



**UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO**  
**UNIDAD DE POSGRADO**



**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y  
EDUCACIÓN**

**PROGRAMA DE MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA  
EDUCACIÓN**

**ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA DESARROLLAR COMPETENCIAS  
MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO DE  
SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “ANDRÉS AVELINO  
CÁCERES DORREGARAY” DEL DISTRITO DE CHULUCANAS,  
PROVINCIA DE MORROPÓN, REGIÓN PIURA, 2015.**

**TESIS**

Presentada para obtener el Grado Académico de Maestro en Ciencias  
de la Educación con mención en Investigación y Docencia

**PRESENTADO POR:**

**Bach. GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ**

**Lambayeque - Perú**

**2016**

**ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA DESARROLLAR COMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE LOS ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA “ANDRÉS AVELINO CÁCERES DORREGARAY” DEL DISTRITO DE CHULUCANAS, PROVINCIA DE MORROPÓN, REGIÓN PIURA, 2015.**

.....  
Gladys

el Pilar SILVA CRUZ  
Autora

.....  
Miguel ALFARO BARRANTES  
Asesor

Presentada a la Unidad de Posgrado de la Facultad de Ciencias Histórico Sociales de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo. Para obtener el Grado de: Maestro en Ciencias de la Educación con mención en Investigación y Docencia.

APROBADO POR:

.....  
Dr. Dante Alfredo Guevara Servigón  
Presidente del Jurado

.....  
M. Sc. Julia Esther Santa Cruz Mío  
Secretaria del Jurado

.....  
M. Sc. Luis Pérez Cabrejos  
Vocal del Jurado

## **DEDICATORIA**

A mis queridos estudiantes,  
porque sin ellos no hubiera sido posible la presente investigación.

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios por darme sabiduría y fuerza para seguir en el camino y alcanzar mis metas.

A mis profesores y colaboradores por su apoyo en las diferentes etapas de este trabajo.

## INDICE

Dedicatoria	iii
Agradecimiento	iv
Índice	v
Resumen	8
Abstract	9
Introducción	10

### Capítulo I: Análisis del objeto de estudio

1.1. Ubicación del objeto de estudio	13
1.1.1. Aspectos geográficos del Distrito de Chulucanas	13
1.1.2. Aspectos demográfico, económico y productivo	15
1.1.3. Aspecto sociocultural	16
1.1.4. Características generales de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray	17
1.2. Enfoques históricos del problema y sus tendencias	20
1.2.1. Evolución Histórica de la Matemática	20
1.2.2. Tendencias Actuales de la Enseñanza de la Matemática	23
1.2.2.1. Matemáticas contextualizadas	23
1.2.2.2. Enseñanza de los procesos matemáticos	24
1.2.2.3. Enseñanza con enfoque constructivista	25
1.3. Estudio de las características actuales que presenta el Objeto de Estudio así como el problema	26
1.3.1. El problema en el contexto internacional	26
1.3.2. El problema en el contexto de América Latina	28
1.3.3. El problema en el contexto peruano	29
1.3.4. El problema en el contexto regional	31
1.3.5. El problema en el contexto institucional	32
1.4. Metodología	34

1.4.1.	Tipo y diseño de la investigación	34
1.4.1.1.	Diseño gráfico	35
1.4.1.2.	Diseño analítico	36
1.4.2.	Población y muestra	37
1.4.2.1.	Población	37
1.4.2.2.	Muestra	37
1.4.3.	Materiales, técnicas e instrumentos de recolección de datos	38
1.4.4.	Métodos y recolección de datos	39
1.4.4.1.	Método histórico-lógico	39
1.4.4.2.	Método empírico	39
1.4.4.3.	Método análisis y síntesis	40
1.4.5.	Análisis estadístico de los datos	40

## **Capítulo II: Marco Teórico**

2.1.	Antecedentes de Estudio	43
2.1.1.	Tesis encontradas en el contexto internacional	43
2.1.2.	Tesis encontradas en el contexto nacional y regional	44
2.2.	Bases teóricas científicas y conceptuales	47
2.2.1.	La enseñanza de la matemática y sus implicancias del desarrollo de las competencias matemáticas	47
2.2.2.	Estándares de las competencias matemáticas	48
2.2.3.	Teoría de las Situaciones Didácticas (Teoría que sirve de base para las estrategias didácticas o variable independiente)	48
2.2.4.	Estrategias Didácticas para trabajar las Situaciones Didácticas	54
2.2.5.	Teoría que explica la variable dependiente: competencia; Actúa y Piensa Matemáticamente en Situaciones de Regularidad, Equivalencia y Cambio	57
2.3.	Definición de términos	61

### **Capítulo III: Resultados de la investigación**

3.1. Análisis e interpretación de los resultados del Pre Test	64
3.2. Análisis e interpretación de los resultados del Post Test	70
3.3. Discusión de los resultados	78
3.4. Propuesta Pedagógica	79
Conclusiones	93
Bibliografía	95
Anexos	99

## RESUMEN

El objetivo fundamental del presente trabajo fue demostrar los efectos que produce la aplicación de estrategias didácticas para el proceso de enseñanza aprendizaje, con la finalidad de superar las dificultades en el desarrollo de la competencia matemática actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” del distrito de CHULUCANAS, provincia de MORROPÓN, región PIURA.

Para lograr el objetivo se realizó esta investigación de tipo cuasi experimental, cuantitativa. Se realizaron dos observaciones, una previa a la aplicación de la propuesta y otra después de aplicada la misma, llegándose a comprobar la influencia de la propuesta en el grupo de 45 estudiantes que han sido tomados como muestra y que constituyeron el grupo experimental. Es decir, se logró demostrar efectos positivos en el desarrollo de la competencia matemática en los estudiantes; lo cual les permitió superar las dificultades y revertir significativamente el problema evidenciado.

Finalmente, se comprueba que si se elaboran y aplican estrategias didácticas basadas en la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau se desarrolla la competencia matemática actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio relacionadas con la resolución de ecuaciones cuadráticas.

**Palabras claves:** Estrategias didácticas, Proceso de Enseñanza-Aprendizaje, Teoría de las Situaciones Didácticas, Competencias matemáticas.

## **ABSTRAC**

The main objective of this study was to demonstrate the effects that the implementation of teaching strategies for teaching-learning process, in order to overcome difficulties in the development of mathematical competence acts and thinks mathematically in situations regularly, equivalence and change in the third grade students of secondary education school "Andrés Avelino Cáceres Dorregaray" CHULUCANAS district, province of Morropon, Piura region.

To achieve the goal this quasi-experimental research, quantitative was performed. Two observations, prior to the implementation of the proposal and other applied after it, getting itself to check the influence of the proposal in the group of 45 students who have been sampled and formed the experimental group were performed. That is, it was possible to demonstrate positive effects on the development of mathematical competence in students; enabling them to overcome difficulties and demonstrated significantly reverse the problem.

Finally, it is found that if teaching strategies developed and implemented based on the Theory of Didactic Situations Guy Brousseau develops mathematical competence acts and thinks mathematically equivalent situations regularly and change related to solving quadratic equations.

**Keywords:** Teaching Strategies, Teaching-Learning Process, Theory of Didactical Situations, Math Skills.

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación nace de la experiencia en las aulas de educación secundaria con la inquietud de buscar estrategias que permitan a los estudiantes el logro de competencias matemáticas ya que se ha observado que presentan muchas dificultades manifestadas en: obstáculos para matematizar situaciones, trabas para comunicar y representar ideas matemáticas, dificultades para elaborar y usar estrategias y obstáculos para razonar y argumentar ideas matemáticas, generando altos índices de desaprobación.

En este sentido se planteó la hipótesis: Si se elaboran y aplican estrategias basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau, entonces se desarrolla la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio relacionadas con la resolución de ecuaciones cuadráticas en los estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la IE “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” y luego se plantearon los siguientes objetivos: (a) Realizar el estudio histórico tendencial del objeto de estudio a nivel mundial, nacional, regional y local, (b) Realizar el diagnóstico de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de los estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la IE “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” a través de un pre-test, (c) Analizar y valorar la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau relacionadas con la resolución de ecuaciones cuadráticas para fundamentar la aplicación de las estrategias didácticas, (d) Elaborar y aplicar las estrategias didácticas a los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, (e) Identificar el nivel de desarrollo de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de los estudiantes del tercer

grado de secundaria de la IE “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” a través de un post-test; y (f) Comprobar y validar los resultados obtenidos tanto en el pre-test como en el post-test.

En el proceso de enseñanza aprendizaje al docente le corresponde la dimensión didáctica, contar con estrategias que ayuden a consolidar los aprendizajes y en ello radica la importancia del presente estudio pues ésta ha contribuido a dinamizar el proceso apoyados en el empleo de la Teoría de las Situaciones Didácticas que ayuden a generar la construcción del conocimiento matemático basado en el sistema dialéctico formado por el profesor, el estudiante y el saber actuado en el aula.

Convencidos de que para muchos estudiantes resulta complicado potenciar sus capacidades se justifica esta investigación porque favoreció su protagonismo, brindándole herramientas para enfrentar desafíos y superar las dificultades que encuentran en el desarrollo de las competencias matemáticas. El propósito de diseñar la propuesta didáctica de esta investigación fue elaborar un conjunto de sesiones de aprendizaje para la resolución de ecuaciones cuadráticas basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau que permitan al docente disponer de nuevas estrategias para fortalecer las sesiones de aprendizaje del área. Asimismo, resultaron beneficiados indirectamente los padres de familia ya que al lograr consolidar los aprendizajes desarrollando las capacidades matemáticas de sus hijos, se fortalece el proceso mismo y se logra el desarrollo integral de las personas y al beneficiarse los padres se mejora también la sociedad.

Finalmente, la actualidad de la investigación radica en que el diseño de estrategias didácticas en el área de Matemática se presenta como un instrumento científico que responde a las exigencias educativas desarrolladoras de nuestro país, ya que la matemática es considerada como el eje fundamental en el desarrollo de las sociedades y la base para el progreso de la ciencia y tecnología, además al vivir en un escenario de constantes cambios e incertidumbres se requiere de una cultura matemática.

La estructurada de la tesis consta de tres capítulos cuyos contenidos son los siguientes: En el capítulo I se hace un análisis del objeto de estudio, abordando la ubicación del contexto en el que se desarrolla la investigación, enfoque histórico y sus tendencias, el estudio de las características actuales que presenta el objeto de estudio así como el problema y la metodología empleada. En el capítulo II se hace una revisión de los antecedentes de estudio además se describen las bases teóricas científicas y conceptuales de manera resumida de los conocimientos científicos de las variables de la investigación: V.I. Programa de Estrategias Didácticas y V.D. Competencias Matemáticas. Finalmente, en el capítulo III se presentan los resultados de la investigación a través de la aplicación de un test con su respectiva descripción, contrastación de hipótesis y discusión de los resultados y así mismo se describen las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

## **CAPITULO I**

### **ANALISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO**

## **CAPÍTULO I**

### **ANALISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO**

#### **Introducción**

En este primer capítulo se presentan las consideraciones generales de la problemática en estudio. El primer epígrafe está referido a la ubicación del contexto, en sus variados aspectos que caracterizan básicamente al distrito de Chulucanas; así como la caracterización y análisis del objeto de estudio en la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray. En el segundo epígrafe se hace un análisis del objeto de estudio con respecto a la situación de las competencias matemáticas referidas a las tendencias del desarrollo histórico. El tercer epígrafe aborda la problemática relacionada al deficiente desarrollo de competencias matemáticas a nivel mundial y latinoamericano, regional, local e institucional con el propósito de caracterizar la situación y poder mostrar cómo se presenta la problemática. Finalmente, en el cuarto epígrafe se describe la metodología empleada en la presente investigación.

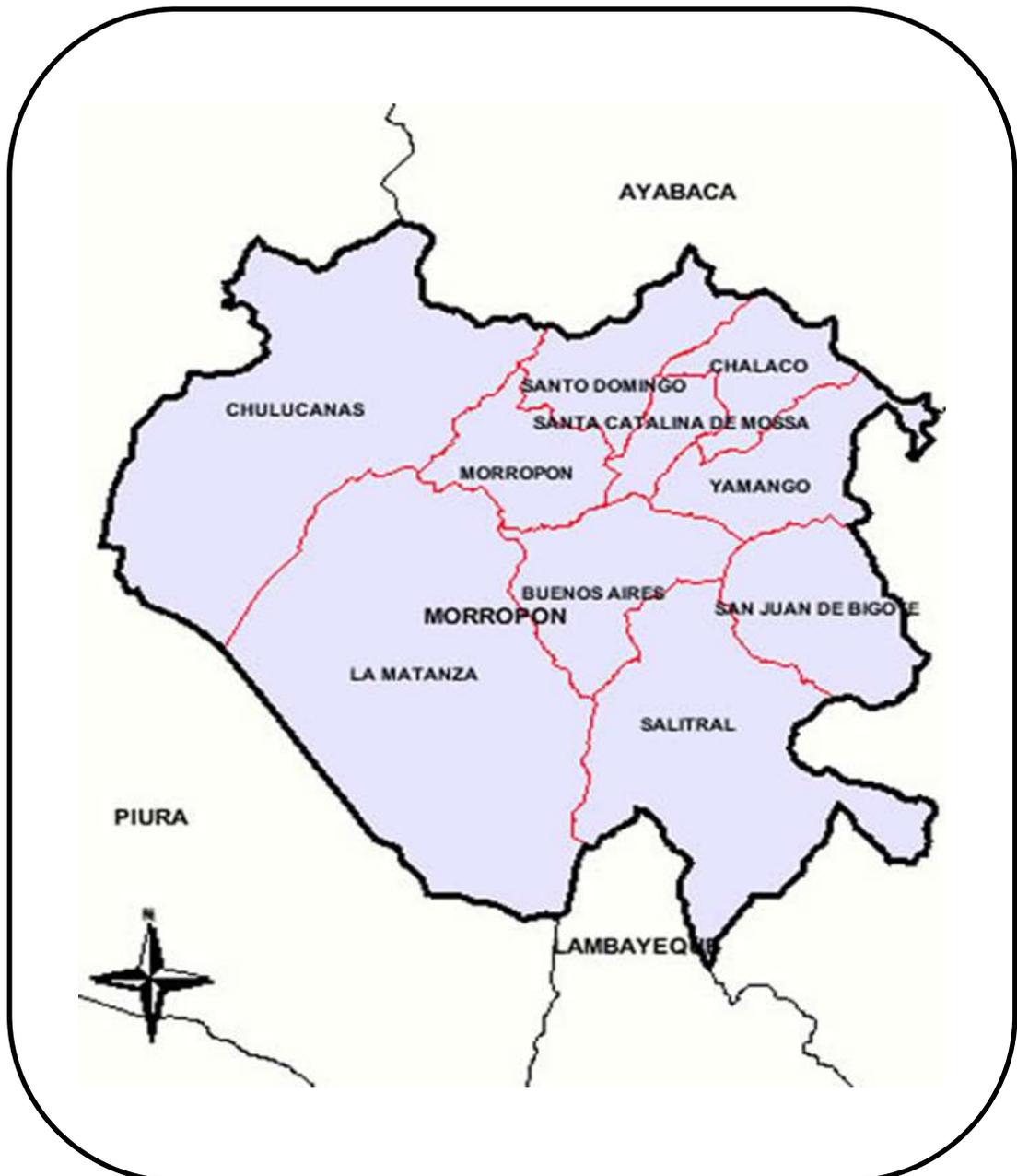
#### **1.1. UBICACIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO:**

En esta sección se analizan las características del espacio geográfico, demográfico, económico y productivo; así como sociocultural del contexto de la Institución Educativa “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” ubicada en el distrito de Chulucanas. Asimismo, se presenta un análisis de la situación problemática en la Institución,

con el propósito de caracterizarla en cuanto a su espacio de desarrollo y perspectivas de mejoramiento.

### 1.1.1. Aspectos Geográficos del Distrito de Chulucanas

El distrito de Chulucanas es la capital de la Provincia de Morropón en la Región Piura, costa norte de Perú. Situada a 58 km al este de la ciudad de Piura y a una altura de 92 m.s.n.m., encontrándose en la parte alta de la cuenca hidrográfica del río Piura, razón por la que se identifica su ubicación en El Alto Piura. El pueblo se localiza junto al río Ñácara, en la falda del cerro Ñañañique.



*Figura 1:* Mapa de los distritos de la provincia de Morropón

Geográficamente se encuentra próxima a las primeras estribaciones andinas de la sierra piurana y dentro de la yunga del bosque seco tropical. Su territorio está dividido en dos por el río Piura y tiene varias lagunas. En cuanto al clima éste es de trópico-seco, casi sin lluvias durante el año y su temperatura anual se encuentra a 24,8°C, en el invierno las temperaturas oscilan entre los 17°C y los 27°C; los veranos son más húmedos recibiendo fuertes temperaturas que pueden llegar a sobrepasar los 39°C entre los meses de enero, febrero y marzo. El nivel de las lluvias se incrementa durante estos meses y solamente cuando ocurre el Fenómeno del Niño ocasiona graves daños en las actividades económicas de la ciudad.

### **1.1.2. Aspecto Demográfico, Económico y Productivo**

Según el censo de población y vivienda, realizado por el Instituto Nacional de Estadística e Informática [INEI] en el 2007, el distrito de Chulucanas contaba con una población de 76 205 habitantes, de los cuales el 50,03% son hombres y el 49,97% mujeres. Su población está muy diversificada, acogiendo a grandes familias de ceramistas, quienes elaboran piezas de finos acabados y a través de las asociaciones les ha permitido traspasar fronteras por la calidad puesta en sus obras, resaltando el uso de dos colores, característica que le asigna elegancia particular. Esta cerámica ha sido declarada como producto representativo del Perú, situación que atrae a numerosos visitantes y permite la exportación de la producción de cerámica de carácter costumbrista. La provincia es reconocida por cultivar el

tondero, danza tradicional que perdura desde tiempos coloniales y que le dio el título de “Capital del Tondero.

La inestabilidad laboral y la pobreza son algunos de los principales problemas de Chulucanas, pues los ingresos familiares provienen de trabajos no calificados como ceramistas, peón, vendedor, ambulante y afines; lo que conforma el carácter urbano de la provincia. En la ciudad y el campo mucha población se dedica a labores agrícolas y ganadera; producen limón durante todo el año, el mango que es uno de los productos que dinamiza la producción de la región lo cual hace que se le conozca también como “capital del mango y el limón”. Asimismo, produce maíz, coco, algarroba, algodón; crían y comercializan ganado vacuno, porcino, caballar, caprino y otros, siendo afectadas estas actividades por los períodos de sequía que experimentan algunas zonas además para sacar adelante su producción deben recurrir a intermediarios lo que no les garantiza un precio adecuado de sus productos.

### **1.1.3. Aspecto sociocultural**

En este aspecto las instituciones educativas están bajo la supervisión de la Unidad de Gestión Educativa Local (UGEL) Chulucanas, entidad que proporciona el apoyo pedagógico, institucional y administrativo a las instituciones que ofertan servicio en todos los niveles y modalidades de la jurisdicción. De acuerdo a los datos del Censo Escolar de la UGEL (2011), en la gestión estatal, en el distrito de Chulucanas, son 39 las Instituciones que brindan servicio educativo inicial; 70 de educación primaria; 27 de educación secundaria; encargadas de preparar a los niños, adolescentes, jóvenes y adultos de la Unidad Educativa.

En la educación superior, Chulucanas no cuenta con infraestructura propia para las actividades de una Universidad Nacional lo que no ha permitido masificar el servicio y a los jóvenes de la

provincia optar por una carrera profesional, ya que al ser éste un servicio del Estado facilitaría el acceso a muchos estudiantes que terminan la secundaria. Durante años han sido pocos los jóvenes que al contar con recursos económicos han emigrado a otras ciudades como Piura, Chiclayo y Lima para seguir estudios superiores. Hace pocos años la Universidad Nacional de Piura ha creado una sede descentralizada en este distrito lo que ha facilitado el acceso a las nuevas generaciones de estudiantes.

#### **1.1.4. Características Generales de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray**

La Institución Educativa Andrés Avelino Cáceres Dorregaray se ubica en la carretera que une Piura con los distritos de Chulucanas y Morropón, en el anexo Kilómetro Cincuenta perteneciente a la Comunidad Campesina “José Ignacio Távara Pasapera”, lo que le imprime características de zona rural y semiurbana. La Institución actualmente cuenta con una población estudiantil estimada en 444 estudiantes, así se muestra en la **Tabla 1**, distribuidos en dos niveles: primaria 231 y secundaria 213; estos niños y adolescentes provienen de diferentes familias comuneras que viven en la zona tipificada como bosque seco y que llegan a la escuela de zonas cercanas y muy alejadas a ella, ya que es la Institución Educativa secundaria más cercana a las diversas poblaciones que existen alrededor de ella lo que le otorga gran responsabilidad en la formación de los niños y adolescentes que a ésta acuden. La Escuela tiene un solo director, una secretaria, un auxiliar para el nivel secundario, 2 personales de servicio, 400 padres de familias asociados y 23 docentes: 10 de primaria y 13 de secundaria.

La Institución inicia sus labores en la Ex Hacienda Huápalas de Chulucanas por los años de 1950, solo con el servicio del nivel primario, hasta que en 1989 se reapertura el secundario que había sido

trasladado a los colegios Agropecuario y María Auxiliadora de Chulucanas; en el año 1995 se fusionan estos dos niveles en el local que hoy ocupan. Con respecto a la infraestructura sus aulas son de material noble con una antigüedad de más de sesenta años, en mal estado de conservación, donde se desarrollan las actividades de enseñanza-aprendizaje de ambos niveles, lo que no permite que se desarrollen todas las potencialidades de los estudiantes debido a la inadecuada infraestructura y a la falta de personal para los diferentes servicios que en ella se deben brindar.

Como toda Institución presenta dificultades que involucran el desempeño docente observándose que gran parte de ellos no están capacitados y se muestran desmotivados en su desempeño profesional manifestando poco interés en la elaboración y ejecución de proyectos, situación que se manifiestan en la poca o escasa exigencia en la aplicación de los nuevos enfoques pedagógicos en las diferentes áreas lo que conlleva a que los estudiantes no logren aprendizajes significativos y presenten bajos niveles de desarrollo de competencias.

**Tabla 1**  
*Número de estudiantes por nivel y grado*

Nivel	Grado	Estudiantes	
		Masculino	Femenino
Primaria	Primero	20	22
	Segundo	16	17
	Tercero	16	17
	Cuarto	13	13
	Quinto	18	19
	Sexto	13	20
Secundaria	Primero	22	14
	Segundo	24	24
	Tercero	27	25
	Cuarto	24	19
	quinto	35	21
Total		231	213

Fuente: Nóminas de Matriculas 2015

En cuanto a los estudiantes, provienen de hogares con precarios recursos económicos, ya que al estar ubicados en una zona configurada por el bosque seco no se desarrolla la actividad agrícola como hasta hace algunos años en que se hacía a través de los sembríos temporales durante las épocas de lluvias lo que favorecía también la aparición del pasto para la crianza de ganado, situación que ha obligado que los jóvenes y adultos emigren hacia otras ciudades en busca de oportunidades de trabajo. El comercio que se desarrolla en la zona es el de comidas, cecina, chifle, bebidas gaseosas, tortas de canela, estas actividades no son bien remunerados, situación crítica que caracteriza la economía de las familias de los estudiantes que asisten a la escuela.

Provienen de familias disfuncionales, ya que como se mencionó en muchos casos los padres han dejado a sus menores hijos al cuidado de otros familiares, debido al factor de trabajo o porque han formado otras familias fuera del hogar. En cuanto a los padres de familia muchos de ellos no tienen instrucción escolar completa, notándose inclusive altos índices de analfabetismo, situación que no permite apoyar en el proceso educativo de sus menores hijos; lo que conlleva a que los niños y adolescentes presenten varias dificultades en los estudios, tal es así que, tienen bajos niveles de rendimiento académico en comprensión lectora y razonamiento matemático, con baja autoestima, con bajas expectativas de superación; situación que se ve reflejada en los resultados desalentadores en la Evaluación Censal de Estudiantes [ECE] que se han aplicado durante los últimos años.

Ante las características adversas que presenta la comunidad donde se desarrollan las labores educativas, la Institución se siente comprometida con el desarrollo de la población y por ello se ha propuesto ser una comunidad educativa orientada a formar personas que logren integrar y desarrollar académicamente todas sus capacidades, habilidades y valores. Además dentro de una perspectiva de excelencia académica y humanista, y guiados por los

nuevos enfoques pedagógicos y ambientales con participación reflexiva y creatividad, respaldados por los valores morales y cristianos, se propone contribuir con el mejor servicio, mediante la acción compartida de educadores, involucrando a los padres de familia y educandos en un ambiente sano, se prepare a los estudiantes para el desarrollo de la comunidad y país.

En síntesis, se encontró que esta realidad presenta diferentes problemas desde las características familiares, económicas, sociales, pasando por el poco apoyo que los padres puedan brindar a sus menores hijos en etapa escolar, hasta docentes desmotivados en la labor diaria, que conocedores de los nuevos enfoques y las exigencias del mundo actual poco se esfuerzan por aplicarlos y lograr en sus estudiantes aprendizajes que sean significativos.

## **1.2. ENFOQUES HISTÓRICOS DEL PROBLEMA Y SUS TENDENCIAS**

En esta sección se presenta un breve análisis de la concepción del problema y algunas tendencias actuales; con el propósito de precisar las deficiencias que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, en sus diversos contextos.

### **1.2.1. Evolución histórica de la Matemática**

Hablar de la matemática a través del devenir histórico está relacionado con el origen del descubrimiento de los conceptos matemáticos, lo cual implica analizarlo desde la perspectiva de la epistemología y para ello nos remontamos a las civilizaciones primitivas en que la matemática tiene origen de carácter empírico y práctico referido a actividades cotidianas como la medición de tierras, actividades comerciales, o al control del paso del tiempo, no como una entidad abstracta sino como una propiedad o atributo. Como lo señala

Struik (1987) el hombre tuvo necesidad desde siempre de hacer matemática, a través de la aritmética práctica y la medición de magnitudes de los objetos y para tal propósito llegó a utilizar hasta unidades tomadas de su cuerpo tales como dedos, pies o manos que dieron origen a sistemas de medición que aún en nuestros tiempos son utilizados. También cuando construían emplearon conceptos como líneas rectas, paralelas o ángulos y que en general le imprimió un carácter de ciencia práctica para facilitar el cómputo del calendario, la administración de las cosechas, la organización de trabajos públicos, y la recolecta de impuestos.

