



**UNIVERSIDAD NACIONAL “PEDRO RUIZ GALLO”**

**FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y  
EDUCACIÓN**



**UNIDAD DE POSTGRADO**

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**“PROGRAMA DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICA PARA DESARROLLAR  
CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE NUMERACIÓN Y CÁLCULO EN LOS  
ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DEL NIVEL PRIMARIO EN EL ÁREA  
DE MATEMÁTICA DE LA I.E. VIRGEN DEL CARMEN DE ALTO TRUJILLO - EL  
PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD AÑO 2014”**

## **TESIS**

**PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN CIENCIAS  
DE LA EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PSICOPEDAGOGÍA COGNITIVA.**

**AUTOR**

**VILLACORTA VARAS JANE ROXANA.**

**ASESOR M. Sc. EVERT FERNANDEZ VASQUEZ**

**TRUJILLO- PERÚ 2014**

**“PROGRAMA DE INTERVENCIÓN PSICOPEDAGÓGICA PARA DESARROLLAR  
CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE NUMERACIÓN Y  
CÁLCULO EN LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DEL NIVEL  
PRIMARIO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LA I.E. VIRGEN DEL  
CARMEN DE ALTO TRUJILLO - EL PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD  
AÑO 2014”**

---

**VILLACORTA VARAS JANE ROXANA**

**AUTORA**

---

**M. Sc. EVERT FERNANDEZ VASQUEZ**

**ASESOR**

**Presentada a la Escuela de Postgrado de la Universidad Nacional Pedro Ruiz  
Gallo Para Obtener el Grado Académico de: MAESTRA EN CIENCIAS DE LA  
EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN PSICOPEDAGOGÍA COGNITIVA.**

**APROBADO POR:**

---

**Dr. FÉLIX LÓPEZ PAREDES**  
**PRESIDENTE**

---

**Dr. MANUEL BANCES ACOSTA**  
**SECRETARIO**

---

**Dra. MIRIAM VALLADOLID MONTENEGRO**  
**VOCAL**

**Trujillo - Perú, 2014**

## **DEDICATORIA**

Esta tesis se la dedico primeramente a nuestro Dios quién supo guiarme por el buen camino, darme fuerza para seguir adelante y no desmayar en las dificultades que se me presentaban, enseñándome a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad, ni desfallecer en el intento.

A mis hijos: Michael y Alessandro, por apoyarme en todas mis decisiones que he tomado y por ser el motivo; que me impulsa a progresar cada día más.

## **AGRADECIMIENTO**

Un eterno agradecimiento a esta prestigiosa universidad, por haberme brindado los conocimientos eficientes y necesarios para el desarrollo de mi carrera profesional; que me permitirá hacer frente a los retos que se presentarán.

Al Director de la I.E. “Virgen Del Carmen”, Alto Trujillo – El Porvenir quién me facilitó la realización de la presente investigación.

A los estudiantes y padres de familia del 2° grado de primaria quienes participaron en el desarrollo de recolección de datos, que fueron necesarios para el desarrollo y la culminación del presente estudio de investigación científica.

## INDICE

### RESUMEN

### INTRODUCCIÓN

### CAPÍTULO I: ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO

1.1. Ubicación	13
1.2. Evolución Histórica	14
1.3. Características actuales del objeto de estudios	19
1.4. Metodología	24

### CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Bases teóricas	25
2.1.1. Teoría Heurística de George Polya	25
2.1.2. Teoría cognitiva de Piaget	28
2.1.3. Enfoque teórico de Vidal y Manjón	61

### CAPÍTULO III: RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Análisis e interpretación de los datos	93
3.2. Propuesta Teórica	102

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones	112
Recomendaciones	113

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	114
----------------------------	-----

ANEXOS	116
--------	-----

## **RESUMEN**

Se realizó el presente trabajo de investigación con el objetivo de Aplicar un programa de intervención psicopedagógica basado en el modelo de George Polya, la teoría psicogenética de Piaget y el enfoque de Vidal y Manjón para desarrollar capacidades en la resolución de problemas matemáticos de numeración y cálculo en los estudiantes 2do grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo el Porvenir, región la Libertad. El diseño de investigación es cuasi experimental, para determinar el nivel de desarrollo de las capacidades de resolución de problemas matemáticos, se aplicó un test a una muestra de 20 estudiantes del segundo grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo el Porvenir, región la Libertad.

Los resultados confirman que a la aplicación del programa de intervención psicopedagógica ha contribuido sustancialmente a potenciar las capacidades en la resolución de problemas matemáticos de los alumnos del segundo grado de la Institución Educativa.

Palabras Claves: programa de intervención psicopedagógica, resolución de problemas matemáticos.

## **ABSTRACT**

This research was conducted with the objective of an intervention program based on the psychology model of George Polya, Piaget's psychogenetic theory and approach Vidal and Manjón in developing skills in mathematical problemsolving numbering calculation and 2nd grade students of primary education El Virgen del Carmen high Porvenir Trujillo, La Libertad region

The design is quasi-experimental research to determine the level of development of the capabilities of solving mathematical problems, one test was applied to a sample of 20 second graders of Primary Education S.I. Virgen del Carmen high Porvenir Trujillo, La Libertad region.

The results confirm that the implementation of psychoeducational intervention program has contributed substantially to strengthening the capacities in solving mathematical problems of second graders of School.

**Keywords:** psychoeducational intervention program, mathematical problem solving.

## INTRODUCCIÓN

Investigaciones históricas demuestran que la enseñanza de la aritmética se iniciaba en una fase temprana en la vida escolar, al mismo tiempo que la lectura y la escritura; se debe aclarar que las Matemáticas eran consideradas elementos importantes en la formación de los escribas y que la escuela respondía a las necesidades de esa sociedad, es decir, a las necesidades del momento histórico concreto, aunque estaba dirigida a grupos muy restringidos.

En la Antigüedad, partiendo de los puntos de vistas explicados y, en virtud de la finalidad didáctica del proceso de resolución de problemas matemáticos en esta época, se percibe un sentido utilitario de la matemática prehelénica frente a una óptica cosmológica de la griega, donde en esta la instrumentación de las concepciones giran en torno a la comprensión de los elementos que componen el orden existencial del hombre y su medio, aspecto que responde a las características propias del desarrollo de la ciencia y de la cosmovisión humana en relación con la existencia. Es, en estos casos, la resolución de problemas matemáticos un vehículo socio clasista de dominación en manos de los que ostentaban el poder.

La resolución de problemas en el ámbito de la modernidad condiciona una perspectiva logo lógica, donde el hombre y su personalidad, constituyen el centro de la problemática. La propia perspectiva humanista de la ciencia advierte la necesidad de acrecentar la preocupación por el hombre en la relación con sus similares y la sociedad, donde los procedimientos matemáticos constituyen



alternativas para satisfacer las demandas humanas e incrementar el éxito de la humanidad en el proceso de adaptación secular, social y cultural.

Sin embargo, no es hasta la década de los ochenta que se toman en cuenta, en los EE.UU., para su instrumentación en el contexto del aula las ideas de Pólya, sobre todo lo concerniente a las etapas en el proceso de resolución de problemas.

A modo de resumen, en todo el universo de la contemporaneidad perpetua la asunción lógico lógica constituyendo el elemento directriz de las pretensiones formativas cimentadas en la resolución de los problemas matemáticos, pero esta vez las asunciones didácticas tienden al análisis del rol dinámico y activo de los sujetos cognoscentes como resolutores de problemas, a partir de la preocupación, no solo por problemas relacionados con la enseñanza, sino, y esto es de suma importancia, por cuestiones que abordan el fenómeno del aprendizaje y su significación; factores estos devenidos en un conjunto de modelos que, aunque no resuelven en su totalidad los problemas existentes, condicionan una mayor racionalidad a las intenciones formativas y didácticas de la Matemática. En tal dirección cabe mencionar los trabajos de Zilmer (1989) y Sigarreta et al (2003, 2004, 2005).

La presente investigación tiene como propósito Aplicar un programa de intervención psicopedagógica basado en el modelo de George Polya, la teoría psicogenética de Piaget y el enfoque de Vidal y Manjón para desarrollar

capacidades en la resolución de problemas matemáticos de numeración y cálculo en los estudiantes 2do grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen d Del Carmen de Alto Trujillo el Porvenir, región la Libertad.

Los objetivos específicos de la presente investigación se centran en:

- ✦ Diagnosticar el nivel desarrollo de la capacidad de resolución de problemas matemáticos de numeración y cálculo, mediante un test de aptitud matemática.
- ✦ Estructurar el sustento teórico de la investigación, fundamentando la capacidad de resolución de problemas matemáticos, desde el modelo de George Polya, la teoría de Piaget y la teoría de Vidal y Manjón.
- ✦ Diseñar el programa de intervención psicopedagógica, para desarrollar la capacidad de resolución de problemas matemáticos en numeración y cálculo.
- ✦ Evaluar los efectos que genera la aplicación del programa en la resolución de problemas matemáticos.

El Objeto de estudio es el proceso de enseñanza aprendizaje del área de matemática y el campo de acción es el Programa de intervención psicopedagógica, para el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas matemáticos de numeración y cálculo en los estudiantes del 2do grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo -El Porvenir, Región La Libertad.

La hipótesis a defender se plantea del siguiente modo: si se aplica un programa de intervención psicopedagógica basado en el modelo de George Polya, la teoría psicogenética de Piaget y el enfoque de Vidal y Manjón entonces se desarrollará las capacidades en la resolución de problemas matemáticos de numeración y cálculo en los estudiantes 2do grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo el Porvenir, región la Libertad.

Este estudio se divide en tres capítulos de la siguiente manera:

- El capítulo I contiene el análisis del objeto de estudio, en este capítulo se recoge la información general acerca de la evolución histórica tendencial del objeto de estudio, las características actuales del objeto de estudio y la metodología empleada durante el proceso de investigación.
- El capítulo II se desarrolla las diversas teorías que constituye la base de la propuesta teórica de la investigación.
- El capítulo III. Se desarrolla el análisis de los resultados de la investigación, la descripción del proceso y los resultados parciales y generales de la propuesta.

Como parte final del informe de la investigación, aparecen las conclusiones generales obtenidas a partir de la implementación, análisis y evaluación de la propuesta. De igual manera, se plantean algunas sugerencias de índole metodológica. Así mismo, se presentan los anexos respectivos.

## **CAPITULO I : ANÁLISIS DEL OBJETO DE ESTUDIO**

### **1.1. UBICACIÓN**

#### **A.- UBICACIÓN GEOGRÁFICA:**

Lugar: Centro Poblado de Alto Trujillo Manzana: "A"

Lote: 01

Sector: 05

Área: 14 869 m<sup>2</sup>

Distrito: El Porvenir

Provincia: Trujillo

Región: La Libertad

#### **B.- DE LA COMUNIDAD**

El Centro Poblado de Alto Trujillo - El Porvenir, se formó con la población damnificada, como consecuencia del "Fenómeno del Niño", en el año 1998, inicialmente la comunidad tenía las siguientes características: viviendas precarias a base de costales y esteras (incluyendo la institución educativa), sin servicios esenciales como: luz, agua y desagüe. Con el correr de los días, personas del pueblo, con iniciativa, se organizan a fin de mejorar sus condiciones de vida y a través de muchas gestiones con las autoridades municipales de El

Porvenir y Florencia de Mora, logran contar con luz y agua. Pero para la comunidad del Alto Trujillo, la Educación era una prioridad en el pueblo, y trabajaron para la creación de nuestra Institución llamada “Virgen Del Carmen”, para ello se designa un área de terreno de 14 869 m<sup>2</sup> para ser construida.

#### C.- DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA (FUNDACIÓN)

Mediante Acta del 6 de Julio de 1999 suscrita por el Alcalde Provincial de Trujillo, ingeniero José Murgia Zannier, la Dirección Regional de Educación La Libertad con la Dirección de la señorita Rosa América Neyra Orbegoso y el presidente de la República Alberto Fujimori Fujimori, tuvieron el compromiso de destinar el terreno de 14 869 metros cuadrados ubicado en la Mz.A Lote 1 Barrio 5 Centro Poblado Alto Trujillo – El Porvenir, en donde se debería construir un local escolar para brindar servicios educativos a la población existente en la zona.

La Institución educativa “Virgen del Carmen” se creó por necesidad ya que la población de Alto Trujillo venía creciendo, teniendo una demanda escolar para los niveles de educación primaria y secundaria; debido al desplazamiento de la población por efectos del fenómeno del niño producido en el año 1998, atendiendo a esta necesidad el Centro Educativo fue creado por R.D.R. N° 3387 del 5 de agosto de 1999; con la denominación de Colegio “Virgen Del Carmen” de Gestión Estatal en los dos niveles educativos; primaria y secundaria, siendo su primera Directora Sor María Petronila Dulón Pérez hasta el año 2001; en su inicio, Se contó con 09 secciones de nivel primario y 04 secciones de nivel secundario, atendiendo los grados de primero a tercero de secundaria.

A partir del 1º de marzo del 2002 hasta Julio 2013, nuestra institución educativa estuvo dirigida por el profesor, José Ranulfo Ushiñahua Morales, en calidad de director nombrado.

Posteriormente del periodo 2013- 2014, estuvo la dirección a cargo del Magister Alfredo López Echeverría en calidad de encargado.

## **1.2. EVOLUCIÓN HISTÓRICA TENDENCIAL DEL OBJETO DE ESTUDIO**

Investigaciones históricas demuestran que la enseñanza de la aritmética se iniciaba en una fase temprana en la vida escolar, al mismo tiempo que la lectura y la escritura; se debe aclarar que las Matemáticas eran consideradas elementos importantes en la formación de los escribas y que la escuela respondía a las necesidades de esa sociedad, es decir, a las necesidades del momento histórico concreto, aunque estaba dirigida a grupos muy restringidos.

De la lectura de un documento histórico en que se habla de uno de los reyes del tercer imperio de Ur en Mesopotamia se puede inferir que la finalidad fundamental de los problemas matemáticos propuestos era preparar al hombre para el cálculo. El soberano proclamaba muy orgulloso “Se sumar y restar a la perfección, soy diestro en calculo y en contabilidad”.

El término “heurística” surgió entre los más destacados matemáticos y pensadores de la antigüedad, posteriores a Sócrates y Platón. Tal era el nombre de una rama del saber bastante mal definida y que se relacionaba tanto con la lógica, como con la Filosofía o la Psicología. En los trabajos llegados hasta la actualidad se observa la exposición frecuente de métodos geométricos, pero raras veces sus detalles; todo ello tenía como objeto de estudio las reglas y métodos del descubrimiento e invención.

En resumen, en la Antigüedad, partiendo de los puntos de vistas explicados y, en virtud de la finalidad didáctica del proceso de resolución de problemas matemáticos en esta época, se percibe un sentido utilitario de la matemática prehelénica frente a una óptica cosmológica de la griega, donde en esta la instrumentación de las concepciones giran en torno a la comprensión de los elementos que componen el orden existencial del hombre y su medio, aspecto que responde a las características propias del desarrollo de la ciencia y de la cosmovisión humana en relación con la existencia. Es, en estos casos, la resolución de problemas matemáticos un vehículo socio clasista de dominación en manos de los que ostentaban el poder.

En la Edad Media, en la India, entre los siglos V-VII, las Matemáticas alcanzan un gran esplendor y su desarrollo estuvo ligado íntimamente con matemáticos de relieve como Aryabhata, Brahmagupta y Bhaskara. Los principales aportes de estos notables científicos se

pueden exponer en la resolución completa de la ecuación de segundo grado, la resolución de las ecuaciones indeterminadas y su aplicación a la solución de problemas prácticos.

Además, al igual que los “Elementos” del griego Euclides, en el que se sintetizó gran parte de la matemática de su época, los conocimientos de esta etapa fueron recogidos por Bhaskara en el siglo VII en su obra capital titulada “Sidhanta Ciromani”.

En la edad moderna destaca el filósofo y matemático R. Descartes (1596-1650). Este genio francés fue el fundador del racionalismo, que se formó como resultado de interpretar de manera unilateral el carácter lógico del conocimiento matemático, dado que la naturaleza universal y necesaria de este conocimiento le parecía a Descartes derivada de la naturaleza del intelecto mismo. El matemático asignó dentro del proceso de conocimiento un papel extraordinario a la deducción, basada en axiomas, alcanzables por vía intuitiva. Para obtener el conocimiento, él creó necesario ponerlo todo en duda, salvo la cognoscibilidad misma; este principio se manifiesta en su máxima: “pienso, luego existo”.

Considera Pólya que las palabras siguientes de Descartes describen el origen de las Reglas: “Cuando, en mi juventud, oí hablar de invenciones ingeniosas, trataba de saber si no podría inventarlas yo mismo, sin incluso leer al autor, así advertí que me conformaba a ciertas reglas.” (Pólya, G. 1945, p. 109).



