científico técnicos alcanzados, estos no sólo tienen que demostrar que son capaces de adaptarse a la sociedad, sino que también deben usar, con gran

maestría, las nuevas tecnologías puestas a su disposición; para lo que requieren del aprendizaje de técnicas y herramientas de la ciencia moderna, así como del conocimiento de las teorías y modelos matemáticos que las sustentan.

La tesis que lleva por título Programa de Estrategias Didácticas "REACT" para mejorar la contextualización de la integral definida en estudiantes del II ciclo de Ingeniería agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque – 2015, surgió al detectar que en el curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo un buen número de estudiantes desaprueban dicho curso, existiendo estudiantes que llevan el curso hasta por cuarta vez, este problema se debe en gran parte al poco interés por parte de los estudiantes hacia el curso y a la descontextualización del contenido teórico del curso.

Con el fin de contribuir al desarrollo personal y académico de estos estudiantes como docente de aula, se creyó oportuno intervenir a través del desarrollo de un Programa de Estrategias que tenga por objeto superar las citadas deficiencias, por ello se decidió recurrir al empleo de cinco Estrategias conocido como Estrategias "REACT" .

Para iniciar este trabajo de investigación se formuló el siguiente problema:

¿De qué manera la aplicación de un Programa de Estrategias Didácticas "REACT" mejora la contextualización de la Integral Definida en los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque -2015?

Con tal objeto se formuló el siguiente objetivo general: Demostrar que la aplicación de un Programa de Estrategias Didácticas "REACT" mejora la contextualización de la Integral Definida en los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del

II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, y como objetivos específicos se formularon los siguientes: Realizar una evaluación diagnóstica a los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, para determinar las deficiencias en la contextualización de la Integral Definida. Analizar y valorar los principios teóricos de Ortigoza sobre enseñanza contextualizada de la matemática para fundamentar la propuesta. Diseñar y ejecutar un Programa de Estrategias Didácticas de REACT para mejorar la contextualización de la Integral Definida de los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque. Evaluar los resultados obtenidos luego de la aplicación del Programa de Estrategias Didácticas REACT a los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.

Para orientar el desarrollo de este estudio se planteó la hipótesis de investigación siguiente: Si se aplica un Programa de Estrategias Didácticas “REACT” basado en los principios teóricos de Ortigoza sobre enseñanza contextualizada de la matemática, entonces se mejora la contextualización de la Integral Definida en los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque. A partir de esta hipótesis se procesaron las variables del problema en estudio (V.I.) Programa de Estrategias “REACT” y (V.D.) Contextualización de la Integral Definida, trabajando con una muestra de 30 estudiantes del segundo ciclo de Ingeniería Agrícola, con Pre y Pos Test, y utilizando como instrumento de

investigación un test sobre nivel de conocimiento de saberes previos. De acuerdo a lo proyectado se aplicó un programa de 08 sesiones de aprendizaje en las cuales se emplearon Estrategias de Relación, Aplicación, Experimentación, Transferencia y Cooperación; desarrollando favorablemente y en forma progresiva la contextualización de la Integral Definida.

La estructura de la tesis consta de tres capítulos cuyos contenidos son los siguientes:

En el capítulo I se aborda la Ubicación de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, el enfoque histórico tendencial de problema de investigación, el problema a nivel facto perceptible y la metodología utilizada que nos permitió llevar a cabo la investigación.

En el capítulo II se presentan algunos antecedentes del problema y se describe el marco teórico de manera resumida de los conocimientos científicos de las variables de la investigación: V.I. Programa de Estrategias “REACT” y V.D. Contextualización de la Integral Definida, lo que permite tener una comprensión conceptual del problema de estudio.

En el capítulo III se analiza el resultado facto perceptible que se obtuvo a través de un informe personal sobre saberes previos y de la aplicación de un Pre y Pos Test con su respectiva descripción, se presenta la discusión de los resultados y así mismo se describen las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

CAPITULO I
ANALISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO

En este capítulo se aborda el análisis del objeto de estudio, la ubicación de la Institución Universitaria donde fue llevado acabo el presente trabajo de investigación, la problemática en el Proceso de Gestión del Aprendizaje del Cálculo Integral en lo referente a la Contextualización de la Integral Definida en el contexto mundial, nacional y local, todo esto con el fin de demostrar científicamente la existencia del problema, finalmente de indicará la metodología empleada.

1.1 UBICACIÓN:

El presente trabajo se desarrolló en la Universidad Nacional “Pedro Ruiz Gallo”, ubicada en la Av. Juan XXIII 391 de la ciudad de Lambayeque, Provincia de Lambayeque, departamento de Lambayeque.

Lambayeque es una ciudad del noroeste del Perú, capital de la provincia de Lambayeque en el departamento de Lambayeque. Se sitúa a 11,4 km al norte de Chiclayo (distancia desde su plaza de armas de la hasta la de Chiclayo; a 4,7 km desde las salidas de ambas ciudades), a 13 km del litoral y 509 km de la frontera con el Ecuador.

En 1578 sufrió castigos de las aguas del río Lambayeque, que lo inundaron, de lo cual se repuso alcanzando un gran desarrollo. Como consecuencia de los continuos azotes naturales y las acciones de piratería que sufriera ZAÑA y principalmente por la inundación del 15 de marzo de 1720, la ciudad de Lambayeque se convierte en residencia de las familias adineradas que abandonaron Zaña y lo que es más en cabeza del Partido Lambayeque

bajo la jurisdicción de la intendencia de Trujillo, lo que significó que San José se convierta en puerto en reemplazo de Chérrepe.

La decisión de los partidos lambayecanos abrió cauce y significo respaldo poderoso a la gesta libertaria de los pueblos del Norte, por todo ello se daría a Lambayeque el título provisional de Ciudad, con nombre de “Generosa y Benemérita” por decreto del 15 de Junio de 1822 que confirmaría la ley del 18 Diciembre del mismo. La provincia de Lambayeque fue creada por San Martín, el 12 de febrero de 1821, según el Reglamento Provisional, formando parte del Departamento de Trujillo. Posteriormente surgieron sus distritos como Chóchope, Illimo, Mochumí, Mórrope, Motupe, Jayanca, Túcume, Olmos, Pacora, Salas, San José.

Lambayeque produce arroz, algodón, caña de azúcar, maíz amarillo duro, frutales, hortalizas, legumbres, ganado vacuno de carne y leche, caprinos, equinos y porcinos. Tiene una producción industrial de King Kones.

Entre los principales proyectos de desarrollo está el Proyecto Hidroenergetico y de irrigación de Olmos, el objetivo del proyecto es regular y trasvasar los recursos hídricos del río Huancabamba, de la vertiente del océano Atlántico, hacia el río Olmos, de la vertiente del océano Pacífico, mediante un túnel trasandino que tiene una longitud de 19,3 km y un diámetro de 4,8 m, para su posterior aprovechamiento en generación de energía eléctrica y en la irrigación a desarrollarse en una zona de condiciones climáticas muy favorables para la producción agropecuaria y gran disponibilidad de tierras, que, pese a su excelente calidad, han sido clasificadas como desérticas debido al reducido nivel de precipitación. El potencial del Proyecto Olmos, identificado en estudios definitivos que fueron realizados en la década de 1970, corresponde a la

irrigación de 100.000 ha, incluyendo el uso de los recursos hídricos trasvasados y subterráneos.

Lambayeque presenta una variedad de restos arqueológicos: Huaca Chotuna, Ficuar, Los Boliches, Aprulec, Huaca Pintada, Huaca la Viña, Huaca Solecape, Cerro Purgatorio.

Entre los monumentos históricos de Lambayeque tenemos a la Municipalidad Provincial de Lambayeque, La Casa de Juan Manuel Iturregui, La Casona Cuneo, La Casona de Pascual Saco y Oliveros, asa donde se gestó la Independencia.

Los lugares turísticos más resaltantes son: Museo Bruning, Tumbas Reales Señor de Sipán, Casa de La Logia, Iglesia San Pedro.

Entre los personajes importantes de Lambayeque tenemos: Juan Manuel Iturregui, Federico Villarreal.

En Lambayeque el 15% de los habitantes son empleados públicos esto entre hombres y mujeres, en un 25% se dedican a otras actividades, en un 60% se dedican a la agricultura especialmente en las campiñas donde su vida gira alrededor de los campos de cultivo. En las campiñas de Lambayeque las mujeres se dedican a las tareas hogareñas y son muy pocas las que cuentan con conocimientos de costura y se dedican a confeccionar prendas femeninas y masculinas. En las campiñas, las mujeres se dedican a la elaboración de la chicha de Jora que es considerada como una Industria, la que genera ingresos económicos para ayudar a sus esposos en el sustento del hogar. La Industria del limón y maracuyá: Que se encuentra en el distrito de Motupe, donde se

elaboran enlatados de jugos y se extrae el aceite de este para los diferentes productos, así como los jugos de maracuyá, estos productos son exportados.

Industria de King Kong: Los que se elaboran utilizando leche fresca, huevos y camotes este producto es bien cotizado a nivel nacional e internacional, existen king kong de puro manjar blanco y también de 3 sabores (manjar blanco, camote y piña), la piña es mezclada con yuca y da como resultado un dulce muy exquisito.

En Lambayeque solo uno de cada diez escolares resuelve una operación matemática de manera satisfactoria, mientras que solamente tres entienden lo que leen, según la última Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) 2013 en la región, hay varios factores que influyen en el bajo rendimiento de los estudiantes de colegios públicos, como el gran porcentaje de escolares que trabaja, la mala alimentación o la falta de capacitación de los docentes, es bueno resaltar que el 50% de los colegios estatales de Lambayeque tiene deficiencias en su infraestructura, según Defensa Civil y que los maestros no se pueden capacitar por bajos sueldos. Todo esto evidencia una situación que es muy preocupante porque la meta para el 2013 era lograr el 39% en comprensión lectora y el 18% en matemática. Solo hemos logrado 31.4% en comprensión lectora".

El Proyecto Educativo Regional (PER) tiene como visión Educativa que todas las personas en la región Lambayeque, desarrollan capacidades para enfrentar retos en un mundo diverso, globalizado y cambiante, contribuyendo al desarrollo humano sostenible de la región y del país.

Participan de una educación integral, de calidad, innovadora con equidad e interculturalidad que se desarrolla en forma descentralizada y democrática,

en el marco de la ética y la participación comprometida con el Estado y la Sociedad Civil.

La problemática que afronta la Educación Superior en Lambayeque está relacionada con la oferta educativa de carreras profesionales que se brinda, las cuales no se basan en un diagnóstico de las necesidades reales de la región ni tampoco toman en cuenta lo que se plantea en el Plan de Desarrollo Regional Concertado, por lo que se ofrecen carreras técnicas y profesionales desarticuladas que no tienen mercado laboral. Ello sumado a una limitada asignación de recursos económicos para atender integralmente a la formación de profesionales, además de una deficiente e inadecuada infraestructura y equipamiento.

Existe también poca motivación y compromiso de algunos docentes universitarios y de institutos superiores, así como duplicidad de jornadas laborales a tiempo completo. Sus actividades académicas relacionadas a la investigación, consejería, tutoría y promoción comunal son escasas lo que genera bajo nivel de producción intelectual en estos docentes.

Además de una enseñanza teórica y repetitiva, con contenidos segmentados, que no responden a las necesidades ni demandas laborales que exige la región para su desarrollo, ni a las necesidades de conservación de los recursos naturales dentro del enfoque del desarrollo humano sostenible.

Toda esta problemática se evidencia en los estudiantes quienes logran un débil desarrollo de capacidades, en función a la carrera profesional o especialidad en la que se están formando, agravado por las limitaciones a los futuros profesionales para la realización de sus prácticas profesionales en las empresas públicas y privadas, como parte de su proceso formativo, además de

que los estudiantes de pre y postgrado no se titulan o no obtienen su grado académico.

Asimismo, en las instituciones de Educación Superior se evidencia una débil cultura organizacional, principalmente en las públicas, donde el clima institucional es desfavorable, observándose serios enfrentamientos o conflictos entre los diferentes actores. Existe también inestabilidad en cargos directivos o jerárquicos.

El ejercicio de la autonomía universitaria se cuestiona porque se evidencia una educación superior desarticulada a la educación básica así como una dedicación excesiva de tiempo y recursos a actividades alejadas del quehacer académico y científico, incumpliendo sus fines y principios establecidos en la Ley Universitaria, situación que obliga a una mejor acción de la SUNEDU y rol vigilante de la Sociedad Civil.

Para resolver esta problemática el PER se plantea resultados, relacionados a contar con profesionales competitivos en instituciones acreditadas y el desarrollo de investigación y tecnología:

(a) Asegurar la aplicación de un currículo intercultural articulado a la educación básica, al desarrollo regional y a la conservación y manejo de los recursos naturales.
(b) Promoción de la investigación científica y aplicación de conocimientos en los diferentes campos del saber orientados a mejorar la calidad de vida.
(c) Promoción de proyectos de inversión acorde con las necesidades de la Región, a través del Estado, colegios profesionales y otras organizaciones de la Sociedad Civil.

(d) Implementación de un programa de evaluación y acreditación de las instituciones educativas de Educación Superior para optimizar la calidad de la formación profesional.

(e) Promoción permanente de la investigación científica e innovación tecnológica que contribuya al desarrollo local y regional.

La Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo (UNPRG), es una comunidad académica integrada por docentes, estudiantes y graduados que brinda formación profesional humanística, científica y tecnológica con una clara conciencia de nuestra región y del país como realidad multicultural, adopta el concepto de educación como derecho fundamental y servicio público esencial, concibe a la Educación Superior Universitaria como parte de la cultura del hombre para su máxima realización.

Misión

La UNPRG es una comunidad académica integrada por docentes, estudiantes y graduados, inspirada en principios científicos, democráticos y éticos. Brinda una formación integral, centrada en la investigación, docencia, extensión cultural y proyección social; en base al Modelo de Gestión por Procesos, que orienta el desarrollo de competencias, para estimular un desempeño eficiente en los mundos profesional, académico, laboral e investigativo.

Visión

La Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, es una organización académico - administrativa, orientada a la formación personal y académica

integral, que gestiona la cultura y el conocimiento de acuerdo a las exigencias de la globalización.

La UNPRG está orientada a la investigación, docencia, extensión cultural y proyección social, con responsabilidad social, brinda una formación científica, humanística y tecnológica con clara conciencia de la realidad multicultural de nuestro país pluriétnico, sin discriminación de raza, género y religión, y defensor del medio ambiente. Los emblemas oficiales de la UNPRG son: el escudo, el distintivo, la bandera y su himno.

La UNPRG, fue creada por Decreto Ley 18179 del 17 de marzo de 1970, al fusionarse la Universidad Nacional de Lambayeque, creada por Decreto Ley 14052 del 2 de abril de 1962 y la Universidad Agraria del Norte creada por Ley 14681 del 22 de octubre de 1963, antes Escuela Nacional de Agronomía, creada por Decreto del 18 de marzo de 1960. Su sede y domicilio legal se ubican en la calle Juan XXIII N° 391, Ciudad Universitaria, distrito, provincia y Región Lambayeque.

La organización académica de la UNPRG se sustenta en el régimen académico por Facultades, atendiendo al fortalecimiento del trabajo interdisciplinario y la construcción permanente de una comunidad académica, plural e integrada en términos de equidad y respeto mutuo al mérito académico y científico.

La UNPRG, cuenta con 14 facultades y 30 escuelas profesionales, además tiene una filian en la cuidad de Cutervo en donde se ofrecen las carreras de Agronomía, Ingeniería de Industrias Alimentarias e Ingeniería Zootecnia.

La Facultad de Ingeniería Agrícola (FIA) es una Facultad líder en la formación de profesionales Ingenieros Agrícolas para el desarrollo sostenible del país. Forma profesionales Ingenieros Agrícolas con alta calidad en el desarrollo de la Ciencia y Tecnología, con sólidos valores humanísticos y éticos al servicio de la sociedad. Profesionales formados a través del desarrollo curricular, la participación en la investigación, la extensión, proyección social y la producción.

Misión

La FIA es una unidad académica - administrativa de la UNPRG, que tiene el, encargo de dirigir la formación de profesionales integrales, en nivel de excelencia, competitivos y comprometidos con el desarrollo económico, político, social y sostenible del sector rural; de generar, difundir transferir y adaptar tecnologías y de dirigir los centros de producción con eficiencia y con visión social.

Visión

(a) La FIA acreditada internacionalmente, ejerciendo liderazgo en el ámbito rural.

(b) Ser líder en las investigaciones relacionadas a la ingeniería agrícola y en las investigaciones interdisciplinarias.

(c) Contar con un doctorado y una maestría y tres diplomados en las distintas especialidades de la Ingeniería Agrícola.

(d) Contar con su plana docente con el 30 por ciento de docentes con el grado de Doctor, el 60 por ciento con el grado de Maestro.

1.2 ENFOQUE HISTÓRICO Y TENDENCIAL DEL PROBLEMA

La contextualización del cálculo, en particular de la Integral Definida se viene dando desde el período antiguo, en donde se introdujo algunas de las ideas del cálculo integral, pero no fue desarrollado de una manera rigurosa o sistemática. La integración se puede observar en el pasado hasta el antiguo Egipto, circa 1800 a. C., con el papiro de Moscú, donde se demuestra que ya se conocía una fórmula para calcular el volumen de un tronco piramidal. La primera técnica sistemática documentada capaz de determinar integrales es el método de exhaución de Eudoxo (circa 370 a. C.), que trataba de encontrar áreas y volúmenes a base de partirlos en un número infinito de formas para las cuales se conocieran el área o el volumen. Este método fue desarrollado y usado más adelante por Arquímedes, que lo empleó para calcular áreas de parábolas y una aproximación al área del círculo.

Hasta el siglo XVI no empezaron a aparecer adelantos significativos sobre el método de exhaución. En esta época, por un lado, con el trabajo de Bonaventura Cavalieri (Milán, 1598 - Bolonia, 1647), matemático italiano perteneciente a la orden de los jesuitas, considerado uno de los precursores del cálculo infinitesimal moderno, con su método de los indivisibles y, por otro lado, con los trabajos de Pierre de Fermat (Francia, 17 de agosto de 1601 - Francia, 12 de enero de 1665) quien fue un jurista y matemático francés, se empezó a desarrollar los fundamentos del cálculo moderno. A comienzos del siglo XVII, se produjeron nuevos adelantos con las aportaciones de Isaac Barrow (Londres, octubre 1630 – 4 de mayo, 1677) quien fue un teólogo, docente y matemático británico, y Evangelista Torricelli (Faenza, Italia, 15 de octubre 1608 - Florencia, Italia, 25 de octubre 1647) quien fue un físico y

matemático italiano, que presentaron los primeros indicios de una conexión entre la integración y la derivación.

Los principales adelantos en integración vinieron en el siglo XVII con la formulación del Teorema Fundamental del Cálculo, realizado de manera independiente por el Ingles Newton y el Alemán Leibniz. El teorema demuestra una conexión entre la integración y la derivación. Esta conexión, combinada con la facilidad, comparativamente hablando, del cálculo de derivadas, se puede usar para calcular integrales. En particular, el Teorema Fundamental del Cálculo permite resolver una clase más amplia de problemas. También cabe destacar todo el marco estructural alrededor de las matemáticas que desarrollaron también Newton y Leibniz. El llamado cálculo infinitesimal permitió analizar, de forma precisa, funciones con dominios continuos. Posteriormente, este marco ha evolucionado hacia el cálculo moderno, cuya notación para las integrales procede directamente del trabajo de Leibniz.

El cálculo adquirió una posición más firme con el desarrollo de los límites y, en la primera mitad del siglo XIX, recibió una fundamentación adecuada por parte de Augustin Louis Cauchy (París, 21 de agosto de 1789 - Sceaux, 23 de mayo de 1857) fue un matemático francés. La integración fue rigurosamente formalizada por primera vez por Georg Friedrich Bernhard Riemann (Breselenz, Alemania, 17 de septiembre de 1826 - Verbania, Italia, 20 de julio de 1866), empleando límites. Posteriormente el francés Henri Léon Lebesgue (Beauvais, 28 de junio de 1875 - París, 26 de julio de 1941), dio una definición diferente de la integral basada en la teoría de la medida que generalizaba la definición de Riemann, así toda función integrable en el sentido de Riemann también lo es en el sentido de Lebesgue, aunque existen algunas funciones integrables en el

sentido de Lebesgue que no lo son en el sentido de Riemann. Más recientemente se han propuesto otras definiciones de integral aún más generales, que amplían las definiciones de Riemann y Lebesgue.

Muchas leyes físicas durante la época griega y romana se fundamentaban con mitos y leyendas, como por ejemplo el origen del sol, gracias al Dios Apolo o que las rachas de vientos eran meros caprichos del Dios Eolo. Gracias al avance de estas ciencias, en ocasiones debido a los descubrimientos matemáticos como las integrales, hemos descubierto leyes físicas y naturales que explican estos sucesos, desde el origen del Sol (antes gracias a Apolo) o la creación de islas o la calma de las mareas (según los griegos, debido a Poseidón).

EL PROBLEMA EN EL CONTEXTO INTERNACIONAL

Si repasamos lo que muchos filósofos, psicólogos y educadores han expresado en los últimos 200 años, veremos que hay una marcada tendencia a considerar como ineficientes, en términos de aprendizaje del estudiante, a las metodologías de enseñanza que se basan en actividad expositiva de parte del docente y una actitud pasiva auditiva de parte del estudiante. Estas metodologías de enseñanza se suelen llamar tradicionales. Por diversas razones, en su mayoría estructurales, muchos educadores en diversos países del mundo siguen, aún hoy, usando esas metodologías de enseñanza. De acuerdo a Marlowe y Page, los educadores rechazan el enfoque de la educación clásica y la enseñanza mediante el método expositivo. Además, también en opinión de estos autores, los educadores no están de acuerdo con la competencia entre estudiantes por calificaciones, con el uso de la memorización como método de estudio y con el dominio de la clase por parte

del docente. Es decir, conforme a los autores mencionados, los educadores apoyan, entre otras cosas, iniciativas de parte de los estudiantes, actividades de resolución de problemas, uso del método científico, proyectos de trabajo y planificación cooperativa.

EL PROBLEMA EN EL CONTEXTO NACIONAL

En el Perú un alto porcentaje de docentes aplican una metodología de enseñanza expositiva, centrada en el docente, denominada tradicional, caracterizándose por las siguientes fases de trabajo: Exposición de contenidos, ejemplos, ejercicios sencillos, ejercicios más complicados. La forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas contextualizados debería proceder del siguiente modo: propuesta de la situación problema de la que surge el tema, manipulación autónoma por los estudiantes, familiarización con la situación y sus dificultades, elaboración de estrategias posibles, ensayos diversos por los estudiantes, elección de estrategias, ejecución y resolución de los problemas, recorrido crítico (reflexión sobre el proceso), verificación y generalización.

Es una realidad el hecho que no exista una institución que forme docentes de matemática para las universidades en el Perú; pues los Licenciados en Matemática Pura tienen una exigente formación teórica y analítica de los cursos de Cálculo Integral dictados en las carreras de ingeniería, pero carecen de una formación didáctica y pedagógica necesarias para el buen desempeño docente. Por otro lado están los Licenciados en Educación Especialidad de Matemática, que cuentan con una aceptable formación didáctica y pedagógica, pero desde el punto de vista del conocimiento teórico y analítico del Cálculo Integral presentan muchas deficiencias teóricas y de análisis.

Existen fenómenos que nos parecen inexplicables y que nos cuesta creer, pero, a pesar de los avances tecnológicos, encontramos situaciones que los científicos no pueden explicar. Casos como la construcción de las pirámides, los ovnis o la existencia del monstruo del lago Ness son cuestiones donde la comunidad científica discute sin llegar a un acuerdo unánime de su origen.

Entre muchos de estos misterios, vamos a destacar uno relacionado con líneas, "Las líneas de Nazca". Estas líneas ubicadas en el Perú, algunas con tamaños superiores a un kilómetro, fueron realizadas por la cultura nazca hace miles de años y el método para su construcción es un tema discutido por los científicos. Cabe destacar que su descubrimiento no se realizó hasta que el hombre pudo volar, ya que el gran tamaño de las figuras impide visualizarlas desde tierra. Imágenes como un mono, una araña, un colibrí o un cóndor son las más famosas y conocidas, pero existen otras figuras con motivos geométricos menos espectaculares pero también muy meritorias.

La gran pregunta que se hacen los investigadores es cómo se pudieron construir estas grandes obras, con líneas perfectamente rectas en algunos casos, con medios tan rudimentarios. El área que encierran algunas de las figuras de las Líneas Nazca puede ser una fuente para la contextualización de la Integral Definida.

EL PROBLEMA EN EL CONTEXTO REGIONAL

Túcume es un sitio arqueológico que se encuentra situado a 33 km al norte de la ciudad de Chiclayo, en la parte baja del valle de La Leche, al noroeste de Perú. Está formada por los restos de numerosas pirámides o huacas de adobe, en torno a una estructura rocosa conocida como el Cerro La

Raya. Fue uno de los centros administrativos y ceremoniales de la cultura Sicán o Lambayeque, y data del siglo XI de nuestra era. Fue anexada sucesivamente al Reino Chimú y al Imperio Incaico, y se mantuvo vigente hasta la época de la conquista española.

El centro arqueológico, al que la población local denomina El Purgatorio o Huaca La Raya, está formado por docenas de pirámides prehispánicas de considerable tamaño, que lo convierten en uno de los sitios arqueológicos más grandes de América.

La pirámide de mayor tamaño (Huaca Larga) tiene 700 m de longitud, 270 m de anchura y 30 m de altura. Otras alcanzan los 10 a 15 m de altura. A diferencia de las pirámides egipcias, las pirámides americanas forman grandes plataformas superpuestas y no acaban en punta, sino que en la cima se sitúan los templos (pirámide trunca). El cálculo del volumen de estas pirámides truncas podría ser usado para la contextualización de las Integrales definidas.

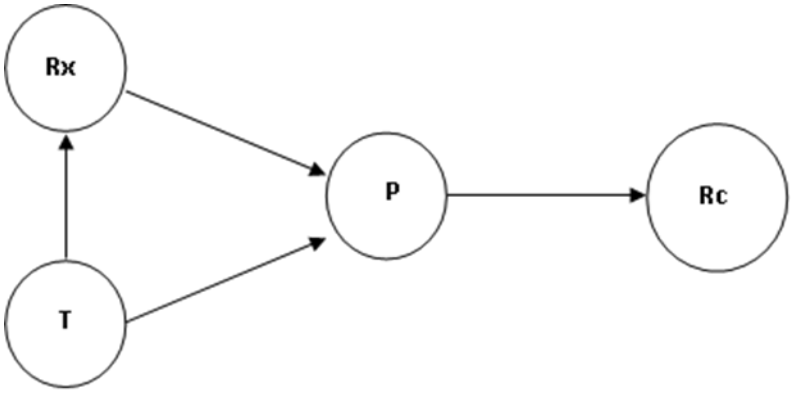
1.3 EL PROBLEMA A NIVEL FACTO PERCEPTIBLE

En la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo no existe un criterio para uniformizar la enseñanza de la matemática y en particular para la contextualización de la Integral Definida, no existe Estudios Generales Ciencias y Estudios Generales Letras, donde Estudios Generales Ciencias estaría conformado por todos los estudiantes de ingenierías y ciencias exactas, los cuales durante sus primeros dos años de formación profesional llevarían cursos comunes, creando vínculos de amistad entre estudiantes de diferentes carreras, lo cual posteriormente podría implicar realizar trabajos multidisciplinarios y así poder desarrollar la contextualización de la Integral Definida con un panorama mucho más amplio.

