

**UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO**

**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN**

**SECCIÓN DE POST GRADO**

**UNIDAD DE MAESTRÍA**



**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DEL CURSO  
DE MATEMÁTICA BÁSICA EN LOS ALUMNOS DEL I CICLO DE LA ESCUELA  
DE INGENIERÍA AMBIENTAL DE LA UNC DE LA REGIÓN CAJAMARCA 2016**

**AUTOR**

CARDENAS RODRIGUEZ PATRICIA MATILDE

**ASESOR**

MG. SC. CARLOS VÁSQUEZ CRISANTO

CHICLAYO – PERÚ

2018

**PRESENTADO POR:**

---

**Cárdenas Rodríguez Patricia Matilde**

**AUTOR**

---

**Mg. Sc. Carlos Ulises Vásquez Crisanto**

**ASESOR**

**APROBADO POR:**

---

**Dr. Jorge Isaac Castro Kikuchi**

**Presidente**

---

**Dr. María Elena Segura Solano**

**Secretaria**

---

**Dr. Dante Alfredo Guevara Servigon**

**Vocal**

**LAMBAYEQUE – PERÚ**

**2018**

## **DEDICATORIA**

.

A mi familia con mucho amor y cariño le dedico todo mi esfuerzo y trabajo puesto para la realización de esta tesis.

## **AGRADECIMIENTO**

A mis profesores a quienes les debo gran parte de mis conocimientos, y finalmente un eterno agradecimiento a esta prestigiosa universidad la cual abrió sus puertas a profesionales para seguir superándose.

## **RESUMEN**

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo diseñar una propuesta de secuencia didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica para mejorar el desarrollo el aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016

Nuestra hipótesis se planteó de la siguiente manera; El Diseño de una secuencia didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica se constituye en una alternativa para mejorar el desarrollo el aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016. Se utilizó una población muestral igual a 56 estudiantes, la que en primera instancia fue diagnosticada para comprobar el problema. Después de acreditado el problema se procedió al diseño de la propuesta denominada “Secuencia Didáctica para el aprendizaje de la matemática básica”. Para la realización del estudio se realizó una evaluación a los alumnos con la finalidad de diagnosticar el nivel de desarrollo del aprendizaje de la matemática básica. Luego se examinó el problema y se diseñó la propuesta para contribuir a mejorar el aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los alumnos objeto de la investigación.

**PALABRAS CLAVE:** Secuencia Didáctica, Matemática Básica, Teoría de Polya, Constructivismo, Enseñanza Problémica, Aprendizaje de la Matemática

## **ABSTRACT**

The present research aims to design a proposal of a didactic sequence based on Constructivist Theory, Socio Cultural Theory, George Polya Problem Solving Theory and Teaching Problems to improve the learning of the Basic Mathematics Course in The students of the I Cycle of the School of Environmental Engineering of the UNC of the Region Cajamarca 2016 Our hypothesis was put forward as follows; The design of a didactic sequence based on Constructivist Theory, Socio-Cultural Theory, George Polya's Theory of Problem Solving and Teaching Problems constitutes an alternative to improve the development of the Basic Mathematics Course in the students of I Cycle of the School of Environmental Engineering of the UNC of Cajamarca Region 2016. A sample population of 56 students was used, which in the first instance was diagnosed to verify the problem. After the problem was proven, we proceeded to the design of the proposal called "Didactic sequence for the learning of basic mathematics". For the accomplishment of the study an evaluation was made to the students with the purpose of to diagnose the level of development of the learning of the basic mathematics. The problem was then examined and the proposal was designed to contribute to improving the learning of the Basic Mathematics Course in the students being researched.

**KEYWORDS:** Teaching Sequence, Basic Mathematics, Polya Theory, Constructivism, Teaching Problems, Learning Mathematics

## INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la matemática siempre es un tema de debate en la agenda educativa, más aún en la educación superior universitaria, ya que en este nivel de educación superior se “arrastran” las debilidades o fortalezas en el desarrollo de las capacidades matemáticas logradas en la educación básica. Junto al nivel de capacidades alcanzado por los estudiantes también se encuentra con la actitud hacia la matemática formada en los años previos.

En la universidad la matemática está presente como parte de la formación general común a todas las escuelas profesionales (sin considerar las carreras profesionales que por sus características profundizan en el campo matemático) a través de los cursos de Matemática Básica. La particularidad en la universidad es que la conducción del Proceso de Enseñanza Aprendizaje de estos cursos están a cargo de profesionales matemáticos los cuales no necesariamente tienen una formación pedagógica-didáctica, lo que podría en muchos casos generar dificultades en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Por ser parte de esta realidad es que nuestra preocupación se centró en la necesidad de contribuir en la conducción del aprendizaje de la matemática a partir de elaborar una propuesta de secuencia didáctica la cual puede servir de guía a los docentes encargados de la conducción del Proceso de Enseñanza Aprendizaje, lo cual repercutirá en la mejora del aprendizaje matemático en nuestros estudiantes de la Universidad Nacional de Cajamarca.

Centramos nuestro interés en esta línea, para lo cual definimos como **objeto de estudio** el proceso de enseñanza aprendizaje del curso de matemática básica en los alumnos del I ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016

Para el desarrollo de nuestra investigación se planteó el siguiente **problema** En los alumnos de la Escuela Profesional de Ingeniería Ambiental de la Universidad Nacional de Cajamarca, se **observa** un deficiente nivel de aprendizaje en el curso de Matemática Básica, lo que **se evidencia** en el número de alumnos desaprobados en las diferentes evaluaciones del curso, deficiencia en el desarrollo de las

capacidades de matematizar, elaborar estrategias de solución de problemas matemáticos, utilizar expresiones simbólicas; **esto debido** a múltiples factores, siendo uno de ellos la ausencia de una secuencia didáctica pertinente para facilitar el aprendizaje; de continuar con esa deficiencia **ocasionaría** que no se logre desarrollar la competencia matemática.

El **Objetivo** de la investigación fue diseñar una propuesta de secuencia didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica para mejorar el desarrollo el aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016 y tuvo como la Hipótesis a defender es que El Diseño de una secuencia didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica se constituye en una alternativa para mejorar el desarrollo el aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016.

Para entendimiento de la investigación el presente trabajo se estructura en tres capítulos: el primero analiza el objeto de estudio, así mismo muestra cómo surge el problema, de la misma manera presenta sus características y como se manifiesta, para finalmente presentar la metodología usada en la ejecución del trabajo.

El segundo Capítulo, presenta las teorías que sustentan la Variable Independiente o propuesta, que dan soporte a la propuesta que con carácter de hipótesis se plantea, así como se explica la variable dependiente el aprendizaje de la matemática.

En el tercer capítulo se analiza el resultado facto perceptible que se obtuvo a través de la aplicación de un proceso de evaluación a los estudiantes; así como se presenta la propuesta que pretende resolver el problema. Además, se presentan las conclusiones a que se arriba y las recomendaciones para la aplicabilidad de la propuesta.

**LA AUTORA**



## INDICE

DEDICATORIA.....	3
AGRADECIMIENTO.....	4
RESUMEN .....	5
ABSTRACT .....	6
INTRODUCCIÓN .....	7
CAPÍTULO I .....	11
1.-ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO.....	12
1.1. UBICACIÓN.....	12
1.1.2.-Breve Historia .....	13
1.1.3.-Las Tendencias De La Población.....	14
1.2.-El Surgimiento del Problema.....	21
1.2.1.-Análisis Del Aprendizaje de la Matemáticas a Nivel Internacional. ....	22
1.2.2.-Análisis de la Enseñanza Aprendizaje de la Matemática a nivel Nacional. ....	28
1.2.3.-Manifestaciones y Características del Aprendizaje de la Matemática Básica en los alumnos del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016 .....	29
1.3.-Metodología. ....	29
CAPÍTULO 2 .....	33
2.- Bases Teóricas .....	34
2.1.-Teoría Constructivista.....	34
2.1.1.-A nivel Epistemológico .....	34
2.1.2.-A nivel Psicológico .....	38
Teoría Histórico Cultural.....	38
2.1.3.-A nivel Pedagógico .....	39

2.2.-La Teoría de George Polya .....	43
2.3.-La Enseñanza Problémica.....	49
2.4.-Aprendizaje de la Matemática .....	52
 CAPÍTULO 3 .....	 59
3.- Resultados de la investigación y propuesta .....	60
3.1. Descripción .....	60
3.1.1. Resultados Obtenidos Durante La Evaluación Inicial. ....	60
3.2. <i>Discusión De Los Resultados</i> .....	65
3.3.-Propuesta Didáctica para el aprendizaje del curso de matemática básica .	67
1.-Título: Secuencia Didáctica para el Aprendizaje de la Matemática Básica	67
2.-Objetivos .....	71
3.- Modelo Teórico de la Propuesta .....	72
4.-Fundamentación Teórica: .....	74
 IV.    CONCLUSIONES. ....	 75
V.    RECOMENDACIONES. ....	76
VI.-REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	77
ANEXOS .....	800

# **CAPÍTULO I**

## **1.-ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO.**

El presente trabajo se desarrolló en la Universidad Nacional de Cajamarca en la Escuela de Ingeniería Ambiental. Los alumnos proceden de los diversos espacios geográficos del distrito de Cajamarca principalmente, esto hace necesario conocer algunas características del contexto social para poder entender el proceso formativo que se viene desarrollando en esta casa superior de estudios.

### **1.1. UBICACIÓN.**

La región de Cajamarca se encuentra ubicada al norte del territorio peruano, en la cadena occidental de los andes y presenta zonas de sierra y selva de diversas cuencas afluentes del río Marañón y las partes altas de algunas de la vertiente del Pacífico. Cajamarca se sitúa sobre los 2,750 msnm., ubicada en un hermoso y fértil valle interandino del mismo nombre enmarcado por coloridos paisajes, sinfonía de verde, y clima templado. Cajamarca tiene una superficie de 33,317 Km<sup>2</sup>; su clima, templado, seco y soleado en el día y frío en la noche, con una temperatura: Media anual, 13.8 grados centígrado (Dirección Regional de Educación de Cajamarca, 2016)

Se ubica en la zona sur de la Región de Cajamarca del mismo nombre, zona Nor- andina del Perú, entre los paralelos 4° 30' y 7° 30' de latitud sur y los meridianos 77° 47' y 79° 20' de longitud oeste, a una distancia de 856 Km. de la ciudad de Lima, capital del Perú.

#### **1.1.1.-Límites**

Sus Límites son:

- Por el norte con la Provincia de Hualgayoc.
- Por el sur con la Región La Libertad.
- Por el este con las Provincias de Celendín, San Marcos y Cajabamba.
- Por el oeste con las Provincias de San Pablo y Contumazá.

La capital de la provincia es la ciudad de Cajamarca. Extensión territorial La superficie territorial de la Provincia de Cajamarca es de 2 979,78 Km<sup>2</sup> y representa

el 23.9% del total del Departamento (133 247,77 Km<sup>2</sup>), superficie distribuida en sus doce distritos. (Municipalidad Provincial de Cajamarca, 2016)

### **1.1.2.-Breve Historia**

La información de los datos históricos que se presentan a continuación han sido tomados del Portal Institucional de la Municipalidad Provincial de Cajamarca.

Cajamarca fue el primer establecimiento andino que en términos occidentales de la época, correspondió al concepto de ciudad pero cuando la visitó Pedro Cieza de León en 1545, estaba arrasada y abandonada, y sólo unos pocos españoles vinieron a establecerse, pese a que como dice el cronista "Esta provincia es fertilísima".

En 1549 llegan los franciscanos, quienes bautizaron el pueblo con el nombre de San Antonio de Cajamarca. En 1564 se creó el corregimiento que comprendía las provincias de Huambos, Cajamarca y Huamachuco.

Al iniciarse el siglo XVII comienza una etapa de crecimiento económico y demográfico, sustentado en el desarrollo agrícola y ganadero, especialmente en la cría de ovejas que abastecieron la lana de los obrajes, cuya producción fue la más significativa. Cajamarca... se convirtió en el núcleo textil más importante del virreynato. A mediados del mismo siglo se consolida la propiedad rural; proliferan las estancias y surge el latifundismo, tanto por el sistema de la compra-venta como por el sistema del despojo de las tierras de las comunidades indígenas. Poco después comienza la edificación de las iglesias y las casonas de los grandes hacendados.(Municipalidad Provincial de Cajamarca A, 2016, págs. Parrafo 1,2,3)

Las minas de plata de Hualgayoc descubiertas en 1772 transforman la economía cajamarquina, ya que se produce el desplazamiento de una economía agraria a una economía minera. Los agricultores dejan la actividad agrícola y se desplazan como mano de obra a Hualgayoc donde se concentran en forma

desordenada(Municipalidad Provincial de Cajamarca A, 2016, pág. Párrafo 4). La “fiebre” minera duró hasta fines del siglo XVIII.

Posteriormente a la etapa colonial, la etapa republicana iniciada en 1821, no produjo cambios importantes en los aspectos socioeconómicos de Cajamarca, es más la postergación por parte del estado peruano se fue profundizando el estancamiento que caracterizarían en adelante, salvo unas poco significativas oscilaciones, la vida social y económica de la región.(Municipalidad Provincial de Cajamarca A, 2016).

Cajamarca se constituye como departamento en 1855, confirmado por ley del 30 de setiembre de 1862.

Algunos hechos significativos en el desarrollo económico de Cajamarca está marcado por hechos como la dación de la ley de protección de minería de 1890, la expansión, tecnificación y desarrollo de las haciendas azucareras de la costa (esto debido a que la población cajamarquina se convierte en la principal fuerza de trabajo), el establecimiento de la casa "Fuerte" Hilbck Kuntzte que comenzó a comercializar lana, trigo y minerales hacia Europa desde Pacasmayo, la carretera a Chilite fueron -entre otros- factores que activaron la economía regional que después se vio favorecida por el aumento de los precios que tuvieron las exportaciones.

### **1.1.3.-Las Tendencias De La Población**

Cajamarca es una de las pobladas se ubica en cuarto lugar, igualmente presenta una elevada migración poblacional a las ciudades costeñas principalmente a 1) Lima, 2) Lambayeque, 3) La Libertad.

Según el INEI, la población de la provincia para el año 2013 era de 390,603 habitantes, albergando al 21.79% de la población del Departamento de Cajamarca.

Según las proyecciones del INEI al 2015, Cajamarca cuenta con una población de 1'529,755 habitantes (4,9% del total nacional), siendo el cuarto departamento más poblado del país, después de Lima (31,6%), La Libertad (6%) y Piura (5,9%). La población se ubica principalmente en las 3 provincias; Cajamarca (zona sur 25.4%), Jaén (zona norte 13%) y Chota (zona centro 10.8%), que

concentran el 49,2% de la población regional. (Dirección Regional de Educación de Cajamarca, 2016)

Existe una deficiente cobertura de los servicios básicos, así como la agudización de problemas sociales. Esto es una de las causas de los procesos migratorios de la población pobre, la búsqueda de nuevas y mejores oportunidades de vida y la centralización de los servicios básicos y de mejor calidad en las ciudades.

Este proceso migratorio en menor medida también se refleja en la ciudad de Cajamarca, donde esta se convierte en receptora de población migrante de otros distritos cajamarquinos, igualmente se tiene que los distritos de Asunción y Cospán son los que tienen mayor densidad poblacional por lo extenso y accidentado de su geografía y la migración del campo a la ciudad.(Municipalidad Provincial de Cajamarca, 2013, pág. 23).

En relación a las características poblacionales se tiene: la población urbana se concentra en el distrito de Cajamarca, la población rural es mayoritaria respecto a la población urbana, siendo el resto de la provincia en términos relativos (población de cada distrito) es mayoritariamente rural.