La resolución de problemas en el ámbito de la modernidad condiciona una perspectiva logo lógica, donde el hombre y su personalidad, constituyen el centro de la problemática. La propia perspectiva humanista de la ciencia advierte la necesidad de acrecentar la preocupación por el hombre en la relación con sus similares y la sociedad, donde los procedimientos matemáticos constituyen alternativas para satisfacer las demandas humanas e incrementar el éxito de la humanidad en el proceso de adaptación secular, social y cultural.

El mismo autor analiza la diferencia entre “heurística” y “heurística moderna” y expone, en lo fundamental, que en la segunda se trata de: comprender el método que conduce a la solución del problema, en particular las operaciones mentales tópicamente útiles en este proceso. Un estudio serio de la heurística debe tener en cuenta el trasfondo tanto lógico como psicológico”. (Pólya, G. 1945, pp. 113-114)

Sin embargo, no es hasta la década de los ochenta que se toman en cuenta, en los EE.UU., para su instrumentación en el contexto del aula las ideas de Pólya, sobre todo lo concerniente a las etapas en el proceso de resolución de problemas.

Es importante resaltar que los trabajos de Pólya y Hadamard aparecieron en el mismo año y que abrieron el camino para la

formalización de conceptos utilizados en la enseñanza de las Matemáticas. Por ejemplo, el concepto problema.

En el campo de la Didáctica de la Matemática aparecieron diferentes criterios en relación con lo que es un problema, al aparecer, en muchos casos, por la interferencia semántica mezclado con el término de ejercicio. La escuela de Didáctica de las Matemáticas de la antigua R.D.A elaboró una clasificación de los ejercicios, tomando como base el grado de abstracción en el reflejo de los elementos y relaciones. Como concepto superior tomó los ejercicios matemáticos propuestos a los alumnos, los cuales se subdividen en dos conceptos subordinados: ejercicios de aplicación (los que tienen su origen en la práctica) y ejercicios contruidos (aquellos que se conciben con fines didácticos, o sea, para ejercitar, profundizar, aplicar, asegurar las condiciones previas, entre otros).

A modo de resumen, en todo el universo de la contemporaneidad perpetua la asunción lógico lógica constituyendo el elemento directriz de las pretensiones formativas cimentadas en la resolución de los problemas matemáticos, pero esta vez las asunciones didácticas tienden al análisis del rol dinámico y activo de los sujetos cognoscentes como resolutores de problemas, a partir de la preocupación, no solo por problemas relacionados con la enseñanza, sino, y esto es de suma importancia, por cuestiones que abordan el

fenómeno del aprendizaje y su significación; factores estos devenidos en un conjunto de modelos que, aunque no resuelven en su totalidad los problemas existentes, condicionan una mayor racionalidad a las intenciones formativas y didácticas de la Matemática. En tal dirección cabe mencionar los trabajos de Zilmer (1989) y Sigarreta et al (2003, 2004, 2005).

### **1.3. CARACTERISTICAS ACTUALES DEL OBJETO DE ESTUDIO Sin**

embargo; conocemos que en los últimos años se ha encontrado de manera consistente que el rendimiento de los estudiantes peruanos en pruebas estandarizadas de matemática ha sido, en general, bajo. Así, el estudio realizado por la UNESCO en doce países de Latinoamérica mostró a los estudiantes peruanos de tercer grado de primaria en el último lugar y a los de cuarto grado en el penúltimo lugar. Las razones por las que esto ocurre han sido poco estudiadas, pero entre ellas se podría citar las oportunidades de aprendizaje, que han mostrado ser, en otros contextos, importantes variables explicativas del rendimiento escolar.

Sin embargo, Perú no solo obtuvo puntajes muy lejanos a este promedio, sino que ocupó el último lugar en todas las categorías. 368, 373 y 384 fueron las notas que obtuvo, todas superadas por los otros 64 países participantes de la evaluación.

Perú también ha participado en las evaluaciones del 2001 y el 2009. En esta última prueba, ocupamos el penúltimo lugar en ciencia y el antepenúltimo lugar en matemática y comprensión lectora. Estos resultados de las evaluaciones que se han realizado en el país constituyen una importante información acerca de las fortalezas, dificultades y necesidades del sistema educativo, que deben ser considerados para formular cualquier propuesta que apunte a una educación de calidad; en este caso es preocupante constatar que la mayoría de niños no resuelven problemas matemáticos sencillos, consecuentemente no maneja las estrategias de aprendizaje necesarias para poder resolver sin dificultad los problemas matemáticos.

A nivel nacional, en el año 2014, el 26% de estudiantes alcanza el nivel satisfactorio. Esto representa un aumento de 9 puntos porcentuales en comparación con 2013. Las escuelas públicas y privadas han mejorado notoriamente en el 2014 respecto al 2013.

A nivel del segundo grado de primaria en el año 2014 el 25,9 % de alumnos se ubica en el nivel de logro satisfactorio, el 35,3 % en proceso y el 38,7 en inicio, como se puede apreciar aun es alto el porcentaje de alumnos que tiene dificultades para aprender matemática.

En todas las regiones del Perú, nuestros estudiantes aprendieron más que el año pasado. El crecimiento del 2014 fue el más alto que se ha registrado en los últimos 7 años, desde que existe esta medición.

En lo que concierne a la región La Libertad los resultados son los siguientes: en el nivel de logro satisfactorio se ubica el 21,8%, en proceso 34,5 y en inicio el 43,7, estos resultados revelan que hay un alto porcentaje de alumnos en la región que no logran los aprendizajes esperados en relación al promedio nacional.

Es una de las regiones que menos progreso ha experimentado en relación al año 2013 con solo 5,8 % en el área de matemática.

Estos resultados nos llevan a deducir que uno de los problemas relacionados a la insatisfacción en los aprendizajes está relacionados con el factor docente, requiere por tanto mayor capacitación en la parte didáctica y psicológica, porque uno de los aspectos que no se toman en cuenta en las capacitaciones es la parte emocional, ya que la insatisfacción de no lograr resultados genera estrés y por ende desmotivación tanto en los alumnos como en los docentes.

En lo que respecta al currículo, se llega a una interesante conclusión: las capacidades, para cuyo desarrollo se ofrecieron más oportunidades de aprendizaje, son aquellas relacionadas con los números naturales, que tradicionalmente son uno de los contenidos

básicos más trabajados en el aula. En contraposición, las capacidades, para cuyo desarrollo se ofrecieron menos oportunidades de aprendizaje, son las referidas a organización de datos y organización del espacio.

Uno de los problemas que atraviesa actualmente el Perú, es la crisis en la educación: enseñanza aprendizaje de las matemáticas específicamente en la resolución de problemas. La mayoría de los profesores en el nivel primario enseñan la resolución de problemas matemáticos de una forma rutinaria, expositiva y tediosa; no aplican métodos, técnicas, ni estrategias de aprendizaje heurísticas y aún siguen en el modelo tradicionalista, no se preocupan por su capacitación e Innovación en sus formas de enseñar, todo esto repercute en el aprendizaje de los alumnos porque se observa que, un alto porcentaje tienen bajo nivel de aprendizaje en el área de matemática.

De lo descrito anteriormente se observa en los estudiantes del segundo grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo - El Porvenir, región La Libertad. Deficiencias en Resolución de problemas en numeración y cálculo el cual se

manifiesta en:

- Uso inadecuado de operaciones de cálculo, numeración, y razonamiento.

- Dificultades para comprender problemas en diversos contextos.
- Dificultades para elaborar y adaptar estrategias haciendo uso de los números, patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.
- Dificultades para aplicar estrategias para solución de problemas.
- Dificultad para argumentar el uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.

Se observa que los estudiantes del 2do grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo - El Porvenir, región La Libertad, tienen dificultades para la resolución de problemas matemáticos en numeración y cálculo además se evidencia la necesidad para abordar problemas, aplicar diversas estrategias, explicar los procesos seguidos y comunicar los resultados obtenidos, debido a inadecuadas estrategias psicopedagógicas por parte de los docentes del área, generando un bajo rendimiento académico e insatisfacción en los alumnos.

Esto nos conduce a realizarnos la siguiente pregunta:

¿Qué efectos produce el programa de intervención psicopedagógica basado en el modelo de Polya, la teoría psicogenética de Piaget y el enfoque de Vidal y Manjón en el desarrollo de capacidades para

resolver problemas matemáticos con números naturales en los estudiantes del 2do grado de

Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo - El Porvenir, ¿región La Libertad?

#### **1.4. METODOLOGÍA**

Esta investigación se encuentra enmarcado dentro de la investigación cuasi experimental con un solo grupo aplicando pre test y post test que me permitirá resolver la situación problemática. La población de la presente investigación es de 20 estudiantes del segundo grado de Educación Primaria de la I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo - El Porvenir, región la Libertad. Por ser la población pequeña se trabajará con una población muestral.

Los métodos teóricos aplicados en la presente investigación fueron el método inductivo y deductivo, lógico. El método empírico estuvo relacionado al recojo de información a través de la aplicación de un pre test y un post test a los estudiantes de segundo grado de educación primaria.

## **CAPÍTULO II : MARCO TEÓRICO**

### **2.1. BASES TEÓRICAS.**

#### **2.1.1. EL MÉTODO DE GEORGE POLYA: ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

George Polya en sus estudios estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados



matemáticos. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su **método de cuatro pasos**:

1. Entender el problema.
2. Configurar un plan
3. Ejecutar el plan
4. Mirar hacia atrás

La más grande contribución de Pólya en la enseñanza de las matemáticas es su Método de Cuatro Pasos para resolver problemas. A continuación, presentamos un breve resumen de cada uno de ellos.

#### **Paso 1: Entender el Problema.**

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos? ○ ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

#### **Paso 2: Configurar un Plan.**

¿Puedes usar alguna de las siguientes estrategias? (Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final).

- Ensayo y Error (Conjeturar y probar la conjetura).
- Usar una variable.
- Buscar un Patrón
- Hacer una lista.
- Resolver un problema similar más simple.
- Hacer una figura.
- Hacer un diagrama   ○ Usar razonamiento directo.
- Usar razonamiento indirecto.
- Usar las propiedades de los Números.
- Resolver un problema equivalente.
- Trabajar hacia atrás.
- Usar casos   ○ Resolver una ecuación   ○ Buscar una fórmula.
- Usar un modelo.
- Usar análisis dimensional.
- Identificar sub-metas.
- Usar coordenadas.
- Usar simetría.

### **Paso 3: Ejecutar el Plan.**

- Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.

- Concédete un tiempo razonable para resolver el problema.  
Si no tienes éxito solicita una sugerencia o haz el problema a un lado por un momento (¡puede que "se te prenda el foco" cuando menos lo esperes!).
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

#### **Paso 4: Mirar hacia atrás.**

- ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?
- Comúnmente los problemas se enuncian en palabras, ya sea oralmente o en forma escrita. Así, para resolver un problema, uno traslada las palabras a una forma equivalente del problema en la que usa símbolos matemáticos, resuelve esta forma equivalente y luego interpreta la respuesta.

#### **2.1.2. TEORÍA DEL DESARROLLO COGNOSCITIVO DE PIAGET**

Según Meece, J. (2000) Piaget influyó profundamente en nuestra forma de concebir el desarrollo del niño. Antes que propusiera su teoría, se pensaba generalmente que los niños eran organismos pasivos, plasmados y moldeados por el ambiente. Piaget nos enseñó que se comportan como.

pequeños científicos que tratan de interpretar el mundo. Tienen su propia lógica y formas de conocer, las cuales siguen patrones predecibles del desarrollo, conforme van alcanzando la madurez e interactúan con el entorno. Se forman representaciones mentales y así operan e inciden en él, de modo que se da una interacción recíproca. (p 101)

Piaget fue uno de los primeros teóricos del constructivismo en psicología. Pensaba que los niños construyen activamente el conocimiento del ambiente usando lo que ya saben e interpretando nuevos hechos y objetos. La investigación de Piaget se centró fundamentalmente en la forma en que adquieren el conocimiento al ir desarrollándose. En otras palabras, no le interesaba tanto lo que conoce el niño, sino cómo piensa en los problemas y en las soluciones. Estaba convencido de que el desarrollo cognoscitivo supone cambios en la capacidad del niño para razonar sobre su mundo.

Piaget fue un teórico de fases que dividió el desarrollo cognoscitivo en cuatro grandes etapas: etapa sensoria motora, etapa preoperacional, etapa de las operaciones concretas y etapa de las operaciones formales.

En cada etapa se supone que el pensamiento del niño es cualitativamente distinto al de las restantes. Según Piaget, el desarrollo cognoscitivo no sólo consiste en cambios cuantitativos

de los hechos y de las habilidades, sino en transformaciones radicales de cómo se organiza el conocimiento. Una vez que el niño entra en una nueva etapa, no retrocede a una forma anterior de razonamiento ni de funcionamiento.

Piaget propuso que el desarrollo cognoscitivo sigue una secuencia invariable. Es decir, todos los niños pasan por las cuatro etapas en el mismo orden. No es posible omitir ninguna de ellas. Las etapas se relacionan generalmente con ciertos niveles de edad, pero el tiempo que dura una etapa muestra gran variación individual y cultural. En una sección posterior examinaremos las características cognoscitivas de cada una.

#### **2.1.2.1. EL DESARROLLO COMO CAMBIO DE LAS ESTRUCTURAS DEL CONOCIMIENTO.**

Piaget pensaba que todos, incluso los niños, comienzan a organizar el conocimiento del mundo en lo que llamó esquemas. Los esquemas son conjuntos de acciones físicas, de operaciones mentales, de conceptos o teorías con los cuales organizamos y adquirimos información sobre el mundo. El niño de corta edad conoce su mundo a través de las acciones físicas que realiza, mientras que los de mayor edad pueden realizar operaciones mentales y usar sistemas de símbolos (el lenguaje, por ejemplo). A medida que el niño va pasando por las etapas; mejora su capacidad

de emplear esquemas complejos y abstractos que le permiten organizar su conocimiento. El desarrollo cognoscitivo no consiste tan sólo en construir nuevos esquemas, sino en reorganizar y diferenciar los ya existentes.

Dos principios básicos, que Piaget llama funciones invariantes, rigen el desarrollo intelectual del niño. El primero es la organización que, de acuerdo con Piaget, es una predisposición innata en todas las especies. Conforme el niño va madurando, integra los patrones físicos simples o esquemas mentales a sistemas más complejos. El segundo principio es la adaptación. Para Piaget, todos los organismos nacen con la capacidad de ajustar sus estructuras mentales o conducta a las exigencias del ambiente.

Piaget utilizó los términos asimilación y acomodación para describir cómo se adapta el niño al entorno. Mediante el proceso de la asimilación moldea la información nueva para que encaje en sus esquemas actuales. Por ejemplo, un niño de corta edad que nunca ha visto un burro lo llamará caballito con grandes orejas. La asimilación no es un proceso pasivo; a menudo requiere modificar o transformar la información nueva para incorporarla a la ya existente. Cuando es compatible con lo que ya se conoce, se alcanza

un estado de equilibrio. Todas las partes de la información encajan perfectamente entre sí. Cuando no es así habrá que cambiar la forma de pensar o hacer algo para adaptarla. El proceso de modificar los esquemas actuales se llama acomodación. En nuestro ejemplo, el niño formará otros esquemas cuando sepa que el animal no era un caballito, sino un bulto. La acomodación tiende a darse cuando la información discrepa un poco con los esquemas. Si discrepa demasiado, tal vez no sea posible porque el niño no cuenta con una estructura mental que le permita interpretar esta información. De acuerdo con

Piaget, los procesos de asimilación y de acomodación están estrechamente correlacionados y explican los cambios del conocimiento a lo largo de la vida.

¿Se le ocurre un caso de asimilación y acomodación tomado de sus experiencias de aprendizaje? Al leer este libro, estará utilizando lo que ya sabe del desarrollo del niño para entender la información nueva. Pero quizá habrá de modificar algunas de sus ideas a medida que vaya adquiriendo más información. Por ejemplo, quizá haya aprendido en algún otra parte que los lactantes no pueden realizar el pensamiento simbólico. Como verá más adelante, la teoría de Piaget nos dice que durante el segundo año de vida empieza a emerger una forma de pensamiento

simbólico. Por tanto, para lograr una comprensión más profunda de la infancia, habrá de modificar su conocimiento actual del desarrollo del lactante para incorporar (acomodar) la información nueva.