En el curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, se presentan dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Integral Definida en el aspecto de la contextualización de las mismas, el estudiante normalmente carece de un criterio muy importante en las integrales que es relacionar la parte operativa (algebraica) del cálculo de Integrales Definidas con la parte geométrica; es decir el estudiante no interpreta el resultado, no lo relaciona con alguna realidad o fenómeno, y esto es justamente por la falta de la contextualización de la Integral Definida.

1.4 METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Por las características de la investigación, esta se enmarca en el Nivel de Investigación de tipo Socio Crítica – Propositiva- aplicada, permitiéndose el uso, tanto de métodos cuantitativos como de cualitativos. El diseño de Investigación que se utilizó fue el siguiente:



Leyenda:

Rx: Diagnóstico de la realidad

T : Estudios teóricos o modelos teóricos

P : Propuesta

Rc: Realidad cambiada

En la presente investigación se hizo uso del experimento de campo en la que la variable independiente fue la única manipulada en condiciones tan cuidadosamente controlada como lo permitió la situación. Se realizó una encuesta inicial para determinar el grado de conocimiento de los saberes previos por parte de los estudiantes**,** el diseño que se utilizó fue el de **Pre Test y Pos Test con un solo grupo**, que consiste en administrar un tratamiento o estímulo a un grupo pero aplicando una prueba previa a la administración del tratamiento o estímulo experimental y después aplicar una medición en la variable independiente para determinar el nivel de significatividad que haya producido el tratamiento.

La población que se consideró para la presente investigación, estuvo conformada por 30 estudiantes, que representaron a todos los estudiantes del curso de Cálculo Diferencial e Integral del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque.

MATERIALES, TECNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

Se utilizó libros, revistas científicas e informes científicos referidos al problema de investigación, del mismo modo se usó papel bond, papel bulki y otros materiales de escritorio necesarios para el trabajo del investigador y el desarrollo de la investigación.

TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

ENCUESTA O CUESTIONARIO: Está compuesto por un conjunto de preguntas respecto a las variables que se deseaba medir. Para la elaboración

del **Pre Test y Pos Test** se tomó en cuenta los elementos matemáticos, relaciones lógicas y sistemas de representación del concepto de Integral Definida, y la descomposición genética del concepto de Integral Definida, se seleccionó una colección de problemas tomando como referentes:

(a) El desarrollo curricular identificado en los libros de texto

(b) Las actividades planteadas en los mismos.

(c) Los problemas.

MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS.

Para ejecución de la tarea número uno de la presente investigación se hizo uso del método histórico tendencial, el mismo que está vinculado al conocimiento de las distintas etapas del objeto de esta investigación y a través del cual revelaremos el modo de actuación profesional en la actividad académica docente por la que ha pasado la información.

Para desarrollar la segunda y tercera tareas, hicimos uso del método empírico para poder recoger toda la información empírica respecto al manejo de información por los estudiantes.

La tarea cuatro y cinco. Para estas tareas el método que utilizamos fue el de la modelación mediante el cual creamos abstracciones con vistas a explicar la realidad, utilizamos el diseño de **Pre Test y Pos Test con un solo grupo**, que consiste en administrar un tratamiento o estímulo a un grupo pero aplicando una prueba previa a la administración del tratamiento o estímulo experimental y después aplicar una medición al final del tratamiento para determinar el nivel de significatividad que haya producido el mismo.

ANALISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS.

Se Realizó el análisis estadístico correspondiente para la encuesta, así como para el **Pre Test y Pos Test** que se aplicaron respectivamente.

Para analizar los datos se siguió los siguientes pasos:

(a) Seriación: se ordenó los instrumentos de recolección de datos.

(b) Codificación. Se codificó de acuerdo al objeto de estudio. Se otorgó un número a cada uno de los instrumentos.

(c) Tabulación. Después de aplicar los instrumentos y recabar los datos, se procedió a realizar la tabulación, empleando la escala numeral. Se tabuló cada uno de los instrumentos aplicados por separados.

(d) Se Elaboró cuadros o tablas por cada uno de los instrumentos.

(e) Los cuadros o tablas elaboradas nos permitieron realizar un análisis de los datos recogidos y así poder comprobar la hipótesis de estudio planteada.

CAPITULO II
MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se aborda las teorías y el campo de evolución que ha tenido durante el transcurso de las diferentes épocas, con la finalidad de dar una información suficiente y que a su vez es necesaria para confrontar los antecedentes específicos y teóricos del objeto de la investigación.

Se presenta algunos antecedentes del problema que nos dan una referencia de los resultados a los cuales se puede llegar en el presente trabajo de investigación, se presenta los principios teóricos de Ortigoza que tienen como base teórica la teoría del aprendizaje contextual.

2.1 ANTECEDENTES

(Turégano, 1994) en su Tesis Doctoral realizada sobre un tema del currículo de bachillerato en España y en otros países manifiesta: que la Integral Definida puede ser enmarcada dentro de los temas que integran lo que llamamos el pensamiento matemático avanzado. Los conceptos de las matemáticas avanzadas tienen una complejidad intrínseca, pues cada uno de ellos se basa en conceptos más elementales y no puede entenderse sin una sólida y, a veces, muy específica comprensión de éstos.

Dreyfus y Eisenberg (1990) señalan que el Cálculo Integral que es parte del Análisis Matemático constituye la rama de la Matemática Avanzada que más tiempo ocupa en la enseñanza institucionalizada actual, y su aprendizaje posee un gran número de dificultades no triviales que requieren de su estudio. Por ello, el Análisis y en particular la Integral Definida resulta ser un campo privilegiado para el planteamiento de problemas de investigación.

Mundy (1984), presenta un análisis de los errores encontrados en estudiantes después de recibir un curso de Cálculo Integral. Del estudio concluyó que los estudiantes no tenían una comprensión gráfica de que la integral Definida de funciones positivas puede ser considerada en términos de área bajo una curva y que los estudiantes asocian la Integral Definida con el Segundo Teorema Fundamental del Cálculo Integral, también conocido como la regla de Barrow.

La investigación educativa en el ámbito de la enseñanza universitaria de la Matemática viene siendo desarrollada desde hace poco más de veinte años, con especial énfasis en los procesos de enseñanza y aprendizaje del Cálculo. En el referido período se han logrado importantes resultados en lo que concierne al intento de mejora de la comprensión de las dificultades de los estudiantes, las disfunciones de los sistemas educativos y las posibles vías para superar dichos problemas (Artigue, 2003).

Artigue (1998, 2003) apunta también a la formalización que se requiere en niveles universitarios y que obliga al estudiante a romper con el trabajo algebraico ordinario y a reconstruir significados, como el de igualdad. Asimismo, Artigue (1991) señaló las dificultades que surgen para los estudiantes en un curso introductorio de Cálculo en la enseñanza universitaria, destacando que en su enseñanza tradicional esto se resuelve a través de una excesiva algebrización, resaltando, principalmente: el predominio de la manipulación de fórmulas en lugar de las funciones; el empleo de los algoritmos para hallar derivadas en lugar de la teoría de aproximaciones lineales; la determinación de primitivas en lugar de la búsqueda de significados para la integral; y la utilización de algoritmos (o recetas) para calcular ecuaciones

diferenciales en lugar de solucionarlas a través de aproximaciones numéricas y gráficas. La investigadora manifiesta que la significativa presencia del curso de Cálculo en los currículos iniciales de distintas carreras universitarias, y los elevados niveles de fracaso escolar y, consecuentemente, de reprobación y deserción de los estudiantes revelan no solamente la complejidad existente en su estudio, sino la necesidad de desarrollar nuevas investigaciones relativas a la problemática específica relacionada al proceso de estudio del Cálculo en la enseñanza universitaria.

Calvo (1997) desarrolló un estudio para establecer las bases de una propuesta dirigida a la construcción de un esquema conceptual (concepto imagen en el sentido de Vinner, 1991) de la integral definida, contemplando no solamente su definición formal, sino también sus relaciones con los esquemas conceptuales de áreas y derivadas. En las conclusiones, el autor propone que se elija la definición de integral de Darboux (en términos de supremos de sumas inferiores y de ínfimos de sumas superiores) y considera que las facetas algebraica, numérica y gráfica son las que, además de establecer las conexiones, enriquecen el esquema conceptual de la integral definida; las imágenes visuales de los estudiantes pueden ser potenciadas con la exploración de las conexiones entre los esquemas conceptuales de integral definida y del área.

2.2 BASE TEÓRICA

2.2.1 LA PERCEPCIÓN NEGATIVA DE LAS MATEMÁTICAS.

Las matemáticas nunca fueron una materia bien aceptada entre los estudiantes de nivel básico regular y universitario, como indica Martínez Rueda (2009) “Muchos son los estudiantes que a la palabra matemáticas le tienen

puesta una “cruz” “, lo cual se traduce en un rechazo a la materia y ello se debe a distintas razones como la difícil comprensión, la poca utilidad, etc.

Se atribuye este rechazo a la percepción de las matemáticas, por parte del estudiante, como una materia de comprensión difícil y escasa o nula utilidad. En este sentido, señala Ruiz Socarras (2008) que “Se sabe que tradicionalmente la matemática es de las materias que generalmente menos entusiasma a los estudiantes, rechazándolas en la mayoría de los casos al tildarlas de difíciles y carentes de uso posterior en la vida, reconociendo en todo momento su carácter abstracto”. Del mismo modo Villegas y Cornejo (2010) manifiestan que “El miedo a las matemáticas es común en la mayoría de los estudiantes. A menudo, esta asignatura es percibida como una de las más difíciles, si no, la más difícil, y el entusiasmo que despierta es muy escaso”.

Esta percepción negativa de las matemáticas está originada por una combinación de diferentes causas que provocan, por un lado, la imagen de dificultad y complejidad de su comprensión; por el otro, la idea de inutilidad y falta de aplicación real. En referencia a dichas causas, Miranda (2009) señala que: Son varios los motivos que pesan sobre esta asignatura: los estudiantes la consideran difícil de comprender y muy complicada de estudiar, a la vez que poco o nada útil para la vida cotidiana. Por ello, no es de extrañar, que sea la asignatura con mayor índice de fracaso de todas las impartidas en educación básica regular y nivel universitario.

Surge de este modo la indispensable necesidad de realizar un análisis del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas con el objetivo de discernir qué aspectos de dicho proceso generan los factores dificultad,

complejidad de comprensión y poca utilidad, anteriormente citados, que dan lugar a esa percepción negativa.

Como principal causante de la imagen de escasa utilidad y gran complejidad de las matemáticas los investigadores concluyen una errónea contextualización de los contenidos y actividades o, sencillamente, por una ausencia de la misma. Así, Ruiz Socarras (2008) destaca que: el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática se ve afectado por factores como:

(a) Poca vinculación de su contenido con la realidad.
(b) Poca utilización de la matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje de otros contenidos pertenecientes a otras disciplinas de un mismo plan de estudio.
(c) La vinculación del contenido matemático a realidades ajenas a la del estudiante.

Es decir, la descontextualización de los contenidos provoca una falta de asociación de los conocimientos matemáticos que se enseñan en la escuela con las perspectivas de su utilización y aplicabilidad futuras, tal y como indican Ramos y Font (2006) afirmando que “Estas investigaciones muestran, con ejemplos concretos, que hay una brecha importante entre las matemáticas que se explican en las aulas y las que las personas hacen servir en su vida cotidiana”.

Además de la falta de una contextualización adecuada y una relación con la vida cotidiana, consideramos como factor del rechazo a las matemáticas la excesiva monotonía, mecanización y repetitividad de las actividades aplicadas en el aula, tal como señala Martínez Rueda (2009)

En resumen, el rechazo a las matemáticas viene motivado fundamentalmente por la descontextualización de los contenidos matemáticos que se conciben como un conocimiento exclusivamente académico aislado de la realidad cotidiana de los estudiantes, y la monotonía de las actividades de aula provocadas por la enseñanza tradicional.

2.2.2 LA CONTEXTUALIZACIÓN DE LA MATEMÁTICA.

Realistic Mathematics Education (RME), es la didáctica de la escuela de H. Freudenthal , conocida en el mundo anglosajón como RME, se desarrolló en las escuelas Holandesas entre 1905-1990, en esta escuela se le da gran importancia al uso de situaciones realistas, entendidas como razonables, realizables o imaginables, en forma concreta. A partir de estas situaciones, se diseñan secuencias curriculares con el objeto de generar, por parte de los estudiantes, procesos de matematización progresiva a partir de las soluciones iniciales e informales que ellos mismos inventan. Desde esta perspectiva, se apuesta a que los estudiantes, guiados por el docente y trabajando en interacción con sus compañeros, reinventen los objetos, modelos y herramientas de la matemática, a partir de contextos y situaciones susceptibles de ser organizados matemáticamente o matematizados. La actividad de matematización se da tanto en el eje horizontal (pasaje de la realidad a la matemática) como en el vertical (trabajo dentro de la realidad matemática misma). Sus principios didácticos son los siguientes:

(a) La matemática como actividad humana de organización y no como sistema preconstituido de saberes (**principio de actividad**).

(b) El uso de contextos y situaciones realistas, en el sentido de realizables o imaginables no sólo como dominio de aplicación sino también y sobre

todo como punto de partida para la matematización (**principio de realidad**).

(c) La génesis y el desarrollo de modelos matemáticos a partir de la organización de situaciones realistas, los cuales cumplen la función de puentes entre los distintos niveles (de informales a formales) de matematización (**principio de niveles**).

(d) El carácter interactivo del proceso de aprendizaje/enseñanza, el cual hace posible la discusión de las distintas producciones y construcciones de los estudiantes desde el punto de vista de su sentido, generalidad, eficiencia, elegancia, etc. (**principio de interacción**).

(e) La fuerte interrelación de los distintos ejes y unidades curriculares.

Los resultados de la puesta en práctica de esta experiencia fueron muy notables, además de conseguir la motivación del alumnado, mejoraron el nivel general de las aulas, no solo en matemáticas, sino en otras asignaturas científicas como química y física.

Tech Prep es un movimiento, que comenzó en la década de 1980 y que lidera el proceso de reforma educativa en Estados Unidos. Este movimiento está orientado a ayudar aquellos estudiantes cuyos estilos de aprendizaje no “responden” a las formas abstractas de enseñanza y combina dos años de secundaria y dos de enseñanza postsecundaria. Los principios didácticos que lo rigen son los del aprendizaje contextual.

Del mismo modo que en el RME, este movimiento didáctico consiguió la mejora en la asimilación de conceptos técnicos relacionados con asignaturas

de ciencias (matemáticas, física química) por parte de los estudiantes. Además, la preparación de estos estudiantes en contexto reales hizo que en su posterior etapa laboral tuvieran una serie de destrezas que le permitieran resolver los problemas que se les pudiera plantear.

Los conceptos son construcciones u objetos mentales, por medio de los cuales comprendemos las experiencias que emergen de la interacción con nuestro entorno, a través de su integración en clases o categorías relacionadas con nuestros conocimientos previos.

La formación del concepto está estrechamente ligada al contexto; esto significa que todos los elementos, incluyendo lenguaje y cultura, y la información percibida por los sentidos que sea accesible al momento en que una persona construye el concepto de algo o alguien, influyen en la conceptualización. El conocimiento de la experiencia siempre es concreto, tiene una referencia a una cosa, una situación o algo que es único e irrepetible; la experiencia siempre es subjetiva.

La enseñanza contextualizada, favorece la motivación y el interés del estudiante por el contenido de estudio. Además según Selden A. y J. (1997) la adquisición de conocimientos es "situada" quiere decir que refleja como fue originalmente adquirida y ha sido usada, consiste no sólo en reglas abstractas, leyes y fórmulas, sino también en experiencias personales. Por lo que convertirse en un experto, digamos un matemático o un físico, conduce a un proceso de "desituación" del propio conocimiento, o sea hacerlo menos atado al contexto y a características superficiales.

El modelo constructivista se centra en que el propio estudiante arme su conocimiento a partir de situaciones problemáticas presentadas por el docente.

En la resolución de la misma pondrá en juego lo que sabe, y en caso de que eso no sea suficiente, se verá en la obligación de incorporar algo nuevo. Esto le generará un desequilibrio, dado que deberá reorganizar o redefinir lo conocimiento que ya posee. Por esto, el tendrá que volver a lo anterior para luego poder avanzar el aprendizaje. Una vez adquirido el conocimiento, se deben llevar a cabo tareas para consolidar: nuevos problemas para que practiquen y logren ganar autonomía con el nuevo saber; estas permiten ver si se realizó un aprendizaje correcto, puesto que un error en las resoluciones se deben más a un saber incorrecto que una falta de saber, lo cual implica que debe reorganizarse y corregirse la manera en que se enseña.

Camarena G. Patricia (2008). En su exposición sobre "Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias", en el III Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas, Conferencia Magistral, Perú, 2008 , concluye lo siguiente:

(a) Con la Matemática en el Contexto de las Ciencias el estudiante tiende a hacerse responsable de su propio aprendizaje generándose habilidades para la autonomía en el aprendizaje y trabajo en equipo.

(b) Con la Matemática en el Contexto de las Ciencias se cambia el paradigma educativo que se centra en el docente ante un paradigma centrado en el estudiante, donde el estudiante construye el conocimiento.

(c) Como parte de las conclusiones se puede mencionar que ésta es una teoría que nace en el nivel superior y baja a los niveles anteriores, a diferencia de la mayoría de las teorías sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje que nacen en el nivel básico. Esta teoría contempla

muchas de las variables que intervienen en el proceso educativo, al cual lo mira como un proceso social, y tiende a la construcción de una matemática para la vida.

(d) El docente debe tratar de realizar investigación educativa que le sirva en su actividad laboral para elevar la calidad académica de la educación porque la docencia y la investigación educativa van de la mano.

(e) Trabajando con los principios y métodos que posee la Matemática en el Contexto de las Ciencias, se tiene una matemática con una función social y una matemática para la vida.

2.2.3 PROGRAMA

El concepto de programa (término derivado del latín *programma* que, a su vez, tiene su origen en un vocablo griego) posee múltiples acepciones. Puede ser entendido como el anticipo de lo que se planea realizar en algún ámbito o circunstancia; el temario que se ofrece para un discurso; la presentación y organización de las materias de un cierto curso o asignatura; y la descripción de las características o etapas en que se organizan determinados actos o espectáculos artísticos.

Proyecto o planificación ordenada de las distintas partes o actividades que componen algo que se va a realizar. "programa de actividades de un hotel; programa de trabajo de una empresa".

Exposición o declaración previa de las cosas que se van a realizar en una determinada materia. "programa electoral de un partido político".

2.2.4 ESTRATEGIA

Una estrategia es un plan que especifica una serie de pasos o de conceptos nucleares que tienen como fin la consecución de un determinado objetivo. El concepto deriva de la disciplina militar, en particular la aplicada en momentos de contiendas; así, en este contexto, la estrategia dará cuenta de una serie de procedimientos que tendrán como finalidad derrotar a un enemigo. Por extensión, el término puede emplearse en distintos ámbitos como sinónimo de un proceso basado en una serie de premisas que buscan obtener un resultado específico, por lo general beneficioso. La estrategia, en cualquier sentido, es una puesta en práctica de la inteligencia y el raciocinio.

Nisbet y Shucksmith: “Una Estrategia es el factor que distingue un buen aprendizaje de otro malo o inadecuado, es la capacidad de examinar las situaciones, las tareas y los problemas, y responder en consecuencia”.

Son muchos los autores que han explicado qué es y qué supone la utilización de las estrategias a partir de esta primera distinción entre una técnica y una estrategia. Las técnicas pueden ser utilizadas de forma más o menos mecánica, sin que sea necesario para su aplicación que exista un propósito de aprendizaje por parte de quien las utiliza; las estrategias, en cambio, son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje. Esto supone que las técnicas puedan considerarse elementos subordinados a la utilización de las estrategias; también los métodos son susceptibles de formar parte de una estrategia. Es decir, la estrategia se considera como una guía de las acciones que hay que seguir y que, obviamente, es anterior a la elección de cualquier otro procedimiento para actuar. (Nisbet y Shucksmith, 1986; Schmeck, 1988; Nisbet, 1991).

A diferencia de las técnicas, las de estrategia de aprendizaje son procedimientos que se aplican de modo controlado, dentro de un plan diseñado deliberadamente con el fin de conseguir una meta fijada. Desde este punto de vista no se trataría tanto de diferenciar qué procedimientos son técnicas y cuáles estrategias (¿hacer una representación gráfica de unos datos es una técnica o una estrategia?) como de diferenciar cuándo un mismo procedimiento se usa de un modo técnico (es decir, rutinario, sin planificación ni control) y cuándo se utiliza de un modo estratégico (Monereo et al., 1994; Pozo y Postigo, 1994).

2.2.4.1 ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

Son procedimientos (conjunto de acciones) que un estudiante emplea o adquiere de forma intencional para aprender significativamente y solucionar los problemas y demandas académicas.

Se conocen cinco tipos de estrategias de aprendizaje

Estrategias de ensayo

Este tipo de estrategia se basa principalmente en la repetición de los contenidos ya sea escrito o hablado. Es una técnica efectiva que permite utilizar la táctica de la repetición como base de recordatorio. Tenemos que leer en voz alta, copiar material, tomar apuntes, subrayar, etc

Estrategias de elaboración

Este tipo de estrategia se basa en crear uniones entre lo nuevo y lo familiar, por ejemplo: resumir, tomar notas libres, responder preguntas, describir como se relaciona la información. El escribir es una de las mejores técnicas de refuerzo de memoria.

Estrategias de organización

Este tipo de estrategia se basa en una serie de modos de actuación que consisten en agrupar la información para que sea más sencilla estudiarla y comprenderla. El aprendizaje en esta estrategia es muy efectivo porque con las técnicas de: resumir textos, esquemas, subrayado, etc... Podemos incurrir un aprendizaje más duradero no sólo en la parte de estudio sino en la parte de la comprensión. La organización deberá ser guiada por el docente aunque en última instancia será el estudiante el que con sus propios métodos se organice.

Estrategias de comprensión

Este tipo de estrategia se basa en lograr seguir la pista de la estrategia que se está usando y del éxito logrado por ellas y adaptarla a la conducta. La comprensión es la base del estudio. Supervisan la acción y el pensamiento del estudiante y se caracterizan por el alto nivel de conciencia que requiere.

Entre ellas están la planificación, la regulación y evaluación final. Los estudiantes deben de ser capaces de dirigir su conducta hacia el objetivo del aprendizaje utilizando todo el arsenal de estrategias de comprensión. Por ejemplo descomponer la tarea en pasos sucesivos, seleccionar los conocimientos previos, formularles preguntas. Buscar nuevas estrategias en caso de que no funcionen las anteriores. Añadir nuevas fórmulas a las ya conocidas, innovar, crear y conocer las nuevas situaciones de la enseñanza.

Estrategias de apoyo

Este tipo de estrategia se basa en mejorar la eficacia de las estrategias de aprendizaje, mejorando las condiciones en las que se van produciendo. Estableciendo la motivación, enfocando la atención y la concentración, manejar el tiempo etc... Observando también que tipo de fórmulas no nos funcionarían

con determinados temas de estudio. El esfuerzo del estudiante junto con la dedicación de su docente será esencial para su desarrollo.

2.2.4.2 ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA

Son experiencias o condiciones que el maestro crea para favorecer el aprendizaje del estudiante.

Las principales estrategias de enseñanza son las siguientes:

Estrategias de Objetivos o Propósitos del Aprendizaje

Enunciado que establece condiciones, tipo de actividad y forma de evaluación del aprendizaje del estudiante. Generación de expectativas apropiadas en los estudiantes.

Estrategias de Resúmenes

Síntesis y abstracción de la información relevante de un discurso oral o escrito. Enfatiza conceptos clave, principios, términos y argumento central.

Estrategias de Organizadores Previos

Información de tipo introductorio y contextual. Es elaborado con un nivel superior de abstracción, generalidad e inclusividad que la información que se aprenderá. Tiende un puente cognitivo entre la información nueva y la previa.

Estrategias de Ilustraciones

Representación visual de los conceptos, objetos o situaciones de una teoría o tema específico (fotografías, dibujos, esquemas, gráficas, dramatizaciones).

Estrategias de Analogías

Proposición que indica que una cosa o evento (concreto y familiar) es semejante a otro (desconocido y abstracto o complejo).

Estrategias de Preguntas Intercaladas

Preguntas insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.

Estrategias de Pistas Tipográficas y Discursivas

Señalamientos que se hacen en un texto o en la situación de enseñanza para enfatizar y/u organizar elementos relevantes del contenido por aprender.

Estrategias de Mapas Conceptuales y Redes Semánticas

Representación gráfica de esquemas de conocimiento (indican conceptos, proposiciones y explicaciones).

Estrategias de Uso de Estructuras Textuales

Organizaciones retóricas de un discurso oral o escrito, que influyen en su comprensión y recuerdo.

En este trabajo de investigación se asumió la posición teórica del investigador Ortigoza, C. (2006) que basado en la enseñanza contextualizada, expresa: “el aprendizaje contextual tiene lugar cuando el estudiante procesa la información y los conocimientos nuevos de tal manera que le da sentido en su marco de referencia (su propio mundo interno de memoria, experiencia y respuesta)”.

2.2.5 ESTRATEGIA “REACT”

Es un conjunto de cinco estrategias se las ha agrupado bajo el nombre “Estrategia REACT” siguiendo las letras iniciales de las mismas, las cuales son: **R**elación, **E**xperimentación, **A**plicación, **C**ooperación y **T**ransferencia.

Relación

Consiste en aprender en el contexto de las experiencias de la vida. Es el tipo de aprendizaje contextual que típicamente ocurre en niños muy pequeños. Para los niños, las fuentes de aprendizaje están al alcance de sus manos en la forma de juguetes, juegos y eventos diarios tales como comidas, visitas al supermercado y caminatas en el barrio.

Cuando los niños crecen, sin embargo, el proveer este contexto significativo de aprendizaje se vuelve más difícil. En muchos casos, en las sociedades modernas, el lugar de trabajo suele estar separado de la vida hogareña, pudiendo a veces las familias quedar separadas por grandes distancias, lo que dificulta aún más darle continuidad al contexto significativo antes mencionado.

En una situación ideal, un docente podría guiar a los estudiantes de una actividad a otra, motivándolos a relacionar lo que están aprendiendo con sus experiencias de la vida real. Sin embargo, en la mayoría de los casos, dado el enfoque y complejidad de los conceptos a enseñar y las limitaciones de nuestros recursos, las experiencias de la vida real se presentan a través de un texto, o un video u otras actividades de clase.

Todo currículo que intente poner el aprendizaje en el contexto de las experiencias de la vida, debe, primero, llamar la atención del estudiante hacia

los eventos, situaciones y percepciones diarias. El estudiante debe entonces *relacionar* esas situaciones diarias con la información nueva a ser “absorbida” o con un problema a resolver.

Experimentación

Consiste en aprender en el contexto de la exploración, descubrimiento e invención. Si bien hay algunas estrategias pedagógicas, como el uso de videos, lecturas y narraciones, para motivar a los estudiantes, éstas son formas relativamente pasivas de aprendizaje. Los estudiantes parecen aprender más rápidamente cuando manipulan equipo y materiales y llevan a cabo formas activas de investigación.

En textos de enseñanza contextual, los laboratorios suelen basarse en tareas reales del lugar de trabajo. El objetivo no es capacitar estudiantes para realizar un trabajo específico, sino permitirles experimentar actividades que están directamente relacionadas con la variedad de trabajos que hay en la realidad.

Muchas de las actividades y destrezas seleccionadas para los laboratorios se relacionan con varios trabajos; eso significa que las mismas pueden aplicarse en un amplio espectro de ocupaciones.