### **El Índice de Desarrollo Humano (IDH)**

Es un indicador del desarrollo humano, elaborado por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo -PNUD. Se basa en un indicador social estadístico compuesto por tres parámetros: vida larga y saludable, educación y nivel de vida digna. Mientras más se aleje este Índice de la unidad, más deterioradas están las tres variables mencionadas líneas arriba. El IDH promedio de la región Cajamarca es de 0.310. Las provincias que tienen un IDH por encima del promedio regional son Jaén y Cajamarca con 0.451 y 0.424 respectivamente, mientras que las provincias que tienen un IDH por debajo del promedio regional son Celendín, San Pablo, San Marcos, Hualgayoc, Cajabamba, San Miguel, Cutervo y San Ignacio, estas provincias tienen un IDH por debajo de 0.300. (Dirección Regional de Educación de Cajamarca, 2016)

#### **1.1.4.-La Educación**

El Plan de Desarrollo Concertado (PDC) Provincia de Cajamarca al 2021, brinda algunos datos educativos sobre Cajamarca los cuales se toman en cuenta en este trabajo:

La población rural concentra el mayor índice de población sin ningún nivel educativo (25% de la población de este espacio rural), mientras que en el área urbana el porcentaje es del 9.2% de la población en este espacio.

Existe una diferencia entre la población urbana que tiene acceso a la educación superior con la población del área rural (el 30% de la población del área urbana, mientras que en el caso rural representan el 3.5% de los mismos) (Municipalidad Provincial de Cajamarca, 2013). Esto evidencia una gran desigualdad de nivel educativo entre la población urbana y rural.

Si se hace una proyección se encuentra entonces que la población que tiene acceso a la educación superior y principalmente la universitaria es mayoritariamente de zona urbana.

En cuanto a la atención educativa se encuentra que la población total en edad de estudiar de los tres niveles educativos (inicial, primaria y secundaria) es de 443,255 alumnos, de los cuales, en el presente año han sido matriculados 406,790 alumnos y representa el 91.8% del total de la población escolar; es decir, 8.2% de alumnos no acceden a servicios educativos por diversos factores. De los alumnos matriculados por niveles educativos, al nivel inicial se matricularon el 92.3%, al nivel primario se matricularon el 97.6% y al nivel secundario se matricularon el 84.1%; de los cuales, el 7.7% del nivel inicial, el 2.4% del nivel primaria y 15.9% del nivel secundario, es la brecha desatendida de los estudiantes que no acceden al sistema educativo. (Dirección Regional de Educación de Cajamarca, 2016)

En la misma línea prospectiva planteada líneas atrás se deduce que los estudiantes que ingresan a la educación superior universitaria llegan con las limitaciones y potencialidades originadas en la educación básica. Más aún cuando nuestra investigación se concentra en el primer ciclo de educación universitaria, en este ciclo es donde se manifiesta con mayor claridad las características educativas de la población universitaria que se arrastran de la educación básica que le



antecede y principalmente de la educación secundaria. Esto nos genera la necesidad de revisar algunas de las particularidades de la educación básica para poder tener una mejor claridad de los estudiantes que forman parte de nuestra investigación.

Una de las pocas publicaciones que nos brinda información sobre la educación en Cajamarca es “Cajamarca: ¿Cómo vamos en educación? “, documento donde se encuentra como está el rendimiento de los alumnos en el área de matemáticas, reflejándose una ubicación inferior a otras ciudades de nuestro país. En el 2014 los resultados de Cajamarca son inferiores a los de Amazonas, Callao y Lima Metropolitana (Unidad de Estadística, 2015).

Se tiene que en la evaluación de estudiantes de matemática, a nivel regional se evaluaron a 26,983 alumnos; de los cuales 6,314 alumnos tuvieron un nivel satisfactorio y representa el 23.4%; 9,175 alumnos tuvieron un nivel de aprendizaje, en proceso, y representa el 34% y 11,495 alumnos tuvieron un nivel que se encuentran en inicio, ello representa el 42.6% del total. Las provincias que tuvieron un mayor nivel satisfactorio en la evaluación de matemática fue Contumazá, Santa Cruz y Hualgayoc con 47.9%, 40.7% y 39.4% respectivamente; y las provincias donde los alumnos se encuentran en mayor proporción en etapa de inicio son las provincias de Cajabamba, San Marcos y Cajamarca, con 46.1%, 45.2%, y 40.0% respectivamente. (Dirección Regional de Educación de Cajamarca, 2016).

Los alumnos al transitar por los diversos niveles educativos generalmente mantienen las mismas características de rendimiento académico y son estos estudiantes que en su gran mayoría escogen la Universidad Nacional de Cajamarca como la casa superior de estudios donde se formaran profesionalmente.

#### **1.1.5.-Universidad Nacional de Cajamarca**

La Universidad Nacional de Cajamarca (UNC); es una universidad pública ubicada en la ciudad de Cajamarca, Perú. Es la principal institución dedicada a la docencia y a la investigación en la Región de Cajamarca. Cuenta en la actualidad con 10 facultades que abarcan un total de 24 escuelas profesionales.

La Universidad Nacional de Cajamarca es una entidad de derecho público, autónoma por mandato de la Constitución Política del Perú, gestada por el pueblo cajamarquino para contribuir al desarrollo integral, equilibrado y sostenible de la sociedad peruana.

La Universidad Nacional de Cajamarca construye su visión y misión en forma participativa en el proceso de elaboración del Plan de Desarrollo Institucional, sobre la base de la identidad, principios y fines institucionales, en armonía con las necesidades de la región y el país.

Según el Artículo 2º, este tiene los Fines siguientes:

a) Promover la inserción de la región y del país en la cultura global, conservando y defendiendo la identidad regional y nacional.

b) Constituirse en promotora del desarrollo sostenible, mediante la generación y gestión de conocimientos y tecnologías que contribuyan a superar la pobreza y la exclusión social.

c) Formar integralmente a la persona, conforme a las necesidades y potencialidades regionales y nacionales, fomentando el liderazgo social de los universitarios.

d) Contribuir a la descentralización del poder, fortaleciendo la autonomía de los órganos representativos del gobierno local y regional, afirmando la participación democrática de la sociedad civil.

e) Fomentar la educación como factor inherente al desarrollo integral de la sociedad, contribuyendo al fortalecimiento de la institucionalidad regional y del Estado de Derecho.

f) Orientar la opinión pública regional y nacional respecto de los temas que tengan que ver con las humanidades, las ciencias y las artes.

g) Colaborar con otras entidades, públicas o privadas, nacionales o internacionales, para buscar las soluciones a los problemas sociales y la consecución del desarrollo.

h) Promover la calidad y excelencia en la actividad universitaria, implementando un apropiado sistema de autoevaluación.

i) Promover la creatividad e iniciativa empresarial como mecanismos necesarios para superar las limitaciones sociales y económicas y el no aprovechamiento de oportunidades.

j) Fomentar el arte, el deporte y el sano esparcimiento, inherentes a la realización integral de la persona.

k) Promover y defender la igualdad de género y el derecho a la igualdad de oportunidades, sin ningún tipo de discriminación.

El 13 de febrero del año 1962 se promulgó la Ley N ° 14015, por la que se creó la Universidad Técnica de Cajamarca y el 14 de julio empezó a funcionar con 6 escuelas: Medicina Rural, Agronomía, Medicina Veterinaria, Pedagogía, Minería y Metalurgia, Economía y Organización de Empresas. Su fundación marcó el corolario al esfuerzo arduo y tesonero de la Federación de Educadores de Cajamarca, que desde el año 1957 y bajo la conducción del Dr. Zoilo León Ordóñez gestaron un centro de estudios superiores para la juventud cajamarquina, y que el año 1961 formaron el comité pro-universidad que fue aceptado por el entonces presidente de la república Dr. Manuel Prado Ugarteche.

### **Facultades y Escuelas**

La UNC consta de 10 facultades que albergan 24 escuelas profesionales. Dichas especialidades pertenecen al campo del conocimiento de las ciencias y letras. La facultad con mayor número de carreras es la de ingeniería.

La creación de la Universidad Nacional de Cajamarca, es el resultado de las aspiraciones populares y ciudadanas que ansiaban para Cajamarca una Universidad, fue la federación de Educadores de Cajamarca, que desde 1957 bajo la conducción del Dr. Zoilo León Ordoñez y de un grupo de preclaros maestros iniciaron el noble propósito de gestar un centro de estudios superiores para la juventud y el pueblo de esta milenaria tierra.

En 1961, dicha federación auspicia, un comité de Amplia Base Pro-Universidad, en el cual estuvieron debidamente acreditados los representantes de todas las instituciones más significativas de la provincia, quienes en forma unánime apoyaron la cívica iniciativa; quedando instalada con la siguiente directiva:

Presidente Prof. Tarsicio Bazán Zegarra, Vice-presidente Prof. Telmo Horna Díaz, Secretario General Dr. Luis Ibérico Mas, Secretaria del Exterior Prof. María Octavila Sánchez Novoa, Secretario de Defensa Dr. Nazarino Bazán Zegarra, Secretario de Economía Ing. Ciro Arribasplata Bazán, Secretario de Organización, Sr. Alberto Negrón Fernández, Secretario de Prensa Sr. Alejandro Vera Villanueva y Secretario de Propaganda Dr. José Uceda Pérez. Este organismo cumplió una serie de acciones, como el establecimiento de filiales en provincias vecinas: Celendín, Cajabamba, Contumazá y Bambamarca, la circulación de memoriales, la coordinación con los señores parlamentarios, y las notas estimulantes del periódico "Época", fueron determinantes para que se aprobara el viaje de una comisión a la Capital de la República , integrada por los señores: Prof. Tarsicio Bazán Zegarra, Ing. Ciro Arribasplata Bazán, con el Dr. Aníbal Zambrano Tejada y Sr. Alejandro Vera Villanueva.

Así mismo, la Federación presidida por el Prof.: Telmo Horna Díaz, acuerda formar una comisión para elaborar un informe integral sobre la Universidad para Cajamarca, la cual estuvo constituida por los señores Prof. Tarsicio Bazán Zegarra, Julio Chávez Polo, Jorge Cueva Arana, Jorge Villanueva Cabrera, y Luis Salas Chávez.

Finalmente el 13 de febrero del año 1963 se promulga la Ley

N ° 14015, por la que se crea la Universidad Técnica de Cajamarca y el 14 de julio del mismo año inicia su funcionamiento, con una planificación de seis Escuelas, Medicina Rural, Agronomía, Medicina Veterinaria, Pedagogía, Minería y Metalurgia, Economía y Organización de Empresas; en nuestros días cuenta con otra estructura normativa, fundamentándose en la formación académica, investigación y proyección social; con diez facultades, Educación, Ingeniería, Ciencias Agrícolas y Forestales, Ciencias de la Salud , Ciencias Económicas, Contables y Administrativas, Ciencias Sociales, Ciencias Veterinarias, Zootecnia, Medicina Humana y Derecho y Ciencias Políticas, esta Casa Superior de Estudios poco a poco ha ido adquiriendo un sitio gracias a la tenacidad y la dedicación de sus autoridades profesores, alumnos, graduados y servidores que año a año, en las diversas facetas y disciplinas van incrementando merecidamente su presencia.

Además de su propia comunidad universitaria, el claustro ha contado con el generoso y brillante aporte de intelectuales y maestros, con la ayuda de instituciones de ciencia, tecnología y cultura, tanto de nuestro país como del extranjero. La universidad cuenta Actualmente con 5 sub-Sedes en distintas provincias de la Región Jaén, Chota, Bambamarca, Celendín y Cajabamba.

En lo que respecta a la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Ambiental forma profesionales capacitados para resolver problemas ambientales del país y de la región. Promueve alternativas tecnológicas para la defensa y conservación del entorno. En esta perspectiva, este profesional tiene como misión: diseñar, ejecutar, recrear y retroalimentar políticas y estrategias de gestión ambiental. Tiene como campo ocupacional:

- Gestión y planificación ambiental.
- Exploración, extracción, producción, transformación, aprovechamiento y gestión de los recursos naturales.
- Asesoramiento y consultoría medioambiental.
- Docencia e investigación.

## **1.2.-El Surgimiento del Problema**

En esta investigación nuestra preocupación está centrada en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática a nivel de la educación superior universitaria y específicamente en los primeros ciclos de esta.

El curso de Matemática Básica se ubica en el I ciclo del proceso formativo, y se encuentra dentro del proceso formativo de las competencias generales a nivel universitario, estas competencias buscan desarrollar herramientas intelectuales comunes a todos los estudiantes universitarios por ser necesarios en las diferentes dimensiones formativas y profesionales. Por lo tanto esta preocupación si bien es cierto se centra en la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Ambiental, los resultados pueden ser valederos para otras escuelas profesionales.

Se considera este ciclo ya que al ser un ciclo “puente” entre la educación secundaria y superior universitaria permite brindarnos sugerencias o motivar otras investigaciones tanto para el aprendizaje de la matemática a nivel de secundaria, lo

cual permitiría desarrollar propuestas de articulación entre secundaria y universidad; o también a nivel universitario lo cual sirve para reflexionar la formación matemática en la universidad.

### **1.2.1.-Análisis Del Aprendizaje de la Matemáticas a Nivel Internacional.**

A nivel de la **Comunidad Europea**, existe una preocupación latente el desarrollo de la competencia matemática. Una de las metas planteadas por la Unión Europea es que “el porcentaje de jóvenes de 15 años con escasa competencia lectora, matemática y científica ha de ser inferior al 15%” (Eurydice, 2011, pág. 7)

De una u otra manera las pruebas internacionales se han convertido en un referente del nivel de aprendizaje que vienen logrando los alumnos. La evaluación PISA es una de ellas, esta mide los conocimientos y destrezas de alumnos de 15 años en lectura, matemáticas y ciencias. Según la evaluación realizada en el 2009(año en que hubo mayor participación ofreció los siguientes resultados:

...la media en matemáticas en la UE-27 fue de 493,9 puntos (5) (gráfico 1.1). Los mejores resultados correspondieron a Finlandia (540,1), aunque la Comunidad flamenca de Bélgica (536,7) y Liechtenstein (536) se situaron en niveles semejantes (las diferencias entre las puntuaciones de estos sistemas no se consideran significativas a nivel estadístico). Sin embargo, incluso los países europeos con mejores resultados se situaron por debajo de los países o regiones con más alto rendimiento a nivel mundial en esta materia (Shanghái-China (600), Singapur (562) y Hong-Kong-China (555)), y del entorno de los obtenidos por Corea (546) y Taipéi (543). En el otro extremo de la escala se encuentran los alumnos de Bulgaria, Rumanía y Turquía, con una media de rendimiento considerablemente inferior a la de sus compañeros del resto de países participantes de la red Eurydice. La puntuación media en estos países se situó entre 50 y 70 puntos por debajo de la media de la UE-27. (Eurydice, 2011, pág. 15)

Como se observa el rendimiento de los alumnos de los países europeos no es el esperado y se encuentra por debajo de los países asiáticos.

Los sistemas educativos de los países europeos han sugerido y tomado diversas acciones para superar esa problemática tal como lo señala el informe “La

enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales”. (Eurydice, 2011), entre las que se tienen: reestructuración curricular, cambio de enfoques metodológicos, replanteamiento del modelo de evaluación, desarrollar estrategias de motivación al alumnado, formación de un docente con un adecuado dominio disciplinar de la matemática así como un dominio didáctico.