#### **2.1.2.2. ETAPAS DEL DESARROLLO.**

##### **ETAPA SENSORIOMOTORA (DEL NACIMIENTO A LOS 2 AÑOS).**

Durante el periodo sensorio motor, el niño aprende los esquemas de dos competencias básicas: 1) la conducta orientada a metas y 2) la permanencia de los objetos. Piaget los consideraba las estructuras básicas del pensamiento simbólico y de la inteligencia humana.

**Adquisición de la conducta orientada a metas.** Una característica distintiva del periodo sensoriomotor es la evidente transición del lactante de la conducta refleja a las acciones orientadas a una meta. Al momento de nacer, su comportamiento está controlado fundamentalmente por reflejos. El niño nace con la capacidad de succionar, de asir, de llorar y de mover el cuerpo, lo cual le permite asimilar las experiencias físicas. Por ejemplo, aprende a diferenciar los objetos duros y blandos succionándolos. En los primeros meses de vida incorpora nuevas conductas a estos esquemas reflejos. Así, la succión del pulgar no pertenece a este tipo de acciones. Es un hecho fortuito que, una vez



descubierto, repite una y otra vez porque le procura una sensación placentera. Lo inicia con un objeto concreto en mente. A esta clase de acciones intencionales o propositivas Piaget las llama reacciones circulares.

Al final del primer año, comienza a prever los eventos y para alcanzar esas metas combina las conductas ya aprendidas. En esta fase, ya no repite hechos accidentales, sino que inicia y selecciona una secuencia de acciones para conseguir determinada meta. Piaget observó por primera vez esta secuencia cuando colocó bajo una almohada el juguete favorito de su hijo de 10 meses. El niño hizo una pausa, de un golpe la arrojó a un lado.

Combinó varias acciones para conseguir lo que quería. La secuencia conductual comenzó a partir de un objetivo determinado.

Al final de la etapa sensoriomotora, el niño comienza a probar otras formas de obtener sus metas cuando no logra resolver un problema con los esquemas actuales (observar, alcanzar y asir). Por ejemplo, si el juguete está fuera de su alcance debajo del sofá, posiblemente intente acercarlo con un objeto largo o gatee hasta la parte posterior del mueble. En vez de continuar aplicando los esquemas actuales, el

niño ya puede construir mentalmente nuevas soluciones de los problemas. Según Piaget, la invención de nuevos métodos para resolverlos caracteriza el inicio de la conducta verdaderamente inteligente. Aunque los niños continúan resolviendo problemas por ensayo y error durante muchos más años, parte de la experimentación se realiza internamente mediante la representación mental de la secuencia de acciones y de las metas.

### **Desarrollo de la permanencia de los objetos.**

Otro logro importante que ocurre en el periodo sensoriomotor es la permanencia de los objetos. Es el conocimiento de que las cosas siguen existiendo aun cuando ya no las veamos ni las manipulemos. Los adultos sabemos que el zapato extraviado continúa existiendo a pesar de que no podamos verlo. Buscamos en el clóset, debajo de la cama y, finalmente, lo hallamos debajo del sofá de la sala. Los lactantes se comportan de modo distinto cuando los objetos desaparecen de su vista. Lo hacen como si hubieran dejado de existir.

Puede estudiarse en varias formas el concepto que el niño tiene de la permanencia de los objetos. Como se explica aquí, una consiste en esconder su juguete favorito desde una almohada o de una sábana mientras él mira. Los niños de corta edad (de 1 a 4 meses) siguen con la vista el objeto

hasta el sitio donde desaparece, pero sin que tengan conciencia de él una vez que ha dejado de ser visible. Piaget explicó que, a esta edad, los objetos no tienen realidad ni existencia para el niño salvo que los perciba directamente. Sólo puede conocerlos a través de sus acciones reflejas; de ahí que no existan si no puede succionarlos, tocarlos o verlos. En otras palabras, todavía no es capaz de formarse una representación mental del objeto.

El primer vislumbre de la permanencia de los objetos aparece de los 4 a los 8 meses. Ahora el niño buscará un objeto si está parcialmente visible, pero necesita alguna pista perceptual para recordar que no ha dejado de existir. Entre los 8 y los 12 meses, su conducta indica que sabe que el objeto continúa existiendo, aunque no pueda verlo. En esta edad buscará los objetos ocultos combinando en acciones propositivas varios esquemas sensoriomotores: observar, gatear y alcanzar.

Algunos investigadores han puesto en tela de juicio los hallazgos de Piaget relativos a la permanencia de los objetos (Flavell, 1985). La evidencia reciente indica que la representación mental de los objetos puede aparecer desde los 4 meses de vida. Otros señalan que quizás el niño comprenda el principio de la permanencia, pero le faltan las

habilidades de la memoria para recordar la ubicación de los objetos o las habilidades motoras para efectuar las acciones que le permitan encontrar el objeto. Sin embargo, la mayoría de los teóricos coinciden en que la capacidad de construir imágenes mentales de los objetos en el primer año del desarrollo constituye un logro trascendental. A partir de este momento, las representaciones mentales influyen más en el desarrollo intelectual que las actividades sensoriomotoras.

### **ETAPA PREOPERACIONAL (DE 2 A 7 AÑOS).**

La capacidad de pensar en objetos, hechos o personas ausentes marca el comienzo de la etapa preoperacional. Entre los 2 y los 7 años, el niño demuestra una mayor habilidad para emplear símbolos -gestos, palabras, números e imágenes- con los cuales representar las cosas reales del entorno. Ahora puede pensar y comportarse en formas que antes no eran posibles. Puede servirse de palabras, preparar juegos, ideas, dibujos. El pensamiento preoperacional tiene varias limitaciones a pesar de la capacidad de representar con símbolos las cosas y los acontecimientos. Piaget designó este periodo con el nombre de etapa preoperacional, porque los preescolares carecen de la capacidad de efectuar alguna de las operaciones que observó en niños de mayor edad. Antes de comentar las limitaciones del pensamiento preoperacional

vamos a examinar algunos de los progresos cognoscitivos más importantes de esta etapa.

### **Pensamiento representacional.**

Durante la etapa preoperacional, el niño puede emplear símbolos como medio para reflexionar sobre el ambiente. La capacidad de usar una palabra (galletas, leche, por ejemplo) para referirse a un objeto real que no está presente se denomina funcionamiento semiótico o pensamiento representacional. Piaget propuso que una de las primeras formas de él era la imitación diferida, la cual aparece por primera vez hacia el final del periodo sensorio motor. La imitación diferida es la capacidad de repetir una secuencia simple de acciones o de sonidos, horas o días después que se produjeron inicialmente. Piaget (1962) observó el siguiente ejemplo de imitación diferida en su hija:

j. Jacqueline (1 año, 4 meses de edad) recibe la visita de un niño de 1.5 años a quien reía de cuando en cuando y quien, durante la tarde, estalló en un terrible berrinche. Él gritó mientras intentaba salir del corral de juego, lo empujó hacia atrás y se puso a patalear. Jacqueline se quedó mirándolo, desconcertada, pues nunca antes había contemplado una escena así. Al día siguiente ella se puso a gritar en el corral de juego, trató de moverlo y empezó a patear un poco (p. 62).

Durante la etapa preoperacional se observan otros ejemplos del pensamiento representacional. A menudo se considera que los años preescolares son la "edad de oro del juego simbólico (Singer y Singer, 1976). El juego comienza con secuencias simples de conducta usando objetos reales; por ejemplo, fingir beber de una copa o comer con un objeto parecido a la cuchara. A los cuatro años de edad, el niño puede inventar su propia utilería, crear un guión y representar varios papeles sociales.

En términos generales, el juego simbólico se inspira en hechos reales de la vida del niño (por ejemplo, el patio de juego, ir a la tienda, ir de Viaje), pero también los que contienen personajes de la fantasía y superhéroes son muy atractivos para él. Muchos expertos piensan que este tipo de juego favorece el desarrollo del lenguaje, así como las habilidades cognoscitivas y sociales. Favorece además la creatividad y la imaginación.

Según Piaget, el desarrollo del pensamiento representacional permite al niño adquirir el lenguaje. Los años preescolares son un periodo de desarrollo acelerado del lenguaje: la mayoría de los niños pronuncian sus primeras palabras hacia el segundo año y van aumentando su vocabulario hasta alcanzar cerca de 2 000 palabras. En el

capítulo 5 estudiaremos a fondo el desarrollo lingüístico; por el momento, conviene entender su conexión con el pensamiento representacional. Cuando el niño comienza a hablar, utiliza palabras referentes a actividades y a eventos, lo mismo que a sus deseos actuales. Durante el periodo preoperacional empieza a emplearlas en forma verdaderamente representacional. En vez de centrarse exclusivamente en las actividades del momento o en sus deseos inmediatos, comienza a usarlas para representar objetos ausentes y acontecimientos pasados (Ginsburg y Oppenheimer, 1988). Dicho de otra manera, las usa para referirse a eventos que no experimenta de modo directo. Piaget creía que el pensamiento representativo facilita el desarrollo lingüístico rápido en el periodo pre-operacional. Es decir, el pensamiento antecedería al desarrollo lingüístico.

Durante la etapa pre-operacional, el niño comienza a representarse el mundo a través de Pinturas o imágenes mentales, lo cual ha hecho que algunos expertos califiquen de "lenguaje silencioso" el arte infantil. Los cuadros nos revelan mucho sobre su pensamiento y sus sentimientos. Por ejemplo, cuando a los niños de 2 y 3 años de edad se les pregunta qué están dibujando o pintando, lo más probable es que respondan: "Nada más estoy dibujando". Sin embargo, entre los 3 años comienzan a combinar trazos para dibujar

cuadrados, cruces, círculos otras figuras geométricas. Inician la etapa representacional del dibujo hacia los 4 o 5 años dibuja animales, personas, personajes de caricatura y otros objetos. Las figuras pueden representar objetos reales del entorno o personajes de la fantasía que han visto o de los cuales han oído hablar. En la figura 3.1 se muestra este avance evolutivo en los dibujos infantiles. A medida que va creciendo, el niño enriquece sus dibujos con detalles, incorporando incluso palabras que desarrollan el guión. Cuando los inscnoen en el jardín de niños, algunos ya saben escribir su nombre. Ahora las palabras impresas, lo mismo que las pinturas, pueden representar un objeto real del ambiente.

### **Conceptos numéricos.**

Junto con la mayor habilidad de usar como símbolos las palabras e imágenes, los niños empiezan a utilizar los números como herramienta del pensamiento durante los años preescolares. Piaget sostuvo que los niños no adquieren un concepto verdadero del número antes de la etapa de las operaciones concretas, cuando comienzan a entender las relaciones seriales y jerárquicas. Sin embargo, la investigación reciente ha demostrado que algunos principios numéricos básicos aparecen durante la etapa preoperacional. Los trabajos de Rochel Gelman y sus colegas (Gelman y Gallistel, 1978 Gelman y Meck, 1983) señalan que algunos niños de 4 años logran entender los siguientes principios



básicos del conteo: a) puede contarse cualquier arreglo de elementos b) cada elemento deberá contarse una sola vez; c) Los números se asignan en el mismo orden, d) es irrelevante el orden en que se cuentan los objetos, e) el último número pronunciado es el de los elementos que contiene el conjunto. Los niños de edad preescolar comprenden un poco las relaciones numéricas.

Así, la mayoría de los niños de 3 a 4 años de edad en que 3 es más que 2. Además, parecen poseer un conocimiento intuitivo de la adición y la sustracción.

Los preescolares comienzan a comprender algunos conceptos básicos de los números, pero conviene recordar que cometerán muchísimos errores de conteo. Omiten algunos números (por ejemplo, 1, 2, .3, 5), no incluyen elementos mientras cuentan, etc. Además, a la mayoría de ellos y a los niños de primaria les es difícil contar grandes grupos de objetos desorganizados (Baroody, 1987).

### **ETAPA DE LAS OPERACIONES CONCRETAS (DE 7 A 11 AÑOS).**

Durante los años de primaria, el niño empieza a utilizar las operaciones mentales y la lógica para reflexionar sobre los hechos. Por ejemplo, si le pedimos ordenar cinco palos por su tamaño, los comparará mentalmente y luego extraerá conclusiones lógicas sobre el orden correcto sin efectuar

físicamente las acciones correspondientes. Esta capacidad de aplicar la lógica y las operaciones mentales le permite abordar los problemas en forma más sistemática que un niño que se encuentre en la etapa preoperacional.

De acuerdo con Piaget, el niño ha logrado varios avances en la etapa de las operaciones concretas. Primero, su pensamiento muestra menor rigidez y mayor flexibilidad. El niño entiende que las operaciones pueden invertirse o negarse mentalmente. Es decir, puede devolver a su estado original un estímulo como el agua vaciada en una jarra de pico, con sólo invertir la acción. Así pues, el pensamiento parece menos centralizado y egocéntrico. El niño de primaria puede fijarse simultáneamente en varias características del estímulo. En vez de concentrarse exclusivamente en los estados estáticos, ahora está en condiciones de hacer inferencias respecto a la naturaleza de las transformaciones. Finalmente, en esta etapa ya no basa sus juicios en la apariencia de las cosas.

### **Seriación.**

La seriación es la capacidad de ordenar los objetos en progresión lógica, por ejemplo, del más pequeño al más alto. Es importante para comprender los conceptos de número, de tiempo y medición. Así, los preescolares tienen en general un

concepto limitado del tiempo. En su mente, 2 minutos es igual que 20 o que 200 minutos. Por el contrario, los niños de primaria pueden diferenciar de tiempo a partir de una magnitud creciente o decreciente. Para ellos, 20 minutos son menos que 200 pero más que 2:

En uno de sus experimentos, Piaget pedía a los niños ordenar una serie de palos como los de la figura 3.4. A los 3 Y 4 años de edad, los niños pueden localizar los más largos y los más cortos. Parecen entender la regla lógica del cambio progresivo, es decir; los objetos pueden estar atendiendo a su tamaño creciente o decreciente-, pero les es difícil construir una secuencia ordenada de tres o más palos. Para ello necesitan efectuar al mismo tiempo dos operaciones mentales: deben seleccionar el palo apropiado pensando en su altitud en relación con los que ya conoce y también en relación con los restantes. El preescolar no puede realizar esta tarea porque se centra en una dimensión a la vez (esto es, su pensamiento está centralizado). La capacidad de coordinar simultáneamente dos elementos de información se desarrolla gradualmente en los primeros años de primaria, cuando el pensamiento del niño comienza a orientarse menos a la centralización.

Para resolver los problemas de seriación, el niño debe aplicar además la regla lógica de la transitividad. Parte del problema de los niños de primaria radica en que no comprenden que los objetos en la mitad de una serie son a la vez más cortos y más largos que los otros. Los niños de mayor edad pueden construir mentalmente relaciones entre los objetos. Saben inferir la relación entre dos si conocen su relación con un tercero. Por ejemplo, si saben que el palo A es más corto que B y que éste es más corto que el palo C, el palo A deberá ser entonces más corto que C. La respuesta es una deducción lógica que se basa en la regla de transitividad ( $A < B$  y  $B < C$  por tanto,  $A < C$ ). Conforme a la teoría de Piaget, la transitividad se entiende entre los 7 y 11 años de edad.

### **Clasificación.**

Además de la seriación, Piaget pensaba que las habilidades de clasificación son indispensables para la aparición de las operaciones concretas. La clasificación es una manera en que el niño introduce orden en el ambiente al agrupar las cosas y las ideas a partir de elementos comunes. La clasificación es una habilidad que empieza a surgir en la niñez temprana. Los niños que comienzan a caminar y los preescolares agrupan generalmente los objetos atendiendo a una sola dimensión, como el tamaño o el color. Pero no es sino hasta el periodo de las operaciones discretas cuando

clasifica los objetos según varias dimensiones o cuando comprende las relaciones entre clases de objetos. Piaget describió dos tipos de sistemas taxonómicos que surgen durante los años intermedios de la niñez: la clasificación matricial y la clasificación jerárquica.

La clasificación matricial consiste en clasificar los objetos a partir de dos o más atributos, como se aprecia en la figura 3.5. Ya sabemos que los preescolares pueden agrupar objetos atendiendo dimensiones individuales. Pero, ¿qué ocurriría si le diéramos a un grupo de ellos objetos de distintas formas y colores para que los ordenaran? Piaget descubrió que en esta edad ordenan correctamente los objetos según su dimensión, ya sea la forma o el tamaño. Un preescolar un poco más avanzado podría subdividir después cada grupo de color conforme a la segunda dimensión. Su comportamiento indica que se encuentra en una fase de transición. Percibe más de una dimensión, pero no puede coordinar esa información. A los 8 o 9 años de edad, demostrará la capacidad de clasificar objetos utilizando simultáneamente dos dimensiones.