Aplicación

Consiste en aplicar conceptos e información en un contexto útil. Esta aplicación puede ayudar a que el estudiante se proyecte imaginariamente hacia su futuro, ya sea pensando en una posible carrera o en un trabajo que, hoy por hoy, pueda ser desconocido. En cursos donde se utiliza el enfoque de

aprendizaje contextual, las aplicaciones están frecuentemente basadas en actividades relacionadas al trabajo.

En las sociedades modernas, en muchas oportunidades, las actividades universitarias no mantienen relación con actividades laborales, por lo que la gente joven generalmente no tiene acceso al lugar de trabajo. A diferencia de miembros de generaciones anteriores, ellos no ven la contraparte moderna del herrero en la herrería o del granjero en el campo. Muchos estudiantes viven prácticamente aislados en el centro o en los suburbios de alguna ciudad, y como consecuencia de esto, muchos de ellos tienen más conocimiento de cómo convertirse en una estrella de rock o en una modelo en lugar de saber cómo llegar a ser un terapista respiratorio o un operador de una usina eléctrica. Si se pretende que logren un sentido realista de la conexión entre el trabajo universitario y las actividades laborales de la vida real, se les debe presentar el contexto laboral.

Normalmente se puede hacer esto a través del texto, video, laboratorios y actividades, aunque, en muchas instituciones educativas, estas experiencias de aprendizaje contextual se complementan con experiencias personales tales como visitas a fábricas, reuniones con tutores y servicios o prácticas laborales durante las vacaciones.

Cooperación

Consiste en aprender en el contexto de compartir, interactuar y comunicarse con otros estudiantes. La experiencia del trabajo cooperativo no solo ayuda a los estudiantes a aprender los temas, sino que también es

consistente con el enfoque del mundo real que postula el aprendizaje contextual.

Las entrevistas con empleadores demuestran que los empleados que pueden comunicarse de manera efectiva, que comparten información libremente y que pueden trabajar cómodamente en equipo son altamente valorados en el ambiente laboral. Por tanto, existen razones válidas para motivar a los estudiantes a desarrollar estas habilidades de trabajo cooperativo en equipo cuando todavía están en la universidad.

El trabajo de laboratorio es esencialmente cooperativo. En este tipo de actividades, los estudiantes trabajan con otros compañeros y para la realización de las mismas necesitarán delegar, observar, sugerir y analizar. En muchas actividades de laboratorios, la calidad de los datos recolectados por el equipo depende del desempeño individual de cada uno de los miembros del mismo. Reunirse y trabajar en grupos puede ser una estrategia particularmente efectiva para alentar a los estudiantes a cooperar.

Transferencia

Consiste en aprender usando el conocimiento que ya tiene el estudiante en un nuevo contexto o una nueva situación. Es decir, se va construyendo por encima de lo que el estudiante ya sabe. Esta estrategia de aprendizaje suele ser a veces confundida con la de “relación” ya que en ambos casos se trata de incorporar lo que es conocido en el proceso de aprendizaje.

Como adultos, muchos de nosotros intentamos evitar situaciones que no nos son familiares por ejemplo: la parte de la ciudad que no conocemos, la comida que nunca hemos probado, la tienda que nunca hemos visitado. A

veces también evitamos situaciones en las que necesitamos adquirir información o desarrollar una habilidad nueva (especialmente si pueden haber testigos) ya sea usando un nuevo tipo de programa computacional o moviéndonos en otro país con las pocas habilidades que tenemos en idiomas extranjeros.

Sin embargo, la mayoría de los estudiantes tradicionales de nivel medio superior, pocas veces tienen el lujo de evitar nuevas situaciones de aprendizaje; sino que se enfrentan a ellas todos los días. Nosotros, como docentes, podemos ayudarles a ganar confianza si hacemos un hábito en nuestra tarea docente, el construir nuevas experiencias de aprendizaje sobre lo que nuestros estudiantes ya conocen.

2.2.6 CRITERIOS Y CONJETURAS PARA EVALUAR EL APRENDIZAJE CONTEXTUAL

Es importante entender que el desempeño estudiantil es sólo un factor que se debe considerar para determinar el éxito de un esquema de aprendizaje contextual. Si buscamos en verdad enfoques diferentes de enseñanza y aprendizaje, nuestras expectativas y evaluaciones deben reflejar estas diferencias. ¿Cuáles pueden ser nuestras expectativas de éxito?

La siguiente es una lista de criterios que facilita la medición de la efectividad de la estrategia REACT.

(a) Los estudiantes pueden transferir conocimiento del contenido académico a las aplicaciones ocupacionales y de la universidad al lugar de trabajo.

(b) Los estudiantes no le tienen miedo a materias como matemática y ciencias.

(c) Los estudiantes muestran más interés, motivación y comprensión del valor del tema y de la universidad en general que en clases enseñadas por métodos tradicionales.

(d) Este tipo de cursos contextuales retiene la integridad y rigurosidad, como el correspondiente curso tradicional que “prepara para la vida”, es decir, no es de nivel inferior.

(e) La población estudiantil que tradicionalmente ha obtenido resultados mediocres en materias académicas muestra un mejor desempeño.

Los educadores valoran las evaluaciones cuantitativas para determinar la efectividad de toda estrategia nueva de enseñanza.

Para evaluar con precisión el impacto de una estrategia de enseñanza contextual, los educadores deben comprender el ambiente en donde se está presentando la estrategia.

La siguiente lista de conjeturas ayuda a definir este ambiente:

(a) La mayoría de los estudiantes matriculados en un curso contextual de una determinada materia generalmente no está formada por estudiantes excelentes en esa materia.

(b) La mayoría de los estudiantes matriculados en cursos contextuales no tiene graves problemas de aprendizaje.

(c) La mayoría de los docentes de enseñanza contextual conoce bien la rama o disciplina académica que enseña.

(d) Los docentes no han usado necesariamente la pedagogía de la metodología contextual en su tarea docente en el pasado.

(e) Todos los docentes contextuales han recibido capacitación en los diferentes métodos de enseñanza, equipos de laboratorio y manejo general de materiales y actividades relacionadas al curso académico en cuestión.

2.2.7 DESARROLLO PROFESIONAL DE LOS DOCENTES

La implementación de un proceso de aprendizaje contextual en una universidad no sólo requiere nuevas herramientas (como los cursos de enseñanza contextual), sino también requiere nuevas técnicas de enseñanza. Para que el aprendizaje contextual logre el máximo efecto en los estudiantes, los docentes deben estar preparados para implementar la estrategia REACT. Esta preparación sólo puede lograrse a través del desarrollo profesional. El desarrollo profesional debe familiarizar a los docentes con la teoría del aprendizaje contextual y su aplicación dentro de las prácticas específicas en el aula. Un componente adicional de este desarrollo profesional, que muchas veces se descuida, es el de la información que los docentes necesitan sobre la relación entre el currículo académico y la vida personal, social y laboral.

No podemos seguir esperando que los docentes sigan haciendo todo el trabajo de encontrar aplicaciones de la vida real y proporcionárselas a los estudiantes a través de una variedad de experiencias. Por el contrario, ellos necesitan la ayuda de los empleadores y otros representantes de la sociedad para hacer la conexión con el lugar de trabajo que enriquecerá sus enseñanzas. Ellos necesitan capacitación adecuada y suficiente tiempo para aprender nuevos métodos de enseñanza y familiarizarse con nuevos materiales. Todas

las pruebas prácticas y de investigación indican claramente que el éxito del currículo depende mucho de la capacitación del docente antes de la implementación del mismo.

Dicho de una manera diferente, una herramienta poderosa es efectiva sólo cuando se la pone en manos diestras. Los cursos de enseñanza contextual son herramientas educacionales adecuadas, pero para que se logre el impacto deseable en la educación, los docentes deben ser capacitados en el uso eficiente de estas herramientas.

2.2.8 MODELO TEORICO PARA LA CONSTRUCCION CONTEXTUALIZADA DE LA INTEGRAL DEFINIA

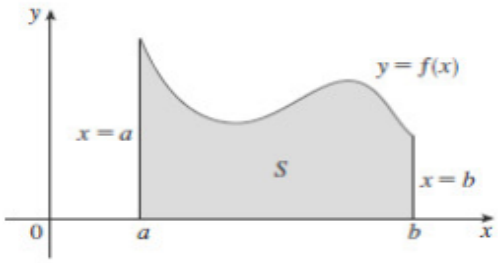
El gran problema se plantea cuando se intenta calcular el área de regiones más generales que las poligonales. Los primeros matemáticos que intentaron resolver el problema de una forma seria fueron los griegos, utilizando el método de exhaución. Este método, atribuido a Arquímedes, consiste en encajar la región entre dos polígonos, uno inscrito y otro circunscrito. Si la diferencia entre las áreas de los dos polígonos es pequeña, entonces podemos aproximar el área de la región por cualquier número comprendido entre el área del polígono inscrito y el área del polígono circunscrito.

2.2.8.1 DEFINICION DE INTEGRAL DEFINIDA CONTEXTUALIZADA

El cálculo integral, encuadrado en el cálculo infinitesimal, es una rama de las matemáticas en el proceso de integración o anti derivación, es muy común en la ingeniería y en la matemática en general y se utiliza principalmente para el cálculo de áreas y volúmenes de regiones y sólidos de revolución. Fue usado por primera vez por científicos como Arquímedes, René Descartes, Isaac

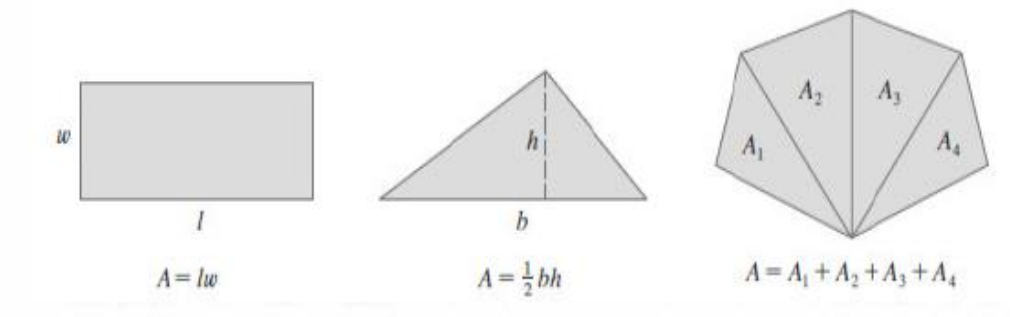
Newton, Gottfried Leibniz e Isaac Barrow. Los trabajos de este último y los aportes de Newton generaron el teorema fundamental del cálculo integral, que propone que la derivación y la integración son procesos inversos. La integral definida de una función representa el área limitada por la gráfica de la función, con signo positivo cuando la función toma valores positivos y negativo cuando toma valores negativos.

Se trata de aproximar el área de la región S que está debajo de la curva $y = f(x)$ desde $x = a$ hasta $x = b$. Es decir que S está limitada por la gráfica de una función continua f positiva ($f(x) \geq 0$), las rectas verticales $x = a$ y $x = b$, y el eje $\boldsymbol{X}$

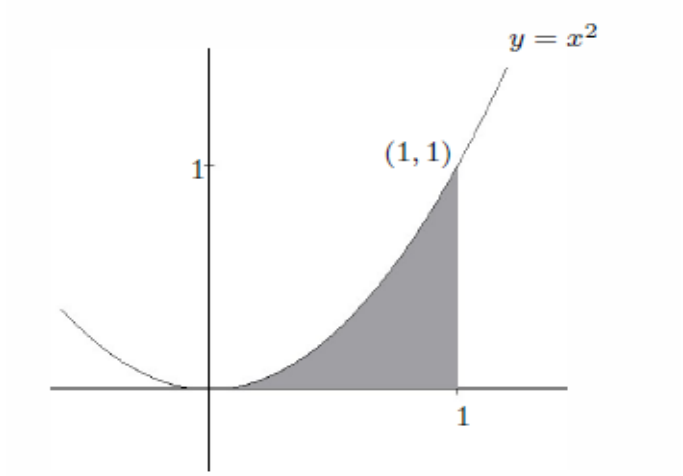


$$S = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \; a \leq x \leq b, 0 \leq y \leq f(x) \}$$

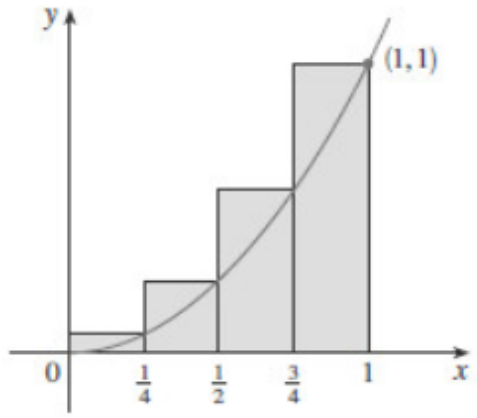
Calcular el área de figuras cuyos lados son rectos es relativamente fácil



Consideremos la función $y = f(x) = x^2$ desde 0 hasta 1



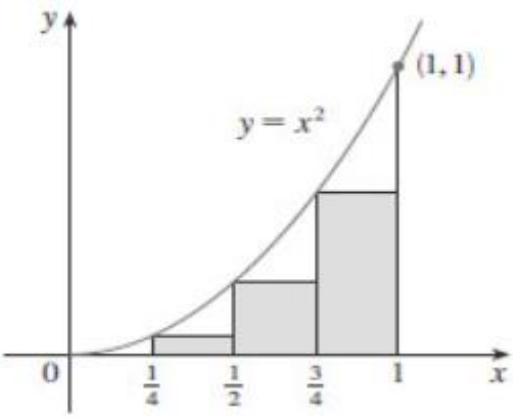
Ahora aproximaremos el área de la región S por **exceso**, usando rectángulos $(n = 4)$ cuyas bases tienen una longitud de $1/4$ y cuyas alturas están dadas por el valor de $f(x) = x^2$ en los puntos extremos de la derecha de cada rectángulo.



Se puede observar que el área de la suma de los rectángulos es mayor al área de la región S.

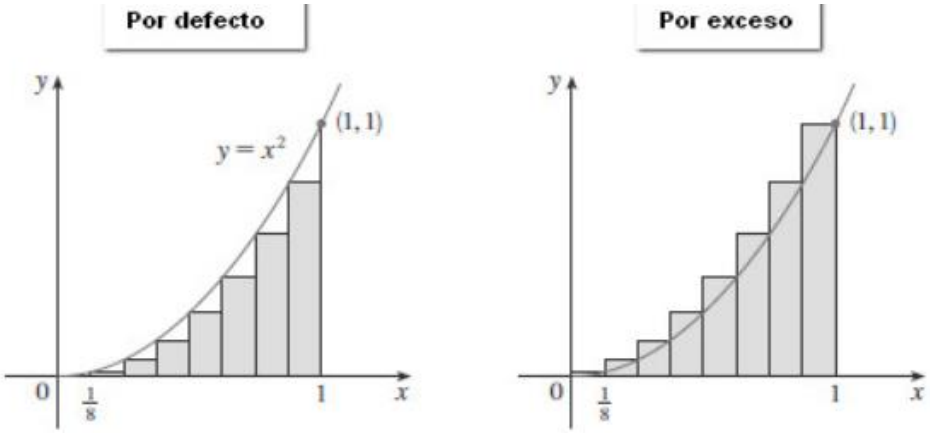
Lo mismo podemos hacer para aproximar el área de la región $\boldsymbol{S}$ por **defecto**, usando rectángulos $(n = 4)$ cuyas bases tienen una longitud de $1/4$

y cuyas alturas están dadas por el valor de $f(x) = x^2$ en los puntos extremos de la izquierda de cada rectángulo.

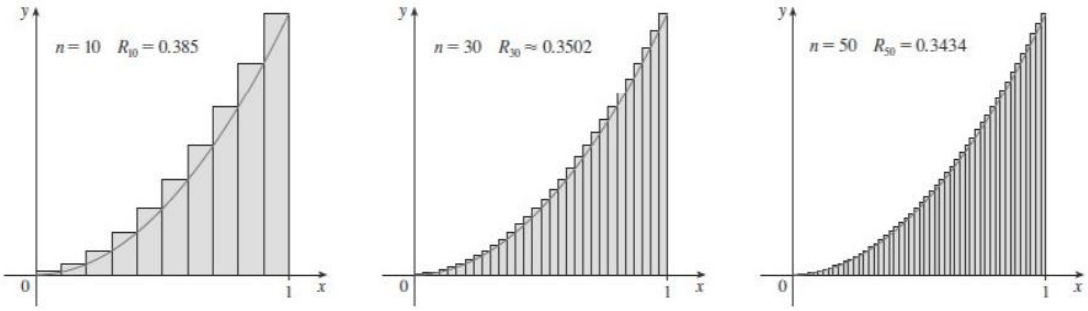


Se puede observar que el área de la suma de los rectángulos es menor al área de la región S.

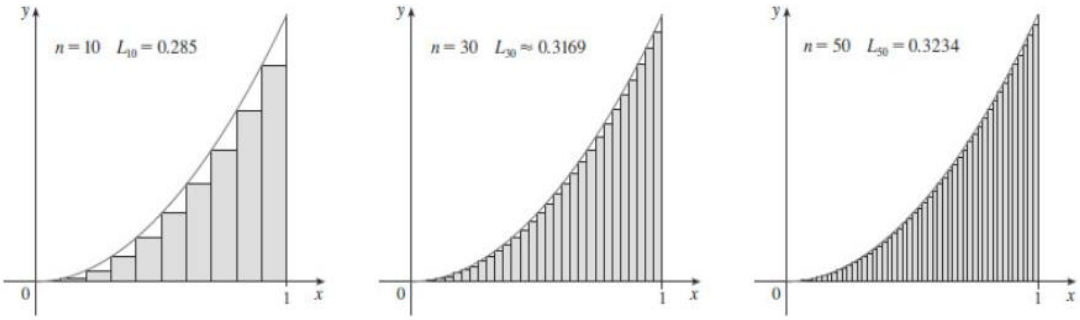
Veamos ahora que sucede si consideramos más rectángulos $(n = 8)$ para la aproximación del área de la región S por **exceso** y por **defecto**



Si continuamos con este procedimiento para $n = 10$, $n = 30$ y $n = 50$ se tiene



Por exceso



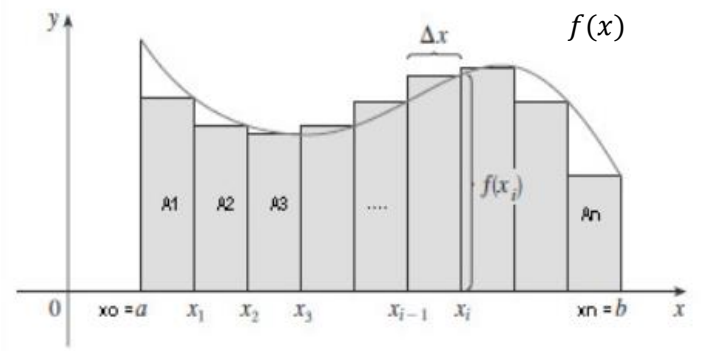
Por defecto

Si observamos ambas aproximaciones por **exceso** y **defecto** podemos notar que a más rectángulos [si $\boldsymbol{n}$ es un número muy grande ($\boldsymbol{n} \to +\infty$ **)**] mejor es la aproximación, si denotamos a $\boldsymbol{R_n}$ como la suma de las áreas de los rectángulos para cada valor de $\boldsymbol{n}$ podemos decir que:

Área de la región $S = \lim\limits_{n \to +\infty} R_n$

Ahora formalizaremos esta idea.

Consideremos la siguiente gráfica que corresponde a una función general, en la cual se consideran rectángulos con ancho $\Delta X = \frac{b-a}{n}$ y altura $f(x_i)$ donde x_i es el extremo derecho de cada intervalo.



Notemos que $x_0 = a$ es el límite izquierdo que corresponde al rectángulo cuya área se denota por A_1, luego:

$$x_1 = a + \frac{b-a}{n}$$

$$x_2 = a + 2\,\frac{b-a}{n}$$

$$x_3 = a + 3\,\frac{b-a}{n}$$

$$\vdots$$

$$x_i = a + i\,\frac{b-a}{n}$$

Luego: suma de áreas $= A_1 + A_2 + \cdots + A_n$

$$= \frac{b-a}{n} f(x_1) + \frac{b-a}{n} f(x_2) + \cdots + \frac{b-a}{n} f(x_n)$$

$$= \sum_{I=1}^{n} \frac{b-a}{n} f(x_i)$$

Como la sumatoria depende de i, la constante queda fuera de la sumatoria

$$= \frac{b-a}{n} \sum_{I=1}^{n} f(x_i)$$

Recordemos que el área bajo la curva que se quiere aproximar es el límite de las suma de las áreas $\boldsymbol{A_i}$ es decir

$$\lim_{n\to\infty}(suma\ de\ áreas) = \lim_{n\to\infty}\frac{b-a}{n}\sum_{I=1}^{n} f(x_i)$$

como el límite depende de n, sacamos la contante del límite

$$\lim_{n\to\infty}(suma\ de\ áreas) = \underbrace{(b-a)\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{I=1}^{n} f(x_i)}_{\text{Área bajo la curva}}$$

Usando la notación de integrales tenemos:

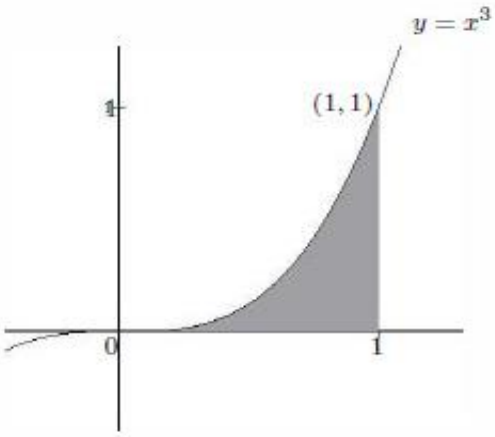
$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{I=1}^{n} f(x_i)$$

Lo cual representa una contextualización para la integral definida usando la noción de área de una región plana.

Ejemplo:

Hallar

$$\int_0^1 x^3 dx$$



Solución:

$f(x) = x^3, a = 0, b = 1$

$x_i = \frac{i}{n}$

entonces

$f(x_i) = f\left(\frac{i}{n}\right) = \left(\frac{i}{n}\right)^3 = \frac{i^3}{n^3}$

$$\int_0^1 x^3 dx \ = (1-0) \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{I=1}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{I=1}^{n} \frac{i^3}{n^3}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4} \sum_{I=1}^{n} i^3$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4} \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \ u^2$$

2.2.8.2 PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

1. $\int_a^b Kf(x)dx = K\int_a^b f(x)dx$

2. $\int_a^b (f(x) \mp g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \mp \int_a^b g(x)dx$

3. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

4. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

5. $\int_a^a f(x)dx = 0$

6. $\int_a^b f(x)dx = \int_{a+k}^{b+k} f(x-k)dx$

7. $Si\ f(x) \geq 0, para\ \ todo\ x \in [a,b], entonces \quad \int_a^b f(x)dx \geq 0$

8. $Si\ f(x) \geq g(x), para\ \ todo\ x \in [a,b], entonces \quad \int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

9. $Si\ m\ y\ M\ son\ los\ valores\ mínimos\ y\ máximo\ absolutos\ de\ f(x)\ en\ [\ a,b\ ]\ res$

$pectivamente\ tal\ que\ \ m \leq f(x) \leq M, para\ \ todo\ x \in [a,b], entonces$

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$$

10. $Si\ f(x)\ es\ una\ función\ continua\ en\ el\ intervalo\ [\ a,b\ ], entonces$

$$\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$$

11. $Si\ f(x)\ es\ una\ función\ continua\ en\ el\ intervalo\ [\ 0,a\ ], entonces$

$$\int_a^0 f(x)dx = \int_a^0 f(a-x)dx$$

12. $Si\ f(x)\ es\ una\ función\ continua\ y\ \ par\ en\ el\ intervalo\ [\ 0,a\ ], entonces$

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2\int_a^0 f(x)dx$$

13. $Si\ f(x)\ es\ una\ función\ continua\ e\ \ impar\ en\ el\ intervalo\ [\ 0,a\ ], entonces$

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 0$$

2.2.8.3 TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL CÁLCULO INTEGRAL

Teorema: (*Teorema del Valor Medio para Integrales*). Sea f una función continua en el intervalo $[a,b]$, entonces $\exists\ c\ \in [a,b]$ tal que:

$$\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$$

Teorema: (Teorema Fundamental del Cálculo Integral). Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$, entonces la función F definida por:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt\,, a \leq x \leq b$$

es derivable en $[a, b]$ y además

$$\frac{d}{dx}F(x) = f(x), \forall\, x \in [a, b]$$

Teorema: (Generalización del Teorema Fundamental del Cálculo Integral). Sea f una función continua en el intervalo en $\mathbb{R}$, g y h, son diferenciables en $\mathbb{R}$ entonces:

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)dt\right) = f\big(g(x)\big)g'(x) - f\big(h(x)\big)h'(x)$$

Corolario: (Regla de Barrow). Sea F y f como en el Teorema Fundamental, entonces

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Ejemplo: Calcular

$$\int_{\frac{-\pi}{2}}^{2\pi} \cos x\, dx$$

Solución:

En este caso $F(x) = sen\, x$, entonces según la Regla de Barrow, tenemos:

$$\int_{\frac{-\pi}{2}}^{2\pi} \cos x\, dx = F(2\pi) - F\left(-\frac{\pi}{2}\right) = sen\,(2\pi) - sen\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

Notación:

$$\int_{\frac{-\pi}{2}}^{2\pi} \cos x\, dx = sen\ x\ |_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} = 1$$

Ejemplo: Calcular

$$\int_{-2}^{3} |x-1| dx$$

Solución:

Puesto que $\quad |x-1| = \begin{cases} x-1, si\ \ x \geq 1 \\ 1-x, si\ \ x < 1 \end{cases}$

Por la propiedad 3

$$\int_{-2}^{3} |x-1| dx = \int_{-2}^{1} |x-1| dx + \int_{1}^{3} |x-1| dx$$

$$\int_{-2}^{3} |x-1| dx = \int_{-2}^{1} (1-x) dx + \int_{1}^{3} (x-1) dx$$

En este caso $F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x, si\ \ x \geq 1 \\ x - \frac{x^2}{2}, si\ \ x < 1 \end{cases}$, entonces según la Regla de Barrow, tenemos:

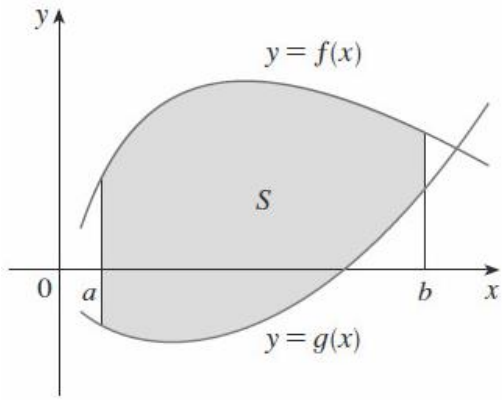
Notación:

$$\int_{-2}^{3} |x-1| dx = \left(x - \frac{x^2}{2}\right) |_{-2}^{1} + \left(\frac{x^2}{2} - x\right) |_{1}^{3} = \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$$

2.2.8.4 ÁREA DE REGIONES PLANAS

En la sección anterior hemos visto que el área que hay bajo una curva se puede calcular utilizando Integral Definida. Ahora podemos calcular el área entre dos curvas. Consideremos dos funciones f y g continuas en el intervalo

$[a, b]$ tales que $f(x) > g(x)$, para todo valor x de $[a, b]$. Entonces el área de la región S limitada por las gráficas de f , g y las líneas rectas $x = a$ y $x = b$ viene dada por:

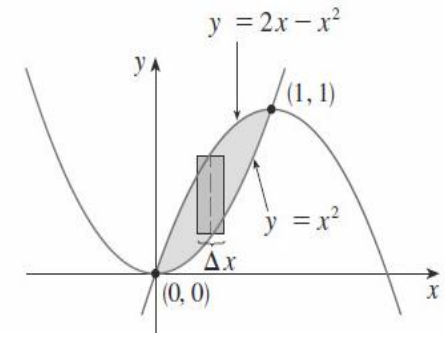


$$Área\ de\ la\ región\ S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$$

Ejemplo: Hallar el área de la región limitada por las siguientes curvas

$$y = x^2, \quad y = 2x - x^2$$

Solución:



En este caso $f(x) = 2x - x^2,\ g(x) = x^2,\ a = 0\ y\ b = 1$

$$A = \int_0^1 [(2x - x^2) - (x^2)]dx$$

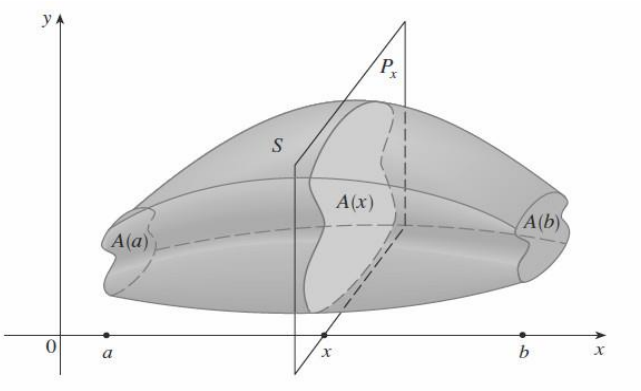
$$= \int_0^1 (2x - 2x^2)dx$$

$$= 2\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)|_0^1 = \frac{1}{3}\ u^2$$

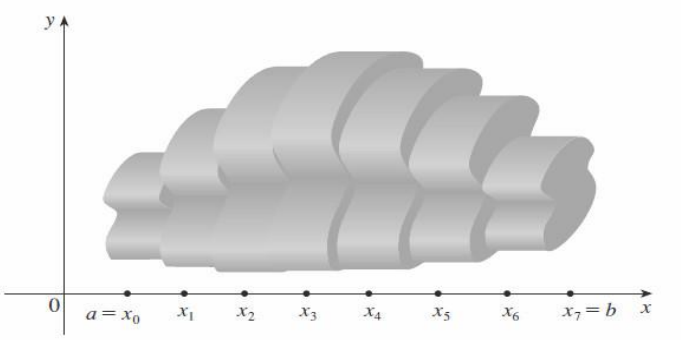
2.2.8.5 VOLÚMENES DE SÓLIDOS

El volumen de un sólido con sección transversal contenida en el plano P_x que pasa por el punto x que tiene área $A(x)$, desde $x = a$ hasta $x = b$ es:

$$V = \int_a^b A(x)dx$$

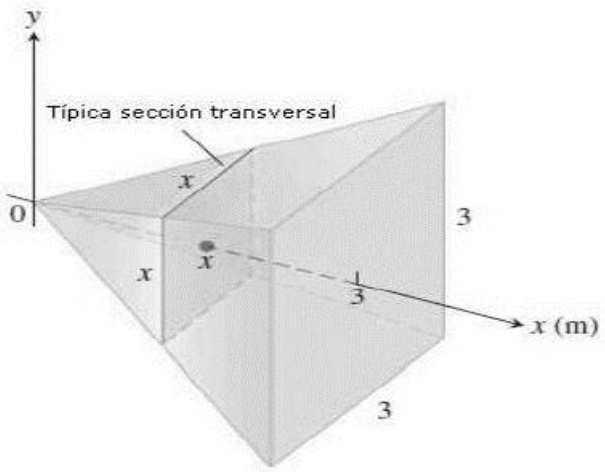


Intuitivamente el volumen del sólido consiste en sumar los volúmenes de cada una de las rebanadas mostradas en la siguiente gráfica. Dichas rebanadas en el caso particular de un sólido de revolución son discos circulares



Ejemplo: Hallar el volumen de la pirámide con base cuadrada mostrada en la siguiente figura

Solución:

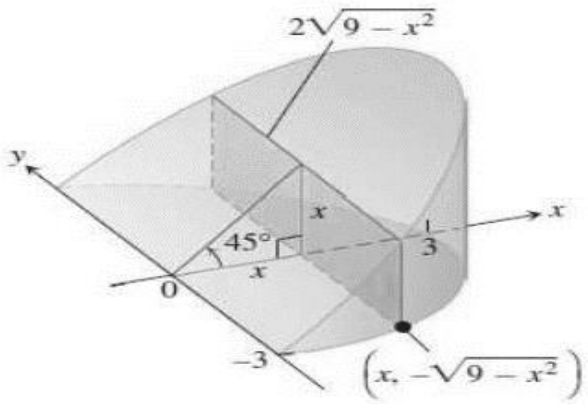


La sección transversal es un cuadrado de área x^2, es decir $A(x) = x^2$, entonces

$$V = \int_0^3 A(x)dx = \int_0^3 x^2 dx = 9\, m^2$$

Ejemplo: Un cilindro con centro en el origen de radio 3 , es cortado por dos planos, el primero es perpendicular a la base del cilindro y contiene al eje Y ; el segundo corta al primer plano en un Angulo de 45° en el centro del cilindro. Hallar el volumen del sólido resultante.

Solución:



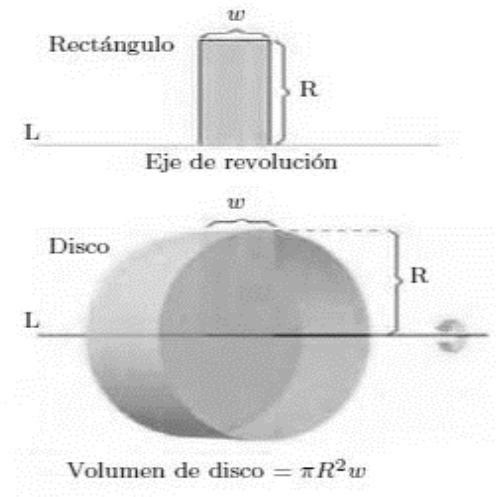
Se puede apreciar que un típico corte transversal perpendicular al eje X en el punto x es un rectángulo de área $A(x) = Altura.Base = x.2\sqrt{9-x^2} = 2x\sqrt{9-x^2}$, notemos que los rectángulos van desde $x = 0$ hasta $x = 3$, entonces:

$$V = \int_0^3 A(x)dx$$

$$= \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2}dx$$

$$= 18\,m^2$$

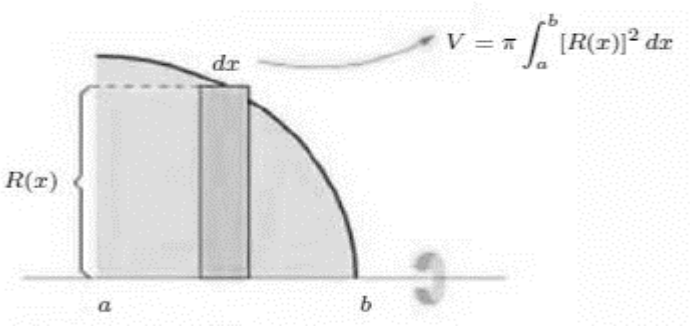
MÉTODO DEL DISCO



Algunos sólidos de revolución se muestran en la siguiente imagen

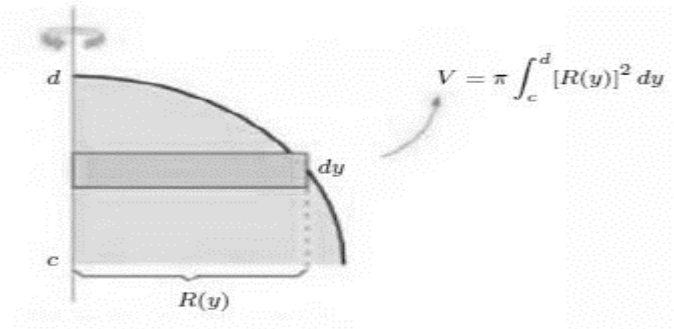
EL método del disco es aplicable para sólidos que no son huecos, se presentan dos casos:

Eje de Revolución Horizontal



$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

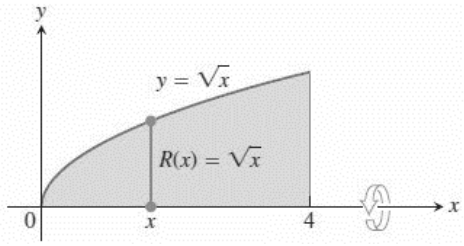
Eje de Revolución Vertical



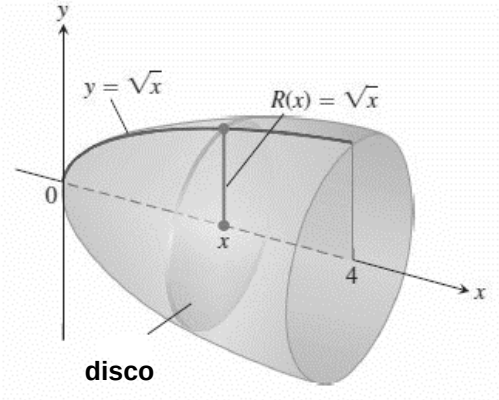
$$V = \pi \int_c^d [R(y)]^2 dy$$

Ejemplo: La región entre las curvas $y = \sqrt{x}$; el eje x y las rectas $x = 0; x = 4$ se hace girar alrededor del eje x generando un sólido. Hallar su volumen.

Solución:



Luego de hacer girar la región alrededor de eje x, se tiene el siguiente sólido:



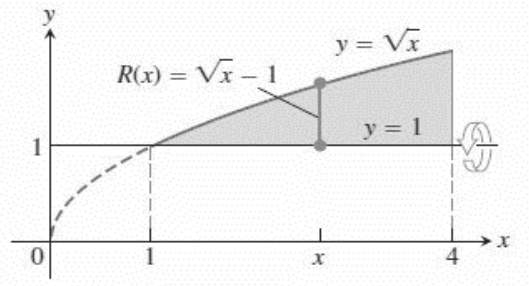
$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

$$V = \pi \int_0^4 \left[\sqrt{x} \right]^2 dx$$

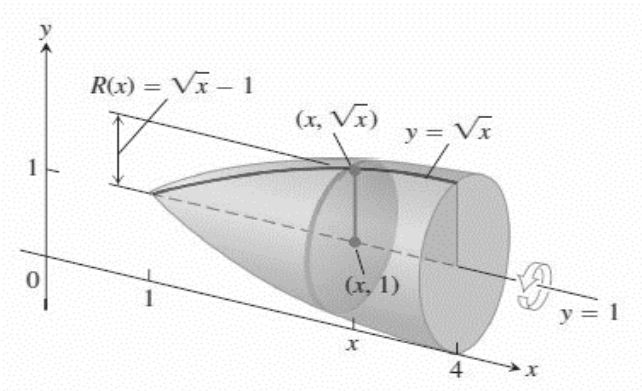
$$V = \pi \int_0^4 x \, dx = 8\pi \, u^3$$

Ejemplo: La región entre las curvas $y = \sqrt{x}$; las rectas $y = 1; x = 4$ se hace girar alrededor dela línea $y = 1$, generando un sólido. Hallar su volumen.

Solución:



Luego de hacer girar la región alrededor de la recta $y = 1$, se tiene el siguiente sólido:



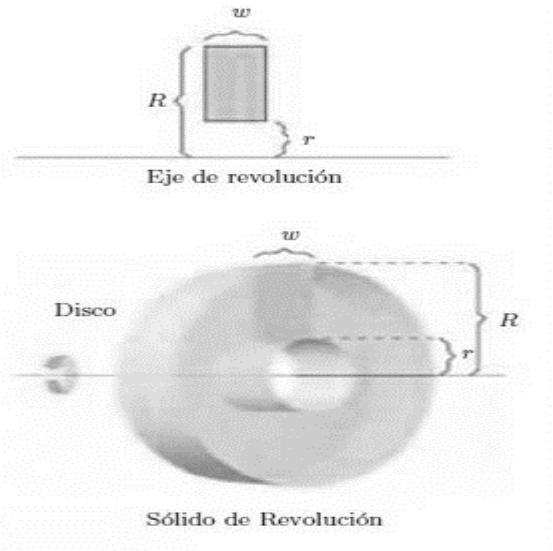
$$V = \pi \int_a^b [R(x)]^2 dx$$

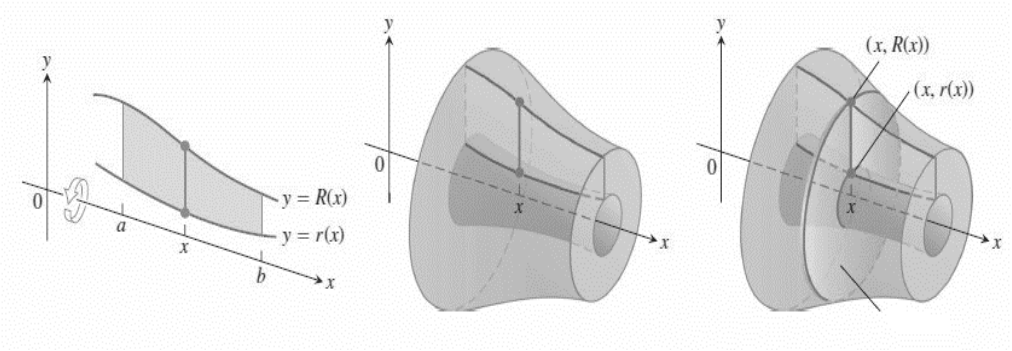
$$V = \pi \int_1^4 \left[\sqrt{x} - 1 \right]^2 dx$$

$$V = \frac{7\pi}{6}\ u^3$$

MÉTODO DE LAS ARANDELAS

Esto es aplicable para sólidos que son huecos

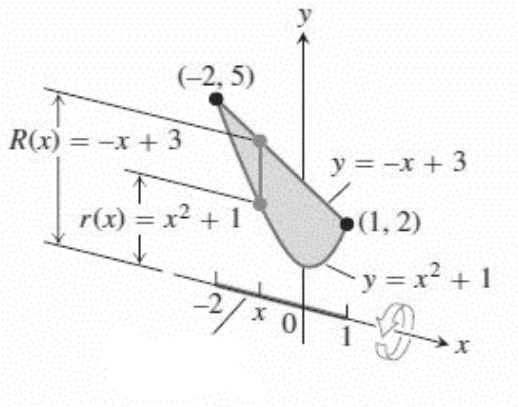




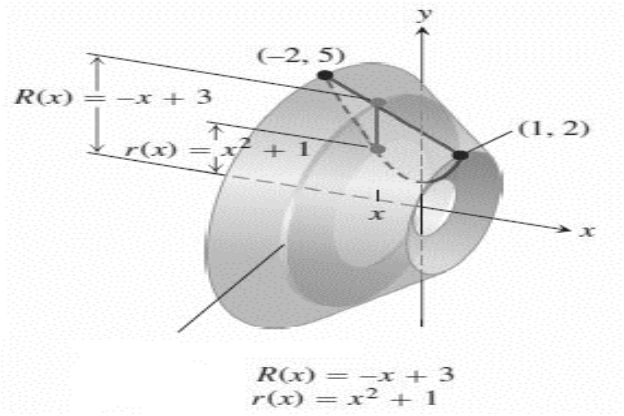
$$V = \pi \int_a^b ([\, R(x) \,]^{\,2} - [\, r(x) \,]^{\,2} \,) dx$$

Ejemplo: La región entre las curvas $y = x^2 + 1$; la recta $y = -x + 3$ se hace girar alrededor del eje x, generando un sólido. Hallar su volumen.

Solución:



Luego de hacer girar la región alrededor de eje x, se tiene el siguiente sólido:



$$V = \pi \int_{-2}^{1} ([-x+3\,]^{\,2} - [x^2+1]^{\,2}\,)dx = \frac{117\pi}{5}\ u^3$$

CAPITULO III
RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta los resultados y el análisis del Informe personal sobre saberes previos, así como los resultados y análisis del Pre Test y Pos Test de Integral Definida aplicado a estudiantes del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz gallo de Lambayeque, dicho análisis será en primer lugar de manera general y luego pregunta a pregunta detallando la forma en como el estudiante resolvió la pregunta. En este capítulo también se presenta la Propuesta del Modelo Teórico como solución al problema de investigación.

3.1 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL INFORME PERSONAL DE SABERES PREVIOS

Formulario de Informe Personal: ¿Cuánto conocen los estudiantes de los saberes previos al tema de Integral Definida?

El formulario de informe personal, llenaron individualmente los 30 estudiantes, aplicado antes del pre test, donde se considera en la columna el grado de conocimiento o de comprensión que tienen de los saberes previos al tema de Integral definida, expresados como:

1 = No recuerdo.

2 = Tengo un conocimiento parcial.

3 = Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente.

4 = Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión.

5 = Lo puedo explicar a un compañero o compañera.

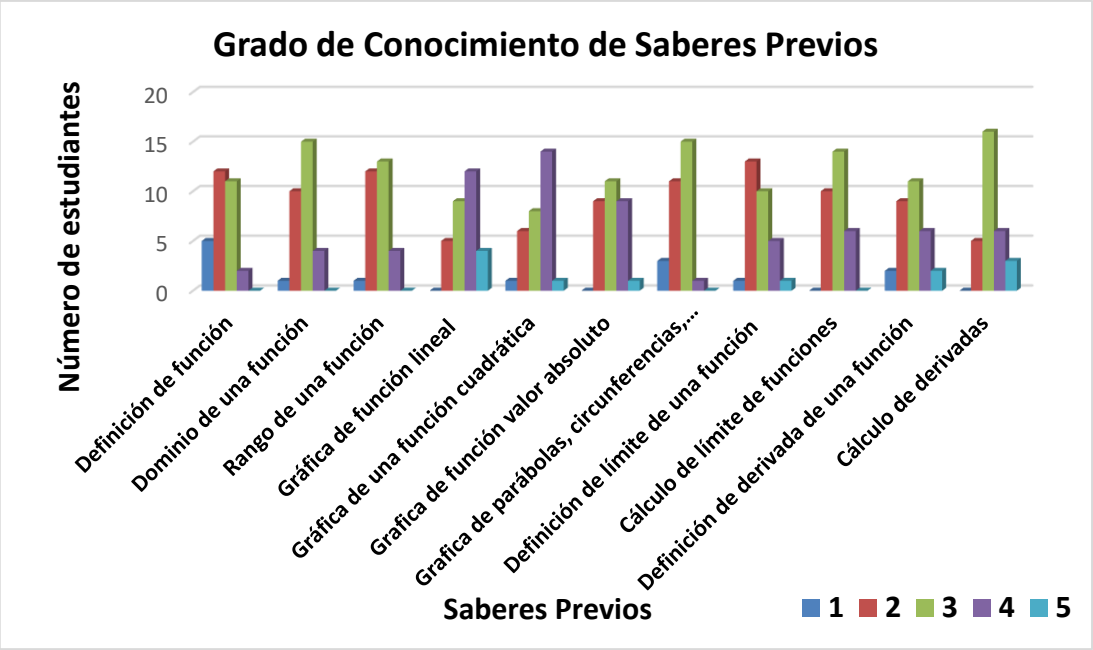
La información acerca del grado de conocimiento o de comprensión que tienen los estudiantes de los saberes previos al tema de Integral Definida, se resume en:

CUADRO N° 01

INFORME PERSONAL SOBRE SABERES PREVIOS

SABERES PREVIOS	GRADO DE CONOCIMIENTO					TOTAL
	1	2	3	4	5	
Definición de función	5	12	11	2	0	30
Dominio de una función	1	10	15	4	0	30
Rango de una función	1	12	13	4	0	30
Gráfica de función lineal	0	5	9	12	4	30
Gráfica de una función cuadrática	1	6	8	14	1	30
Gráfica de función valor absoluto	0	9	11	9	1	30
Gráfica de parábolas, circunferencias, elipses, hipérbolas	3	11	15	1	0	30
Definición de límite de una función	1	13	10	5	1	30
Cálculo de límite de funciones	0	10	14	6	0	30
Definición de derivada de una función	2	9	11	6	2	30
Cálculo de derivadas	0	5	16	6	3	30

Fuente: Información proporcionada por los estudiantes.



Fuente: Cuadro Nº 01

Análisis: estos resultados reflejan que los estudiantes del curso de Calculo Diferencial e Integral del II ciclo de la escuela de Ingeniería Agrícola de la UNPRG, respecto a sus saberes previos a dicho curso presentan las siguientes características: el 36.67 % de los estudiantes conocen la definición de función pero no la comprenden; aproximadamente el 56% conocen los conceptos de dominio y rango de una función pero no lo comprenden; el 13.33% conocen, comprenden y además puede explicar a un compañero como graficar una función lineal; respecto a grafica de función cuadrática el 72% conoce, el 46.67 % lo comprende y sólo el 3.33 % de estudiantes lo puede explicar a un compañero; en lo referente a la gráfica de parábolas, circunferencias, elipses, hipérbolas el 50% conoce el tema pero lo comprende parcialmente y sólo el 3.33% tiene un buen conocimiento y buena comprensión; respecto a la definición de límite de una función el 16.67% tiene un buen conocimiento y comprensión, y el 43.33% solo tiene un conocimiento parcial del tema; respecto al cálculo de límite de funciones el 46.67% conoce el tema pero lo

comprende parcialmente, el 20% tiene buen conocimiento y comprensión y el 33.33% tiene un conocimiento parcial; el 36.67% conoce la definición de derivada pero o comprende parcialmente, el 20% tiene un buen conocimiento y buena comprensión y sólo el 6,67% lo puede explicar a un compañero; por ultimo respecto al cálculo de derivadas el 53.33% conoce y comprende parcialmente, el 20% tiene buen conocimiento y compresión, y el 10% lo puede explicar a un compañero.

En conclusión se puede indicar que la mayoría de estudiantes respecto a los saberes previos lo conoce pero lo comprende parcialmente.

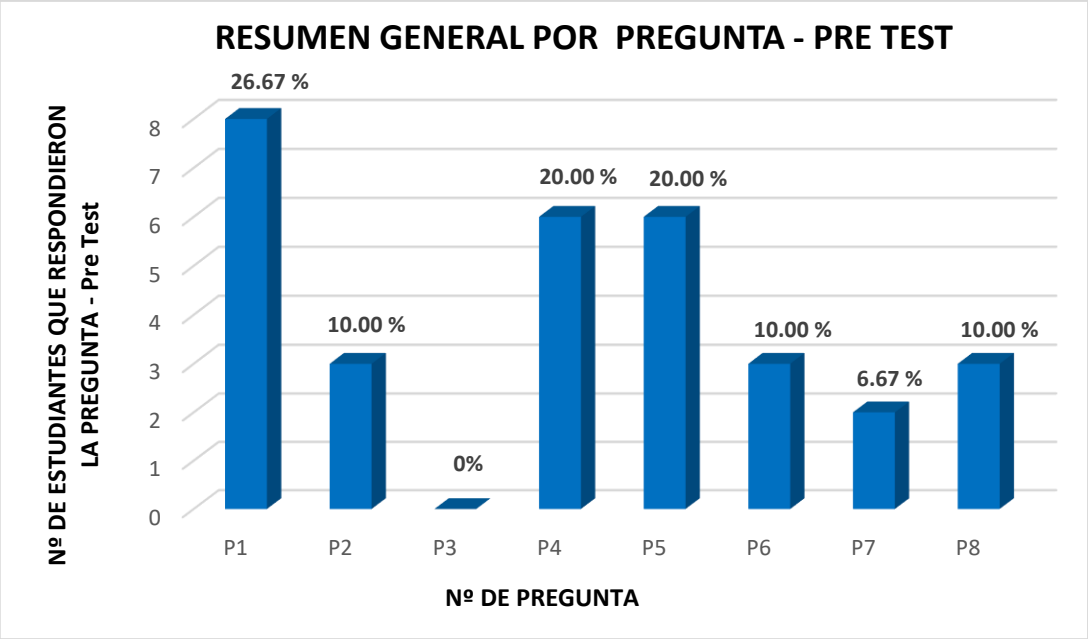
3.2 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PRE TEST

CUADRO N° 02

RESUMEN GENERAL POR PREGUNTA DEL PRE TEST

Nº PREGUNTA	Nº ESTUDIANTES QUE CONTESTARON LA PREGUNTA
P1	8
P2	3
P3	0
P4	6
P5	6
P6	3
P7	2
P8	3

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 02

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa los resultados generales por pregunta del Pre Test de Integral Definida, la pregunta más contestada fue la P1 resuelta por el 26.67% de los estudiantes y la única pregunta que no pudo ser resuelta por ningún estudiante fue la P3 la cual requiere no sólo un criterio algebraico, sino también un criterio analítico; de las preguntas resueltas la que alcanzo menor porcentaje fue la P7 con un 6.67% la cual está referida al cálculo de volumen de un sólido conocidas sus secciones transversales.

En conclusión: estos resultados reflejan la existencia del problema manifestado en el presente trabajo de investigación, pues en promedio el porcentaje de los estudiantes que respondieron las preguntas del Pre Test de Integral Definida no alcanza el 12.92% del total de estudiantes, y las preguntas más contestadas fueron aquellas en donde el criterio algebraico (enseñanza tradicional) fue lo que utilizaron los estudiantes para solucionarlas.

RESULTADOS POR PREGUNTA DE LA APLICACIÓN DEL PRETEST DE INTEGRAL DEFINIDA

La pregunta Nº 01 del Pre Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la definición formal de Integral Definida en el cálculo de la integral definida de una función, el cual inicia con el planteamiento de hallar el área de una región plana en base a la suma de áreas de rectángulos y finalmente se obtiene una expresión en donde intervienen límites al infinito y sumatorias.

Pre Test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 – I

1.- ***Usando definición de Integral Definida, calcular la siguiente integral:***

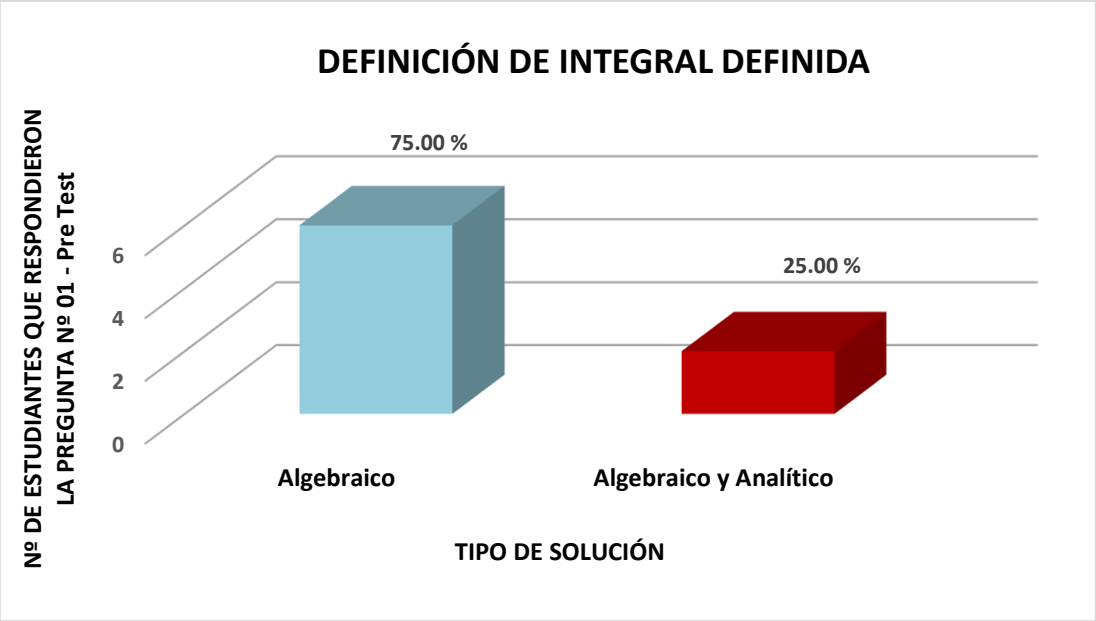
$$\int_{-1}^{1} (x^2 + x)dx$$

CUADRO Nº 03

PREGUNTA Nº 01 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	6
Algebraico y Analítico	2

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 03

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 01 referida a la definición formal de Integral Definida, 8 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 26.67% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 75% la resolvió de manera algebraica (no uso definición formal) y sólo el 25% utilizo de manera correcta la definición formal de Integral Definida.