El surgimiento de la matemática está vinculado al desarrollo progresivo del concepto de número de una manera incipiente y a través de la evolución de algunos conceptos a convertirse en un ente abstracto. El número se introduce como respuesta a una necesidad de las actividades humanas, sociales y culturales de un grupo organizado, como hacer conjeturas, cálculos, mediciones y predicciones. Ruiz, (2002) señala que hacia los años 3000 AC a 2500 AC ya se encuentran algunos textos en la Antigua Mesopotamia con textos cuneiformes y la invención del ábaco en China para realizar algunos cálculos lo cual nos precisa la importancia de la matemática en las diferentes civilizaciones.

Conforme avanzaba en su complejidad la estructura social y sus necesidades también se manifestaba en el desarrollo de la matemática, así el concepto inicial de número se complejiza ante la necesidad de realizar otros cálculos. Entre otras, la civilización egipcia aporta a esta ciencia con escritos, así tenemos el Papiro de Rind (650 a.C) como el principal texto matemático, con él se sabe que en Egipto poseían una aritmética básica aditiva, rudimentos de geometría analítica y el uso de fracciones pero como lo señala Ruiz et al., (2002) y estos saberes ya eran conocidos por lo menos desde el año 3500 a.C. Otra gran cultura que contribuye a las matemáticas es la Babilonia que aparte de lo ya mencionado hicieron cálculos con números racionales pero sobretodo

destaca el desarrollo del álgebra y la aritmética y la introducción al rigor en las demostraciones.

Como se ha mencionado las necesidades y diversos factores que las sociedades iban experimentando han ejercido notable influencia en el crecimiento del conocimiento matemático, tal es así que el comercio marítimo desarrollado por los fenicios harían su contribución a dicho conocimiento. La cosmología es uno de los saberes que ha necesitado de la matemática para explicar el mundo, así es como más de un matemático ha aportado en esta tarea. Tales de Mileto, considerado uno de los Siete Sabios de Grecia, realiza cálculo de alturas y se le atribuye la predicción de un eclipse de sol en el año 585 a.C.

Pitágoras influyó en las matemáticas de la época con rasgos de misticismo y religión, concibiéndola como todo el saber científico. Ruiz et al., (2002) al citar a John Bernal señala que la escuela de Pitágoras marcó un cambio en el desarrollo de la ciencia griega, tanto en teoría como en la práctica; atribuyéndole a los pitagóricos el primer reconocimiento del carácter abstracto de las matemáticas. Es mérito de Pitágoras y sus seguidores haber aproximado la astronomía a la aritmética y a la geometría, pasando por la música que durante la edad media se sitúan como disciplinas que integran el *Quadrivium*, en el siglo VI. En esta época se concebía a las matemáticas con una visión abstracta de éstas y desligada del entorno.

Sócrates tuvo una influencia negativa sobre el progreso de la ciencia, potenciando el método especulativo, es así que su discípulo Platón estableció con claridad el carácter abstracto de las ciencias, afirmando que las matemáticas son una preparación para la filosofía y para el conocimiento del mundo ideal que era considerado el único verdadero, además de considerar que resultaban un instrumento pedagógico esencial para la mente, pues, permitiría potenciar el razonamiento abstracto necesario para comprender las formas. Es así que, el más distinguido discípulo de la *Academia* de Platón se convirtió

en el más importante crítico de la doctrina platónica, hablamos de Aristóteles quien afirma la importancia del razonamiento correcto en la obtención del conocimiento verdadero, pero reemplazó la dialéctica con una lógica silogística, convirtiéndose en el corazón del método científico.

Durante el siglo de las luces la historia de la matemática se muestra con mayor claridad el carácter abstracto de éstas en la que se englobaba a ésta ciencias como la Óptica, la Estática, la Dinámica, la Acústica, la Hidrodinámica, la Neumática entre otras, sin dejar de lado la Aritmética, la Geometría y la Astronomía. Con el transcurrir del tiempo hacia el siglo XIX y más aún en el siglo XX esta rama va perdiendo algunas ciencias que se convierten en ramas independientes y la matemática adquiere rigurosidad como característica innata del método matemático volviéndose más abstractas; lo cual permite se completan los trabajos que se habían empezado antes y adquieren mayor importancia.

En la actualidad la matemática es una ciencia formal que, partiendo de axiomas y siguiendo el razonamiento lógico, estudia las propiedades y relaciones entre cantidades abstractas como números, figuras geométricas o símbolos. Si desde la antigüedad hasta nuestros días la matemática es una ciencia con su propia dinámica que ha sufrido cambios, ésta adquiere un cierto grado de complejidad. De Guzmán (1983 citado por Sierra) lo señala cuando considera a la matemática una ciencia con sus propios fines, cercana incluso a muchos aspectos de la filosofía. Y es así que como ha evolucionado mucho la concepción de la ciencia, de igual manera lo ha hecho su didáctica que juega un papel de vital importancia centrada en el pensamiento matemático y en la forma en la que los maestros conciben a ésta.

### **1.2.2. Tendencias actuales de la Enseñanza de Matemática**

La matemática como objeto de enseñanza se presenta en su concepción filosófica como formalista, es decir como un cuerpo estructurado de conocimientos, sin embargo la práctica educativa del presente siglo no se deriva de esta misma concepción. Es en esta perspectiva en la que analizaremos el problema del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, por ello en este apartado se hace un análisis de las tendencias en el mundo actual de la enseñanza de la matemática.

#### **1.2.2.1. Matemáticas contextualizadas**

La enseñanza de la matemática actual apuesta por el empleo de enfoques pedagógicos variados. Una de estas tendencias está dirigida en plantear el quehacer matemático partiendo de situaciones realistas, que a pesar de pertenecer al contexto extra matemático los contenidos que involucra se consideran adecuados y que de una forma eficaz sean entendidas por el estudiante desde situaciones empíricas intuitivas, relacionada con la experiencia, pero que estos al generalizarse se convierten en el objeto matemático.

Las situaciones que contextualizan un objeto matemático como lo señala Martínez (2003 citado por Aymerich y Macario, 2006) tienen diferentes clasificaciones, así se señala las situaciones del contexto real, las del contexto simulado y finalmente las del contexto evocado; situación que lleva a usar el término contexto como un ejemplo particular para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Font, Godino, Goñi y Planas (2011), señalan que una de las razones para sustentar que la matemática se pueda enseñar como la generalización de la experiencia o contextualizada radica en el soporte psicológico ya que los estudios han demostrado que se aprende mejor lo que ha sido producto de razonar, sentir, construir, activar y transformar. Y como lo señala Callejo (2008

citado por Font et al., 2011) es que al ser contextualizada la matemática se busca contribuir con el propósito que es contribuir a que los estudiantes sean capaces de hacer uso de manera funcional el conocimiento matemático en situaciones del contexto real y esto se ve reflejado en las situaciones planteadas en las evaluaciones internacionales.

### **1.2.2.2. Enseñanza de los procesos matemáticos**

Existe una tendencia en que se considera importante la enseñanza de los procesos propios de la matemática antes que predomine el contenido teórico, por ello se da prioridad a mega procesos de la Resolución de Problemas y Modelización.

Font et al., (2011) señala que la formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permite desarrollar una actitud mental constante e indagadora, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. El Ministerio de Educación [MINEDU], (2015) plantea que la resolución de problemas es una actividad primordial en el desarrollo de esta área, porque a través de la realización de esta tarea el estudiante moviliza varias capacidades matemáticas.

La Modelización propone la actividad a través de fases: Observación de la realidad, descripción simplificada de la realidad, construcción de un modelo, trabajo matemático con el modelo y finalmente la interpretación de resultados en la realidad.

### **1.2.2.3. Enseñanza con enfoque constructivista**

El modelo constructivista tiene un alto arraigo en la práctica pedagógica actual y más aún en el proceso de enseñar y aprender matemática. En esta tendencia se postula a que las matemáticas no son un producto ya elaborado que se deba transmitir por el contrario es el resultado de una construcción social, que resulta de la construcción cultural y que se promueve a través de una enseñanza aprendizaje de tipo activo, como lo señala Paul (1999) existe un sentido de certeza en que las matemáticas es una construcción humana porque en matemática los enunciados se construyen con lógica y por ello distingue dos tipos de constructivismo uno radical que tiene como fundamento la Teoría Piagetana y el otro social con fundamento en La Teoría Vigotskiana. También Ruiz et al., (2002) señala que la justificación del conocimiento matemático descansa en su base cuasiempírica. Entendido entonces el aprendizaje como un proceso de construcción o reconstrucción en el que las aportaciones que los estudiantes hacen, juega un papel decisivo y en el que se involucra en un rol más complejo del docente como orientador y guía en donde su accionar se complejiza al tener que favorecer en sus estudiantes el proceso de construcción.

Para sintetizar este epígrafe diremos que las matemáticas surgen como producto del quehacer de diversas culturas y que estos resultados matemáticos han surgido de contextos diversos como producción cultural y que han sido generalizadas. Además, de la concepción que los docentes tengan de la matemática también depende la forma de enseñar, así se observa que algunos maestros continúan considerando que son ellos los que tienen que explicar la clase para que sus estudiantes aprendan. Sin embargo, es a partir de la resolución de situaciones problemáticas contextualizadas a través de la confrontación y dando prioridad a los megaprosesos que realiza el estudiante con posibilidades de validar sus procedimientos, así como aprender y valorar las estrategias utilizadas por sus compañero con

enfoque constructivista permitirá a los estudiantes ser partícipes activos del proceso ya que son capaces de poder generar o construir su propio conocimiento.

### **1.3. ESTUDIO DE LAS CARACTERÍSTICAS ACTUALES QUE PRESENTA EL OBJETO DE ESTUDIO ASÍ COMO EL PROBLEMA**

En esta epígrafe se hace un análisis minucioso del diagnóstico del logro de competencias matemáticas reflejadas en los resultados obtenidos en las evaluaciones internacionales Programme for International Student Assessment [PISA], en los diferentes ámbitos: internacional, de América Latina, el Perú, la región Piura y en la Institución Educativa; así como de la ECE, con el propósito de caracterizar el problema de estudio de esta investigación.

#### **1.3.1. El problema en el contexto internacional**

La educación es una actividad de carácter social y cultural que involucra diferentes situaciones y que implican el desarrollo de las capacidades. El fenómeno de enseñar y aprender, y desarrollar competencias matemáticas ha ocupado durante los últimos años gran relevancia ya que el individuo en la sociedad del mundo actual afronta un conglomerado de exigencias y se valora lo que los individuos saben y sobretodo de lo que son capaces con lo que saben en interacción social con el medio, en ello radica la preocupación social por el nivel de competencia en las diferentes disciplinas de los estudiantes y más aún en la matemática.

La educación matemática en la escuela presenta diversas limitaciones y problemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje a nivel mundial. A pesar de las políticas educativas, los aportes que las investigaciones en el campo de la didáctica se han hecho la problemática persiste. En Europa, existe preocupación por la cuestión del desarrollo de las competencias matemáticas, motivada por los bajos

niveles del rendimiento académico de sus estudiantes; situación que ha llegado a las más altas instancias políticas, a tal punto de establecer prioridades en el ámbito educativo de los países que conforman la Unión Europea, planteados en el informe de la Comisión Europea en el Marco Estratégico: Educación y Formación a través del Ministerio de Educación Cultura y Deporte (2011) con el reto que para el año 2020, el porcentaje de jóvenes de 15 años con escasa competencia lectora, matemática y científica ha de ser inferior al 15% en este continente.

Cabe precisar que en el informe que el Ministerio de Educación (2013) hace de los resultados de Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes PISA del 2012, se refiere al análisis del rendimiento de los estudiantes de 65 países (miembros y socios de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), que representa el 80% de la población mundial; poniendo énfasis en el desempeño en Matemática debido a que esta área es considerada esencial en la formación del ciudadano.

PISA evaluó precisamente en situaciones contextualizadas lo que pueden hacer los estudiantes de quince años con lo que saben y se centró en evaluar la capacidad de los estudiantes para formular, emplear e interpretar la Matemática en diversos contextos. En este informe se resalta el primer lugar ocupado por China, con más de 100 puntos por encima de la media en matemática. Sin embargo, del análisis general del rendimiento académico de matemática los principales hallazgos hacen notar claramente que los estudiantes del mundo, en altos porcentajes, se encuentran por debajo del nivel 1 de desempeño que, en el mejor de los casos, son capaces de realizar tareas matemáticas muy directas y sencillas, estas pueden ser la lectura de un único valor a partir de un gráfico sencillo o tabla en la que las etiquetas de la misma coincide con las palabras en el estímulo y pregunta, de modo que los criterios de selección son claros y la relación entre el cuadro y los aspectos del contexto descrito son evidentes.

Asimismo, realizan operaciones aritméticas básicas, siguiendo instrucciones claras y bien definidas.

### **1.3.2. El problema en el contexto de América Latina**

Se percibe que en esta parte del mundo la situación del desarrollo de competencias matemáticas se agudiza, es así que, en el mismo informe de PISA para Latinoamérica se contempla que de los ocho países latinoamericanos que participaron todos tienen a más de la mitad de su población en el nivel de desempeño más bajo (1) con fracciones importantes que se encuentran incluso debajo de este.

#### **El caso de Chile**

Chile se presenta como el mejor posicionado en la región en las evaluaciones PISA (2012), tiene estudiantes en el nivel más alto de desempeño (aproximadamente, uno en mil), ocupando el puesto 51 a nivel mundial con 423 puntos, 26 más que el promedio regional aunque 71 menos que el promedio del OCDE. En las evaluaciones nacionales e internacionales hechas en las escuelas chilenas, demuestran que en cuanto al género, existen diferencias entre hombres y mujeres. Así, en los resultados PISA hay 25 puntos a favor de los hombres, situación similar observada en Colombia y Costa Rica. Y en cuanto a la situación socioeconómica y cultural se puede evidenciar una gran influencia de estos factores en el aprendizaje de la matemática existiendo 111 puntos de diferencia entre el 20% de los estudiantes del más alto nivel y el 20% de estudiantes del menor nivel socioeconómico y cultural.

#### **Argentina y Brasil**

En el caso de estos dos países, Argentina hizo un análisis de los resultados obtenidos en las evaluaciones PISA (2012), y se ha determinado que este país no ha mejorado en ninguna materia desde

que han participado en las Pruebas, hace más de diez años. Durante las últimas evaluaciones se puede notar que Brasil alcanzó a Argentina en matemática. A pesar que Chile y Argentina empezaron en un mismo punto que Argentina, hoy Chile la supera largamente.

En cuanto a los demás países de esta parte del mundo podemos decir que México se encuentra en el puesto 53, Uruguay en el 55, Costa Rica en 56, Brasil en 58, Argentina en 59, Colombia en el puesto 62 y Perú en el último sitio de la lista, lugar 65 con 368 puntos.

### **1.3.3. El problema en el contexto Peruano**

En la actualidad, pese a los cambios que se ha venido asumiendo en la educación en nuestro país se puede observar la persistencia del bajo rendimiento académico en el área de matemática en el nivel secundaria. PISA se ha convertido en una de las principales evaluaciones internacionales, y en su cuarta edición para el Perú, los resultados son muy decepcionantes en las tres competencias que se evaluaron en 2012. Cabe mencionar que en el Informe del Ministerio de Educación, MINEDU (2013), con los resultados PISA, se hace referencia a la situación crítica para nuestro país ya que en él se menciona que tres de cada cuatro estudiantes se encuentran en el nivel de desempeño más bajo (1) y cerca de la mitad obtuvo un resultado inferior al primer nivel de desempeño, esto indica que los estudiantes peruanos ocupan el último lugar, con un puntaje inferior en más de 100 puntos en comparación de la media.

Así, mientras el promedio OCDE en matemática es 494, los escolares peruanos obtuvieron 368 puntos, permaneciendo rezagados en el área de Matemática, pues según los niveles de desempeño en esta área, el 47% de los estudiantes evaluados, se encuentra por debajo del nivel de desempeño más bajo (1); en el nivel 1 se encuentra el 27,6% y en este nivel, los estudiantes solo pueden responder a las preguntas que involucran contextos conocidos, en los que se encuentra toda la información necesaria y las preguntas están claramente

definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Realizan acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

En el nivel de desempeño 2 están 16,1%, en el nivel 3 sólo logran ubicarse el 6,7%; en el nivel de desempeño 4 solo el 2,1% y en el mayor nivel de desempeño obtenido en Perú un mínimo porcentaje 0,5% ya que 0% están en el nivel de desempeño 6 lo que implicaría que los estudiantes serían capaces de pensar y razonar matemáticamente avanzada, lo cual no se ha logrado en nuestro país. Esto es, que tres de cada cuatro estudiantes se encuentran en el nivel de desempeño más bajo (1) o incluso debajo de éste; y cerca de la mitad obtuvo un resultado inferior al primer nivel de desempeño; lo que muestra claramente, que la excelencia académica es prácticamente inexistente; a pesar de que se destacó que nuestro país fue el que mejoró sus notas desde que comenzó a participar en estas pruebas.

La oficina de Medición de la Calidad de Aprendizajes del Ministerio de Educación (2015) proporciona el panorama a nivel de las regiones en la Evaluación Censal de Estudiantes, y en él se puede valorar los resultados obtenidos por la Región Tacna que se ubicó en el 2015, en el primer lugar en el segundo grado de primaria; desplazando de esta manera a la Región Moquegua que había ocupado los primeros puestos durante los últimos años. Así tenemos que en primaria más de la mitad de estudiantes de este grado (53,5%) se encuentra en el nivel satisfactorio de logro y que la tercera parte (37,4%) logró parcialmente los aprendizajes esperados al terminar el III ciclo; y el que un mínimo porcentaje (9%) de los estudiantes evaluados se encuentra en una etapa inicial de sus aprendizajes.

Con respecto a los resultados del segundo grado del nivel secundaria, se evaluó por primera vez a los estudiantes que en el 2015 cursaban este grado y se tomaron en cuenta algunos de los aprendizajes de lectura y matemática que los estudiantes al final del

sexto ciclo deberían desarrollar y nuevamente es Tacna que ocupa el primer lugar en evaluación matemática y segundo lugar en lectura. Así, aunque los porcentajes no son muy altos para los niveles superiores de logro tenemos que 23.2% ha logrado los aprendizajes previstos, 21,1% se encuentra en proceso y 40% está en el inicio.

#### **1.3.4. El problema en el contexto regional**

La región Piura tampoco es ajena a esta situación, ya que los resultados de la ECE de los últimos años también muestran situaciones preocupantes en el área de matemática. Tenemos que, en los últimos años 2013 y 2014, en promedio, cerca de la mitad (49,8%) del total de estudiantes de la región están debajo del nivel 1, es decir, el estudiante no logró los aprendizajes esperados para el grado, se encuentra en el inicio del desarrollo de sus aprendizajes lo que significa que el estudiante en este sector evidencia muchas dificultades para responder incluso las preguntas más fáciles de la prueba. Un 33,8% se encuentran en el nivel 1, es decir, el estudiante no logró los aprendizajes esperados para el grado, se encuentra en proceso de lograrlo, pero todavía tiene dificultades; y finalmente un bajísimo 16,5% se ubicó en el nivel 2 en la que el estudiante logró los aprendizajes esperado para el grado y está listo para seguir aprendiendo, ello implica que en este nivel responde la mayoría de preguntas de la prueba.

Asimismo, en la UGEL Chulucanas a la que pertenece la Institución en estudio, no escapa a esta situación, ya que en este mismo período (2013 - 2014), la tercera parte de los estudiantes (36,7%) se encuentran en el nivel de inicio, el 39,7% de los estudiantes está en el nivel 1 y 23,6% en el nivel 2.

En el 2015 los resultados del MINEDU, (2016) de la ECE para los adolescentes de secundaria de la Región Piura son más que alarmantes, ya que no han sido mejores que los resultados de primaria. Así, en la región Piura un poco más de la tercera parte (36,5%) se

encuentra en una situación previo al inicio, casi la mitad de estudiantes están en inicio (43,7%); un parte muy reducida (12,2%) están todavía en proceso y otra parte mucho más pequeña (7,6%) alcanzaron el nivel satisfactorio, es decir solo 8 de cada 100 estudiantes son capaces de resolver problemas matemáticos.

**Tabla 2**

*Resultados UGEL segundo grado de secundaria 2015*

		Niveles de logro			
		Previo al inicio	En inicio	En proceso	Satisfactorio
UGEL Chulucanas	Matemática	38,3	44,6	10,3	6,9
	Lectura	29,8	46,8	16,9	6,5

Fuente: Evaluación Censal de Estudiantes

En la **Tabla 2** se pueden apreciar los resultados obtenidos por los estudiantes pertenecientes a la UGEL Chulucanas en la que los más altos porcentajes de logro de los aprendizajes de matemática los encontramos en los niveles: en inicio (46,8%) y previo a éste (29,8%) lo que marca claramente la situación preocupante y los retos para la UGEL.

### **El problema en el contexto institucional**

El problema del bajo rendimiento académico de matemática se evidencia en la Institución en donde se realizó la investigación, situación que se ve reflejada en el diagnóstico de debilidades de la IE registrado en el Proyecto Anual de Trabajo [PAT] (2005) en el que se observa que en secundaria el 46% de estudiantes se encuentra con promedios anuales que van entre 11 a 13 en las áreas de comunicación y matemática durante el año 2015, asimismo existe un 8% de estudiantes que tienen de 0 a 10 en las mismas áreas.

De igual forma se manifiestan estas debilidades en el informe de ECE 2015 para la IE en el segundo grado de primaria a pesar de que se ha mejorado aún se presentan debilidades. Así, en el inicio del nivel hay un 12,9% de niños, en tanto que en proceso hay están casi la mitad de los estudiantes (45,2%) y los que llegaron al nivel satisfactorio 42,9% de los niños de la IE.

En el nivel secundaria se puede notar claramente la insuficiente formación en temas matemáticos, ya que tenemos que 38,3% está un nivel de logro previo al inicio, 44,6% está en inicio de logro, 10,3% en proceso de logro y un escaso 6,9% ha logrado llegar al nivel satisfactorio; situación que también se aprecia en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje se percibe que los estudiantes del tercer grado de secundaria presentan muchas dificultades para resolver problemas matemáticos, situación que ha inducido a diseñar las estrategias de aprendizaje que conlleven a desarrollar las capacidades matemáticas de los estudiantes del tercer grado de secundaria y elevar los índices de aprobación de tal manera que se concluya la secundaria de manera satisfactoria.

Esta situación nos da una clara muestra del gran problema que en la matemática de la secundaria está ocurriendo tal como lo muestra la **Tabla 3**, de los resultados de la evaluación ECE del año 2015, en la que el más alto nivel alcanzado por los estudiantes del segundo grado de secundaria es el nivel de logro en proceso con 4 de los 91 estudiantes evaluados y la mayor cantidad de ellos se encuentran previo al inicio.

**Tabla 3**  
*Resultados de segundo grado de secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres*

Competencia	Grado y sección	Niveles de logro			
		Previo al inicio	En inicio	En proceso	Satisfactorio

Matemática	2do "A"	17	6	1	0
	2do "B"	11	5	1	0
Lectura	2do "A"	17	6	1	0
	2do "B"	15	10	1	0
Total		60	27	4	0

Fuente: Evaluación Censal de Estudiantes 2015

A manera de síntesis podemos decir que a pesar de la gran preocupación y la aplicación de políticas Estado con miras a la mejora de las competencias de los estudiantes, los problemas persisten en todos los ámbitos, debido a la complejidad que resulta entender el proceso mismo. Tal es así que resulta verdaderamente preocupante la situación mundial, en Latinoamérica y en especial de nuestro país y región el logro las capacidades matemáticas, resultados que nos muestran un retrato claro del estancamiento educativo en toda la región.

#### **1.4. METODOLOGÍA**

Con el propósito de conocer la configuración de la investigación, en las siguientes líneas se expone los aspectos metodológicos que orientan el proceso de esta investigación, concernientes al tipo y su correspondiente diseño, así como a la población y muestra respectiva. Se presentan también las técnicas e instrumentos de recolección de la información y el conjunto de procedimientos empleados.

##### **1.4.1. Tipo y Diseño de la Investigación.**

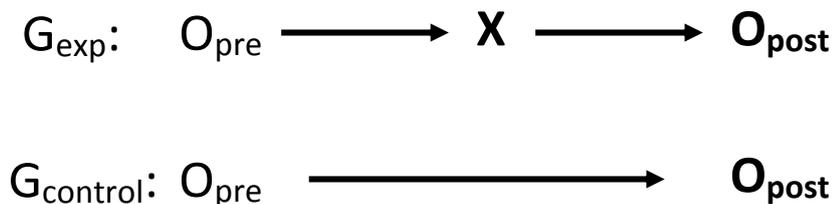
Se realizó una investigación cuasi experimental, que por el fin que persigue es de tipo propositivo–aplicativa. Propositiva porque frente al problema de las dificultades en el desarrollo de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, se diseñó una propuesta inédita de diseño e implementación de una estrategia didáctica y así, reconocer qué tanto esta estrategia

permite resolverlo y es aplicada porque se aplicó en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, del distrito de CHULUCANAS, provincia de MORROPÓN, en la región PIURA

Según el paradigma en que se enmarca esta investigación es empírica y que posibilita el uso de métodos tanto cualitativos como cuantitativos, se seleccionó el diseño cuasi experimental, con pre y post test, con dos grupos diseño es el que sigue como se presenta a continuación:

#### 1.4.1.1. Diseño gráfico.

Se detalla el diseño de la siguiente manera:



El trabajo de investigación, estuvo diseñado para trabajar con dos grupos; donde:

$G_{\text{exp}}$ : Grupo experimental.

$G_{\text{control}}$ : Grupo de control.

$O_{\text{pre}}$ : Pre test a la muestra del grupo estudiantil, con un Cuestionario.

$O_{\text{post}}$ : Post test a la muestra del grupo estudiantil, después de aplicada la Variable Independiente (Estrategias Didácticas), con un Cuestionario.

X : La Variable Independiente o las Estrategias didácticas.

#### 1.4.1.2. Diseño analítico.

La investigación se ha dividido en cuatro etapas, éstas se definen así: una primera para diagnosticar el problema, en la segunda etapa se diseñó la propuesta de intervención de estrategias didácticas, luego en la tercera etapa se aplicó la propuesta y finalmente la etapa de evaluación y validación de resultados.