En el caso de los enfoques metodológicos el aprendizaje basado en la resolución de problemas, la investigación y la contextualización, son los que han mostrado mejores resultados evidenciados en la mejora del rendimiento de los alumnos.

A nivel de **América Latina** uno de los países referentes referidos al desarrollo educativo es **Chile**, este país viene adoptando medidas en su sistema educativo para mejorar la calidad de la educación. Una de estas medidas referidas al área de matemáticas es el desarrollo del Proyecto Piloto denominado “Textos de Singapur” que se inicia al 2010 tiene como propósito innovar el proceso de enseñanza aprendizaje de matemática, a través de la utilización de textos de estudio basados en la metodología de la enseñanza utilizada en Singapur. Pretende desarrollar actitudes positivas hacia esta asignatura, habilidades en aritmética, álgebra, estimación, etc.; los procesos necesarios para la aplicación de la Matemática a la resolución de problemas” (Ministerio de Educación, 2014, pág. 2).

Este proyecto “Textos de Singapur “considera un conjunto de acciones, a decir del Ministerio de Educación del país sureño:

- (i) La serie de libros de Matemática “Pensar Sin Límites”, adaptados al currículum nacional y que son más extensos y exigentes en el ritmo de aprendizaje; (ii) material didáctico y; (iii) capacitación de un porcentaje importante de los docentes del proyecto. (Ministerio de Educación, 2014, pág. 4)

Este programa piloto tiene un corto tiempo de ejecución, han realizado una primera evaluación del impacto a la luz de evaluaciones internacionales donde se observa un aumento de “29 puntos en la prueba TIMMS (Trends in International Mathematics and Science Study) de 8° básico entre 2003 y 2011 o el puntaje obtenido en la prueba PISA (Programme for International Student Assessment) de

2012, que lo ubicó como el mejor país de Latinoamérica. (Ministerio de Educación, 2014, pág. 2).

Los resultados en el desarrollo de la competencia matemática en los egresados del equivalente a nuestra educación secundaria se verán todavía en algunos años en la medida que este proyecto se sostenga en el tiempo.

En **Colombia** desde la década del 70 del siglo XX se desarrollan propuestas para mejorar la calidad en el aprendizaje de la matemática y de que estas sean vistas como una herramienta útil y necesaria para todos los estudiantes. Los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas planteadas en el 2006 sostienen para que un alumno sea matemáticamente competente debe poder:

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas.
- Dominar el lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano; así como usar diferentes representaciones
- Razonar y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. ( Ministerio De Educación Nacional De Colombia, 2014, pág. 7)

En un Foro Educativo Nacional desarrollado el año 2014 se discutió sobre las “Competencias Matemáticas y del Lenguaje”, “Competencias Matemáticas” y “Evaluación de los Aprendizajes”, respectivamente. En este foro se reconoció “... que ni el aprendizaje por competencias, ni la enseñanza bajo el enfoque de competencias pueden ser considerados procesos espontáneos e individuales, por el contrario, requieren de condiciones institucionales y del compromiso de los distintos actores educativos involucrados.” ( Ministerio De Educación Nacional De Colombia, 2014, pág. 8)



Se hizo una revisión de los cambios curriculares producidos en la educación colombiana. En la década del 60 del siglo XX en la educación secundaria se instituye la formación en aritmética, álgebra, la geometría intuitiva y racional y las nociones elementales de geometría analítica y de análisis matemático. En los setenta se incorpora al modelo educativo colombiano la Tecnología Educativa y en el área de matemática se organiza secuencialmente: aritmética, álgebra, geometría analítica, trigonometría y cálculo. Se incorpora la denominada matemática moderna, que tiene como fundamento la estructuración de la matemática escolar a partir de la teoría de conjuntos y algunos aspectos de lógica matemática.

En los 80 los cambios en el currículo sobre matemática se basan en la teoría general de sistemas y estructura el currículo alrededor de cinco sistemas: numéricos, geométricos, métricos, de datos y lógicos.

En el “Documento Orientador Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos matemáticamente competentes” se describe brevemente algunos elementos de la evolución de la matemática en la educación secundaria colombiana:

Para matemáticas, los Lineamientos son publicados en 1998 y proponen la reorganización de las propuestas curriculares a partir de la interacción entre conocimientos básicos, procesos y contextos. Para 2006 con la expedición de los Estándares Básicos de Competencias, en los que se mantiene la estructura curricular propuesta en los lineamientos curriculares, se introduce la idea de competencia como “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras relacionadas entre sí, de tal forma que se facilite el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos que pueden ser nuevos y retadores, que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones-problema significativas y comprensivas” ( Ministerio De Educación Nacional De Colombia, 2014, pág. 10)

Se observa que el currículo de matemáticas ha pasado de una organización que gira en torno a los contenidos a una organización curricular basado en el desarrollo de competencias, donde la resolución de problemas es un elemento clave del proceso formativo.

Al igual que muchos países Colombia participa en diferentes pruebas internacionales de evaluación, siendo uno de ellos el Proyecto PISA. Este en el caso de la evaluación del aprendizaje de la matemática tiene como uno de los propósitos: proporcionar información sobre la formación matemática que demuestran los estudiantes de 15 años de los países que participan en el estudio, no tiene como propósito evaluar los currículos de los países sino establecer que tanto los estudiantes evaluados demuestran su capacidad de utilizar los conocimientos matemáticos para resolver situaciones matemáticas contextualizadas (personal, científico, social y profesional), describiendo este proceso de resolución de problemas en términos de cómo la alfabetización matemática se manifiesta en la práctica. ( Ministerio De Educación Nacional De Colombia, 2014, pág. 13)

En relación a este propósito, se conoce que los resultados de los estudiantes colombianos(al igual que la mayoría de países latinoamericanos) no son los esperados y se encuentra que no muestran capacidades para resolver problemas con algún grado de complejidad y solamente pueden responder problemas simples y utilizando en muchas ocasiones el ensayo y el error para elegir la respuesta, y tampoco demuestran habilidades para resolver problemas de la vida real que involucren el uso de TIC. ( Ministerio De Educación Nacional De Colombia, 2014)

Estos resultados, motivan una reflexión crítica de los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática.

De esta breve revisión de la realidad problemática internacional encontramos que existe una preocupación por mejorar el aprendizaje de la competencia matemática, los resultados de las pruebas internacionales demuestran una deficiencia en el desarrollo de las competencias matemáticas , los estudiantes ingresantes a la educación superior arrastran las deficiencias formativas de la educación básica, son varias las causas que explican la deficiencia en el bajo rendimiento, sin embargo el componente didáctico es uno de los más resaltantes.

En nuestro país la realidad problemática no es distinta, los alumnos egresados de la educación secundaria presentan un bajo rendimiento en las matemáticas. Héctor Lamas en un trabajo denominado una “mirada actual al aprendizaje de las matemáticas” sostiene que la “mayoría de escolares egresan del

colegio sin haber adquirido habilidades básicas de cálculo mental, técnica operativa, razonamiento matemático ni geometría “ (Lamas, 2010). El tener un bajo rendimiento matemático al terminar la educación básica implica que los alumnos no han logrado las competencias matemáticas planteadas en el Diseño Curricular Nacional, por lo tanto los ingresantes a las distintas universidades de nuestro país presentan deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas.

En tal sentido la Universidad desde los Estudios generales adicional a la finalidad propia de los mismos “asumen la responsabilidad de nivelar” a los alumnos en relación a la competencia matemática. Sin embargo al revisar las notas de los alumnos universitarios consignados en los reportes formales de evaluación, se encuentra un elevado número de alumnos desaprobados en los cursos de matemática, llámese Matemática General, Matemática Básica, Matemática I o la denominación dada en cada universidad a los cursos que desarrollan las competencias matemáticas como parte de los Estudios Generales.

Si bien es cierto como se ha visto líneas arriba existen diversas causas que explicarían este bajo rendimiento, creemos que el factor didáctico metodológico presente en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje es uno de los más influyentes. Esto debido a que los “docentes” encargados de la conducción de estos cursos no tienen formación pedagógica, didáctica, ya que generalmente la responsabilidad recae en matemáticos, ingenieros, etc.

Esto nos motiva a desarrollar una investigación la cual no sólo diagnostique el nivel de aprendizaje matemático sino también el elaborar una propuesta didáctica en el campo metodológico que contribuya a la mejora del desarrollo de las competencias matemáticas desarrolladas en el curso de matemáticas en el marco de los estudios generales universitarios.

### **1.2.2.-Análisis de la Enseñanza Aprendizaje de la Matemática a nivel Nacional.**

En nuestro país la realidad problemática no es distinta, los alumnos egresados de la educación secundaria presentan un bajo rendimiento en las matemáticas. Héctor Lamas en un trabajo denominado una “mirada actual al aprendizaje de las matemáticas” sostiene que la “mayoría de escolares egresan del colegio sin haber adquirido habilidades básicas de cálculo mental, técnica operativa, razonamiento matemático ni geometría “ (Lamas, 2010). El tener un bajo rendimiento matemático al terminar la educación básica implica que los alumnos no han logrado las competencias matemáticas planteadas en el Diseño Curricular Nacional, por lo tanto los ingresantes a las distintas universidades de nuestro país presentan deficiencias en el aprendizaje de las matemáticas.

En tal sentido la Universidad desde los Estudios generales adicional a la finalidad propia de los mismos “asumen la responsabilidad de nivelar” a los alumnos en relación a la competencia matemática. Sin embargo al revisar las notas de los alumnos universitarios consignados en los reportes formales de evaluación, se encuentra un elevado número de alumnos desaprobados en los cursos de matemática, llámese Matemática General, Matemática Básica, Matemática I o la denominación dada en cada universidad a los cursos que desarrollan las competencias matemáticas como parte de los Estudios Generales.

Si bien es cierto como se ha visto líneas arriba existen diversas causas que explicarían este bajo rendimiento, creemos que el factor didáctico metodológico presente en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje es uno de los más influyentes. Esto debido a que los “docentes” encargados de la conducción de estos cursos no tienen formación pedagógica, didáctica, ya que generalmente la responsabilidad recae en matemáticos, ingenieros, etc. Esto nos motiva a desarrollar una investigación la cual no sólo diagnostique el nivel de aprendizaje matemático sino también el elaborar una propuesta didáctica en el campo metodológico que contribuya a la mejora del desarrollo de las competencias matemáticas desarrolladas en el curso de matemáticas en el marco de los estudios generales universitarios

### **1.2.3.-Manifestaciones y Características del Aprendizaje de la Matemática Básica en los alumnos del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016**

En la Universidad de Cajamarca el curso de Matemática Básica se encuentra formando parte de los Estudios Generales y está ubicado curricularmente en el Primer Ciclo de Estudios, es de carácter obligatorio a todas las escuelas profesionales.

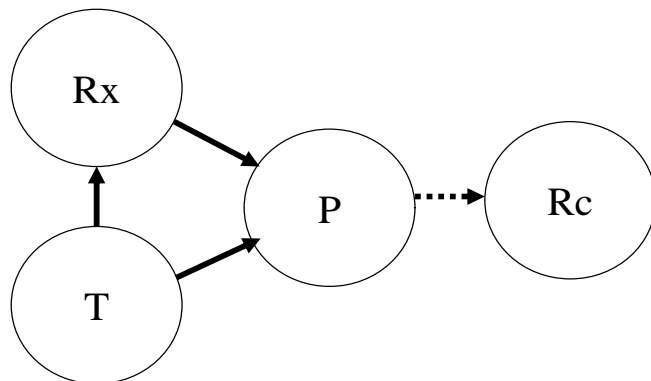
En los alumnos de la Escuela Profesional de Ingeniería Ambiental de la de la Universidad Nacional de Cajamarca, se **observa** un deficiente nivel de aprendizaje en el curso de Matemática Básica, lo que **se evidencia** en el número de alumnos desaprobados en las actas oficiales finales de dicho curso; **esto debido** a una conducción del Proceso de Enseñanza Aprendizaje deficiente, debido al desconocimiento de una propuesta didáctica por parte de los docentes sin formación pedagógica didáctica de continuar con esa deficiencia **ocasionaría** que los alumnos no consigan un aprendizaje necesario de la matemática.

### **1.3.-Metodología.**

#### **1.3.1. Diseño de la Investigación.**

El presente trabajo de investigación Propuesta Didáctica para mejorar el aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los alumnos del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC de la Región Cajamarca 2016 fue Descriptivo-Propositivo. Es descriptiva porque se dio a conocer un fenómeno de estudio, en este caso describir la problemática que presentan los alumnos en cuanto al aprendizaje del Curso de Matemática Básica; así mismo es propositiva porque al haber conocido la realidad anterior se realizó una propuesta didáctica.

### 1.3.2.-Diseño Gráfico



#### Leyenda

Rx: Diagnóstico de la realidad

T: Estudios teóricos

P: Propuesta pedagógica

Rc: Realidad cambiada

Se utilizaron para el diagnóstico 56 estudiantes tomados de la población convirtiéndose en la muestra.

### 1.3.3.-Diseño Analítico.

#### **Primera Etapa: Etapa Facto Perceptible De La Investigación**

Se realizó un estudio tendencial del problema para ver su comportamiento en diversos contextos, precisando la evolución del problema en el tiempo y espacio, para lo cual se utilizó el método histórico.

De igual manera se recurrió al método empírico: para el diagnóstico del problema través de la observación, al aplicar el cuestionario (Anexo 1) para evaluar las capacidades planteadas en el curso de matemática básica.

De la misma manera para establecer y precisar las tendencias del problema y su repercusión en el proceso de enseñanza aprendizaje y para los diferentes documentos utilizados para el diagnóstico del problema se recurrió al análisis.

## **Segunda Etapa: Etapa de la Elaboración del Marco Teórico**

En esta etapa se realizó los estudios de campo y teóricos para construir la teoría base, de igual manera se buscó las contradicciones para argumentar y plantear la solución al problema investigado.

## **Tercera Etapa De Resultados**

Se ejecutó el diagnóstico del desarrollo al aprendizaje del Curso de Matemática Básica en los alumnos del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental donde se vio que se encontraba por debajo de lo esperado.

## **Cuarta Etapa Construcción de la Propuesta**

Esta etapa permitió construir la propuesta didáctica, con apoyo de los métodos de modelación, dialéctico y sistémico, con el propósito de establecer las relaciones y regularidades de los procesos y actividades.

### **1.3.4.-Población Y Muestra.**

Por el número se determinó usar una población muestral de 56 estudiantes

### **1.3.5.-Instrumentos de Recolección de Datos.**

La recolección de datos se realizó a partir de la aplicación de una evaluación escrita para el diagnóstico, elaborada por la autora. con una valoración de 0 a 20 validada con el uso de la estadística, y a través de la aplicación de Excel.

Afinado el instrumento, se realizaron las observaciones a los estudiantes en el periodo comprendido entre marzo-abril del 2016.

Después de efectuado el diagnóstico, se procedió a desarrollar la propuesta.

#### **1.3.6. -Tratamiento de la información.**

Para el procesamiento de datos se contó con EXCEL para realizar el diagnóstico se analizó los resultados de la aplicación del instrumento con el objetivo de determinar el desarrollo del aprendizaje de la matemática.



# **CAPÍTULO II**

## 2.- Bases Teóricas

La propuesta didáctica que se plantea se centra en la secuencia didáctica que debe seguir el Proceso de Enseñanza Aprendizaje de matemática básica a nivel de la educación universitaria en la Universidad Nacional de Cajamarca. Se debe considerar la importancia de esta propuesta debido a que los docentes responsables de la conducción de los cursos de matemática, no tienen necesariamente una formación pedagógica- didáctica, debido a que son matemáticos puros generalmente.