Esto evidencia que la mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender la definición formal de Integral Definida y además confunden a esta con la Regla de Barrow.

La pregunta Nº 02 del Pre Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la definición formal de Integral Definida en el cálculo de la integral definida de una función, en este caso se planteó el procedimiento inverso a la pregunta **Nº 01**, es decir se le da el limite al infinito de una sumatoria para que lo expresen como una integral definida.

2. ***Expresar el siguiente limite como una Integral Definida sobre el intervalo dado*:**

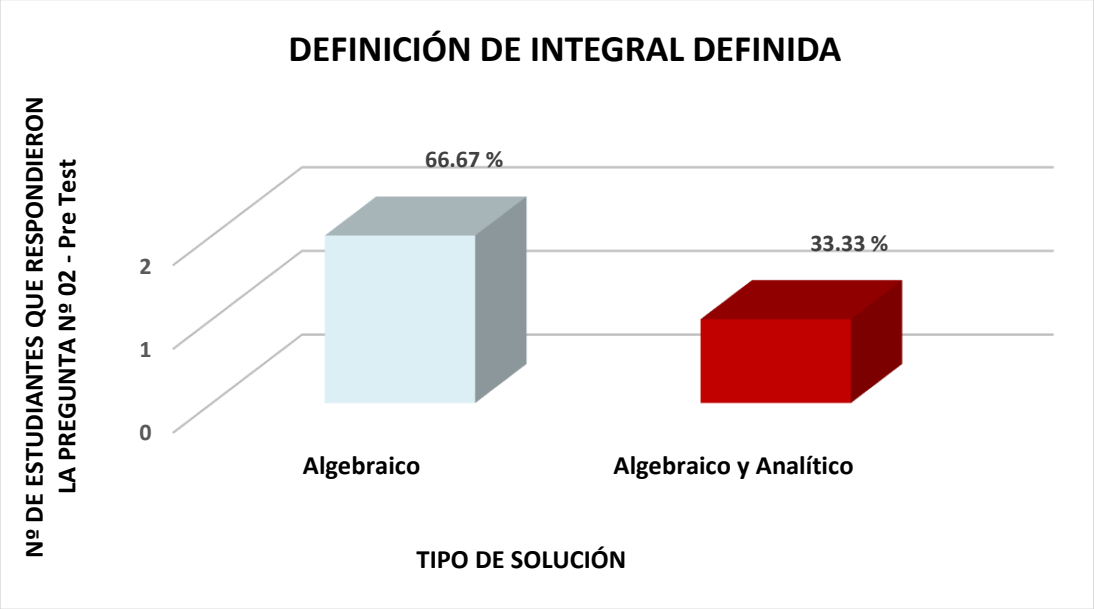
$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(2i+n)^2}, sobre\ [0,1]$$

CUADRO Nº 04

PREGUNTA Nº 02 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	2
Algebraico y Analítico	1

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 04

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 02 referida a la definición formal de Integral Definida, 3 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 10% del total de estudiantes evaluados, de los

cuales el 66.67% la resolvió de manera algebraica (no uso definición formal) y sólo el 33.33% utilizo de manera correcta la definición formal de Integral Definida.

De acuerdo a la naturaleza de la pregunta, esto evidencia que la mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender la definición formal de Integral Definida, pero en esta oportunidad en el sentido inverso de la pregunta Nº 01, es decir expresar un límite infinito como una Integral Definida.

La pregunta Nº 03 del Pre Test fue considerada no solo para evaluar el conocimiento y aplicación de la definición formal de Integral Definida, sino también el aspecto geométrico de la Integral Definida al ser considerada como el área de una región plana.

3. ***Dibuje la región del plano cuya área A está dada por la formula***

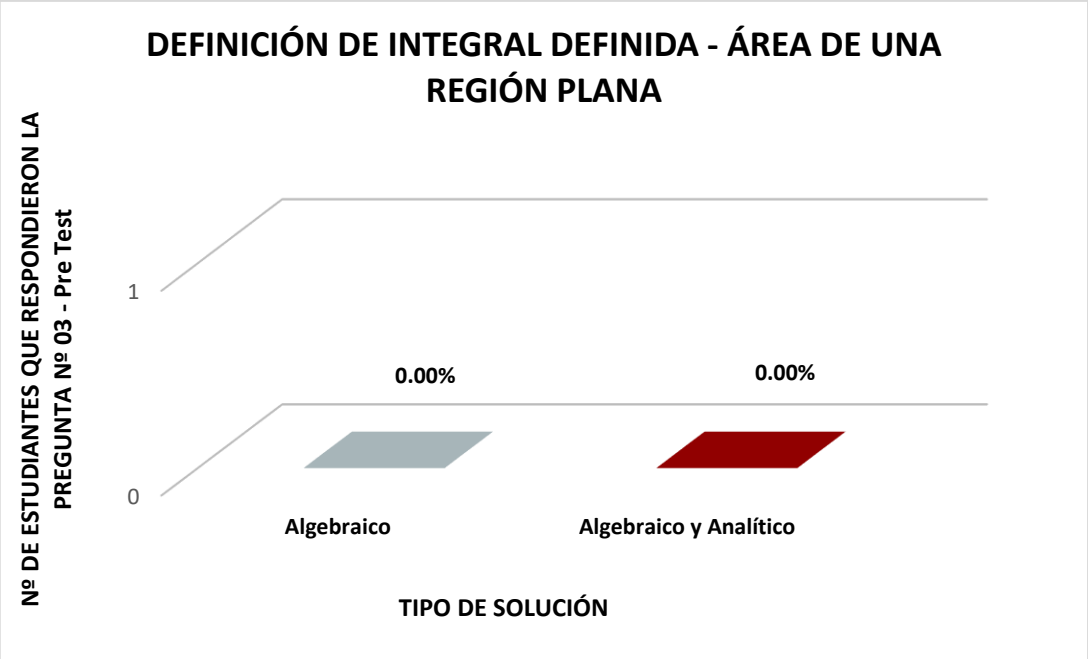
$$A = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{4 - \frac{4i^2}{n^2}}$$

CUADRO Nº 05

PREGUNTA Nº 03 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	0
Algebraico y Analítico	0

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 05

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 03 referida a la definición formal de Integral Definida, ningún estudiante pudo resolver la pregunta ni de manera algebraica ni analítica.

Esto evidencia que los estudiantes tienen serias dificultad para entender la definición formal de Integral Definida desde el punto de vista analítico y geométrico.

La pregunta Nº 04 del Pre Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de las propiedades de la Integral Definida, propiedades de funciones básicas y técnicas de integración.

4. *Evaluar la siguiente Integral*

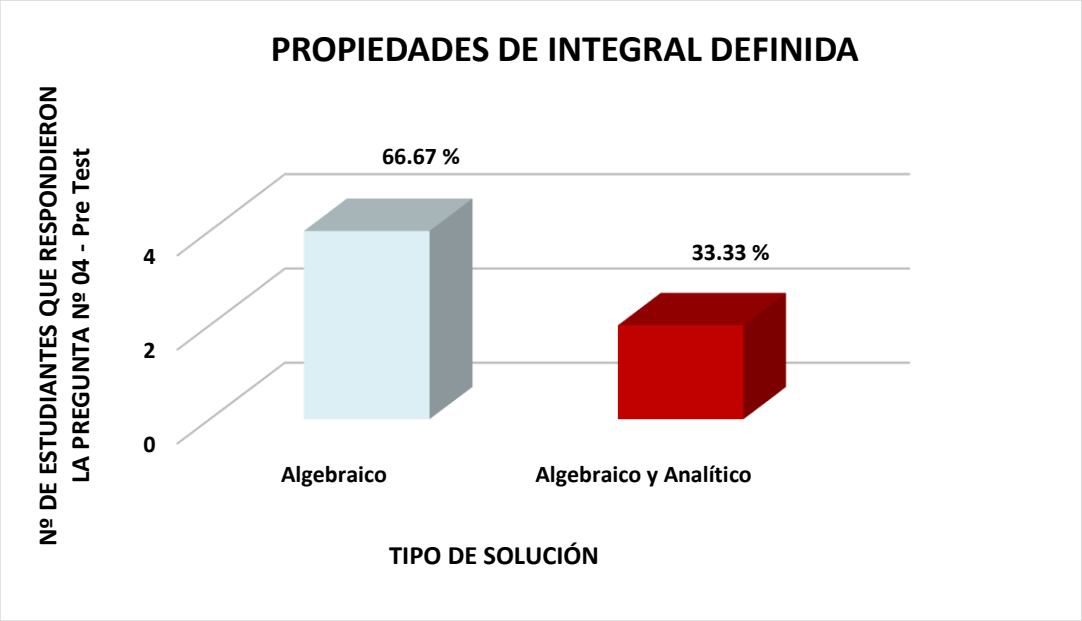
$$\int_{-1}^{2} \frac{|e^x - 1| + 2}{e^x + 1}\, dx$$

CUADRO Nº 06

PREGUNTA Nº 04 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	4
Algebraico y Analítico	2

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 06

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 04 referida a las propiedades de Integral Definida, 6 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 20% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 66.67% la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades) y sólo el 33.33% utilizo de manera correcta las propiedades de Integral Definida.

Esto evidencia que la mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender propiedades de Integral Definida, y aplicarlas en el cálculo de integrales definidas.

La pregunta Nº 05 del Pre Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de los Teoremas Fundamentales del Cálculo Integral, en el contexto de un problema de optimización, para lo cual tiene que hacer uso de sus conocimientos previos de derivadas.

5. ***Pruebe que la función $f(x)$, tiene un valor máximo relativo***

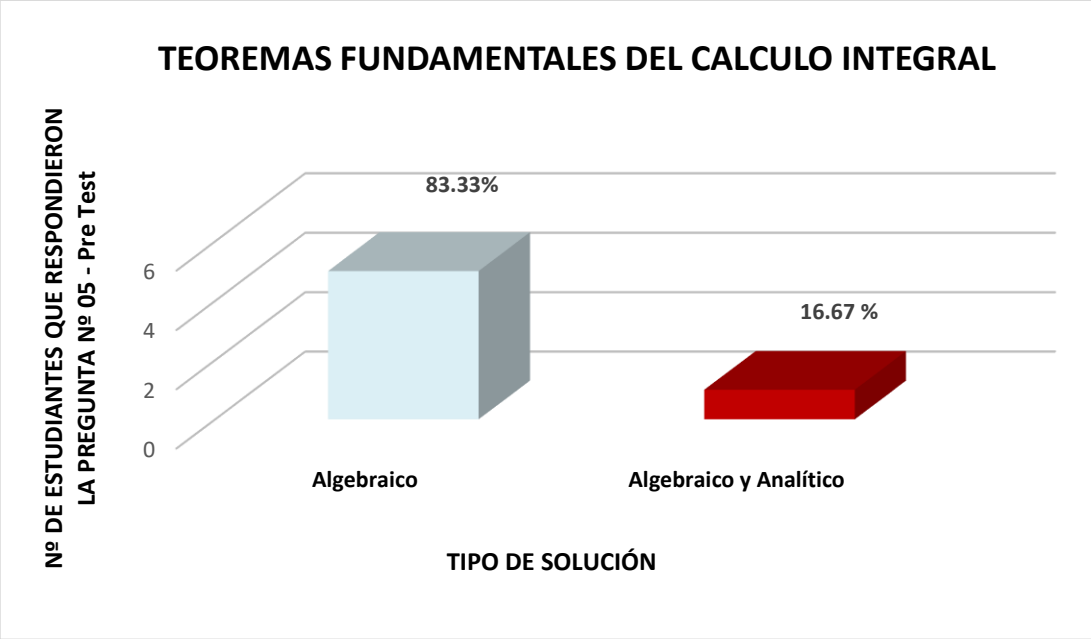
$$f(x) = \int_{0}^{2x-x^2} e^{t^2}\, dt\,, 0 \leq x \leq 2$$

CUADRO Nº 07

PREGUNTA Nº 05 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	5
Algebraico y Analítico	1

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 07

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta

Nº 05 referida a los teoremas fundamentales del cálculo integral, 6 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 20% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 83.33% la resolvió de manera algebraica (no uso Teoremas Fundamentales) y sólo el 16.67% utilizo de manera correcta los teoremas fundamentales.

Por la naturaleza de la pregunta algebraica – analítica, esto evidencia que la mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender y aplicar los teoremas fundamentales del cálculo integral en los problemas de optimización.

La pregunta Nº 06 del pre test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la Integral Definida como el área de una región plana limitada por curvas en $\mathbb{R}^2$.

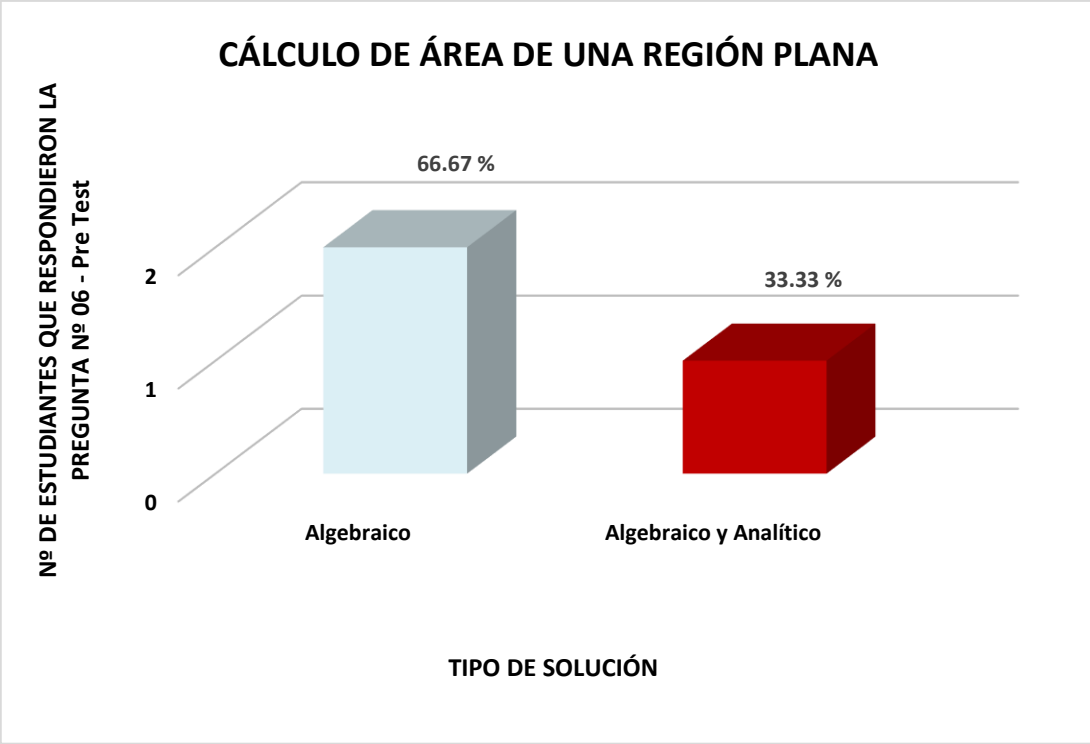
6. Halle el área de la región limitada por las siguientes curvas $\boldsymbol{y = x^2}$; $\boldsymbol{y = 2x^2}$; $\boldsymbol{y = 1 - x^2}$

CUADRO Nº 08

PREGUNTA Nº 06 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	2
Algebraico y Analítico	1

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 08

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 06 referida a calcular el área de una región plana, 3 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 10% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 66.67% la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades de integral definida, ni grafica de funciones) y el 33.33% utilizo de manera correcta las propiedades y grafica de funciones.

Por la naturaleza de la pregunta algebraica – analítica – geométrica, esto evidencia que la mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender y aplicar las propiedades del cálculo integral y los conocimientos previos de grafica de funciones en el cálculo del área de regiones planas.

La pregunta Nº 07 del pre test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la Integral Definida como el volumen de un sólido cuyas secciones transversales perpendiculares a los ejes coordenados son conocidas.

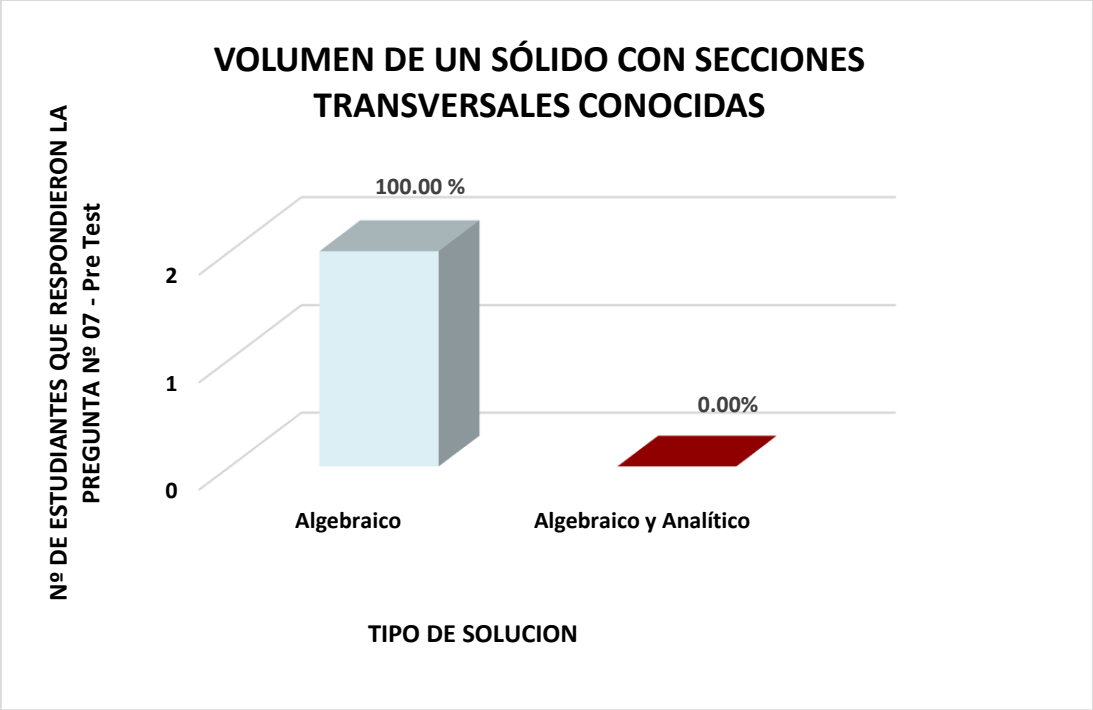
7. Un sólido tiene por base a la región plana limitada por la gráfica de la curva $\alpha: y^2 = x$ y la recta $x = 4$. Halle el volumen del sólido sabiendo que sus secciones transversales perpendiculares al eje x son cuadrados cuyos extremos de uno de sus lados pertenecen a la curca α.

CUADRO Nº 09

PREGUNTA Nº 07 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	2
Algebraico y Analítico	0

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 09

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 07 referida a calcular volumen de un sólido con secciones transversales conocidas, sólo 2 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 6.67% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 100% la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades de integral definida, ni grafica de funciones).

Esto evidencia que la gran mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender y transferir las propiedades del cálculo integral y los conocimientos previos de grafica de funciones al cálculo del volumen de un sólido con secciones transversales conocidas.

La pregunta Nº 08 del Pre Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la Integral Definida como el volumen de un sólido de revolución usando el Método del Disco o el Método de las Arandelas.

8. Sea R la región del plano limitada por la gráfica de las siguientes curvas $y = e^{x}$; $y = e^{2x}$; $x = -1$; $x = 1$

(a) Esboce la gráfica de R.

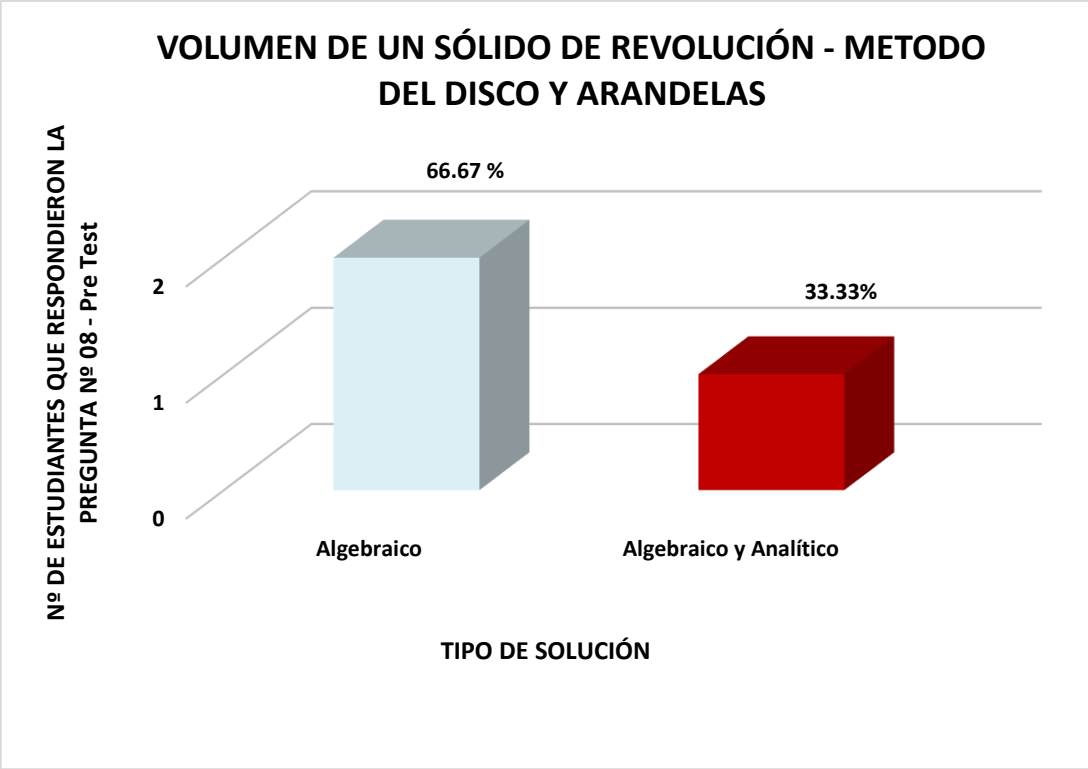
(b) Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar la región descrita R alrededor de la recta $y = -1$

CUADRO Nº 10

PREGUNTA Nº 08 – Pre Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	2
Algebraico y Analítico	1

Fuente: Pre Test



Fuente: Cuadro Nº 10

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pre Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 08 referida a calcular volumen de un sólido de revolución, sólo 3 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 10% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 66.67% la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades de integral definida, ni grafica de funciones) y el 33.33% pudo transferir la teoría de Integral Definida al cálculo de volumen de un sólido de revolución.

Esto evidencia que la gran mayoría de estudiantes tienen dificultad para entender y transferir las propiedades del cálculo integral y los conocimientos previos de grafica de funciones en el cálculo del volumen de un sólido de revolución.

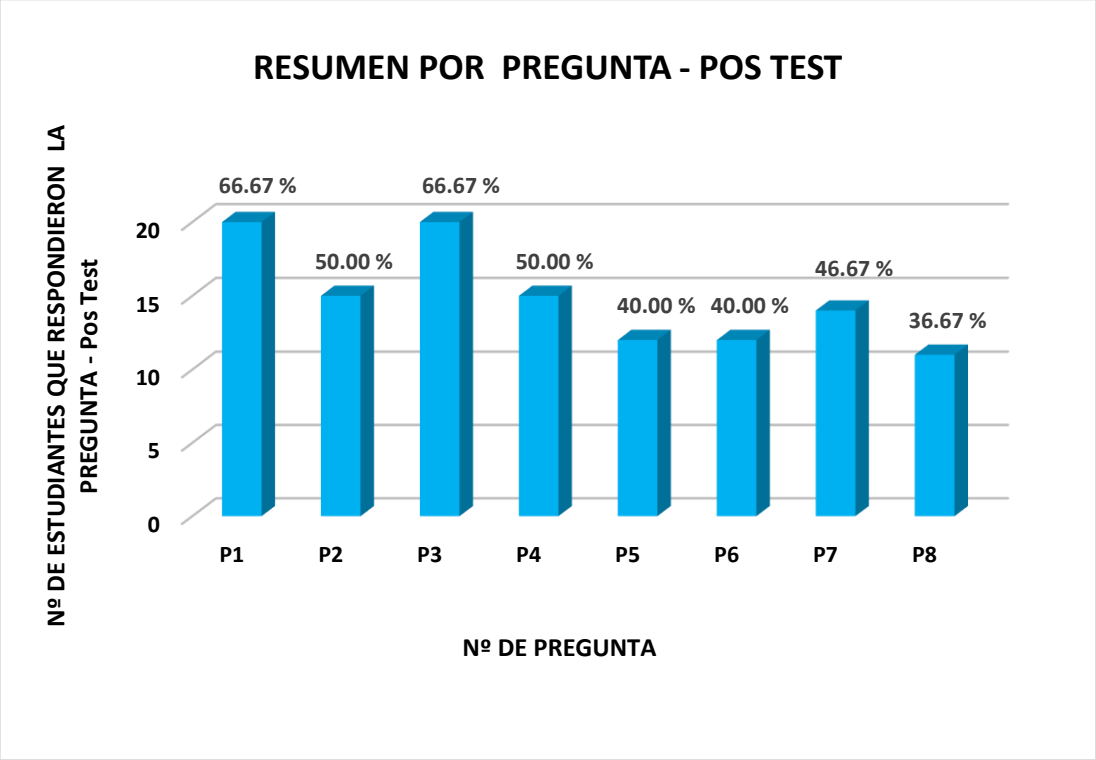
3.3 ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL POS TEST

CUADRO N° 11

RESUMEN POR PREGUNTA DEL POS TEST

Nº PREGUNTA	Nº ESTUDIANTES QUE CONTESTARON LA PREGUNTA
P1	20
P2	15
P3	20
P4	15
P5	12
P6	12
P7	14
P8	11

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 11

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa los resultados generales por pregunta del Pos Test de Integral Definida, la preguntas más contestadas fueron la

P1 y P3 resueltas por el 66.67% de los estudiantes y la pregunta menos contestada fue la P8 resuelta por el 36.67% de os estudiantes; en promedio el porcentaje de los estudiantes que respondieron las preguntas del Pos Test de Integral Definida fue de 49.56 % del total de estudiantes.

RESULTADOS POR PREGUNTA DE LA APLICACIÓN DEL POS TEST DE INTEGRAL DEFINIDA

La pregunta Nº 01 del Pos Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la definición formal de Integral Definida en el cálculo de la integral definida de una función, el cual inicia con el planteamiento de hallar el área de una región plana en base a la suma de áreas de rectángulos y finalmente se obtiene una expresión en donde intervienen límites al infinito y sumatorias.