La **primera etapa** de diagnóstico se ha realizado a partir de la aplicación de un test con el propósito de establecer la base inicial y efectuar el diagnóstico de la competencia matemática Actúa y Piensa Matemáticamente en Situaciones de Regularidad, Equivalencia y Cambio en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria en dos grupos tanto de control, en la IE Vicús, como el grupo experimental en la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray , ambas instituciones del distrito de Chulucanas; para lo cual se utilizó el método de medición con el manejo instrumental de un pre test; lo que ha permitido establecer que ambos grupos presentan un nivel académico homogéneo antes de aplicar la propuesta.

En la **segunda etapa** del diseño de la propuesta de intervención se optó por aplicarla en la Institución Educativa seleccionada por que la autora de la investigación labora en dicha institución. Para ello se elaboró un Programa de Estrategias Didácticas denominada “Sesiones de Aprendizaje Basadas en las Situaciones Didácticas” con el propósito de establecer las

relaciones y regularidades de los procesos componentes y mejorar la Competencia Matemática.”

En la **tercera etapa** de aplicación de la propuesta se desarrolló el Programa de Estrategias Didácticas planificadas para diez sesiones de aprendizaje de 90 minutos cada una de ellas dos veces por semana en la que se emplearon las fases de las Situaciones Didácticas en los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” del distrito de Chulucanas, en el campo temático ecuaciones cuadráticas.

Finalmente, se llevó a cabo la etapa de evaluación y validación de la propuesta a través de la aplicación, que implicó la aplicación del post test, empujándose un cuestionario para la recolección de datos, después de haber aplicado la variable independiente y determinando la eficacia de la estrategia didáctica.

#### **1.4.2. Población y muestra.**

##### **1.4.2.1. Población**

La población (N), atendiendo a la variable dependiente, estuvo conformada por los estudiantes de tercer grado de educación secundaria de la IE “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray”, del distrito de CHULUCANAS, provincia de MORROPÓN, en la región PIURA. Es decir,  $N = 52$ .

##### **1.4.2.2. Muestra**

La muestra fue probabilística igual a 45 estudiantes, en la **Tabla 4** se presenten la distribución de la muestra:

**Tabla 4***Muestra de Investigación*

Secciones	Número de estudiantes	Fn	Número de estudiantes
3° "A"	28	0,8653	24
3° "B"	24	0,8653	21
Total	52	0,8653	45

Fuente: Actas de evaluación 2015.

#### **1.4.3. MATERIALES, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.**

En esta etapa de la investigación resulta valiosa la recolección de datos, por ello se explica la forma en la que se recogieron los datos ya que de ello depende la validez interna y externa de la investigación.

Para la recolección de datos se recurrió al uso de la estrategia cuestionario usado como el esquema empírico, que permite obtener datos sobre la situación existente y recopilar información sobre rasgos definidos de los estudiantes consultados. Se utilizó para el recojo de datos sobre la variable dependiente: actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio relacionado con las ecuaciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, del distrito de Chulucanas, en la provincia de Morropón de la región PIURA.

#### **1.4.4. MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS.**

Para la recolección de datos se siguió una secuencia lógica lo que implicó elaborar el instrumento de medición (pre test y post test) modificando y adaptando para ello el instrumento validado por el Instituto Politécnico Nacional del estudio hecho por Elías Cruz Mendoza en el año 2008.

Una vez recolectados los datos se codificaron y se creó un archivo o base de datos en el programa de análisis de la IBM denominado SPSS Statistics 19, por sus siglas en inglés de Statistical Package for the Social Sciences o Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales; quedando listos para ser analizados. Se seleccionaron las pruebas estadísticas y de esta forma se pudo realizar el análisis de datos y poder relacionar la variable independiente con la dependiente y finalmente poder validar la propuesta.

#### **1.4.4.1. Método Teórico Histórico-Lógico**

Consistió en precisar el conocimiento de las distintas etapas de desarrollo del objeto de investigación en su sucesión cronológica. Se empleó para conocer la evolución y desarrollo del problema en el tiempo y espacio, en el devenir histórico.

#### **1.4.4.2. Método Empírico**

Posibilitó revelar las relaciones esenciales y las características fundamentales del objeto de estudio, accesibles a la detección de la percepción, a través de procedimientos prácticos con el objeto y diversos medios de estudio. Se utilizó para diagnosticar el problema, caracterizar el estado actual en los estudiantes, el recojo de datos sobre la variable dependiente y el tratamiento de evidencias.

El Pre Test, fue aplicado al grupo experimental a quienes se aplicó la variable independiente y al grupo de control a quienes no se aplicó la variable independiente.

El Post Test, fue aplicado después de haber trabajado la variable Independiente (Estrategias Didácticas), a ambos grupos: experimental y de control.

#### **1.4.4.3. Método Análisis - Síntesis**

Posibilitó fundamentar y definir las tendencias del problema y su influencia en el proceso formativo y para los diferentes documentos referenciales y estructurales.

#### **1.4.5. Análisis estadístico de los datos**

Después que los datos fueron codificados y llevados al archivo de datos, éstos se procedieron a analizar empleando el programa computacional denominado IBM SPSS Statistics 19, de esta manera se exploraron los datos que se visualizan en las tablas; analizándolos descriptivamente por dimensión o capacidad de la variable dependiente piensa y actúa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio. Finalmente se prepararon los resultados para ser presentados.

Para concluir este epígrafe referido a la metodología de la investigación, se puede asegurar que esta investigación ha seguido los parámetros por la que se rige toda investigación científica lo que nos permite aseverar que los resultados obtenidos poseen rigurosidad científica.

En síntesis, en este capítulo se ha hecho un análisis del contexto en estudio como las características sociales tanto de los estudiantes, padres de familia y los docentes; con sus diversas problemáticas en el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes. Además, se ha hecho un análisis tendencial del cual podemos decir que las competencias matemáticas son consideradas clave para el desarrollo personal, la ciudadanía activa, la inclusión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento del siglo XXI. Asimismo, en cuanto a la existencia de la problemática el deficiente

rendimiento académico se percibe en todos los ámbitos analizados. Y finalmente, se ha hecho una descripción de la metodología empleada en la presente investigación.

## **CAPITULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **Introducción:**

Este segundo capítulo tiene como objetivo analizar y valorar los estudios realizados en diferentes ámbitos y que han contribuido con esta investigación en diferentes aspectos. Además contiene la base teórica como fundamento teórico de la investigación.

#### **2.1. ANTECEDENTES DE ESTUDIO**

El objetivo principal de este epígrafe es analizar y valorar los aportes de otros autores que guardan relación y se corresponden con el objetivo de la investigación destacándose las realizadas de orden internacional, y nacional. A continuación se detallan:

##### **2.1.1 Tesis del contexto internacional**

La revisión de diversa literatura ha permitido identificar algunas investigaciones relacionadas con las estrategias didácticas que permiten desarrollar competencias matemáticas. A continuación se presenta algunas de estas investigaciones hechas en el ámbito internacional:

La tesis doctoral de SORDO, J. (2005) plantea estudiar cualitativamente el comportamiento de una estrategia didáctica

incorporando un programa para el proceso de enseñanza–aprendizaje de la geometría métrica denominado Geometer’s Sketchpad como una herramienta con objetivos educativos. Este estudio realizado en la Universidad Complutense de Madrid presenta similitudes con el presente estudio en cuanto al tipo de investigación cuasi experimental; en ella se concluye que el uso de esta didáctica ha permitido favorecer la interacción entre los mismos estudiantes (85%), así como entre los estudiantes y el profesor (89%) y entre estudiantes y el programa que se emplea (80%).

Al utilizar sistemas computacionales los estudiantes se sienten protagonistas de lo que hacen y por lo tanto de sus aprendizajes. Asimismo este es un sistema de notación intermedio entre las abstracciones y las representaciones con lápiz y papel. Libera los trabajos repetitivos y rutinarios permitiendo emplear más tiempo para afianzar los contenidos esenciales. Al ser planificado adecuadamente la utilización de este sistema se favorecen las situaciones de enseñanza ya que permite que éste sea activo y por descubrimiento, utilizando estrategias de resolución de forma cooperativa y adaptada a las necesidades de cada estudiante, la introducción de este programa al ser incorporado a la estrategia didáctica se ha constituido en una auténtica herramienta de experimentación, no ha generado barreras adicionales en el aprendizaje, ha mejorado la autonomía de los estudiantes en la resolución de problemas, ha motivado al estudiante en su trabajo en clase, ha creado un ambiente en clase muy participativo y ha conseguido que los alumnos vean cumplidas sus expectativas.

### **2.1.2. Tesis del contexto nacional y regional**

En Perú, también hay estudios que se han realizado basados en la preocupación del rendimiento de los estudiantes en matemática en los diferentes niveles de la educación peruana, entre ellas tenemos:

La tesis de FIGUEROA, R., (2013) está relacionada con el presente estudio porque se propone diseñar, aplicar y analizar una propuesta didáctica con la perspectiva de la Teoría de Situaciones Didácticas que ayude a consolidar los aprendizajes relacionados con la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, apoyados en la creación de problemas y en el uso adecuado del software de geometría dinámica Geogebra que, de tal manera que al diseñar, aplicar y analizar situaciones didácticas y contando con los aportes de la Ingeniería didáctica se ayudó a consolidar los aprendizajes y potenciar las capacidades matemáticas. Esta investigación refuerza nuestro interés en el diseño y la aplicación de estrategias didácticas ya que en el mismo ha contribuido a estimular en los estudiantes la habilidad de crear problemas en forma ordenada, entusiasta y sin complicaciones, y por otro, lado se complementó con la estimulación de resolver y crear problemas relativos a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables haciendo uso del GeoGebra, ya que el uso de instrumento contribuye a tener una visión más clara y dinámica de las representaciones gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

Por otro lado, AREDO, M. (2012) llevó a cabo una investigación con el propósito de mejorar el rendimiento en Matemática Básica de los estudiantes que inician sus estudios en la Universidad Nacional de Piura, para ello aplica un modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza – aprendizaje de funciones reales. Se diseñan y desarrollan sesiones para el tema de las funciones reales promoviendo la interacción entre el docente y los estudiantes. Esta investigación es valiosa para nuestro estudio porque el marco teórico está sustentado en la Teoría de las Situaciones Didácticas de G. Brousseau, entre otras teorías de aprendizaje en las que el

estudiante al ser partícipe de su aprendizaje en forma individual le ha posibilitado reflexionar sobre sus conocimientos conceptuales y procedimentales mejorando de esa manera algunos de los errores observados por ellos mismo; también el aprendizaje individual resultó muy importante para que los estudiantes piensen sobre los procedimientos que siguieron para alcanzar el aprendizaje, reflexionen sobre sus resultados y, finalmente, piensen en la socialización de esos conocimientos con sus compañeros de clase. Y en el aspecto de la evaluación final se mejoró considerablemente los aprendizajes de los 40 estudiantes que participaron en la investigación, así 19 alcanzaron un grado de conocimiento bueno y 10 conocimiento regular, en general se lograron superar las deficiencias de la evaluación de entrada y se han presentado mejoras de sus conocimientos que en la evaluación de proceso, lo cual nos indica claramente que la aplicación de que este modelo metodológico mejora los aprendizajes de los estudiantes.

PAREDES A. (2012), desarrolló un estudio con 56 estudiantes del primer grado de secundaria del de una Institución Educativa del distrito de Bellavista de la Región Callao. En esta tesis se propone al Método Problémico para desarrollar las competencias matemáticas: razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas; mostrando los estadísticos que el grupo experimental evidencia una tendencia central al incremento de los valores promedio obtenidos con una mínima dispersión y los resultados obtenidos en el post test mejoran notablemente con relación al pre test. Resulta así importante esta tesis para el presente estudio ya que es una investigación de tipo cuasi-experimental en los que se logra desarrollar las capacidades matemáticas con altos niveles de significancia lo que refuerza el interés del diseño, aplicación y validación de nuevas estrategias didácticas.

Las investigaciones hasta aquí mencionadas guardan estrecha relación con la problemática de nuestra investigación y sus propuestas nos han ayudado como referente al planteamiento de las estrategias metodológicas y de las situaciones y actividades que permitan a los estudiantes enfrentarse a problemas contextualizados con ecuaciones cuadráticas basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

## **2.2. BASES TEÓRICAS CIENTÍFICAS Y CONCEPTUAL**

En este epígrafe se presenta algunos conceptos claves de los principales aspectos de la Teoría de las Situaciones Didácticas, que se ha empleado como marco teórico de la investigación. Estos términos son los constructos centrales que están contenidos en las variables de estudio y a lo largo de toda esta investigación y han sido definidos de acuerdo a una postura del investigador relacionándose con el marco teórico que ofrece.

### **2.2.1. La enseñanza de la matemática y sus implicancias del desarrollo de las competencias matemáticas**

La palabra matemática proviene del latín *mathematicus*, pero ésta a su vez de otras voces y significa “conocimiento”. Según el Diccionario de la Real Academia Española (2016), define a la matemática como una ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.

Para enseñar matemática hay que centrarse en los procesos del pensamiento matemático; la didáctica se encarga de ello. La didáctica de la matemática centra su objeto relacionando los saberes, la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos propios del área; como

tal la didáctica de la matemática es una disciplina que busca mejorar estos procesos.

Como lo señala D'Amore (2005), el objetivo principal de la Didáctica como arte era crear diversas situaciones, desde clases, actividades, ambientes, objetos, juegos, entre otros para una mejor enseñanza, con la firme idea de que si se mejora la enseñanza se mejora el aprendizaje. Pero para qué lograr mejores aprendizajes de matemática en los estudiantes, que hasta los gobiernos se encuentran preocupados por los logros alcanzados por sus estudiantes en las evaluaciones internacionales. Pues, los movimientos actuales en el quehacer de la didáctica, a la luz de los resultados obtenidos en las evaluaciones, realizan estudios y propuestas para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje, lo que implica el desarrollo de las competencias matemáticas en la formación del estudiante con la finalidad de que los procesos educativos permita adquirir y aplicar las competencias que los estudiantes necesitan para la vida cotidiana.

### **2.2.2. Estándares de las competencias matemáticas**

A nivel mundial se reconoce a las matemáticas por su gran importancia debido al papel que desempeña en el desarrollo de la ciencia y la tecnología. Desde hace algunos años en nuestro país autoridades y educadores realizan denodados esfuerzos por buscar la manera de contribuir al logro de las metas y objetivos de la educación básica regular. Es en este espacio que se busca que la educación matemática esté enfocada en el logro de las demandas y necesidades nacionales y mundiales; por tal motivo, se han plasmado los estándares de las competencias matemáticas en los mapas de progreso que se detallan en las Rutas de Aprendizaje, para cada competencia. Cabe precisar que en este marco de referencia, en nuestro país los estándares o mapa de progresos para la competencia actúa y piensa

matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio al finalizar el sexto ciclo se describe en las Rutas de Aprendizaje (2015), el de la siguiente manera:

“Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas” (p43).

### **2.2.3. Teoría de las situaciones didácticas (TSD), que sirve de base para las estrategias didácticas o variable independiente**

Durante mucho tiempo la Didáctica de la matemática fue considerada arte y dentro de esta concepción se adjudicaba el éxito de

la labor educativa en cuanto la habilidad que ponía de manifiesto el maestro como un artista; pero esto ha ido más allá, en cuanto a su evolución hasta ser considerada ciencia, y como lo señala Bunge (1980 citado por Estebaranz, 1999) la Didáctica se sitúa entre las sociotecnologías, ya que la ciencia se justifica en cuanto la búsqueda de soluciones a los problemas y ésta pues está constantemente en la búsqueda de soluciones útiles y válidas a las realidades de la enseñanza.

Siendo así, enseñar constituye un verdadero reto para el docente en quien recae la responsabilidad de proponer y generar distintas situaciones matemáticas, con verdadero dominio de los contenidos matemáticos y sobre todo debe tener la capacidad de promover en sus estudiantes el aprendizaje del conocimiento y llegar adecuadamente a ellos. Esta enseñanza se canaliza como una comunicación de informaciones y para ello abordamos la Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Guy Brousseau, quien en los inicios de la Didáctica de la matemática, hacia la década de los sesenta del siglo XX, desarrolla su teoría como un instrumento científico para abordar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. Es así, como esta teoría que se inicia con una visión cognitiva, sustentada en una concepción constructivista permitiendo comprender las interacciones sociales entre el que aprende y la situación, modelada por el docente, que permita la apropiación de los saberes matemáticos y la gestión del docente. También se ve influenciada por la epistemología piagetiana, concepción que caracterizó Brousseau, (2007) al plantear que: “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje” (p30).

Desde el punto de vista de la teoría, se concibe a la enseñanza como un proceso centrado en la producción, construcción o

reconstrucción de los conocimientos matemáticos, es así que permite la comprensión y la explicación de los fenómenos diseñando y explorando un conjunto de secuencias de clase, concebidas por el profesor, calificando la “situación” como un recurso o medio del que dispone el que aprende para realizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de un conocimiento nuevo, de lo cual se desprende que el universo de la situación de clase es el salón de clases.

### **Medio**

Para Brousseau (1997) en el aprendizaje resulta importante estudiar la tendencia que presentan los sujetos a adaptarse al medio y son los comportamientos de éstos los que revelan su funcionamiento, por lo que el medio requiere ser modelizado. Así el conjunto de ejercicios y problemas que en la disciplina se plantean deberían ser tomados como dispositivos, como un medio que de acuerdo al sujeto y siguiendo algunas reglas como en un juego de ajedrez, el jugador actúa teniendo en cuenta sus conocimientos y el estado del juego y ello involucra determinar “¿Qué juego debe jugar el sujeto para necesitar un conocimiento determinado? ¿Qué aventura –sucesión de juegos- puede llevarlo a concebir o a adaptarlo?” (p 15)

### **Situación didáctica**

La enseñanza aprendizaje de la matemática concebida como un proceso de construcción implica generar las condiciones para lograr los conocimientos. Dentro de esta visión Brousseau et.al. Afirma que:

“una **“situación”** es un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable” (p 17).

Este modelo también implica, en algunas de estas situaciones, condiciones que enmarcan la acción como adquisiciones anteriores y en otras le ofrece posibilidades de lograr construir por sí mismo el conocimiento.

Cabanne, (2008) afirma que esta interacción determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. En este ámbito, una **situación didáctica** se produce cuando el docente tiene la intención de enseñar al estudiante un saber matemático dado explícitamente y debe darse en un entorno o medio. Resulta significativo que la intención de la enseñanza no sea expuesta, debe permanecer oculta a los ojos del que aprende. También afirma que las situaciones problemáticas con las que se enfrenta el estudiante proporciona posibilidades de interacción en donde el sujeto anticipa, finaliza sus acciones y compromete sus conocimientos adquiridos con anterioridad, sometiéndolos a revisión, los modifica, los complementa o los rechaza para formar concepciones nuevas.

### **Fases de una situación didáctica**

Según Brousseau (1972 citado por Ruiz-Velasco, 2007) se distinguen tres tipos de fases o situaciones didácticas: la acción, la formulación y la validación, así como la de institucionalización que quedó definida tiempo después y la evaluación que también se agrega por ser parte fundamental del proceso de enseñanza aprendizaje.

### **Las situaciones de acción**

Si el estudiante solo puede aprender produciendo, entonces y siguiendo este modelo, aprender los objetos matemáticos parten del desarrollo de una actividad, con una acción en que el estudiante es autónomo y responsable de resolver los problemas planteados y para ello pone en marcha y desarrolla sus conocimientos y lo hace sin interlocutor. Brousseau et al., se refiere al “actuar” de un sujeto como la elección directa de los estados del *medio* antagonista lo cual involucra tomar en cuenta algunos requisitos de partida para cumplir con la tarea, así como tener en cuenta las motivaciones propias del sujeto y que si ese medio reacciona con cierta regularidad, el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones (retroalimentación), a anticipar sus reacciones y a tenerlo en cuenta en sus propias acciones futuras.

En esta etapa de acción el reto o desafío para el estudiante es ser responsable de resolver el problema o ejercicio, que atañe conocimiento matemático, para el cual debe buscar una solución válida. Al ser desconocida la respuesta de lo que intenta resolver se pone en marcha diversas acciones como emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos mejorarlos, adaptarlos o rechazarlos de tal forma que pueden desembocar en la creación de un saber hacer.

### **Las situaciones de formulación**

Esta etapa está propuesta para formular el conocimiento, Brousseau et al., se refiere a ésta como la capacidad del estudiante para reconocer, identificar, descomponer y reconstruir el conocimiento en un sistema lingüístico. El medio de aprendizaje involucra contar con

un sistema receptor y/o emisor, con el que estudiante cuenta para intercambiar una serie de mensajes. Por ello, esta situación obliga a servirse de registros representativos del concepto matemático, en la que el estudiante formula enunciados y prueba proposiciones que construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías que deberá intercambiar o comunicar a otras personas, es decir sus compañeros, poniendo en juego repertorios lingüísticos diversos. Esta comunicación puede conllevar asimilaciones y también contradicciones

### **Las situaciones de validación**

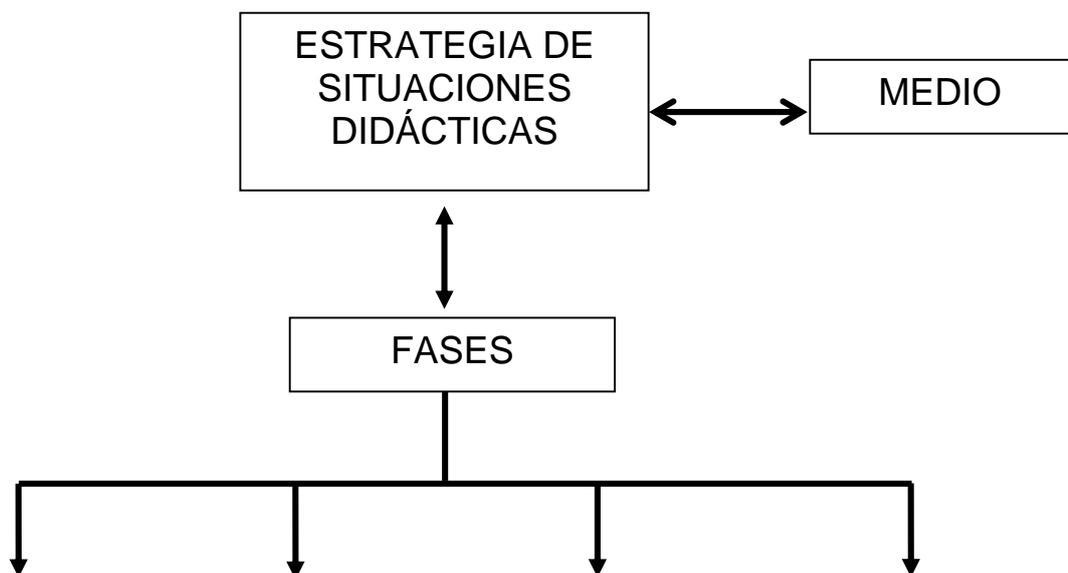
Las etapas anteriores de la acción y formulación conllevan a procesos de corrección y comprobación de la validez en las respuestas del estudiante. En esta etapa el estudiante deberá validar la situación y, para ello será necesario hacer un balance y representación de resultados, sometiéndolos a juicio probando lo que se afirma, informando sobre si lo ha hecho bien o no, es decir, si su solución es buena o no, apoyado por acciones en los datos iniciales (supuestos) o en relaciones pertinentes (teoremas o propiedades) para asegurar la pertinencia, adecuación, adaptación o conveniencia de los conocimientos movilizados. Las condiciones que se requieren en esta etapa abarcan las declaraciones que serán sometidas a juicio por sus interlocutores.

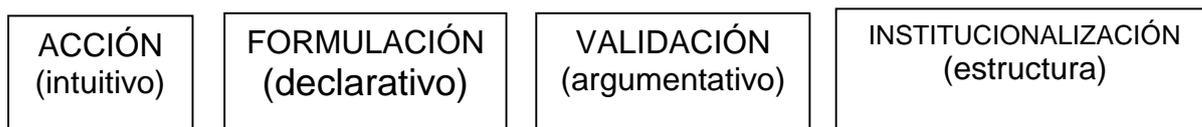
### **Las situaciones de Institucionalización**

Fase que requiere pericia y exigencia pues en ésta se hace un reconocimiento de lo aprendido. Es importante y esencial en el proceso didáctico, se le la considera “oficial” del objeto de enseñanza por parte del estudiante, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro que es responsable de garantizar la validez de lo que emite. La institucionalización es de alguna manera complementaria a la devolución. Brousseau (1986) reconoce en estos dos procesos los

roles principales del maestro y afirma “en la institucionalización, definen las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones “libres” del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: de una lectura de esas actividades y les da un status”.

Así, el Ministerio de Educación (MINEDU, 2007) señala que es la etapa en la que se hacen generalizaciones después de haber pasado por un proceso de objetivación, generalización y abstracción de los contenidos, en esta etapa se sacan conclusiones a partir de lo producido por los estudiantes, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica; a fin de poder establecer relaciones entre producciones de los estudiantes y el saber cultural, de tal manera que las respuestas encontradas al problema planteado deber ser transformadas para que los conocimientos puedan ser convertidos en saberes. Es aquí donde el profesor tiene la responsabilidad de cambiar el estatuto de los conocimientos contruidos, descontextualizando y despersonalizando el saber, pasando de un saber personal a un saber institucional.





**Figura 2:** Las fases de las Situaciones Didácticas

### **Las situaciones de Evaluación**

La evaluación es una de las fases de una situación didáctica que no puede quedar aislada del proceso, el MINEDU, (2007) así lo plantea al señalar que tanto la evaluación de los aprendizajes que realiza el docente, como la autoevaluación del estudiante y la co-evaluación entre pares, deben ser también instancias de aprendizaje, de tal manera que el aprendizaje y la evaluación forma parte inherente de un mismo proceso.

#### **2.2.4. Estrategias Didácticas para trabajar las Situaciones Didácticas**

El proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas se desarrolla concatenado esfuerzos entre docentes, estudiantes y entorno; quienes son responsables del desarrollo y resultados de la práctica educativa. A la enseñanza, como proceso activo, cada docente y estudiante le imprimen sus formas particulares de enseñar y aprender. Conocedores de que existe una variada gama de situaciones que requieren aplicar estrategias de diversa índole de acuerdo al propósito; a continuación se analizan algunas estrategias didácticas con el propósito de trabajar Situaciones Didácticas.

### **Resolución de problemas**

Una de las estrategias empleadas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática es la resolución de problemas. Cagné (1970 citado por Cofré y Tapia, 2003) señala que la resolución de problemas es la forma más elevada de aprendizaje.