El desarrollo de las bases teóricas se realiza de acuerdo a las variables consideradas en nuestra investigación. En ese sentido la variable independiente referida a la propuesta didáctica considera las teorías que fundamentan la misma, mientras la variable dependiente se centra en desarrollar los aspectos teóricos del aprendizaje matemático.

La propuesta gira en torno a un enfoque de resolución de problemas, por lo tanto la situación didáctica se elabora en base a una situación problemática. Esto amerita que los fundamentos guarden relación con esa lógica. En ese sentido la Teoría Constructivista desde el punto de vista epistemológico, psicológico y pedagógico es una de las que respaldan nuestra propuesta. A esta se le suma la teoría didáctica de George Polya cuyos planteamientos giran en torno a la resolución de problemas y finalmente la estrategia didáctica del Aprendizaje Basado en Problemas.

### 2.1.-Teoría Constructivista

#### 2.1.1.-A nivel Epistemológico

Las teorías constructivistas son, ante todo, **teorías epistemológicas**; es decir, permiten dar una explicación de cómo se produce el conocimiento, y de cuáles son las condiciones para que esta producción tenga lugar. El conocimiento es definido como la puesta en relación de un sujeto cognoscente con un objeto de conocimiento, por la intermediación de una estructura operatoria. Esto significa que cada vez que se enuncia una proposición que traduce un saber se movilizan estos tres elementos —el sujeto, el objeto y la estructura. (Waldegg, 1998, pág. 16)

Esta relación existente entre estos tres elementos y las características que se generan, dan pie a las teorías del conocimiento, las cuales abordan el tema del origen y la naturaleza de las estructuras que el sujeto requiere para describir el objeto de conocimiento al cual se está enfrentando. Así se tiene: si la estructura se origina en el sujeto la teoría es racionalista, si esta se origina en el objeto es empirista. Las corrientes constructivistas constituyen el tertium (la tercera opción) ante esta disyuntiva, ya que sitúan el origen y la naturaleza de las estructuras operatorias que median entre el sujeto y el objeto en la interacción entre éstos (Waldegg, 1998). Las teorías constructivistas relacionadas a la educación han tenido sus orígenes a partir de los planteamientos elaborados por Piaget y, una segunda vertiente a Vygotsky; mientras la piagetana hace énfasis mayor en el individuo, la segunda, lo pone en la sociedad. A pesar de las diferencias existentes en sus premisas existe un núcleo común de supuestos teóricos los cuales dan origen a un conjunto de hipótesis las cuales según Waldegg (1998) son de tres tipos: hipótesis gnoseológicas (que explican qué es el conocimiento), hipótesis metodológicas (que se refieren a cómo evoluciona el conocimiento), hipótesis éticas (concernientes al valor social del conocimiento); respetando lo planteado en el trabajo titulado “principios constructivistas para la educación matemática” (Waldegg, 1998) sintetizamos las ideas centrales:

### **Hipótesis gnoseológicas (qué es el conocimiento)**

#### **Hipótesis fenomenológica**

La primera de las hipótesis sobre la naturaleza del conocimiento, que constituye la hipótesis central de todo acercamiento constructivista, es la llamada hipótesis fenomenológica.

La hipótesis fenomenológica, supone que el conocimiento tiene su origen en la acción mutua del individuo y de su medio (físico o social) y, entonces, en la experiencia del individuo; pero esta experiencia no es sólo la experiencia vivida, sino que incluye también la experiencia cognitiva y, en general, la experiencia posible en el sentido de Kant (la experiencia es posible si ofrece las garantías de que lo que proyecta se inscribirá dentro del marco de referencia de espacio y tiempo, y será aprehendido gracias a esos conceptos puros del entendimiento que uno llama

“categorías”). El asumir estos planteamientos permite explicar algunas de las características de la cognición:

**Irreversibilidad de la cognición.** El concepto de acción implica el de temporalidad; la instantaneidad absoluta parece inconcebible al sujeto cognoscente porque no ha tenido jamás esta experiencia cognitiva.

**Dialéctica de la cognición.** La hipótesis fenomenológica permite expresar el carácter dialéctico que el sujeto cognoscente atribuye a sus percepciones; Esta caracterización dialéctica de lo real cognoscible debe, sin duda, ser postulada y la hipótesis fenomenológica lo hace manifiestamente, puesto que el conocimiento de los fenómenos que el sujeto pretende modelizar se expresa, justamente, por medio de las interacciones de lo sincrónico y lo diacrónico, de lo organizado y lo organizante.

**Recursividad de la cognición.** El carácter recursivo del conocimiento de los fenómenos da cuenta de la interdependencia asumida entre el fenómeno percibido y su conocimiento construido: la representación de un fenómeno cognoscible, que construye una representación activa, que transforma recursivamente el conocimiento que tenemos de él, la cual, a su vez. (Waldegg, 1998, págs. 19-20)

### **Hipótesis teleológica**

Una segunda hipótesis referente a la naturaleza del conocimiento es la hipótesis teleológica, común a todas las teorías constructivistas. Al atribuir al sujeto cognoscente el papel decisivo en la construcción del conocimiento, la hipótesis teleológica “obliga” a tener en cuenta la intencionalidad o la finalidad del sujeto cognoscente.

### **Hipótesis metodológicas (cómo se construye el conocimiento)**

Existen dos principios metodológicos que rigen la construcción del saber y que están presentes en los diversos enfoques constructivistas: el principio de la «acción inteligente» y el principio de la «modelación sistémica».

### **Acción inteligente**

El “principio de la acción inteligente” es la capacidad de un sistema cognitivo que explora y construye las representaciones simbólicas del conocimiento que trata.

El término está tomado de J. Dewey que designaba por “acción inteligente” el proceso cognitivo por el cual, si el intelecto percibe una disonancia entre sus comportamientos y sus proyectos(entre lo ideal y lo real), entonces construye una representación de esta disonancia y busca inventar algunas respuestas o planes de acción susceptibles de restaurar la consonancia deseada (lo que uno llama la “búsqueda de la coherencia” o, más en las corrientes didácticas, la “resolución de problemas” en un sentido amplio).

### **Modelación sistémica**

Este principio plantea que el comportamiento cognitivo tiende a buscar explicaciones holísticas que pongan en concordancia el mayor número de experiencias y fenómenos conocidos y que relacionen de manera articulada los conceptos, nociones e ideas de las estructuras teóricas o cognitivas ya constituidas, esto, en los distintos niveles de la explicación.

El fenómeno que se quiere explicar mediante este tipo de modelación se concibe como un sistema complejo en el que intervienen, de manera estructural, factores de distinta naturaleza cuya variación produce reajustes y reacciones de las otras partes del sistema. La modelación sistémica es, por su naturaleza, interdisciplinaria, i.e. requiere del concurso de distintas disciplinas para su puesta en marcha.

### **Hipótesis éticas (cuál es el valor del conocimiento).- La intersubjetividad**

El argumento gnoseológico inicial que comparten todas las epistemologías constructivistas es el de la primacía absoluta del sujeto cognoscente, capaz de asignar algún valor al conocimiento que construye: el conocimiento implica un sujeto cognoscente y no tiene sentido o valor fuera de él. Este conocimiento de la experiencia del sujeto, ya sea físicamente sensible o percibida cognitivamente, es conocimiento si el sujeto le atribuye algún valor propio. Valor cuya definición no puede ser sostenida independientemente del sujeto cognoscente (como lo sería, por ejemplo, el valor de la “verdad objetiva” para un empirista, o de “verdad revelada” para un creyente). Desde el momento en que uno acepta que el valor de un conocimiento por un sujeto cognoscente depende, en la práctica, de su apreciación de las consecuencias de las acciones que él elabora, refiriéndose

conscientemente a este conocimiento, el criterio aparentemente simple de verdad objetiva (o de verdad revelada) resulta menos aceptable.

La búsqueda de criterios alternativos, como el de “verdad intersubjetiva” o de “viabilidad permite, sin duda, salvaguardar formalmente el principio de externalidad del valor del conocimiento, pero en la práctica, esta intersubjetividad constituye una expresión que disimula mal un pragmatismo que más valdría asumir que discutir. Este valor pragmático que los constructivistas proponen para expresar el necesario valor atribuido a todo conocimiento, tiene además el mérito de prestarse fácilmente a la definición de las políticas de investigación científica, eliminando la distinción entre los conocimientos llamados fundamentales y los aplicados, que debe ser argumentada por las epistemologías tradicionales.

## **2.1.2.-A nivel Psicológico**

### **Teoría Histórico Cultural**

#### **1.-El aprendizaje es un producto sociocultural**

Según la teoría socio cultural el aprendizaje es un producto cultural, el ser humano construye su conocimiento en relación con la sociedad. (García, 2003). Esto implica que la secuencia didáctica debe garantizar una interacción del alumno con sus pares y además con su entorno social. La interacción social contribuye al funcionamiento del grupo como un todo, compartiendo responsabilidades en los trastornos y cambios de equilibrios puedan suceder. (Flores, 2000).

#### **2.-La ley de doble formación. Lo interpsicológico y lo intrapsicológico**

Un segundo planteamiento constructivista desde la Teoría sociocultural es aquella donde se sostiene: el aprendizaje se presenta dos veces, primero a nivel social(interaprendizaje) y luego el ser humano lo interioriza(intraaprendizaje), es decir toda función aparece en primera instancia en el plano social y posteriormente en el psicológico, es decir primero es interpsíquico entre los demás y posteriormente en un plano intrapsíquico, en esta transición de afuera hacia dentro se transforma el proceso mismo, cambia su estructura y sus funciones. (Chavez, 2001, pág. 60)

El proceso de interiorización es un proceso de reorganización de la actividad psicológica del sujeto como producto de su participación en situaciones sociales

específicas. Todas las funciones psicológicas se originan como relaciones entre seres humanos (Baquero, 2013). Esta reorganización se caracteriza por:

- La internalización no es un proceso de copia de la realidad externa en un plano interior existente; es un proceso en cuyo seno se desarrolla un plano interno de la conciencia.
- La realidad externa es de naturaleza social-transaccional.
- El mecanismo específico de funcionamiento es el dominio de las formas semióticas externas.
- El plano interno de la conciencia resulta, así, de naturaleza cuasi-social. (Baquero, 2013, pág. 46)

### 3.-La Zona de desarrollo Próximo

Se refiere a las acciones que en un primer momento sólo es posible de desarrollar en interacción con otras personas y luego lo podrá hacer en forma autónoma.

Aquí se plantea dos niveles de desarrollo: el nivel de Desarrollo Real (el nivel actual de desarrollo) y la zona de desarrollo próximo, “la que se encuentra en proceso de formación, es el desarrollo potencial al que el infante puede aspirar.” (Chavez, 2001, pág. 62). El Desarrollo de esta zona requiere: eestablecer un nivel de dificultad, se supone que es el nivel próximo, debe ser algo desafiante para el estudiante, pero no demasiado difícil, proporcionar desempeño con ayuda, evaluar el desempeño independiente(el resultado más lógico de una zona de desarrollo próximo es el desempeño de manera independiente). (Moll, 1993, pág. 20)

#### **2.1.3.-A nivel Pedagógico**

Los planteamientos constructivistas a nivel epistemológico y psicológico se concretan a nivel de propuestas pedagógicas, en este apartado se señala alguna de ellas a partir de lo planteado por Waldegg, (1998)

## **El alumno**

El constructivismo asume el papel activo del estudiante en la construcción de su conocimiento. Esto implica una actividad intelectual del alumno como consecuencia del enfrentamiento entre situaciones nuevas y la experiencia previa.

El alumno a partir de contar con una serie de explicaciones y operaciones provenientes de sus experiencias cognitivas previas y de los distintos contextos en los que éstas han sido desarrolladas, tratará de enfrentar, de manera global, las situaciones novedosas (nuevas experiencias), incorporándolas a su propia visión (recordemos los principios de la acción inteligente y de la modelación sistémica). Las maneras en las que el estudiante logra extender o ajustar sus explicaciones para manejar una situación nueva son múltiples:

...mediante la discusión de sus conjeturas con sus compañeros de clase, mediante la contrastación de sus resultados con resultados anticipados, mediante la modificación de las condiciones originales de la situación para llevarla a circunstancias conocidas, con la utilización de mediadores como la computadora, la calculadora u otros materiales (los mal llamados manipulativos), etcétera. (Waldegg, 1998, pág. 23)

El asumir una teoría constructivista en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje implica que el estudiante: requiere de una experiencia novedosa para conocer. Las experiencias pasadas ya produjeron el aprendizaje correspondiente (hipótesis fenomenológica), aprende intencionalmente. Hay una determinación por “resolver” la situación novedosa (hipótesis teleológica), aprende a partir de sus conocimientos previos que modifica o adecua con el fin de incluir coherentemente la nueva experiencia (hipótesis de la acción inteligente y de la modelación sistémica), valora su propio aprendizaje y lo comparte (hipótesis ética).

Estas características están presentes en los diversos procesos de aprendizaje incluido el de las matemáticas. Sin embargo en esta se encuentra la situación problemática, entendida como una situación novedosa caracterizada en función de las hipótesis mencionadas, para lo cual:



- debe ser significativa para el estudiante porque se encuadra en contextos o circunstancias que les son familiares y atractivos y, por tanto, motivantes;
- el estudiante es capaz de resolverla a partir de sus conocimientos y estructuras cognitivas previas;
- representa un desafío intelectual porque, lejos de requerir de un algoritmo o de un procedimiento rutinario, es una situación diseñada para obligar al estudiante a reestructurar sus conocimientos y explicaciones con el fin de dar solución al problema;
- da lugar a una modificación de las estructuras cognitivas previas del estudiante que le permite incluir, en las explicaciones originales, nuevos casos o contextos de aplicación de los conceptos involucrados.

Con la resolución de una situación problemática el estudiante genera un aprendizaje significativo ya que reconoce el nuevo conocimiento como medio de respuesta a una pregunta nueva.

### **El docente**

El rol del docente en el aprendizaje de la matemática es de:

- Plantear situaciones didácticas significativas para el alumno lo cual “exige” conocer bien a sus estudiantes.
- Motivar discusiones y debates con la finalidad de lograr el involucramiento de los alumnos en la resolución de las situaciones de aprendizaje;
- Aclarar las ideas, afirma los conceptos, proporciona terminología y presenta la formalización requerida por el conocimiento matemático establecido;
- Plantear contextos diferentes que admiten similares matematizaciones y que permiten ampliar el campo de significados del concepto en cuestión.
- Debe respetar el ritmo natural de la actividad cognitiva de sus estudiantes y, por el otro, debe cubrir los contenidos conceptuales que la sociedad ha determinado como los mínimos necesarios para la formación del futuro ciudadano.

### **Principios en la educación constructivista**

Según Brooks & Brooks (1993) citado en (Antúnez, 2003, pág. 39) determina que los 5 principios básicos que debe tener las aulas de clases constructivistas son los siguientes:

1. Los maestros buscan y valoran los puntos de vista de los estudiantes
2. Las actividades del salón de clases desafían las suposiciones de los estudiantes.
3. Los maestros presentan problemas que son relevantes a los estudiantes.
4. Los maestros construyen sus lecciones alrededor de conceptos primarios e ideas principales. Enseñan el núcleo y detalle de los conceptos.
5. Los maestros evalúan el aprendizaje de los estudiantes en el contexto de la enseñanza diaria, con el objeto de corregir oportunamente el proceso de aprendizaje si fuera necesario. Evalúan todos los días y no solo al término de las unidades o del semestre, cuando sería muy difícil remediar los resultados no satisfactorios del aprendizaje. Cuando se habla sobre la enseñanza y aprendizaje de matemáticas, se debe tener presente que un salón de clases constructivista su enfoque académico está orientado en la resolución de problemas y centrado en el aprendizaje de los estudiantes.