Piaget creía que la centralización impone mayores restricciones a las habilidades taxonómicas de los niños pequeños que a las de los de mayor edad. Los primeros

tienden a agrupar las cosas basándose en sus semejantes; normalmente prescinden de las diferencias. Los segundos pueden considerar al mismo tiempo en qué se parecen y se diferencian los objetos. La capacidad de clasificarlos atendiendo a dos dimensiones requiere además la reversibilidad del pensamiento. Esta capacidad de invertir mentalmente una operación limite al niño, ejemplo: un objeto con una dimensión (el color) y luego reclasificarlo con otra (forma o tamaño). Los niños mayores de primaria logran resolver este problema, porque su pensamiento está adquiriendo mayor flexibilidad.

En los años subsecuentes de la primaria, el niño comienza a utilizar los sistemas de clasificación jerárquica para poner orden en su ambiente. Los usa para organizar la información referente a materias como geología, biología, astronomía, historia, física y música. Por ejemplo, en el sexto grado deben saber que la materia se compone de moléculas y que cada molécula está constituida por átomos, los cuales contienen varias unidades de protones, electrones y neutrones. También deben saber razonar sobre las relaciones jerárquicas, pues sólo así podrán entender los conceptos numéricos. Así, el número 5 es parte de un conjunto que contiene además los números que lo preceden (1, 2, 3 Y 4).

El número 1 puede dividirse en partes diferentes (mitades, cuartos, décimas, etc.) y el número 100 está integrado por 10 decenas. El niño comienza a entender las relaciones jerárquicas en la etapa de las operaciones concretas.

La prueba indicada para evaluar la comprensión de las jerarquías en el niño es la tarea de inclusión en una clase. Al niño se le muestran dos flores distintas, digamos tres rosas y siete tulipanes (y luego se le pregunta: "¿Hay más tulipanes o flores?" La mayoría de los niños de 5 y 6 años dirán que hay más tulipanes. Comparan las subclases (rosas y tulipanes) y no comprenden que forman una clase más grande (flores). Para responder correctamente deberían pensar en los subconjuntos en relación con "el todo. Hacia los 8 o 9 años de edad, comienzan a basar sus respuestas en la regla lógica de la inclusión en una clase. Ahora ya entienden que una colección de objetos debe ser mayor que cualquiera de sus subpartes y aplican esta operación lógica para organizar la información en los problemas relacionados con la inclusión en una clase. Les será difícil comprender las relaciones entre parte y todo antes que dominen la habilidad anterior.

### **Conservación.**

De acuerdo con la teoría de Piaget, la capacidad de razonar sobre los problemas de conservación es lo que caracteriza a

la etapa de las operaciones concretas. La conservación consiste en entender que un objeto permanece igual a pesar de los cambios superficiales de su forma o de su aspecto físico. Durante esta fase, el niño ya no basa su razonamiento en el aspecto físico de los objetos. Reconoce que un objeto transformado puede dar la impresión de contener menos o más de la cantidad en cuestión, pero que tal vez no la tenga. En otras palabras, las apariencias a veces resultan engañosas.

Piaget analizó el conocimiento de los cinco pasos de la conservación en el niño: número, líquido, sustancia (masa), longitud y volumen. Aunque se trata de procesos que difieren en la dimensión a conservar, el paradigma fundamental es el mismo. En términos generales, al niño se le muestran dos conjuntos idénticos de objetos: hileras idénticas de monedas, cantidades idénticas de barro o vasos idénticos de agua. Una vez que acepta que los objetos [...] de modo que cambie su aspecto, pero no la dimensión básica en cuestión. Por ejemplo, en la tarea de conservación del número, acortamos o alargamos una hilera de monedas. Le permitimos al niño observar esta transformación. Después le pedimos decir si la dimensión en cuestión (cantidad, masa, área u otra) sigue siendo la misma.



Los niños que han iniciado la etapa de las operaciones concretas responderán que el conjunto de objetos no ha cambiado. Un objeto puede parecer más grande, más largo o pesado, pero los dos siguen siendo iguales. En opinión de Piaget, los niños se sirven de dos operaciones mentales básicas para efectuar las tareas de conservación: negación, compensación e identidad. Estas operaciones se reflejan en la forma en que un niño de 8 años podría explicar por qué la cantidad de agua en dos vasos permanece inalterada:

"Se puede volver a vaciar y será la misma" (negación).

"El agua sube más, pero es porque el vaso es más delgado" (compensación)

Tan sólo lo vaciaste, no se agregó ni se quitó nada"

(identidad) (Miller, 1993, p. 57).

Entre los 7 y 11 años de edad, el niño aprende las operaciones mentales necesarias para reflexionar sobre las transformaciones representadas en los problemas de conservación. Estará en condiciones de realizar la abstracción reflexiva, cuando para razonar lógicamente respecto al número y el volumen sin que lo confundan las apariencias físicas. Entonces podrá distinguir entre las características invariables de los estímulos (peso, número o

volumen, por ejemplo) y la forma que el objeto aparece ante su vista.

La adquisición de las operaciones mentales con que se efectúan las tareas de conservación no se realiza al mismo tiempo en todas las áreas. La comprensión a los problemas de conservación sigue una secuencia gradual (figura 3.6). Por lo peculiar, el niño adquiere la capacidad de la conservación de los números entre los 5 y 7 años. La de conservación del área y del peso aparece entre los 8 y 10 años. Entre los 10 y 11 años, casi todos los niños pueden ejecutar tareas relacionadas con la conservación del volumen. Desfase horizontal es el nombre que Piaget le dio a esta falta de uniformidad del pensamiento infantil dentro de una etapa.

### **ETAPA DE LAS OPERACIONES FORMALES 11 A 12 AÑOS EN ADELANTE.**

Una vez lograda la capacidad de resolver problemas como los de seriación, clasificación y conservación, el niño de 11 a 12 años comienza a formarse un sistema coherente de lógica formal. Al finalizar el periodo de las operaciones concretas, ya cuenta con las herramientas cognoscitivas que le permiten solucionar muchos tipos de problemas de lógica, comprender las relaciones conceptuales entre operaciones matemáticas (por ejemplo,  $15 + 8 = 10 + 13$ ), ordenar y clasificar los

conjuntos de conocimientos. Durante la adolescencia las operaciones mentales que surgieron en las etapas previas se organizan en un sistema más complejo de lógica y de ideas abstractas.

El cambio más importante en la etapa de las operaciones formales es que el pensamiento hace la transición de lo real a lo posible (Flavell, 1985). Los niños de primaria razonan lógicamente, pero sólo en lo tocante a personas, lugares y cosas tangibles y concretas. En cambio, los adolescentes piensan en cosas con que nunca han tenido contacto (por ejemplo, cuando lea usted una historia, trate de imaginar qué significa ser esclavo en la década de 1850); pueden generar ideas acerca de eventos que nunca ocurrieron (por ejemplo, ¿cómo sería Europa si Alemania hubiera ganado la Segunda Guerra Mundial?); y pueden hacer predicciones sobre hechos hipotéticos o futuros (por ejemplo, si el gobierno de un país aprobara una ley que deroga la pena de muerte, ¿qué sucedería con los índices de criminalidad?). Los adolescentes de mayor edad pueden discutir complejos problemas sociopolíticos que incluyan ideas abstractas como derechos humanos, igualdad y justicia. También pueden razonar sobre las relaciones y analogías

proporcionales, resolver las ecuaciones algebraicas, realizar pruebas geométricas y analizar la validez intrínseca de un argumento.

La capacidad de pensar en forma abstracta y reflexiva se logra durante la etapa de las operaciones formales. En las siguientes secciones estudiaremos cuatro características fundamentales de este tipo de pensamiento: la lógica proposición, el razonamiento científico, el razonamiento combinatorio y el razonamiento sobre probabilidades y proporciones.

Se da el nombre de operaciones formales a la capacidad de pensar en forma abstracta y de razonar.

### **Lógica proposicional.**

Las operaciones mentales del adulto corresponden a cierto tipo de operación lógica denominada lógica proposicional, la cual según Piaget era indispensable para el pensamiento de esta etapa. La lógica proposicional es la capacidad de extraer una inferencia lógica a partir de la relación entre dos afirmaciones o premisas. En el lenguaje cotidiano puede expresarse en una serie de proposiciones hipotéticas.

Considere el siguiente ejemplo:

Si los lactantes son mayores que los adultos; y si los lactantes son mayores que los niños; Entonces los adultos son mayores que los niños.

La conclusión es correcta de hecho, pero inválida, porque no se deduce de la información que la precede. David Moshman y Bridge Franks (1986) comprobaron que los niños de primaria tienden a evaluar la conclusión anterior basándose en la verdad objetiva más que en la validez del argumento. Sin embargo, cuando realizan las operaciones formales comienzan a considerar la validez intrínseca del argumento.

En esta etapa, la validez del argumento se relaciona más con la forma en que se relacionan las proposiciones que con la veracidad del contenido. De acuerdo con Piaget, el razonamiento consiste en reflexionar sobre las relaciones lógicas entre ellas. Los adolescentes parecen comprender que los argumentos lógicos tienen "una vida propia desencarnada e impasible, por lo menos en teoría" (Flavell, 1985, p. 101).

Muchos tipos de situaciones en que se resuelven problemas requieren utilizar la lógica proposicional. Así, para resolver problemas algebraicos se necesita la habilidad de reflexionar sobre proposiciones (por ejemplo,  $x + 2y = 11$ ; si  $y = 1$ ,

entonces  $x = \text{_____?}$ ). La lógica proposicional también es indispensable para razonar acerca de problemas científicos, como determinar la manera de clasificar un animal o planta (por ejemplo, si todos los mamíferos amamantan a su cría y si este animal amamanta a su cría, entonces será mamífero).

Los buenos escritores, abogados, políticos y profesores se valen de la lógica proposicional cuando quieren defender un punto. Hay que tener mucho cuidado con los adolescentes que dominan esta habilidad. No sólo discuten más, sino que saben defender mejor sus ideas. Pueden descubrir las falacias de nuestro razonamiento y atacamos con un contraargumento apropiado.

### **Razonamiento científico.**

A medida que el adolescente aprende a utilizar la lógica proposicional, empieza a abordar los problemas de un modo más sistemático. Formula hipótesis, determina cómo compararlas con los hechos y excluye las que resulten falsas. Piaget dio el nombre de pensamiento hipotéticodeductivo a la capacidad de generar y probar hipótesis en una forma lógica y sistemática.

Para estudiar la adquisición de este tipo de pensamiento, Piaget se sirvió del experimento del péndulo que se describe

gráficamente en la figura 3.7. A un niño se le da una vara en la cual penden cuerdas de distinta longitud. En cada una pueden colgarse pesos de diferente tamaño. Al niño se le indica cómo funciona el péndulo y luego se le pregunta cuál de los cuatro factores -longitud de la cuerda, peso del objeto, fuerza de impulso o altura de la caída- causa la rapidez con que el péndulo oscila. Antes de contestar, se le permite manipular el aparato para encontrar la solución.

¿Cuál cree que sea la respuesta correcta? ¿Cómo acometería este problema?

El primer paso consiste en formular una hipótesis o en hacer una predicción. En la etapa de las operaciones concretas, el niño puede aplicar esta estrategia de solución de problemas. El siguiente paso consiste en probar las hipótesis y, generalmente, es el que distingue la etapa de las operaciones concretas y la de las operaciones formales. La clave está en cambiar uno de los factores o variables del problema, manteniendo constantes los demás. El niño que se halla en la etapa de las operaciones concretas con ciencia bien pero no logra probar todas las combinaciones posibles. A veces cambia más de una variable a la vez (por ejemplo, la cuerda y el peso). Pero como no aborda el problema en forma sistemática, a menudo extrae conclusiones erróneas cuando necesita tener en cuenta muchas variables. Por su parte, el

niño que se encuentra en la etapa de las operaciones formales suele considerar todas las combinaciones posibles. En este ejemplo hay 16 combinaciones que es preciso atender para sacar la conclusión correcta. La respuesta correcta es la longitud de la cuerda. Una cuerda corta hace que el péndulo se mueva más rápidamente, prescindiendo del resto de los factores.

### **Razonamiento combinatorio.**

Otra característica de las operaciones formales es la capacidad de pensar en causas múltiples. Supongamos que usted le reparte a un grupo de estudiantes de primaria y de secundaria cuatro fichas de plástico de distintos colores y les indica que las combinen en la mayor cantidad posible de formas. Lo más probable es que combinen sólo dos a la vez. Pocos lo harán sistemáticamente. En cambio, los adolescentes pueden inventar una forma de representar todas las combinaciones posibles, entre ellas las de tres y de cuatro fichas. Hay además mayores probabilidades de que generen las combinaciones de una manera sistemática.

Piaget e Inhelder (1956) se valieron de un experimento químico para estudiar la capacidad del niño y del adolescente para usar la lógica combinatoria. En la figura se muestra el experimento: los niños deben combinar líquidos de varios



frascos para obtener una solución amarilla. La solución adquiere color amarillo, cuando los provenientes de dos frascos se combinan con el líquido g. El proveniente de uno de los frascos no tiene efecto alguno; el de una cuarta botella puede darle un color claro a la solución.

Los niños que se encuentran en la etapa de las operaciones concretas suelen extraer una gota del líquido de los cuatro frascos y combinarla con el líquido g una por una. Si nada ocurre, piensan haber agotado las posibilidades. Si se les indica combinar los líquidos, quizá lo hagan pero no de modo sistemático. Los niños que se hallan en la etapa de las operaciones formales no se limitan a probar un líquido a la vez. Los combinan todos sistemáticamente (1 + 2. + g, 1 + 3 + g, 1+ 4 + g, etc.) hasta dar con la combinación que haga amarilla la solución al agregar g. Algunos adolescentes incluso llegan a reflexionar sobre cuáles líquidos deben combinar para volver a hacer clara la solución.

#### **2.1.2.3. PIAGET Y SU PLANTEAMIENTO SOBRE LAS OPERACIONES LÓGICO-MATEMÁTICAS.**

Desde los modelos de enseñanza y aprendizaje derivados de las teorías psicogenéticas (básicamente, de la de Piaget), se ha puesto de relieve que los problemas que a veces

experimentan los alumnos en el desarrollo de las operaciones lógico-matemáticas (especialmente de clasificación y seriación), de la noción de conservación o de la comprensión de la reversibilidad, entre otras características del pensamiento operatorio, interfieren con la adquisición de la noción de número y del sistema de numeración, ya que se trataría de adquisiciones evolutivamente previas y base psicogenética para la posterior construcción de estos últimos aprendizajes.

Como sabemos, concretamente, la tesis fundamental que se sostiene es que las operaciones lógicas de clasificación y seriación son el fundamento de la noción de número, en la medida en que ésta sería el resultado de la síntesis entre la cardinalidad y la ordinalidad... Una síntesis que sólo sería posible como consecuencia de un proceso genético de construcción de la noción de conservación de la cantidad.

El argumento central en este planteamiento es, por tanto, que los aprendizajes matemáticos elementales se basan en la construcción de un tipo de pensamiento lógico a partir de las formas "prelógicas" del pensamiento intuitivo, sugiriendo que los procesos mentales prerequisites para una correcta iniciación en las matemáticas serían:

- La capacidad para retener mentalmente un objeto no presente o transformado (conservación del objeto).
- La capacidad para representarse mentalmente una sustancia (masa, volumen o cantidad) cuando ésta esté ausente o, estando presente, sufra variaciones con respecto a su estado inicial (conservación de la sustancia).
- La capacidad para representarse mentalmente el proceso inverso a una transformación observada (reversibilidad del pensamiento).
- La capacidad para formar clases agrupando los objetos en función de ciertas características específicas o generales (clasificación).
- La capacidad para jerarquizar mentalmente las agrupaciones de dichas realidades (inclusión).
- La capacidad de ordenar mentalmente las realidades (seriación).
- La capacidad de asociar mentalmente procesos o agrupaciones iguales (correspondencias).
- La capacidad de asociar mentalmente procesos o agrupaciones iguales generando una nueva (transitividad).

En resumen, podemos decir que desde las posiciones psicogenéticas se afirma que la adquisición del número está precedida por:

a) La comprensión de los conjuntos que implicaría el uso implícito, o no, del principio de correspondencia que incluiría los principios de conservación (del objeto y la sustancia), clasificación e inclusión.

b) La comprensión de las relaciones de orden entre los objetos supondría el uso implícito, o no, del principio de seriación.

