



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
"PEDRO RUIZ GALLO"  
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO  
SOCIALES Y EDUCACIÓN**



**Unidad de Posgrado de  
Ciencias Histórico Sociales y Educación**

**PROGRAMA DE MAESTRIA  
EN CIENCIAS DE LA EDUCACION**

“Estrategias didácticas lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas en el área de matemática, en los estudiantes de primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, BAGUA, provincia de Bagua, region Amazonas, 2017”

Tesis presentada para optar el Grado Académico de Maestra en Ciencias de la Educación con Mención en Investigación y Docencia.

**PRESENTADO POR:**

Olivera Tarrillo, Rosa Sonia  
Autora

Dr. Guevara Servigón, Dante Alfredo  
Asesor

**BAGUA - AMAZONAS  
2019**

“Estrategias didácticas lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas en el área de matemática, en los estudiantes de primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, provincia de Bagua, región Amazonas, 2017”

Presentado por:

---

Olivera Tarrillo, Rosa Sonia  
Autora

---

Dr. Guevara Servigón, Dante A.  
Asesor

Aprobado por:

.....  
Dr. Campos Ugaz, Walter  
Presidente

.....  
Dra. Segura Solano, María Elena  
Secretaria

.....  
Dra. Sebastiani Elias, Ivonne de Fátima  
Vocal

## **Dedicatoria**

Quiero dedicarle este trabajo a Dios que me ha dado la fortaleza para iniciar y terminar este trabajo de investigación, a mis Padres, Hermana, Esposo e hijos por estar ahí cuando más los necesite con su apoyo incondicional.

Rosa Sonia Olivera Tarrillo

## **Agradecimiento**

Primero y antes que todo, dar gracias a Dios, por estar presente en cada objetivo que me trazo, por fortalecer e iluminar mi mente, por haber puesto en mi camino aquellas personas que han sido mi soporte todo este tiempo.

Agradezco a mis padres, hoy y siempre por el esfuerzo incalculable realizado por ellos. El apoyo en mis estudios, de no ser así no hubiese sido posible llegar hasta aquí.

Un agradecimiento a mi profesor, por la colaboración, paciencia, apoyo y esmero que nos brinda día a día para llegar a ser profesional de éxito.

Rosa Sonia Olivera Tarrillo

## Tabla de Contenido

Resumen.....	III
Abstract.....	IV
Introducción.....	V
Capítulo I: Análisis del objeto de estudio.....	1
1.1. Ubicación del Objeto de estudio.....	1
1.2. Surgimiento del Problema.....	2
1.3. Manifestaciones Y Características Del Problema.....	8
1.4. Metodología Utilizada.....	12
Capítulo II: Marco Teórico.....	15
2.1. Antecedentes Bibliográficos.....	15
2.2. Base Teórica.....	19
2.2.1. Teoría del Aprendizaje Significativo.....	19
2.2.2. Estrategias para la Solución de Problemas desde el Enfoque de George Polya .....	21
2.3. Bases Conceptuales.....	24
2.3.1. Resolución de Problemas Matemáticos.....	24
2.3.2. Estrategias.....	27
2.3.3. Principios de las Estrategias.....	28
2.3.4. Resolución de Problemas y Creatividad.....	29
2.3.5. Resolución de problemas. Diferentes clases y métodos de resolución.....	31
2.3.6. Operaciones y Agrupación de Símbolos.....	33
➤ Suma o Adición.....	33
➤ Resta o Sustracción.....	34
➤ Multiplicación.....	35
➤ División.....	37

2.3.7. Problemas de Enunciado Verbal.....	37
2.4. Terminología.....	39
Capítulo III: Resultados de trabajo de campo y diseño de la investigación.....	41
3.1.- Resultados de Trabajo de Campo.....	41
3.2.- Diseño de la Propuesta de la Investigación.....	44
3.2.1. Presentación.....	45
3.2.2. Objetivo:.....	45
3.2.3. Fundamentación.....	45
3.2.4. Contenidos.....	46
3.2.5. Metodología.....	46
3.2.6. Matriz de la propuesta.....	47
Estrategias N° 01 Estructura Lúdicas en los Niveles de las Operaciones Matemáticas.....	47
Estrategias N° 02 Metodología de Polya Relacionando las Operaciones Matemáticas Básicas.....	50
Conclusiones.....	54
Recomendaciones.....	55
Referencias.....	56
Guía de Observación.....	60
Guía de Observación.....	62
Guía de Observación.....	63

## Resumen

El presente trabajo de investigación denominado “Estrategias didácticas lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas en el área de matemática en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la institución educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva urbanización, Nueva urbanización, Bagua, Provincia de Bagua, región Amazonas”, el problema consiste en que los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, no tienen conocimiento de métodos, técnicas y estrategias de aprendizaje apropiados, los estudiantes no desarrollan actitudes de investigar; no establecen relaciones entre el contexto, la cultura y el lenguaje cotidiano con ideas y símbolos matemáticos. Se plantea como objetivo proponer estrategias didácticas lúdicas sustentadas en la metodología de George Polya y el aprendizaje significativo de David Ausubel para mejorar la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194; El tipo de investigación es propositivo, correlacional y no experimental. La población muestral considera los 24 estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194. Entre las conclusiones del presente trabajo se tiene que las estrategias didácticas en la resolución de problemas matemáticos a través del trabajo en equipo, contribuyen a reforzar la comprensión del problema, así como a favorecer el actuar, graficar y operar en la resolución de problemas aritméticos.

**Palabras clave:** Estrategias didácticas, resolución de problemas aritméticos, estrategias lúdicas, aprendizaje significativo

## ABSTRACT

The present research work called "Playful didactic strategies to improve the resolution of mathematical problems in the four basic operations in the area of mathematics in the students of the first grade of secondary education of the educational institution I.P.S.M. N ° 16194, New urbanization, New urbanization, Bagua, Bagua Province, Amazonas region ", the problem is that the students of the first grade of secondary education of the Educational Institution I.P.S.M. No. 16194, they have no knowledge of appropriate methods, techniques and learning strategies, students do not develop attitudes to investigate; they do not establish relationships between context, culture and everyday language with mathematical ideas and symbols. The objective is to propose ludic didactic strategies based on the methodology of George Polya and the significant learning of David Ausubel to improve the resolution of arithmetic problems in the students of the first grade of secondary education of the Educational Institution I.P.S.M. No. 16194; The type of research is proactive, correlational and not experimental. The sample population considers the 24 students of the first grade of secondary education of the Educational Institution I.P.S.M. N ° 16194. Among the conclusions of the present work is that the didactic strategies in solving mathematical problems through teamwork, contribute to reinforce the understanding of the problem, as well as to favor the act, graph and operate in the resolution of arithmetic problems.

Keywords: Didactic strategies, solving arithmetic problems, play strategies, meaningful learning.

## Introducción

Mediante la resolución de problemas es posible crear ambientes de aprendizaje que permiten la formación de sujetos autónomos, críticos, capaces de preguntarse por los hechos, las interpretaciones y las explicaciones. George Polya (1945) afirma que a través de la resolución de problemas los estudiantes adquieren formas de pensar, hábitos de perseverancia, curiosidad y confianza en situaciones no familiares que les servirán fuera de la clase. Afirma que el resolver problemas posibilita el desarrollo de capacidades complejas y procesos cognitivos de orden superior que permiten una diversidad de transferencias y aplicaciones a otras situaciones y áreas; y en consecuencia, proporciona grandes beneficios en la vida diaria y en el trabajo. De allí que, resolver problemas se constituye en el eje principal del trabajo en matemática.

De otra parte, Orton (1990) define la resolución de problemas matemáticos como la generadora de un proceso a través del cual el que aprende combina elementos de conocimiento, reglas, técnicas, habilidades y conocimientos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva. Decía que los problemas nunca pueden ser rutinarios. Sería incompatible con su propia definición. Así mismo, Mayer (1982) señala cuatro tipos de conocimientos necesarios en la resolución de problemas: Factores lingüísticos: se refiere a la comprensión del texto; esquemático: relación entre los problemas tipo; Conocimiento algorítmico: como se realizan los procedimientos de cálculo, por ejemplo, la suma, la resta, etc.; conocimiento estratégico: como se enfocan los problemas.

La mayor parte de autores destacan que la resolución de problemas no sólo es el objetivo fundamental y prioritario del área matemática, sino que es un instrumento metodológico importantísimo. La reflexión que se lleva a término cuando se resuelve un problema ayuda a construir y a consolidar conceptos y a establecer relaciones entre ellos. Para aprender a resolver problemas es necesario proporcionar a los alumnos

instrumentos, técnicas específicas y pautas generales de resolución de problemas que les permitan enfrentarse a los enunciados sin miedo y con ciertas garantías de éxito. La concepción pedagógica y epistemológica de tendencia constructivista que surge a partir de la década de los 40 del siglo XX considera que resolver problemas es "hacer matemática" considera que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en problemas y soluciones.

**Problema.** Como podemos inferir, pese a que la resolución de problemas por su gravitante trascendencia en la vida humana es de suma importancia; sin embargo, en nuestro sistema educativo, esa importancia no se refleja en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Pues se puede observar, que en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N| 16194, Nueva Urbanización, Bagua, se puede percibir que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas, se enseña de una forma rutinaria, expositiva y tediosa; no se aplican métodos, técnicas y estrategias de aprendizaje apropiados y están inmersos en el modelo tradicionalista. Se puede observar a través de sus prácticas educativas en el aula que los docentes no se preocupan por su capacitación e innovación en sus formas de enseñar, lo cual repercute en el aprendizaje al reflejar un alto porcentaje de alumnos de la institución con un bajo nivel de aprendizaje en la asignatura de matemática; no se desarrollan en los alumnos actitudes de investigar, preguntar, plantear tareas y situaciones interesantes para el alumno. No se desarrolla aspectos elementales en el proceso de enseñanza como es el discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas, las mismas que profundizan el entendimiento en esta área. No se establecen relaciones entre el contexto, la cultura y el lenguaje cotidiano con ideas y símbolos matemáticos; no se promueve el trabajo cooperativo, integrado entre los alumnos a fin de asumir colectivamente la solución de problemas.

En este sentido el problema de investigación consiste en: ¿En qué medida las estrategias didácticas lúdicas contribuyen a mejorar la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas en el área de matemáticas de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la institución educativa I.P.S.M. N° 16194 Nueva Urbanización, Bagua, Región Amazonas?

El **objeto de estudio** comprende el proceso de enseñanza-aprendizaje en relación a la resolución de problemas matemáticos en el nivel secundario; Los **objetivos** planteados son los siguientes: **Objetivo general:** Proponer estrategias didácticas lúdicas para mejorar la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua. **Específicos:** a.- Determinar la comprensión del problema, como elemento indispensable para la resolución de problemas aritméticos. b.- Fomentar el uso de habilidades heurísticas: antes, durante y después de la resolución de problemas aritméticos. c.- Proponer al docente-evaluador una guía pedagógica para mejorar el nivel de logro en la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua

El **campo de acción** lo constituye las estrategias didácticas lúdicas en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua. La **hipótesis** a defender es: Si se diseñan estrategias didácticas lúdicas sustentadas en la metodología de George Polya y el aprendizaje significativo de Ausubel entonces es posible mejorar la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua.

El presente trabajo consta de tres **capítulos:** El primer capítulo contiene la ubicación geográfica el contexto sociocultural, la plana docente y

estudiantado, así como la infraestructura de la institución. Asimismo, trata acerca del surgimiento del problema, así como de las manifestaciones y características que tiene. En el segundo capítulo se trata acerca del marco teórico en donde los temas estudiados son las variables de estudio desde los enfoques de George Polya y el aprendizaje significativo. En el tercer capítulo se trata acerca de los resultados empíricos y la propuesta de la investigación.

## **Capítulo I**

### **ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO**

#### **1.1.- Ubicación del objeto de estudio**

**La investigación se realizó en la I.E. I.P.S.M. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua.**

La Provincia de Bagua es una de las 07 provincias del Departamento de Amazonas, el Departamento de Amazonas cuenta con 83 Distritos, de los cuales la Provincia de Bagua cuenta con 05.

#### **➤ Institución Educativa I.P.S.M. N°16194**

##### **Misión**

Somos una Institución Educativa comprometida con la formación integral de los estudiantes desarrollando las capacidades de un ser creativo, crítico, reflexivo, científico, y humanista e innovador, partiendo del contexto donde se desarrolla, promoviendo la protección del medio ambiente y la práctica de los valores; el respeto, orden y disciplina. La Institución brinda afectos de buen trato para que afirmen su autoestima y crear un clima donde se sientan escuchados y respetados. Contamos con maestros comprometidos en respetar los estilos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes a través de estrategias innovadoras.

##### **Visión**

La institución educativa IPSM N° 16194 Nueva Urbanización, Bagua, líder por su propuesta curricular propia e innovadora que utiliza las nuevas tecnologías, medios de comunicación, corrientes pedagógicas actuales preservando el medio ambiente con una visión de desarrollo sostenible y el mejoramiento institucional y el de su entorno. Que

nuestros estudiantes desarrollen sus estructuras afectivas, cognitivas y sociales que definirán su personalidad como futuros ciudadanos capaces de afrontar los retos de la vida.