### **Secuencia Didáctica**

La secuencia didáctica debe considerar una 1) situación didáctica que involucra implícitamente el concepto que quiere introducir; esta debe ser planteada por el profesor, 2) el desarrollo de estrategias por parte de los alumnos para resolver la situación y usan sin saberlo, el concepto en cuestión, 3) La formalización matemática donde el docente formaliza el concepto mediante la terminología indicada y su puesta en relación con otros conceptos conocidos por el estudiante.

Estas premisas se reflejan en nuestra propuesta, debido a que la situación problemática es la situación sobre la cual gira el proceso de enseñanza aprendizaje. Lo que hace un cambio en el enfoque didáctico de la enseñanza de la matemática en la UNC donde se pasa del “aprender conceptos” al “aprender a resolver problemas”. Por lo tanto las sesiones de aprendizaje debe considerar una serie de

situaciones y contextos relacionadas a la situación problemática y que faciliten al alumno ampliar el campo de aplicación del concepto estudiado para, de esta manera, enriquecer su experiencia cognitiva y sus posibilidades de comprender nuevas situaciones problemáticas. (Waldegg, 1998).

## **2.2.-La Teoría de George Polya**

La propuesta de Polya desarrolla un enfoque centrado en la resolución de problemas, esto debido a que se asume que la resolución de situaciones problemáticas es el eje central de la matemática. En sus planteamientos se encuentran diversas ideas relacionadas a cómo debe conducirse el aprendizaje de las matemáticas, en esa línea se consideran en nuestra investigación: los propósitos (en la conducción del PEA), el razonamiento plausible y las fases para la resolución de problemas.

### **2.2.1.- Los propósitos en el Proceso de Enseñanza**

En uno de los apartados de su libro “Cómo plantear y resolver problemas” (Polya, 1989), bajo el título de “propósito” presenta una serie de recomendaciones didácticas para ser utilizadas por el docente en el salón de clases, estas se asumen en nuestra investigación como lineamientos didácticos a ser considerados en la propuesta elaborada.

#### **a. Ayudar al alumno**

La primera idea está relacionada con lo que él denomina la tarea más importante del maestro, el **ayudar a los alumnos**, estas tareas requieren tiempo, práctica, dedicación y buenos principios.

El maestro debe ser un **mediador** apuntando a que el estudiante adquiera la más amplia experiencia posible, para lo cual el maestro debe encontrar el “punto medio” adecuado que le permita ayudar al alumno en la resolución del problema (ni mucho ni poco), no dejarlo sólo frente al problema pero tampoco resolverle todo

Si el estudiante, no está en condiciones de hacer gran cosa, el maestro debe mantenerle al menos la ilusión del trabajo personal. Para tal fin, el maestro debe ayudar al alumno discretamente' sin imponérsele

El maestro deberá ponerse en el lugar del alumno, ver desde el punto de vista del alumno'

**b. Preguntas, recomendaciones, operaciones intelectuales (Replanteamiento de preguntas)**

Una de las habilidades que el docente debe poseer es la capacidad de plantear y replantear preguntas.

Así, en innumerables problemas se hace la pregunta ¿cuál es la incógnita? Se puede cambiar el vocabulario y hacer la misma pregunta de diferentes formas ¿Qué se requiere?; ¿qué quiere usted determinar? ¿Qué se le pide a usted que encuentre? El propósito de estas preguntas es concentrar la atención del alumno sobre la incógnita.

Preguntas y sugerencias tienen el mismo fin, tienden a provocar la misma operación intelectual.

**c. La generalidad** es una de las características importantes de las preguntas y sugerencias.

Tómense las preguntas: ¿Cuál es la incógnita?; ¿cuáles son los datos?; ¿cuál es la condición? Esas preguntas son aplicables en general, podemos planteadas eficazmente en toda clase de problemas. Su uso no está restringido a un determinado tema.

**d. Sentido común.** Según Polya se debe mirar la incógnita y tratar de pensar en un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una semejante.

**e. Maestro y alumno, Imitación y práctica.** Cuando el profesor hace a sus alumnos una Pregunta o una sugerencia de la lista, puede proponerse dos fines:

Primero, Ayudar al alumno a resolver el Problema en cuestión, Segundo, el desarrollar la habilidad del alumno, de tal modo que pueda resolver por sí mismo problemas ulteriores

El profesor que desee desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, debe hacérseles interesarse en ellos y darles el mayor número de ocasiones de imitación y práctica.

#### **f. Cuatro Fases**

Se plantea cuatro fases del trabajo: 1) comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. 2) captar las relaciones que existen entre diversos elementos, ver lo-que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. 3) ejecución el plan. 4) volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

#### **g. Comprensión del problema**

Para lograr la comprensión y el interés del alumno debe seleccionarse el problema en forma adecuada ni muy fácil ni muy difícil, luego el docente debe enunciar el problema en forma amena y atractiva. Se debe pedir al alumno repetir el enunciado, luego separar las partes del problema, la incógnita, los datos, la condición.

Si existe una figura referida al problema esta debe dibujarse y destacar en ella la incógnita y los datos.

#### **h. Ejemplo**

Se debe ejemplificar los problemas planteados con la realidad concreta y próxima de los alumnos para su mejor comprensión, utilizar los diversos elementos de su entorno para la ejemplificación.

#### **i. Concepción de un plan**

Se tiene un plan cuando al menos de manera general se tiene los cálculos, razonamientos, o construcciones que tendremos que realizar para resolver la incógnita. Este plan surge de buenas ideas surgidas en el alumno producto de una buena inducción y formulación de preguntas orientadoras y dirigidas. Es necesario recordar que para lograr esto se necesita tener conocimientos previos así como recurrir a experiencias pasadas

#### **j. Ejecución del plan**

El plan nos proporciona un “camino” general por donde se va a transcurrir, su ejecución no es un acto mecánico es un proceso que requiere de conocimientos

previos, adecuados hábitos de pensamiento, concentración y paciencia. Es necesario revisar cada detalle del plan una y otra vez antes y durante su ejecución para “asegurar” el éxito. El profesor debe incidir en el “ver” y “demostrar”, ver si el proceso realizado es correcto y demostrar si lo hecho es correcto.

#### **k. Visión Retrospectiva**

El docente debe propiciar la reflexión sobre lo actuado revisando los pasos seguidos, con la finalidad de que el alumno verifique el resultado, de igual manera verificar el razonamiento realizado. Se puede incentivar a descubrir si existen otros medios de resolución diferentes al seguido, igualmente a plantear nuevos casos o descubrirlos en otras realidades donde se podría seguir el mismo procedimiento, es decir generalizar el proceso realizado.

#### **l. El método de interrogar del maestro**

El docente debe utilizar la interrogación dirigida como un método que fomente el proceso inductivo, despertar el interés, recuperar los saberes previos.

### **2.2.2.-El Razonamiento Plausible en la Resolución de Problemas**

El concepto de razonamiento plausible es un tipo de razonamiento conceptualizado como “aquel que nos permite elaborar hipótesis y conjeturas que nos parecen acertadas, examinar su validez, contrastarlas y reformularlas para obtener nuevas hipótesis susceptibles de ser puestas a prueba” (Markiewicz, 2004, pág. 1). Este razonamiento complementa al denominado razonamiento demostrativo. La demostración comúnmente usada en la matemática es entendida como “el procedimiento en que partiendo de unas ciertas hipótesis y mediante razonamientos lógicos se consigue la conclusión deseada” (Saénz, 2001).

El razonamiento plausible se sostiene en la intuición y para lograr su desarrollo se debe considerar lo siguiente:

- (1) Proponerse un problema a nosotros mismos. Este es el principio de la solución. Debemos hacer nuestro el problema.
- (2) Atención selectiva. La mente se hace selectiva; recoge cualquier observación que puede serle útil en la solución del

problema y cierra la puerta a lo demás. El problema nos absorbe.

(3) Registrando la marcha del progreso. Se siente la marcha del progreso; su mente clasifica lo que le llega, tiene idea de lo que puede servir y lo que no. Estos sentimientos guían su esfuerzo.

(4) Dónde empieza el razonamiento plausible. Cuando comienza a dudar de sus progresos. Cuando se pregunta si el comienzo fue bueno o si va en la dirección correcta. (Barrantes, 2006, pág. 6):

### **2.2.3.- Fases de la Resolución de Problemas**

Polya plantea cuatro fases para la resolución de problemas (Santos, 1997):

- Entendimiento del problema. Estrategias que ayudan a entender las condiciones del problema, el estudiante identifica los datos o condiciones.
- Diseño de un plan. El estudiante construye un plan de solución donde piensa en un problema conocido para relacionarlo con el que tiene, luego simplificar el problema buscando un patrón que ayuden a llevarnos por el camino adecuado, escogiendo una idea o ideas de solución.
- Ejecución del plan. Se ejecuta la idea escogida para resolver el problema.
- Analizar o evaluar la solución obtenida. La solución obtenida se comprueba si es la correcta.

Desarrollo una serie de preguntas guías para ser consideradas en cada una de las fases planteadas (Polya, 1989)

#### **Comprender el Problema (Entendimiento del Problema)**

- ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictorio?

#### **Concebir un Plan (Diseño de un plan)**

- ¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

- ¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema, que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya' ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría Plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones
- Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una Parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita v los nuevos datos estén más cercanos entre sí?
- ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

#### **Ejecución del plan**

- Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos,



- ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?

**Visión retrospectiva (Analizar o evaluar la solución obtenida)**

- ¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento?
- Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe?
- Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

### **2.3.-La Enseñanza Problemática**

El enfoque a través de la resolución de problemas guarda relación con la enseñanza problemática, articula la búsqueda sistemática independiente de los estudiantes con la asimilación de las conclusiones de la ciencia, es entendida también como

... un sistema de métodos estructurados bajo el principio de lo problemático con un objetivo determinado; un proceso orientado al logro de la independencia cognoscitiva, de la creación de motivos estables para el aprendizaje y de capacidades creadoras en el proceso de asimilación de los conceptos científicos y los métodos de actividad, todo lo cual está determinado por un sistema de situaciones problemáticas ante la cual los alumnos son enfrentados. (Núñez-Malherbe, 2003, págs. 13-14)

La situación problemática es el punto de inicio del proceso de enseñanza aprendizaje, Polya cuando hace su planteamiento sugiere que los alumnos deban “recorrer el mismo camino” de los científicos matemáticos. El planteamiento de la enseñanza problemática sostiene que la lógica real del proceso del conocimiento científico sólo puede ser asimilada cuando se pone al alumno ante el mismo punto del que parte el científico en el desarrollo de la actividad investigativa, esto es, en la contradicción que se presenta entre lo conocido y lo desconocido.

Lo común entre la lógica de la investigación científica y la del aprendizaje problémico reside en que en ambas el sujeto (el científico y el alumno) se relaciona con un problema y una hipótesis, a partir de la presencia de una situación de conflicto entre los conocimientos que posee y las manifestaciones de la realidad que se presentan, que condicionan una estructuración de la actividad cognoscitiva. Sin embargo, ello no significa que los rasgos esenciales que caracterizan el aprendizaje problémico se identifiquen del todo con los del proceso de la investigación científica. (Núñez-Malherbe, 2003, pág. 14)

Es necesario recordar que la investigación científica va en busca de lo desconocido por la humanidad, en tanto el contenido del proceso de enseñanza aprendizaje solo es desconocido para el alumno. Otro elemento que demuestra la diferencia existente es los elementos que se consideran para la formulación y comprobación de las hipótesis en el proceso de la investigación científica no siempre coinciden con los que se utilizan con fines similares en el de enseñanza-aprendizaje problémico.

En el artículo “Ejemplos de utilización de la enseñanza problémica en la matemática.” (Hernández , R & Reyna , M, 2013) se presentan las categorías de la enseñanza problemica, los métodos y la secuencia didáctica. Estos componentes son planteados de la siguiente manera:

### **2.3.1.-Las categorías fundamentales de la enseñanza problémica**

Las categorías de la enseñanza problémica son: la situación problémica, el problema docente, la tarea problémica, la pregunta problémica, la situación problémica.

Es la relación entre el sujeto y el objeto de conocimiento que surge a modo de contradicción cuando aquel no puede entender la esencia de los fenómenos estudiados porque carece de los elementos para el análisis y que sólo la actividad creadora puede resolver.

- **El problema docente**

Es la contradicción ya asimilada por el sujeto, donde se ha podido determinar qué es lo buscado, qué es lo conocido y las posibles condiciones para obtener la solución.(El problema en la ciencia es el conocimiento de lo desconocido)

- **El surgimiento del problema**

Es la actividad intelectual que surge durante la situación problémica, que conduce al planteamiento del problema, que no es más que la determinación del elemento que provocó la dificultad.

El problema es, en su sentido más general, la pregunta que surge de la actividad del hombre.

- **La tarea problémica**

Es una actividad de búsqueda, a partir de la contradicción que surge en la situación problémica, que conduce a encontrar lo buscado. Refleja la actividad de búsqueda del sujeto de aprendizaje con el objetivo de resolver el problema planteado.

- **La pregunta problémica**

Es un componente de la tarea que expresa, de forma concreta, la contradicción entre los conocimientos y los nuevos hechos. Su planteamiento correcto indica que la actividad del pensamiento ha determinado la tendencia fundamental del objeto, sus contradicciones.

Se caracteriza por algo desconocido, que no se encuentra fácilmente sino mediante el establecimiento de determinados recursos lógicos que llevan al hallazgo de algo nuevo: lo buscado.

### **2.3.2.-Secuencia lógica en la enseñanza problémica**

La secuencia lógica en la enseñanza problémica presupone: la creación de la situación problémica, la formulación del problema, la realización de tareas cognoscitivas, la asimilación de nuevos materiales por parte de los estudiantes.

### **2.3.3.-Métodos problémicos**

Los principales métodos problémicos son:

- La exposición problémica.
- El método de búsqueda parcial.

- La conversación heurística.
- El método investigativo.

- **Exposición problémica**

No se comunican los conocimientos en forma acabada.

El profesor conduce la exposición demostrando la dinámica de la formación y desarrollo de los conceptos, esbozando problemas que él mismo resuelve, como si se reprodujera en menor escala la propia historia de la ciencia o la historia del surgimiento y desarrollo de una concepción en la ciencia.

- **El método de búsqueda parcial**

El profesor plantea un problema y con la participación de los estudiantes van obteniendo la solución por etapas. Para ello debe descomponer el problema de cierta complejidad, en subproblemas más sencillos, las soluciones de los cuales constituirán pasos que posibilitarán la solución del problema principal.

- **La conversación heurística.**

El profesor plantea un problema y va formulando un conjunto de preguntas con una secuencia lógica, cuyas respuestas concatenadas por parte de los estudiantes, conducen a la solución del problema.

- **Método investigativo**

Los estudiantes resuelven, de manera independiente, o en pequeños grupos, problemas nuevos para ellos, aunque ya estos han sido resueltos por la ciencia.

## **2.4.-Aprendizaje de la Matemática**

Existe dos enfoques principales que explican el aprendizaje de la matemática, uno desde una perspectiva conductual y el otro desde una perspectiva cognitiva. El primero concibe al aprendizaje como un cambio de conducta observable mientras que el enfoque cognitivo ve al aprendizaje como una alteración de las estructuras mentales, y que puede que el aprendizaje no tenga una

manifestación externa directa. Aquí centraremos nuestra atención en el segundo enfoque.