Castillo y Espeleta (2003) señalan que para llevar a cabo esta forma de trabajo se debe plantear problemas que estén al nivel de comprensión de los estudiantes, movilizándolo para ello los saberes previos y que sean lo suficientemente motivadores de tal forma que al contar con las herramientas necesarias explore relaciones entre las nociones que posee, los conceptos y los procedimientos que pone en juego para solucionar y que incluya la necesidad de adquirir nuevos conocimientos. Ello circunscribe a que otros compañeros o el docente aclaren las dudas para poder superar las dificultades que haya encontrado al solucionar un problema; así como profundizar los temas tratados complementando con actividades complementarias para identificar algunas limitaciones que puedan presentarse y superarlas.

### **Estrategias Heurísticas**

Para la solución de problemas se cuenta con procedimientos que están basados en el descubrimiento de nuevas relaciones o normas. González (2003) establece la utilización de ensayos y tanteos que siguen un cierto plan establecido pero que no está garantizado el éxito final.

Polya (1965 citado por Rio, 1991) generalizó un método para la resolución de problemas en cuatro fases: Comprender el problema, concebir un plan de resolución, ejecutar el plan y examinar la solución.

**Comprender el problema**, para ello debe leer y expresar lo que lee con sus propias palabras lo cual implica que el estudiante entiende lo que dice el problema, y es capaz de distinguir los datos conocidos y la incógnita que debe encontrar.

**Concebir un plan de resolución**, después de haber entendido qué es lo que va a resolver deberá esbozar un plan de solución, empleando diversas estrategias o artificios que conduzcan a la solución.

**Ejecutar el plan**, en este paso lleva a cabo el plan concebido anteriormente, para ello implementa la estrategia que escogió hasta solucionar completamente el problema o hasta que la acción sugiera replantear el plan y tomar un nuevo curso. El docente apoyará para que el estudiante revise cada detalle.

**Examinar la solución**, consiste en revisar si la solución obtenida corresponde a las condiciones establecidas en el problema.

### **El juego y el uso de material de apoyo**

La imaginación del estudiante se desarrolla cuando se permite involucrar juegos que pongan en funcionamiento un conjunto de capacidades de tal manera que en el estudiante se logren desarrollar capacidades mentales referidas a la deducción, estrategia y al pensamiento creativo y así lo establece Guzmán (1984 citado por Ferrero, 2004) al señalar que el interés que adquieren los juegos en la educación no es solo que permitan divertir al estudiante, sino más bien que de él se extraigan enseñanzas, impartiendo conocimiento, interesando y logrando que los escolares piensen con cierta motivación.

#### **2.2.5. Teoría que explica la variable dependiente; competencia: Actúa y Piensa Matemáticamente en Situaciones de Regularidad, Equivalencia y Cambio.**

##### **Definición de Competencia y Capacidades.**

Teniendo en cuenta los cambios que asumen la sociedad y el enfoque de calidad que adopta la educación se habla de competencias. A partir de enfoques educativos, sociales y empresariales la competencia es un término que representa aquellas capacidades individuales que son condición necesaria para impulsar un desarrollo social en términos de equidad y ejercicio de la ciudadanía (Torrado, 2000 citado en Tobón 2005). Este término que aparece inicialmente en el ámbito empresarial como política de la formación de recursos humanos en términos de eficiencia, equidad, calidad y eficacia es muy utilizado en la actualidad en el campo educativo para señalar “que ser competente significa desempeñarse de acuerdo a los estándares profesionales y ocupacionales para obtener un resultado específico” (Barrón 2000, p 29 citado por Tobón, Rial, Carretero y García, 2005).

En los términos que el Ministerio de Educación emplea, se dice que los estudiantes a lo largo de la Educación Básica Regular desarrollan competencias y capacidades, los cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU 2015).

Según las Rutas de Aprendizaje en su versión 2015, en matemática estas competencias están explicitadas en cuatro competencias:

- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.
- Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.

### **Definición de la Competencia Actúa y Piensa Matemáticamente en Situaciones de Regularidad, Equivalencia y Cambio.**

MINEDU, et al., (2015) señala esta competencia se desarrolla progresivamente en el estudiante desde la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión hasta el uso de relaciones y funciones. Esta comprensión se logra aprendiendo progresiones, ecuaciones y funciones, empleando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas situaciones que le permita comprender y proceder en diversos contextos de la vida real haciendo uso de la matemática.

### **Capacidades de la Competencia.**

Tobón et al., (2005) señala que “las capacidades son condiciones cognitivas, afectivas y psicomotrices fundamentales para aprender y denotan la dedicación a una tarea” (p.57).

Según esta perspectiva una competencia se desarrolla a través de capacidades y el MINEDU así lo establece en el mismo documento guía de las Rutas de Aprendizaje en su versión 2015 al establecer que la capacidad matemática actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio se desarrolla a través de cuatro competencias:

- **Matematiza Situaciones**, esta actividad intensa del estudiante es la capacidad de expresar un problema, reconocido en una situación en un modelo matemático. Es un proceso con distintas partes y en su desarrollo emplea algoritmos, usa, interpreta y evalúa el modelo matemático de acuerdo a la situación que le dio origen. Se asocian problemas diversos con modelos que involucran patrones, igualdades, desigualdades y relaciones dándole a la matemática su verdadero valor pragmático.
  
- **Comunica y Representa Ideas Matemáticas**, consiste en la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas, y comunicar la información en forma oral y escrita usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas, símbolos y recursos TIC, en forma oral, escrita o visual. Esta capacidad es necesaria pues en ella se expresa el significado de patrones, igualdades, desigualdades y relaciones, por ello se dice de esta competencia es una de las dimensiones más importantes de esta competencia.
  
- **Elabora y Usa Estrategias**, es a través de la creatividad puesta de manifiesto que los estudiantes desarrollan esta capacidad. Deben tomar en cuenta varios factores para planificar los procedimientos a emplear, seleccionar los que le serán de mayor utilidad, emplear de forma ordenada los variados recursos y valorarlos, entre ellos las tecnologías de la información y comunicación, empleándolas de manera flexible y

eficaz en el planteamiento y resolución de problemas, incluidos los matemáticos. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de llegar a la meta. Asimismo, revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima.

Se planifica, ejecutan y valoran estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación, usando diversos recursos para resolver problemas.

- **Razona y Argumenta generando Ideas Matemáticas**, es la capacidad que permite plantear, validar y probar supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento que permitieron resolver un problemas usando y reflexionando diversos argumentos. Para llevarlo a cabo se parte de la exploración de situaciones vinculadas a la matemática para establecer conclusiones a partir de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas conexiones e ideas matemáticas demostrando la verdad.

Como síntesis se destaca en este epígrafe el procesamiento de algunos conceptos y aspectos claves que guían la base teórica de la investigación, organizados a través de las variables apoyados en la Teoría de las Situaciones Didácticas como variable independiente y basadas en las competencias y capacidades matemáticas como variable dependiente.

### **2.3. Definición de términos**

## **Proceso de Enseñanza Aprendizaje**

El aprendizaje y la enseñanza son dos procesos distintitos que la escuela y los profesores tratan de integrar en uno solo: el proceso de enseñanza-aprendizaje. Recae en la función docente no solo enseñar, sino propiciar que los alumnos aprendan (Zarzar 1988, citado en Gonzáles 2003).

Gonzáles et al., (2003) anota que el aprendizaje es un proceso y en éste se produce una adquisición cognoscitiva lo que explicaría, en parte, cómo se produce el enriquecimiento y la transformación de las estructuras internas, de las potencialidades del individuo para comprender y actuar sobre su entorno, de los niveles de desarrollo que contienen grados específicos de potencialidad. Todo el trabajo cotidiano que el docente realiza está orientado a *hacer posible* el aprendizaje de sus estudiantes, para ello debe preparar el medio generando situaciones y provocando dinámicas en las que pueda darse el proceso de aprender en los estudiantes. Entonces una de las características esenciales de la enseñanza es la intencionalidad. Para lograr lo dicho anteriormente los profesores deben diseñar las estrategias pertinentes que permitan potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

## **Estrategias didácticas**

Son el conjunto inter-relacionado de procedimientos y recursos organizados, con miras al logro de aprendizajes significativos. En las estrategias se hace necesaria la participación de forma reflexiva y voluntaria por el agente de enseñanza como medio cultural con capacidad de generar esquemas de acción que hacen; y por el agente de aprendizaje que enfrentándose de una manera más eficaz a situaciones generales y específicas de su aprendizaje le facilite, permite y se le posibilite incorporar y organizar selectivamente la nueva información para solucionar problemas de diversa índole. Cuando

el estudiante domina estas estrategias, organiza y dirige el proceso por el cual aprende, siendo cada vez más competente en la regulación de sus propios aprendizajes.

Dentro de las estrategias se debe establecer un orden en las actividades que se van a desarrollar de tal manera que esté plenamente garantizada el logro del objetivo.

### **Programa de estrategias didácticas**

Es un instrumento de contenido curricular que se emplea para sistematizar las actividades del proceso pedagógico. En este documento se organizan cada una de las sesiones que contienen las estrategias de las situaciones didácticas, las actividades, el contenido y recursos que se emplearán en el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática, con el firme propósito de orientar el logro de competencias matemáticas. Para esta investigación los elementos que contiene son: datos informativos, fundamentos de la propuesta pedagógica, objetivos, la descripción del programa de estrategias didácticas según situaciones didácticas, metodología, cronograma y la evaluación.

### **Ecuaciones y funciones cuadráticas**

Es uno de los temas pertenecientes al álgebra fundamental que se presentan en la resolución de problemas, que tras una serie de operaciones se permite reducir y expresarlo como tal. Resulta importante dentro de las matemáticas por su empleo en otras disciplinas.

Como síntesis de este capítulo se ha hecho referencia a los estudios que se han llevado a cabo en diferentes ámbitos relacionados con el empleo de estrategias didácticas para el área de matemática, las cuales han contribuido en muchos aspectos a la presente investigación por guardar relación con ésta. Asimismo, se han definido claramente

las dos variables intervenidas desde la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) planteadas por Guy Brousseau y las fases que propone, hasta la base teórica de la variable dependiente afectada por la propuesta pedagógica desde una visión de las competencias y capacidades matemáticas; y finalmente, se han definido los términos que se emplearon en este estudio; consolidándose así el marco teórico de investigación.

## **CAPÍTULO III**

### **RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**

## **CAPÍTULO III**

### **RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **Introducción**

En este capítulo se aborda la presentación de los resultados de la investigación, su correspondiente interpretación y análisis después de haber aplicado la propuesta de estrategias didácticas basadas en las Situaciones Didácticas y en él se hace el análisis respectivo de los resultados obtenidos en los dos grupos de control y experimental, interpretados en las dimensiones de sus capacidades: Matematiza situaciones, Comunica y representa ideas matemáticas, Elabora y usa estrategias; y Razona y argumenta generando ideas matemáticas de la competencia matemática Actúa y Piensa Matemáticamente en Situaciones de Regularidad, Equivalencia y Cambio. También contiene la propuesta pedagógica de estrategias didácticas como solución al problema de investigación.

### 3.1. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PRE TEST SOBRE LA COMPETENCIA ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

Para la fase diagnóstica se elaboró un cuestionario (con seis preguntas abiertas) dirigido a los estudiantes de las dos instituciones educativas: “Vicuz” como grupo de control y “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” como grupo experimental. Cada pregunta fue clasificada dentro de las cuatro dimensiones o capacidades de la competencia y tipificada con los valores de bajo, medio y alto.

En las tablas que se presentan a continuación están los principales resultados encontrados:

**Tabla 5**  
*Matematiza situaciones*

Puntuación	<u>GRUPO DE CONTROL</u>		<u>GRUPO EXPERIMENTAL</u>		
	Frecuencia	%	Frecuencia	%	
Válidos	BAJO	56	94,9	43	95,6
	MEDIO	3	5,1	2	4,4
	Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Pre test.

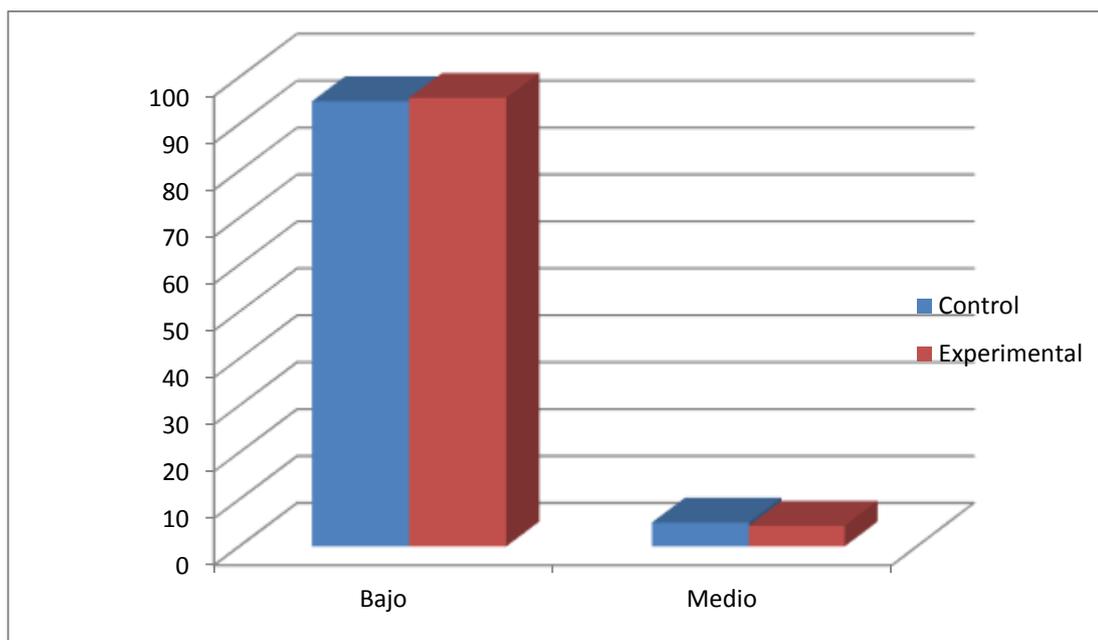


Figura 3: Capacidad Matemática Situaciones

Fuente: Tabla 5

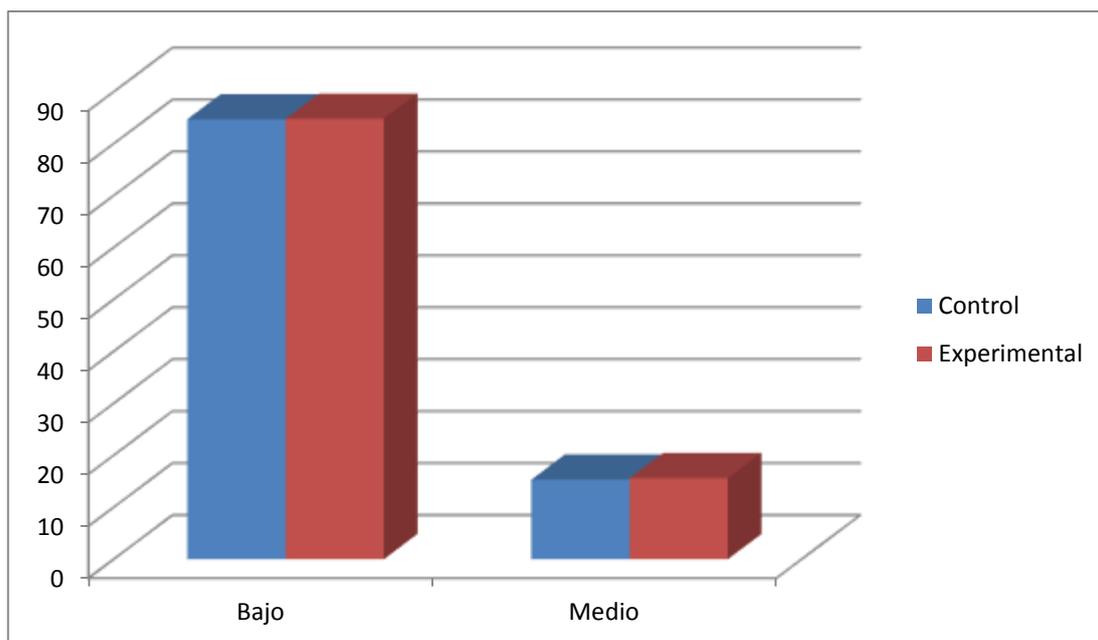
De la observación de la Tabla 5 y Figura 3 acerca de la capacidad matemática situaciones, se puede afirmar que los estudiantes de ambos grupos, tanto de control como experimental presentan muchas dificultades para expresar un problema en un modelo matemático, ya que casi la totalidad de ellos no son capaces de resolver la situación planteada y un reducido porcentaje han logrado llegar al nivel medio de la capacidad, sin tener a ningún estudiante en el nivel alto del logro.

**Tabla 6**

*Comunica y representa ideas matemáticas*

Puntuación	<u>GRUPO DE CONTROL</u>		<u>GRUPO EXPERIMENTAL</u>	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Válidos BAJO	50	84,7	38	84,4
MEDIO	9	15,3	7	15,6
Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Pre test.



*Figura 4: Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas*

Fuente: Tabla 6

De la observación de la Tabla 6 y Figura 4 se puede distinguir con claridad que los estudiantes de ambos grupos de estudio, en lo relacionado a la capacidad comunica y representa ideas matemáticas se encuentran en el más bajo nivel de evaluación, lo cual implica homogeneidad en los dos grupos ya que los porcentajes de 84,7% y 84,4% corresponde al nivel bajo y el 15,3% y 15,6% en el nivel medio, dándonos una clara muestra de las trabas que presentan para desarrollar la capacidad.

**Tabla 7**

*Elabora y usa estrategias*

Puntuación	<u>GRUPO DE CONTROL</u>		<u>GRUPO EXPERIMENTAL</u>	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Válidos BAJO	55	93,2	44	97,8
MEDIO	4	6,8	1	2,2
Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Pre test

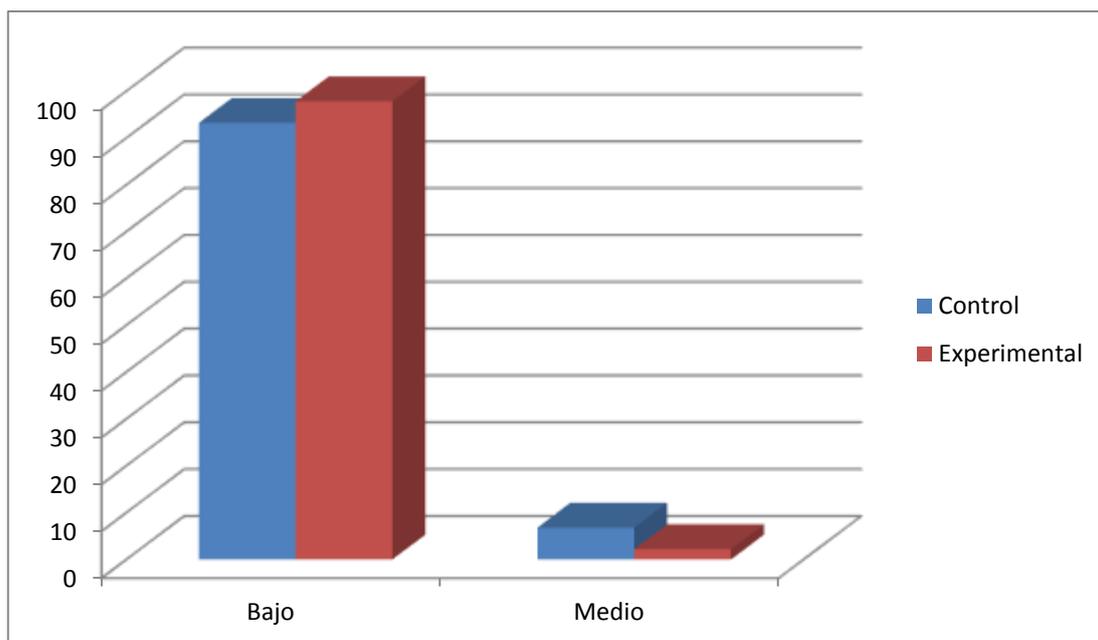


Figura 5: Capacidad Elabora y usa estrategias

Fuente: Tabla 7

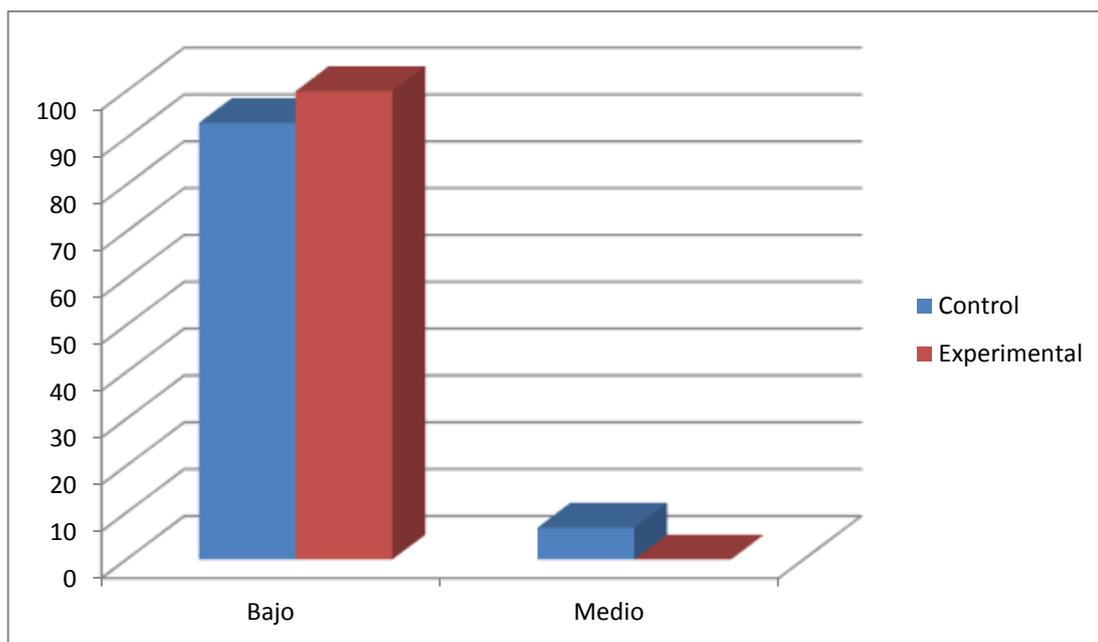
Con respecto a la capacidad elabora y usa estrategias que se planteó se sigue notando en los estudiantes las graves deficiencias presentadas. Así en la Tabla 7, de los 59 estudiantes 55 de ellos están en el nivel más bajo de la escala en el grupo de control y en el grupo experimental la situación se agudiza pues, de los 45 estudiantes que conforman la muestra solamente 1 está en el puntuación media de logro, lo que pone en evidencias la incapacidad de los estudiantes de movilizar diversas estrategias y recursos en el planteamiento y resolución de problemas matemáticos como se aprecia en la Figura 5.

**Tabla 8**

*Razona y argumenta generando ideas*

Puntuación	<u>GRUPO DE CONTROL</u>		<u>GRUPO EXPERIMENTAL</u>	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Válidos BAJO	55	93,2	45	100
MEDIO	4	6,8	0	0
Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Pre test



*Figura 6: Capacidad Razona y argumenta generando ideas*

Fuente: Tabla 8

Razonar y argumentar generando ideas matemáticas implica plantear supuestos, verificarlos y validarlos sobre las relaciones de igualdad; capacidad que no se encuentra presente ni se ha logrado desarrollar en los estudiantes investigados ya que se continúa teniendo la mayoría de los estudiantes en los niveles más bajos de logro, observándose que es en el grupo experimental donde el 100% está en el nivel bajo y en el grupo de control la mayoría (93,2) está en este mismo nivel referidos a la solución de una función cuadrática.

De las tablas y figuras anteriores y tomando en cuenta el análisis explicativo hecho en los párrafos se puede sintetizar que los estudiantes que participaron de esta investigación tanto del grupo de control como del grupo experimental, presentan rasgos o condiciones homogéneas en cuanto al logro de las cuatro capacidades o dimensiones de la competencia matemática actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio. Asimismo existen suficientes evidencias de las deficientes presentadas pues los niveles de logro así lo indican. También se encuentra que la mayor parte de los estudiantes se encuentran en el nivel bajo de cada

una de las capacidades, tal es así que en la capacidad matemática situaciones van de 94,9% a 95,6%. En la capacidad comunica y representa ideas matemáticas en el mismo nivel bajo están de 84,7% a 84,4% de los estudiantes. Lo mismo ocurre con la capacidad elabora y usa estrategias con 93,2% a 97,8% y, finalmente en la capacidad razona y argumenta ideas de 93,2% a 100%.de los estudiantes se encuentran este nivel.

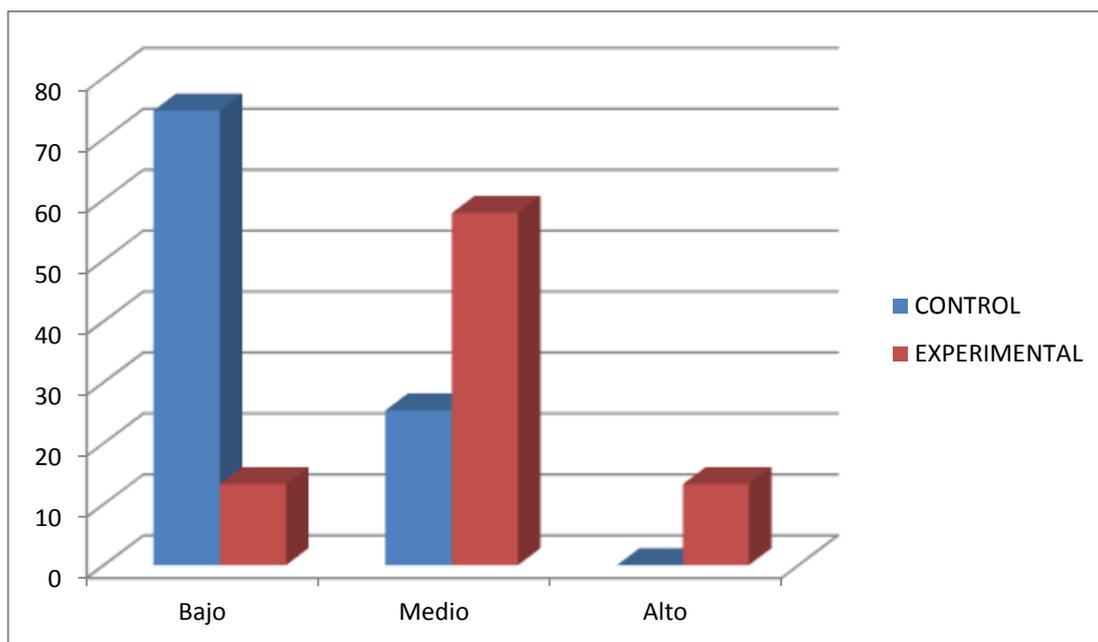
### 3.2. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL POST TEST SOBRE LA COMPETENCIA ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

Después de aplicarse la propuesta de estrategias didácticas a los estudiantes del grupo experimental se aplicó nuevamente un cuestionario (con seis preguntas abiertas) a ambos grupos pertenecientes a la investigación. Este test midió las mismas capacidades del pre test y que recogió el nivel de logro alcanzado por los estudiantes en cada capacidad de la competencia matemática observada. Cada dimensión está tipificada con los valores de bajo, cuando el estudiante no logra desarrollar ningún procedimiento; medio, cuando resuelve al menos una parte de la situación planteada; y alto, cuando ha logrado resolver la situación satisfactoriamente. En las tablas que se presentan a continuación están los principales resultados encontrados:

**Tabla 9**  
*Matematiza situaciones*

Puntuación		<u>GRUPO CONTROL</u>		<u>GRUPO EXPERIMENTAL</u>	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Válidos	BAJO	44	74,6	6	13,3
	MEDIO	15	25,4	26	57,8
	ALTO	0	0	13	28,9
	Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Post test.