Aunque estas adquisiciones presuntamente previas a la comprensión del número constituyen un referente presente en la gran mayoría de las monografías sobre las dificultades del aprendizaje matemático entre los 5 y los 10 años , lo cierto es que su importancia real suele ser minimizada en los planteamientos más recientes, que consideran más que discutible su valor como sustento (no digamos ya prerequisite) en la adquisición de la noción de número, ya que ésta parece asociarse más bien a las experiencias infantiles de «conteo», así como a la realización de actividades, escolares o no, que tienen que ver con la verbalización de la cuantificación de la realidad que rodea a

los niños, como tendremos ocasión de comentar dentro de un momento

### **2.1.3. ENFOQUE DE J. VIDAL Y MANJÓN**

En cuanto a la resolución de problemas, aunque no lo parezca a veces, está claro que constituye uno de los objetivos finales en la enseñanza de las matemáticas en la escuela obligatoria, para cuya consecución no basta con que el alumno domine las operaciones elementales de cálculo: requiere un aprendizaje específico de ciertas habilidades de representación, reglas y estrategias generales y específicas, así como de la capacidad de traducirle unos lenguajes (modos de representación) a otros.

Además de todo ello, el aprendizaje de esta capacidad incluye la comprensión de los enunciados, que exige la decodificación adecuada del mensaje verbal para formarse una representación mental adecuada al estado de cosas descrito en el problema, y la habilidad para establecer relaciones entre los conceptos y procedimientos implicados para, desde ahí, analizar las vías de solución posibles en cada caso y valorar cuál de ellas es la apropiada.

En cualquier caso, para entender el modo en que el alumno llega a aprender a resolver correctamente los problemas matemáticos (o por qué no llega a hacerlo), es necesario analizar el concepto

mismo de problema y el conjunto de operaciones mentales implicadas en su resolución.

Así, comenzaremos señalando que un problema puede considerarse, en general, como una situación en la que a partir de un cierto estado de cosas inicial se trata de alcanzar una meta identificando y aplicando el único procedimiento adecuado o seleccionando uno entre varios posibles; en este sentido, podría afirmarse que existe un problema siempre que la situación actual sea diferente de la situación (meta) deseada... Por ejemplo, si queremos tomar una copa de vino de una botella cerrada, hemos de resolver el problema de abrirla.

Resolver un problema, por tanto, comporta pasar de una situación a otra, realizar ciertas operaciones sobre el estado inicial para alcanzar el objetivo: si queremos tomarnos esa copa de vino, una posible solución es tener un sacacorchos a mano y probar a abrir la botella.

Finalmente, en el proceso de resolución de cualquier problema es posible que tengamos que enfrentarnos a unas reglas que especifican cuáles son las operaciones que están permitidas, y que se conocen como límites o restricciones.

Dada esta naturaleza de los problemas, en el proceso de resolución podríamos distinguir, al menos, dos partes principales, la de representación del problema, en la que debemos construir un modelo del estado de cosas que representa el enunciado, y la solución del problema propiamente dicha, que consistiría en la aplicación del procedimiento apropiado (los operadores mate-máticos, en el tema que nos ocupa) para alcanzar la meta final perseguida a partir de la situación de partida. No obstante, cada una de estas fases supone la ejecución correcta de una serie de pasos o tareas.

Como es obvio, en los diferentes tipos de problemas matemáticos que pueden plantearse, tales tareas no se dan en compartimentos siempre independientes y perfectamente distinguibles unos de otros; bien al contrario, las lindes entre ellos suelen ser difusas durante el proceso mismo de la resolución del problema; así, la planificación y la ejecución pueden presentarse juntas dado que, en ocasiones, no podemos estar verdaderamente seguros de haber elegido la estrategia correcta hasta no haberla ejecutado y haber observado si se ha logrado hacerla funcionar.

#### **(A) Fases en la resolución de problemas:**

Además, cuando se resuelve un problema, no siempre se es consciente de que se está procediendo mediante una secuencia

lineal que respeta el orden en que aquí se presentan las diferentes tareas, sino que, por ejemplo, uno puede empezar por planificar la solución del problema antes de ser consciente de la traducción del problema mismo. Para resolver el problema de las prendas de vestir es posible que alguien, que haya desarrollado antes con éxito la estrategia de construir una tabla numérica de doble entrada y completar los datos que faltan, comience aplicando dicha estrategia aún antes de que sea consciente de los términos en que está definiendo el problema.

**1) La traducción del problema.** De los componentes mencionados, el primero (la traducción del problema), supone definirlo; es decir, transformar cada proposición del problema en una representación interna. Cuando traducimos un problema nos valemos de las ideas y conceptos elaborados por personas que ya se han enfrentado con problemas similares o, incluso, desarrollamos nuestras propias ideas y conceptos. La creación de unidades de medida tales como litros de gasolina por cada cien kilómetros, tasa de éxito en la universidad, índice de precios al consumo... son otros tantos ejemplos a propósito.

Veamos un ejemplo tomado de Bransford y Stein (Solución IDEAL de problemas; Editorial Labor), en el que el problema es el siguiente: Un estudiante dedicó 22 horas de estudio a la preparación de sus exámenes de Lengua, Matemáticas e



Historia. Si dedicó el doble de tiempo a Lengua que a Matemáticas y 3 horas menos a Historia que a Lengua, ¿cuánto tiempo dedicó a cada asignatura?

Al traducir el problema, el alumno considera cada una de las materias de forma independiente, es decir, define el tiempo dedicado a la preparación del examen de Lengua como no vinculado con el tiempo dedicado a la preparación del examen de Matemáticas o al de Historia; consecuentemente, resuelve dividiendo las 22 horas entre las tres asignaturas mencionadas y, claro es, se equivoca.

Una forma diferente de traducir el problema es a partir de proposiciones que incluyan las relaciones entre los tiempos de preparación de dos asignaturas. Así, decimos que el tiempo dedicado a Matemáticas es  $L/2$  (la mitad que el dedicado a Lengua) o que el tiempo dedicado a Historia es  $L-3$  (tres horas menos que las dedicadas a Lengua).

**2) La integración del problema.** El segundo componente, la integración del problema, implica agrupar las proposiciones textuales del problema en una representación coherente. Esa representación que hace el alumno refleja su forma de entenderlo (p.e.: "Es un problema de regla de tres simple") y, por consiguiente, está asociada al conocimiento que posee acerca del tipo de problemas matemáticos que se le pueden plantear.

El alumno, por tanto, utiliza su conocimiento esquemático para situar las proposiciones extraídas del enunciado del problema dentro de una de las categorías de problemas con las que ya ha tenido alguna experiencia previa.

Los investigadores conciben el esquema como una estructura de información modificable que representa conceptos genéricos almacenados en la memoria. En este sentido, los esquemas contienen una información prototípica sobre las situaciones experimentadas frecuentemente y se utilizan para interpretar nuevas situaciones y observaciones.

La teoría de los esquemas supone que existen estructuras (esquemas) en la memoria para las situaciones repetidas que se experimentan, y que una función importante de los esquemas es la de construir interpretaciones de nuevas situaciones. Los objetos de un esquema pueden entenderse como variables o "ranuras" en las que puede acomodarse la nueva información. Si se rellenan suficientes ranuras de un esquema determinado, éste se convierte en activo. Un esquema activo puede guiar al sujeto en la búsqueda de información para rellenar las restantes ranuras, pero, si esa información adicional no está disponible en el entorno, se rellenarán sus ranuras con la información normal de una situación determinada, se activarán sus procedimientos y se accederá a cualquier otro conocimiento que contenga.

En efecto, el esquema es una estructura prototípica que puede incorporar fenómenos observados, gracias a la cual las personas reaccionamos a menudo muy rápida y eficazmente ante nuevos estímulos. Así, en los diversos estudios pudo comprobarse que los alumnos eran capaces de categorizar los problemas de forma casi inmediata. Después de oír las primeras palabras de un problema como "Un barco fluvial recorre 36 km a favor de la corriente...", un alumno puede decir: "¡Ya está! Éste es uno de aquellos problemas de corriente de ríos".

Otros investigadores, como Robinson y Hayes, han encontrado que los alumnos utilizan sus esquemas para hacer juicios acertados respecto a cuál es la información importante en un problema y cuál es la accesoría. Si aplicáramos las conclusiones de estos investigadores a un problema como éste:

Cuando un alumno utiliza un esquema equivocado para comprender un problema, tiene bastantes dificultades para hallar la solución correcta, al igual que cuando el alumno no posee el esquema de un tipo de problema determinado, bien porque no lo conozca o porque se trate de un tipo de problema poco habitual en su experiencia previa.

Por todo lo expuesto, cada vez está más extendida la idea de que se necesitan y, por ende, se usan esquemas cognitivos para integrar o comprender los problemas. Como hemos visto, esos esquemas representan modos ya experimentados de abordar un problema, que traemos de nuestra memoria para afrontar el mismo tipo de problema o uno similar al que alguna vez hemos resuelto. Integrar la información relativa a un problema requiere, sin duda, un conocimiento específico de los tipos de problemas.

**3) La planificación de la solución.** Un nuevo componente, la planificación de la solución, aborda el diseño de un plan para solucionar el problema, esto es, para resolver problemas se necesita poseer alguna estrategia acomodada a las propias exigencias de cada problema: tantear, hacer un dibujo que represente cosas y sus relaciones, pensar un problema más fácil, hacer una tabla o empezar por el final (se parte del resultado final y se van recorriendo los pasos pero al revés)... son algunas de las estrategias que los alumnos ya aprenden en el último ciclo de la Educación Primaria. Consideremos, en primer lugar, las estrategias generales que utilizamos al planificar la solución de un problema. Una de ellas es la conocida como pensar un problema más fácil y consiste en considerar un problema que sea parecido al que tenemos, pero que sepamos hacer.

**4) La ejecución de la solución.** Esta última etapa implica que el alumno efectúe una serie de operaciones, que pueden ser tan simples como los implicados en la suma o tan complejos como los asociados al cálculo infinitesimal y, contra lo que pudiera pensarse en un principio, no es en absoluto un mero trámite; incluso cuando todo lo anterior ha sido correcto, hasta que ponemos en práctica la solución ideada no podemos estar completamente seguros de que las etapas anteriores se hayan cubierto de forma adecuada. Sólo al ejecutar la estrategia de resolución podemos verificar la adecuación del proceso seguido.

**(B) Conocimientos implicados en la resolución de problemas:**

Cada uno de los componentes en la resolución de problemas requiere de una serie de conocimientos en el alumno.

La traducción del problema requiere algún conocimiento del lenguaje por parte del alumno que le permita, por ejemplo, transformar la proposición: Juan tiene cinco duros más que Pedro, en una relación cuantitativa entre las dos variables implicadas (Juan y Pedro), pero, también requiere de algún tipo de conocimiento general que permita al alumno, en el ejemplo, entender afirmaciones del tipo Juan tiene un duro como equivalentes a Juan tiene cinco pesetas.

Por su parte, la integración del problema demanda del alumno alguna forma de conocimiento estructurado que le ayude en su representación del problema, es decir, el alumno debe poseer cierto conocimiento esquemático del tipo de problemas que se le pueden presentar. Un esquema contiene una información prototipo sobre las situaciones que ya hemos experimentado con anterioridad y que, una vez recuperadas de la memoria, utilizamos para interpretar nuevas situaciones y observaciones. En el ejemplo, el alumno tiene que identificar el problema como un problema de comparación en el que deben compararse dos variables entre sí.

En la planificación de la solución, el alumno debe poseer algún conocimiento heurístico o estratégico de la resolución de problemas.

Finalmente, la ejecución de la solución demanda del alumno algún conocimiento sobre los procedimientos de solución, es decir, sobre los conocimientos algorítmicos. En nuestro ejemplo, el alumno tiene que saber sumar, de modo que pueda resolver que la suma de  $3 + 5$  es igual a 8. Relacionado con el tipo de conocimiento necesario para resolver un problema está el de los distintos tipos de problemas de matemáticas a los que se enfrentan los escolares, como resultado de las exigencias que

se derivan del propio currículum de educación primaria y educación secundaria.

De cara a la intervención con alumnos que tienen dificultad en la resolución de problemas, la mayor parte de los autores y programas existentes se centran en mayor o menor medida en cada una de estas tres fases. En general, y de cara a la práctica educativa convendrá tener en cuenta las siguientes recomendaciones:

-Que el alumno comprenda el problema, antes de pensar en la forma de resolverlo, para lo cual es necesario que se acostumbre a leerlo varias veces y desentrañar cada uno de los conceptos del mismo.

-Que preste atención a las ideas fundamentales y las ordene según su importancia o en secuencias espacio-temporales.

-Que el problema a resolver se simplifique al máximo para hacerlo más comprensible, aplicando el principio científico de la parsimonia, redactándolo de una manera más sencilla, breve y comprensible.

-Que aprenda a analizar la estructura semántica subyacente a los problemas, ya que según como sea presentará niveles de dificultad distintos. En este sentido, generalmente se distinguen tres tipos de problemas (de cambio, combinación y comparación), siendo los de cambio los más fáciles y los de comparación los más complejos. De ahí que se insista en la necesidad de instruir al alumno en procedimientos a través de los cuales aprenda a realizar análisis y esquemas.

En cuanto a la evaluación de la resolución de problemas, pueden aplicarse colecciones de problemas del estilo de los mencionados para cada operación de cálculo, la que implicaría en el caso de los problemas de suma, una colección incluyendo:

- a) Problemas que exigen los diferentes tipos anteriores de sumas para su resolución.
- b) Problemas en donde los elementos objeto de adición son de diferente naturaleza (homogéneos, heterogéneos, magnitudes diversas).
- c) Problemas que exigen diferentes vías de solución (una suma simple y directa, trabajo con números negativos, problemas que ofrecen distintas alternativas de solución posibles, problemas



que exigen una respuesta diferente al algoritmo aritmético, problemas en donde debe inventarse un texto para una solución ofrecida...).

El empleo de tipo de colecciones respecto a los diferentes tipos de problemas debe completarse con una valoración explícita de los aspectos conceptuales del aprendizaje matemático: noción de número, concepto de decena, de centena, comprensión del sentido de las operaciones aritméticas, etc. En cualquier caso, lo que estos ejercicios deben permitirnos es averiguar en qué fase de la resolución del problema aparecen las dificultades: traducción, integración, planificación o ejecución de la solución; con la finalidad de que sirva de punto de apoyo fundamental en el ajuste correspondiente del programa educativo.

#### **2.1.4. LAS DIFICULTADES EN LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS**

Según Vidal y Manjón (s.f.) sostiene que: aun cuando las dificultades específicas con los aprendizajes matemáticos son un motivo relativamente infrecuente de consulta y derivación en la Etapa Primaria, más marcada por los problemas relacionados con las dificultades en la lengua escrita, ello no supone que no haya problemas en este ámbito; simplemente, la debilidad de los aprendizajes adquiridos en matemáticas durante la etapa de los

6 a los 12 años suele manifestarse con más fuerza en la Secundaria, cuando el fracaso en el área aparece como el más notorio y escandaloso (aunque, todo hay que decirlo, no es un problema exclusivo de nuestro país).

Consecuentemente, contamos con una cierta cantidad de investigación acerca de las dificultades de aprendizaje en el área matemática; una investigación que a menudo se ha llevado a cabo desde perspectivas diferentes, cuando no enfrentadas, dependiendo de las teorías del aprendizaje en las que se apoyan, y aunque son muchas esas teorías, lo cierto es que la mayor parte de los trabajos se han realizado desde dos perspectivas: la neuropsicológica y la cognitiva.

Como en el caso de la lecto-escritura, la perspectiva dominante ha sido durante muchos años (y lo es todavía, en parte, en el ámbito profesional, aunque no en el investigador) la neuropsicológica, que relaciona las dificultades en estos aprendizajes con alteraciones en las funciones cerebrales y dispositivos básicos del aprendizaje, pudiéndose advertir, como en el lenguaje escrito, tanto una posición "fuerte" que asocia directa y contundentemente las dificultades en los aprendizajes matemáticos con alteraciones neurológicas más o menos concretas, por ejemplo, anomalías en la zona occipito-parietal,

como otra más moderada que sitúa el origen de las dificultades matemáticas en déficits en la maduración .

Desde ambas posiciones, pese a sus diferencias, se supone que los aprendizajes matemáticos se edifican sobre una serie de funciones previas y más generales, como son la orientación espacio-temporal, el esquema corporal, las aptitudes visomotrices, etc.

#### ✦ **El enfoque neuropsicológico.**

Las apariciones de dificultades en los aprendizajes descritos son, casuísticamente, muy frecuentes en la Enseñanza Primaria, dado el conjunto de variables implicadas en el aprendizaje matemático que se comentaba en la introducción al tema. No obstante, desde el siglo pasado se han venido identificando individuos que presentan una dificultad específica para los aprendizajes de tipo aritmético, y si en un principio se trató de adultos que padecían tales trastornos como consecuencia de lesiones cerebrales adquiridas, pronto quedó en evidencia que ciertos niños y jóvenes presentaban alteraciones matemáticas conductualmente semejantes sin que existiera constatación posible alguna de lesión cerebral adquirida.