El enfoque estructuralista sostiene que el sujeto tiene una estructura mental que le permite organizar las experiencias que ha vivido hasta entonces. Cuando este se relaciona con nuevos problemas del entorno, los relaciona con las experiencias previas. La primera tendencia es interpretar estos problemas y buscar soluciones por medio de las estructuras y conocimientos previos. A este proceso lo llama Piaget asimilación. Cuando estas estructuras previas no le sirven para explicar las nuevas ideas, el ser humano se ve obligado a cambiar estas estructuras por otras, que le sirvan para encajar esas ideas. Este proceso de cambio de estructuras lo llama Piaget acomodación y el proceso de asimilación - acomodación es para Piaget un proceso de equilibración. Desde el enfoque estructuralista entonces el proceso de aprender es incorporar las características de los nuevos conceptos aprendidos en sus estructuras mentales anteriores, creando una nueva estructura que encaje estas propiedades, es decir, que vuelva a estar en equilibrio pero en la que quepan las nuevas propiedades y conceptos. (Flores P. , 2017)

Para darse el equilibrio es necesario que el aprendiz vea que el problema no puede ser resuelto por los medios que derivan de sus estructuras anteriores. Esto implica que los problemas planteados en el proceso de enseñanza aprendizaje deben ser significativos para los estudiantes.

Brunner hizo hincapié en que el aprendizaje debía ser significativo para el que aprende. Entendía que un aprendizaje es significativo cuando se relaciona de modo sensible con las ideas que el aprendiz ya posee. El grado de significación depende de la hasta qué punto se relaciona la forma final y las que ya existían en la estructura cognitiva. Se opone a aprendizaje memorístico. Para poder llevar a cabo un aprendizaje significativo propone la enseñanza por descubrimiento, en el que el aprendizaje sea fruto de un proceso de relación del alumno con los problemas, sin que se le presente el contenido a aprender, sino cuidando de que el alumno lo descubra en el curso de su proceso de resolución de los problemas. Entramos así en otra forma de

enseñanza para conseguir el aprendizaje significativo, la basada en la resolución de problemas. (Flores P. , 2017, pág. 6)

Para que sea significativo también se plantea un aprendizaje a partir de experiencias concretas Brunner propone que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas, el aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto.

#### **2.4.1.-Los principios para el aprendizaje de la matemática**

El matemático francés Dienes (Flores P. , 2017) plantea un conjunto de principios para el aprendizaje de la matemática, que pueden ser adaptables a diversas edades y nuestra investigación los asume:

- I. *El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas*

Así, la enseñanza matemática actual promueve que se trabaje con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones. Cuando estas abstracciones se han consolidado, entonces estamos en condiciones de emplearlas como elementos concretos. Así, los números son una abstracción, pero llegado un momento del aprendizaje matemático, estas abstracciones pueden considerarse objetos concretos con los que realizar tareas matemáticas, como descomponer un número en operaciones con otros números, rellenar cuadrados mágicos, estudiar sus propiedades, etc.

- II. *El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los alumnos.*

Para que el aprendiz pueda llevar a cabo los procesos de equilibración, el aprendizaje tiene que partir de una situación significativa. Esto exige que se presente en forma de un problema del que el aprendiz pueda captar que encierra un interrogante, y del que puede comprender cuando este problema está resuelto.

- III. La forma en que los aprendices puedan llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos.

Dado que los conceptos matemáticos son abstracciones complejas, los aprendices no pueden entrar en contacto con ellas si no es por medio de formas de representarlos. Llamamos modelo a la representación simplificada de un concepto matemático o de una operación, y está diseñada para comunicar la idea al aprendiz. Hay varias clases de modelos, los modelos físicos son objetos que se pueden manipular para ilustrar algunos aspectos de las ideas matemáticas (como los ladrillos del muro de fracciones, o los modelos de poliedros en madera). Los modelos pictóricos son representaciones bidimensionales de las ideas matemáticas.

- IV. Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los alumnos es mediante el aprendizaje por descubrimiento.

El aprendizaje por descubrimiento sucede cuando los aprendices llegan a hacer, por ellos mismos, generalizaciones sobre los conceptos o fenómenos.

- V. No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los alumnos.

Cada alumno tiene su propia idiosincrasia. Si concebimos el aprendizaje como un cambio de estructuras mentales, tenemos que reconocer que estas estructuras son subjetivas, que se afectan por motivos diversos y que actúan siguiendo modelos distintos para esquematizar los problemas. Podemos distinguir diversos estilos de aprendizaje. Los alumnos que tienen mayor propensión al aprendizaje de carácter social, llegando más fácilmente a aprender por medio de conversaciones y acuerdos con sus compañeros, se dice que tienen un estilo orientado al grupo. Otros sujetos tienen que aprender partiendo de situaciones concretas, relacionadas estrechamente con

el concepto (dependencia del campo), mientras que, por el contrario, otros son muy propensos a realizar aprendizajes genéricos (independencia del campo). Otra variable que suele diferenciar el aprendizaje de los alumnos se refiere al tiempo que necesitan para tomar decisiones, se llama a esta variable tiempo cognitivo, y su valor indica otros estilos de aprendizaje. Reconozcamos por último que la enseñanza no es la única forma de producir aprendizaje. A veces los niños construyen conocimiento por si mismos a través de interacciones con el entorno y reorganización de sus constructos mentales. A este aprendizaje se le llama aprendizaje por invención.

#### **2.4.2.-La competencia en el aprendizaje de la matemática**

El aprendizaje de la matemática básica en la educación superior se plantea bajo el enfoque por competencias, enfoque es impulsado formalmente por la nueva normatividad universitaria.

##### **Competencia**

El concepto competencia tiene una multiplicidad de definiciones las cuales son asumidas de acuerdo a la concepción teórica que maneje cada institución.

Según Tobón (2005) la Competencia presenta cinco características: se basan en el contexto, se enfocan a la idoneidad, tienen como eje la actuación, buscan resolver problemas y abordan el desempeño en su integridad.

- En relación al *contexto*, este puede ser: disciplinares, transdisciplinares, interno(mente), socioeconómicos.
- *La idoneidad* en este enfoque incluye además de la relación tiempo-cantidad al contexto, la calidad, empleo de recursos y oportunidad
- *La actuación* es un proceso integral donde se combina el reto y la motivación para lograr el objetivo, para lo cual es necesario respaldarse en el saber ser, saber conocer, saber hacer considerando la consecuencia de los actos a desarrollar.



- *La Resolución de Problemas*, requiere 1) comprender el problema en diferentes contextos, 2) establecer estrategias de solución, 3) considerar las consecuencias del problema y de las soluciones que se planteen, 4) aprender del problema para transferir a otros problemas similares.
- *Integralidad del desempeño*, busca que este incorpore toda la acción humana en sus diferentes dimensiones no sólo cognoscitivas sino valorativas, sociales etc

Las competencias son actuaciones integrales ante actividades y problemas del contexto, con idoneidad y compromiso ético, integrando el saber ser, el saber hacer y el saber conocer en una perspectiva de mejora continúa. Esto implica que los alumnos deben aplicar los conocimientos en actividades y problemas con calidad, integrando una actuación ética, con base en valores y actitudes. (Tobón, S & Pimienta, J & García, J, 2016)

La competencia contiene el desarrollo de capacidades, el dominio de conocimientos y el desarrollo de actitudes. La capacidad como la potencialidad inherente en todo ser humano que les ayuda a desempeñarse mejor ante cualquier situación de su vida cotidiana.

En el diccionario de la Lengua Española de la Real Academia (2001) define capacidad como la aptitud, talento, cualidad que dispone alguien para el buen ejercicio de algo. Proviene del latín *capacitas*, *atis*.

Las capacidades que han sido consideradas en el curso de matemática básica son:

**MATEMATIZAR:** Es un proceso que da una estructura matemática a una parte del entorno o a una situación problemática real. Esto implica interpretar un modelo matemático o relacionarlo con una situación problemática presentada.

**REPRESENTAR:** Esta capacidad nos ayuda para organizar el aprendizaje en la matemática y socializar los conocimientos que los estudiantes vayan logrando.

- **COMUNICAR:** permite que los estudiantes logren comprender, desarrollar y expresar con precisión matemática las ideas, argumentos y procedimientos utilizados, así como sus conclusiones. Así mismo, para identificar, interpretar y analizar expresiones matemáticas escritas o verbales.
- **ELABORAR ESTRATEGIAS:** La enseñanza de la matemática debe partir de una situación problemática pero que requiere darle una solución para ello nuestros estudiantes buscarán cual creen que será la solución más adecuada entre varias opciones y entonces elaborar la estrategia a seguir. Esta capacidad nos va a permitir dar soluciones a situaciones problemáticas, y también a construir conocimientos matemáticos.
- **UTILIZAR EXPRESIONES SIMBÓLICAS:** los estudiantes en el desarrollo de aprendizajes matemáticos parten de un lenguaje común para ir a un lenguaje simbólico, técnico y formal pero esto se realiza a través de un proceso que va de menos a más. Esta capacidad de utilizar expresiones simbólicas no solo es indispensable para construir conocimientos y resolver situaciones problemáticas sino también para comunicar, explicar y entender resultados matemáticos.
- **ARGUMENTAR:** Es fundamental no solo para el desarrollo del pensamiento matemático, sino para organizar y plantear secuencias, formular conjeturas y corroborarlas, así como establecer conceptos, juicios y razonamientos que den sustento lógico y coherente al procedimiento o solución encontrada.

# **CAPÍTULO III**

### 3.- Resultados de la investigación y propuesta

#### 3.1. Descripción

Inicialmente se presentan los resultados obtenidos de la evaluación hecha los estudiantes que conformaron la muestra de estudio.

A partir de los puntajes de logro obtenidos de la muestra de estudio, se presentan los resultados que han permitido determinar las medidas tanto de la tendencia central (media aritmética) lo que permitió diagnosticar el nivel de aprendizaje que presentan los alumnos del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC donde se utilizó la hoja de cálculo EXCEL para procesar la información.

##### 3.1.1. Resultados Obtenidos Durante La Evaluación Inicial.

Con la evaluación planteada se tuvo información inicial para mejorar el logro de capacidades que muestran los estudiantes y que se detallan en las tablas siguientes:

**TABLA N° 1**

**RESULTADOS DEL LOGRO DE CAPACIDADES EN EL CURSO DE MATEMATICA BÁSICA OBTENIDO POR LOS ESTUDIANTES DEL I CICLO DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA AMBIENTAL DE LA UNC**

N° de Ord.	GRUPO DE ESTUDIO
1	11
2	11
3	10
4	10
5	10
6	9
7	9
8	8
9	8
10	8
11	8
12	8
13	7
14	7
15	7
16	7
17	7
18	6
19	6
20	6
21	5
22	5
23	5
24	4

25	4
26	3
27	2
28	1
29	11
30	11
31	10
32	10
33	10
34	9
35	9
36	8
37	8
38	8
39	8
40	8
41	7
42	7
43	7
44	7
45	7
46	6
47	6
48	6
49	5
50	5
51	5
52	4
53	4
54	3
55	2
56	1

FUENTE: Evaluación aplicada a los estudiantes I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC.

**TABLA N° 02**

**DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DE LOS RESULTADOS SOBRE EL NIVEL DE LOGRO DE CAPACIDADES EN EL CURSO DE MATEMÁTICA BÁSICA, OBTENIDO POR LOS ESTUDIANTES DE LA MUESTRA DE ESTUDIO, DURANTE LA EVALUACIÓN**

PUNTAJE	GRUPO DE ESTUDIO	
	fi	%
01	2	3,57
02	2	3,57
03	2	3,57
04	4	7,14
05	6	10,71
06	6	10,71
07	10	17,86
08	10	17,86
09	4	7,14
10	6	10,71
11	4	7,14
12	--	--
T O T A L	56	100

FUENTE: Evaluación aplicada a estudiantes I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC.

En la tabla se observa que los puntajes obtenidos por los estudiantes I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC oscilan desde 01 hasta 11 puntos, con el porcentaje más alto (17,86%) en las cifras 07 y 08 puntos.

De este resultado se infiere que el 92,86% (52) de los estudiantes del grupo obtuvieron notas desaprobatorias y sólo el 7,14% (4) alcanzaron puntajes mínimos aprobatorios en las capacidades en el curso de matemática básica.

**TABLA N° 03**

**CATEGORÍAS DEL NIVEL DE LOGRO DE CAPACIDADES EN EL ÁREA MATEMÁTICAS, OBTENIDO POR LOS ESTUDIANTES DE LA MUESTRA DE ESTUDIO, DURANTE LA EVALUACIÓN**

PUNTAJE	GRUPO	
	fi	%
MUY BUENO (18 – 20)	--	--
BUENO (14 – 17)	--	--
REGULAR (11 – 13)	4	7,14
DEFICIENTE (00 – 10)	52	92,86
T O T A L	56	100

FUENTE: Evaluación aplicada a estudiantes I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC

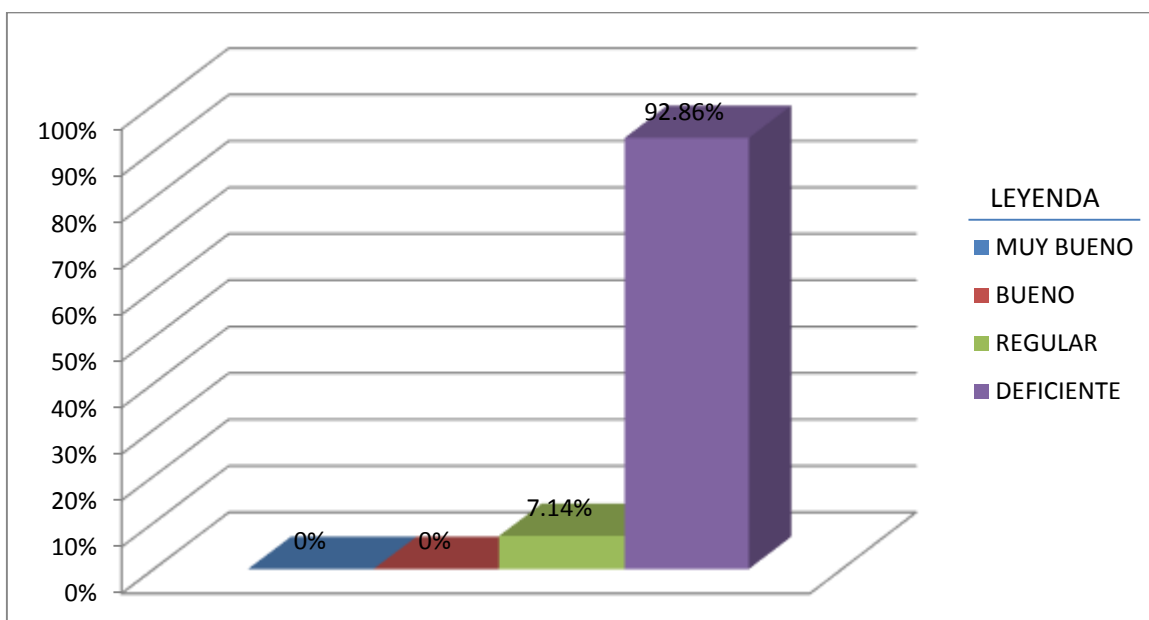
En la tabla se observa que el 92,86% (52) de los estudiantes se encontraron en la categoría deficiente en el logro de capacidades en el curso de Matemática Básica. Por su parte el 7,14% (4), se ubicaron en la categoría regular en el logro de capacidades curso. Ninguno de los estudiantes ocupó las categorías bueno y muy bueno.