*Figura 7: Capacidad Matematiza situaciones*

Fuente: Tabla 9

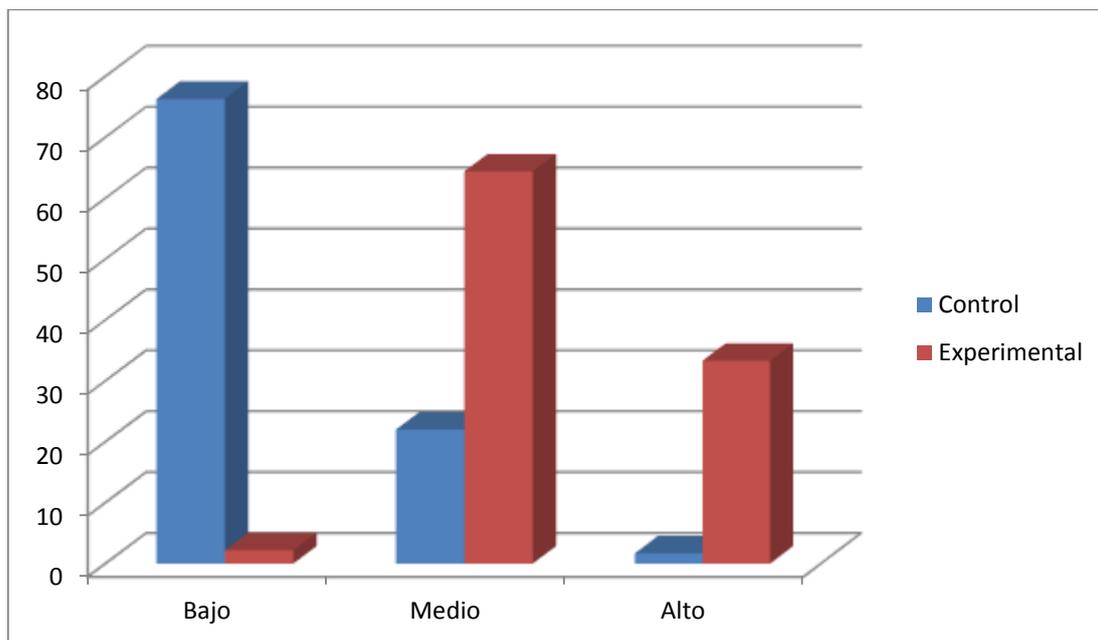
De la observación de la Tabla 9 y Figura 7 referidos a la capacidad matemática de situaciones, después de haber aplicado el programa de estrategias didácticas en los estudiantes del grupo de experimental, se desprende que la mayor cantidad (57,8%) de estudiantes de la IE Andrés Bello logran desarrollar parcialmente la situación planteada, y que la tercera parte (28,9%) de ellos han resuelto y hallado la solución, lo que significa que se encuentra en la condición de determinar cada uno de los elementos de una ecuación cuadrática relacionándolos para ello con la solución de la ecuación.

En el grupo de la IE Vicús se puede apreciar que los estudiantes no han llegado al nivel alto y que la mayor parte de ellos (74,6%) están en el nivel bajo lo cual implica que les resulta aún difícil expresar un problema en un modelo matemático y que un porcentaje cercano a la mitad (25,4%) han empleado algunas estrategias pero no logran culminar.

**Tabla 10***Comunica y representa ideas matemáticas*

Puntuación	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL		
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje	
Válidos	BAJO	45	76,3	1	2,2
	MEDIO	13	22,0	29	64,4
	ALTO	1	1,7	15	33,3
	Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Post Test

**Figura 8:** Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas

Fuente: Tabla 10

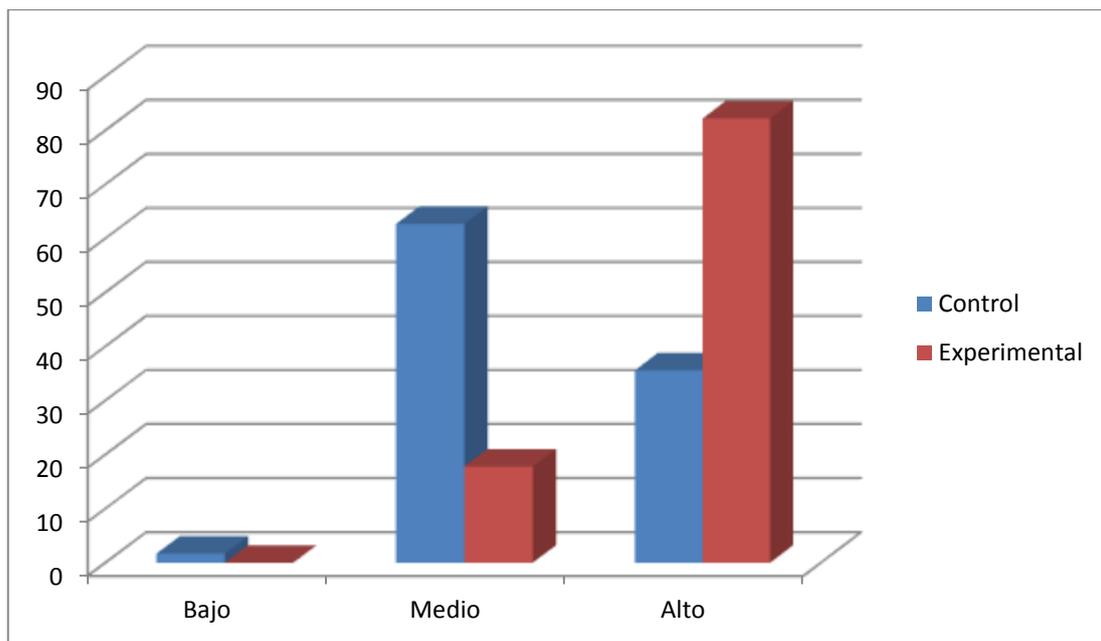
La Tabla 10 y Figura 8, nos muestra que 6 de cada 10 estudiantes del grupo experimental ha logrado el nivel medio, lo que significa que este alto porcentaje de estudiantes es capaz de representar la obtención de un polinomio cuadrático y describir los procedimientos de los métodos que emplea al resolver ecuaciones cuadráticas. La tercera parte de este mismo grupo tiene la capacidad de emplear métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas aplicando el método de factorización y por fórmula general, lo cual no ocurre con el grupo de control.

**Tabla 11**

*Elabora y usa estrategias*

Puntuación		GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Válidos	BAJO	1	1,7	0	0
	MEDIO	37	62,7	8	17,8
	ALTO	21	35,6	37	82,2
	Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Post Test



*Figura 9: Capacidad Elabora y usa estrategias*

Fuente: Tabla 11

Analizando la Tabla 11 y Figura 9 se evidencia que el 82,2% de los estudiantes que constituyeron la muestra experimental de estudio se encuentran en el nivel de logro alto del indicador, es decir que emplean procedimientos, estrategias como las heurísticas para resolver problemas, además emplea recursos como los gráficos y otros para solucionar una ecuación cuadrática, logrando de esta manera el más alto porcentaje logrado en una capacidad de la competencia observada y también se resalta el hecho de que es mínimo el porcentaje que no ha logrado la capacidad.

**Tabla 12**

*Razona y argumenta generando ideas*

Puntuación	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
Válidos BAJO	51	86,4	16	35,6
MEDIO	8	13,6	29	64,4
Total	59	100,0	45	100,0

Fuente: Post Test

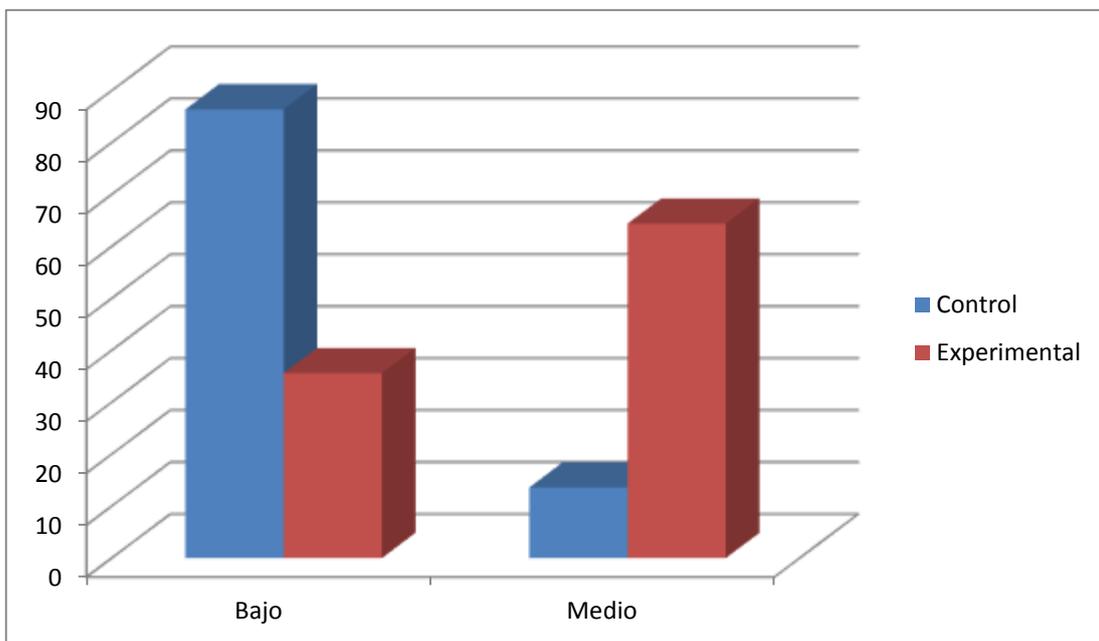


Figura 10: Capacidad Razona y argumenta generando ideas

Fuente: Tabla 12

Del análisis de la Tabla 12 y Figura 10 se puede notar que los estudiantes no han logrado el pleno desarrollo de esta capacidad, pero es notable que casi las dos terceras partes del total (64,4%) de los estudiantes del grupo experimental se encuentran en el nivel medio de logro de la capacidad, lo cual significa que más de la mitad de los estudiantes observados son capaces de expresar una situación problemática a través de una función cuadrática y además, plantean conjeturas al comparar gráficas de funciones cuadráticas y son capaces

de justificar los procedimientos de resolución haciendo uso de propiedades.

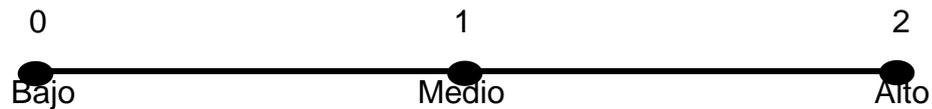
En el grupo de control la mayor cantidad de ellos (51 de 59), se ubican en el nivel bajo, es decir que les ha sido imposible resolver la situación planteada.

De las Tablas y Figuras del post test analizados que se presentan en cada uno de los párrafos se puede sintetizar que los estudiantes que participaron como grupo experimental en esta investigación han logrado llegar al nivel medio o alto de logro, pudiéndose evidenciar marcadas diferencias en cuanto a los logros obtenidos por los adolescentes del grupo de control, ya que el primer grupo logra obtener sus más altas puntuaciones en los niveles medio o bajo. Así, es en la capacidad elabora y usa estrategias en donde los estudiantes del grupo experimental se muestran fortalecidos ya que 82,2% logra ubicarse en el máximo nivel (alto) siguiéndole el nivel bajo quien obtiene mayores puntajes en las otras tres capacidades.

No obstante, los estudiantes seleccionados como grupo de control en tres de las cuatro capacidades observadas: matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas y razona y argumenta generando ideas en donde logra los más altos porcentajes en el nivel bajo y solo en una capacidad ha llegado su mayor porcentaje al nivel medio.

### **3.3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

Teniendo como premisa que cada una de las cuatro capacidades de la competencia observada se le dio un puntaje máximo de 2 puntos para el nivel de logro alto, 1 para el medio y 0 para el bajo; con lo cual el cuestionario empleado tiene una valoración acumulada máxima de 8 puntos, de lo cual se deduce que ocho es el valor máximo del logro de la competencia.



A continuación se presentan los resultados acumulados con el fin de establecer comparaciones y demostrar así los efectos que produce la aplicación del programa de estrategias didácticas propuesta en esta investigación, como se detalla a continuación:

**Tabla 13**

*Resumen de los resultados de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	1	18	30,5	30,5	30,5
	2	19	32,2	32,2	62,7
	3	17	28,8	28,8	91,5
	4	4	6,8	6,8	98,3
	5	1	1,7	1,7	100,0
	Total	59	100,0	100,0	

Fuente: Post test grupo control

**Tabla 14**

*Resumen de los resultados de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio*

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	6	13,3	13,3	13,3
	4	11	24,4	24,4	37,8
	5	14	31,1	31,1	68,9
	6	8	17,8	17,8	86,7
	7	6	13,3	13,3	100,0
	Total	45	100,0	100,0	

Fuente: Post test grupo experimental

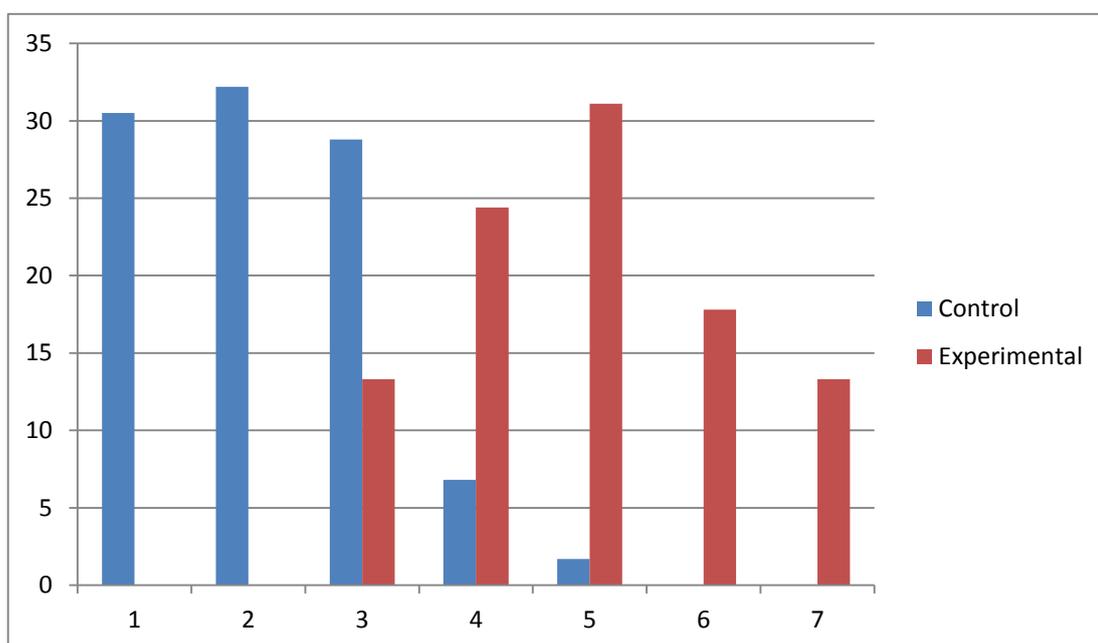
**Tabla 15**

*Estadísticos*

N	Válidos	45
	Perdidos	0
	Media	4,93
	Error típ. de la media	,184
	Mediana	5,00
	Moda	5
	Desv. típ.	1,232
	Varianza	1,518
	Asimetría	,132
	Error típ. de asimetría	,354
	Curtosis	-,820
	Error típ. de curtosis	,695
	Rango	4
	Mínimo	3
	Máximo	7
	Suma	222

Las Tablas 13 y 14 se muestran los resúmenes de las puntuaciones obtenidas en el post test observándose resultados significativos que obtiene los estudiantes del grupo experimental con respecto al grupo de control ya que el 98,3% de los estudiantes del grupo de control se encuentran por debajo de la mitad de la puntuación máxima del test y un

escaso 1,7% se ubica por encima de esta puntuación, sin embargo en el grupo experimental el 37,8% se encuentra por debajo de la mitad de la puntuación establecida para el test y más de la mitad de los estudiantes observados, es decir 62,2% han obtenido más de los cuatro puntos. Así, se corrobora también en la Tabla 15 de posición y dispersión de datos, donde se señala que la media del grupo experimental es 4,93 y la moda y mediana es 5 puntos, teniendo un rango de puntuación de 3 a 7 puntos.



*Figura 11:* Resumen de los resultados de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio  
Fuente: Tablas 13 y 14

De la observación de la Figura 11 se desprende que al comparar los resultados obtenidos de manera resumida de los puntajes del post test en los dos grupos de estudio, se muestra que la mayoría de estudiantes del grupo de control logran entre 1 y 5 puntos, y los estudiantes del grupo de control obtiene de 3 a 7 puntos correspondiente a la competencia observada por lo que se puede afirmar que en los

estudiantes del tercer grado de educación secundaria esta competencia matemática ya no es deficiente.

Tomando en cuenta el análisis realizado en los párrafos anteriores y de los datos resumidos de las tablas nos conduce a comprobar la hipótesis, pues claramente el grupo experimental ha superado al grupo de control en el desarrollo de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio relacionada con la resolución de ecuaciones cuadráticas en los estudiantes de tercer grado de la IE “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray”.

De las indagaciones hechas se encontró que los estudiantes de este grado no habían tenido referencias sobre el tema de las ecuaciones cuadráticas lo que quiere decir que el tema ha sido novedoso.

La evaluación de entrada muestra que los estudiantes presentan serias debilidades en cuanto al logro de las capacidades de la competencia observada, en cuanto a identificar la relación de la suma y el producto de dos números para utilizarlos en la resolución de una ecuación cuadrática, emplear y describir los procedimientos que emplean para resolverlas, representar la obtención de un polinomio cuadrático que da lugar a una ecuación cuadrática y plantear conjeturas justificando los procedimientos que emplea al resolver situaciones que se modelan como ecuaciones cuadráticas.

Comparando las evaluaciones de entrada y salida se notan progresos significativos en el nivel de logro de las capacidades, a pesar de que las puntuaciones están en un término medio, estos resultados resultan alentadores ya que permite darle significado a la propuesta de diseñar estrategias didácticas basadas en las Situaciones Didácticas permite mejorar las debilidades encontradas en el diagnóstico.

### **3.4 PROPUESTA PEDAGÓGICA**

#### **PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS**

#### **DENOMINACIÓN: “SESIONES DE APRENDIZAJE BASADAS EN LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS PARA EL MEJORAMIENTO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS”**

##### **I. DATOS INFORMATIVOS**

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| 1.1. Lugar de ejecución   | : I.E. Andrés Avelino Cáceres Dorregaray |
| 1.2. Distrito             | : Chulucanas                             |
| 1.3. Nivel                | : Educación Secundaria de Menores        |
| 1.4. Grado y sección      | : Tercero “A” y “B”                      |
| 1.5. Metas de atención    | : 45                                     |
| 1.6. Periodo de ejecución | : 03 meses                               |
| Inicio                    | : 16 mayo 2016                           |
| Término                   | : 1 de Julio 2016                        |
| 1.7. Investigador         | : Br. Gladys del Pilar Silva Cruz        |
| 1.8. Año lectivo          | : 2016                                   |

##### **II. FUNDAMENTOS**

###### **2.1. Fundamento epistemológico**

El saber matemático que se desarrolla en la escuela resulta de gran interés por el lugar que ocupa en el currículo con la objetivo de desarrollar competencias, es decir, contar con herramientas básicas para su desempeño social y responder a situaciones de la realidad. La finalidad de la matemática es desarrollar en los estudiantes formas de actuar y pensar matemáticamente y con el empleo de ecuaciones y funciones cuadráticas se busca desarrollar la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y que, a través del lenguaje algebraico y esquemas de representación puedan explicar el desarrollo de variados fenómenos con características de cambio y condiciones de equivalencia, permitiendo

desarrollar en los estudiantes una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

## **2.2. Fundamento pedagógico- didáctico**

Desde el punto de vista de la didáctica de la matemática como ciencia se interesa por la producción o construcción y comunicación del conocimiento, buscando asegurar la coherencia y pertinencia de estos en el ámbito de la escuela. Saber los medios que se han condicionado para producir en una situación de enseñanza es el objetivo de la didáctica, y en especial de la Teoría de las Situaciones Didácticas que busca producir y validar los conocimientos para responder a la demanda social.

La labor docente es un trabajo de una constante búsqueda de situaciones que dan sentido a los conocimientos para enseñar y más aún de lo que los estudiantes aprenden. En matemática, estas situaciones deben responder a la necesidad de actuar y pensar matemáticamente en diversos contextos y que el área no solo sea la ciencia formal sino que se convierta en una manera de pensar, de tal manera que permita al estudiante afrontar los desafíos del futuro; por ello; el tema de Ecuaciones y Funciones Cuadráticas está orientado al desarrollo teórico-práctico de conceptos y propiedades básicas, que depende de la variable en situaciones reales como el empleo de la matemática al establecer la tarifa adecuada de servicios básicos de agua, luz y teléfono en función del gasto; calcular la velocidad de un móvil en movimientos uniformemente acelerados o retardados, cálculo de lados y áreas de terrenos, etc., enfatizando el manejo de métodos de resolución y sus aplicaciones a otras áreas del conocimiento que resulta de la interrelación del hombre y el medio circundante.

### **2.3. Fundamento psicológico:**

Las estrategias de aprendizaje es una de las líneas de investigación más relevante en los últimos años dentro de la Psicología Educativa. En este aspecto Woolfolk (2006) señala que la psicología de Vigotsky considera que el desarrollo cognoscitivo se produce a través de la interacción social del sujeto con los miembros más capaces de su cultura quienes le servirán como guías. Para ello el estudiante usa su actividad para transformar, empleando instrumentos mediadores de las acciones. Dentro de esta concepción de la psicología cultural se destaca la necesidad de la acción mediada por el docente en la sesión de aprendizaje, lo cual presupone que los estudiantes son agentes activos de su propio desarrollo. Los mediadores funcionan como medios por los que los estudiantes reciben la acción de factores sociales, culturales e históricos y actúa sobre ellos.

Este programa plantea que desde las fases de las situaciones didácticas se trabaje la interacción del estudiante con una problemática dando lectura y analizando los factores que definen el problema como tal, involucrando aspectos cognitivos con la práctica dirigidos a la solución del problema planteado. Además, la interacción con sus pares y del docente con el estudiante como mediador de la búsqueda a propósito de la interacción del estudiante con la problemática matemática.

### **2.4. Fundamento metodológico:**

El maestro es pieza fundamental del proceso educativo y tiene la responsabilidad de favorecer los aprendizajes de los estudiantes; para ello se fortalece el trabajo didáctico con prácticas pedagógicas que mejoren la dinámica del proceso enseñanza y aprendizaje. Esta propuesta permite al docente de matemática contar con estrategias didácticas para facilitar el abordaje del tema de las ecuaciones y funciones cuadráticas; apoyados en el empleo de la “Situaciones

Didácticas de Guy Brousseau” que ayuden a generar la construcción del conocimiento matemático basado en el sistema dialéctico formado por el profesor, estudiante y el saber, elevando de esta manera la calidad del servicio que brinda.

### **III. OBJETIVOS DE LA PROPUESTA**

#### **3.1. Objetivo general**

Elaborar y aplicar estrategias didácticas basadas en la Teoría de las Situaciones Didácticas TSD de Brousseau a fin de que los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray mejoren la competencia matemática: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

#### **3.2. Objetivos específicos:**

- 3.2.1. Estimular a los estudiantes a desafiar su conocimiento previo y construir nuevos marcos conceptuales.
- 3.2.2. Matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias; y razonar y argumentar generando ideas matemáticas
- 3.2.3. Elevar los niveles de logro de la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes.

### **IV. DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS SEGÚN LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS**

#### **4.1. COBERTURA:**

Diseñado para los estudiantes de las dos secciones del tercer grado de educación secundaria de la IE “Andrés Avelino Cáceres Dorregaray” del Kilómetro Cincuenta – Chulucanas.

#### **4.2. PROPÓSITO:**

Este es un programa de estrategias didácticas basado en las Situaciones Didácticas de Brousseau como didáctica específica del área de matemática con el propósito de mejorar la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

#### **4.3. FORMAS DE APLICACIÓN:**

Se organiza, ejecuta y evalúa diez sesiones de aprendizaje de noventa minutos cada una, dos veces por semana por la continuidad y naturaleza del tema, con actividades diversas en cada sesión que se diseñan a través de las fases acción, formulación, validación, institucionalización y evaluación; en el campo temático Ecuaciones y Funciones Cuadráticas.

### **V. METODOLOGÍA**

Metodología participativa en el marco de “La Teoría de las Situaciones Didácticas”, propuesta por Brousseau, los estudiantes desarrollan de manera activa e intuitiva varias situaciones didácticas a través de:

#### **Acción:**

Esta fase permite desarrollar en el estudiante aspectos cognitivos y prácticos, dirigidos a la solución de problemas. El docente presenta una situación problemática, o la realización de alguna tarea con relación a las ecuaciones cuadráticas, buscando generar interés del estudiante y le permita entrar en un proceso de dificultades, de desequilibrio, de tal manera que le permita construir e interiorizar el nuevo saber a partir de los conocimientos y experiencias y planteadas algunos caminos de solución. La acción que realizan los estudiantes frente a la situación problema está basada en lo que sabe y que utiliza en el desarrollo de sus actividades para la solución del problema.