Términos como los de acalculia y discalculia se acuñaron para referirse con precisión y de manera particular a

trastornos específicos del aprendizaje matemático no ocasionados por un déficit intelectual global, sino presentes en individuos de inteligencia normal y que han disfrutado de oportunidades socio-culturales y educativas apropiadas para adquirir tales aprendizajes; individuos, además, sin trastornos emocionales graves a los que poder atribuir la dificultad específica de aprendizaje, tal y como los describe el DSM en su definición de la dificultad específica del aprendizaje aritmético.

Como en el caso del trastorno específico de la lectura denominado dislexia (con el que frecuentemente se asocian algunos de los problemas matemáticos antes descritos), han sido muy diferentes las definiciones y explicaciones etiológicas propuestas en la literatura especializada. Así, los primeros investigadores y clínicos interesados por el problema hablaron de la acalculia como de un trastorno sintomático asociado bien a un déficit primario unido a una lesión cerebral adquirida (no coexistente con otras alteraciones del lenguaje ni del razonamiento), bien secundario a otros trastornos de base verbal o espaciotemporal.

Al generalizarse el tema al mundo de los niños sin lesión cerebral, se ha tendido más bien a hablar de discalculia,

aunque -desde una orientación neuropsicológica- se ha mantenido la idea de su relación con alguna alteración neurológica no identificable por su alcance limitado (como «disfunción cerebral mínima») o, alternativamente, con la insuficiente «madurez» de algunas funciones neuropsicológicas supuestamente prerequisite de los aprendizajes aritméticos. Para los defensores de esta interpretación, la discalculia es un trastorno estructural de las habilidades matemáticas debido a una alteración del substrato anatómico-fisiológico de las funciones vinculadas al aprendizaje matemático (audio-temporales, viso-espaciales...), la cual no afecta sin embargo al resto de las funciones mentales.

Tradicionalmente, y desde este enfoque, se han venido utilizando indistintamente los términos de discalculia o acalculia para hacer referencia a la dificultad para procesar números y realizar cálculos con ellos. Sin embargo otros autores utilizan el término de «acalculia» para referirse a trastornos adquiridos como resultado de una lesión cerebral, posterior a la adquisición de las habilidades matemáticas. Dentro de esta categoría se establecen, a su vez, dos modalidades: acalculia primaria y secundaria. En la acalculia primaria se presentan las dificultades sólo en el ámbito de las matemáticas, sin que existan alteraciones en otras funciones

como el lenguaje, la memoria o las habilidades visoespaciales. En la acalculia secundaria las dificultades matemáticas van asociadas a trastornos en otras áreas, diferenciándose la acalculia secundaria atáxica

(unida a alexia y/o agrafía de número) y acalculia secundaria visoespacial (unida a alteraciones visoespaciales. Por otra parte, utilizan el término de «discalculia» en referencia a la dificultad del alumno para comprender el número y dominar las combinaciones numéricas básicas y la solución de problemas.

Kosch, partiendo de esas posibles bases del aprendizaje matemático, propuso en los años setenta una clasificación muy difundida de diferentes subtipos posibles de discalculia, que podían presentarse aisladamente o en combinación:

- Verbal: Incapacidad para comprender conceptos matemáticos y relaciones presentadas verbalmente.
- Praxiognósica: trastorno en la manipulación de objetos tal y como es requerida para hacer comparaciones de tamaño, cantidad, etc.
- Léxica: Describe la falta de habilidad para entender símbolos matemáticos o números.
- Gráfica: Discapacidad específica para manipular símbolos matemáticos mediante la escritura, es decir, para escribir números.

- Ideognósica: Falta de habilidad para entender conceptos matemáticos y relaciones entre ellos, además de para efectuar cálculos mentales.
- Operacional: Describe la falta de capacidad para efectuar operaciones aritméticas básicas de cualquier tipo, verbales o escritas.

Este mismo autor, en un estudio con 68 niños con DAM, encontró que el 35% de ellos mostraban signos menores de trastorno neurológico (dificultades de orientación derechaizquierda, agnosia digital, etc.) sugiriendo lo que él denominó discalculia evolutiva.

Desde la perspectiva que estamos comentando en este apartado, se considera que el alumno con dificultades específicas para las matemáticas, discalcúlico, presenta un conjunto más o menos amplio de problemas añadidos, como son:

Déficits perceptivos: Generalmente, con especial incidencia en el área perceptivo-visual y más concretamente, en las habilidades de discriminación, figura-fondo y orientación espacial.

Déficit de memoria: En particular, en el funcionamiento y resultados de la memoria a corto plazo o memoria de trabajo, que dificulta mantener activas en el almacén de memoria informaciones durante un cierto tiempo... Algo, sin duda, problemático para la realización de operaciones mínimamente complejas y para la solución de problemas.

Déficits simbólicos: Especialmente en el ámbito lingüístico general, pero que también se registran en las actividades de lectura y escritura.

Déficit cognitivo que afectan a los procesos elementales de pensamiento: comparación, clasificación, deducción de inferencias, etc.

Alteraciones conductuales: Como en la práctica totalidad de los individuos con trastornos específicos del aprendizaje, suele apreciarse la tríada hiperactividad/déficit atencional/impulsividad, unida a menudo a perseverancia.

Ana Miranda, resumiendo las descripciones de otros autores, concreta este conjunto de alteraciones en un «perfil típico» del sujeto con discalculia, el cual incluiría: déficit en la organización viso-espacial e integración verbal; déficit en la integración del esquema corporal; apraxia visomotriz;



problemas de orientación en el análisis y representación de las relaciones espaciales; déficits de la percepción y el juicio sociales; dificultades para hacer estimaciones de tiempo y distancia; desequilibrio a favor de las capacidades verbales frente a las no verbales en escalas de inteligencia tipo Wechsler.

#### ✦ **El enfoque cognitivo.**

El estudio e investigación de los aprendizajes matemáticos desde la perspectiva neuropsicológica tradicional ha recibido en los últimos años, abundantes críticas, siendo las más importantes las siguientes.

En primer lugar, se critica el hecho de que careciendo de una definición operativa, rigurosa y universalmente aceptada de "dificultades específicas de aprendizaje" se parta de una definición descriptiva, realizada en términos negativos (son alumnos que a pesar de mostrar una inteligencia normal, no tener problemas emocionales, ni deficiencias sensoriales, tienen un rendimiento es-colar pobre, definido por las bajas puntuaciones en pruebas de rendimiento y, naturalmente, por las calificaciones escolares) y se llegue a una definición positiva: las conciben como una "entidad", como algo que el niño "tiene" y que probablemente esté causado por alguna alteración neurológica.

La segunda crítica tiene que ver con la relación que se establece entre dificultades matemáticas y los "signos neurológicos menores" insistiendo la mayoría de los investigadores en la ausencia de demostración de dicha relación. Y es que dicha relación se establece, mayoritariamente, a partir de estudios de carácter correlacional, con lo inadecuadas que pueden resultar las conclusiones derivadas exclusivamente de estudios de esa índole.

En tercero, se critica el que los estudios se basen en concepciones superficiales de las actividades matemáticas en lugar de en una teoría fundamentada de la competencia matemática, empleándose tareas inadecuadas para la medida de ésta. Resulta algo más que anecdótico que la mayoría de los estudios neuropsicológicos no profundice en los procesos cognitivos implicados en cada uno de los aprendizajes matemáticos.

Finalmente, se ha criticado la escasez y debilidad metodológica de los estudios neuropsicológicos sobre la discalculia.

En resumen, pues, y en el mejor de los casos, como señalara Rivière hace más de una década, "conviene guardar una

prudente reserva antes de trasladar el modelo de lesión o disfunción a los niños que encuentran difícil adquirir representaciones matemáticas o habilidades de cálculo en la escolaridad normal (a diferencia de los adultos con lesiones, que pierden las capacidades previamente adquiridas). Sin negar que pueda existir un grupo reducido de ellos con algún trastorno neurológico subyacente, no hay pruebas para aceptar la idea de que éste se produce en todos los niños con dificultades específicas para el aprendizaje de las matemáticas".

Desde el enfoque alternativo a estas viejas teorías sobre las DAM, se considera en términos generales que tanto para el aprendizaje de las matemáticas, como para remediar las dificultades se debe de instaurar una enseñanza que esté en correspondencia con los procesos cognitivos que subyacen a la ejecución de dichos aprendizajes. En este sentido, hay que tener en cuenta que la competencia matemática sigue un proceso de construcción lento y gradual que va de lo concreto a lo abstracto y de lo específico a lo general, de tal manera que la habilidad matemática es susceptible de descomponerse en una serie de habilidades entre las que podemos distinguir la numeración, el cálculo, la resolución de problemas, la estimación, el concepto de medida y algunas nociones de geometría, habilidades que a su vez pueden, y

deben, descomponerse en cada uno de los procesos y estrategias que se emplean en su ejecución.

Asimismo, se suele llamar la atención de la importancia que poseen para la adquisición de los aprendizajes matemáticos algunos procesos cognitivos como:

- La atención. Una cuestión crucial en la operatividad matemática es la exigencia de poseer estrategias que faciliten la acumulación momentánea de recursos atencionales dedicados exclusivamente a la tarea matemática que se ejecuta. Hasta las tareas matemáticas más simples (p.e.: intente seguir leyendo y realizar mentalmente la operación  $27 + 15$ ) exigen suspender temporalmente otras tareas que estemos realizando para de esa manera ahorrar "recursos atencionales" que puedan dedicarse a la resolución de la tarea en cuestión. Es obvio, que una manera importante de "ahorrar" este tipo de recursos es mediante la automatización de todos los procesos posibles en cada caso (tablas de multiplicar, algoritmos de las operaciones aritméticas, etc.)

Los recursos atencionales que se "ahorran" al centrar la atención en la tarea matemática van a posibilitar los

procesos de recuperación y almacenamiento de información en la Memoria de Trabajo y en la Memoria a Largo Plazo.

La realización de tareas matemáticas exige una distribución adecuada de los recursos de procesamiento mental y memoria, así como el empleo de estrategias ordenadas y jerarquizadas, que impliquen un encaje progresivo de unos procedimientos en otros: la acción de sumar, implica necesariamente la de contar.

Es bastante probable que una parte de los alumnos o alumnas que presentan dificultades en las matemáticas posean estrategias inadecuadas en el "ahorro" de esfuerzos cognitivos y su posterior redistribución para la realización de los diferentes subprocesos que componen cada tarea matemática.

- La memoria. Como han señalado prácticamente todos los investigadores cognitivos, los diferentes tipos de memoria y especialmente la memoria de trabajo (working memory), juegan un papel trascendental en la realización de la mayor parte de los procesos intelectuales. En la memoria de trabajo es posible realizar, al menos, las siguientes operaciones: de un

lado, sirven de almacén donde se "guardan" los resultados parciales de las operaciones cognitivas que realizamos, y que en el caso de los aprendizajes matemáticos son especialmente abundantes (en cualquier operación de cálculo es necesario "guardar" los resultados obtenidos en cada una de las columnas de cada "cuenta"); de otro, sirve de almacén temporal para la información recuperada de la MLP (Memoria a Largo Plazo); o sirve de escenario para la conjunción entre la nueva información (adquirida) y la recuperada de la MLP.

La importancia de la Memoria en los aprendizajes matemáticos, además de por los datos empíricos, viene demostrada por estudios como los de Russell y Ginsburg, que afirman que el funcionamiento cognitivo de los niños con dificultades específicas para el aprendizaje de las matemáticas es normal, si se exceptúa su pobre conocimiento de hechos numéricos.

Esta idea, sobre la importancia de la memoria se ha visto reforzada por otras muchas investigaciones que establecen de una manera clara que la dificultad de los niños que poseen dificultades específicas en los aprendizajes matemáticos para operar con información de carácter numérico debido al carácter

de "dominio específico" de la Memoria de Trabajo, que llevaría a que algunas personas tuvieran un procesamiento desigual dependiendo del tipo de estímulo que se utiliza (verbal o numérico).

De lo anterior, puede derivarse la importancia de poseer estrategias adecuadas para la recuperación, almacenamiento y manipulación de la información en los diversos niveles de la Memoria. Cuestión que muy probablemente se encuentre entre los orígenes de las dificultades matemáticas de muchos alumnos y alumnas.

Los conocimientos previos. Estos conocimientos juegan un papel importante en cualquier actividad intelectual (son los que posibilitan la construcción de los nuevos aprendizajes, así como la ejecución de los mecanismos de aplicación), pero resultan de una especial relevancia en el ámbito matemático.

¿Por qué son tan "importantes" los conocimientos previos en la ejecución de las tareas matemáticas?:

- Primero, porque a partir de un determinado nivel de aprendizajes matemáticos, estos van perdiendo la conexión con el mundo concreto y se constituyen en una "abstracción" desvinculada de las intenciones y metas del

que aprende: tienen que superar su tendencia a hacer depender las relaciones de las intenciones para comprender las relaciones matemáticas.

- Segundo, porque mientras en otras áreas los conocimientos tienen esencialmente un carácter declarativo, en las matemáticas resultan clave dos tipos de conocimientos previos: los declarativos (conceptos de las operaciones, tipo de números, etc.) y los procedimentales (algoritmos de las diferentes operaciones, estrategias de solución de problemas...).
- Y tercero, porque los conocimientos matemáticos tienen un elevado nivel de interrelación y jerarquización.

El elevado nivel de abstracción, jerarquización e interrelación del conocimiento matemático junto con el doble carácter del conocimiento previo necesario para realizar tareas matemáticas, posibilitan el que los "bloqueos" en las tareas de esta área sean más abundantes que en otras áreas del conocimiento.

La existencia de conocimientos previos y de las estrategias adecuadas para su recuperación de la MLP aparece de esta manera como un elemento central en la adquisición y desarrollo de las habilidades matemáticas.



Consecuentemente y desde esta perspectiva, se aportan una serie de principios bien establecidos que pueden aplicarse a las situaciones educativas concretas en el proceso enseñanza-aprendizaje:

Para el conocimiento matemático el alumno tiene que ser capaz de establecer relaciones conceptuales, lo que le conducirá a nuevas elaboraciones y reestructuraciones del conocimiento, ya lograr las representaciones cognitivas adecuadas.

Los conocimientos previos constituyen la base para la adquisición y comprensión de los nuevos. De manera que, la conexión e integración del conocimiento previo con el nuevo es lo que dará lugar a las reestructuraciones y representaciones, ricas y complejas.

Tanto el conocimiento declarativo (conocimiento de los conceptos matemáticos) como el procedimental (conocimiento de las estrategias y habilidades matemáticas) deben ser enseñados explícitamente, porque el conocimiento formal no produce automáticamente competencia procedimental.

Considerando las limitaciones de la capacidad de procesamiento del alumno es necesario adquirir los automatismos elementales relacionados con las operaciones básicas (+, -, x, y:) para liberar recursos cognitivos que puedan ser utilizados en tareas de orden superior como el control de la ejecución matemática y la interpretación de los problemas.

La competencia matemática se logra aplicando los conocimientos adquiridos a los distintos contextos en los que se desenvuelve el alumno, superando así la fase de acumulación de conocimientos aislados y descontextualizados.

Los procesos metacognitivos de control y guía de la propia actividad tienen mucha importancia en la ejecución competente. Esta importancia es menor en las fases iniciales, en las que predomina la regulación externa.

Precisamente porque el análisis de los errores sistemáticos constituye muchas veces las únicas ventanas de acceso a las mentes de los alumnos, el estudio de estos errores pone de relieve que se aplican principios, reglas o estrategias incorrectas por su parte.