### **1.2.- Surgimiento del Problema.**

La Matemática constituye un conjunto de conocimientos, técnicas y destrezas que son claves para el desarrollo individual, sociocultural y científico, por lo que deben ocupar un lugar destacado en procesos educativos orientados a proporcionar una eficaz alfabetización matemática a todos los alumnos, entendida esta como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervienen y tiene sentido utilizar los conceptos y procedimientos matemáticos. La matemática nace y surge como una necesidad del ser humano por resolver sus problemas. Pues, en todas nuestras actividades hacemos matemática. Por ejemplo, cuando inicia el día y nos aprestamos a desayunar, nos preguntamos ¿cuántos cubiertos pondremos en la mesa? La respuesta a esta interrogante está en función al número de personas que desayunarán. Para solucionar este sencillo problema, realizamos una operación de conteo. Esta necesidad de resolver problemas que se nos presentan de manera cotidiana y que tiene que ver con la vida misma. Hacen perentoria la necesidad de aprender matemáticas.

El problema aritmético en la enseñanza primaria se define como una situación imaginaria, susceptible de ser real, planteada en forma de enunciado verbal o escrito que se resuelve mediante alguna(s) de las operaciones elementales. En esta misma línea consideramos dos aspectos básicos en un problema: a.-El esqueleto, representa aquello que es esencial en un problema, las operaciones que se deben realizar, tipos de transformaciones necesarias, etc. b.- El envoltorio, representación aquello que envuelve al problema y que puede ser más o menos superfluo: la historia concreta, el lenguaje utilizado, el gráfico o dibujo que acompaña, etc. Así, con un mismo esqueleto puede existir

diferentes envoltorios siendo, posiblemente, la dificultad de dos problemas será distinta si tienen igual esqueleto y distinto envoltorio.

Por el contrario, el mismo envoltorio no puede tener dos esqueletos diferentes. La resolución de problemas Consideramos conveniente distinguir claramente entre lo que es un problema de lo que es la resolución de este. Cuando hablamos de problema hay que hacer a su vez otra distinción: problema resuelto o problema sin resolver. En el primer caso se utiliza como conjunto formado por el enunciado y de la resolución de éste mientras que en el segundo caso se referiría sólo al enunciado.

Orton (1990) cuando define la resolución de problemas se entiende como generadora de un proceso a través del cual el que aprende combina elementos de conocimiento, reglas, técnicas, habilidades y conocimientos previamente adquiridos para dar solución a una situación nueva. Los problemas nunca pueden ser rutinarios. Sería incompatible con su propia definición. Cada problema presenta con mayor o menor grado una novedad para el que aprende. Su solución depende del hecho que el alumno no sólo tenga un conocimiento y las habilidades requeridas, sino que sea capaz de utilizarlas y establecer una red o estructura. Mayer (1982) por otra parte señala cuatro tipos de conocimientos necesarios en la resolución de problemas: Factores lingüísticos: se refiere a la comprensión del texto; esquemático: relación entre los problemas tipo; Conocimiento algorítmico: como se realizan los procedimientos de cálculo, por ejemplo, la suma, la resta, etc.; conocimiento estratégico: como se enfocan los problemas.

La resolución de problemas no sólo es el objetivo fundamental y prioritario del área, sino que es un instrumento metodológico importantísimo. La reflexión que se lleva a término cuando se resuelve un problema ayuda a construir y a consolidar conceptos y a establecer relaciones entre ellos. Para aprender a resolver problemas es necesario proporcionar a los alumnos instrumentos, técnicas específicas y pautas

generales de resolución de problemas que les permitan enfrentarse a los enunciados sin miedo y con ciertas garantías de éxito.

La concepción pedagógica y epistemológica de tendencia constructivista que surge a partir de la década de los 40 del siglo XX considera que resolver problemas es "hacer matemática" considera que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en problemas y soluciones. El matemático más conocido que sostiene esta idea de la actividad matemática es el Húngaro George Polya (1945) el cual introduce el término "heurística" para describir el arte de la resolución de problemas, concepto que desarrolla luego en "Matemática y razonamiento plausible" (1957) La heurística moderna, inaugurada por Polya trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones típicamente útiles en este proceso.

Frente a la interrogante ¿qué es un problema? Polya asume que tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata. En esa perspectiva, otra definición, parecida a la de Polya es la de G. Krulik y A. Rudnik (1980): Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma. De ambas definiciones se infiere que un problema debe satisfacer los tres requisitos siguientes:

Aceptación. El individuo o grupo, debe aceptar el problema, debe existir un compromiso formal, que puede ser debido a motivaciones tanto externas como internas

Bloqueo. Los intentos iniciales no dan fruto, las técnicas habituales de abordar el problema no funcionan.

Exploración. El compromiso personal o del grupo fuerzan la exploración de nuevos métodos para atacar el problema.

George Polya consideraba a la matemática como una actividad, decía: “Para un matemático, que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados, y casi todos los pasajes de este libro están destinados a mostrar que éste es el procedimiento normal. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel.” (Polya, 1954).

En los últimos años, si bien se han hecho grandes avances sobre investigación en resolución de problemas matemáticos, como Lester (1980), Schoenfeld (1992) y Kilpatrick (1969). Sin embargo, se puede decir que esta tendencia investigativa en esta área comenzó por ser a-teórica, asistemática, interesada casi exclusivamente en problemas estándar, restringidas a cuantificaciones sobre el comportamiento en resolución de problemas. Hoy en día en tiempos de globalización tecnológica, informática, económica y política, en cambio, se usa un amplio rango de métodos (cuantitativos y cualitativos) ya que abarca un amplio espectro de problemas y tiene un sustento teórico. En este sentido el paradigma constructivista social y otros análogos han tenido un gran avance en este campo y otros. Con las investigaciones actuales ha sido posible tener una visión más amplia a partir de la incorporación de conceptos como el de las interacciones sociales y el del aprendizaje situado, que emergieron como cuestiones centrales.

Según J. Kilpatrick la utilización de los términos “problema” y “resolución de problemas” ha tenido múltiples y a veces contradictorios y problemáticos significados a través de los años, así tenemos:

El significado de resolver problemas como contexto. Desde esta concepción, los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, jugando cinco roles:

a.- Como una justificación para enseñar matemática: al menos algunos problemas relacionados con experiencias de la vida cotidiana son incluidos en la enseñanza para mostrar el valor de la matemática.

b.- Para proveer especial motivación a ciertos temas: los problemas son frecuentemente usados para introducir temas, con el convencimiento implícito o explícito de que favorecerán el aprendizaje de un determinado contenido.

c.- Como actividad recreativa: muestran que la matemática puede ser “divertida” y que hay usos entretenidos para los conocimientos matemáticos.

d.- Como medio para desarrollar nuevas habilidades: se cree que, cuidadosamente secuenciados, los problemas pueden proporcionar al estudiante nuevas habilidades y proveer el contexto para discusiones relacionadas con algún tema

e.- Como práctica: la mayoría de las tareas matemáticas en la escuela caen en esta categoría. Se muestra una técnica a los estudiantes y luego se presentan problemas de práctica hasta que se ha dominado la técnica.

En cualquiera de estas cinco formas, los problemas son usados como medios para algunas de las metas señaladas arriba. La resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador del logro de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas. En este sentido la mayoría de los desarrollos curriculares que ha habido bajo el término resolución de problemas a partir de la década de los 80 son de este tipo. En la medida que se ha ido desarrollando el saber humano y con ella la complejidad de la existencia humana, las habilidades en la resolución de problemas son frecuentemente vista como una de tantas habilidades a ser enseñadas en el currículum. Esto significa que resolver problemas no

rutinarios es caracterizado como una habilidad de nivel superior, a ser adquirida luego de haber resuelto problemas rutinarios (habilidad que, a su vez, es adquirida a partir del aprendizaje de conceptos y habilidades matemáticas básicas). Desde esta perspectiva, las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con George Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

**Primero:** Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las condiciones?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿son irrelevantes, o contradictorias?, etc.

**Segundo:** Diseñar un plan: ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se puede convertir en un problema más simple?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares?, etc.

**Tercero:** Ponerlo en práctica: aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos, etc.

**Cuarto:** Examinar la solución: ¿se puede chequear el resultado?, ¿el argumento?, ¿podría haberse resuelto de otra manera?, ¿se pueden usar el resultado o el método para otros problemas?, etc.

Por otra parte, Juan Alvarado (2006) de la Universidad Autónoma de Xochimilco-México, manifiesta que el termino problema refiere a una situación, generalmente planteada con finalidad educativa, que propone una cuestión matemática cuyo método de resolución no es inmediatamente accesible a los alumnos que intentan resolverla, porque no disponen de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita, ni de un proceso que identifique automáticamente los datos con la conclusión, y por lo tanto deberá buscar, investigar, establecer relaciones, para afrontar una situación nueva. A su vez, Codina, A. y Rivera, A. (2001)

asumen que los problemas también son situaciones que permiten desencadenar actividades, reflexiones, estrategias y discusiones que llevarán a la solución de nuevos conocimientos. Una de las problemáticas más frecuentes en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática en América Latina es que la resolución de problemas se encuentra en un estado incipiente respecto a su implementación en las escuelas. No se concibe aún como una metodología apropiada, como un recurso a través del cual se pueden generar los contenidos de enseñanza. La resolución de problemas no es considerada como parte integral del aprendizaje de las matemáticas.

### **1.3.- Manifestaciones Y Características Del Problema**

En el sistema educativo peruano, si bien es cierto que la crisis educacional data de mucho tiempo atrás, sin embargo, a mediados de la primera década del siglo XXI, el Gobierno de Alejandro Toledo declaró a la educación peruana en crisis. Siendo secundada posteriormente esta opinión en el Gobierno de Alan García. Los diversos estudios, diagnósticos situacionales evidencian que la mayoría de los profesores en el nivel secundario (en particular) enseñan la matemática de una forma rutinaria, expositiva y tediosa; no aplican métodos, técnicas y estrategias de aprendizaje apropiados y aún siguen en el modelo tradicionalista, no se preocupan por su capacitación e innovación en sus formas de enseñar, todo esto repercute en el aprendizaje de los alumnos porque se observa que, un alto porcentaje tienen bajo nivel de aprendizaje en la asignatura de matemática.

En el Perú, como en otros países del mundo, los estudiantes no siempre aprenden a apreciar la matemática como creación de los diferentes grupos socioculturales y como actividad esencial de la cultura universal, útil para su vida personal, social y laboral. En efecto, las actividades que tradicionalmente se les propone realizar no les permiten tener evidencias de la relación existente entre la matemática y el mejoramiento de la calidad de su vida personal, laboral y social; mucho menos les permite

comprender qué desarrollo, de las ciencias sociales y el avance tecnológico actual han sido posibles, en gran parte, debido al uso instrumental de la matemática.

La UNESCO a través del Programa Internacional de evaluación de estudiantes (PISA), informó que los alumnos tienen resultados bajos en lo que respecta al aprendizaje del área de matemática. En ese sentido, mostró, por un lado, el bajo nivel de desempeño de los estudiantes peruanos en la resolución de problemas, en la comprensión lectora, y en ciencias; y por otro lado, las serias dificultades para traducir y expresar matemáticamente las condiciones propuestas en problemas, aplicar estrategias de solución para obtener las respuesta y justificarla con argumentos matemáticos válidos.

Ante tales evidencias, las políticas gubernamentales en materia educacional han llevado a dirigir la atención hacia el proceso de enseñanza y aprendizaje, y en el mismo proceso, al de la resolución de problemas en matemática en la mayoría de las instituciones educativas secundarias del país. Los resultados de las evaluaciones que se han realizado en el país constituyen una importante información acerca de las fortalezas, dificultades y necesidades del sistema educativo peruano, que deben ser considerados para formular cualquier propuesta que apunte a una educación matemática de calidad.

Al respecto, las evaluaciones nacionales sobre el rendimiento escolar en matemática, realizadas por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC), en particular la efectuada en el año 2001, ubica a los estudiantes en un nivel bajo de desarrollo de los aprendizajes matemáticos, lo cual influye en el logro de sus aprendizajes posteriores. Esta situación se observa con mayor incidencia en las Instituciones Educativas ubicadas en entornos con niveles de desarrollo socioeconómico más bajos, sobre todo en aquellas ubicadas en zonas rurales y bilingües (en las que se habla castellano y una o más lenguas originarias). Tal situación también se ve reflejada en instituciones

educativas privadas, que, aunque con mejores resultados, no alcanzan los niveles de logro previstos.

Entre los resultados de la evaluación nacional 2001, realizada por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa, UMC, se pueden destacar las siguientes conclusiones: El porcentaje de estudiantes a los que les gusta la matemática decrece al pasar del nivel de Educación Primaria al nivel de Educación Secundaria. Una probable explicación es que, con el tiempo, los estudiantes enfrentan mayores dificultades en la medida en que existe mayor exigencia y complejidad en el desarrollo de capacidades para enfrentar nuevos retos. En cuanto al factor docente, se reporta que aquellos que tienen expectativas positivas sobre la capacidad de aprendizaje de sus estudiantes constituyen un factor influyente de manera favorable sobre los logros de estos últimos en matemática.

En lo que respecta al currículo, se llega a una interesante conclusión: las capacidades, para cuyo desarrollo se ofrecieron más oportunidades de aprendizaje, son aquellas relacionadas con los números naturales, que tradicionalmente son uno de los contenidos básicos más trabajados en el aula. En contraposición, las capacidades, para cuyo desarrollo se ofrecieron menos oportunidades de aprendizaje, son las referidas a organización de datos y organización del espacio. Por último, no se incidió lo suficiente en el desarrollo de la resolución de problemas.