**Formulación:**

En esta etapa de interacción, se busca la adquisición de destrezas para explicitar los conocimientos, para ello el docente estimula a los estudiantes a través de preguntas, direccionando cuando se detecta procedimientos inadecuados. Se estimula al estudiante a reflexionar y explicitar los conocimientos de forma argumentada con un lenguaje que los demás puedan entender. Será necesario que el estudiante emplee lenguajes variados, ya sea oral, gráfico, de simbologías matemáticas, entre otros para crear un modelo.

**Validación:**

Esta es una fase donde se expresan resultados, mediante la cual se trata de convencer a los demás compañeros, probando la validez de lo que se ha hecho, se demuestra que lo que se ha elegido o creado es válido. El que expone debe argumentar para probar o demostrar con exactitud sus afirmaciones y hay que explicar que necesariamente es así. El docente absuelve dudas y contradicciones, señala procedimientos diferentes, lenguajes inapropiados y busca el consenso.

**Institucionalización:**

Es la fase esencial del proceso didáctico se requiere de la labor del docente, pues se descontextualiza el saber y se hacen generalizaciones. El propósito es intentar que el conjunto de estudiantes de la clase asuma el saber que ha sido elaborado, en ella la docente interviene explicando y utilizando el lenguaje apropiado, facilitando la síntesis y la abstracción correspondiente, elaborando conclusiones a partir de lo que los estudiantes obtienen aisladamente, empleando para ello un soporte teórico y ejercicios.

**Evaluación:**

Durante todo el proceso se propicia acciones a ser evaluadas. También existe la posibilidad que después de haber institucionalizado, y haber trabajado ejercicios y problemas, se verifica el aprendizaje de los estudiantes, a través de la autoevaluación, co-evaluación y heteroevaluación

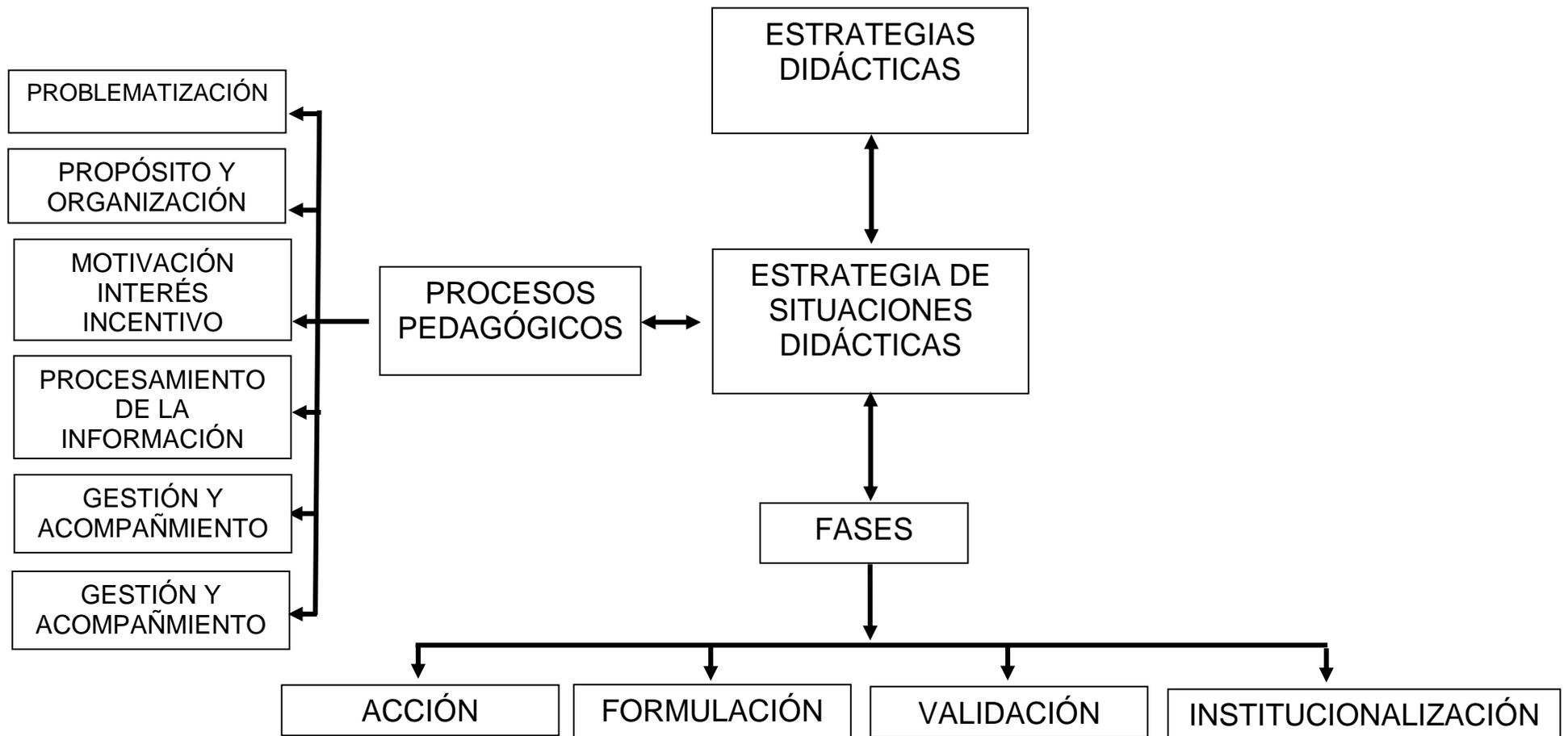


Figura 12: Esquema para la variable independiente

## CUADRO PEDAGÓGICO

COMPETENCIA: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

NOMBRE DE LA SESIÓN	CAPACIDADES	CAMPO TEMÁTICO	INDICADORES
<b>Sesión 1</b> Expresiones que dan lugar a polinomios de segundo grado	Matematiza situaciones	Multiplicación de expresiones algebraicas	Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencia al expresar un modelo referido a polinomios de segundo grado.
<b>Sesión 2</b> Características y propiedades de las ecuaciones cuadráticas	Matematiza situaciones	Factorización de trinomios cuadrados perfectos	-Organiza datos a partir de fuentes de información al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas. -Examina modelos referidos a ecuaciones cuadráticas. -Describe la relación entre los elementos que componen una ecuación cuadrática
<b>Sesión 3:</b> Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización y comprobación de resultados	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Método de factorización	Explica la obtención del conjunto solución de ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.
<b>Sesión 4</b> Obtención de la fórmula general de la ecuación cuadrática	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Procesos algebraicos para obtener la fórmula general	Explica la obtención de la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.

<b>Sesión 5:</b> Aplicación de la fórmula general en la resolución de problemas que involucran ecuaciones de segundo grado	Elabora y usa estrategias	Fórmula general para la resolución de una ecuación cuadrática	Aplica el método de la fórmula general en la resolución de las ecuaciones cuadráticas
<b>Sesión 6:</b> Análisis de la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática con base al discriminante	Elabora y usa estrategias	Fórmula general: discriminante	Explica el tipo de solución de ecuaciones cuadráticas con base al discriminante
<b>Sesión 7:</b> Resolución de ecuaciones completando el trinomio cuadrado perfecto y comprobación de resultados	Elabora y usa estrategias	Trinomio cuadrado perfecto.	Aplica el método de completar el trinomio al resolver ecuaciones cuadráticas.
<b>Sesión 8</b> Construcción de gráficas de ecuaciones de segundo grado en un sistema de ejes cartesianos por tabulación	Comunica y representa estrategias matemáticas	Gráficas de ecuaciones cuadráticas.	Expresa en forma gráfica y simbólica el conjunto solución de una ecuación cuadrática
<b>Sesión 9:</b> Trazo e interpretación de una función cuadrática y determinación de los puntos de intersección con el eje x y el vértice.	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Gráficas de ecuaciones cuadráticas.	Interpreta funciones cuadráticas a partir de un gráfico.
<b>Sesión 10:</b> Utilizando los conceptos de función creciente y decreciente para determinar el dominio y rango	Elabora y usa estrategias	Función creciente y decreciente, máximos, mínimos.  Vértice	Halla el dominio y rango de funciones cuadráticas al resolver problemas.

## VI. CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

N°	DENOMINACIÓN DE LA SESIÓN	FECHA
1	Expresiones que dan lugar a polinomios de segundo grado	16 mayo
2	Características y propiedades de las ecuaciones cuadráticas	20 mayo
3	Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización y comprobación de resultados	23 mayo
4	Obtención de la fórmula general de la ecuación cuadrática	27 mayo
5	Aplicación de la fórmula general en la resolución de problemas que involucran ecuaciones de segundo grado	30 mayo
6	Análisis de la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática con base al discriminante	3 junio
7	Resolución de ecuaciones completando el trinomio cuadrado perfecto y comprobación de su solución	6 junio
8	Construcción de gráficas de ecuaciones de segundo grado en un sistema de ejes cartesianos por tabulación	10 junio
9	Trazo e interpretación de una función cuadrática y determinación de los puntos de intersección con el eje x y el vértice	17 junio

10	Utilizando los conceptos de función creciente y decreciente para determinar el dominio y rango	24 junio
----	--	----------

**RECURSOS:**

HUMANOS: estudiantes – docente.

MATERIALES: fichas de actividades, plumones, papel sábana, tizas, pizarra, algeplano.

ECONOMICOS: materiales de oficina, impresiones.

**VII. EVALUACIÓN**

Estas sesiones de aprendizaje serán evaluadas en los distintos momentos de la sesión, además de la evaluación de entrada, de proceso para establecer los reajustes que se tengan que realizar y finalmente se aplicará una evaluación final o de salida, para determinar la mejora en el desarrollo de las capacidades.

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES	INSTRUMENTO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad,	Matematiza situaciones	-Organiza datos a partir de fuentes de información al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas. -Examina modelos referidos a ecuaciones cuadráticas. -Describe la relación entre los elementos que componen una ecuación cuadrática	Prueba de desarrollo

equivalencia y cambio	Comunica y representa ideas matemáticas	-Expresa en forma gráfica y simbólica el conjunto solución de una ecuación cuadrática	Prueba de desarrollo
	Elabora y usa estrategias	-Aplica métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas: factorización, de la fórmula general, completando el trinomio o gráfica en la resolución de problemas	Prueba de desarrollo
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	-Interpreta funciones cuadráticas a partir de un gráfico.	Prueba de desarrollo

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 1

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

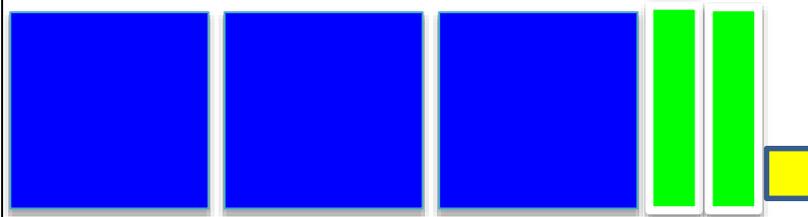
1. Título : Expresiones que dan lugar a polinomios de segundo grado
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Matematiza situaciones	Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencia al expresar un modelo referido a polinomios de segundo grado.

4. Secuencia Didáctica:

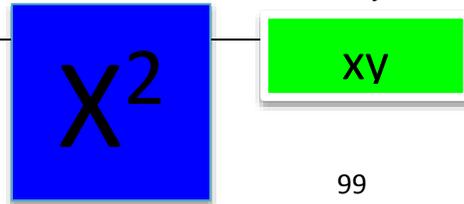
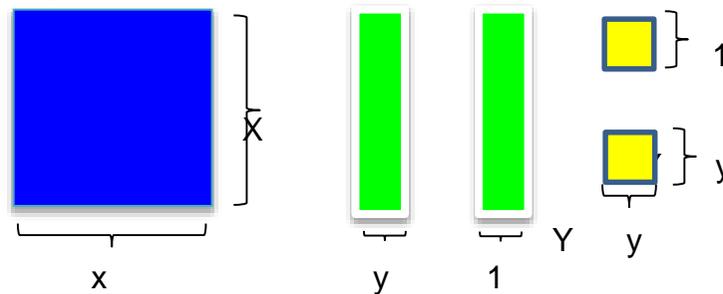
Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	-Se da la bienvenida a los estudiantes. Luego se presenta el material denominado algeplano del cual se recogen los saberes previos planteando las siguientes interrogantes <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ ¿Cuáles son las dimensiones de los lados del cuadrado y del rectángulo?</li> <li>▪ ¿Cómo se calcula el área del cuadrado y del rectángulo?</li> </ul>	Algeplano Pizarra Plumones	20 minutos

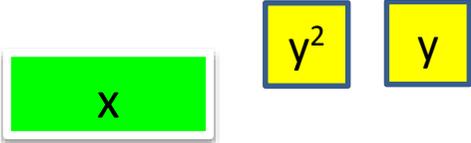
- ¿Haciendo uso del algeplano cómo se representa la expresión  $2x^2 + 4x + 3$ ?
- ¿Cómo ordenamos las piezas del algeplano para representar  $3x^2 + 2x + 1$  para formar un rectángulo?



- ¿Qué operación se ha trabajado?
- ¿Cómo se ordenan las piezas del algeplano para multiplicar expresiones algebraicas de primer grado?
- ¿Cómo se expresa el resultado?

-Para dar respuesta a las interrogantes planteadas los estudiantes deben identificar con claridad las medidas de los lados de las figuras y relacionarlas para hallar el área



		<div style="text-align: center;">  </div> <p>-La docente organiza y sistematiza la información de acuerdo a los conocimientos previos de los estudiantes reconociendo su participación, actitud al responder las interrogantes. Se recuerda la ley de signos para la multiplicación.</p> <p>-Se presenta el aprendizaje esperado relacionados a las competencias, las capacidades y los indicadores:  <i>Determina relaciones no explícitas en situaciones de equivalencia al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas.</i></p> <p>-Con los estudiantes se establece la forma de trabajo individual y luego grupal y la forma como presentarán los resultados que obtengan.</p>		
Desarrollo	Acción	<p>-Se propone a los estudiantes organizarse por grupos para resolver situaciones problemáticas referidas a áreas de regiones rectangulares con lados expresados en monomios o binomios con una o dos variables; haciendo uso del algeplano, asegurándose que la situación se haya comprendido bien, para ello la docente se abstiene de brindar información que condicione la acción de los estudiantes.</p>	Cuadernos Fichas de trabajo	50 minutos

**ACTIVIDAD 1**

1. Un parque de forma rectangular tiene dimensiones expresadas algebraicamente por:  $(x + 3)$  y  $(2x + 1)$ . Determina el área del parque.
2. Determina el área pintada de una pared de forma rectangular, si se sabe que sus dimensiones son  $x$  de largo y  $(x - 3)$  de ancho.
3. Determina el área del piso de una oficina de forma rectangular que mide  $2x$  de largo y  $3x$  de ancho.

	<p>Formulación</p> <p>Validación</p>	<p>-Se estimula a los estudiantes para que diseñen y materialicen la solución del problema y la participación de todos en la consecución de la tarea, para ello indica algunas pautas para la organización de las piezas del algeplano y utilicen la representación apropiada.</p> <p>-El estudiante comparte con sus compañeros de equipo su trabajo haciendo uso del lenguaje verbal, gráfico y simbólico.</p> <p>-Luego presentan los resultados a la clase explicando los conocimientos de tal manera que los demás estudiantes puedan entender explicando las estrategias que emplearon y el resultado que han obtenido.</p> <p>-También representan los resultados en la pizarra y se verifica el producto obtenido por los demás estudiantes</p> <p>-Se coordina los procedimientos y las justificaciones que emplearon los estudiantes, absuelve dudas, así como señala otros procedimientos, lenguajes inapropiados y busca el consenso validando los saberes utilizados.</p> <p>-Los estudiantes anotan algunas explicaciones teóricas referidas a la forma de obtención de expresiones cuadráticas</p>	<p>Plumones, regla y pizarra</p>	
--	--------------------------------------	---	--	--

	Institucionalización	<p>-Se resalta la obtención de un polinomio de segundo grado, la representación apropiada, explicando y rescatando los procedimientos para multiplicar polinomios de primer grado haciendo uso de los conocimientos.</p> <p>-Además se generaliza la técnica operativa de la multiplicación aplicando la propiedad distributiva.</p>		
Cierre	Evaluación	<p>-Se realiza la metacognición sobre lo que se hizo y cómo se hizo y sobre la obtención de una expresión cuadrática y rescata la importancia de su uso.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>FICHA DE METACOGNICIÓN</b></p> <p>¿Qué hicimos? .....</p> <p>.....</p> <p>¿Cómo lo hicimos? .....</p> <p>.....</p> <p>¿Para qué sirve los procedimientos empleados? .....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> </div> <p>-Se plantean ejercicios para ser resueltos y de esta manera obtener más datos para evaluar.</p>	Ficha de evaluación	20 minutos

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 2

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título: Características y propiedades de las ecuaciones cuadráticas
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Organiza datos a partir de fuentes de información al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas.</li> <li>✓ Examina modelos referidos a ecuaciones cuadráticas.</li> <li>✓ Describe la relación entre los elementos que componen una ecuación cuadrática.</li> </ul>

### 4. Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	-Se da la bienvenida a los estudiantes. Luego se hacen interrogantes referidos al tema de la sesión anterior: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuándo un polinomio se llama de segundo grado o cuadrática?</li> </ul>	Pizarra Plumones	20 minutos

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo se obtiene un polinomio o expresión de segundo grado o cuadrático?</li> <li>• ¿Cómo se multiplican dos monomios?</li> <li>• ¿Cuándo una multiplicación de dos factores resulta cero?</li> </ul> <p>-Se presenta el aprendizaje esperado a través de los indicadores:  -Organiza datos a partir de fuentes de información al expresar un modelo referido a ecuaciones cuadráticas.  -Examina modelos referidos a ecuaciones cuadráticas.  -Describe la relación entre los elementos que componen una ecuación cuadrática.</p> <p>-Con los estudiantes se consensua la forma de trabajo individual de la sesión.</p>		
Desarrollo	Acción	<p>-Se les presenta situaciones en una ficha de trabajo en donde individualmente se enfrentan a los ejercicios utilizando sus conocimientos previos para resolver:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>ACTIVIDAD 1</b></p> <p>Resuelve, aplicando la propiedad distributiva:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) <math>(2y)(3y) =</math></li> <li>2) <math>(x) \cdot (x - 9) =</math></li> <li>3) <math>(x + 2) \cdot (4x) =</math></li> <li>4) <math>(a + 1) \cdot (3a + 2) =</math></li> </ol> <p>En cada caso determina el grado del polinomio hallado.</p> </div>	Cuadernos Ficha de trabajo	45 minutos
			Plumones y pizarra	

	<p>Formulación</p> <p>Validación</p> <p>Institucionalización</p>	<p>-Luego, se les piden que comparen con sus compañeros los resultados que han obtenido, explicando las técnicas operativas de la multiplicación, la teoría de exponentes para la multiplicación de bases iguales y la propiedad distributiva para la multiplicación respecto a la suma. Hacen uso de lenguaje oral, escrito y simbólico</p> <p>-Consensuan a nivel de equipo de trabajo y luego exponen todos los grupos, explicando los procedimientos que emplearon a los demás integrantes de la clase, cotejando de esta manera el por qué han obtenido resultados iguales o diferentes.</p> <p>-Después se valora los métodos algebraicos y los productos que presentan y se le pide que indiquen que valor tendría la variable (dar solución) cuando el polinomio se iguala a cero</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>ACTIVIDAD 2</b></p> <p>¿Qué valores toma “x” en:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>6y^2 = 0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2y = 0</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px;"><math>3y = 0</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x^2 - 9x = 0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>x = 0</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px;"><math>x - 9 = 0</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>3a^2 + 5a + 2 = 0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>a + 1 = 0</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">o</td> <td style="padding: 5px;"><math>3a + 2 = 0</math></td> </tr> </table> </div> <p>-Se harán algunas anotaciones de cómo despejar ecuaciones</p> <p>-Se organiza y sistematiza la información de acuerdo a los conocimientos de los estudiantes reconociendo su participación y actitud al resolver las actividades.</p>	$6y^2 = 0$	$2y = 0$	o	$3y = 0$	$x^2 - 9x = 0$	$x = 0$	o	$x - 9 = 0$	$3a^2 + 5a + 2 = 0$	$a + 1 = 0$	o	$3a + 2 = 0$		
$6y^2 = 0$	$2y = 0$	o	$3y = 0$													
$x^2 - 9x = 0$	$x = 0$	o	$x - 9 = 0$													
$3a^2 + 5a + 2 = 0$	$a + 1 = 0$	o	$3a + 2 = 0$													

		<p>-Se indaga sobre las dudas que se les ha presentado al resolver los ejercicios</p> <p>-Luego, se descontextualiza el saber definiendo una ecuación como una igualdad entre dos expresiones algebraicas que representan el mismo número o son equivalentes y aquella que se puede escribir de la forma:  <math>a_1 + a_1x^2 + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n = 0</math>    donde <math>n &gt; 0</math> y <math>a_1 \in \mathbb{R}</math></p> <p>-Una ecuación cuadrática o de segundo grado es aquella ecuación en la cual una vez simplificada, su máximo exponente es <math>n = 2</math> y que se puede escribir en su forma completa:  <math>ax^2 + bx + c = 0</math></p> <p>-Los estudiantes identifican las diferentes clases de ecuaciones de acuerdo a los valores que toman <math>c = 0</math> y <math>b = 0</math>, y <math>b</math> y <math>c = 0</math>. se identifican como ecuaciones cuadráticas incompletas</p>		
Cierre	Evaluación	<p>-Se realiza la metacognición sobre lo que se hizo y cómo se hizo y sobre la obtención de una expresión cuadrática y rescata la importancia de su uso.</p> <p>-Se plantean ejercicios para ser resueltos y de esta manera obtener más datos para evaluar y nivelar</p>	Ficha de evaluación	25 minutos

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 3

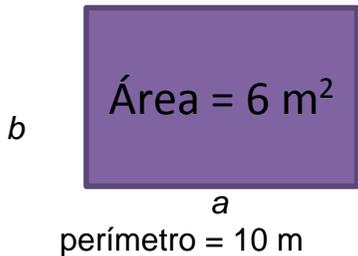
Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título : Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización y Comprobación de resultados
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Explica la obtención del conjunto solución de ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.

4. Secuencia Didáctica:

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	-Después de saludar a los estudiantes se hacen interrogantes referidos al tema de la sesión anterior: ✓ ¿Cuándo un polinomio se llama cuadrático? ✓ ¿Cómo se obtiene el área de un rectángulo? ✓ ¿Cómo se obtiene el perímetro de un rectángulo? ✓ ¿Cuándo una multiplicación de dos factores resulta 0?	Pizarra Plumones	15 minutos

		<p>✓ ¿Qué forma tiene una ecuación cuadrática de segundo grado cuando <math>a=1</math>, en su forma completa?</p> <p>-Se emplea la lluvia de idea y se sistematiza la información relevante.</p> <p>-Se enuncia el propósito de la sesión:  <i>Explica la obtención del conjunto solución de ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.</i></p> <p>-Se consensua la forma de trabajo durante la sesión y cómo presentarán los resultados.</p>		
Desarrollo	Acción	<p>-Se les entrega una ficha de trabajo, con un ejercicio en la que se enfrentan individualmente al problema utilizando sus conocimientos previos y tratando de solucionar la situación planteada observando la figura:</p> <p style="text-align: center;"><b>FICHA DE TRABAJO</b></p> <p>El perímetro de un rectángulo es igual a 10 metros, y su área a 6 metros cuadrados. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?</p> <div style="text-align: center;">  <p style="margin-left: 100px;"><math>b</math></p> <p style="margin-left: 150px;"><math>a</math></p> <p style="margin-left: 100px;">perímetro = 10 m</p> </div> <p>✓ Con los datos proporcionados da el valor numérico de las expresiones  <math>a \cdot b = \underline{\hspace{2cm}}</math>      y      <math>a + b = \underline{\hspace{2cm}}</math></p>	Ficha de trabajo Cuadernos	70 minutos

	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Si la expresión “a.b” representa el área del rectángulo. ¿Qué representa “a + b”? _____</li> <li>✓ Empleamos la siguiente notación:  s = la suma de los números a y b, es decir “a + b”  m = la multiplicación de los números a y b, es decir “a.b”  utilizando <math>d^2 = s^2 - 4m</math>, calcula el valor numérico de “d”  d = _____</li> <li>✓ Si d = es la diferencia “a - b” ¿Cuánto vale a – b</li> <li>✓ Completa el siguiente sistema de ecuaciones lineales con los datos obtenidos  a + b = _____  a – b = _____</li> <li>✓ Resuelve el sistema de ecuaciones lineales y encuentra los valores de “a” y “b”  a = _____  b = _____</li> <li>✓ Regresando a la figura del rectángulo planteado al inicio de la actividad ¿Qué representa “a” y “b”? _____  Evalúa las siguientes expresiones con los valores obtenidos  a + b =  a.b =  a – b</li> </ul> <p>-Se les pide que intercambien los resultados y en caso de ser diferentes los resultados expliquen a sus compañeros los procedimientos que emplearon, cotejando de esta forma los procedimientos o el razonamiento empleado.</p> <p>-Presentan los resultados y se valida los contenidos empleados.</p>		
--	-------------	---	--	--

	<p>Validación</p> <p>Institucionalización</p>	<p>-Con la guía del docente se inducirá que para encontrar los valores de a y b es necesario conocer el producto y la diferencia. -Se organiza y sistematiza la información de acuerdo a los conocimientos de los estudiantes reconociendo su participación y actitud al resolver las actividades.</p> <p>-Se les pregunta sobre las dudas que se les ha presentado al resolver los ejercicios -Se induce hacia la resolución de una ecuación cuadrática de la forma completa <math>ax^2 + bx + c = 0</math> ; donde <math>a = 1</math> Se plantean los ejercicios: <math>x^2 + 11x + 30 = 0</math> <math>x^2 + 3x + -18 = 0</math> <math>x^2 - 4x + 3 = 0</math></p>	Plumones y pizarra																																																																													
Cierre	Evaluación	<p>Para reforzar se completa la siguiente tabla</p> <table border="1" data-bbox="712 821 1637 1316"> <thead> <tr> <th colspan="6">Relación entre la suma, multiplicación y diferencia de dos números</th> </tr> <tr> <th colspan="2">Números propuestos</th> <th>suma</th> <th>diferencia</th> <th>Producto</th> <th><math>d^2</math></th> <th><math>s^2 - 4m</math></th> </tr> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th><math>s = a + b</math></th> <th><math>d = a - b</math></th> <th><math>m = ab</math></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>40</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>-16</td> <td>-64</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>-5</td> <td></td> <td>6</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>300</td> <td></td> <td>20 000</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>15</td> <td></td> <td>-10</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>41</td> <td></td> <td>420</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Relación entre la suma, multiplicación y diferencia de dos números						Números propuestos		suma	diferencia	Producto	$d^2$	$s^2 - 4m$	a	b	$s = a + b$	$d = a - b$	$m = ab$			2	1						5	3				4		20	40								0	-16	-64					-5		6					300		20 000					15		-10					41		420			Cuaderno y calculadora	5 minutos
Relación entre la suma, multiplicación y diferencia de dos números																																																																																
Números propuestos		suma	diferencia	Producto	$d^2$	$s^2 - 4m$																																																																										
a	b	$s = a + b$	$d = a - b$	$m = ab$																																																																												
2	1																																																																															
5	3				4																																																																											
20	40																																																																															
		0	-16	-64																																																																												
		-5		6																																																																												
		300		20 000																																																																												
		15		-10																																																																												
		41		420																																																																												

		-Pon atención a las dos últimas columnas, ¡son iguales! -Utilizando la estrategia utilizada para completar los cuatro últimos renglones. Encuentra: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los números que sumados dan 7 y su producto es 12</li> </ul> Los números que sumados dan 7 y su producto es 9		
--	--	---	--	--

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 4

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título : Obtención de la fórmula general de la ecuación cuadrática
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Explica la obtención de la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.