Los procesos motivacionales y sociales desempeñan también un importante papel, en cuanto que son factores que favorecen o entorpecen el aprendizaje por el efecto circular que provoca el éxito o fracaso experimentado. Así, muchos fracasos iniciales conducen al alumno a evitar implicarse y a desarrollar actitudes negativas hacia las matemáticas, entrando en una circularidad negativa de difícil solución. (PP. 18-23)

## CAPITULO III RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

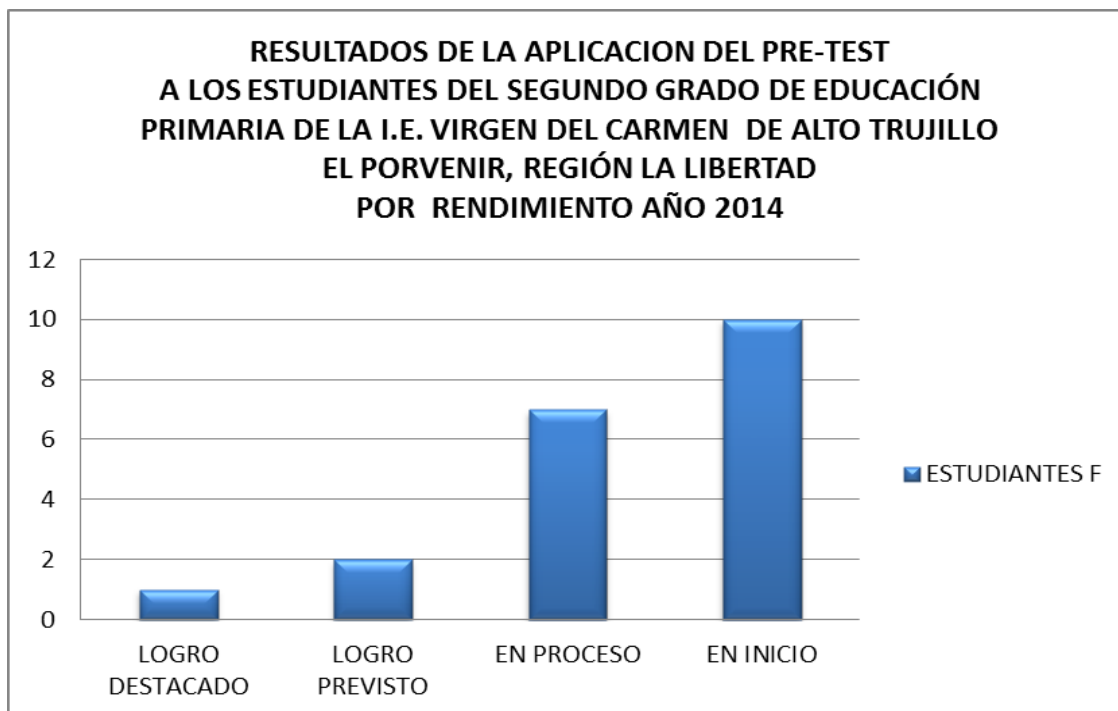
### 3.1. Análisis e interpretación de los datos

CUADRO Nº 01

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL PRE-TEST A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA I.E. VIRGEN DEL CARMEN DE ALTO TRUJILLO - EL PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD POR RENDIMIENTO AÑO 2014				
RENDIMIENTO	ESTUDIANTES		TOTAL	
	F	%	F	%
LOGRO DESTACADO	1	5%	1	5%
LOGRO PREVISTO	2	10%	2	10%
EN PROCESO	7	35%	7	35%
EN INICIO	10	50%	10	50%
TOTAL	20	100%	20	100%

Fuente: Resultados del pre test aplicado por el autor del presente informe

GRÁFICO Nº 01



Fuente: Resultados del pre test aplicado por el autor del presente informe

En el cuadro N° 01: Podemos observar que antes de aplicar el programa de intervención psicopedagógica para desarrollar capacidades matemáticas de resolución de problemas de numeración y cálculo en el área de matemática, de los 20 estudiantes evaluados del 2do Grado De Educación Primaria De La I.E. Virgen Del Carmen de Alto Trujillo - El Porvenir, Región La Libertad, un 50% de los estudiantes que se ubican en el nivel de rendimiento inicial, lo cual nos indica que más de la mitad de la muestra presenta deficiencia en sus habilidades matemáticas, teniendo también un 35% de aquellos estudiantes que se encuentran en la etapa de proceso y solo el 10% y 5% se ubican en el nivel de logro previsto y destacado respectivamente.

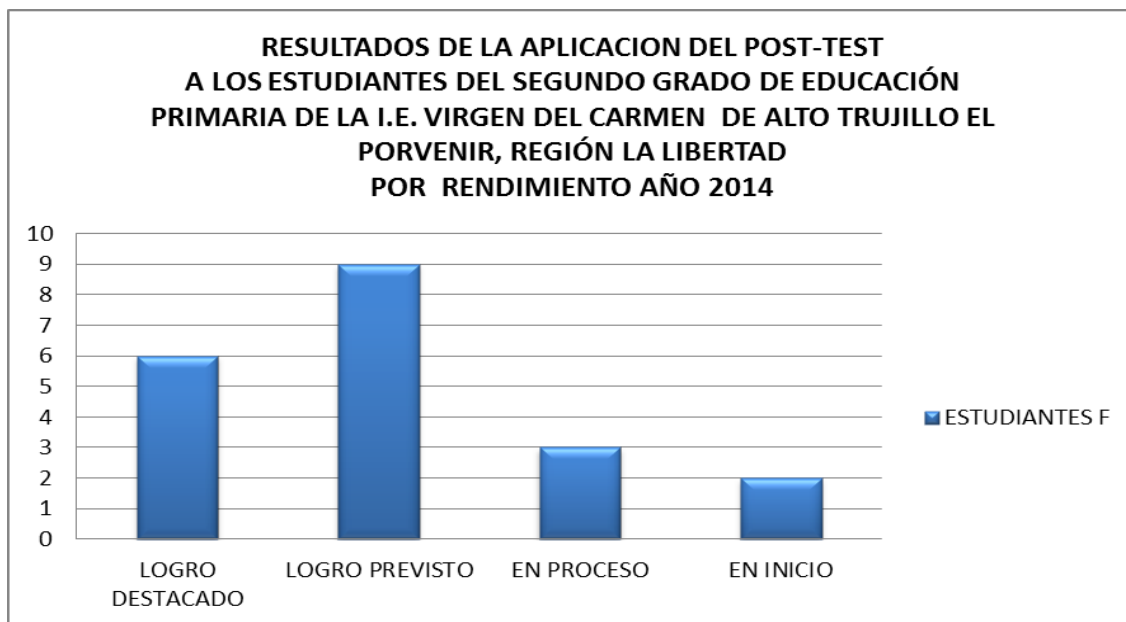
Para un mayor entendimiento observar el gráfico N° 01 de los niveles de rendimiento en la que se encuentran los estudiantes.

CUADRO N° 02

RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL POST-TEST A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA I.E. VIRGEN DEL CARMEN DE ALTO TRUJILLO EL PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD POR RENDIMIENTO AÑO 2014				
RENDIMIENTO	ESTUDIANTES		TOTAL	
	F	%	F	%
LOGRO DESTACADO	6	30%	6	30%
LOGRO PREVISTO	9	45%	9	45%
EN PROCESO	3	15%	3	15%
EN INICIO	2	10%	2	10%
TOTAL	20	100%	20	100%

Fuente: Resultados del post- test aplicado por el autor del presente informe

GRAFICO N° 02



Fuente: Resultados del post- test aplicado por el autor del presente informe

En el cuadro N° 02: Podemos observar que después de aplicar un programa de intervención psicopedagógica en el desarrollo de las capacidades matemáticas de numeración y calculo en el área de matemática, los 20 estudiantes evaluados del 2do Grado De Educación Primaria De La I.E. Virgen Del Carmen De Alto Trujillo El Porvenir, Región La Libertad, los resultados fueron favorables ya que se observó un aumento del logro previsto y destacado en 45% y 30% según corresponde lo cual indica que los estudiantes han desarrollado mejor sus capacidades en resolución de problemas matemáticos. En este sentido podemos afirmar que se han logrado muy buenos resultados con la aplicación del programa de intervención psicopedagógica.

Para mayor comprensión de los resultados observar el gráfico N° 02

CUADRO N° 03

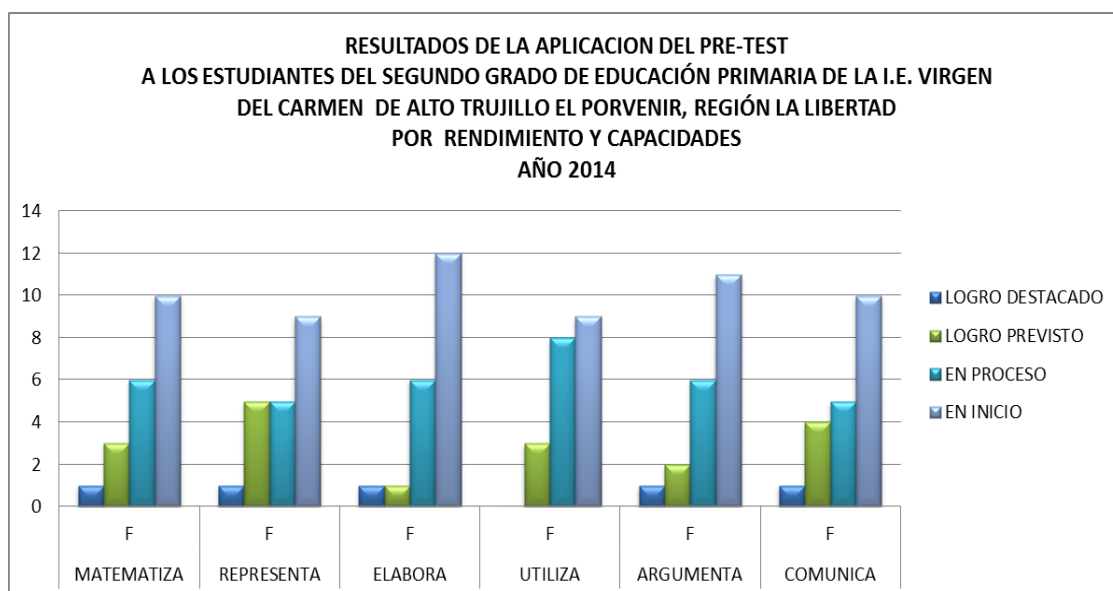
**RESULTADOS DE LA APLICACION DEL PRE-TEST A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA I.E. VIRGEN DEL CARMEN DE ALTO TRUJILLO EL PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD POR**

**RENDIMIENTO Y CAPACIDADES AÑO 2014**

RENDIMIENTO	MATEMATIZA		REPRESENTA		ELABORA		UTILIZA		ARGUMENTA		COMUNICA	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
LOGRO DESTACADO	1	5%	1	5%	1	5%	0	0%	1	5%	1	5%
LOGRO PREVISTO	3	15%	5	25%	1	5%	3	15%	2	10%	4	20%
EN PROCESO	6	30%	5	25%	6	30%	8	40%	6	30%	5	25%
EN INICIO	10	50%	9	45%	12	60%	9	45%	11	55%	10	50%
TOTAL	20	100%	20	100%	20	100%	20	100%	20	100%	20	100%

Fuente: Resultados del pre test aplicado por el autor del presente informe

**GRÁFICO N° 03**



Fuente: Resultados del pre test aplicado por el autor del presente informe

En el cuadro N° 03 se observa que de los alumnos evaluados la cantidad de estudiantes que alcanzan un rendimiento destacado es mínima.

En las capacidades matematiza, representa, elabora, utiliza, argumenta y comunica; los resultados van desde el rendimiento en etapa logro destacado

hasta la etapa de inicio, siendo la etapa de inicio la que obtiene mayores resultados con un aproximado del 45% a más de los estudiantes de la muestra seguida de la etapa en proceso que están próximos a tener mejores resultados en términos generales y la etapa de logro previsto y destacado que cuentan con una cantidad mínima de la muestra.

Estos resultados muestran un déficit de capacidades en sus habilidades matemáticas, más aun considerando que los resultados en las escalas superiores de evaluación son cantidades mínimas desfavorables, lo cual sirve como referente para iniciar un programa de intervención psicopedagógica para mejorar sus capacidades en la resolución de problemas matemáticos

Para mejor visualización de los resultados obtenidos, presento el gráfico N° 03.

#### CUADRO N° 04

#### RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL POST-TEST A LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO



**PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD POR RENDIMIENTO Y CAPACIDADES AÑO 2014**

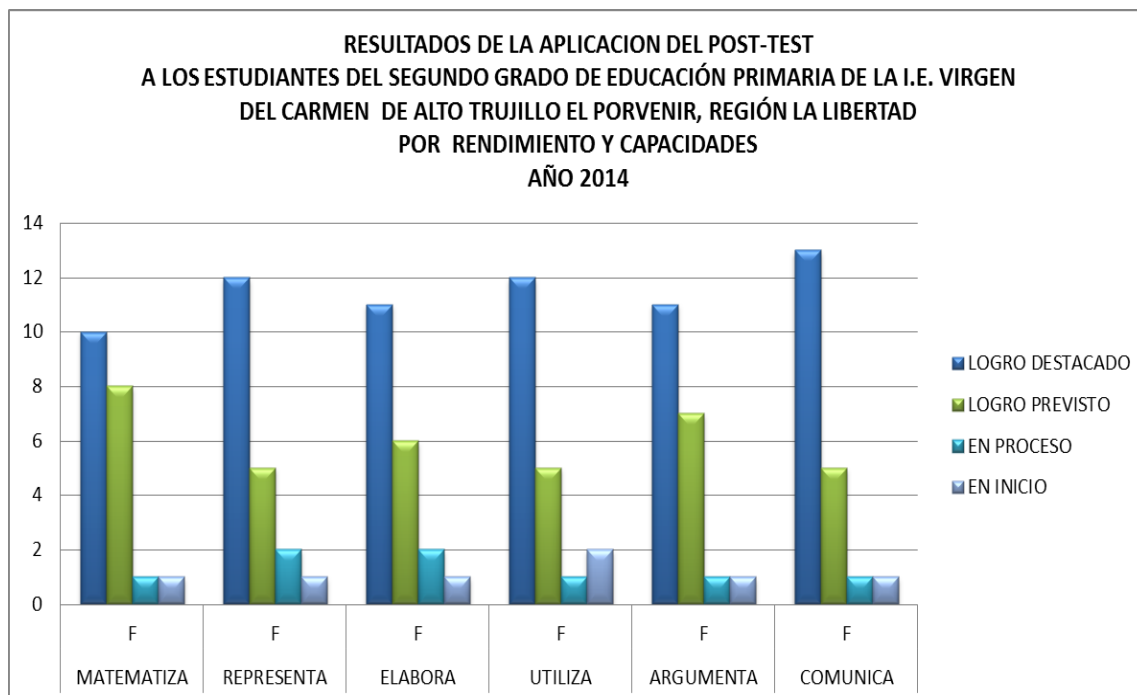
RENDIMIENTO	MATEMATIZA		REPRESENTA		ELABORA		UTILIZA		ARGUMENTA		COMUNICA	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
LOGRO DESTACADO	10	50%	12	60%	11	55%	12	60%	11	55%	11	55%
55% LOGRO PREVISTO	13	65%	8	40%	5	25%	6	30%	2	10%	2	10%
25% EN PROCESO	7	35%	1	5%	1	5%	1	5%	1	5%	1	5%
10% EN INICIO	1	5%	2	10%	1	5%	1	5%	1	5%	1	5%
5%	1	5%										
TOTAL	20	100%	20	100%	20	100%	20	100%	20	100%	20	100%

**GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA I.E. VIRGEN DEL CARMEN DE ALTO TRUJILLO EL**

5

Fuente: Resultados del post-test aplicado por el autor del presente informe

**GRAFICO N° 04**



Fuente: Resultados del post- test aplicado por el autor del presente informe

Como observamos en el cuadro N° 04, los resultados presentan un notable cambio en el desarrollo de las habilidades de los estudiantes, se observan logros en la etapa de logro previsto y destacado seguida de la etapa en proceso, teniendo también una reducción considerable de las cantidades de la etapa inicial.

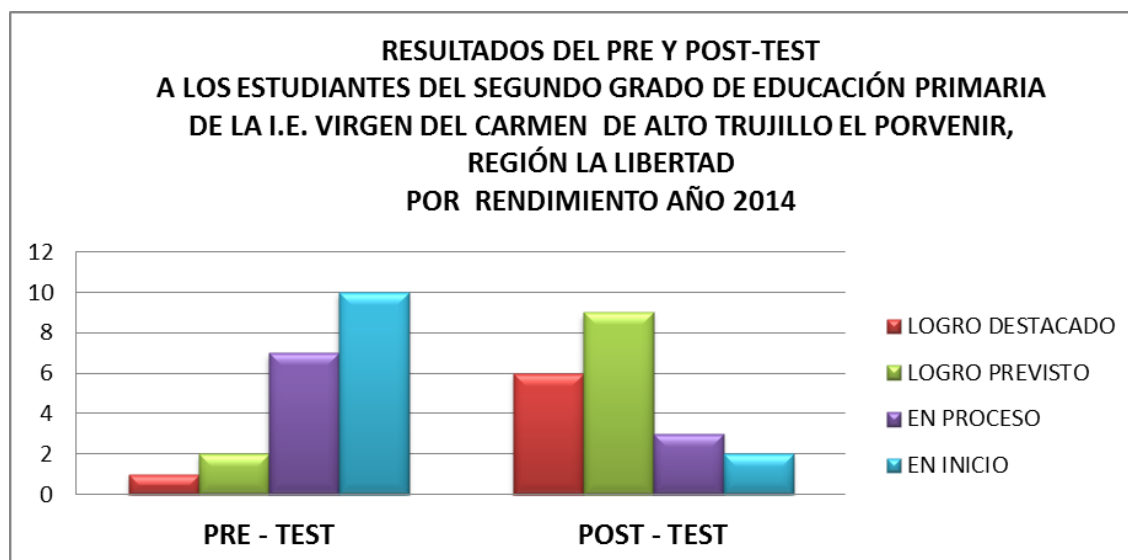
En las capacidades matematiza, representa, elabora, utiliza, argumenta y comunica; los resultados van desde el rendimiento en la etapa de logro destacado hasta la etapa de inicio, siendo la etapa de logro previsto y destacado las que obtienen mayores resultados de los de la muestra seguida de la etapa en proceso que presenta una cantidad razonable de estudiantes próximos a nivelarse con el resto con un mejor desarrollo de sus habilidades.