Los resultados de la evaluación nacional 2001, realizada por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa, UMC de igual manera, detectaron dificultades para identificar y diferenciar objetos geométricos (sólidos y polígonos), sus elementos principales, y establecer relaciones básicas entre ellos. Dificultades para el razonamiento y demostración Se identificaron dificultades relacionadas con la capacidad de razonamiento y demostración, evidenciadas en la escasa comprensión e inadecuado manejo de la estructura del sistema de numeración decimal y de las

nociones de cada una de las operaciones numéricas elementales, en capacidades como representar, interpretar y comunicar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real.

Por otra parte, en los estudios internacionales como el de PISA 2015, los estudiantes peruanos participantes demostraron un bajo nivel de desempeño en la resolución de problemas matemáticos, incluso en aquellas tareas en las que la formulación matemática está explícita; así también, en la resolución de un problema rutinario en el que sólo se exige un paso para su solución. Se pudo identificar que los estudiantes tienen dificultades para resolver problemas sencillos que exigen la elección de la unidad más adecuada para medir la característica de un objeto o la duración de un evento. Se detectó que existen dificultades para resolver problemas que demandan organizar, representar e interpretar información estadística mediante la utilización de cuadros de doble entrada, diagramas de barras y diagramas circulares; así como la realización de cálculos sencillos de aplicación de la media aritmética simple y ponderada.

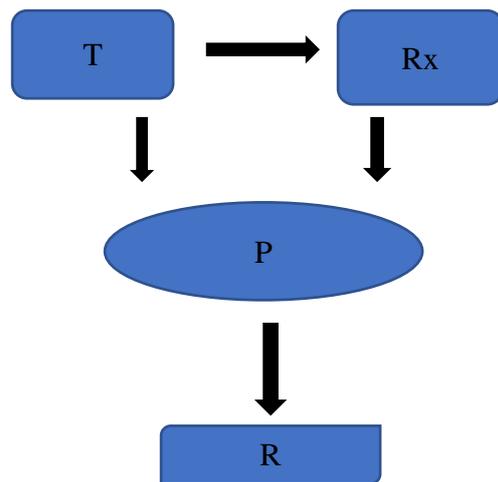
Las deficiencias identificadas son limitantes para el adecuado desempeño de los estudiantes en los diferentes ámbitos de su vida personal, social e incluso laboral, que se traducen, por ejemplo, en la dificultad para comunicar la ruta a seguir para llegar a un lugar determinado, utilizar planos o mapas, estimar el tamaño del papel para envolver un regalo, interpretar expresiones fraccionarias o decimales de medidas, que se incluyen en las indicaciones de ciertos medicamentos; calcular el costo de un objeto, cuyo precio se oferta con descuento; comparar precios y realizar la elección más conveniente; estimar el presupuesto que se necesita para comprar varios artículos, interpretar gráficos estadísticos, que actualmente son muy utilizados en la prensa escrita; interpretar tablas de datos, como las que se usan para registrar los goles en un campeonato de fútbol; resolver problemas que impliquen un tipo de cambio de soles en una moneda extranjera o viceversa.

En los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, se puede percibir que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas, se enseña de una forma rutinaria, expositiva y tediosa; no se aplican métodos, técnicas y estrategias de aprendizaje apropiados y están inmersos en el modelo tradicionalista. Se puede observar a través de sus prácticas educativas en el aula que los docentes no se preocupan por su capacitación e innovación en sus formas de enseñar, lo cual repercute en el aprendizaje al reflejar un alto porcentaje de alumnos de la institución con un bajo nivel de aprendizaje en la asignatura de matemática; no se desarrollan en los alumnos actitudes de investigar, preguntar, plantear tareas y situaciones interesantes para el alumno. No se desarrolla aspectos elementales en el proceso de enseñanza como es el discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas, las mismas que profundizan el entendimiento en esta área. No se establecen relaciones entre el contexto, la cultura y el lenguaje cotidiano con ideas y símbolos matemáticos; no se promueve el trabajo cooperativo, integrado entre los alumnos a fin de asumir colectivamente la solución de problemas.

#### **1.4.- Metodología Utilizada**

##### **Diseño de Investigación**

En el presente trabajo se plantea estudiar e identificar el nivel alcanzado en la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas en el área de matemática, de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, provincia de Bagua, región Amazonas; precisando sus limitaciones, sus características contextuales; así mismo se proponen estrategias didácticas lúdicas para el aprendizaje de la resolución de problemas en matemática, que sustentada bajo un marco teórico apropiado nos permitirá diseñar la propuesta desde una perspectiva descriptiva propositiva.



Leyenda:

Rx: Estrategia didáctica

T: Enfoques teóricos.

P: Resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas

R: Realidad transformada esperada

**Población**

La población en nuestra investigación estará conformada por un total de 35 estudiantes de ambos sexos que cursan el primer grado educación secundaria, de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, provincia de Bagua, región Amazonas. **N=24**

**Muestra**

En cuanto a la selección de la muestra, ésta es no probabilística por lo que ha sido la autora la que ha decidido la muestra directamente y está conformada por los 24 estudiantes de ambos sexos que cursan el primer grado educación secundaria, de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, provincia de Bagua, región Amazonas **n=N**

### **Técnicas e instrumentos de recolección de datos.**

La técnica utilizada será la observación participante, así como una encuesta.

**a.- Técnicas de campo.** - Una de las técnicas es de índole participativo intra-grupal que es la observación participante en el aula, en los grupos de trabajo, en la realización de las tareas de trabajo individual y colectivo a fin de observar los procesos y los resultados de las actividades previstas por el docente en la perspectiva de resolución de problemas. Para ello se desarrollará una observación participante, escala de Likert.

**b.- Ficha de observación.** Es un instrumento que permite registrar información sobre actitudes en el proceso docente educativo del área de matemáticas.

**c.- Técnicas de observación,** para determinar las actitudes de interrelación social en el aula en torno a las acciones y actitudes realizadas en torno al proceso de resolución de problemas en el conjunto de números naturales. en el área de matemáticas.

**d.- Técnicas de gabinete.** - Sirvieron para organizar y sistematizar la información recabada para eso se aplicará como instrumentos fichas bibliográficas, textuales, comentario y de resumen, cuadros y gráficos estadísticos.

### **Métodos y procedimientos para la recolección de datos.**

-Se elaboró un cuestionario adjunto, el mismo que permite determinar los niveles de razonamiento matemático, así como las actitudes frente a la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas

-Se diseñará una estrategia de enseñanza lúdica como recurso didáctico.

### **Análisis estadístico de los datos.**

Se procede al análisis de las variables de estudio a través de la Estadística descriptiva proponiéndose utilizar las técnicas siguientes:

-Cuadros estadísticos como histogramas, cuadros de frecuencia entre otros

## **Capítulo II**

### **MARCO TEORICO**

#### **2.1.-Antecedentes Bibliográficos.**

Godino, Batanero, Carmen; 2008; “Fundamentos de la enseñanza-aprendizaje de la matemática para maestros”. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación; Universidad de Granada; España. Conclusiones: Los siguientes principios de la enseñanza de las matemáticas son fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática: a.- La equidad. La excelencia en la educación matemática requiere equidad –unas altas expectativas y fuerte apoyo para todos los estudiantes. b.- Currículo. Un currículo es más que una colección de actividades: debe ser coherente, centrado en unas matemáticas importantes y bien articuladas a lo largo de los distintos niveles. c.- Enseñanza. Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender, y por tanto les desafían y apoyan para aprenderlas bien. d.- Aprendizaje. Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y el conocimiento previo. e.- Evaluación. La evaluación debe apoyar el aprendizaje de unas matemáticas importantes y proporcionar información útil tanto a los profesores como a los estudiantes. f.- Tecnología. La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes. Estos seis principios describen cuestiones cruciales que deben ser tenidos en cuenta en el desarrollo de los procesos de aprendizaje de la matemática.

Mazario Triana; Israel; 2007; La resolución de problemas: Un reto para la educación matemática; Universidad Bolivariana; Tesis para optar el grado de maestro en Educación. Conclusiones: El autor manifiesta que la experiencia demuestra que el desarrollo de actividades docentes donde se identifiquen y resuelvan problemas contribuye a potenciar el desarrollo de habilidades en los estudiantes. En este sentido, la

Matemática proporciona el marco adecuado para reflexionar sobre los problemas que surgen del contenido de su propia enseñanza. Consecuentemente, agrega el autor, aceptar que resolver problemas es un elemento vital en el aprendizaje de la Matemática, implica la necesidad de que se tenga una idea clara de lo que se entiende por problemas y cómo los incorporamos en las clases. Como parte de lo anterior, es importante se destaquen los siguientes puntos de coincidencia entre las definiciones consultadas: a) La persona que se enfrenta a un problema debe estar consciente de la existencia de una dificultad y tener interés en resolverla, pero no cuenta con los conocimientos y experiencias que le permitan directa o inmediatamente darle solución. b) La resolución de problemas constituye un proceso de razonamiento donde la psicología y la Didáctica encuentran puntos de referencia imprescindibles. c) Los problemas siempre deben ser portadores de nuevos elementos para el que aprende. No se consideran problemas aquellos ejercicios rutinarios que se presentan en las clases de Matemática para desarrollar algunas habilidades específicas y que en ocasiones promueven la memorización y el mecanicismo. d) La resolución de problemas es un proceso “productivo” y no meramente “reproductivo”

GONZÁLES RAMÍREZ; Teresa; 2005; Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas; Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Sevilla. Conclusiones: Asume que los aspectos fundamentales tanto a nivel teórico como metodológico y las conclusiones más relevantes sobre la Evaluación de un Programa de Iniciación a las Matemáticas basado en la Resolución de Problemas para niños del Primer Ciclo de Educación Primaria. La Evaluación del Programa se ha realizado atendiendo a diferentes dimensiones evaluativas. Nos hemos centrado en la evaluación de los procesos de implementación del proceso resolutor a través del Esquema Lingüístico de Interacción (E.L.I.) previsto en el diseño del programa así como en los resultados o logros fundamentales que se han alcanzado durante su

desarrollo. Para la evaluación del proceso resolutor hemos utilizado una escala de observación tipo lista de control; la evaluación de los resultados se ha realizado a partir de la elaboración de cinco pruebas de rendimiento teniendo como referentes evaluativos los objetivos del programa en las distintas áreas curriculares del mismo. Finalmente, esta investigación evaluativa, se aborda desde la percepción que sobre el programa han tenido los que lo han desarrollado considerando qué ha aportado a ellos el programa como docentes y a los alumnos que lo han recibido.

Cruz Martínez, M; 2007; Evaluación de la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. La Habana, Cuba. Conclusiones: Considera que la resolución de problemas constituye un verdadero dilema para la enseñanza de la matemática. Actualmente, algunos investigadores han hiperbolizado la búsqueda de tales situaciones exclusivamente en contextos prácticos. En efecto, muchas veces se espera que la enseñanza de la Matemática se base en problemas “contextualizados”; o sea, aplicables directamente a las necesidades objetivas o subjetivas del estudiante. Esto se apoya en fundamentos de naturaleza psicológica, principalmente de orden afectivo y motivacional, pasando por alto otros aspectos de naturaleza epistemológica y matemática. Por ejemplo, tratar de vincular la enseñanza de las funciones cuadráticas con la práctica, lleva muy pronto al agotado tema del lanzamiento del proyectil. La búsqueda de otros ejemplos conduce desafortunadamente a ejercicios demasiado artificiosos y, con ello, a un efecto negativo en la enseñanza. La contextualización es necesaria, siempre y cuando sea pertinente su inclusión en el salón de clases. No es posible olvidar que los contenidos matemáticos tienen también el propósito de desarrollar el pensamiento, y de sentar las bases para el aprendizaje de otros conocimientos más elevados.

Bazán G., Jorge Luis y Sotero, Henry, 1997, Una aplicación al estudio de actitudes hacia la matemática en la Universidad Agraria La Molina Lima;

Departamento de Matemáticas; Conclusiones: En este estudio se encontró que: No hay diferencia por sexo en la actitud hacia la matemática en la escala y en sus dimensiones. Hay diferencias por especialidad en la actitud hacia la matemática en la dimensión (aplicabilidad, a un nivel del 5% de significación, pero no hay diferencias en la escala y las otras dimensiones). Hay diferencias por edades, en la actitud hacia la matemática en la escala a un nivel del 5% de significación, y en las dimensiones 1 (afectividad) y 3 (habilidad) a un nivel del 10% de significación. No hay diferencias en las dimensiones 2 (aplicabilidad) y 4 (ansiedad).

Fernández Silva, Sonia; “Estrategias metodológicas para desarrollar la capacidad de resolución de problemas matemáticos” en el año 2009, en la Institución Educativa N° 16817-Floresta Jaén realizado en el distrito de Cajamarca llegando a la siguiente. Conclusión: Que la aplicación de las estrategias metodológicas en el desarrollo de las actividades de aprendizaje, ha permitido desarrollar, en los niños y niñas de 5º grado de educación primaria, las capacidades para resolver problemas matemáticos tales como la identificación del problema exploración de las posibles estrategias actuación de acuerdo a la estrategia seleccionada y a la evaluación de los resultados. El material didáctico debe ser elaborado las características del niño y la niña, el contexto la capacidad y los conocimientos y ser utilizado en las estrategias metodológicas de manera interesante y atractiva: Nos permite q los niños sean constructores de los aprendizajes y que desarrollen una actitud positiva hacia el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos.