Pos Test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 – I

1. Usando definición de Integral Definida, calcular la siguiente Integral:

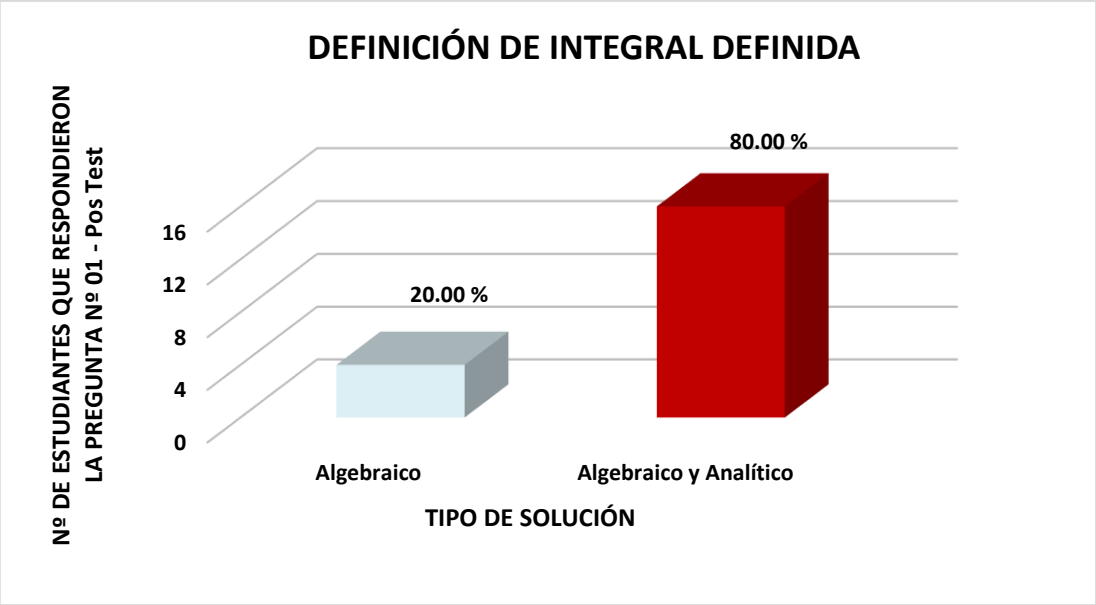
$$\int_{-2}^{2} (x^2 + 2)dx$$

CUADRO Nº 12

PREGUNTA Nº 01 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	4
Algebraico y Analítico	16

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 12

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 01 referida a la definición formal de Integral Definida, 20 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 66.67% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 20% la resolvió de manera algebraica (no uso definición formal) y el 80% utilizo de manera correcta la definición formal de Integral Definida.

La pregunta Nº 02 del Pos test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la definición formal de Integral Definida en el cálculo de la integral definida de una función, en este caso se planteó el procedimiento inverso a la pregunta **Nº 01**, es decir se le da el limite al infinito de una sumatoria para que lo expresen como una integral definida.

2. Exprese el siguiente límite como una Integral Definida sobre el intervalo $[\,\mathbf{2},\mathbf{5}\,]$

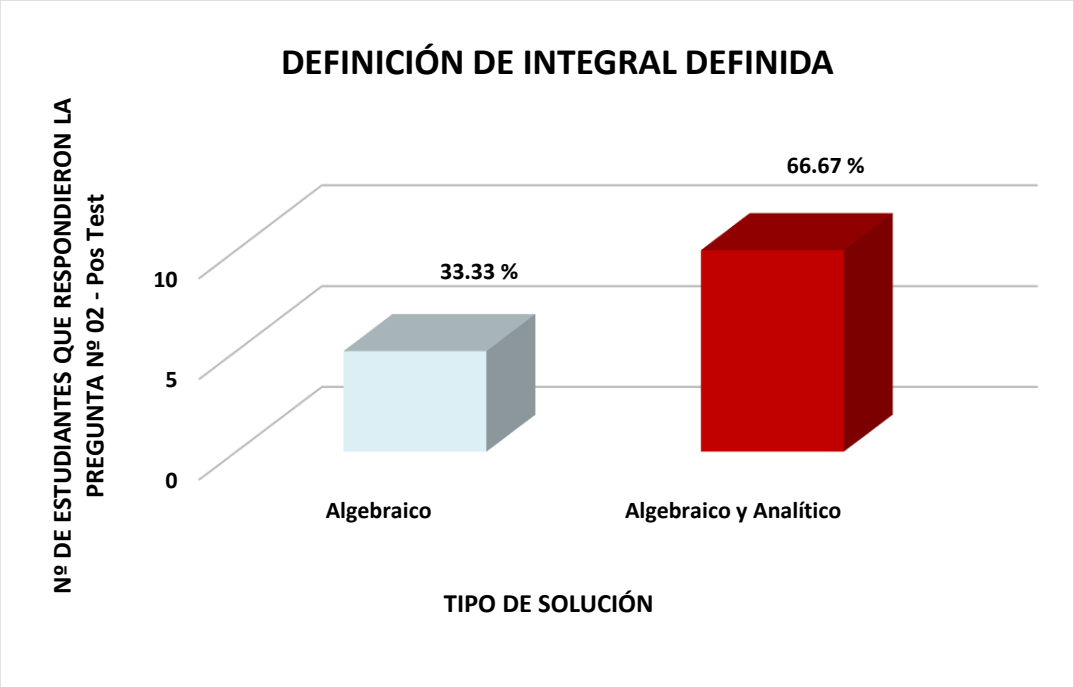
$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{3}{n}\sqrt{ln(n+3i)-ln(n)+1}$$

CUADRO Nº 13

PREGUNTA Nº 02 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	5
Algebraico y Analítico	10

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 13

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 02 referida a la definición formal de Integral Definida, 15 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 50% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 33.33% la resolvió de manera algebraica (no uso definición formal) y el 66.67% utilizo de manera correcta la definición formal de Integral Definida.

La pregunta Nº 03 del Pos test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la definición formal de Integral Definida, también el aspecto geométrico de la Integral Definida al ser considerada como el área de una región plana

3. Dibuje la región del plano cuya área A está dada por la fórmula:

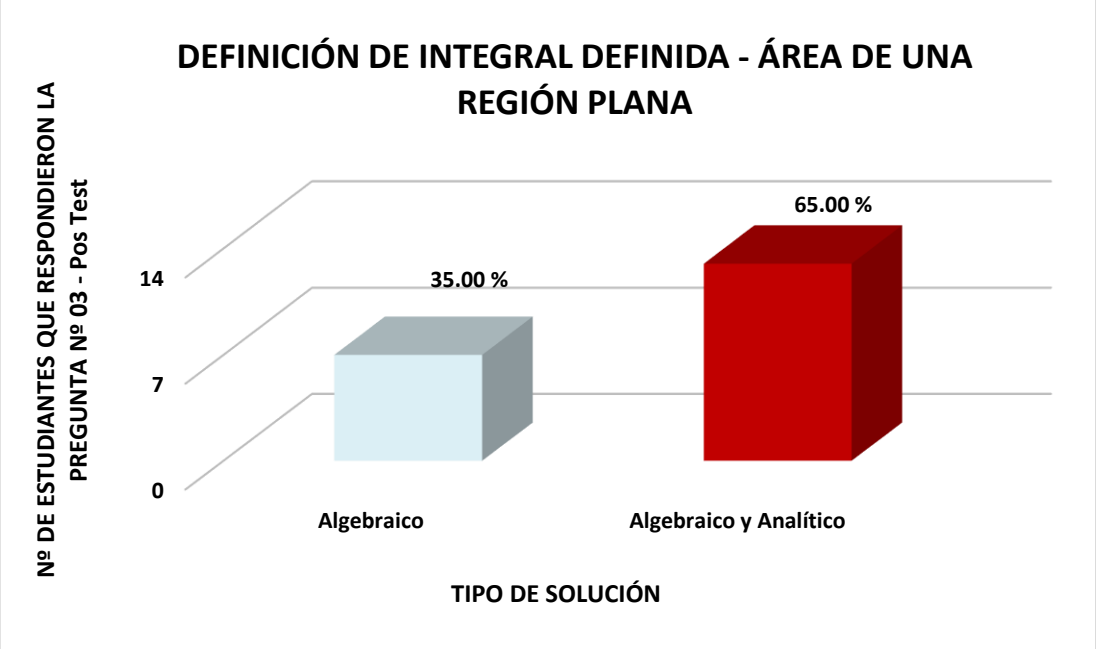
$$A = \lim_{n\to\infty} \frac{3}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{1 + \frac{3i}{n}}$$

CUADRO Nº 14

PREGUNTA Nº 03 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	7
Algebraico y Analítico	13

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 14

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 03 referida a la definición formal de Integral Definida, 20 estudiantes resolvieron

dicha pregunta que representan el 66.67% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 35% la resolvió de manera algebraica (no uso definición formal ni criterio geométrico) y el 65% utilizo de manera correcta la definición de Integral Definida.

La pregunta Nº 04 del Pos test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de las propiedades de la Integral Definida, propiedades de funciones básicas y técnicas de integración

4. Calcular la siguiente integral

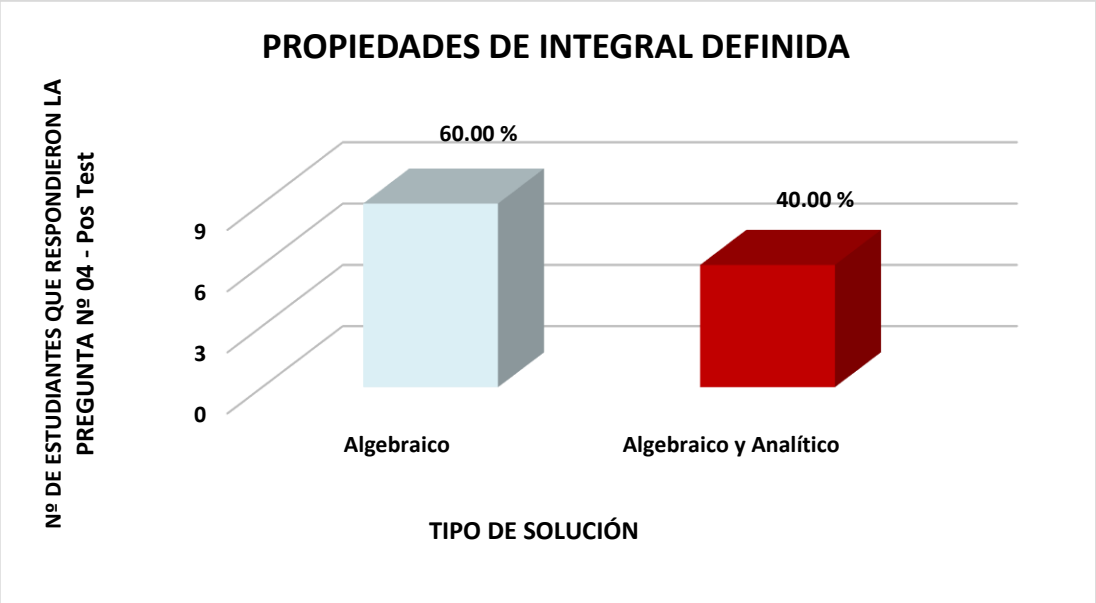
$$\int_{-2}^{2} \left(x\, sen^4 x + x^3 - \frac{x^4}{x^2+1}\right)\, dx$$

CUADRO Nº 15

PREGUNTA Nº 04 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	9
Algebraico y Analítico	6

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 15

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 04 referida a las propiedades de Integral Definida, 15 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 50% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 60% la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades) y el 40% utilizo de manera correcta las propiedades de Integral Definida.

La pregunta Nº 05 del Pos Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación del Teorema Fundamental del Cálculo Integral, en el contexto de un problema de optimización.

5. ***Pruebe que la función $f(x)$, tiene un valor máximo relativo***

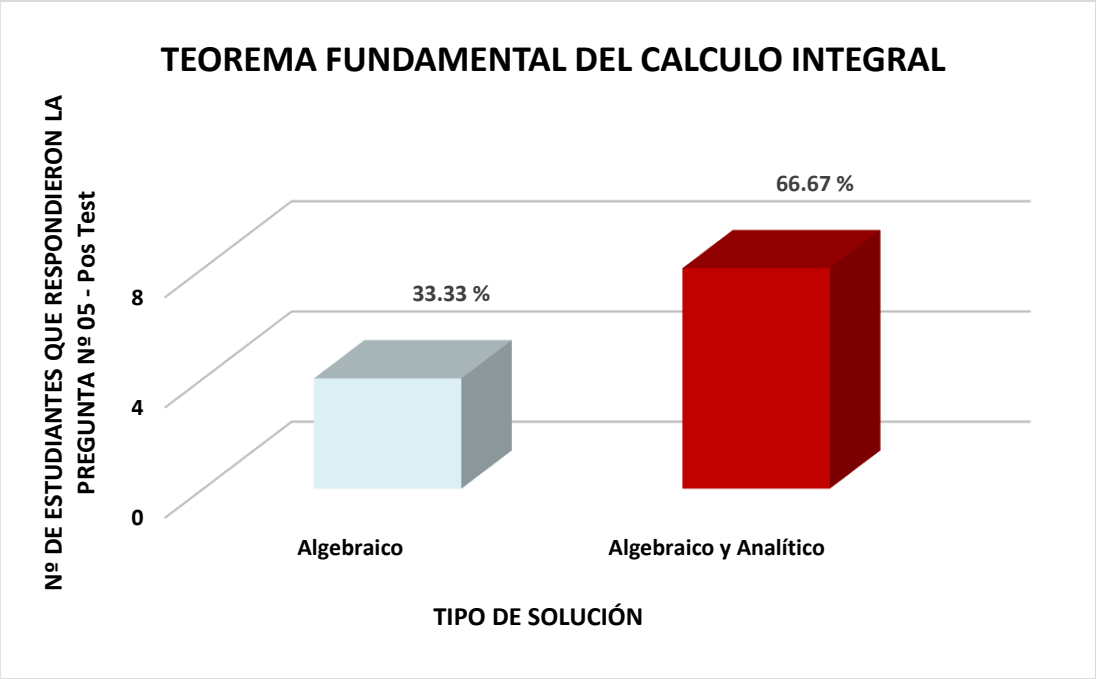
$$\boldsymbol{f(x) = \int_{0}^{2x-x^2} e^{t^2}\, dt\,, 0 \leq x \leq 2}$$

CUADRO Nº 16

PREGUNTA Nº 05 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	4
Algebraico y Analítico	8

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 16

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 05 referida a los teoremas fundamentales del cálculo integral, 12 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 40% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 33.33% la resolvió de manera algebraica (no uso Teoremas Fundamentales) y el 66.67% utilizo de manera correcta los teoremas fundamentales.

La pregunta Nº 06 del Pos Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la Integral Definida como el área de una región plana limitada por curvas en $\mathbb{R}^2$.

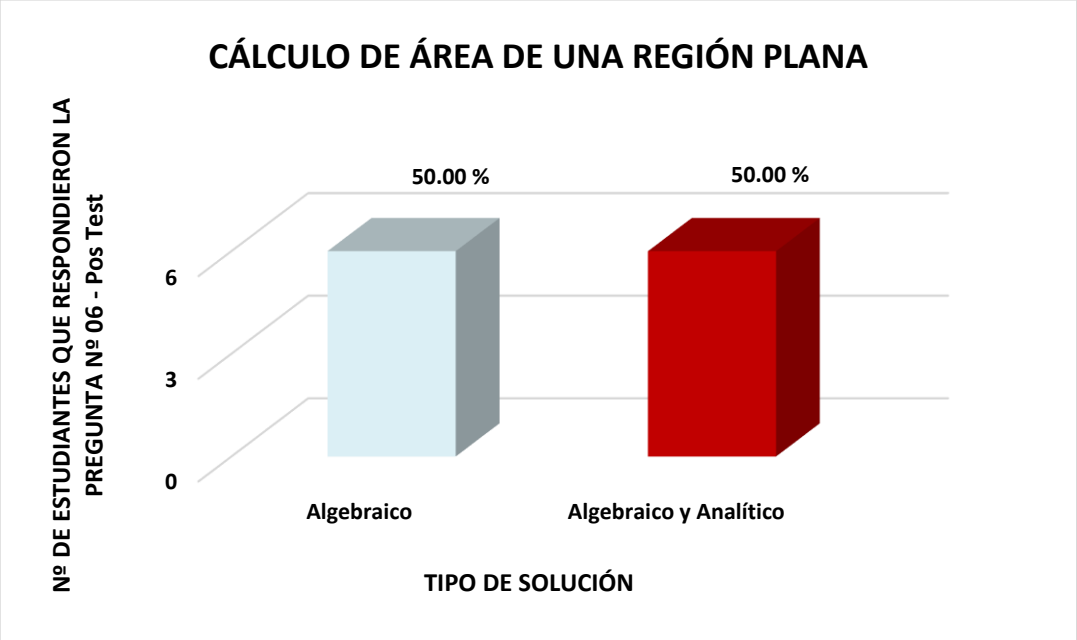
6. Un Ingeniero Agrícola utiliza un tractor para delimitar un terreno del siguiente modo: Primero se dirige hacia el sur una distancia de 3 km, luego en dirección sur-este $2\sqrt{2}$ km, posteriormente va hacia el norte una distancia de 3 km y finalmente recorre una curva cóncava hacia abajo que representa la cuarta parte una circunferencia, mediante la cual llega al punto de partida. Plantear usando integrales como calcular el área del terreno.

CUADRO Nº 17

PREGUNTA Nº 06 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	6
Algebraico y Analítico	6

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 17

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 06 referida a calcular el área de una región plana, 12 estudiantes resolvieron dicha

pregunta que representan el 40% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 50% la resolvió de manera algebraica y el 50% utilizo de manera correcta las propiedades y grafica de funciones.

La pregunta Nº 07 del Pos Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la Integral Definida como el volumen de un sólido cuyas secciones transversales perpendiculares a los ejes coordenados son conocidas.

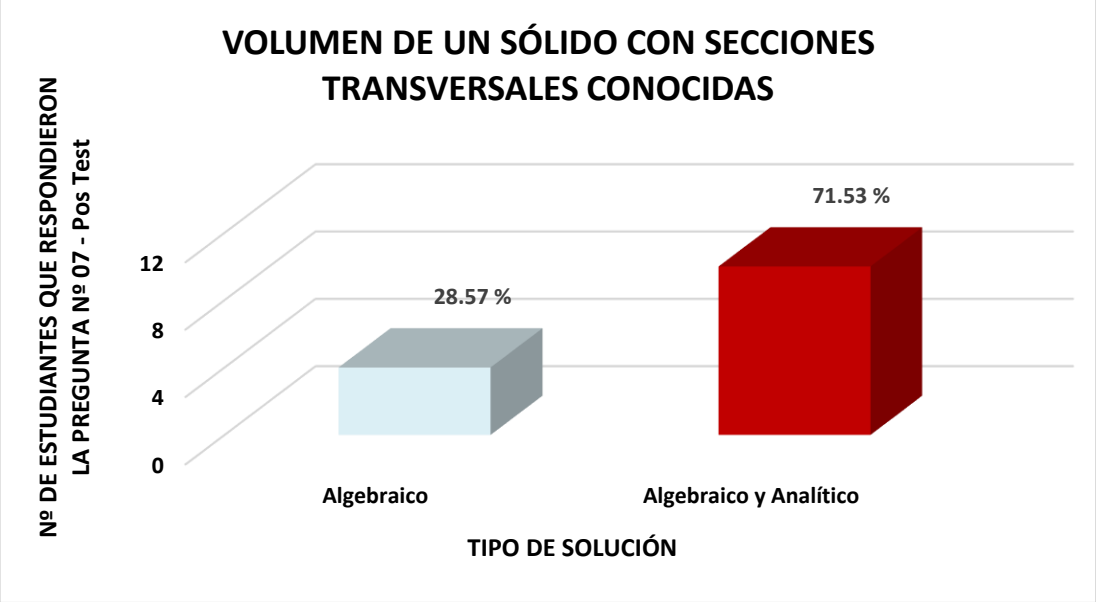
7. Un proyecto de ingeniería contempla la fabricación de un almacén, cuya base es la región limitada las curvas $y = 0$, $x = 0$, $x + y = 1$. Halle el volumen de material que puede ser almacenado, sabiendo que el almacén tiene como secciones transversales semicírculos perpendiculares al eje Y. Graficar.

CUADRO Nº 18

PREGUNTA Nº 07 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	4
Algebraico y Analítico	10

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 18

Análisis: En el cuadro y gráfico se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 07 referida a calcular volumen de un sólido con secciones transversales conocidas, 14 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 46.67 % del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 28.57% la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades de integral definida, ni grafica de funciones) y el 71.53% uso además de la parte algebraica un criterio analítico y geométrico de esta manera pudo transferir la teoría de Integral Definida al cálculo del área de una región plana.

La pregunta Nº 08 del Pos Test fue considerada para evaluar el conocimiento y aplicación de la Integral Definida como el volumen de un sólido de revolución usando el Método del Disco o el Método de las Arandelas.

8. Sea R la región del plano limitada por la gráfica de las siguientes curvas

$\boldsymbol{y = e^x}$; $\boldsymbol{x = 0}$; $\boldsymbol{x = 2}$; $\boldsymbol{y = 0}$

(a) Esboce la gráfica de R.

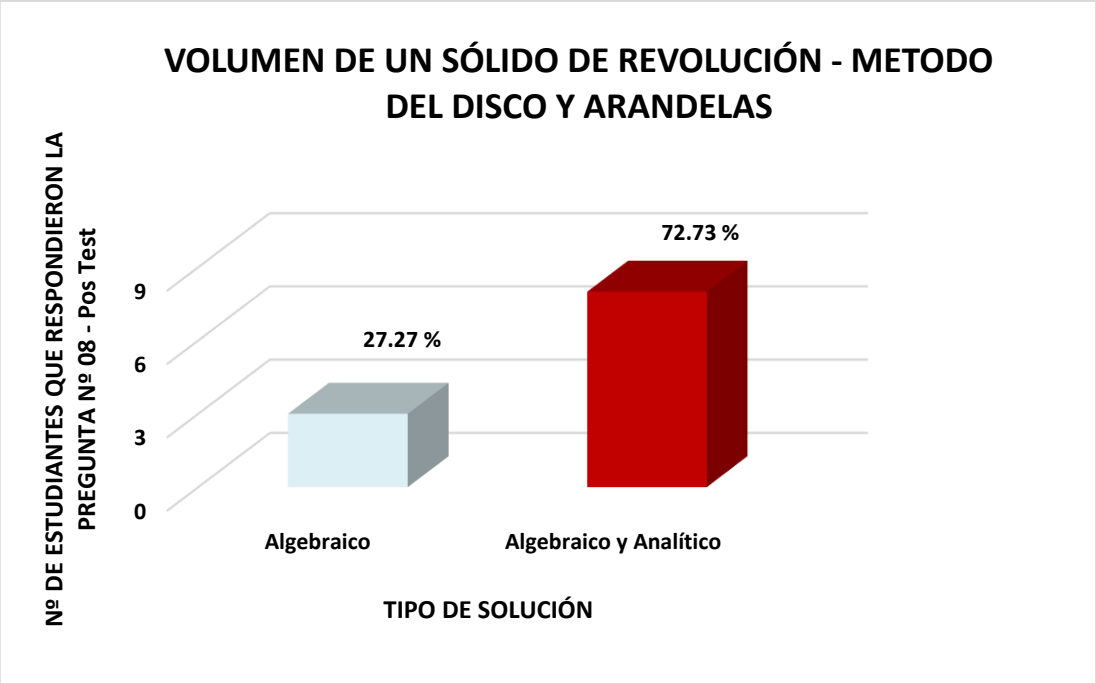
(b) Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar la región descrita R alrededor del eje y.

CUADRO Nº 19

PREGUNTA Nº 08 – Pos Test

TIPO DE DESARROLLLO	Nº DE ESTUDIANTES
Algebraico	3
Algebraico y Analítico	8

Fuente: Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 19

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el Pos Test de Integral Definida, en cuanto al desarrollo de la pregunta Nº 08 referida a calcular volumen de un sólido de revolución, 11 estudiantes resolvieron dicha pregunta que representan el 36.67% del total de estudiantes evaluados, de los cuales el 27.27 % la resolvió de manera algebraica (no uso propiedades de integral definida, ni grafica de funciones) y el 72.73% pudo transferir la teoría de Integral Definida al cálculo de volumen de un sólido de revolución.

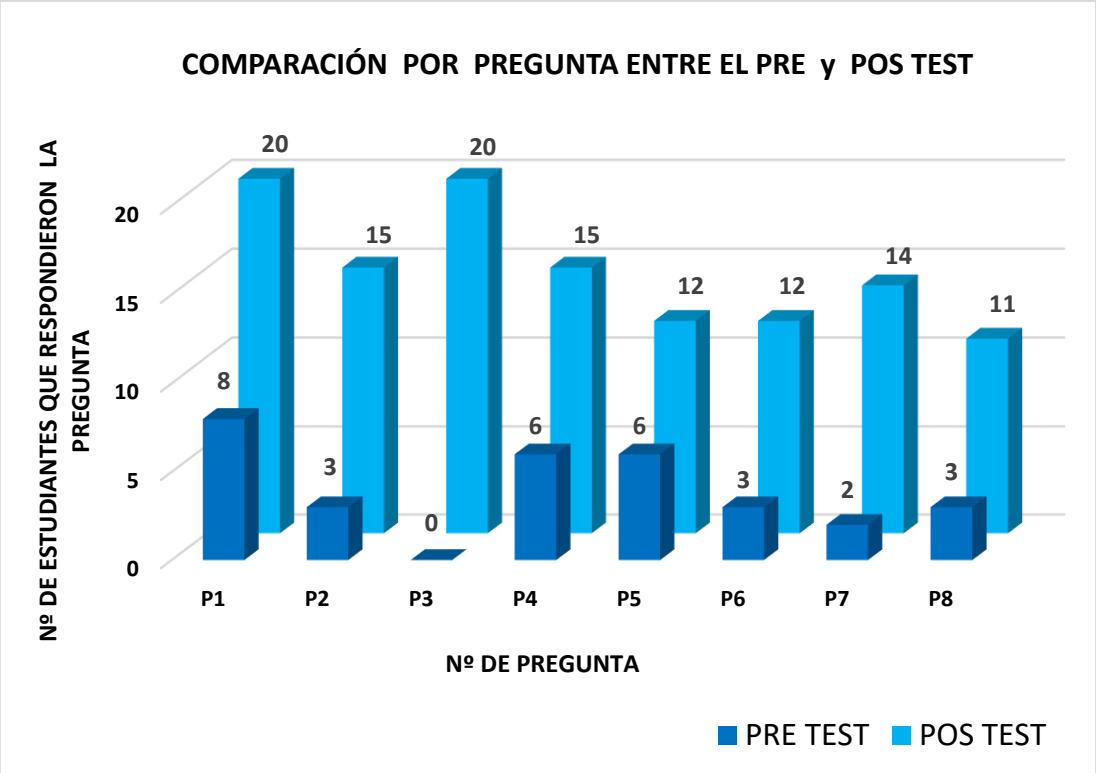
3.4 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PRE TEST Y POS TEST

CUADRO N° 20

RESUMEN POR PREGUNTA DEL PRE TEST Y POS TES

	Nº DE ESTUDIANTES QUE RESPONDIERON LA PREGUNTA	
Nº DE PREGUNTA	**PRE TEST**	**POS TEST**
P1	8	20
P2	3	15
P3	0	20
P4	6	15
P5	6	12
P6	3	12
P7	2	14
P8	3	11

Fuente: Pre y Pos Test



Fuente: Cuadro Nº 20

Análisis: En el cuadro y gráfico anteriores se observa que los estudiantes que participaron en el presente trabajo de investigación alcanzaron una mejora significativa en los resultados del Pos Test de Integral Definida, en comparación con los resultados obtenidos en el Pre Test. En promedio las preguntas del Pos Test fueron contestadas por 11 estudiantes más que en el Pre Test, siendo la mejora más resaltante la solución de la pregunta Nº 03 (P3) del Pre y Pos Test que fue considerada no solo para evaluar el conocimiento y aplicación de la Definición Formal de Integral Definida, sino también el aspecto geométrico de la Integral Definida al ser considerada como el área de una región plana.