De este resultado se deduce, que la mayoría de los estudiantes de la muestra de estudio, se encontraron en las categorías más baja y un menor porcentaje ocuparon la categoría regular. Atribuible a una deficiente SECUENCIA DIDACTICA que se ejecuta en la conducción del Proceso de Enseñanza Aprendizaje, lo que origina una falta de significatividad durante el desarrollo de las actividades del aprendizaje, ausencia de una contextualización de la matemática, uso de métodos

tradicionales no pertinentes, lo cual no permiten el desarrollo de las capacidades del curso.

**GRÁFICO Nº 1**

**CATEGORÍAS DEL NIVEL DE LOGRO DE CAPACIDADES EN EL CURSO DE MATEMATICA BÁSICA, OBTENIDO POR LOS ESTUDIANTES DE LA MUESTRA DE ESTUDIO DURANTE LA EVALUACIÓN DIAGNOSTICA.**



**FUENTE:** Evaluación aplicada a estudiantes I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC



**TABLA N° 04**

**RESULTADOS ESTADÍSTICOS DEL NIVEL DE LOGRO DE CAPACIDADES EN EL CURSO DE MATEMATICA BÁSICA, OBTENIDO POR LOS ESTUDIANTES DE LA MUESTRA DE ESTUDIO DURANTE LA EVALUACIÓN DIAGNOSTICA.**

ESTADÍGRAFOS	GRUPO
$\bar{X}$	6,86
S	2,55

FUENTE: Evaluación aplicada a estudiantes I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC

En la tabla, se visualiza que la media aritmética ( $\bar{X}$ ) obtenido por los estudiantes de la muestra de estudio, durante la evaluación fue de 6,86 puntos. Lo que nos indica que el rendimiento académico de los estudiantes de en promedio fue desaprobatorio, y los ubica en la categoría deficiente. La Desviación Estándar (S) que presenta es de 2,55 expresan que la distribución de frecuencias de los puntajes es moderada en torno a sus respectivos promedios.

### **3.2. Discusión De Los Resultados.**

Los resultados obtenidos se han discutido teniendo en cuenta el marco teórico científico, los objetivos, la hipótesis planteada y es como sigue:

Con la evaluación diagnostica del nivel de aprendizaje en el curso de matemática básica realizada al inicio de la presente investigación, se llegó a identificar, que de los estudiantes que conformaron la muestra de estudio, el 92,86%, se encontraron en la categoría deficiente en el logro de capacidades resultados que ratificados por la media aritmética desaprobatorias de 6,86 atribuible al deficiente desarrollo de las capacidades del curso, a la falta de una secuencia didáctica pertinente, falta de significatividad durante el desarrollo de las actividades del aprendizaje, ausencia de una contextualización de la matemática, uso de

métodos tradicionales no pertinentes, lo cual no permiten el desarrollo de las capacidades del curso.

Lo que nos presenta los resultados de la evaluación diagnóstica es que el aprendizaje en el curso de matemática básica evidenciado en el desarrollo de las capacidades: a) Matematiza situaciones, b) Comunica y representa ideas matemáticas, c) Elabora y usa estrategias, d) Razona y argumenta generando ideas matemáticas se encuentran en un nivel deficiente.

Matematizar situaciones, consistente en traducir los problemas reales al matemático y luego a utilizar conceptos y destrezas matemáticas para su resolución (matematización vertical). Para el desarrollo de esta capacidad se necesita incorporar situaciones didácticas problemáticas cercanas a los alumnos en una secuencia didáctica.

La capacidad de Comunica y representa ideas matemáticas abarca el comprender, desarrollar y expresar con precisión matemática las ideas, argumentos y procedimientos utilizados, así como sus conclusiones y además identificar, interpretar y analizar expresiones matemáticas escritas o verbales. Esto genera también que en la propuesta didáctica se considere estrategias didácticas que trabaje esta capacidad.

Elaborar estrategias es una de las capacidades ejes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, sin embargo en el proceso de enseñanza aprendizaje del curso de matemática al predominar un método demostrativo se limita el planteamiento de estrategias de resolución de problemas por parte de los alumnos, ya que el docente al plantear un proceso de enseñanza aprendizaje donde prima el método deductivo el alumno reproduce la estrategia ya elaborada por el docente. En la secuencia didáctica planteada se incorpora como un momento del aprendizaje la elaboración de estrategias de resolución de problemas matemáticos tratando de incorporar el denominado pensamiento plausible desarrollado por Polya.

La capacidad de razona y argumenta generando ideas matemáticas está referida al conjunto de acciones o actividades que un individuo pone en juego para justificar o explicar un resultado o para validar una conjetura nacida durante el

proceso de resolución de problemas. Dentro de la secuencia didáctica planteada en nuestra propuesta se debe considerar estrategias para que el alumno justifique y explique el resultado y explique el proceso seguido.

### **3.3.-Propuesta Didáctica para el aprendizaje del curso de matemática básica**

**1.-Título:** Secuencia Didáctica para el Aprendizaje de la Matemática Básica

#### **2.-Objetivos**

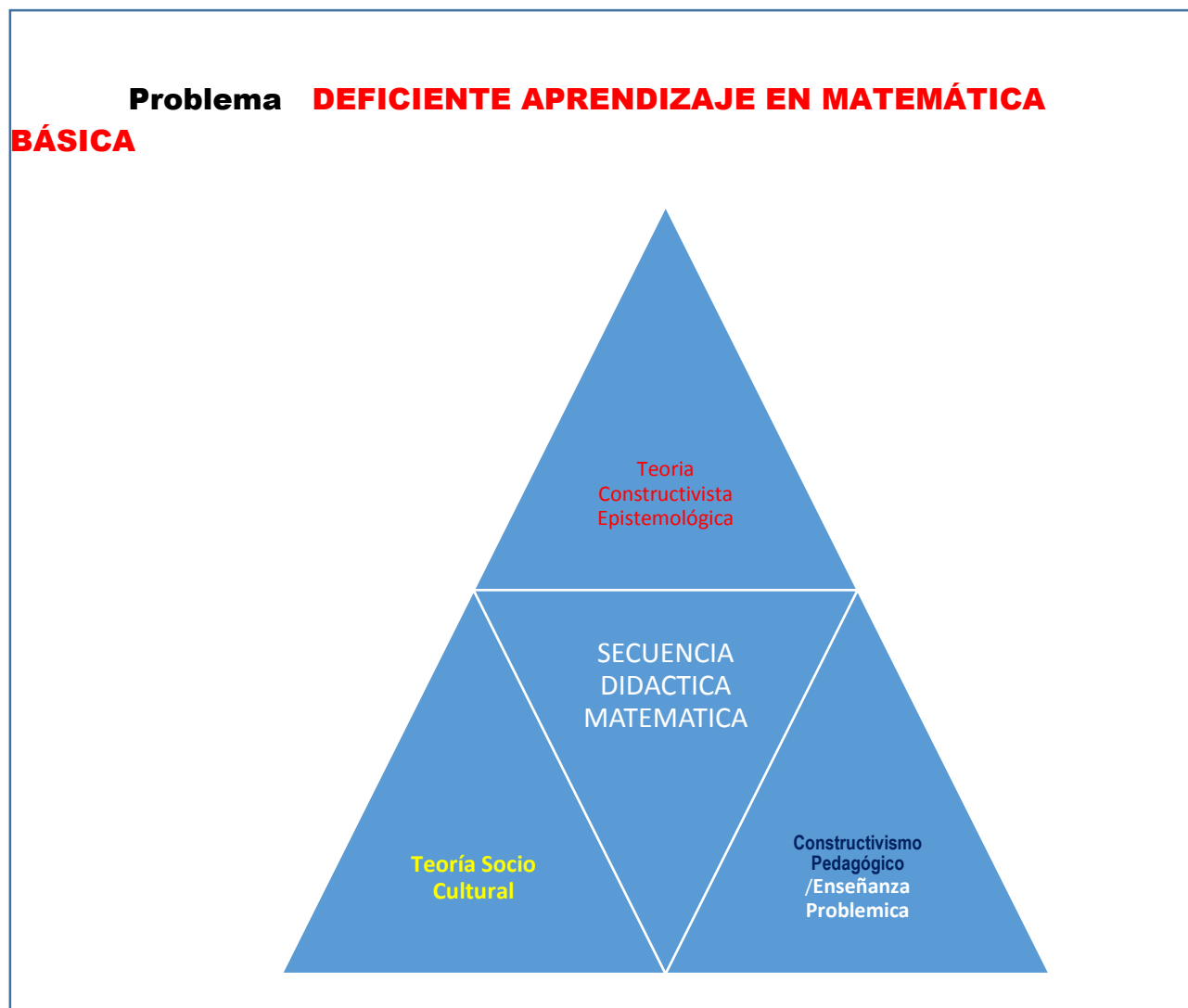
##### **General**

- Actúa y piensa matemáticamente en diferentes situaciones problemáticas utilizando las capacidades y conocimientos referidos a álgebra.

##### **Específicos**

- Matematiza situaciones utilizando los conocimientos del álgebra
- Comunica y representa ideas matemáticas de álgebra
- Elabora y usa estrategias para abordar las diferentes situaciones problemáticas
- Razona y argumenta generando ideas matemáticas

### 3.- Modelo Teórico de la Propuesta



### 4.-Fundamentación Teórica:

Nuestra propuesta centrada en una secuencia didáctica se fundamenta en una Teoría Constructivista a nivel epistemológico, en la Teoría Socio Cultural a nivel psicológico y en el constructivismo pedagógico. A nivel didáctico general en la Enseñanza Problemica, en la didáctica de la matemática en la Teoría de Resolución de Problemas de Polya.

**La teoría constructivista epistemológica** permite dar una explicación de cómo se produce el conocimiento, y de cuáles son las condiciones para que esta producción tenga lugar. El conocimiento es definido como...la puesta en relación de un sujeto cognoscente con un objeto de conocimiento, por la intermediación de una estructura operatoria. Esto significa que cada vez que se enuncia una proposición que traduce un saber se movilizan estos tres elementos —el sujeto, el objeto y la estructura. (Waldegg, 1998, pág. 16).

Plantea que el conocimiento tiene su origen en la acción mutua del individuo y de su medio (físico o social) y, entonces, en la experiencia del individuo; pero esta experiencia no es sólo la experiencia vivida, sino que incluye también la experiencia cognitiva.

**De la Teoría Socio cultural** se asume las premisas que el aprendizaje es un producto sociocultural, igualmente la ley de doble formación, donde se explica que el aprendizaje produce dos veces una a nivel interpsicológico y luego a nivel intrapsicológico. Se asume también el planteamiento de la zona de desarrollo próximo (referida a las acciones que en un primer momento sólo es posible de desarrollar en interacción con otras personas y luego lo podrá hacer en forma autónoma).

**En el constructivismo pedagógico** se asume el papel activo del estudiante en la construcción de su conocimiento. Esto implica una actividad intelectual del alumno como consecuencia del enfrentamiento entre situaciones nuevas y la experiencia previa. Además se asume la presencia de una situación problemática, entendida como una situación novedosa caracterizada en función de las hipótesis mencionadas, para lo cual:

- debe ser significativa para el estudiante porque se encuadra en contextos o circunstancias que les son familiares y atractivos y, por tanto, motivantes;
- el estudiante es capaz de resolverla a partir de sus conocimientos y estructuras cognitivas previas;
- representa un desafío intelectual porque, lejos de requerir de un algoritmo o de un procedimiento rutinario, es una situación diseñada para obligar al

estudiante a reestructurar sus conocimientos y explicaciones con el fin de dar solución al problema;

- da lugar a una modificación de las estructuras cognitivas previas del estudiante que le permite incluir, en las explicaciones originales, nuevos casos o contextos de aplicación de los conceptos involucrados.

Con la resolución de una situación problemática el estudiante genera un aprendizaje significativo ya que reconoce el nuevo conocimiento como medio de respuesta a una pregunta nueva.

El rol del docente en el aprendizaje de la matemática es de:

- Plantear situaciones didácticas significativas para el alumno lo cual “exige” conocer bien a sus estudiantes.
- Motivar discusiones y debates con la finalidad de lograr el involucramiento de los alumnos en la resolución de las situaciones de aprendizaje;
- Aclarar las ideas, afirma los conceptos, proporciona terminología y presenta la formalización requerida por el conocimiento matemático establecido;
- Plantear contextos diferentes que admiten similares matematizaciones y que permiten ampliar el campo de significados del concepto en cuestión.
- Debe respetar el ritmo natural de la actividad cognitiva de sus estudiantes y, por el otro, debe cubrir los contenidos conceptuales que la sociedad ha determinado como los mínimos necesarios para la formación del futuro ciudadano.

El modelo propuesto rescata el planteamiento que sostiene que el Proceso de Enseñanza de la Matemática debe tener como eje la resolución de situaciones problemáticas.

Los planteamientos de Polya asumidos en nuestra propuesta están referido al propósito del maestro en la conducción del Proceso de Enseñanza Aprendizaje, en el razonamiento plausible como complementario del razonamiento demostrativo, así como las etapas generales que toda resolución de problemas debe considerar. Estas son

- Entendimiento del problema. Estrategias que ayudan a entender las condiciones del problema, el estudiante identifica los datos o condiciones.
- Diseño de un plan. El estudiante construye un plan de solución donde piensa en un problema conocido para relacionarlo con el que tiene, luego simplificar el problema buscando un patrón que ayuden a llevarnos por el camino adecuado, escogiendo una idea o ideas de solución.
- Ejecución del plan. Se ejecuta la idea escogida para resolver el problema.
- Analizar o evaluar la solución obtenida. La solución obtenida se comprueba si es la correcta. (Santos, 1997, pág. 16).

## **5.-La Secuencia Didáctica.**

### **1.- Situación Problemática**

Es la situación didáctica donde se presenta un problema de la vida real conocida por el estudiante y que involucra implícitamente el concepto matemático que se quiere introducir; esta debe ser planteada por el profesor. Por lo tanto es la etapa donde se crea un problema didáctico a partir de la transformación de un problema de la vida cotidiana.

La situación problemática planteada debe ser significativa para el estudiante para lo cual debe ser localizada en contextos o circunstancias que les son familiares y atractivos y, por tanto, motivantes. Debe generar un conflicto cognitivo, para lo cual se plantea como un desafío que “obligue” al estudiante a reestructurar sus conocimientos y explicaciones con el fin de dar solución al problema.

Se utiliza la exposición problemática como método principal así como la conversación heurística.

### **2.- Análisis Problemático**

El análisis es entendido como un examen detallado de una cosa para conocer sus características o cualidades, o su estado, y extraer conclusiones, que se realiza separando o considerando por separado las partes que la constituyen.

Por lo tanto en esta etapa se promueve el análisis de la situación problemática planteada, para lo cual se trata de identificar la incógnita del problema, Reconocer los datos necesarios para la resolución del problema, comprender cuál es la condición y si la condición ¿es suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictorio?, recogiendo los planteamientos de Polya.

Se utiliza la conversación heurística y la exposición problémica así como el método de búsqueda parcial para descomponer el problema de cierta complejidad, en subproblemas más sencillos.

### **3.-Elaboración de un Plan**

Esta etapa respeta los planteamientos de George Polya en la etapa de concebir un plan o diseño de un plan. Aquí se elabora hipótesis y conjeturas que nos parecen acertadas, el docente desarrolla un proceso inductivo.

Este momento de aprendizaje el estudiante construye un plan de solución donde piensa en un problema conocido para relacionarlo con el que tiene, luego simplificar el problema buscando un patrón que ayude a solucionar el problema.

El maestro guiara a que el estudiante estimulando sus estructuras previas referidas a: encontrar problemas semejantes que haya sido abordado anteriormente, conocer algún teorema que pueda ser útil, usar problemas análogos.