Sandoval Castro, Santiago, 2008; “El proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas de matemáticas en alumnos de nivel II de escuelas comunitarias multigrado”; Avance de un proyecto de Innovación docente; V Encuentro Nacional de Investigación Educativa; Universidad Pedagógica Nacional; Acapulco; México: Conclusiones: Se encontró con la dificultad que los niños presentaban en la resolución de problemas utilizando las operaciones básicas de matemáticas. La investigación propone la realización de un taller didáctico, aplicando el método

didáctico participativo en el desarrollo de las actividades didácticas, sugiere asimismo, las estrategias de “la resolución de problemas mediante la manipulación de objetos”, y “la resolución de problemas mediante el juego”, aplicando principalmente técnicas de motivación individual y grupal, en el desarrollo de las actividades diarias.

## **2.2. Base Teórica**

### **2.2.1.- Teoría del Aprendizaje Significativo.**

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel; 1983).

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de estabilidad.

Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas meta-cognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio. Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la

siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

Esto quiere decir que, en el proceso educativo, es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos, estos son: ideas, proposiciones, estables y definidos, con los cuales la nueva información puede interactuar.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras. La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los sub-sensores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

➤ **Ventajas del Aprendizaje Significativo:**

Produce una retención más duradera de la información. Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido. La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo. Es activo, pues depende de la asimilación de las

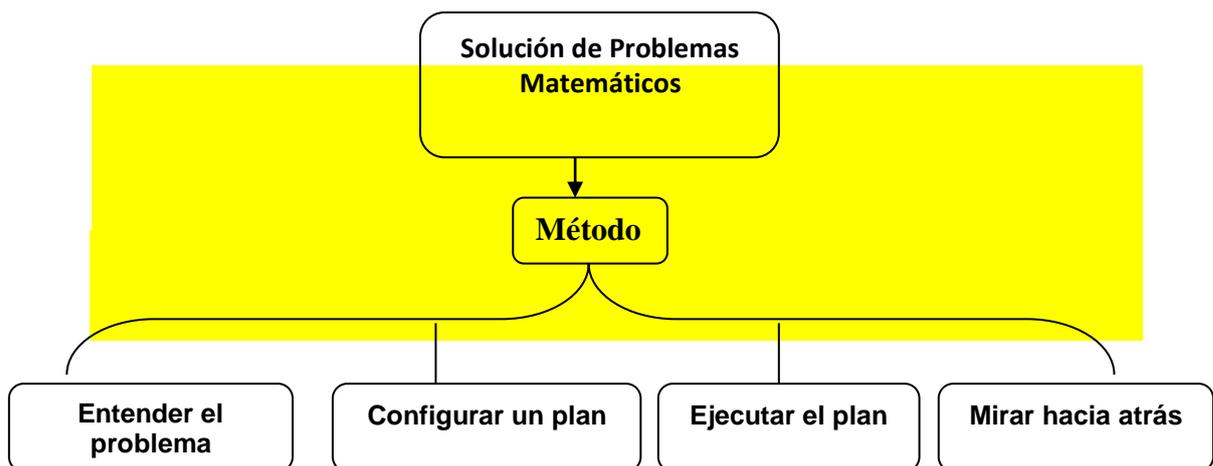
actividades de aprendizaje por parte del alumno. Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

### 2.2.2.- Estrategias para la Solución de Problemas desde el Enfoque de George Polya

En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que, para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos:

Tabla 2

**Estrategias Didácticas Para la Resolución de Problemas Matemáticos**



#### ➤ **El Método de los Cuatro Pasos de Polya.**

Para resolver un ejercicio, uno aplica un procedimiento rutinario que lo lleva a la respuesta. Para resolver un problema, uno hace una pausa, reflexiona y hasta puede ser que ejecute pasos originales que no había ensayado antes para dar la respuesta. Esta característica de dar una

especie de paso creativo en la solución, no importa que tan pequeño sea, es lo que distingue un problema de un ejercicio. Sin embargo, es prudente aclarar que esta distinción no es absoluta; depende en gran medida del estadio mental de la persona que se enfrenta a ofrecer una solución: Para un niño pequeño puede ser un problema encontrar cuánto es  $3 + 2$ . Bien, para niños de los primeros grados de primaria responder a la pregunta ¿Cómo repartes 96 lápices entre 16 niños de modo que a cada uno le toque la misma cantidad? le plantea un problema, mientras que a uno de nosotros esta pregunta sólo sugiere unos ejercicios rutinarios.

Hacer ejercicios es muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas: Nos ayuda a aprender conceptos, propiedades y procedimientos-entre otras cosas-, los cuales podremos aplicar cuando nos enfrentemos a la tarea de resolver problemas. Como apuntamos anteriormente, la más grande contribución de Polya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas.

### **Paso 1: Entender el Problema.**

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

### **Paso 2: Configurar un Plan.**

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

1. Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
2. Usar una variable.
3. Buscar un Patrón
4. Hacer una lista.

5. Resolver un problema similar más simple.
6. Hacer una figura.
7. Hacer un diagrama
8. Usar razonamiento directo.
9. Usar razonamiento indirecto.
10. Usar las propiedades de los Números.
11. Resolver un problema equivalente.
12. Trabajar hacia atrás.
13. Usar casos
14. Resolver una ecuación
15. Buscar una fórmula.
16. Usar un modelo.
17. Usar análisis dimensional.
18. Identificar sub metas.
19. Usar coordenadas.
20. Usar simetría

### **PASO 3: Ejecutar el Plan.**

-Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.

-Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que "se te prenda el foco" cuando menos lo esperes!).

-No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

### **PASO 4: Mirar hacia atrás**

¿Es tu solución correcta?

¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?

¿Adviertes una solución más sencilla?

¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta. Este proceso lo podemos representar como sigue:

### **2.3.- Bases Conceptuales.**

#### **2.3.1.- Resolución de Problemas Matemáticos.**

Mediante la resolución de problemas, se crean ambientes de aprendizaje que permiten la formación de sujetos autónomos, críticos, capaces de preguntarse por los hechos, las interpretaciones y las explicaciones. Los estudiantes adquieren formas de pensar, hábitos de perseverancia, curiosidad y confianza en situaciones no familiares que les servirán fuera de la clase. Resolver problemas posibilita el desarrollo de capacidades complejas y procesos cognitivos de orden superior que permiten una diversidad de transferencias y aplicaciones a otras situaciones y áreas; y en consecuencia, proporciona grandes beneficios en la vida diaria y en el trabajo. De allí que, resolver problemas se constituye en el eje principal del trabajo en matemática.

A fin de que la comprensión de los estudiantes sea más profunda y duradera, se han de proponer problemas cuya resolución les posibilite conectar ideas matemáticas. Así, pueden ver conexiones matemáticas en la interacción entre contenidos matemáticos, en contextos que relacionan la matemática con otras áreas y con sus propios intereses y experiencias. De este modo se posibilita además que se den cuenta de la utilidad de la matemática.

**La enseñanza por resolución de problemas pone énfasis en considerar como lo más importante lo siguiente:**

- Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que ejercite su creatividad.

- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.
- Que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Que adquiera confianza en sí mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia

Las ventajas de este tipo de enseñanza:

- Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.
- Porque el mundo evoluciona muy rápidamente: los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos.
- Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, auto-realizador y creativo.
- Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas.
- Porque es aplicable a todas las edades.

Su novedad:

La novedad está en la forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas.

Procedimiento que debe seguirse en este método: Propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos.)

- Manipulación autónoma del problema de matemática por los estudiantes
- Familiarización con la situación y sus dificultades

- Elaboración de estrategias posibles para la resolución del problema matemático.
- Ensayos diversos para la resolución de problemas matemático por los estudiantes
- Herramientas elaborados a lo largo de la historia (contenidos del tema matemático, motivados)
- Elección de estrategias
- Ataque y resolución de los problemas
- Recorrido crítico de lo resuelto del problema matemático (reflexión sobre el proceso)
- Afianzamiento formalizado (si conviene)
- Generalización
- Nuevos problemas
- Posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas.

En todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con el tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo.

Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran; la componente heurística es decir la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático.

De Guzmán, Miguel; enuncia algunas líneas de trabajo sobre la preparación necesaria para la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas:

- Primeramente, requiere de una inmersión personal, seria y profunda para adquirir unas nuevas actitudes que calen y se vivan profundamente.
- El método de enseñanza por resolución de problemas, se realiza más efectivamente mediante la formación de pequeños grupos de trabajo.

Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no había previamente camino alguno, es encontrar la forma de salir de una dificultad de donde otros no pueden salir, es encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir un fin deseado que no es alcanzable de forma inmediata, si no es utilizando los medios adecuados.” (G. Polya, 1965).

### **2.3.2.- Estrategias**

En opinión de Ulises Calderón (2000) la estrategia de enseñanza aprendizaje es un plan de acción que permite hacer uso de métodos, procedimientos y técnicas, como toma de decisiones para producir un aprendizaje más eficiente; considerando, así como un plan organizado para dirigir el aprendizaje de los objetivos. En la óptica de Pere Marqués (2003) “las estrategias de enseñanza se concretan en una serie de actividades de aprendizaje adaptadas a las características de los estudiantes, a los recursos disponibles y a los contenidos objeto de estudio. Determinan el uso de determinados medios y metodologías en unos marcos organizativos concretos y proveen a los alumnos de los oportunos sistemas de información, motivación y orientación”.

Las estrategias de aprendizaje son un conjunto de operaciones, pasos, planes y rutinas que usan los estudiantes para facilitar la obtención, almacenamiento, recuperación y uso de información. Según Weinstein, Husman y Dierking (2000), las estrategias de aprendizaje son cualquier comportamiento, pensamiento, creencia o emoción que ayude a adquirir información e integrarla al conocimiento ya existente, así como a recuperar la información disponible.

Para Jhon Nisbet y Janet Schuckmith (1992) las estrategias didácticas son aquellas estructuraciones de funciones y recursos cognitivos, afectivos y sicomotores que el sujeto lleva a cabo en los procesos de cumplimiento de objetivos de aprendizaje. Para William Cueva (2000) las estrategias didácticas son un conjunto de actividades conscientes, estructurado en un plan deliberado, que se ejecutan de acuerdo a

determinados procedimientos, controlado por el que aprende para conseguir un determinado propósito.

Se considera a las estrategias didácticas como un sistema de actividades de aprendizaje que incentivan el papel activo del estudiante y el papel de mediador del profesor a través de la metáfora del andamiaje, haciendo uso de métodos, procedimientos, técnicas, medios y materiales, con la finalidad de proporcionar a los estudiantes motivación, información y orientación para desarrollar capacidades y valores.

### **2.3.3.- Principios de las Estrategias.**

Una estrategia metodológica -con la que el profesor pretende facilitar los aprendizajes de sus alumnos- debe proporcionar motivación, información y orientación para desarrollar los aprendizajes. Debido a esto es necesario tener en cuenta algunos principios:

-Considerar las características de los alumnos, en otras palabras, sus potencialidades y limitaciones.

-Tener en cuenta los intereses y motivaciones de los estudiantes, ya que identificar lo que les gusta o interesa permitirá crear situaciones de aprendizaje realmente significativas.

-Organizar a los estudiantes, asimismo los materiales didácticos, el tiempo y el espacio.

-Proporcionar la información necesaria y en el tiempo preciso: impresos, páginas Web, libros electrónicos y virtuales, CD, asesores, visitas de estudio, etc.

--Considerar actividades de aprendizaje colaborativo, pero tener presente que el aprendizaje es individual. El profesor, debe organizar a sus alumnos en equipos de trabajo, orientar sus actividades y hacer un seguimiento de su labor.

-Utilizar metodologías activas en las que se aprenda haciendo. Éstas hacen participar al estudiante en la elaboración de sus conocimientos a través de acciones que pueden ser externas o internas, pero que requieren un esfuerzo personal de creación o de búsqueda.

-Considerar un adecuado tratamiento de los errores, los que deben ser puntos de partida de nuevos aprendizajes.

-Prever que los estudiantes puedan controlar sus aprendizajes, fomentando situaciones donde ellos puedan establecer por sí mismos criterios para valorar sus rendimientos y actitudes.

### **Factores a considerarse en el diseño de estrategias:**

**a.-** Los principios del aprendizaje y las leyes del pensamiento humano para adecuar el aprendizaje a las características propias de los estudiantes y también a su proceso de desarrollo.

**b.-** Los principios básicos de una estrategia metodológica.

**c.-** La naturaleza del área y las respectivas tareas para poder conducir el aprendizaje deseado de los alumnos.

**d.-** La estructura lógica del contenido y capacidades: fundamentales, generales y específicas

**e.-** La secuencia de actividades de aprendizajes esperados.

### **2.3.4.- Resolución de Problemas y Creatividad**

La resolución de problemas está estrechamente relacionada con la creatividad, que algunos definen precisamente como la habilidad para generar nuevas ideas y solucionar todo tipo de problemas y desarrollos.

**Invertir el problema:** Cada concepto tiene uno contrario y la oposición entre ellos genera una tensión favorable al hecho creativo.

**Pensamiento lateral:** Consiste en explorar alternativas inusuales o incluso aparentemente absurdas para resolver un problema.

**Principio de discontinuidad:** La rutina suprime los estímulos necesarios para el acto creativo, por lo tanto si experimenta un bloqueo temporal de su capacidad creadora interrumpa su programa cotidiano de actividades y haga algo diferente a lo acostumbrado.

**Imitación:** La mayor parte de los grandes artistas comienzan imitando a sus maestros. Más aun se ha llegado a armar, en parte en broma y en parte en serio, que "la originalidad no es otra cosa que un plagio no detectado". En cualquier caso, es claro que la imitación puede ser un primer paso válido hacia la originalidad. En particular observe y no vacile en imitar las técnicas de resolución de problemas empleadas con éxito por sus compañeros, maestros.