#### 4. Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	-Se da la bienvenida a los estudiantes. Luego se hacen interrogantes referidos a de la sesión anterior:	Pizarra Plumones	15 minutos

		<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cuáles son los elementos de una ecuación cuadrática completa?</li> <li>✓ ¿Qué forma tiene una ecuación cuadrática de segundo grado cuando <math>a=1</math>, en su forma completa?</li> <li>✓ ¿De qué forma se puede resolver una ecuación cuadrática?</li> </ul> <p>-Se emplea la lluvia de idea y se sistematiza la información relevante.</p> <p>-Se enuncia el propósito de la sesión:  <i>Explica la obtención del conjunto solución de ecuaciones cuadráticas con procesos algebraicos.</i></p> <p>-Se consensua la forma de trabajo durante la sesión y cómo se presentarán los resultados.</p>		
Desarrollo	Acción	<p>-Se agrupan de 4 estudiantes y se presenta la siguiente ficha de trabajo:</p> <p style="text-align: center;"><b>FICHA DE TRABAJO</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>-Escribe la forma completa de una ecuación cuadrática:</i></li> </ul> <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>-Reescribe la ecuación haciendo que el término cuadrático tenga coeficiente = 1</i></li> <li>✓ <i>-Despeja la ecuación de tal manera que quede al lado izquierdo de la ecuación quede de la forma <math>x^2 + bx</math></i></li> <li>✓ <i>Completa el cuadrado sumando <math>(\frac{b}{2a})^2</math> a ambos lados de la ecuación</i></li> </ul>	Ficha de trabajo Cuadernos	70 minutos

	<p>Formulación</p> <p>Validación</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ <i>Reescribe el lado izquierdo como el cuadrado de un binomio</i></li> <li>✓ <i>Resuelve la potencia del lado derecho de la ecuación</i></li> <li>✓ <i>Suma las fracciones del lado derecho</i></li> <li>✓ <i>Sacar la raíz cuadrada de ambos lados. ¡Recuerda que debes conservar ambas raíces la positiva y la negativa!</i></li> <li>✓ <i>Despeja "x"</i></li> <li>✓ <i>Si observas el denominador bajo la raíz es un cuadrado perfecto, entonces encuéntralo</i></li> <li>✓ <i>Finalmente suma las fracciones ya que tienen un común denominador.</i></li> </ul> <p><b><i>Y ahí tenemos, la fórmula cuadrática.</i></b></p> <p>-Expone a sus compañeros de grupo de trabajo los procedimientos que empleó en cada uno de los pasos seguidos en forma reflexiva y las técnicas operativas empleadas, luego consensua para unificar criterios y poder exponer un solo resultado.</p> <p>-La docente valora las técnicas operativas y valida los procedimientos empleados cuando deriva la fórmula cuadrática, asimismo refuerza algunas ideas adecuadas a la actividad desarrollada e induce a que los estudiantes reconozcan a <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math>; como la fórmula general para resolución de una ecuación cuadrática con cualquier coeficiente del término cuadrático.</p> <p>-Se identifica los valores numéricos de los coeficientes de la ecuación <math>3x^2 - 11x - 4 = 0</math></p>	<p>Plumones, papel sábana y cinta masking tape.</p>	
--	--------------------------------------	---	---	--

	Institucionalización	-Se sustituyen los valores en la fórmula, luego se simplifica efectuando las operaciones indicadas teniendo en cuenta los signos. Se separan las dos soluciones y se determinan las raíces de la ecuación.		
Cierre	Evaluación	-La evaluación se hace durante todo el desarrollo de la sesión y se centra en la exposición del esquema que elaboraron para explicar cómo se obtiene la solución de una ecuación cuadrática con los procesos que ha empleado.	Papelógrafo	5 minutos

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 5

Área: MATEMÁTICA  
 GRADO: TERCERO

1. Título : Aplicación de la fórmula general en la resolución de problemas que involucran ecuaciones de segundo grado
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Elabora y usa estrategias	Aplica el método de la fórmula general en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas

### 4. Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo						
Inicio	Saberes previos	-Se da la bienvenida a los estudiantes y se pide resolver una ficha en la que se recuperan algunos saberes: <b>FICHA DE RECUPERACIÓN DE SABERES</b> 1. Identifica los valores de los datos: x; a; b y c; además de identificar la variable independiente y dependiente en: <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 50%;">ECUACIÓN</th> <th style="width: 50%;">DATOS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>R = 2,4619P + 0,00606P^2</math></td> <td>x=</td> </tr> <tr> <td></td> <td>a=</td> </tr> </tbody> </table>	ECUACIÓN	DATOS	$R = 2,4619P + 0,00606P^2$	x=		a=	Ficha de recuperación de saberes	20 minutos
ECUACIÓN	DATOS									
$R = 2,4619P + 0,00606P^2$	x=									
	a=									

		<table border="1"> <tr> <td>(R es el índice de erosividad de suelos causada por la lluvia)</td> <td>b=</td> </tr> <tr> <td></td> <td>c=</td> </tr> <tr> <td>T = -0,0241m<sup>2</sup> + m + 5,5 (Trayectoria que sigue una bala al ser disparada)</td> <td>x=</td> </tr> <tr> <td></td> <td>a=</td> </tr> <tr> <td></td> <td>b=</td> </tr> <tr> <td></td> <td>c=</td> </tr> </table> <p>2. Halla el valor numérico de R, en:</p> <table border="1"> <tr> <td>R = 2,4619P + 0,00606P<sup>2</sup></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>P</td> <td>500</td> <td>1000</td> </tr> </table> <p>-A continuación se enuncia el propósito de la sesión:</p> <p><b><i>Aplica el método de la fórmula general en la resolución de problemas de ecuaciones cuadráticas</i></b></p> <p>-Se consensua con los estudiantes la forma de trabajo, recordando que primero deberán hacer un trabajo individual, luego grupal o en equipo y que deberán compartir los procedimientos que emplearon y determinar procedimientos válidos para presentar resultados únicos como equipo.</p>	(R es el índice de erosividad de suelos causada por la lluvia)	b=		c=	T = -0,0241m <sup>2</sup> + m + 5,5 (Trayectoria que sigue una bala al ser disparada)	x=		a=		b=		c=	R = 2,4619P + 0,00606P <sup>2</sup>			P	500	1000		
(R es el índice de erosividad de suelos causada por la lluvia)	b=																					
	c=																					
T = -0,0241m <sup>2</sup> + m + 5,5 (Trayectoria que sigue una bala al ser disparada)	x=																					
	a=																					
	b=																					
	c=																					
R = 2,4619P + 0,00606P <sup>2</sup>																						
P	500	1000																				
Desarrollo	Acción	<p>-Se plantea la situación problemática sobre el número total de diagonales de un polígono:  <i>¿Cuántos lados tiene un polígono del cual se pueden trazar 54 diagonales en total?</i></p>	Ficha de trabajo	50 minutos																		

		<p>Se enuncia la fórmula <math>N_D = \frac{n(n-3)}{2}</math></p> <p>Los estudiantes forman equipos y organizan el trabajo que realizarán.</p> <p>-Primero realizan trabajo individual, luego comparten los procedimientos que ha empleado en su trabajo con los demás integrantes del equipo. Después de haber consensuado y llegado a acuerdos de las estrategias aplicadas en la resolución del problema, prepara la exposición que hará a los demás compañeros.</p>	Cuadernos	
	Formulación			
	Validación	<p>-Exponen los resultados obtenidos de la situación planteada, en la que ha reemplazado los datos que obtiene del problema al expresarlo como ecuación cuadrática bajo la forma <math>ax^2+bx+c = 0</math>. En la que ha identificado los valores de x, a, b y c.</p> <p>-Luego emplea el método de la fórmula general y hallar el valor de "x", que en este caso es el valor de "n", dando de esta manera la respuesta al problema.</p>	Plumones y pizarra	
	Institucionalización	<p>-La docente con apoyo de los procedimientos aplicados valida y valora los saberes desarrollados, la simbología, el lenguaje, el método y la solución del problema; reconociendo de esta manera el uso de la fórmula general como método de solución de una ecuación cuadrática.</p> <p>-Se induce a establecer que las ecuaciones cuadráticas tienen dos soluciones y se comprueban los resultados</p>		

Cierre	Evaluación	Se realiza el proceso de metacognición: ¿Cuántas soluciones se obtuvieron de la ecuación cuadrática? ¿Qué expresa el conjunto solución hallado? ¿En qué otra situación se puede aplicar lo aprendido?	Ficha de observación	
--------	------------	--	----------------------	--

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 6

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

- Título : Análisis de la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática con base al discriminante
- Duración: 2 horas
- Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.	Elabora y usa estrategias	Explica el tipo de solución de ecuaciones cuadráticas con base al discriminante

- Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo

Inicio	Saberes previos	<p>-Se da la bienvenida a los estudiantes y se les entrega una piezas de cartulina en las que se encuentran interrogantes y en otras la respuesta para que sean agrupadas. Esta actividad permite recoger algunos saberes para trabajar a la fase de acción del desarrollo de la sesión, a través de las interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la fórmula general que permite encontrar las raíces de una ecuación cuadrática?</li> </ul> $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se identifica a la cantidad que está dentro de la raíz como el discriminante <b><math>b^2 - 4ac</math></b>; mencionando que si se analiza se puede entender cómo van serán las raíces</li> </ul> <p>-Se enuncia el propósito de la sesión <i>Explica el tipo de solución de ecuaciones cuadráticas con base al discriminante</i></p> <p>-Se organiza la forma de trabajo y las estrategias que se emplearán durante la sesión.</p>	Pizarra Plumones	10 minutos
Desarrollo	Acción	<p>-Se reparten uno de los tres ejercicios planteados entre los equipos de trabajo, indicando que no se encontrarán las soluciones sino que interesa encontrar el discriminante para poder saber qué tipo de soluciones presenta el ejercicio</p> <p style="text-align: center;"><b>FICHA DE TRABAJO</b></p> <p>1. En la ecuación indicada</p> <p>a) <math>10x^2 + 20x + 7,5 = 0</math></p> <p>b) <math>4x^2 + 4x + 1 = 0</math></p>	Ficha de trabajo Cuadernos	65 minutos

	Formulación	<p>c) <math>1x^2 + 5x + 8 = 0</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica a b y c</li> <li>• Realiza las operaciones y determina el discriminante</li> <li>• ¿Qué signo tiene el discriminante?</li> <li>• ¿El discriminante que encontraste es mayor que 0, menor que 0 o igual a 0?</li> <li>• Ahora utiliza la fórmula general y determina las soluciones</li> <li>• ¿Cómo son las soluciones?</li> </ul> <p>2. Organiza la información en la siguiente tabla</p> <table border="1" data-bbox="705 646 1563 837"> <thead> <tr> <th>Valor del discriminante</th> <th>Signo de la solución</th> <th>Característica de las soluciones</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>-La profesora va guiando la consecución de la tarea a través de preguntas que vayan guiando o reorientando el camino a la solución en los casos en que los estudiantes se alejen de la solución.</p> <p>-Después de realizar trabajo en forma individual, los jóvenes tendrán un espacio para poder compartir con su compañero de carpeta las soluciones que obtuvo y consensuar en los resultados que haya obtenido, de tal forma que esta práctica les permita ir utilizando argumentaciones a los procedimientos que ha empleado.</p>	Valor del discriminante	Signo de la solución	Característica de las soluciones										Papel sábana y plumones y pizarra	
Valor del discriminante	Signo de la solución	Característica de las soluciones														

	Validación	<p>-Forman equipos de 6 a 8 estudiantes para poder establecer en forma uniforme un solo resultado que presentará en la exposición.</p> <p>-Después de haber terminado los ejercicios en el tiempo establecido, los grupos expondrán por turnos. En estas exposiciones los estudiantes receptores deben hacer las preguntas que crean convenientes.</p>		
	Institucionalización	<p>-La docente valora las exposiciones hechas por los estudiantes y valora los resultados, e induce a establecer que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Si: <math>b^2 - 4ac &lt; 0</math> (negativo) la solución de la ecuación es imaginaria</li> <li>➤ Si: <math>b^2 - 4ac &gt; 0</math> (positivo) las soluciones son reales y diferentes</li> <li>➤ Y, Si: <math>b^2 - 4ac = 0</math> las soluciones son reales e iguales</li> </ul>		

Cierre	Evaluación	<p>Se realiza la metacognición a través de las preguntas:          ¿Qué se necesita para saber cómo serán las soluciones de una ecuación cuadrática?</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>En cada caso determina el discriminante e indica el tipo de solución que tendrá la ecuación</p> <table border="1" data-bbox="705 536 1518 932"> <thead> <tr> <th data-bbox="705 536 990 759">Se plantea los siguientes ejercicios y Ecuación</th> <th data-bbox="990 536 1350 759">Discriminante <math>b^2 - 4ac</math></th> <th data-bbox="1350 536 1518 759">Tipo de solución</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="705 759 990 815"><math>1/2x^2 + 4x + 3 = 0</math></td> <td data-bbox="990 759 1350 815"></td> <td data-bbox="1350 759 1518 815"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="705 815 990 871"><math>3x^2 + 2x + 1/3 = 0</math></td> <td data-bbox="990 815 1350 871"></td> <td data-bbox="1350 815 1518 871"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="705 871 990 932"><math>4x - 5x^2 = 0</math></td> <td data-bbox="990 871 1350 932"></td> <td data-bbox="1350 871 1518 932"></td> </tr> </tbody> </table>	Se plantea los siguientes ejercicios y Ecuación	Discriminante $b^2 - 4ac$	Tipo de solución	$1/2x^2 + 4x + 3 = 0$			$3x^2 + 2x + 1/3 = 0$			$4x - 5x^2 = 0$			Cuaderno de apuntes	15 minutos
Se plantea los siguientes ejercicios y Ecuación	Discriminante $b^2 - 4ac$	Tipo de solución														
$1/2x^2 + 4x + 3 = 0$																
$3x^2 + 2x + 1/3 = 0$																
$4x - 5x^2 = 0$																

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 7

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título : Resolución de ecuaciones completando el trinomio cuadrado perfecto y Comprobación de su solución
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Elabora y usa estrategias	Aplica el método de completar el trinomio al resolver ecuaciones cuadráticas.

### 4. Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Se propone a los estudiantes recuperar los saberes previos creando ecuaciones cuadráticas en su forma completa y que tengan solución entera.</li> <li>-Luego se enuncian los dos métodos de resolución de la ecuación cuadrática.</li> <li>-Se encuentran algunos opuestos de enteros</li> <li>-Se escriben trinomios cuadrados perfectos como el cuadrado de un binomio.</li> <li>-Se enuncia el propósito de la sesión y se realizan acuerdos de formas de trabajo organizado.</li> </ul>	Cuadernos de apuntes, pizarra y plumones	10 minutos

Desarrollo	Acción	<p>-Se les entrega una ficha de trabajo con varias pasos a desarrollar para la consecución del propósito:</p> <p style="text-align: center;"><b>FICHA DE ACTIVIDADES</b></p> <p>En Villa Vicús el área de una canchita de futbol está expresa por la ecuación <math>x^2 + 6x</math> y se sabe que esto equivale a <math>7m^2</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Expresa esta ecuación como una ecuación cuadrática en su forma completa.</li> <li>○ Se puede resolver por factorización, por fórmula general, pero será resuelta completando de cuadrados, para ello se requiere que el coeficiente cuadrático sea 1, condición que sí cumple, entonces realiza las siguientes procedimientos:</li> </ul> <p>1-Escribe los términos que contienen “x” juntos y deja un espacio para buscar el término que falta, después escribe el término independiente y finalmente iguala a cero</p> <p>2-Sácale la mitad al coeficiente del término lineal y elévalo al cuadrado</p> <p>3-Ese valor obtenido agrégalo en el espacio dejado con su respectivo opuesto para que la ecuación mantenga su equilibrio.</p> <p>4. Los tres primeros términos constituyen un trinomio cuadrado perfecto, exprésalo como su respectivo cuadrado de un binomio.</p> <p>5. Efectúa la reducción de los términos semejantes independientes.</p> <p>6. Transponga el término independiente al segundo miembro y extraiga la raíz cuadrada de ambos miembros para mantener el equilibrio de la ecuación.</p> <p>7. Extraiga la raíz cuadrada del término independiente, pero recuerde que un positivo tiene dos raíces.</p>	Ficha de actividades	60 minutos
------------	--------	---	----------------------	------------

	Formulación	8. Finalmente despeje “x” y habrá obtenido las dos soluciones de la ecuación cuadrática por el método de completar cuadrados y compruebe si éstas hacen verdadera a: $x^2 + 6x - 7 = 0$		
	Validación	En cada acción que va realizando el estudiante el docente irá verificando que los estudiantes vayan compartiendo lo realizado con sus compañeros, para establecer la reflexión en cada uno de los procedimientos que realiza.		
	Institucionalización	Consensua con sus compañeros el producto final que presentará reforzando con el diálogo y constatación de resultados. Expone a sus compañeros de clase haciendo uso de un papelógrafo y compara con los resultados de los demás grupos de trabajo.		
		-El docente elabora junto con los estudiantes un esquema en el que se van mencionando los procedimientos que se realizan para resolver una ecuación cuadrática por método de completar cuadrados, de esta forma se valora y valida los procedimientos realizado por los cada estudiante y grupos de trabajo.		
Cierre	Evaluación	Se plantea una ecuación cuadrática en la que el estudiante aplica el método tratado en la sesión	Cuaderno de apuntes	20 minutos

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 8

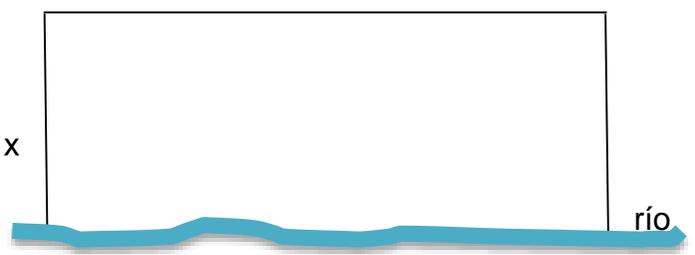
Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título : Construcción de gráficas de ecuaciones de segundo grado en un sistema de ejes cartesianos por tabulación
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

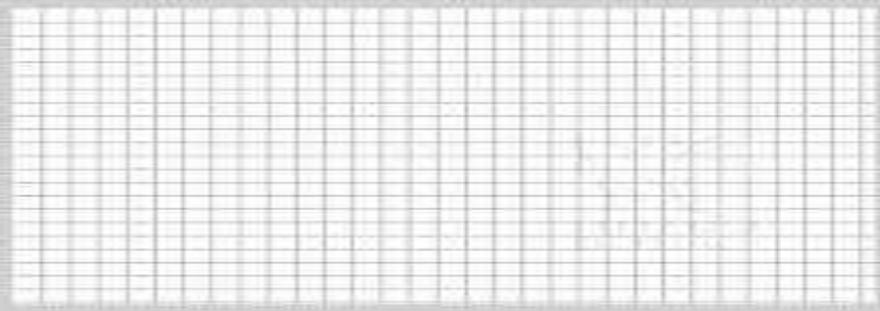
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Comunica y representa ideas matemáticas	Expresa en forma gráfica y simbólica el conjunto solución de una ecuación cuadrática.

### 4. Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	<p>-Se da la bienvenida a los estudiantes. Luego se hacen interrogantes referidos a la sesión anterior:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿En qué consiste resolver una ecuación cuadrática?</li> <li>2. ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación cuadrática?</li> <li>3. ¿Qué métodos de resolución conoces?</li> </ol> <p>-Se enuncia el propósito de la sesión:</p>	Pizarra Plumones	10 minutos

		<i>Expresa en forma gráfica y simbólica el conjunto solución de una ecuación cuadrática</i>		
Desarrollo	Acción	<p>-Se les pide a los estudiantes emplear el método que consideren conveniente para resolver la situación planteada en la ficha de trabajo</p> <p style="text-align: center;"><b>FICHA DE TRABAJO</b></p> <p>Un agricultor tiene una soga de 100 metros que desea emplear para cercar un terreno de forma rectangular de 1200 metros cuadrados de área, que está cerca de la ribera de un río, tal como se muestra en la figura ¿Cuánto debe medir el lado “x”?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>❖ ¿De qué se trata el problema? -----</p> <p>❖ ¿Cómo lo resolverás? -----</p> <p>❖ Pon en marcha tu plan y sigue las instrucciones:</p>	Ficha de trabajo Cuadernos	70 minutos

		<p>-Escribe cómo planteaste el problema</p> <p>-----</p> <p>-Reescríbelo de la forma: <math>ax^2 + bx + c = 0</math> y halla el conjunto solución</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-----</p> <p>-Escribe la (s) solución(es) del problema</p> <p>-----</p> <p>-En el plano cartesiano estas dos soluciones que encontraste son los puntos de intersección con el eje x, es decir son los pares ordenados, así: (30; 0) y (20; 0). Ubica los puntos en un diagrama cartesiano</p> <p>-Asigna valores a "x", diferentes 20 y 30 y completa la tabla haciendo uso de una calculadora</p> <table border="1" data-bbox="748 895 1561 1010"> <tr> <td><math>f(x) = x^2 - 50x + 600.</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>-Con los pares ordenados de las soluciones y los datos de la tabla, elabora el gráfico correspondiente.</p>	$f(x) = x^2 - 50x + 600.$										<p>Plumones y pizarra</p>	
$f(x) = x^2 - 50x + 600.$														

	Formulación	 <p>-Si notas en la gráfica hace falta el vértice o punto más bajo de la figura, para ello encontrar el vértice de la gráfica, se calcula aplicando <math>x_v = \frac{-b}{2a}</math> y esto resulta: _____.. Con este dato (<math>x_v</math>) se puede encontrar el valor de <math>y_v</math> con la misma función <math>f(x) = x^2 - 50x + 600</math> o <math>y = x^2 - 50x + 600</math>. Con lo que se obtiene: _____</p> <p>-La gráfica se llama _____</p> <p>-El estudiante deberá organizar los datos para plantear la ecuación:  <math>x(100 - 2x) = 1200</math></p> <p>-Luego debe llegar a escribir la ecuación en su forma completa, emplear el método que consideren conveniente; de factorización, de fórmula general o completando cuadrados.</p> <p>-Se induce a reconocer que la ecuación también se puede escribir como una función cuadrática o regla de correspondencia, así <math>y = -2x^2 + 100x - 1200</math> o <math>f(x) = 2x^2 - 100x + 1200</math>  O en su forma simplificada <math>f(x) = x^2 - 50x + 600</math>.</p> <p>-Los estudiantes resuelven la ecuación en la que reconocen que esta ecuación tiene dos soluciones 30 y 20 (o dos raíces), por lo que la gráfica de la función tocará el eje x en los puntos de corte. Y para</p>		
--	-------------	--	--	--

	Validación	<p>encontrar el vértice de la parábola, se calcula aplicando <math>x_v = \frac{-b}{2a}</math> y esto resulta -25</p> <p>-Con este dato (<math>x_v</math>) se puede encontrar el valor de <math>y_v</math> con la misma función <math>f(x) = x^2 - 50x + 600</math> o <math>y = x^2 - 50x + 600</math>. Con lo que se obtiene -575.</p> <p>-Empleamos papel milimetrado para ubicar los puntos de corte, el vértice de la parábola y algunos otros puntos por tabulación.</p> <p>-Expone a sus compañeros de grupo de trabajo los procedimientos que empleó en cada uno de los pasos de la actividad, de manera reflexiva, consensuando criterios.</p> <p>-La docente valida los procedimientos, estrategias y saberes que emplearon en la solución de la situación, asimismo rescata la simbología empleada como los procedimientos y reconociendo la forma de la gráfica de la función cuadrática (una parábola).</p>		
	Institucionalización	<p>-La docente reconoce el trabajo desarrollado y valora los aportes que hacen los estudiantes en la forma gráfica de una función cuadrática, amplía los conceptos empleados:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• se determina que solución o raíces de la ecuación "x" nos da las coordenadas en x (puntos de corte),</li> <li>• el vértice de la gráfica es el punto más bajo de la curva, empleando para ello <math>x_v = \frac{-b}{2a}</math> y <math>y_v = x^2 - 50x + 600</math>.</li> <li>• Tabula con otros puntos asignados libremente</li> </ul>		
Cierre	Evaluación	<p>-Describe qué forma tiene la gráfica que realizaste</p> <p>-¿Cuál es el nombre de la gráfica de una?</p>	Metacognición	10 minutos

		-Indica cuatro puntos que conforman la gráfica -¿Cómo resolviste el problema? -¿En dónde encontraste mayor dificultad? -¿Cómo superaste las dificultades encontradas?		
--	--	--	--	--

### SESIÓN DE APRENDIZAJE 9

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título : Trazo e interpretación de una función cuadrática y determinación de los puntos de intersección con el eje x y el vértice
2. Duración: 2 horas
3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Interpreta funciones cuadráticas a partir de un gráfico.