3.5 DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados obtenidos en la presente investigación referentes al Pre Test, son el reflejo del gran problema que representa para la gran mayoría de estudiantes de ingeniería: conocer, comprender, analizar, interpretar y aplicar los contenidos puramente matemáticos de los cursos de cálculo, en particular los de Integral Definida, los estudiantes están acostumbrados a desarrollar los problemas de manera algebraica, en mucho de los casos solo les interesa llegar a la respuesta, sin remediar si los procedimientos para llegar a esta son formales. Estos resultados reflejan la existencia del problema manifestado en el presente trabajo de investigación, pues en promedio el porcentaje de los estudiantes que respondieron las preguntas del Pre Test de Integral Definida no alcanza el 12.92% del total de estudiantes, y las preguntas más contestadas fueron aquellas en donde el criterio algebraico (enseñanza tradicional) fue lo que utilizaron los estudiantes para solucionarlas.

Por otro lado los resultados obtenidos en el Pos Test son el reflejo de la eficiencia en la aplicación del Programa de Estrategias Didácticas “REACT” en estudiantes del II

ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo pues en promedio el porcentaje de estudiantes que respondieron las preguntas del Pos Test de Integral Definida fue de 49.56 % del total de estudiantes.

En consecuencia se está en condiciones de afirmar que los objetivos de este estudio han sido logrados satisfactoriamente, por lo que el suscrito queda satisfecho con este aporte a las ciencias de la educación.

3.6 PROPUESTA TEÓRICA

PROPUESTA DE PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDACTICAS "REACT" PARA MEJORAR LA CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INTEGRAL DEFINIDA.

I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. Título de programa: Programa de Estrategias Didácticas "REACT" para mejorar la Contextualización de la Integral Definida en estudiantes del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz gallo de Lambayeque - 2015.

1.2. Lugar de ejecución : Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque

1.3. Escuela Profesional : Ingeniería Agrícola

1.4. Nivel : Superior

1.5. Ciclo de Estudios : II

1.6. Número de estudiantes : 30

1.7. Periodo de ejecución : 01 meses

Inicio : 04 julio 2016

Término : 10 agosto 2016

1.8. Investigador : Darwin Díaz delgado

1.9. Año lectivo : 2016

II. DESCRIPCIÓN

La propuesta que se presenta en este trabajo de investigación es un Programa de Estrategias didácticas para poder mejorar la Contextualización

de la Integral Definida en estudiantes del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque. Esta propuesta tiene sustento en cinco elementos esenciales que son: Relación, Experimentación, Aplicación, Cooperación y Transferencia y esto en vista de la necesidad que tienen los estudiantes universitarios de las carreras de ingeniería, ya que cuando el estudiante recibe las sesiones de aprendizaje referidas a Integral Definida contextualizada como lo establece esta propuesta, de manera natural se motiva; pues el desconocimiento de la utilidad práctica de la Integral Definida que se estudia, es un problema que influye determinantemente en el desempeño, incidiendo principalmente en la motivación hacia el tema de Integral Definida.

Este programa se desarrollará en 8 sesiones de aprendizaje de 120 minutos cada una, las cuales estarán diseñadas para que el estudiante pueda mejorar la contextualización de las Integrales Definidas.

Cada sesión será desarrollada con una actividad y un reforzamiento. Los Estudiantes tendrán una participación activa, creativa y analítica que contribuirá a la solución de los problemas.

III. FUNDAMENTACIÓN

- ✓ **Filosófica**

Universidad como centro superior de estudios esta avocada a la formación de seres humanos, donde no solo se debe trabajar la parte de conocimientos científicos, si no brindar una formación integral, buscando que los estudiantes formen un espíritu crítico, reflexivo, analítico y creativo para

poder enfrentarse al mundo exterior laboral y personal que les pondrá desafíos durante su vida.

- ✓ **Pedagógica**

El enfoque contextual de la enseñanza de las matemáticas reconoce que el aprendizaje es un proceso complejo y multifacético que va más allá de las metodologías prácticas, basadas en la relación estímulo respuesta.

Según la teoría del aprendizaje contextual de las matemáticas, el aprendizaje tiene lugar sólo cuando el estudiante procesa información y conocimiento nuevos de tal manera que les da sentido en su mundo real. Este enfoque de aprendizaje y enseñanza de la matemática supone que la mente busca, de forma natural, el significado de lo que se aprende en un contexto real. En función de eso, la teoría del aprendizaje contextual de las matemáticas enfoca que un ambiente de aprendizaje puede ser un aula, un laboratorio, un lugar de trabajo o un campo abierto. El aprendizaje contextual alienta a los educadores a escoger y/o diseñar ambientes de aprendizaje que incorporen muchas formas diferentes de experiencias sociales, culturales, físicas y psicológicas trabajando en la búsqueda de los resultados de aprendizaje deseados. En estos variados lugares, los estudiantes encuentran relaciones significativas entre ideas abstractas de la matemática y aplicaciones prácticas en el contexto del mundo real y dichos conceptos son internalizados a través del proceso de descubrir, reforzar e interrelacionar.

- ✓ **Psicológica**

Los avances en ciencia cognoscitiva y psicología educativa dejan abierta la posibilidad de hacer dos preguntas muy importantes acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje:

- ✓ ¿Cómo funcionan la mente y el cuerpo humanos en el proceso de aprendizaje?
- ✓ ¿Cómo se puede usar este conocimiento en el ámbito universitario?

Gardner (1983) en su teoría de las inteligencias múltiples, que es un modelo de concepción de la mente, considera que las personas tienen hasta nueve tipos de inteligencia, que son las siguientes: lingüística, lógico matemático, musical, espacial, cinético-corporal, existencial, interpersonal, naturalista e intrapersonal. Gardner basa esta teoría en su observación de una amplia gama de habilidades y potencialidades de adolescentes.

Gardner hace otra observación importante con respecto a las inteligencias múltiples. Señala que todos tenemos algún porcentaje de cada una de las nueve inteligencias, con una combinación específica diferente de porcentajes en cada uno de nosotros. No existen dos personas que tengan exactamente las mismas características intelectuales. Por esta razón, Gardner se opone a la idea de un sistema educativo uniforme que no permita que los estudiantes elijan opciones acerca de qué aprender e incluso, lo que es más importante, cómo aprender.

La teoría de Gardner acerca de que los individuos tienen inteligencias múltiples ayuda a responder la segunda pregunta de la ciencia cognoscitiva, es decir, ¿se podría usar en ambientes educativos y con finalidades educativas la manera en que la mente y el cuerpo aprenden?

Kolb, al igual que Gardner, indica que la mayoría de los estudiantes no encajan exactamente dentro de una categoría o de otra. Casi todos los estudiantes pueden aprender y beneficiarse de las cuatro alternativas (pensando, sintiendo, actuando y viendo - escuchando). Ningún tipo de

aprendizaje es superior al otro, todos contribuyen a aprender. No obstante, la mayoría de los estudiantes mostrarán una preferencia por uno o dos tipos particulares de aprendizaje y esta preferencia indicarán el estilo de aprendizaje propio de ese estudiante.

El aprendizaje contextual de la matemática enfatiza el uso de este modelo de aprendizaje para lograr "llegar" a todos los estudiantes. Sin embargo, los estudios del Kolb, indican que la mayoría de los estudiantes tiene una tendencia a aprender de una manera concreta (con énfasis en sentir y actuar), mientras que el sistema educativo universitario tiende a enseñar la matemática de una manera abstracta (con énfasis en pensar y ver-escuchar).

Los estudios del Kolb determinaron que la mayoría de los estudiantes, son estudiantes activos, que aprenden mejor a través de la comunicación interpersonal, en equipos de trabajo, compartiendo problemas y soluciones, mediante el apoyo mutuo y procesos de reforzamiento positivo.

- ✓ **Curricular**

Todos los programas curriculares de estudio del Departamento de Educación se fundamentan en su misión y en las metas que procuran alcanzar a través del estudio de sus asignaturas. La misión y las metas de cada programa se fundamentan en los valores y necesidades educativas del estudiante, enmarcadas, a su vez, en las necesidades de la sociedad. Estas metas se operacionalizan en la sala de clases a través del currículo de cada programa: los contenidos específicos que se expresan a través de los objetivos establecidos por el programa. La selección y la organización del contenido responder a enfoques y concepciones asumidos por el programa, y se reflejan en los métodos de enseñanza y en los modos de evaluar el aprendizaje.

El desarrollo de una educación de excelencia depende, tanto de los docentes que están en servicio como de los futuros docentes que se están formando en las universidades.

Es importante que estos programas estén, de alguna manera, en armonía con el perfil del profesional que requiere la escuela profesional, en términos de contenido, destrezas de enseñanza y, además, valores y actitudes propios de la profesión, por tal razón el presente trabajo de investigación está orientado con el diseño de la malla curricular que presenta la Escuela de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque dirigido a los estudiantes del II ciclo del curso de Calculo Diferencial e Integral para mejorar la Contextualización de la Integral Definida.

IV. OBJETIVOS

4.1 Generales

- Implementar un Programa de Estrategias Didácticas "REACT" basado en la propuesta teórica de Ortigoza sobre la enseñanza contextualizada a fin de mejorar la contextualización de la Integral Definida en los estudiantes.

4.2 Específicos

- Desarrollar y explicar en las sesiones de clase el tema de Integral Definida.
- Mejorar el dominio de los conceptos básicos y acumulación formal de ellos.
- Incrementar la capacidad de aplicación de los contenidos puramente matemáticos referidos a Integral Definida para la resolución de problemas vinculados con su especialidad

- Desarrollar el criterio analítico, crítico, geométrico y aplicativo de la Integral Definida en los estudiantes.

V. METODOLOGÍA

- Metodología participativa, en donde el docente y los estudiantes interactúan permanentemente en forma asertiva.
- Fomento de un aprendizaje continuo sistemático y vivencial que posibilite y oriente la discusión hacia niveles de reflexión y de juicios crítico más elaborados.
- Desarrollo de sesiones, talleres y dinámicas para la mejora de las relaciones interpersonales.
- Establecer relaciones entre las conclusiones de la sesión y el conocimiento matemático al que se pretende llegar, introduciendo las reglas y el lenguaje específico, y entre los conocimientos ya conocidos y los nuevos, es una tarea que está siempre a cargo del docente y que resulta imprescindible para que los estudiantes identifiquen qué han aprendido.

VI. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

№	DENOMINACIÓN DE LA SESIÓN	FECHA
01	Conociendo el Programa de Estrategias REACT.	04 julio
02	Introducción al Tema (Antiderivadas)	06 de julio
03	Definición Formal de Integral Definida	11 de julio
04	Propiedades de la Integral Definida	13 de julio
05	Teoremas Fundamentales del Cálculo Integral	18 de julio
06	Cálculo de Áreas de Regiones Planas	20 de julio
07	Cálculo de volumen: Método de Secciones Transversales, Disco y Arandelas.	27 de julio
08	Seminario sobre Volumen.	10 de agosto

VII. MEDIOS Y MATERIALES EDUCATIVOS.

Humanos:

- Docente responsable
- Estudiantes del II ciclo de la carrera de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo.

Económicos:

- Dossier
- Material de oficina
- Papel bond.

Materiales:

- Fichas didácticas.
- Plumones
- Resaltadores
- Lápices

VIII. EVALUACÓN

En estas sesiones de clase se aplicará la evaluación del aprendizaje en sus dos momentos: Evaluación inicial o diagnóstica (Pre Test), y se aplicará una evaluación final o de salida (Pos Test), para determinar la eficiencia de las estrategias ejecutadas y de esta manera, corroborar los resultados del trabajo de investigación.

Dimensión	Indicadores	Índice	Instrumentos
Aspecto Algebraico	• Domina los procedimientos para calcular antiderivadas. • Domina procedimientos como factorización, división de polinomios, fracciones parciales • Domina el cálculo de derivadas dentro del procedimiento de integración.	SI NO	Cuestionario Pre Test Talleres Grupales Pos Test
Aspecto Analítico y Geométrico	• Domina los conceptos básicos de Integral Definida y la acumulación formal de ellos. • Comprende el significado, de dónde salen, y para qué le sirve los conceptos, teoremas y fórmulas de la integral Definida. • Desarrolla habilidades para el análisis y resolución de problemas usando Integral Definida. • Aplica los contenidos puramente matemáticos de la Integral Definida para la resolución de problemas de hallar área de regiones planas y volumen de sólidos.		
Aspecto Actitudinal	• Respeta la participación de sus compañeros. • Fomenta el orden y la disciplina en el trabajo. • Asume con responsabilidad la tarea encomendada. • Utiliza adecuadamente el tiempo al realizar las tareas. • Muestra preocupación por lograr el objetivo propuesto.		

IX. PRESUPUESTO

MEDIOS	PRECIO	HORA	PRECIO TOTAL
Cañón multimedia	20	4	80
Laptop	20	4	80
MATERIALES			
Plumones	10		
Papelotes	10		
Cartulinas	15		
Papel bond	15		
TOTAL			210

SESIÓN 1: Conociendo el Programa de Estrategias REACT

<table>
<tr><td colspan="2">Contenidos</td><td colspan="2">• Introducción al Programa de Estrategias REACT.
• Detallar las cinco estrategias: Relación, Experimentación, Aplicación, Cooperación y Transferencia</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos</td><td colspan="2">• Entender cada una de las estrategias del Programa REACT.
• Buscar situaciones en el entorno que puedan ser un ejemplo de cada estrategia.
• Cada estudiante identifique que estrategia es la más adecuada para cada situación.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td>60</td><td>El docente realiza la presentación del Programa de Estrategias REACT, mostrando un ejemplo de la aplicación de cada una de las cinco Estrategias.</td></tr>
<tr><td>60</td><td>El docente propiciara un debate sobre lo expuesto y pedirá que los estudiantes identifique alguna situación real donde se pueda aplicar las estrategias antes detalladas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Generales</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Apuntes de clase, separatas</td></tr>
</table>

SESIÓN 2: Introducción al Tema (Antiderivadas)

<table>
<tr><td colspan="2">Contenidos</td><td colspan="3">• Técnicas elementales para el cálculo de primitivas (antiderivadas).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos</td><td colspan="3">• Entender la integral como operación inversa de la derivada encontrando antiderivadas en sus diferentes formas.
• Reconocer a primera vista el tipo de integral que se nos presenta (cambio de variable, por partes, racional, trigonométrica, inmediata,…).
• Calcular integrales indefinidas desarrollando los distintos métodos de integración.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización</td><td>80</td><td colspan="2">Se reparte la prueba inicial (Pre Test), con la cual se determinará el nivel de los estudiantes respecto a la Contextualización de la Integral Definida.</td></tr>
<tr><td>40</td><td colspan="2">El docente hará un repaso de antiderivadas, detallando los diferentes métodos de integración.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Generales</td><td colspan="2">Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td colspan="2">Pre Test</td></tr>
</table>

SESIÓN 3: Definición Formal de Integral Definida

<table>
<tr><td>Contenidos</td><td colspan="3">• Técnicas elementales para el cálculo de Primitivas
• Definición Formal de Integral Definida.</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td colspan="3">• Entender la integral como operación inversa de la derivada encontrando antiderivadas en sus diferentes formas.
• Conocer y comprender la Definición Formal de Integral Definida.
• Deducción geométrica de la definición de Integral Definida.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td>70</td><td>El docente comenta los resultados del Pre Test de una manera general. Y hace especial hincapié en los puntos en los que los estudiantes han tenido más dificultades.
Se desarrollara un seminario de antiderivadas de manera grupal aplicando la Estrategia de Cooperación.</td></tr>
<tr><td>50</td><td>El docente deducirá la definición formal de Integral Definida, usando para ello el contexto de calcular el área de una región plana, y luego propondrá a los estudiantes que planteen situaciones reales que podrían ser usadas para deducir la misma definición, usando para ello la Estrategia de Relación.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Generales</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Estadística de resultados del Pre Test.
Seminario de antiderivadas.</td></tr>
</table>

SESIÓN 4: Propiedades de la Integral Definida

<table>
<tr><td>Contenidos</td><td colspan="3">• Técnicas elementales para el cálculo Integrales Definidas.
• Propiedades de la Integral Definida.</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td colspan="3">• Calcular Integrales Definidas desarrollando los distintos métodos de integración.
• Entender y aplicar las propiedades de las Integrales Definidas desde el punto de vista algebraico y analítico.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td>50</td><td>El docente hace un repaso de la teoría vista en la sesión anterior donde plantea varios ejercicios y pregunta al azar.
Se plantearan ejercicios en sentido inverso a la sesión anterior, los cuales serán resueltos por los estudiantes utilizando la Estrategia de Transferencia.</td></tr>
<tr><td>70</td><td>Se desarrollará de manera grupal un seminario de cálculo de Integrales Definidas aplicando la Estrategia de Cooperación, con el fin de utilizar las propiedades de Integral Definida ya que es un tema nuevo que no se había visto antes a lo largo de la enseñanza secundaria y es muy importante hacer muchos ejercicios para coger soltura.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Generales</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Seminario de cálculo de Integral Definida.</td></tr>
</table>

SESIÓN 5: Teoremas Fundamentales del Cálculo Integral

<table>
<tr><td>Contenidos</td><td colspan="4">

- Técnicas elementales para el cálculo Integrales Definidas.
- Teoremas Fundamentales del Cálculo Integral.

</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td colspan="4">

- Conocer y entender los Teoremas Fundamentales del Cálculo Integral y aplicarlos en problemas de optimización de funciones definidas como una integrar definida.
- Entender y aplicar las propiedades de las Integrales Definidas desde el punto de vista algebraico y analítico.

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td>50</td><td colspan="2">El docente hace un repaso de la teoría vista en la sesión anterior donde plantea varios ejercicios y pregunta al azar.</td></tr>
<tr><td>70</td><td colspan="2">El docente junto a los estudiantes descubrirán usando la Estrategia de Experimentación una forma más sencilla para calcular una Integral Definida que calculando el límite de una suma como se vio en la sesión anterior. Esta “manera más sencilla” se logra por medio de los Teoremas Fundamentales del Cálculo Integral</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="3">Generales</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="3">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Seminario</td></tr>
</table>

SESIÓN 6: Área de Regiones Planas

<table>
<tr><td>Contenidos</td><td colspan="3">

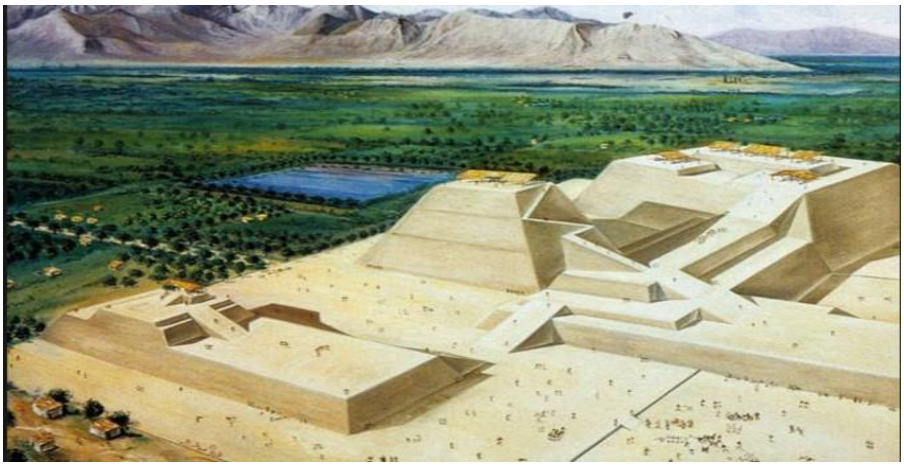
- Área total de una región acotada por la gráfica de una función f y el eje X sobre un intervalo $[a, b]$.
- Área de la región acotada por la gráfica de varias funciones.

</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td colspan="3">

- Encontrar el área A de una región acotada por el eje X y la gráfica de una función no negativa continua $y = f(x)$ definida sobre un intervalo $[a, b]$.
- Entender y aplicar las propiedades de las Integrales Definidas desde el punto de vista algebraico y analítico para calcular el área de una región plana.

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td>50</td><td>El docente hace un repaso de la teoría vista en la sesión anterior donde plantea varios ejercicios y pregunta al azar.</td></tr>
<tr><td>70</td><td>Usando la Estrategia de Transferencia el docente junto a los estudiantes pasaran de la parte teórica de Integral definida a un nuevo contexto o situación que es hallar el área de una región plana que se encuentra delimitada por las Lineas de Nazca usando la teoría aprendida en la sesión anterior.
Características de las Líneas de Nazca
  </td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Generales</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Seminario</td></tr>
</table>

SESIÓN 7: Cálculo de volumen: Método de Secciones Transversales, Disco y Arandelas

<table>
<tr><td colspan="2">Contenidos</td><td colspan="2">• Volúmenes de sólidos – secciones transversales.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos</td><td colspan="2">• Demostrar cómo es posible usar la Integral Definida para calcular volúmenes de cierto tipo de sólidos, específicamente sólidos con secciones transversales conocidas.
• Entender y aplicar las propiedades de las Integrales Definidas desde el punto de vista algebraico y analítico para calcular volúmenes de sólidos.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td rowspan="2">40
80</td><td>El docente hace un repaso de la teoría vista en la sesión anterior donde plantea varios ejercicios y pregunta al azar.</td></tr>
<tr><td>Usando la Estrategia de Aplicación el docente junto a los estudiantes aplicarán los conceptos e información obtenida sobre Integral Definida para hallar el volumen de solidos que pueden presentarse dentro del contexto regional como las Pirámides de Túcume, conformada por pirámides truncas.
 
Y usaremos el método de secciones transversales para calcular su volumen.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">T</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Seminario</td></tr>
</table>

SESIÓN 8: Pos Test

<table>
<tr><td colspan="2">Contenidos</td><td colspan="2">• Volúmenes de sólidos – Método del Disco y Arandelas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos</td><td colspan="2">• Demostrar cómo es posible mejorar la contextualización de La Integral Definida, en estudiantes del ii ciclo de Ingeniería Agrícola de la UNPRG, luego de aplicar el programa de Estrategias “REACT”.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Metodología</td><td rowspan="2">Temporización (min)</td><td>40</td><td>El docente hace un repaso de la teoría vista en la sesión anterior donde plantea varios ejercicios y pregunta al azar.</td></tr>
<tr><td>80</td><td>Se reparte el seminario sobre volumen, con el cual los estudiantes ponen a prueba lo referente a la Contextualización de la Integral Definida para el cálculo de volumen de solidos de revolución. En el contexto local se aproximará el volumen de agua que puede almacenar el tanque de agua de la UNPRG
 
Usando el método de las seccionas transversales.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Recursos</td><td colspan="2">Generales</td><td>Específicos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Pizarra, plumón, libros, separatas</td><td>Seminario
Pos Test</td></tr>
</table>

CONCLUSIONES

(a) Los estudiantes del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, presentaron deficiencias en la contextualización de la Integral Definita, como lo muestra los resultados del Pre Test.

(b) La aplicación del Programa de Estrategias “REACT” mejoró significativamente la contextualización de la Integral Definida en los estudiantes del II ciclo de Ingeniería Agrícola de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, como lo muestra los resultados del Pos Test, en donde los estudiantes además de reforzar la parte algebraica desarrollaron el criterio analítico y geométrico referente a Integral Definida.

(c) La aplicación del Programa de Estrategias “REACT” mejoró en los estudiantes el dominio de los conceptos básicos sobre Integral Definida y la acumulación formal de ellos, Incrementó la capacidad de aplicación de los contenidos puramente matemáticos referidos a Integral Definida en la resolución de problemas vinculados con su especialidad.

RECOMENDACIONES

(a) Aplicar el Programa de Estrategias “REACT”, en los cursos de Calculo Integral que se imparten en la UNPRG y en otras Instituciones de Educación Superior con la finalidad de mejorar la Contextualización de la Integral Definida.

(b) Mejorar el mobiliario en el pabellón de aulas de la UNPRG, pues las carpetas fijas al suelo impiden tener un ambiente cómodo para poder desarrollar la Estrategia de Cooperación, como lo evidencian las imágenes incluidas en el anexo.

(c) Que las autoridades a través de Vicerrectorado Académico promuevan la capacitación de los docentes de matemática en estrategias “REACT”, pues una herramienta poderosa como las estrategias “REACT” es eficiente sólo en manos de quienes la pueden usar adecuadamente.

(d) Diseñar un módulo de Calculo Integral basado en la enseñanza contextualizada de la matemática, que sirva como guía para los estudiantes de todas las carreras de Ingeniería de la UNPRG.

BIBLIOGRAFÍA

ACOSTA, R. (2010). *Fundamentos para la organización del cálculo integral en un tema único, focalizado en la integral definida*.

APÓSTOL, T. M. (1991)*, Cálculo con Funciones de una Variable, con una Introducción al Álgebra Lineal.* (Vol.1). (2ª ed.). Barcelona: Reverté.

ARTIGUE, M. (1995). *La enseñanza de los principios del cálculo*: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamericano.

CAJORI, Florian (1929). *A History Of Mathematical Notations*, Vol. II, Open Court Publishing, pp. 247–252

CAMARENA G. Patricia (1995). La enseñanza de las matemáticas en el contexto de la ingeniería. XXVIII Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana, México.

CORD Communications, Inc.*Enseñanza Contextual de Matemática. Waco, Texas. Estados Unidos.*

DENNIS G. Zill y Warren S. Wright*. Matemática 2: Cálculo Integral*. México: McGraw Hill.

DREYFUS, T. (1990). Pensamiento Matemático Avanzado. En matemáticas y cognición: una síntesis de la investigación por el grupo internacional para la psicología de Educación Matemática, 113-134. Prensa de la Universidad de Cambridge.

ESCALONA, M. (2011). El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Universidad de Holguín, Cuba.

LARSON, R., Hostetler, R. P. y Edwars, B. H. (2002). *Cálculo I.* (7ª ed.). Madrid: Pirámide.

LEITHOLD, L. (1982). *El Cálculo con Geometría Analítica*. México: Harla.

MAYNARD, KONG. (1990): Cálculo Integral. Perú: Fondo Editorial Pontificia Universidad Católica.

MARTINEZ RUEDA, A.J. (2009). El miedo a las matemáticas. Innovación y Experiencias Educativas.

ORTIGOZA, C. (2006). *Currículum: Diseño, Desarrollo y Evaluación en la Educación Superior.* Material soporte magnético biblioteca Benito Juárez. Universidad de Holguín.

PISKUNOV, N. (1983): Cálculo Diferencial e Integral. Moscú: Editorial Mir.

PROYECTO EDUCATIVO REGIONAL DE LAMBAYEQUE AL 2021 (2006) Documento de trabajo para consultas.

STEWART, J. (1998). *Cálculo de una Variable, Transcendentes Tempranas*. (3ª ed.). México: Thomson.

STEWART, J. (1999). *Cálculo Conceptos y Contextos*. México: Thomson.

TOM M. Apostol. Análisis matemático, segunda edición. Editorial Reverté, 1981

TURÉGANO, P. (1996a). *Área e integral. Investigación histórica acerca de la transmisión de los conceptos de área e integral. Albacete*: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha

TURÉGANO, P. (1998). *Del área a la integral*. Un estudio en un contexto educativo. Enseñanza de las Ciencias, 16 (2): 233-249.