### **Estrategias de enseñanza sugeridas**

a.- Es importante que todos los docentes incluyan en la planificación las matemáticas ya que es una de las bases del aprendizaje, se debe acudir a estrategias motivacionales que le permitan al estudiante incrementar sus potencialidades ayudándolo a incentivar su deseo de aprender, enfrentándolo a situaciones en las que tenga que utilizar su capacidad de discernir para llegar a la solución de problemas. Se definen como: las técnicas y recursos que debe utilizar el docente para hacer más efectivo el aprendizaje de las operaciones manteniendo las expectativas del alumno.

b.- Desde este punto de vista es importante que el docente haga una revisión de las prácticas pedagógicas que emplea en el aula de clase y reflexione sobre la manera cómo hasta ahora ha impartido los conocimientos, para que de esta forma pueda conducir su enseñanza con técnicas y recursos adecuados que le permitan al educando construir de manera significativa el conocimiento y alcanzar el aprendizaje de una forma efectiva.

c.- Tomando en cuenta lo anterior, estrategia de enseñanza ayuda al estudiante a valorar el aprendizaje. El docente tiene a su disposición a través de la motivación un sin número de estrategias que le pueden ayudar a lograr un aprendizaje efectivo en los estudiantes.

d.- El Pensamiento Lógico está constituido por procesos mentales que permiten organizar, procesar, transformar y crear información. Teniendo como alcance los siguientes aspectos:

- Identificar características, propiedades y relaciones entre hechos, ideas, procesos y situaciones, usando todos los sentidos.
- Seleccionar aspectos comunes y no comunes entre ideas, objetos, procesos y acciones.
- Agrupar según semejanzas y separe atendiendo a diferencias en función de criterios.

### **2.3.5.- Resolución de problemas. Diferentes clases y métodos de resolución.**

Un problema de matemáticas es una situación real o ficticia que puede tener interés por sí misma, al margen del contexto, que involucra cierto grado de incertidumbre, implícito en lo que se conoce como las preguntas del problema o la información desconocida, cuya clarificación requiere la actividad mental y manifiesta de un sujeto, al que llamamos resolutor, a lo largo de un proceso, también llamado resolución, en el que intervienen conocimientos matemáticos y se han de tomar decisiones comprendiendo los errores y las limitaciones que dichas decisiones conllevan y que finaliza cuando aquél encuentra la solución o respuesta a las preguntas o disminuye la incertidumbre inicial y da por acabada la tarea (González, 1999).

La resolución de un problema de matemáticas verifica, entre otras, las siguientes condiciones:

- El resolutor se encuentra ante una situación nueva que acepta como un desafío o reto;
- El resolutor no sabe a priori cuál es la solución ni si tiene o no

solución ni cómo llegar a ella;

- No se producen bloqueos ni abandonos que impidan la resolución, es decir, el resolutor confía en sus capacidades y conocimientos y reconoce que el problema está a su altura (Puig y Cerdán, 1993);
- El proceso de resolución suele ser complejo y laborioso, a veces plagado de intentos infructuosos, ante la inexistencia o el desconocimiento de un procedimiento sencillo; no estamos ante una “respuesta” a encontrar ni ante un destino al que llegar, sino ante un proceso o un “viaje” que realizar. Con frecuencia se trata de encontrar soluciones alternativas, fiables, eficaces y creativas a un mismo planteamiento.

Tabla 3

**Diferencias entre Ejercicio y Problema**

<b>Ejercicio</b>	<b>Problema</b>
<b>Tarea escolar</b>	<b>Tarea escolar o extraescolar</b>
Tarea de aplicación simple y directa de un conocimiento, procedimiento o técnica ya disponible o sobre la que el alumno / resolutor se encuentra ya iniciado	Tarea o situación que no se resuelve aplicando directamente una regla aprendida; hay que entender el enunciado, organizar la información, seleccionar los conocimientos matemáticos útiles, probar, aplicarlos adecuadamente y evaluar el proceso
Está más indicado hablar de ejecución o realización	Está más indicado hablar de resolución
La <b>ejecución</b> no suele implicar una actividad intensa de pensamiento	La <b>resolución</b> suele requerir una actividad cognitiva compleja en la que intervienen conocimientos, estrategias y técnicas, decisiones, imaginación, concentración, autonomía, espíritu crítico, etc.
Actividad de aplicación mecánica y sistemática de un algoritmo o un concepto	Actividad de aplicación funcional o “en contexto” del conocimiento matemático
La finalidad educativa es la de entrenamiento y consolidación de contenidos explicados, aprendidos o en vías de aprendizaje y a veces de evaluación o comprobación de su aprendizaje	La finalidad educativa es proporcionar experiencias sobre la utilidad y las aplicaciones del conocimiento matemático, desarrollar las competencias básicas y evaluar la disponibilidad del conocimiento ante situaciones en las que es útil
El enunciado es simple y directo; indica claramente cuál es la actividad a realizar: “efectúa la siguiente suma . . .”, “encuentra una fracción equivalente a . . .”	El enunciado describe una situación compleja con aspectos indeterminados sin indicación a veces a conocimiento o proceso alguno. Cuando no hay enunciado, la situación no indica la actividad a realizar para despejar la incertidumbre
Es una tarea repetitiva, rutinaria, de resultados previsible (aunque hay que saber cómo se hace)	Siempre supone un reto, una actividad desconocida, apasionante y de resultados imprevisibles
Se realizan o completan en un tiempo corto	Suelen requerir más tiempo.

No se establecen lazos especiales entre el	Es más probable la implicación emocional y, con frecuencia, vital, aunque también se resuelven por exigencias curriculares
<b>Ejercicio y la persona que lo realiza. Se suelen realizar por meras exigencias curriculares</b>	
Generalmente tienen solución única	Puede tener ninguna, una o más soluciones
Son muy numerosos en los libros. Constituyen el grueso de las tareas escolares en Primaria	Los verdaderos problemas suelen ser escasos en los libros

**Fuente:** González, 1999; Estrategias de solución de problemas matemáticos. Madrid.

### 2.3.6.- Operaciones y Agrupación de Símbolos

Entre los símbolos de agrupación se encuentran los paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { } y rayas horizontales —también llamadas vínculos— que suelen usarse para representar la división y las raíces. Los símbolos de las operaciones básicas son bien conocidos de la aritmética: adición (+), sustracción (-), multiplicación (×) y división (:). En el caso de la multiplicación, el signo ‘×’ normalmente se omite o se sustituye por un punto, como en  $a \cdot b$ . Un grupo de símbolos contiguos, como  $abc$ , representa el producto de  $a$ ,  $b$  y  $c$ . La división se indica normalmente mediante rayas horizontales. Una raya oblicua, o virgulilla, también se usa para separar el numerador, a la izquierda de la raya, del denominador, a la derecha, en las fracciones. Hay que tener cuidado de agrupar los términos apropiadamente. Por ejemplo,  $ax + b/c - dy$  indica que  $ax$  y  $dy$  son términos separados, lo mismo que  $b/c$ , mientras que  $(ax + b)/(c - dy)$  representa la fracción:

#### ➤ La Suma o Adición

Es la operación básica por su naturalidad, que se combina con facilidad matemática de composición que consiste en combinar o añadir dos números o más para obtener una cantidad final o total. La suma también ilustra el proceso de juntar dos colecciones de objetos con el fin de obtener una sola colección. Por otro lado, la acción repetitiva de sumar uno es la forma más básica de contar. Propiedades de la suma. ([wikipedia.org/wiki/propiedad\\_conmutativa](http://wikipedia.org/wiki/propiedad_conmutativa))

- Propiedad conmutativa: Si se altera el orden de los sumandos, no cambia el resultado:  $a+b=b+a$ .

- Propiedad asociativa: Propiedad que establece que cuando se suman tres o más números reales, la suma siempre es la misma independientemente de su agrupamiento.<sup>2</sup> Un ejemplo es:  $a+(b+c) = (a+b)+c$ .
- Elemento neutro: 0. Para cualquier número  $a$ ,  $a + 0 = 0 + a = a$ .
- Elemento opuesto o inverso aditivo: Para cualquier número entero, racional, real o complejo  $a$ , existe un número  $-a$  tal que  $a + (-a) = (-a) + a = 0$ . Este número  $-a$  se denomina elemento opuesto, y es único para cada  $a$ . No existe en algunos conjuntos, como el de los números naturales.
- Propiedad distributiva: La suma de dos números multiplicada por un tercer número es igual a la suma del producto de cada sumando multiplicado por el tercer número. Por ejemplo,  $(6+3) * 4 = 6*4 + 3*4$ .
- Propiedad de cerradura: Cuando se suman números naturales el resultado es siempre un número natural. Por ejemplo:  $a+b=c$ .  
([wikipedia.org/wiki/propiedad\\_conmutativa](http://wikipedia.org/wiki/propiedad_conmutativa))

➤ **Resta o Sustracción.**

Es una de las cuatro operaciones básicas de la aritmética; se trata de una operación de descomposición que consiste en, dada cierta cantidad, eliminar una parte de ella, y el resultado se conoce como diferencia o resto. Es la operación inversa a la suma. Por ejemplo, si  $a+b = c$ , entonces  $c-b = a$ .

En la resta, el primer número se denomina minuendo y el segundo es el sustraendo. El resultado de la resta se denomina diferencia.

En el conjunto de los números naturales,  $N$ , sólo se pueden restar dos números si el minuendo es mayor que el sustraendo. De lo contrario, la diferencia sería un número negativo, que por definición estaría excluido del conjunto. Esto implica la ampliación del conjunto de los números naturales con un nuevo concepto de número, el conjunto de los números enteros  $Z$ , que incluye a los naturales. Esto también es así para otros conjuntos con ciertas restricciones, como los números reales positivos.

Como ejemplo ilustrativo del proceso de restado de dos números, se

utilizarán el 1419 y 751, obteniéndose:

	1	1			← acarreo
<i>M</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>U</i>		
	1	4	1	9	← Minuendo
		7	5	1	← Sustraendo
	0	6	6	8	← Resto o Diferencia

La comprobación del resultado como «Resto o Diferencia» se hace sumando dicho resultado con el sustraendo, ya que en toda resta se cumple que: Sustraendo + Diferencia = Minuendo, o sea, el resultado de dicha suma debe de ser el minuendo, en este caso ejemplo sería  $668+751=1419$

### ➤ **Multiplicación.**

Propiedad conmutativa:  $3 \times 4 = 12 = 4 \times 3$  doce elementos pueden ser ordenados en tres filas de cuatro, o cuatro columnas de tres.

La multiplicación es una operación matemática que consiste en sumar un número tantas veces como indica otro número. Así,  $4 \times 3$  (léase «cuatro multiplicado por tres» o, simplemente, «cuatro por tres») es igual a sumar tres veces el valor 4 por sí mismo ( $4+4+4$ ). La multiplicación está asociada al concepto de área geométrica.

El resultado de la multiplicación de varios números se llama producto. Los números que se multiplican se llaman factores o coeficientes, e individualmente: multiplicando (número a sumar o número que se está multiplicando) y multiplicador (veces que se suma el multiplicando). Aunque esta diferenciación en algunos contextos puede ser superflua cuando en el conjunto donde esté definido el producto se tiene la propiedad conmutativa de la multiplicación (por ejemplo, en los conjuntos numéricos), pero puede ser útil cuando se ocupa para referirse al multiplicador de una expresión algebraica (ej: en " $a^2b + a^2b + a^2b$ " ó " $3a^2b$ ", 3 es el multiplicador, mientras que " $a^2b$ " es el multiplicando).

## Propiedades de la multiplicación:

### ➤ Propiedad conmutativa

Utilizando esta definición, es fácil demostrar algunas propiedades interesantes de la multiplicación. Como indican los dos primeros ejemplos, el orden en que se multiplican dos números es irrelevante, lo que se conoce como propiedad conmutativa, y se cumple en general para dos números cualquiera  $x$  e  $y$ :

$$x \cdot y = y \cdot x$$

### ➤ Propiedad asociativa

La multiplicación también cumple la propiedad asociativa, que consiste en que, para tres números cualquiera  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , se cumple:

$$(x \cdot y)z = x(y \cdot z)$$

En la notación algebraica, los paréntesis indican que las operaciones dentro de los mismos deben ser realizadas con preferencia a cualquier otra operación.

Por ejemplo:

$$(8 \times 3) \times 2 = 8 \times (3 \times 2)$$

$$24 \times 2 = 8 \times 6$$

$$48 = 48$$

### ➤ Propiedad distributiva

La multiplicación también tiene lo que se llama propiedad distributiva con la suma, porque:

$$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

Asimismo:

$$(x + t) \cdot (y + z) = x(y + z) + t(y + z) = xy + xz + ty + tz$$

$$9 \times (3 + 5) = (9 \times 3) + (9 \times 5) = 27 + 45 = 72$$

### ➤ Elemento neutro

Es de interés saber que cualquier número multiplicado por la unidad (1) es igual a sí mismo. Ejemplo:  $1 \cdot x = x$

### ➤ **División**

En matemática, la división es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro número (dividendo). El resultado de una división recibe el nombre de cociente. De manera general puede decirse que la división es la operación inversa de la multiplicación, si bien la división no es una operación, propiamente dicha.

Debe distinguirse la división «exacta» (sujeto principal de este artículo) de la «división con resto» o residuo (la división euclídea). A diferencia de la suma, la resta o la multiplicación, la división entre números enteros no está siempre definida; en efecto: 4 dividido 2 es igual a 2 (un número entero), pero 2 entre 4 es igual a un medio, que ya no es un número entero. La definición formal de «división» dependerá luego del conjunto de definición.