Se usa la conversación heurística, igualmente se propicia el uso del método investigativo para buscar ya sea individual o grupalmente problemas análogos que ya han sido resueltos por la ciencia, el método de búsqueda parcial y la exposición problémica.

Las interrogantes de Polya pueden ser usadas como referencias:

- ¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría Plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones
- Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una Parte del problema? Considere sólo



una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita o los datos o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí? ¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

#### **4.- Desarrollo del Plan**

En esta etapa se promueve el desarrollo de estrategias planteadas por parte de los alumnos en la etapa anterior para resolver la situación problemática. Se valora el ensayo y el error, el profesor usa la conversación heurística, la exposición problemática, la interrogación dirigida.

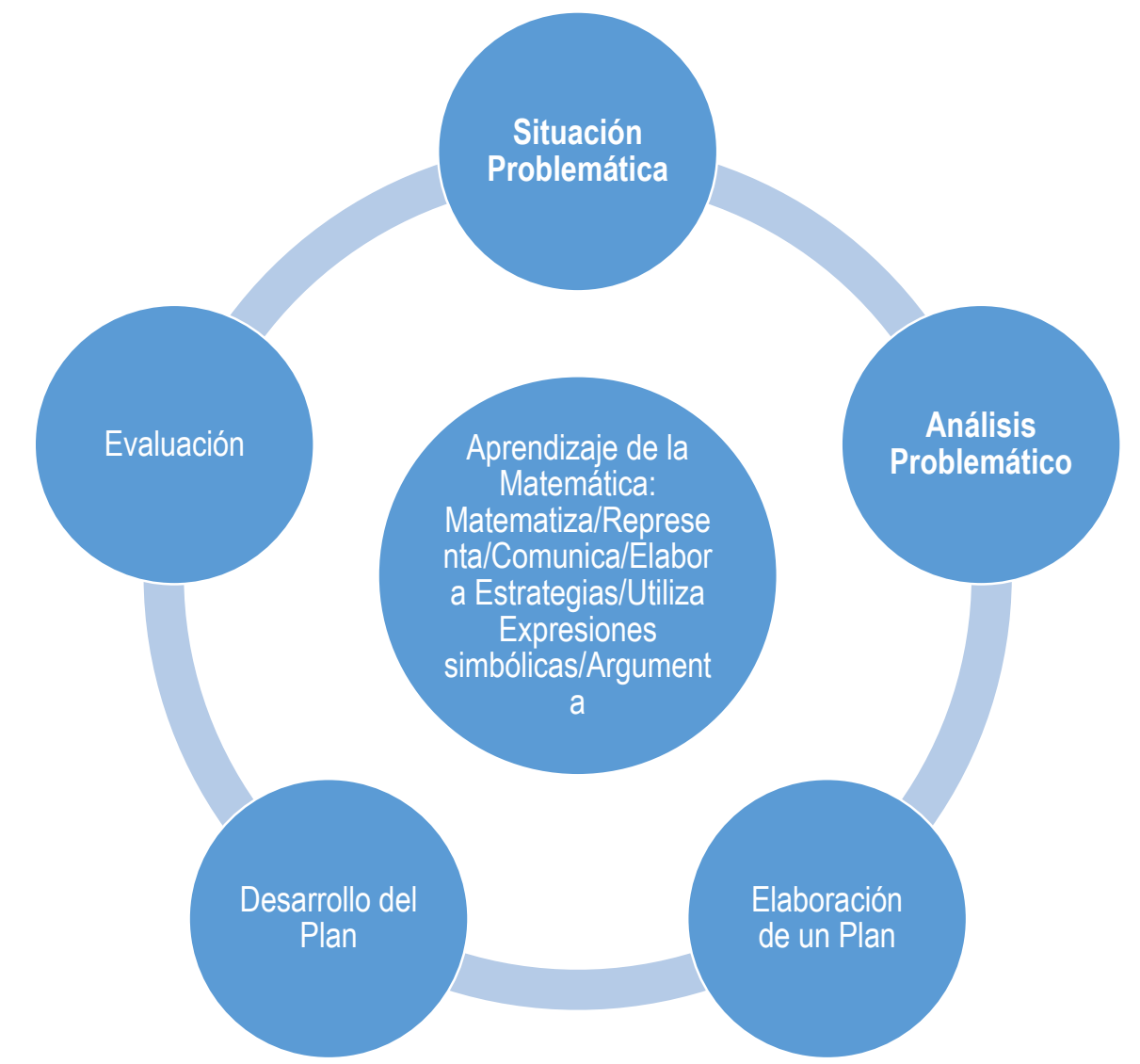
El docente realiza un cierre teórico se formaliza el concepto matemático usado en forma empírica mediante la terminología indicada y su puesta en relación con otros conceptos conocidos por el estudiante.

#### **5.- Evaluación**

En este momento se compara el resultado del aprendizaje con el objetivo planteado, para lo cual se ve si la situación problemática fue resuelta en forma adecuada, se revisa los procedimientos aplicados. Se analiza si se realizó un proceso de asimilación pertinente.

Igualmente se puede usar la etapa de revisión que plantea Polya para ver si el resultado puede ser verificado, si se puede verificar el razonamiento. Si bien es cierto la evaluación debe ser global por todos los actores que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje se hace énfasis en la autoevaluación.

Finalmente el alumno plantea una nueva situación problemática con las características mencionadas en la fase inicial de esta secuencia, con la finalidad de transferir lo aprendido, demostrando lo aprendido.



#### **IV. CONCLUSIONES.**

- 4.1.** Se ha determinado que el nivel de desarrollo del aprendizaje de del curso de Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC 2016 es deficiente.
- 4.2.** Se consiguió diseñar una propuesta de una Secuencia Didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica para contribuir en la mejora aprendizaje del curso Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC 2016
- 4.3.** Se ha logrado elaborar, fundamentar la Secuencia Didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica para contribuir en la mejora aprendizaje del curso Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC 2016
- 4.4.** La propuesta de una Secuencia Didáctica basada en la Teoría Constructivista, la Teoría Socio Cultural, la Teoría de Resolución de Problemas de George Polya y la Enseñanza Problémica es una alternativa para contribuir en la mejora aprendizaje del curso Matemática Básica en los estudiantes del I Ciclo de la Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC 2016.

## **V. RECOMENDACIONES.**

- 5.1.** La Escuela de Ingeniería Ambiental debe promover el desarrollo de la propuesta de secuencia didáctica elaborado, el cual puede servir de guía en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje del curso de Matemática Básica, considerando además que la mayoría de los docentes responsables de estos cursos no tienen una formación pedagógica.
- 5.2.** La Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC debería asumir la Propuesta de secuencia didáctica elaborado para fomentar la mejora del aprendizaje de los estudiantes del primer ciclo.
- 5.3.** Iniciar un proceso de difusión y discusión por parte de la dirección de Escuela de Ingeniería Ambiental de la UNC entre los docentes adscritos a la misma para ver la pertinencia de la propuesta en otros cursos.

## VI.-REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Armenta, M & Larios, I & Urrea, M. (2010). *Las matemáticas y su enseñanza en la escuela secundaria III*,. México DF: Secretaría de Educación Pública.
- Baquero, R. (2013). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Buenos Aires: AIQUE.
- Barrantes, H. (2006). Matemática y Razonamiento Plausible. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 1(1), 1-9.
- Chavez, A. (2001). Implicaciones educativas de la Teoría Sociocultural de Vigotsky. *Educación*, 59-65.
- Dirección Regional de Educación de Cajamarca. (2016). *Plan Operativo Institucional – POI 2016*. Cajamarca: Dirección regional de Educación de Cajamarca.
- El comercio. (martes 3 de Diciembre de 2013). Perú Ocupa el último Lugar en Comprensión Lectora, Matemática y Ciencias. *El comercio*.
- Eurydice. (2011). *La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales*. España: Subdirección General de Documentación y Publicaciones.Ministerio de Educación Cultura y Deporte.
- Flores, M. (2000). *Teorías Cognitivas y Educación*. Lima, Perú: San Marcos.
- Flores, P. (2017). *Universidad de Granada*. Recuperado el 25 de mayo de 2017, de <http://www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf>
- García, E. (2003). *Vigosky.La Construcción Histórica de las Psique*. México DF: Trillas S.A. .
- Hernández , R & Reyna , M. (2013). Ejemplos de utilización de la enseñanza problemática en la matemática. *Aula Universitaria*(15), 69-77.
- Herrera, N & Montenegro, W & Poveda, S &. (febrero-mayo de 2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*(35), 254-287. Recuperado el 15 de febrero de 2016, de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/viewFile/361/676>

- Lamas, H. (2010). Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas. *Revista Athenea*, 259-328.
- LEY N° 30220. (9 de julio de 2014). *Ley Universitaria*. Lima, Perú: Diario Oficial El Peruano.
- Linares, A. (28 de setiembre de 2013). ¿Por qué somos tan malos en matemáticas? *El Tiempo*, pág. s/p.
- Markiewicz, M. (2004). Algunas preguntas de investigación acerca del Razonamiento Plausible desde la perspectiva del enfoque ontológico - semiótico. *Primer Congreso Internacional sobre Aplicaciones y Desarrollos de la Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas* (págs. 1-8). Jaén: Universidad de Jaén.
- Ministerio de Educación. (2014). *El rol de la evaluación de programas en las políticas públicas: El caso del proyecto piloto Textos de Singapur*. Santiago de Chile: Centro de Estudios.MINEDUC.
- Ministerio De Educación Nacional De Colombia. (2014). *Documento Orientador Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos matemáticamente competentes*. Bogotá: Ministerio De Educación Nacional De Colombia.
- Moll, L. (1993). *Vygotsky y la educación* . Buenos Aires: Aique.
- Municipalidad Provincial de Cajamarca. (2013). *Plan De Desarrollo Concertado (PDC) Provincia de Cajamarca al 2021*. Cajamarca: Municipalidad Provincial de Cajamarca.
- Municipalidad Provincial de Cajamarca. (13 de julio de 2016). *Municipalidad Provincial de Cajamarca*. Obtenido de <http://www.municaj.gob.pe/geografia.php>
- Municipalidad Provincial de Cajamarca A. (28 de agosto de 2016). *Municipalidad Provincial de Cajamarca*. Obtenido de <http://www.municaj.gob.pe/conquista.php>
- Núñez-Malherbe, R. (2003). La enseñanza problemática. Una estrategia didáctica coherente. *Renglones*(54).
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México DF: Trillas.

- Saénz, C. (2001). Sobre conjeturas y demostraciones en la enseñanza de las matemáticas. *Quinto Simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática* (págs. 47-62). Almería: Universidad Autónoma de Madrid.
- Santos, L. (1997). *Didácticas Lecturas. Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas*. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN (2º edición ed.). México: Grupo Editorial Iberoamericana S.A.
- Tobón, S & Pimienta, J & García, J. (2016). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. México D. F: Pearson.
- Unidad de Estadística. (2015). *Cajamarca ¿Cómo vamos en educación?* Cajamarca: Ministerio de Educación.
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la educación matemática. *EMA*, 4(1), 16-31.
- Wikipedia. (28 de agosto de 2016). *Wikipedia. La enciclopedia libre*. Obtenido de <https://es.wikipedia.org/wiki/Cajamarca>

# **ANEXOS**



## Anexo 1

### UNIVERSIDAD NACIONAL DE CAJAMARCA Escuela de Ingeniería Ambiental Examen de Matemática Básica

Nombre:..... Nota: .....

#### I. LÓGICA PROPOSICIONAL Y CUANTIFICACIONAL

1. El siguiente enunciado “No producimos bien o no ganamos clientes, además no ganamos clientes porque tenemos poca propaganda en los medios de comunicación, no producimos bien. Por lo tanto ganamos clientes” ¿Es una tautología?
2. Traducir a su forma simbólica y comprobar la validez del siguiente enunciado.  
“Luis es director de una empresa si tiene el mayor número de acciones; y si tiene el mayor número de acciones, o es economista o tiene mucho dinero. Ocurre que Luis tiene el mayor número de acciones. En consecuencia, o es un economista o tiene mucho dinero.”
3. A partir de las siguientes proposiciones:  
  
Todas las carnes que utilizamos en la producción de embutidos son de ave.  
  
Algunas carnes que utilizamos en la producción de embutidos son de pavo.  
  
Determine una proposición más simple.

#### II. ECUACIONES E INECUACIONES

4. El capital de Sonia invertir en el inicio de una empresa de artículos alimenticios es mayor en 1500 soles, que el cuadrado de un número “W” y menor en 800 soles que el cuadrado del número siguiente a “W”. ¿Cuál es el capital de Sonia?

5. El radio de un envase esférico mide aproximadamente 5 pulgadas. Determine una tolerancia en la medición que asegure un error menor que 0,01 pulgadas cuadradas en el valor de la superficie de la esfera.
6. Una fábrica de lácteos vende el galón de yogurt a S/. 27 cada uno. Si fabrica  $x$  galones cada día, entonces el importe del costo diario total de producción es  $x^2 - 23x + 96$  ¿Cuántos galones deberá vender cada día para obtener utilidades?
7. Se desea cercar un terreno para cultivo de fruta de forma rectangular para después dividirlo a la mitad con otra cerca. La verja para dividir cuesta S/3 por pie lineal, y la otra, S/6 por pie lineal. Si se desea que el área del terreno sea de 1800 pies cuadrados y el costo de la cerca sea inferior a S/.2310, ¿Cuáles son las restricciones sobre las dimensiones del terreno?

### III. RELACIONES Y FUNCIONES

8. En un mercado de verduras se adquieren tres cajas de tomate de diferentes tamaños, pequeño, mediano y grande. La caja grande contiene el doble que la mediana y la mediana 25 tomates más que la pequeña. Se ha comprado una caja de cada tamaño y en total hay 375 tomates. ¿Cuántos tomates hay en cada caja?
9. El volumen de un producto alimenticio elaborado a base de harina se pone en un molde y se lleva al horno, su volumen aumenta 2cm de altura por minuto. Si inicialmente su altura fue de 3cm ¿Cuál es la ecuación de la función que determina la altura después de  $t$  minutos? Grafícalo.
10. Supongamos que se disuelve azúcar en agua de tal modo que el azúcar  $n$  disuelta es  $F(t) = Ae^{kt}$  Siendo  $a$  la cantidad inicial de azúcar y  $t$  la cantidad de horas después de agregar el azúcar al agua . Si se agregaran 5 libras de azúcar y se disolvieran 2 libras en 2 horas. ¿Cuánto azúcar quedará sin disolver pasadas 6 horas?

**ANEXO 2**  
**FICHA DE OBSERVACIÓN**

N°	ITEMS	CRITERIO	
		SI	NO
1	Interpretar una solución matemática o un modelo matemático a la luz del contexto de una situación problemática.		
2	Hace representaciones simbólicas		
3	Comprender, desarrollar y expresar con precisión matemática las ideas, argumentos y procedimientos utilizados, así como sus conclusiones.		
4	Identificar, interpretar y analizar expresiones matemáticas escritas o verbales.		
5	Selección o elaboración de una estrategia para guiar el trabajo.		
6	Interpretar, evaluar y validar su procedimiento y solución matemáticos.		
7	Comprender, manipular y hacer uso de expresiones simbólicas—aritméticas y algebraicas—regidas por reglas y convenciones matemáticas, es decir, por una gramática específica de lenguaje matemático.		
8	Explicar procesos de resolución de situaciones problemáticas		
9	Justificar, es decir, hacer una exposición de las conclusiones o resultados a los que se haya llegado		
10	Verificar conjeturas, tomando como base elementos del pensamiento matemático.		