LINKOGRAFÍA

Estatuto UNPRG. Disponible en URL: http://www.unprg.edu.pe/univ/portal/documentos [consulta 23 de enero de 2016]

Misión y Visión: Facultad de Ingeniería Agrícola de la UNPRG. Disponible en URL: http://www2.unprg.edu.pe/facultad/index.php?fac=8&id=43 [consulta 26 de enero de 2016]

Historia de la Integración. Disponible en la URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Integraci%C3%B3n#Historia [consulta 05 de febrero de 2016]

Reseña Histórica de Lambayeque. Disponible en URL: http://www.lambayeque.net/historia/ [consulta 10 de febrero de 2016]

ANEXOS

INFORME PERSONAL SOBRE SABERES PREVIOS

Completa el formulario. Para hacerlo, indica en la columna correspondiente:

El grado de conocimiento o de comprensión que tienes del tema:

1= No recuerdo.

2 = Tengo un conocimiento parcial

3 = Lo conozco, pero lo comprendo parcialmente

4 = Tengo un buen conocimiento y una buena comprensión

5 = Lo puedo explicar a un compañero o compañera

Enunciados	1	2	3	4	5
Definición de función					
Dominio de una función					
Rango de una función					
Gráfica de función lineal					
Gráfica de una función cuadrática					
Grafica de función valor absoluto					
Grafica de parábolas, circunferencias, elipses, hipérbolas					
Definición de límite de una función					
Cálculo de límite de funciones					
Definición de derivada de una función					
Cálculo de derivadas					

Pre Test de Integral Definida

Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Ingeniería Agrícola

Ciclo Académico 2016 – I

1.- ***Usando definición de Integral Definida, calcular la siguiente integral:***

$$\int_{-1}^{1}(x^2+x)dx$$

2. ***Expresar el siguiente limite como una Integral Definida sobre el intervalo dado*:**

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(2i+n)^2}, sobre\ [0,1]$$

3. ***Dibuje la región del plano cuya área A está dada por la formula***

$$A=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{4-\frac{4i^2}{n^2}}$$

4. ***Evaluar la siguiente Integral***

$$\int_{-1}^{2}\frac{|e^x-1|+2}{e^x+1}\,dx$$

5. ***Pruebe que la función $f(x)$, tiene un valor máximo relativo***

$$f(x)=\int_{0}^{2x-x^2}e^{t^2}\,dt\,, 0\le x\le 2$$

6. Halle el área de la región limitada por las siguientes curvas $y=x^2$; $y=2x^2$; $y=1-x^2$

7. Un sólido tiene por base a la región plana limitada por la gráfica de la curva $\alpha: y^2=x$ y la recta $x=4$. Halle el volumen del sólido sabiendo que sus secciones transversales perpendiculares al eje x son cuadrados cuyos extremos de uno de sus lados pertenecen a la curca α.

8. Sea R la región del plano limitada por la gráfica de las siguientes curvas $y=e^x$; $y=e^{2x}$; $x=-1$; $x=1$

(a) Esboce la gráfica de R.

(b) Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar la región descrita R alrededor de la recta $y=-1$

Pos Test de Integral Definida

Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo

Ingeniería Agrícola

Ciclo Académico 2016 – I

1. Usando definición de Integral Definida, calcular la siguiente Integral:

$$\int_{-2}^{2}(x^2+2)dx$$

2. Exprese el siguiente límite como una Integral Definida sobre el intervalo $[\,2,5\,]$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{3}{n}\sqrt{ln(n+3i)-ln(n)+1}$$

3. Dibuje la región del plano cuya área A ***está dada por la fórmula:***

$$A=\lim_{n\to\infty}\frac{3}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{1+\frac{3i}{n}}$$

4. Calcular la siguiente integral

$$\int_{-2}^{2}(x\,sen^4x+x^3-\frac{x^4}{x^2+1})\;dx$$

5. ***Pruebe que la función*** $f(x)$***, tiene un valor máximo relativo***

$$f(x)=\int_{0}^{2x-x^2}e^{t^2}\,dt\,,0\le x\le 2$$

6. Un Ingeniero Agrícola utiliza un tractor para delimitar un terreno del siguiente modo: Primero se dirige hacia el sur una distancia de 3 km, luego en dirección sur-este $2\sqrt{2}$ ***km, posteriormente va hacia el norte una distancia de 3 km y finalmente recorre una curva cóncava hacia abajo que representa la cuarta parte una circunferencia, mediante la cual llega al punto de partida. Plantear usando integrales como calcular el área del terreno.***

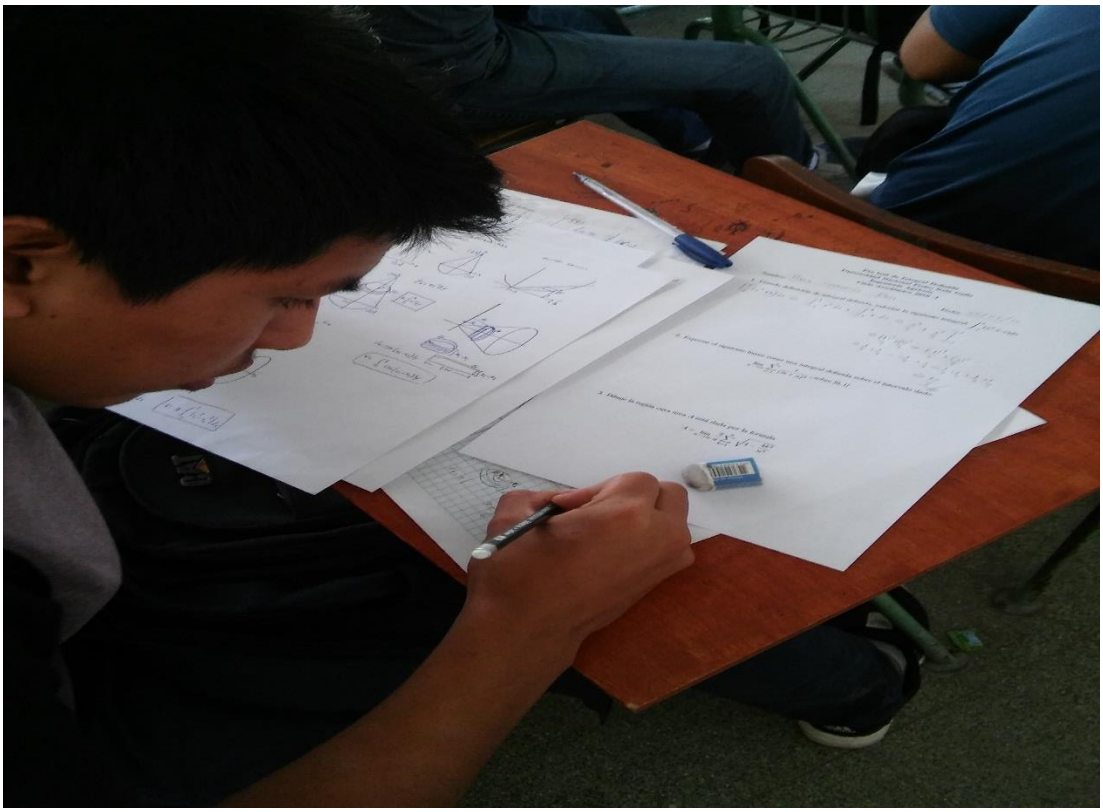
7. Un proyecto de ingeniería contempla la fabricación de un almacén, cuya base es la región limitada las curvas $y=0\,,x=0\,,\;x+y=1$***. Halle el volumen de material que puede ser almacenado, sabiendo que el almacén tiene como secciones transversales semicírculos perpendiculares al eje Y. Graficar.***

8. Sea R ***la región del plano limitada por la gráfica de las siguientes curvas*** $y=e^x\;;\;x=0\;;\;x=2\;;\;y=0$

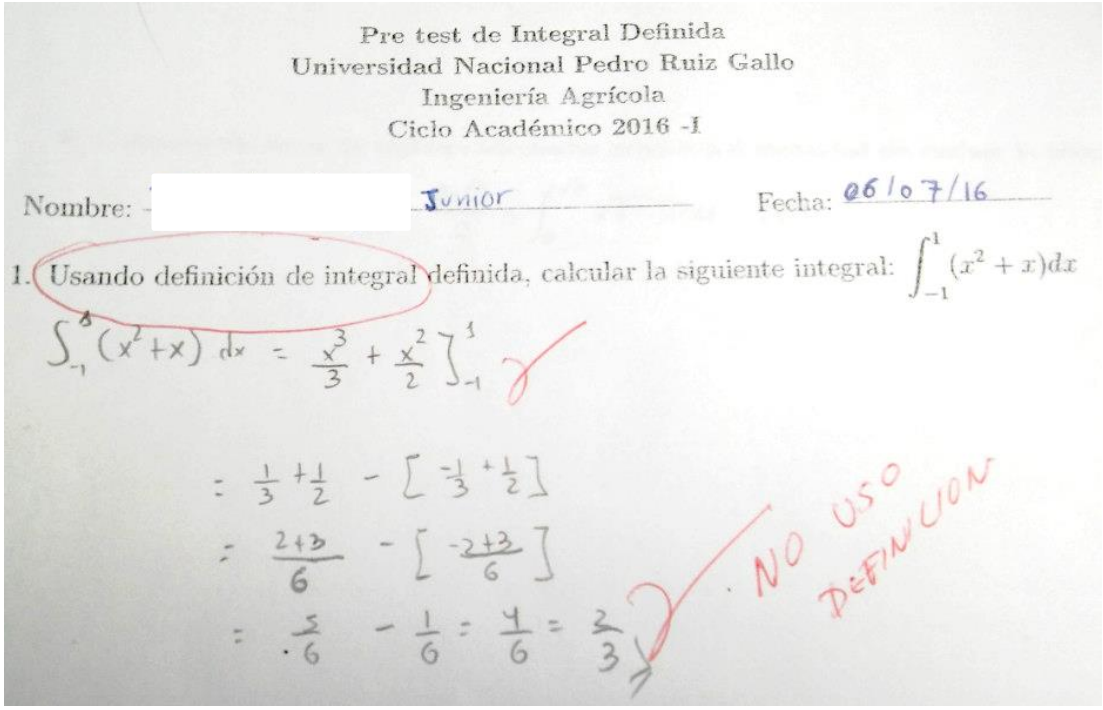
(a) Esboce la gráfica de R.

(b) Calcule el volumen del sólido que se genera al rotar la región descrita R ***alrededor del eje*** y***.***

Estudiantes de Ingeniería Agrícola rindiendo la evaluación Pre Test sobre Contextualizacion de la Integral Definida.



Estudiantes de Ingeniería Agrícola realizando un trabajo grupal sobre contextualización de Integral Definida usando áreas de regiones planas y volumen de sólidos con secciones transversales conocidas, para lo cual usaron la estrategia de cooperación.



Pre test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 -I

Nombre: [redacted] Junior Fecha: 06/07/16

1. Usando definición de integral definida, calcular la siguiente integral: $\int_{-1}^{1}(x^2+x)dx$

$$\int_{-1}^{1}(x^2+x)\,dx = \frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\Big]_{-1}^{1}$$

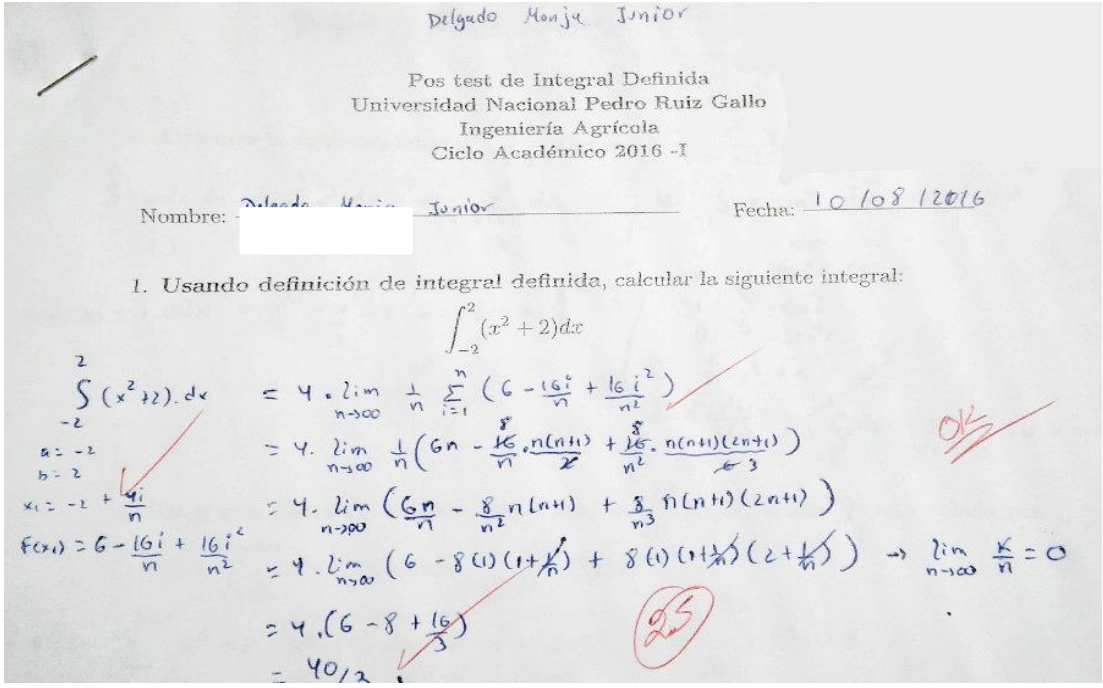
$$= \frac{1}{3}+\frac{1}{2} - \left[\frac{-1}{3}+\frac{1}{2}\right]$$

$$= \frac{2+3}{6} - \left[\frac{-2+3}{6}\right]$$

$$= \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

NO USO DEFINICION

En las imágenes se muestra la pregunta Nº 01 del Pre y Pos Test del mismo estudiantes, en donde se observa que en el Pre Test desarrollo la pregunta de manera algebraica y no uso la definición formal de Integral Definida, y en el Pos Test se puede evidenciar la aplicación correcta de la definición de Integral Definida



Delgado Monja Junior

Pos test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 -I

Nombre: [redacted] Junior Fecha: 10/08/2016

1. Usando definición de integral definida, calcular la siguiente integral:

$$\int_{-2}^{2}(x^2+2)dx$$

$$\int_{-2}^{2}(x^2+2).dx = 4\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(6-\frac{16i}{n}+\frac{16i^2}{n^2}\right)$$

$a=-2$
$b=2$
$x_i=-2+\frac{4i}{n}$
$f(x_i)=6-\frac{16i}{n}+\frac{16i^2}{n^2}$

$$= 4\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(6n-\frac{16}{n}\cdot\frac{n(n+1)}{2}+\frac{16}{n^2}\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{3}\right)$$

$$= 4\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{6n}{n}-\frac{8}{n^2}n(n+1)+\frac{8}{n^3}n(n+1)(2n+1)\right)$$

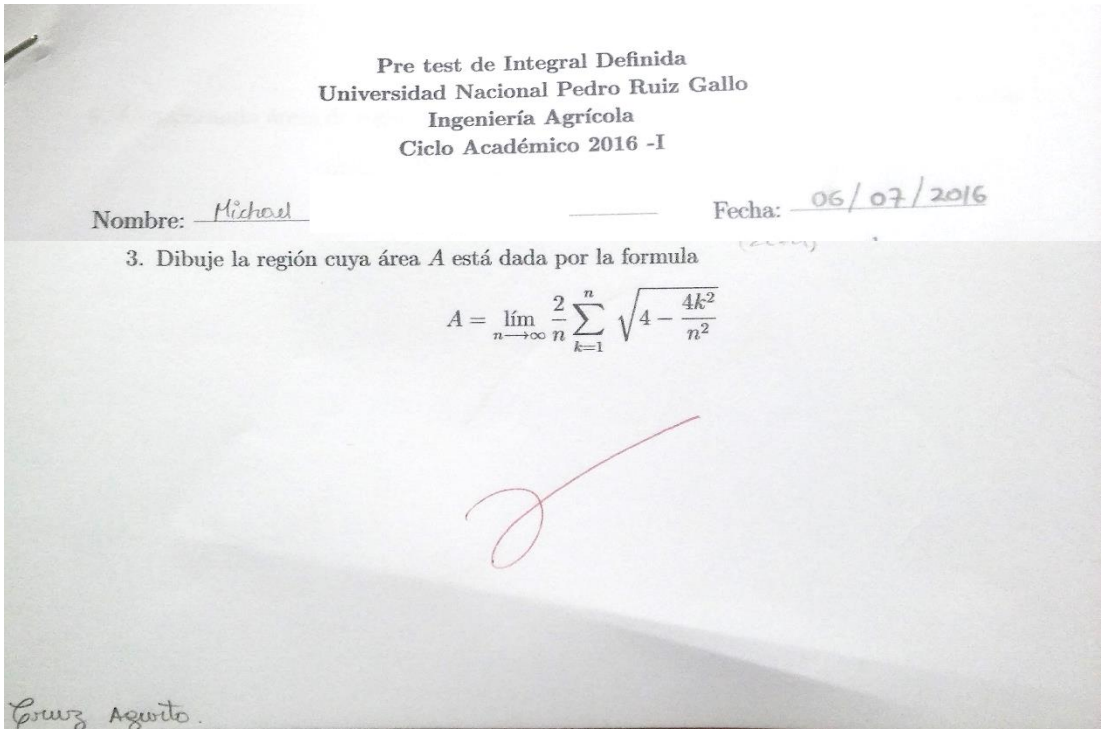
$$= 4\cdot\lim_{n\to\infty}\left(6-8(1)(1+\tfrac{1}{n})+8(1)(1+\tfrac{1}{n})(2+\tfrac{1}{n})\right) \to \lim_{n\to\infty}\frac{k}{n}=0$$

$$= 4\cdot\left(6-8+\frac{16}{3}\right)$$

$$= 40/3$$

OK

2.5



Pre test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 -I

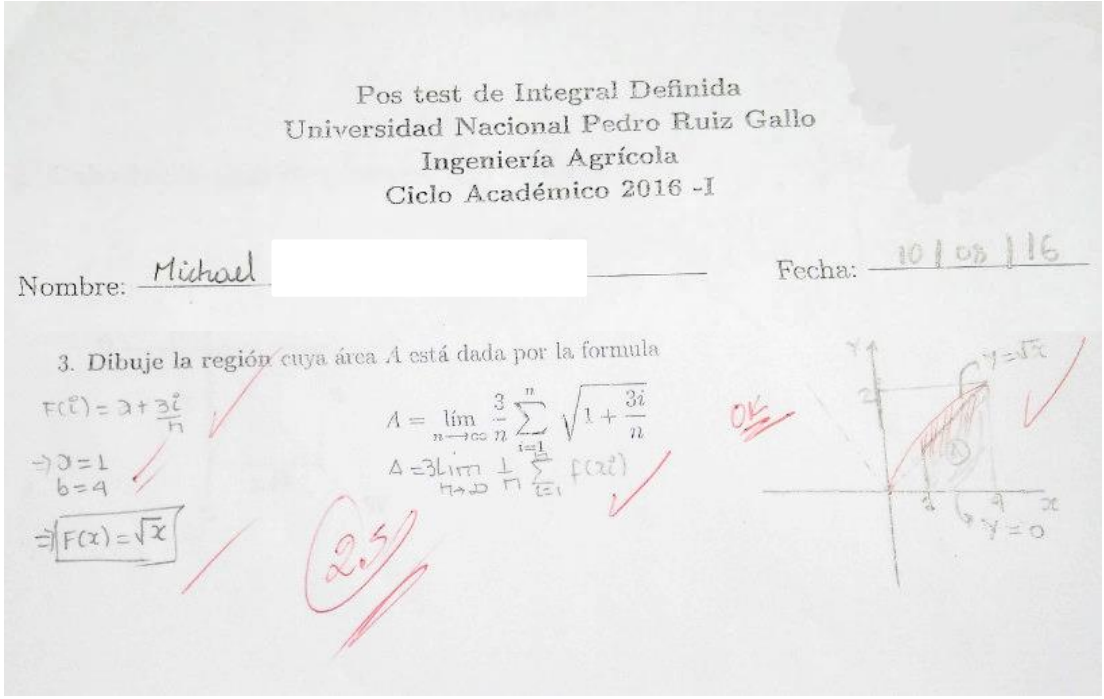
Nombre: Michael Fecha: 06/07/2016

3. Dibuje la región cuya área A está dada por la formula

$$A = \lim_{n \to \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n} \sqrt{4 - \frac{4k^2}{n^2}}$$

Cruz Agurto.

En las imágenes se muestra la pregunta Nº 03 del Pre y Pos Test del mismo estudiantes, en donde se observa que en el Pre Test no pudo desarrollar la pregunta, y en el Pos Test se evidencia la aplicación correcta de la definición de Integral Definida interpretada como el área de una región plana.



Pos test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 -I

Nombre: Michael Fecha: 10/08/16

3. Dibuje la región cuya área A está dada por la formula

$$A = \lim_{n \to \infty} \frac{3}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{1 + \frac{3i}{n}}$$

$F(i) = a + \frac{3i}{n}$

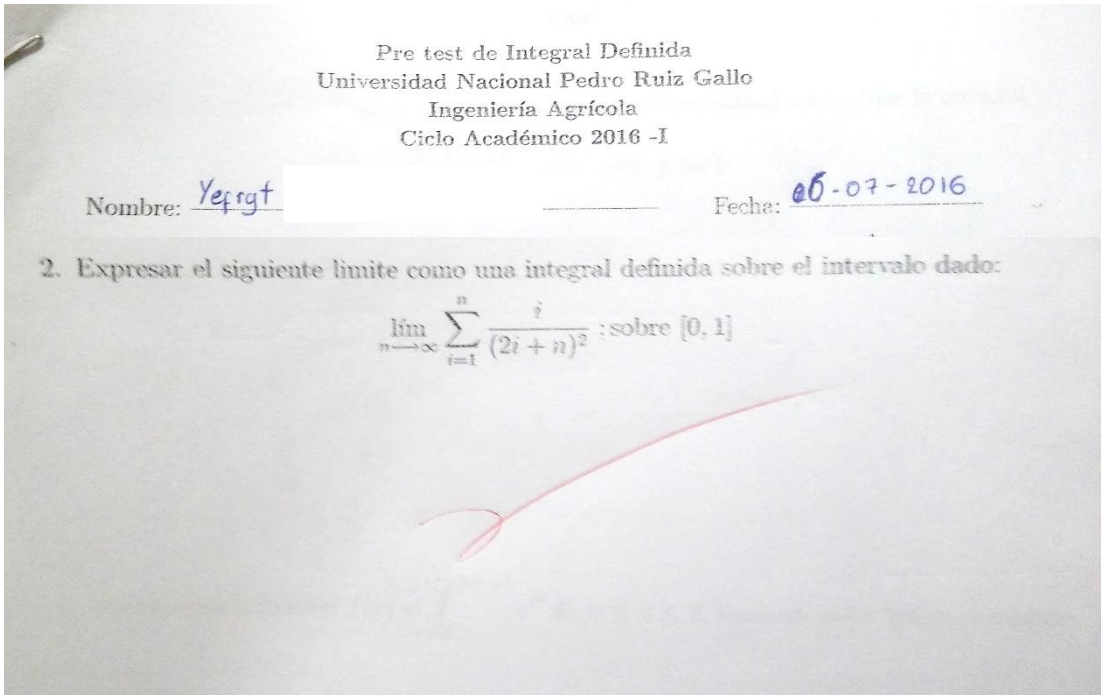
$\Rightarrow a = 1$
$b = 4$

$\Rightarrow \boxed{F(x) = \sqrt{x}}$

$A = 3 \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} f(xi)$

OK

2.5



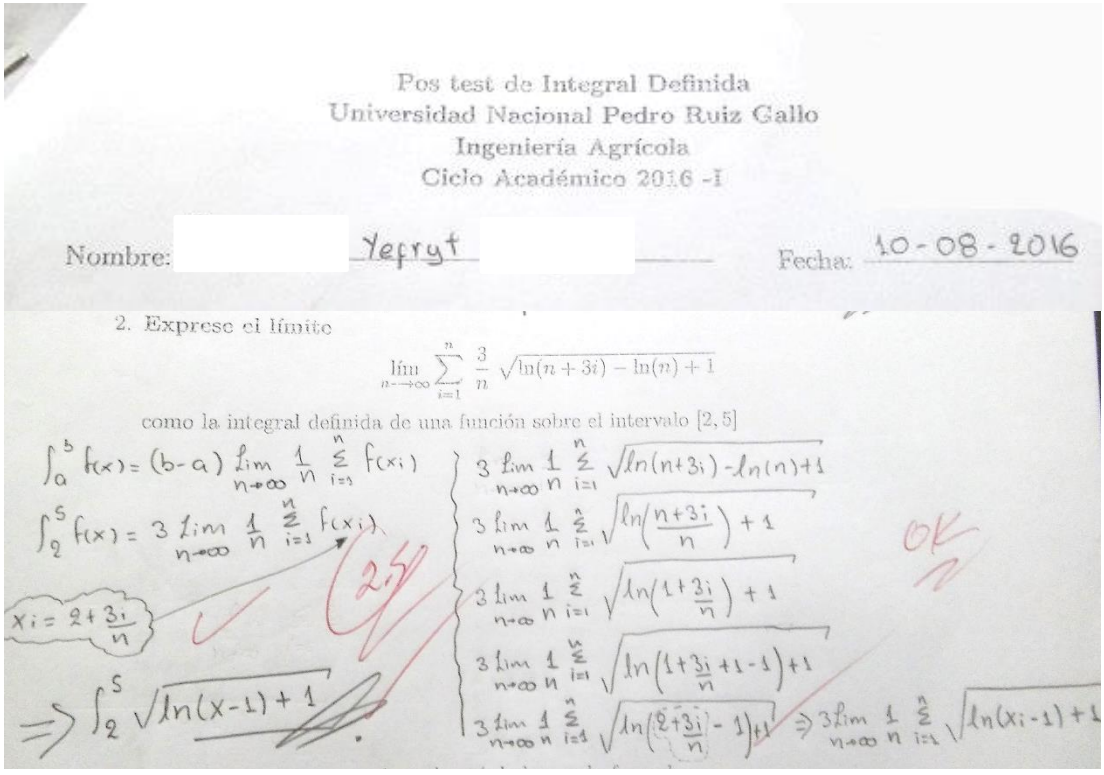
Pre test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 -I

Nombre: Yefryt Fecha: 06-07-2016

2. Expresar el siguiente limite como una integral definida sobre el intervalo dado:

$$\lim_{n\longrightarrow\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{i}{(2i+n)^2}\ ;\text{sobre } [0,1]$$

En las imágenes se muestra la pregunta Nº 02 del Pre y Pos Test del mismo estudiantes, en donde se observa que en el Pre Test no pudo desarrollar la pregunta, y en el Pos Test se evidencia la aplicación correcta de la definición de Integral Definida en el sentido inverso, es decir pasar del limite de una sumatoria a una Integral Definida



Pos test de Integral Definida
Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo
Ingeniería Agrícola
Ciclo Académico 2016 -I

Nombre: Yefryt Fecha: 10-08-2016

2. Exprese el límite

$$\lim_{n\longrightarrow\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{3}{n}\sqrt{\ln(n+3i)-\ln(n)+1}$$

como la integral definida de una función sobre el intervalo $[2,5]$

$$\int_a^b f(x)=(b-a)\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f(x_i)$$

$$\int_2^5 f(x)=3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f(x_i)$$

$$x_i=2+\frac{3i}{n}$$

$$\Rightarrow\int_2^5\sqrt{\ln(x-1)+1}$$

$$3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\ln(n+3i)-\ln(n)+1}$$

$$3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\ln\left(\frac{n+3i}{n}\right)+1}$$

$$3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\ln\left(1+\frac{3i}{n}\right)+1}$$

$$3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\ln\left(1+\frac{3i}{n}+1-1\right)+1}$$

$$3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\ln\left(2+\frac{3i}{n}-1\right)+1}\Rightarrow 3\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\ln(x_i-1)+1}$$

2.5

OK