### **2.3.7.- Problemas de Enunciado Verbal**

**a.- Problemas aritméticos:** en su enunciado presentan datos numéricos y relaciones cuantitativas y en su resolución se requiere la realización de operaciones aritméticas. Se incluyen aquí los problemas de medidas y sobre el sistema métrico decimal.

#### **Primer Nivel: De una sola operación: + y -: Suma y resta:**

- Cambio o transformación: (Tenía 17 nuevos soles, me he gastado 5 nuevos soles ¿cuánto me queda?);
- Combinación: (A una sesión de cine asistieron 153 personas. Si la sala tiene 170 butacas. ¿Cuántos asientos estaban vacíos?);
- Comparación: (Juan tiene 15 cromos y Pedro 12 más que Juan. ¿Cuántos tiene?);
- Igualación: (Daniel tiene 56 libros y Alberto 25. ¿Cuántos libros le faltan a Alberto para tener los mismos que Daniel?);

### **Multiplicación y división:**

- Reparto equitativo: (Después de repartir una bolsa de caramelos entre 18 alumnos le ha correspondido 8 caramelos a cada uno. ¿Cuántos caramelos tenía la bolsa?);
  - Comparación multiplicativa: (unos zapatos cuestan 72 nuevos soles. Un balón cuesta 8 veces menos. ¿Cuánto cuesta el balón?);
  - Razón o tasa: (Por un jamón hemos pagado 152 nuevos soles. Si el precio de esa clase de jamón es de 19 nuevos soles/kg. ¿Cuántos kilos pesa el jamón que hemos comprado?);
- Producto cartesiano: (Combinando mis pantalones y camisas me puedo vestir de 24 formas diferentes. Tengo 4 pantalones. ¿Cuántas camisas tengo?).

### **Segundo Nivel: varias operaciones combinadas o de varias etapas.**

Por la estructura del enunciado pueden ser: fraccionados (varias preguntas encadenadas) y compactos (una pregunta al final del enunciado). Por las operaciones que hay que realizar: combinados puros (todas las operaciones pertenecen al mismo campo operativo (sumas - restas o multiplicación-división)); combinados mixtos (operaciones diferentes: "En un almacén había 127 sacos de garbanzos. Cada uno pesaba 60 kilos. Se sacaron 8 carros de 12 sacos cada uno. ¿Cuántos kilos quedaron en el almacén?")

### **Tercer Nivel:**

#### **1) Los datos del enunciado vienen dados en forma de números decimales, fraccionarios o porcentajes.**

Ejemplo: Una pieza de  $\frac{1}{4}$  de kilo de solomillo de ternera cuesta 8 euros. ¿Cuánto pagaremos por 2 kilos de esa misma carne?

**2) Problemas geométricos:** se trabajan contenidos y conceptos geométricos.

**3) Problemas de azar y probabilidad:** situaciones planteadas a través de registros en juegos de azar, votaciones, fenómenos reales, frecuencias, etc.

**4) Problemas de razonamiento lógico** (con o sin enunciado verbal) Ej.: razonamiento inductivo (Ej.: continúa la serie); Análisis de proposiciones: utilización precisa del lenguaje ("Si sumo dos números impares el

resultado es par" ¿verdadero?). Demostraciones y justificaciones.

**5) Problemas manipulativos (material didáctico)** (con o sin enunciado verbal) Construcciones y problemas con material didáctico estructurado (regletas, ábacos, bloques, mosaicos, puzles, etc.).

**6) Problemas ligados a juegos y pasatiempos** (con o sin enunciado verbal). En su desarrollo aparecen problemas y ejercicios mentales que favorecen la aplicación del conocimiento matemático, la búsqueda de estrategias, estimulan la imaginación y desarrollan la inteligencia. - Juegos individuales o de grupo (cartas, tiro al blanco, habilidad, Bingos, Juegos de tableros, etc.); - Pasatiempos lógico-matemáticos: criptogramas, cuadrados mágicos, enigmas, sopas, etc.

**7) Problemas de modelización matemática:** Problemas del mundo real (con o sin enunciado verbal) Situaciones de aplicación de la matemática a la realidad tal y como se presentan (sin preparar ni estructurar) (Ej.: interpretar y comparar precios y ofertas; leer e interpretar tablas, contrastar noticias, buscar información, indagar y probar (problemas de investigación), experimentar, etc.).

#### **2.4.- Definición de términos**

➤ **Lenguaje Matemático.** Cuando hablamos de lenguaje matemático nos estamos refiriendo a dos cuestiones distintas pero interrelacionadas, a saber: la simbología utilizada en matemáticas y, por otro lado, la estructura y presentación de los contenidos matemáticos. La simbología matemática está repleta de caracteres gráficos denominados logo gramas, que son como las "palabras" de un idioma. Por otra parte, la presentación de los contenidos matemáticos se realiza mediante enunciados como Definición, Teorema, Proposición, Lema, Demostración, Corolario, etc., de manera que cada uno de ellos predice su contenido.

**Metodo.** Un método es una serie de pasos sucesivos, conducen a una meta. El objetivo del profesionalista es llegar a tomar las decisiones y una teoría que permita generalizar y resolver de la misma forma problemas semejantes en el futuro. Por ende es necesario que siga el método más

apropiado a su problema, lo que equivale a decir que debe seguir el camino que lo conduzca a su objetivo.

**Interpretar** .De manera general se puede decir que es el resultado de la acción de "interpretar". Interpretar es el hecho de que un contenido material, ya dado e independiente del intérprete, es "comprendido" y "expresado" o "traducido" a una nueva forma de expresión, considerando que la interpretación "debe" ser fiel de alguna manera al contenido original del objeto interpretado.

**Operación**. La palabra operación puede tener diferentes significados: En matemática, una acción bien definida que, cuando se aplica a cualquier combinación permitida de entidades conocidas, produce una nueva entidad. Ejemplos de operaciones incluyen la adición, multiplicación. En lógica matemática: pensamiento y acción para descubrir nuevos "teoremas lógicos matemáticos", con la finalidad de hacer avanzar a la ciencia y por consiguiente, comprender cada vez mejor al universo.

**Problema**. Un problema suele ser un asunto del que se espera una rápida y efectiva solución. Puede ser: En matemática, un problema es una pregunta sobre objetos y estructuras matemáticas que requiere una explicación y demostración.

**Resolución De Problemas**. Método para solucionar problemas en dispositivos, servicios o programas. Consiste en una búsqueda sistemática para encontrar el origen del problema y así poder resolverlo.

## Capítulo III RESULTADOS Y PROPUESTA

### 3.1.- Resultados de Trabajo de Campo

Tabla 4

DESCRIPCIÓN	SIEMPRE		ALGUNAS VECES		NUNCA		TOTAL	
	N°	%	N°	%	N°	%	N°	%
1. -Los alumnos no comprenden lo que leen.	04	17	06	25	14	58	24	100
2. leen el problema rápido y no se enteran,	05	21	06	25	13	54	24	100
3. no saben bien lo que dice el problema	09	37	07	29	08	33	24	100
4. no saben lo que se les pregunta en el problema	18	75	05	21	01	04	24	100

**Fuente:** Encuesta a los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, junio 2018.

#### Interpretación

- En el cuadro N° 01 referente a los errores en la comprensión del problema matemático se tiene que el 58% de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 no comprenden lo que leen. Asimismo, se percibe que 54% de los estudiantes leen el problema rápido y no se enteran. De otra parte, el 37% de los estudiantes siempre saben bien lo que dice el problema. El 75% si saben lo que se les pregunta en el problema

Tabla 5

Problema	Sí elige bien	No elige bien	Comprende parcialmente		
			Comprende el problema, los conceptos y las operaciones, pero se confunde al momento de elegir las operaciones aritméticas	Comprende el problema, pero no los conceptos, ni identifica las operaciones	Comprende la pregunta y los conceptos, pero no identifica las operaciones aritméticas a desarrollar.
Resuelve erróneamente el problema	09	15 (62%)	06	12	06
Utiliza operaciones distintas a las que correspondería.	07	17 (71%)	08	09	07
Se ha equivocado en la elección de las operaciones a realizar.	09	15 (62%)	11	07	06
	<b>24 alumnos</b>		<b>100%</b>		

**Fuente:** Encuesta a los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, junio 2018.

### Interpretación

De acuerdo a la tabla n° 02 concerniente a los errores en la elección de las operaciones el 15% de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 no elige bien y resuelve erróneamente el problema. Asimismo, el 71% de los estudiantes no utiliza las operaciones que corresponden al problema. El 62% de los encuestados no elige bien las operaciones aritméticas a realizar.

Tabla 6

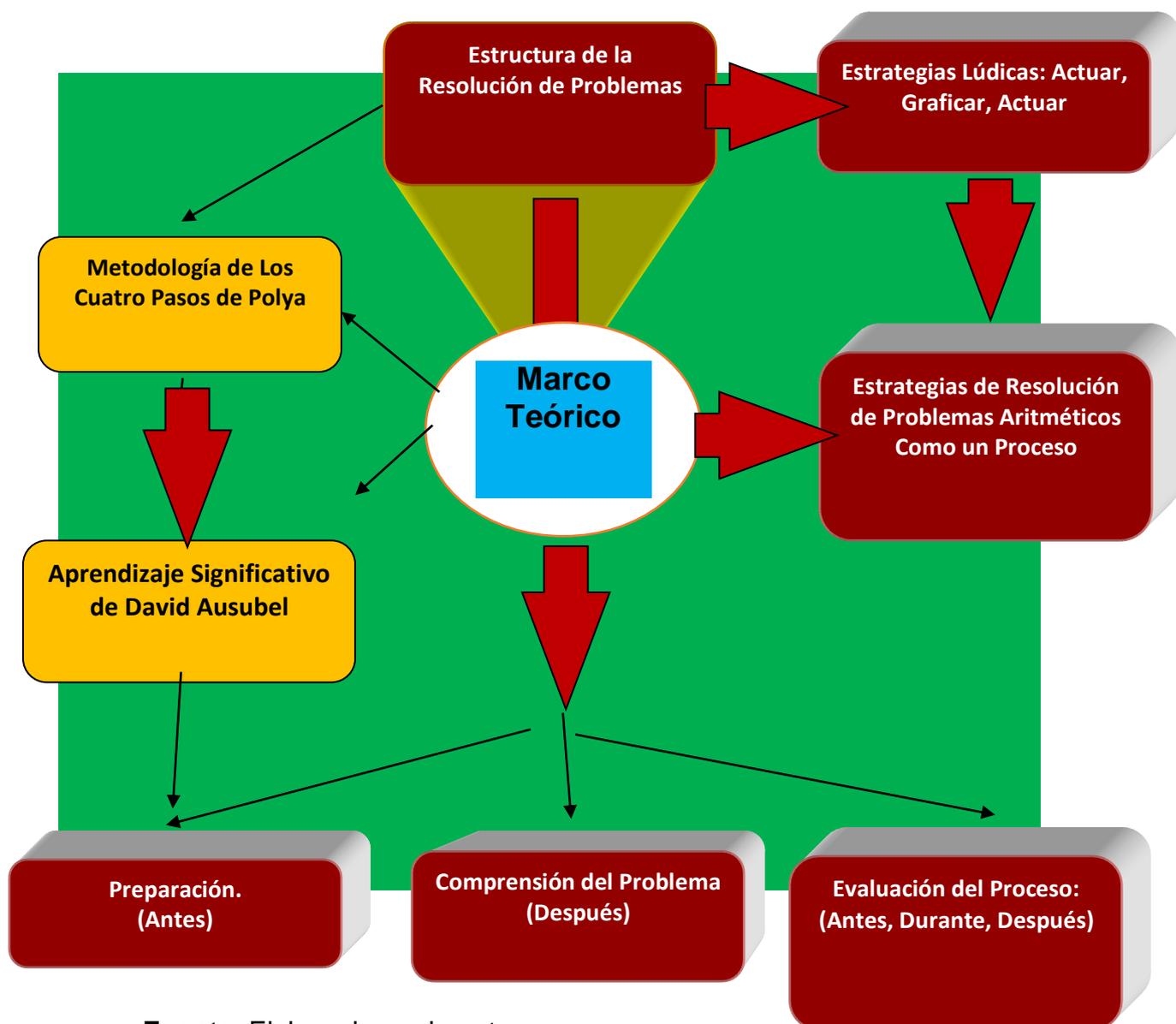
Problema	Sí elige bien	No elige bien	Comprende parcialmente		
			Comprende el problema, los conceptos y las operaciones, pero se confunde al momento de elegir las operaciones aritméticas	Comprende la pregunta, pero no los conceptos, ni identifica las operaciones	Comprende la pregunta y los conceptos, pero no identifica las operaciones aritméticas a desarrollar.
Escribe y comunica bien la respuesta del resultado aritmético	09	15 (62%)	06	12	06
Tiene habilidad para el cálculo aritmético.	07	17 (71%)	08	09	07
Comete errores en la ejecución de las operaciones aritméticas	09	15 (62%)	11	07	06
	<b>24 alumnos</b>		<b>100%</b>		

**Fuente:** Encuesta a los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, junio 2018.

**Interpretación:**

El 62% de los estudiantes no escribe y comunica bien la respuesta del resultado numérico. Asimismo, el 71% de los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194 considera que no elige bien y que no tiene habilidad para el cálculo. El 62% de los estudiantes manifiesta que no elige bien y comete errores en la ejecución de las operaciones.