4. Secuencia Didáctica



		<table border="1"> <tr><td>X</td><td>y</td></tr> <tr><td>-2</td><td></td></tr> <tr><td>-1</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> </table>	X	y	-2		-1		0		1		2			y pizarra	
X	y																
-2																	
-1																	
0																	
1																	
2																	
	Formulación	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Ubica los puntos en el sistema de coordenadas cartesianas</li> </ul> <p>-Comparte con sus compañeros los valores obtenidos en la determinación de los valores de y, luego compara los resultados que obtiene.</p>															
	Validación	<p>-Procura buscar puntos de consenso con sus compañeros en los procedimientos que ha empleado, luego presenta las gráficas que ha obtenido.</p>															
	Institucionalización	<p>-Después de haber presentado los resultados, la docente reconoce el trabajo en equipo y valida los procedimientos empleados por los estudiantes, valorando los aportes que se hacen y se refuerzan los conceptos, así como también las ideas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Tabular consiste en asignar valores a x (variable independiente) para obtener el valor de y (variable dependiente),</li> <li>❖ La gráfica de una función cuadrática de la forma <math>f(x) = ax^2</math> y <math>f(x) = -ax^2</math> ; tiene como vértice al punto (0;0).</li> </ul>															

		❖ El sentido de la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2$ está orientado hacia arriba y el sentido de la función cuadrática $f(x) = -ax^2$ está orientada hacia abajo; esto debido al signo del coeficiente de $x^2$ .		
Cierre	Evaluación	Resuelve a través de la tabulación la ecuación $x^2 + 9x + 20 = 0$ Responde: ¿Cuál es el sentido de la gráfica?  ¿Cómo lo resolviste?	Cuaderno de trabajo	15 minutos

## SESIÓN DE APRENDIZAJE 10

Área: MATEMÁTICA  
GRADO: TERCERO

1. Título : Utilizando los conceptos de función creciente y decreciente para  
Determinar el dominio y rango

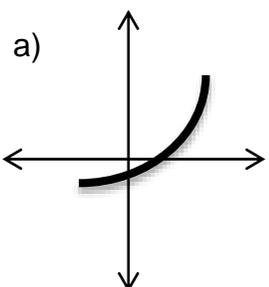
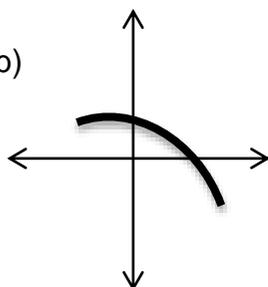
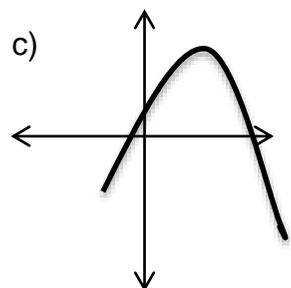
2. Duración: 2 horas

3. Aprendizajes Esperados:

COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Elabora y usa estrategias	Halla el dominio y rango de funciones cuadráticas al resolver problemas

4. Secuencia Didáctica

Momentos	Fases	Estrategias	Recursos o medios didácticos	Tiempo
Inicio	Saberes previos	<p>-Se hace la bienvenida a los estudiantes. Luego se les plantea algunos ejercicios en los que identifica los coeficientes de una ecuación cuadrática en su forma completa</p> <p>-Se valora su participación en la obtención de los saberes previos y se enuncia el propósito de la sesión: <i>Describe la relación entre los elementos que componen una función cuadrática</i></p>	Pizarra y plumones	15 minutos

		Se proponen algunas estrategias de organización de los grupos de trabajo.		
Desarrollo	Acción	<p>Se les entrega una ficha de trabajo en la que se les pide observar unas gráficas correspondientes de ecuaciones cuadráticas, teniendo en cuenta que para determinar si es creciente o decreciente se analiza su trayectoria de izquierda a derecha. Determina de qué clase son</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>En la tercera gráfica (c) es creciente en un lado y decreciente en otra, entonces vamos a encontrar las coordenadas del vértice con</p>	Ficha de trabajo apuntes	55 minutos

	<p>la fórmula <math>V(h,k)</math> con la fórmula <math>V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}k\right)</math>; en la función <math>f(x) = -2x^2 + 2x + 1</math></p> <p>El vértice es <math>V(h,k) =</math> _____  luego ubica el vértice en el sistema de coordenadas cartesianas  Ahora determina donde es creciente y donde la función es decreciente.</p> <p>Formulación Ahora comparte con tus compañeros los procedimientos que empleaste, argumentando tus estrategias, luego pónganse de acuerdo para poder socializar con tus compañeros de clase.</p> <p>Validación Después de haber consensuado con sus compañeros de equipo presentan sus trabajo en un papel sábana, exponen y responden a las interrogantes planteadas</p> <p>Institucionalización La docente valora los conocimientos puestos en práctica durante el desarrollo de la fase de formulación.</p> <p>Se valora los procedimientos y usados durante el desarrollo de las fases anteriores y se induce hacia la determinación:  -Del punto máximo o mínimo de una función cuadrática a través del vértice de la misma  -Determinar cuándo una función es creciente o decreciente  -Determinar el dominio (x) y rango(y) de cada función.</p>			
Cierre	Evaluación	-Describe el proceso para determinar cuándo una función es creciente y cuando decreciente.	Cuaderno de apuntes	20 minutos

		<p>¿Qué estrategia se emplea para encontrar el punto máximo o mínimo de una función.</p> <p>¿Cómo determinas el rango?</p> <p>¿Cómo determinas el rango?</p>		
--	--	--	--	--

## CONCLUSIONES

1. El estudio tendencial del objeto de estudio, muestra alarmante situación de las competencias matemáticas, como característica en todos los ámbitos analizados y en especial en los estudiantes sujetos de la presente investigación, resultados que se muestran en las evaluaciones nacionales e internacionales.
2. Se ha determinado que los estudiantes investigados, en la fase diagnóstica, tanto del grupo de control como experimental, presentaban suficientes evidencias de deficiencias en la competencia actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, además mostraban condiciones de homogeneidad.
3. El diseño y aplicación del programa de estrategias didácticas denominada “Sesiones de aprendizaje basadas en las Situaciones Didácticas para el mejoramiento de competencias didácticas” se ha elaborado teniendo en cuenta los procesos pedagógicos con estrategias de acuerdo a las fases de las situaciones didácticas de acción, formulación, validación, institucionalización y evaluación.
4. Del análisis e interpretación de los datos obtenidos se desprende que al comparar los resultados de un total de 8 puntos, la mayoría de estudiantes del grupo de control logran entre 1 y 5 puntos, y los estudiantes del grupo experimental obtiene de 3 a 7 puntos, superando largamente al primer grupo, por lo que se puede afirmar que en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria esta competencia matemática ya no es deficiente.
5. Analizada la influencia de la propuesta de estrategias didácticas se verifica que los estudiantes del grupo experimental logran superar en puntuaciones al grupo de control lo cual conduce a comprobar la hipótesis planteada.

## SUGERENCIAS

1. A los directivos de la IE “Andrés Avelino Cáceres” promover el reforzamiento y actualización de los docentes a través de los grupos de capacitación, a fin de optimizar conocimientos referidos al fundamento de la didáctica de la matemática y su aplicación en las sesiones de aprendizaje.
2. A los docentes, establecer jornadas de reflexión y autocapacitación que permitan socializar estrategias didácticas exitosas con el objetivo de diseñar y aplicar programas de actividades que conlleve a dotar a los estudiantes de secundaria de estrategias que le permitan ser partícipes de su propio aprendizaje.
3. A los docentes del área de Matemática aplicar la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau en los distintos grados de estudio ya que se ha determinado su eficacia y eficiencia en el proceso de enseñanza aprendizaje, así como el mejoramiento de la logro de las competencias matemáticas.

## BIBLIOGRAFIA

- Aredo, M. (2012). *Modelo metodológico, en el marco de algunas teorías constructivistas, para la enseñanza – aprendizaje de funciones reales del curso de matemática básica en la facultad de ciencias de la Universidad Nacional de Piura*. Tesis para optar el grado de Magister en Enseñanza de las Matemáticas. Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Aymerich, J. & Macario, S. (eds) (2006). *Matemáticas para el siglo XXI*. Castelló De La Pla, España: Publicaciones de la Universitat Jaume I.
- Brousseau, G., (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Facultad de Matemática y Física. Universidad Nacional de Córdoba.
- Brousseau, G. (1997/2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. (Dilma Fregona, trad.) Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Cabanne, N. (2008). *Didáctica de la matemática ¿cómo aprender? ¿cómo enseñar?*. – Buenos Aires: Bonum 3ª edición.
- Camino, L. (1993). *La matemática: creación y descubrimiento*. Madrid: Universidad Pontificia Comillas de Madrid. Biblos Industria Gráfica, S.L.
- Castillo, T. & Espeleta, V. (2003). *La Matemática: su enseñanza y aprendizaje*. Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia.
- Cofré, A. & Tapia, L. (2003). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático: Manual para kínder de octavo básico*. Chile: Editorial Universitaria C
- Corbalán, F. (2007). *Matemática para la vida misma*. Barcelona: Editorial GRAÓ, DE IRIF, S.L.
- Costa Rica, Universidad Estatal a Distancia, (1996). *“Didáctica de la matemática” (antología)*

- D'amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. México: Editorial Revrté ediciones, S.A. DE C.V.
- España, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2011). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales*. [Versión electrónica] Extraído 26 Junio 2016, de [http://ec.europa.eu/education/policy/strategic-framework/index\\_es.htm](http://ec.europa.eu/education/policy/strategic-framework/index_es.htm)
- Estebaranz, A. (1999). *Didáctica de la innovación curricular*. Universidad de Sevilla: 2da edición.
- Ferrero, L. (2004). *El Juego y la matemática*. Madrid: Editorial La Muralla, S.A. Colección Aula Abierta. 5ª edición.
- Figuroa, R. (2013). *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la Teoría de Situaciones Didácticas*. Tesis para obtener el grado de Magister en enseñanza de las matemáticas. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Font, V., Godino, J., Goñi, J. & Planas N. (2011). *Matemáticas: investigación, innovación y buenas prácticas*. Barcelona: Editorial GRAO de IRIF, SL.
- González, V. (2003). *Estrategias de enseñanza aprendizaje*. México: Editorial Paz.
- Hernández, R., Fernández, C., Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México DF: Mc.Graw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V. 6ta edición.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática. (2007). *Censos Nacionales 2007: XI de población y VI de vivienda* [Versión electrónica]. Extraído el 25 Mayo, 2016, de <http://censos.inei.gob.pe/cpv2007/tabulados/#>
- Ministerio de Educación, (2007). *Aspectos metodológicos en el aprendizaje de los sistemas de números naturales, enteros, racionales y reales*. Didáctica de la matemática. Fascículo 1. Perú: Editorial El Comercio S.A.

- Ministerio de Educación. (2011). *Plan estratégico institucional de UGEL Chulucanas* [Versión electrónica]. Extraído el 26 Mayo, 2016, de <http://www.ugelchulucanas.gob.pe/web/archivos/PEI.pdf>
- Ministerio de Educación, (2013). *Resultados de evaluación censal de estudiantes (ECE 2012)* [Versión electrónica]. Extraído el 11 Junio, 2015 de [http://www2.minedu.gob.pe/umc/PISA/Pisa2012/Informes\\_de\\_resultados/Informe\\_PISA\\_2012\\_Peru.pdf](http://www2.minedu.gob.pe/umc/PISA/Pisa2012/Informes_de_resultados/Informe_PISA_2012_Peru.pdf)
- Ministerio de Educación, (2015). *Rutas del aprendizaje versión 2015. ¿Qué y cómo aprenden nuestros estudiantes?*. Perú: Amauta Impresiones Comerciales S.A.C.
- Ministerio de Educación. (2016). Unidad de medición de la calidad de los aprendizajes. *¿Cuánto aprenden nuestros estudiantes en las competencias evaluadas?* [Versión electrónica]. Extraído el 21 agosto, 2016, de <http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2016/03/dre-tacna-ECE-2015.pdf>
- Municipalidad de Chulucanas. (2014). *Diagnóstico ambiental de la provincia de Morropón* [Versión electrónica]. Extraído el 25 Mayo, 2016, de [http://www.munichulucanas.gob.pe/jdownloads/documentos\\_de\\_gestion/diagnostico\\_ambiental\\_de\\_la\\_provincia\\_de\\_morropon.pdf](http://www.munichulucanas.gob.pe/jdownloads/documentos_de_gestion/diagnostico_ambiental_de_la_provincia_de_morropon.pdf)
- Paredes, A. (2012). *Método problémico para desarrollar competencias matemáticas en las alumnas del primero de secundaria de una institución educativa del Callao*. Tesis para optar el grado académico de Maestro en educación mención en psicopedagogía. Universidad San Ignacio de Loyola. Perú.
- Paul, E. (1999). *Constructivist as a philosophy of mathematics education* [Constructivismo social como filosofía de las matemáticas]. New York: State University.

- Real Academia Española, (2016). *Diccionario de la lengua española* [Versión electrónica]. Extraído el 25 Mayo, 2016, de: <http://dle.rae.es/?id=ObS8ajki>
- Rio, J. del (1991). *Aprendizaje de las matemáticas por descubrimiento: estudio de dos metodologías*. Madrid: Centro de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: C.I.D.E.
- Ruiz, A. (2002). *Historia y filosofía de las matemáticas*. Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia Costa Rica.
- Ruiz-Velasco, E. (2007) *Educatrónica: Innovación en el aprendizaje de las ciencias y la tecnología*. Madrid
- Sierra, M. *Pensamientos de Miguel de Guzmán acerca de la educación matemática*” [Versión electrónica]. Extraído el 21 de agosto de 2016, de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/59/Articulo09.pdf>.
- Sordo, J. (2005). *Estudio de una estrategias didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría*. Memoria para optar el grado de Doctor. Universidad Complutense de Madrid. España.
- Struik, D. (1987). *A Concise History of Mathematics*. [Una breve historia de las matemáticas]. New York: Dover Publications, INC. Fourth Revised Edition.
- Tobón, S., Rial, A., Carretero, M. & García, J. (2005). *Competencias, calidad y educación superior*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Woolfolk, A. (2006). *Psicología educativa*. (Leticia Pinedo, trad.). México: Pearson Educación.

# ANEXOS

## ANEXO 1: PRE TEST



UNIVERSIDAD NACIONAL  
"PEDRO RUIZ GALLO"



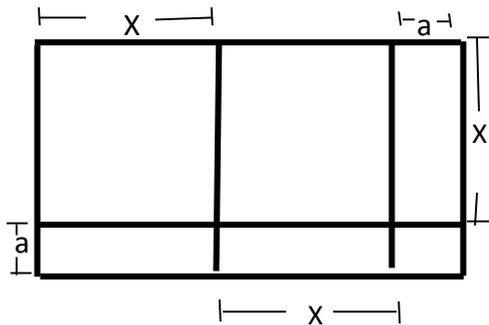
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN  
ESCUELA DE POSGRADO  
MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_  
Grado: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_ Sexo: \_\_\_\_\_

### CUESTIONARIO: Ecuaciones y Funciones Cuadráticas

Estimado estudiante: te pedimos resuelvas cada una de las preguntas de acuerdo a tus capacidades.

1. La figura mostrada representa un terreno, escribe en la línea adjunta la expresión polinómica que define el área total del terreno



\_\_\_\_\_

2. ¿Cuántos métodos de solución de una ecuación cuadrática conoces?  
Menciónalos:

\_\_\_\_\_

3. Resuelve las siguientes ecuaciones (indica tu proceso)

a) $X^2 + 6X + 8 = 0$	b) $a^2 - 1,5a - 10 = 0$
-----------------------	--------------------------

4. Utilizando el método de factorización o fórmula general resuelve la siguiente ecuación (Indica tu proceso)

c) $X^2 + 7X + 9 = 0$
-----------------------

5. Escribe una ecuación cuadrática que tenga soluciones 5 y -4

--

6. Una librería, al vender un cuaderno obtiene una ganancia que está dado por la función  $f(x) = -x^2 + 10x - 21$ . Grafica la función  $f(x)$  y determina el precio de venta del cuaderno para obtener la máxima ganancia.  
(Indica tu proceso)

--

## ANEXO 2: POST TEST



UNIVERSIDAD NACIONAL  
"PEDRO RUIZ GALLO"



FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN  
ESCUELA DE POSGRADO  
MAESTRIA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Nombre: \_\_\_\_\_  
Grado: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_  
Sexo: \_\_\_\_\_

### CUESTIONARIO (POST TEST): Ecuaciones y Funciones Cuadráticas

Estudiante: te pedimos resuelvas cada una de las preguntas de acuerdo a tus capacidades.

1. Una parcela con forma cuadrada tiene una longitud  $\ell$  de su lado. El dueño desea extender su parcela comprando 3 m más de frente y 7 m de fondo. Halla el área de la nueva parcela en términos de  $\ell$  y el área en que se incrementó su parcela.

2. ¿Cuántos métodos de solución de una ecuación cuadrática conoces?

Menciónalos:

---

---

---

3. Resuelve las siguientes ecuaciones (indica tu proceso)

a) $a^2 + 24a + 140 = 0$	b) $x^2 - 1,5x - 7 = 0$
--------------------------	-------------------------

4. Utilizando el método de factorización o fórmula general resuelve la siguiente ecuación (Indica tu proceso)

c)  $X^2 + 4X - 12 = 0$

5. Escribe una ecuación cuadrática que tenga soluciones 5 y 3

6. Si la función ganancia, en nuevos soles, de una empresa de ventas está dada por  $f(x) = -x^2 + 10x - 21$ . Grafica la función  $f(x)$  y determina el precio de venta del cuaderno para obtener la máxima ganancia.

(Indica tu proceso)

**ANEXO 3: DOCUMENTOS PRESENTADOS EN LA IE. VICUS Y ANDRÉS  
AVELINO CÁCERES DORREGARY DEL DISTRITO DE CHULUCANAS**

“AÑO DE LA CONSOLIDACIÓN DEL MAR DE GRAU”

SOLICITO: PERMISO PARA APLICACIÓN  
DE CUESTIONARIO

SEÑOR PROFESOR  
EDWIN EDUARDO GONZÁLES DÁVILA  
DIRECTOR DE LA IE VICÚS  
CHULUCANAS



GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ, identificada con D.N.I. N° 02828812, con domicilio en Salazar Bondy N° 104 AH Campo Polo - Castilla - Piura, con el debido respeto me presento ante Usted y expongo:

Que, participo en la Maestría “Investigación y Docencia” de la Escuela de Post-grado de la Facultad de Ciencias Históricas Sociales y Educación de la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo, con sede en Piura; y que como parte de la Investigación “**Estrategias Didácticas para Desarrollar Competencias Matemáticas de los Estudiantes del Tercer Grado de Secundaria de la Institución Educativa Andrés Avelino Cáceres Dorregaray del Distrito de Chulucanas , Provincia de Morropón, Región Piura, 2015**”; solicito ordenar a quien corresponda el permiso correspondiente para la aplicación de un cuestionario (pre y post test) a los estudiantes del tercer grado de la Institución que Usted dirige.

Es justicia que espero alcanzar.

Piura, 12 de mayo de 2016.

  
GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ

"AÑO DEL RECONOCIMIENTO DEL MAR DE GRAU"

SOLICITO: PERMISO PARA APLICACIÓN DE CUESTIONARIO

SEÑOR PROFESOR  
BENJAMÍN VELÁSQUEZ GUTIÉRREZ  
DIRECTOR DE LA IE ANDRÉS AVELINO CÁCERES  
CHULUCANAS

CONTROL No. 50	
CENTRO	
Tipo	102
Fecha	12 MAY 2016
Hora	12.55am
Folios	01
Firma	

GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ, identificada con D.N.I. N° 02828812, con domicilio en Salazar Bondy N° 104 AH Campo Polo - Castilla - Piura, con el debido respeto me presento ante Usted y expongo:

Que, participo en la Maestría "Investigación y Docencia" de la Escuela de Post-grado de la Facultad de Ciencias Históricas Sociales y Educación de la Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo, con sede en Piura; y que como parte de la Investigación "**Estrategias Didácticas para Desarrollar Competencias Matemáticas de los Estudiantes del Tercer Grado de Secundaria de la Institución Educativa Andrés Avelino Cáceres Dorregaray del Distrito de Chulucanas, Provincia de Morropón, Región Piura, 2015**"; solicito ordenar a quien corresponda el permiso correspondiente para la aplicación de un cuestionario (pre y post test) a los estudiantes del tercer grado de la Institución que Usted dirige.

Es justicia que espero alcanzar,

Piura, 12 de mayo de 2016.

  
GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ



Ministerio  
de  
Educación

UGEL  
Chulucanas



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
"ANDRÉS AVELINO CÁCERES DORREGARAY"**  
Kilómetro Cincuenta - Chulucanas

"AÑO DE LA CONSOLIDACIÓN DEL MAR DE GRAU"

## CONSTANCIA

El Director de la Institución Educativa "Andrés Avelino Cáceres Dorregaray" del Kilómetro Cincuenta - Chulucanas, que suscribe:

### HACE CONSTAR:

Que, **GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ**, identificada con DNI N° 02828812, ha aplicado instrumentos de recolección de datos (pre y post test), como parte de la Investigación "**Estrategias Didácticas para desarrollar Competencias matemáticas de los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray del distrito de Chulucanas, provincia de Morropón, Región Piura, 2015**".

Se extiende la presente a solicitud de la parte interesada para los fines que estime conveniente.

Kilómetro Cincuenta, 20 de julio de 2016.



  
Mg. BENJAMÍN VELÁSQUEZ GUTIÉRREZ  
DIRECTOR  
LE ANDRÉS AVELINO CÁCERES D

BVG/DIR:  
Eau/sec.  
2016



I.E. "VICUS"  
Villa Vicús – Chulucanas.

"AÑO DE LA CONSOLIDACIÓN DEL MAR DE GRAU"

## CONSTANCIA

El Director de la Institución Educativa "VICÚS" con Código Modular N° 0674499 de Villa Vicús, que suscribe;

### HACE CONSTAR:

Que, **GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ**, identificada con DNI N° 02828812, participante de la Maestría "Investigación y Docencia" de la Escuela de Post – Grado de la Facultad de Ciencias Históricas Sociales y Educación de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo y como parte de la Investigación "**Estrategias Didácticas para Desarrollar Competencias Matemáticas de los Estudiantes del Tercer Grado de Secundaria de la Institución Educativa Andrés Avelino Cáceres Dorregaray del Distrito de Chulucanas, Provincia de Morropón, Región Piura, 2015**"; ha aplicado un cuestionario (pre y post test) a los estudiantes del tercer grado de secundaria de esta Institución Educativa.

Se extiende la presente a solicitud de la parte interesada para los fines que estime conveniente.

Villa Vicús, 20 de julio de 2016



  
Prof. Edwin E. González Dávila  
DIRECTOR



Ministerio  
de  
Educación

UGEL  
Chulucanas



INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
"ANDRÉS AVELINO CÁCERES DORREGARAY"  
Kilómetro Cincuenta – Chulucanas

"AÑO DE LA CONSOLIDACIÓN DEL MAR DE GRAU"

## CONSTANCIA

El Director de la Institución Educativa "Andrés Avelino Cáceres Dorregaray" del Kilómetro Cincuenta – Chulucanas, que suscribe:

### HACE CONSTAR:

Que, **GLADYS DEL PILAR SILVA CRUZ**, identificada con DNI N° 02828812, ha aplicado la propuesta pedagógica denominada: **"Sesiones de aprendizaje basadas en las Situaciones Didácticas para el mejoramiento de competencias matemáticas"** como parte de la Investigación **"Estrategias Didácticas para desarrollar Competencias matemáticas de los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray del distrito de Chulucanas, provincia de Morropón, Región Piura, 2015"**.

Se extiende la presente a solicitud de la parte interesada para los fines que estime conveniente.

Kilómetro Cincuenta, 20 de julio de 2016.



  
Ing. BENJAMÍN VELÁSQUEZ GUTIÉRREZ,  
DIRECTOR  
I.E. ANDRÉS AVELINO CÁCERES D

## ANEXO 4: REGISTRO FOTOGRAFICO DE LA APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS Y DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA

Aplicación de instrumentos de recolección de datos en IE “Vicús”.



Aplicación de instrumentos de recolección de datos en IE “Vicús”.



Estudiantes de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, durante la fase de acción en la sesión de matemática



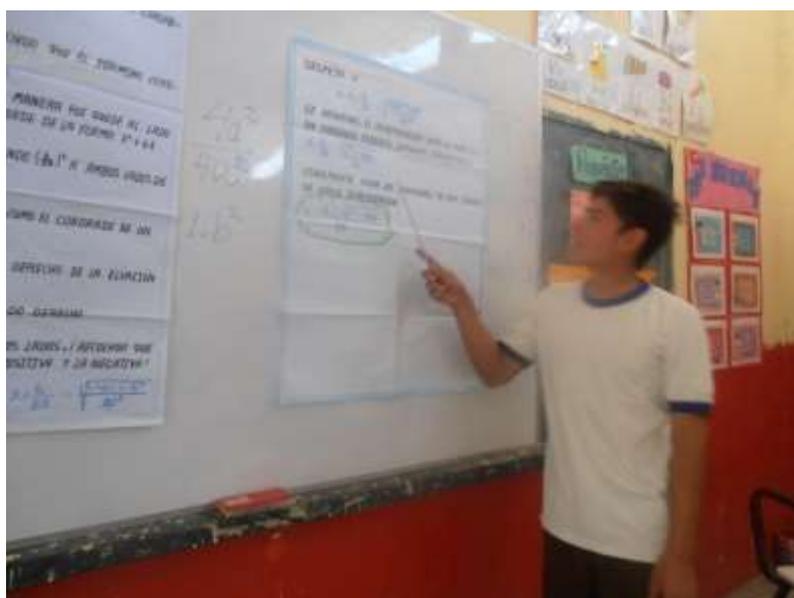
Estudiantes de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, durante la fase de formulación en la sesión de matemática



Estudiantes de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, durante la fase de formulación en la sesión de matemática



Estudiante de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, durante la fase de institucionalización en la sesión de matemática



Estudiante de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, durante la fase de institucionalización en la sesión de matemática



Docente y estudiantes de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray, durante la fase de validación en la sesión de matemática



## ANEXO 5: UBICACIÓN GEOGRÁFICA DE LA IE ANDRÉS AVELINO CÁCERES DORREGARY



La figura muestra la ubicación de la IE Andrés Avelino Cáceres Dorregaray en carretera que une el Kilómetro Cincuenta con los distritos de Chulucanas Morropón visto desde el Google Earth. A cinco kilómetros siguiendo por la carretera a Morropón se encuentra ubicada la IE “Vicús”