## Modelo Teórico de la Propuesta



Fuente: Elaborado por la autora

### 3.2.- Diseño de la Propuesta de la Investigación.

Estrategias didácticas lúdicas para mejorar la resolución de problemas matemáticos en las cuatro operaciones básicas en el área de matemática, en los estudiantes de primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua.

### **3.2.1. Presentación**

En el presente trabajo frente al problema referente a la resolución de problemas en el nivel de las operaciones básicas de matemáticas en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua; se planteó estrategias didácticas lúdicas con el fin de contribuir a mejorar en resolución de problemas aritméticos, la misma que se basó en la metodología de George Polya y el aprendizaje significativo de Ausubel, metodologías que impulsan el aprendizaje mediante el análisis y la solución de problemas.

### **3.2.2. Objetivo:**

Mejorar la resolución de problemas aritméticos en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa. N° 16194 Nueva Urbanización, de Bagua mediante el diseño de estrategias didácticas lúdicas sustentadas en la metodología de George Polya y el aprendizaje significativo de Ausubel.

### **3.2.3. FUNDAMENTACIÓN**

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información; entendiéndose por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En el proceso del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuáles son los conceptos y proposiciones que maneja, así como de su grado de estabilidad. En el proceso educativo, es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos, estos son: ideas, proposiciones, estables y definidos, con los cuales la nueva información puede interactuar.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva. En este sentido, la metodología de George Polya que comprende cuatro pasos para la resolución de problemas matemáticos como entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan, mirar hacia atrás, se interrelaciona con el aprendizaje significativo de Ausubel, al plantear una metodología donde se considera los aprendizajes previos del estudiante.

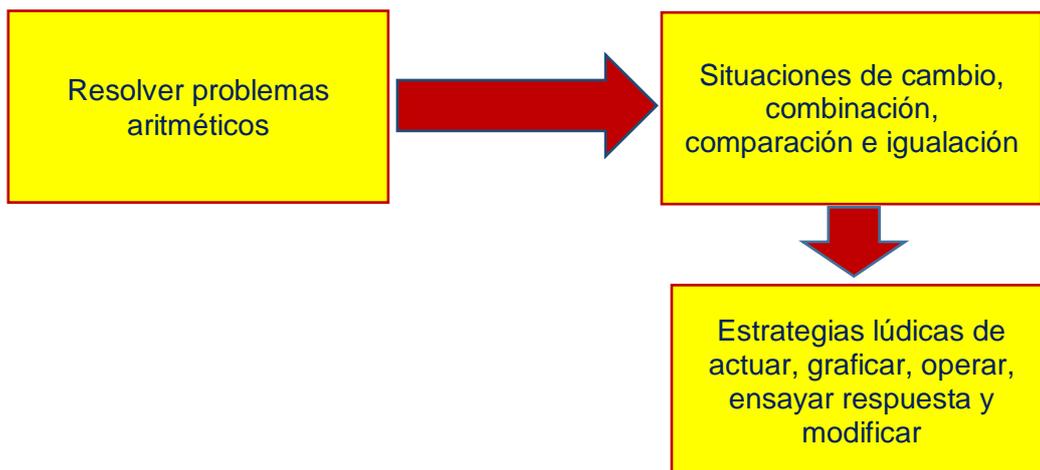
#### **3.2.4. Contenidos:**

La resolución de problemas aritméticos es el centro de las actividades de aprendizaje de la matemática. Por ello, es necesario precisar los tipos de problemas, desde una clasificación semántica, que un estudiante del primer grado de secundaria puede resolver. En la propuesta se pueden apreciar problemas con situaciones de cambio, combinación, comparación e igualación; los cuales están distribuidos de forma secuencial según su nivel de complejidad en 02 tipos de estrategias.

#### **3.2.5. Metodología**

- Las sesiones de clase se inician con actividades lúdicas previas a la presentación de los problemas. Luego se procede a analizar los problemas para proponer estrategias de resolución de problemas.
- Al inicio de las sesiones se plantean juegos creativos y dinámicos que refuercen algunas nociones previas. Se utiliza material concreto en las actividades lúdicas y para la resolución de los problemas.
- Se proponen dos estrategias:

### 3.2.6 Matriz de la propuesta



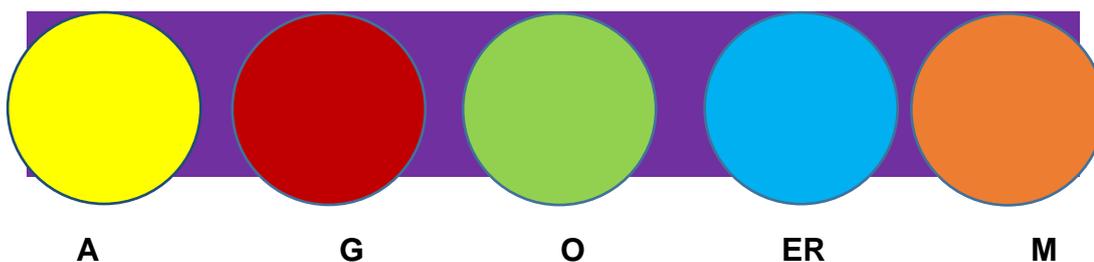
**Actuar, graficar, operar, ensayar respuesta y modificar;** las cuales se presentan en círculos de diferentes colores, para que identifiquen y diferencien.

### ESTRATEGIAS N° 01

#### Estructura Lúdicas en los Niveles de las Operaciones Matemáticas

Tabla 7

<b>ACTUAR</b>	Es resolver el problema mediante la escenificación o simulación
<b>GRAFICAR</b>	Es resolver el problema con la ayuda de dibujos o figuras
<b>OPERAR</b>	Es resolver el problema aplicando operaciones de adición y sustracción
<b>ENSAYAR RESPUESTA</b>	Es resolver el problema buscando diferentes respuestas hasta llegar a la correcta
<b>MODIFICAR</b>	Significa cambiar la pregunta del problema dado en palabras más sencillas.



**Modelo de Círculos**

Tabla 8

Estrategias lúdicas de trabajo en equipo: Actuar, Graficar, operar	
Actividades Lúdicas	Duración: 60 minutos
Materiales	
<p>-Los estudiantes participan de un juego grupal -La docente venda lo ojos del estudiante voluntario, el cual debe introducir su mano dentro de una bolsa negra y cuenta cuántos objetos hay. -Responden: ¿Cuántos objetos hay en la bolsa?</p> <p>-Luego se aumenta algunos objetos más, mencionándole dicha cantidad y nuevamente se le pregunta: ¿Cuántos objetos hay en la bolsa? -La misma actividad se realiza con otros estudiantes voluntarios.</p> <p>-Luego se le presenta un problema Elsa tiene 25 chocolates, su hermana le regala 4 más. ¿Cuántos chocolates tiene ahora en total? a) 28 b)29 c)30</p>	<p>Bolsa negra Venda Tapas</p> <p>-Problema redactado en papelógrafo</p>
<p>Los estudiantes responden: ¿De qué otra forma podemos decir el problema? -Los estudiantes reformulan el problema con sus propias palabras.</p> <p>-Los estudiantes escuchan a la docente: Para comprender un problema es muy importante segmentarlo, releemos el problema y lo segmentan con una palmada. -Dos estudiantes salen a la pizarra y pegan el problema segmentado -Elsa tiene 25 chocolates -Su hermana le regala 4 más ¿Cuántos chocolates tiene ahora en total?</p>	<p>-Limpia-tipo</p>
<p>Los estudiantes releen el problema nuevamente en voz alta. -Luego responden las siguientes preguntas: ¿Cuántos chocolates tiene Elsa? ¿Cuántos chocolates le regala su hermana? ¿Cuántos chocolates tiene ahora en total? ¿Cómo podemos saber cuántos chocolates hay en total?</p> <p>La docente muestra a los estudiantes las estrategias que podemos usar para resolver el</p>	<p>-Tiras de papelógrafo -Limpia-tipo</p>

<p>problema y explica cada una de ellas: “graficar”, “actuar” y “operar”</p> <p><b>Actuar:</b> Es resolver el problema mediante la escenificación o simulación.</p> <p><b>Graficar:</b> Es resolver el problema con la ayuda de dibujos o figuras.</p> <p><b>Operar:</b> Es resolver el problema aplicando operaciones de adición y sustracción.</p> <p>-La docente propone y selecciona los círculos con las estrategias: “actuar” y “graficar”.</p> <p>-Se reparte por grupos material concreto para que sólo dos representen el problema. La docente monitorea la escenificación.</p> <p>-La docente utiliza la estrategia graficar y los estudiantes responden:</p> <p>¿Cuántos chocolates tiene Elsa? (se pega la cantidad con material multi-base en la pizarra)</p> <p>¿Cuántos chocolates le regaló su hermana? (se pega la cantidad con material multi-base en la pizarra)</p> <p>¿Cuál es la pregunta del problema? ¿Cuál será la respuesta?</p> <p>¿Los chocolates de Elsa disminuyeron o aumentaron? ¿Por qué?</p> <p>-La docente dice: Entonces, ahora vamos a aplicar la estrategia “operar”</p> <p>. Los estudiantes responden:</p> <p>¿Qué operación matemática se puede hacer?</p> <p>¿Suma o resta? ¿Por qué? ¿Qué números vamos a usar? ¿Qué número va primero? ¿Qué número va debajo?</p> <p>-Aplican la estrategia “operar”</p> $25 + 4 = 29$ <p>-Los estudiantes responden: ¿Cómo vamos a redactar nuestra respuesta?</p> <p>-La docente escribe la respuesta del problema con la ayuda de los estudiantes.</p> <p>Rpta: Elsa tiene ahora 29 chocolates en total.</p> <p>-La docente les entrega una ficha para que registren lo trabajado en la pizarra.</p> <p>-Responden: ¿A qué conclusión llegamos?</p> <p>La docente escribe en un papelógrafo la conclusión y será pegada en un ambiente del salón.</p> <p>-Finalmente se realiza algunas preguntas: ¿Qué te pareció la clase? ¿Tuvieron alguna dificultad? ¿Qué aprendimos el día de hoy?</p>	<p>03 Círculos</p> <p>-Círculos</p> <p>-Material multi-base en cartulina</p> <p>-Círculo</p> <p>-Ficha de registro</p> <p>-Tira de papelógrafo</p> <p>-Ficha de trabajo</p>
---	---

**Estrategias N° 02**  
**Metodología de Polya Relacionando las Operaciones Matemáticas**  
**Básicas**

Tabla 9

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS COMO UN PROCESO (En base a G. Polya)	PROCESO
<p><b><u>1.- FORMA DEL ENUNCIADO</u></b></p> <p><b>1.1.-</b> Presentación y pregunta, cuando en el problema se narra una determinada situación y al final se formula la pregunta.  <u>Por ejemplo:</u>                      Juan tiene dos bolígrafos y David le da tres. ¿Cuántos bolígrafos tiene ahora Juan?</p> <p><b>1.2.-</b> Pregunta y explicación a la vez, cuando el problema empieza por la pregunta que engloba a la explicación de la situación planteada.  <u>Por ejemplo:</u>                      ¿Cuántos colores tiene Joaquín si su madre le da 10 y su hermano 6?</p> <p><b>1.3.-</b> Pregunta indirecta, cuando el problema no se formula de forma directa.  <u>Por ejemplo:</u>                      En el patio de la escuela hay doce neumáticos para jugar. La maestra quiere saber cuántos debe sacar para que todos los 18 niños tengan uno.</p> <p><b>1.4.-</b> Explicación y diversas preguntas, cuando el problema plantea una situación y pide varias respuestas.  <u>Por ejemplo:</u>                      Felipe tiene dos pelotas para jugar a tenis y Marcelo tiene 8. ¿Cuántas pelotas tienen entre los dos? ¿Cuántas pelotas tiene más Marcelo?</p> <p><b>1.5.</b> Preguntas internas no explícitas, cuando el problema formula además de las preguntas explícitas otras cuestiones que no nos dice directamente el enunciado.  <u>Por ejemplo:</u>                      Juan ha recorrido en bicicleta 6.500 metros desde Lima a Ancón sin parar. Su tío le ha prometido que le daría 10 soles por cada kilómetro. ¿Cuántos soles le ha dado su tío?</p>	

<p><b><u>2.- Forma de la Resolución</u></b></p> <p><b>2.1. Inicio de resolución,</b> cuando el problema va acompañado de unos gráficos, operaciones iniciales, etc. que de alguna forma le indican el camino de su resolución.  <u>Por ejemplo:</u>                      ¿Cuántos nuevos soles valen cinco lápices de 10 céntimos cada uno?                      1 lápiz..... 10 céntimos                      2 lápices..... 10 + 10 = 20 céntimos</p>
---

3 lápices.....  $10 + 10 + 10 = \dots\dots\dots$

**2.2.- Formato general:** Cuando en el problema después del enunciado general aparece distribuido el espacio de resolución, compartimentado y con algunas sugerencias.

Por ejemplo:

Carlos come 4 pastas y Lía come 6. ¿Cuántas pastas han comido entre los dos?

Dibujo

Operaciones

Respuesta: .....

**2.3.- No formato general,** cuando el problema aparece solo con el enunciado y nada más.

Por ejemplo:

Carlos come 4 pastas y Lía come 6. ¿Cuántas pastas han comido entre los dos?

### 3.- Metodología de Resolución de Problemas en el Nivel de las Operaciones Aritméticas

Una vez el alumno ha leído el enunciado y lo ha comprendido desde el punto de vista del lenguaje, es necesario que ponga en funcionamiento una estrategia para resolverlo. Para realizar esto hace falta que tengan lugar procesos como reconocer, comprender, aplicar, analizar datos, conceptos, hechos, transformaciones.

**3.1. Los problemas de comprensión** son aquellos en los que hay que relacionar el recuerdo de conceptos y generalizaciones. En éstos problema se pone el énfasis en la demostración de la comprensión de conceptos y sus relaciones.

Por ejemplo:

Juan quiere tener el doble de juguetes que Alberto y Alberto tiene 8. Si su madre le da 6 juguetes, ¿Cuántos le faltará para tener el doble que Alberto?

**3.2.- Comprensión de transformaciones.** En estos problemas se pone el énfasis en la capacidad para transformar los elementos de un problema de una modalidad a otra.

Por ejemplo:

En un almacén compramos 8 gramos de arroz cada semana. ¿Cuántos gramos hemos comprado al cabo de 6 semanas?

**3.3. Leer e interpretar el enunciado.** Esta sub-variable pertenece a la casi totalidad de problemas aritméticos de estos niveles. Supone algo más que la habilidad verbal normal y de lectura

**3.4.- Resolver el problema de rutina.** Son todos aquellos problemas (tipo) donde el alumno debe recordar el conocimiento pertinente, seleccionar las operaciones adecuadas y resolver el algoritmo.

Por ejemplo:

Un librero nos ha regalado 8 cuentos para repartir por igual entre 4 niños. ¿Cuántos tocarán a cada niño?

**3.5.- Realizar comparaciones.** En este tipo de problemas se espera que el alumno recuerde la información pertinente, descubra una relación y formule una decisión.

Por ejemplo:

Pepe tiene 342 soles y su hermana Rocío 210. ¿Cuántos soles le tendrá que dar Pepe a Rocío para que los dos tengan igual?

**3.6.- Analizar datos.** Implica la lectura e interpretación de información, manipulación de esta información, tomar decisiones y obtener conclusiones como un resultado.

Por ejemplo:

¿Cuál es la suma de cuatro números si el primero es 427 y cada uno de los siguientes es igual al anterior más 13?

**3.7.- Resolver problemas no rutinarios.** En este tipo de problemas el alumno pone de manifiesto la transferencia de un aprendizaje anterior a un contexto nuevo.

Por ejemplo:

Pedro piensa un número. Si le sumas 8, 10 divides por 16 y le sumas 13 da 17. ¿Qué número es?

Al repartir caramelos a un cierto número de niños tocan 3 a cada uno y sobran 15. Se añaden 3 caramelos para que les corresponda uno más. ¿Cuántos niños son? ¿Cuántos caramelos había?

#### **4.- Las Habilidades Mecánicas en las Operaciones Aritméticas**

El último eslabón para resolver el problema aritmético consiste en efectuar adecuadamente las operaciones elegidas para resolver el problema y esto tiene que ver con la habilidad mecánica adquirida en cada una de las operaciones:

**4.1. Suma y resta con números naturales,** secuenciando en primer lugar la suma (sin llevar) con un dígito, luego dos dígitos, etc. la resta lo mismo y luego la suma y la resta

**4.2.- Producto y división con números naturales,** secuenciando de forma parecida al de la suma y resta.

**4.3.- Suma y resta con números decimales.**

**4.4.- Producto y división con números decimales.** Estas variables de clasificación permiten que todo problema aritmético pueda ser definido con al menos una sub-variable de cada una de las cuatro variables. No obstante, puede que un problema se defina con 2 o 3 sub-variables de un grupo determinado.

Por ejemplo, el problema:

¿Cuántos kilómetros le quedan por recorrer al ciclista si la carrera es de 1.100 km y ha recorrido en la primera etapa 145,82 Km, en la segunda etapa 136,65 km y en la tercera etapa 162,62 km?

Está clasificado con las siguientes sub-variables:

- Tiene enunciado tipo “explicación y pregunta a la vez”,
- No tiene formato de resolución,
- Es un problema de rutina,
- Hay que interpretar el enunciado,
- Requiere una suma de números decimales,
- Requiere una resta de números decimales.

## **Conclusiones**

Se puede percibir que los estudiantes del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas, no desarrollan estrategias apropiadas en la resolución de problemas aritméticos; no desarrollan actitudes de investigar, preguntar, plantear tareas y situaciones interesantes; así mismo los estudiantes no desarrollan aspectos elementales como es el discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas.

Las estrategias didácticas en la resolución de problemas matemáticos a través del trabajo en equipo, contribuyen a reforzar la comprensión del problema, así como a favorecer el actuar, graficar y operar en la resolución de problemas aritméticos.

Las estrategias didácticas en la resolución de problemas matemáticos contribuyen a mejorar la forma del enunciado y la forma de la resolución de problemas aritméticos.

El desarrollo de los aspectos mentales y de las habilidades mecánicas dan lugar por el lado del estudiante a reconocer, comprender, aplicar, analizar datos, conceptos, y hechos en las operaciones aritméticas.

## Recomendaciones

Consideramos que el presente trabajo de investigación constituye un aporte significativo para desarrollar las capacidades en la resolución de problemas aritméticos de los alumnos del primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización, Bagua, que permiten potenciar el trabajo en equipo, la investigación, y la organización de la información; así como el reconocer, comprender, aplicar, analizar datos, conceptos, y hechos en las operaciones aritméticas.

- Desde nuestra perspectiva consideramos que es importante la profundización de investigaciones de este tipo a fin de que se promuevan estudios alternos como son estrategias metodológicas que salgan de las fronteras del sistema de enseñanza convencional. En esa perspectiva, el presente trabajo de investigación, pretende promover y coadyuvar a los cambios paradigmáticos en el campo del proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de matemática.

## Referencias

Abarca, R. 2003; La evaluación de la función docente debe ser constructiva, Congreso Internacional sobre Evaluación de la función docente, Universidad de la Frontera, Temuco, Chile,

Andonegui, J. (1989) Motivación al logro y la Evaluación Formativa Trabajo de ascenso no publicado. Instituto Pedagógico de Caracas

Alsina; C. et al, (1996). Enseñar matemáticas. Barcelona. Editorial Graó.

Alsina, C.; 1994; La educación matemática, hoy. Revista Signos. Teoría y práctica de la educación.

Alsina, A. y otros: 1998; Matemáticas para vivir y conocer. Enfoque y propuestas para Primaria. Revista Aula nº 63. México

Brosseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? Editorial Norma, Kapeluz Buenos Aires

Blanco, L. (1993). El Aprendizaje Basado en Problemas. Barcelona: PPU. España

Borrel, N. (1995). Modelos para la evaluación externa e interna de los centros docentes, en Medina, A. y Villar, L.M. (Eds), Evaluación de programas educativos, centros y profesores, Editorial Universitas, S.A., pp. 211-233. Madrid:

Baldrige, Malcol; 2005; Evaluación y mejora del sistema de calidad: Criterios Malcolm Baldrige y otros premios y normas internacionales. V Congreso Español de la Calidad. Madrid

Bertoni, Alicia.; (1997). Evaluación, nuevos significados para una práctica compleja. Bogotá, Editorial Norma, Kapeluz.

Bermejo, V. y otros. 2002; Dificultades de aprendizaje de las Matemáticas. Cap. 14.

Bermejo, V. y otros. 2003; La perspectiva constructivista en la enseñanza de las matemáticas. Cap.6.

Biemengut, M y Hein, N, (2000). Modelagem matemática no ensino. Sao Paulo, Editorial Contexto.

Blanca, Narcea, (1990). Evaluación criterial. Madrid, Gómez Arbeo, S. A. de Ediciones.

Carles Lladó. 1996, La enseñanza de las matemáticas y de las ciencias en la educación secundaria obligatoria. Bases epistemológicas y didácticas. Revista Signos. Teoría y práctica de la educación, Santiago de Chile

Camperos, M. (1984), La Evaluación Formativa del Aprendizaje Fac. de Humanidades, Caracas. Mimeo

Carmen Amorós y M<sup>a</sup> Rosa Mira; 1992; Comunicación Y Representación En La Educación Infantil: El Lenguaje Oral Y Matemático. Revista Signos Teoría y Práctica de la Educación.

Cardona, J. (1995). Un instrumento para evaluar los centros escolares de educación secundaria, en Medina, A. y Villar, L. M. (Coord.), Evaluación de Programas Educativos, Centros y Profesores, Madrid: Editorial Universitas, S.A., pp. 275-302.

CEDODEP (1966). Técnicas de valoración de personal docente. Organización de escuelas, Madrid: CEDODEP.

Corbalán, Fernando. (1995). La Matemática aplicada a la vida cotidiana. Barcelona, Editorial Graó, de Serveis Pedagògics.

Chevallard, Ives; (1997). Estudiar Matemáticas. Cuadernos de Educación N.º 22, I.C.E. Universitat Barcelona. Editorial Horsori.

De la Orden, A. (1993). La escuela en la perspectiva del producto educativo. Reflexiones sobre evaluación de centros docentes, Bordón. Buenos Aires

De Miguel, M. (1989). Modelos de investigación sobre organizaciones educativas, Revista de Investigación Educativa.

De Miguel, M. y otros (1994, Evaluación para la calidad de los institutos de educación secundaria, Madrid: Escuela Española.

Escudero, T. (1980). ¿Se pueden evaluar los centros educativos y sus profesores? Educación Abierta, 10, ICE-Universidad de Zaragoza.

Fernández Bravo, J.A: 2001; Técnicas educativas para la resolución de problemas matemáticos. Editorial Escuela Española.

Fernando Corbalán. 2001; Matemáticas de la vida cotidiana. Revista Aula nº 63

Goñi, Jesús M.; (2000). La evaluación en matemáticas. Aula de Innovación Educativa N.º 93, 94. Barcelona.

Gastón Mialaret; 2001; Las Matemáticas: ¿Cómo se aprenden y cómo se enseñan? Editorial Visor

García Fernández; J. A. 1998; Integración escolar. Aspectos didácticos y organizativos. Cuadernos de la UNED. Madrid.

León Pereira, Teresa, (1997). Indicadores. Un mirador para la educación, Bogotá, Editorial Norma. España

MINISTERIO DE EDUCACIÓN (1999). Principios y criterios para la evaluación. Cuadernos para la reforma educativa.

Miranda, A. Fortes, C, Gil, M.D.:2002; Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo. Editorial Aljibe.

Rotger, B. (1990). Evaluación Formativa Editorial Cincel. Madrid. España

Ruiz, C. (1991) Análisis de la administración de la Evaluación Formativa que realizan los docentes de la tercera etapa de Educación Básica en planteles del Distrito N° 5 del Área metropolitana de Caracas, y su posible efecto sobre el rendimiento estudiantil, Tesis de Maestría UPEL.

Polya, George (1998); Cómo plantear y resolver problemas” Ediciones Universal. Madrid. España

Anexos



**UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO" - LAMBAYEQUE  
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN**

**ENCUESTA**

**ESTUDIANTES DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE  
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 16194, NUEVA URBANIZACIÓN**

DESCRIPCIÓN	SIEMPRE		ALGUNAS VECES		NUNCA		TOTAL	
	N°	%	N°	%	N°	%	N°	%
1. -Los alumnos no comprenden lo que leen.								
2. leen el problema rápido y no se enteran,								
3. no saben bien lo que dice el problema								
4. no saben lo que se les pregunta en el problema								
5.-Resuelve erróneamente el problema								
6.-Utiliza operaciones distintas a las que correspondería.								
7.-Se ha equivocado en la elección de las operaciones a realizar.								
7.-Escribe y comunica bien la respuesta del resultado aritmético								

8.-Tiene habilidad para el cálculo aritmético.				
9.-Comete errores en la ejecución de las operaciones aritméticas				



**UNIVERSIDAD NACIONAL “PEDRO RUIZ GALLO”-LAMBAYEQUE  
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN**

**Guía de Observación**

Estudiantes del primer grado de educación secundaria del primer grado de Educación

Secundaria

**Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización**

**Actitudes del alumno de acuerdo a la concepción del plan de trabajo del docente.**

Problema	Recrea el procedimiento		Justifica sus acciones	
	Si	No	Si	No
1.- Los alumnos están motivados, conocen los objetivos que el docente desea conseguir y la finalidad de las actividades, partiendo de sus conocimientos previos, relacionando los contenidos con situaciones reales.				
2.- Los alumnos emplean metodologías que favorecen el desarrollo de sus actitudes positivas hacia las matemáticas y que tienen en cuenta los intereses.				
3.- El alumno tiene en cuenta la fase manipulativa, gráfica y simbólica en el proceso de enseñanza.				
<b>TOTAL</b>				



**UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO-Lambayeque**  
**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN**

**Guía de Observación**

Estudiantes del primer grado de educación secundaria del primer grado de Educación  
 Secundaria

**Institución Educativa I.P.S.M. N° 16194, Nueva Urbanización**

**Acerca de los criterios de evaluación áulica**

<b>Problema</b>	<b>Recrea el procedimiento</b>		<b>Justifica sus acciones</b>	
	<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>
Existe en los alumnos un equilibrio entre los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales en los Números fraccionarios				
Entiende los procedimientos y metodologías del docente en el desarrollo de la variación proporcional				
El alumno conoce los criterios de evaluación en las áreas y cuerpos geométricos así como los procedimientos y materiales que se utilizarán en dichas áreas.				
El alumno conoce los criterios de evaluación acerca del nivel de sus conocimientos, de sus estrategias utilizadas en el cálculo y resolución de problemas, y dificultades que presentan.				