En términos generales, el estudiante debe considerar el área de matemática como una actividad importante en su vida porque a través de ella se busca desarrollar capacidades, habilidades, conocimientos, y actitudes que lo preparen para los retos de la ciencia, la tecnología, del contexto sociocultural y del lugar en el que se desempeñe.

Si comparamos los resultados con los del pre test observaremos una considerable mejora luego de la aplicación del programa de intervención psicopedagógica.

Para una mejor comprensión de los resultados observar la información en el gráfico N° 05

GRÁFICO Nº 05



Fuente: Resultados del pre y post- test aplicado por el autor del presente informe



### 3.3. Propuesta teórica



Resolver problemas  
matemáticos con  
números naturales





### 3.2.1. DENOMINACION

**“PROGRAMA DE INTERVENCION PSICOPEDAGOGIA PARA DESARROLLAR CAPACIDADES MATEMATICAS DE NUMERACION Y CÁLCULO EN LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DEL NIVEL PRIMARIO EN EL AREA DE MATEMATICA DE LA I.E. VIRGEN DEL CARMEN DE ALTO TRUJILLO EL PORVENIR, REGIÓN LA LIBERTAD AÑO 2014”**

### 3.2.2. DATOS INFORMATIVOS

<b>Institución educativa</b>	: I.E. Virgen Del Carmen.
<b>Ubicación</b>	: Alto Trujillo - El Porvenir, Región La Libertad.
<b>Destinatarios</b>	: 20 Estudiantes De Segundo Grado Del Nivel Primario.
<b>Responsable</b>	: Villacorta Varas Jane Roxana.
<b>Temporalización</b>	: 8 meses

### 3.2.3. PRESENTACION

El presente programa de intervención psicopedagógica en el área de matemática está dirigido a un grupo de 20 estudiantes del segundo grado del nivel primario de la I.E. Virgen Del Carmen del Alto Trujillo - El Porvenir, Región La Libertad.

El presente trabajo comprende el diseño de 12 sesiones debidamente secuenciadas en relación a las necesidades educativas que con la aplicación del pre test sobre resolución de problemas matemáticos se identificaron en los alumnos. De igual manera se diseñan estrategias seleccionadas en función de las capacidades que se esperan lograr y sustentadas en el modelo de Polya, la teoría psicogenética de Piaget y el enfoque de Vidal y Manjón. También se ha elaborado para cada sesión los recursos y las fichas de trabajo a ser utilizadas por cada uno de los estudiantes con una duración de 90 y 135 minutos indistintamente a ejecutarse con una frecuencia de dos veces por semana. Finalmente se señalan



los indicadores de evaluación en cada una de las sesiones planificadas en el periodo de tiempo establecido.

#### **3.2.4. FINALIDAD**

El programa de intervención psicopedagógico tiene como finalidad incrementar y mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes en el área de matemática, desarrollando capacidades en la resolución de problemas matemáticos con números naturales, a partir de los saberes previos, teniendo en cuenta características, intereses y necesidades de su entorno familiar y escolar.

#### **3.2.5. OBJETIVOS**

##### **3.2.5.1. OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar capacidades en la resolución de problemas matemáticos con números naturales, acorde con su edad y nivel de escolaridad.

##### **3.2.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Estimular los procesos cognitivos básicos de percepción, atención y memoria que faciliten la resolución de problemas matemáticos.
- Estimular los procesos cognitivos que faciliten la resolución de problemas con números naturales.



**Objetivo específico 1:** estimular los procesos cognitivos básicos de percepción, atención y memoria que faciliten la resolución de problemas matemáticos

Nº Sesión	CAPACIDADES	CONTENIDOS	ESTRATEGIAS PSICOPEDAGÓGICAS	RECURSOS	TIEMPO	INDICADORES DE EVALUACIÓN
1.	Ejercita y estimula la percepción	<ul style="list-style-type: none"> <li>La percepción</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se presenta a los estudiantes la situación problemática “identificar las diferencias de las figuras presentadas”</li> <li>Observa en 30 segundos las imágenes presentadas.</li> <li>Identifica cuál de las cuatro figuras una es diferente a las demás.</li> <li>Explica donde se encuentra la diferencia.</li> <li>Dinámica de percepción visual.</li> <li>Juegos didácticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Hojas con figuras</li> <li>Lapiceros</li> <li>papel</li> </ul>	90´	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreta el significado de la información que recibe visualmente y detecta los objetos con mayor rapidez</li> </ul>
2.	Ejercita y estimula la atención y concentración	<ul style="list-style-type: none"> <li>La atención y concentración</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se presenta a los estudiantes la situación problemática “cuando el</li> </ul>	Los niños La voz del docente	90´	<ul style="list-style-type: none"> <li>desarrolla la atención a través del juego.</li> <li>Contribuye a consolidar el</li> </ul>

			<p>docente pronuncie la cifra “cinco” todos deben dar una palmada.”</p> <p>Dinámica de grupos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>•</li> </ul>	El aula		concepto de cantidad.
3.	Ejercita y estimula la memoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La memoria</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta a los estudiantes la situación problemática “recordar de que cantidades hay monedas en la figura y de que cantidad solo hay una”</li> <li>• Juego de memoria ¿quién recuerda más?</li> <li>• Trabajo en hojas de aplicación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hoja con figuras diferentes cantidades de monedas</li> <li>• Ficha N° 2</li> <li>-Guía de observación</li> </ul>	90´	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrolla habilidades para memorizar visualmente objetos.</li> <li>• Participa activamente en los juegos de memoria</li> </ul>

**Objetivo específico 2:** estimular los procesos cognitivos que faciliten la resolución de problemas con números

naturales.

Nº	CAPACIDADES	CONTENIDO	ESTRATEGIAS PSICOPEDAGOGICAS	RECURSOS	TIEMPO	INDICADORES DE EVALUACION
4	Comunica y representa ideas matemáticas.	reconocer números	Los alumnos organizan una tiendita en el aula para reconocer números.  Dinámicas de grupo Talleres Juegos didácticos Lecturas Interacción de grupo Participaciones voluntarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>Papelote con el planificador.</li> <li>Plumones, hojas y cinta adhesiva.</li> <li>Revistas o catálogos publicitarios de productos con sus respectivos precios.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, estimación de precios)</li> </ul>
5	Comunica y representa ideas matemáticas.  Elabora y usa estrategias	estimar y escribir números	Los alumnos organizan una tiendita en el aula para estimar y escribir números  Dinámicas de grupo  Juegos didácticos Lecturas Interacción de grupo Participaciones voluntarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>Papelote con el planificador utilizado en la sesión anterior y cinta adhesiva.</li> <li>Hojas con el cuadro de productos y precios.</li> <li>Hojas con el cuadro de responsabilidades.</li> <li>Cuaderno, lápiz y borrador.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (estimación de precios).</li> <li>Emplea procedimientos para estimar cantidades de hasta dos cifras.</li> </ul>

6	<p>Comunica y representa ideas matemáticas.</p> <p>Elabora y usa estrategias</p>	<p>Escribir números para representar precios de productos</p>	<p>Los alumnos jugarán a comprar usando monedas o billetes de juguete</p> <p>Dinámicas de grupo</p> <p>Juegos didácticos</p> <p>Lecturas</p> <p>Interacción de grupo</p> <p>Participaciones voluntarias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Envases, empaques, imágenes o dibujos de los productos a vender en La tiendita.</li> <li>• Cajas, tijeras y cinta de embalaje.</li> <li>• Cartulinas pequeñas, plumones, témperas y cinta adhesiva para etiquetar los productos con sus respectivos precios. Papelote con el planificador utilizado en las sesiones anteriores. Sobres y billetes y monedas recortables.</li> <li>• Hojas, lápices y borradores.</li> <li>• Calculadoras (una por grupo).</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, cálculo de dinero).</li> <li>• Elabora representaciones de números</li> <li>• de hasta dos cifras, de forma concreta</li> <li>• (monedas y billetes), pictórica y simbólica (números, palabras).*</li> </ul>
---	--	---	---	---	-----	---

7	Matematiza situaciones.	Resolución de problemas que implican: juntar, separar objetos	Los alumnos agrupados resolverán problemas que implican agregar objetos  Juegos didácticos Lecturas	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mapa del Perú. Tarjetas que representen a frutas de diferentes regiones del Perú. Limpia tipo o cinta</li> <li>• masking tape.</li> <li>• Papelotes y</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de agregar-agregar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.</li> </ul>
---	-------------------------	---	--	---	-----	---

			Interacción de grupo Participaciones voluntarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>plumones.</li> <li>• Material Base Diez.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>		
8	Matematiza situaciones.  Elabora y usa estrategias.	Resolución de problemas que implican: juntar, separar objetos	Los alumnos agrupados resolverán problemas que implican quitar objetos  Juegos didácticos Lecturas Interacción de grupo Participaciones voluntarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regletas de colores.</li> <li>• Material Base Diez. Papelote y</li> <li>• plumones. Sobre con 36 siluetas de helado.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de juntar-separar, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto.</li> <li>• Emplea * estrategias heurísticas como la simulación al resolver problemas aditivos de una etapa con resultados de dos cifras.</li> </ul>

9	Matematiza situaciones.  Comunica y representa ideas matemáticas	Resolución de problemas que implican averiguar la cantidad: aumentar, disminuir, igualdad.	Los alumnos agrupados resolverán problemas que implican averiguar qué cantidad se aumenta o disminuye para mantener la igualdad  Juegos didácticos Lecturas Interacción de grupo Participaciones voluntarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regletas de colores.</li> <li>• Material Base Diez. Papelote y plumones.</li> <li>• Sobre con 36 siluetas de helado.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de juntar-separar, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto.</li> <li>• Emplea estrategias heurísticas como la simulación al resolver problemas aditivos de una etapa con resultados de dos cifras.</li> </ul>
10	Comunica y representa ideas matemáticas.  Razona y argumenta generando ideas	Resolución de problemas que implican averiguar la cantidad: aumentar, disminuir,	Los alumnos agrupados resolverán problemas que implican averiguar qué cantidad se aumenta o disminuye para mantener la igualdad Juegos didácticos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fotocopia de imágenes.</li> <li>• Tarjetas con los números: 28, 38, 10, 11, 49, 0</li> <li>• Tarjetas con los</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de agregar-quitar, avanzar retroceder, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte</li> </ul>
	Matemáticas.	igualdad.	Lecturas Interacción de grupo Participaciones voluntarias	<ul style="list-style-type: none"> <li>• • • signos: +, -, =</li> <li>• Papelotes en blanco.</li> <li>• Plumones.</li> <li>• Goma.</li> <li>• Papelotes con el diseño: con un esquema y con una operación.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• concreto, pictórico o gráfico. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico lo que comprende sobre la propiedad: elemento neutro.</li> </ul>



11	Matematiza situaciones	problemas de suma y resta sucesiva	<p>Los alumnos a través de juegos didácticos resuelven problemas de suma y resta sucesiva.</p> <p>Dinámicas de grupo</p> <p>Lecturas</p> <p>Interacción de grupo</p> <p>Participaciones voluntarias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tarjetas que representen a danzas de diferentes regiones del Perú.</li> <li>• Limpia tipo o cinta masking tape.</li> <li>• Papelotes y plumones.</li> <li>• Material Base Diez.</li> <li>• Plantilla de El</li> <li>• correcamino.</li> <li>• Dados</li> <li>• Chapitas, semillas.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de avanzar* -avanzar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.</li> </ul>
12	Matematiza situaciones	propiedades de la adición y sustracción	<p>Los alumnos a través de juegos didácticos conocerán y aplicarán las propiedades de la adición y sustracción</p> <p>Dinámicas de grupo</p> <p>Lecturas</p> <p>Interacción de grupo</p> <p>Participaciones voluntarias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Limpia tipo o cinta masking tape.</li> <li>• Papelotes y plumones.</li> <li>• Plantilla de correcamino.</li> <li>• Dados: dos blancos y uno negro.</li> <li>• Chapitas o semillas.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de avanzar-avanzar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.</li> </ul>

--	--	--	--	--	--	--

13	Matematiza situaciones	Resolución de problemas aditivos	<p>Los alumnos a través de juegos didácticos aprenderán a resolver problemas aditivos</p> <p>Dinámicas de grupo</p> <p>Lecturas</p> <p>Interacción de grupo</p> <p>Participaciones voluntarias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mapa del Perú. Láminas o tarjetas que representen artesanías de diferentes regiones del Perú.</li> <li>• Limpia-tipo o cinta masking tape.</li> <li>• Regletas de colores.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de juntar-juntar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.</li> </ul> <p style="text-align: center;">*</p>
14	<p>Comunica y representa ideas matemáticas.</p> <p>Elabora y usa estrategias.</p>	Resolución de problemas aditivos	<p>Los alumnos a través de juegos didácticos aprenderán a resolver problemas aditivos</p> <p>Dinámicas de grupo</p> <p>Lecturas</p> <p>Interacción de grupo</p> <p>Participaciones voluntarias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tapitas de colores. Papelotes y plumones.</li> <li>• Pedazos de lana.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora representaciones de números hasta 90, de forma concreta (chapitas, piedritas) y simbólica (números, palabras, descomposición aditiva).</li> <li>• Emplea procedimientos (agrupaciones) para contar cantidades hasta 90.</li> </ul>

15	<p>Matematiza situaciones. Comunica y representa ideas matemáticas.</p> <p>Razona y argumenta generando ideas matemáticas.</p>	Representación de un número usando materiales de base 10	<p>Los alumnos a través de juegos didácticos aprenderán a representar un número usando materiales de base 10</p> <p>Dinámicas de grupo</p> <p>Lecturas</p> <p>Interacción de grupo</p> <p>Participaciones voluntarias</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fotocopia de imágenes.</li> <li>Tarjetas con los números: 28, 38, 10, 11, 49, 0</li> <li>Tarjetas con los signos: +, -, =</li> <li>Papelotes en blanco.</li> <li>Plumones. Goma.</li> </ul>	90'	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de agregar-quitar, avanzar retroceder, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto, pictórico o gráfico.</li> <li>Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico lo que</li> </ul>
				<ul style="list-style-type: none"> <li>Papelotes con el diseño: con un esquema y con una operación.</li> </ul>		comprende sobre la propiedad: elemento neutro.

\*

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### CONCLUSIONES

- La aplicación del programa de intervención psicopedagógica basadas en el modelo de Polya, la teoría psicogenética de Piaget y el enfoque de Vidal y Manjón logró potenciar el desarrollo de capacidades en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes del segundo grado del nivel primario de la I.E. Virgen Del Carmen del Alto Trujillo El Porvenir, Región La Libertad.
- También se determinó con la aplicación del pre test en los estudiantes del segundo grado del nivel primario presentan un bajo nivel en el desarrollo de capacidades matemáticas en la resolución de problemas con números naturales debido a la aplicación de estrategias didácticas inadecuadas.
- Queda demostrado la validez de la hipótesis por que los resultados obtenidos de la aplicación del post test fueron satisfactorios.
- Queda demostrado que el desarrollo de capacidades en la resolución de problemas matemáticos con números naturales, a partir de los saberes previos, teniendo en cuenta características, intereses y necesidades de su entorno familiar escolar y social es sumamente importante para el logro de aprendizajes significativos.

## RECOMENDACIONES

- Se recomienda desarrollar permanentemente estos programas psicopedagógicos por su efectiva implicancia en el mejoramiento del desarrollo capacidades matemáticas proponiendo de esta manera procesos cognitivos orientados a garantizar el aprendizaje efectivo de los estudiantes.
- Tener en cuenta en toda investigación psicopedagógica; en el proceso de diagnóstico, aplicación y evaluación; el aspecto situacional de los estudiantes y el contexto social en el que se encuentran, debido a que los factores que influyen en el estudiante son diversos y deben ser considerados en todo análisis. Por tal motivo, se considera pertinente desarrollar una fundamentación acerca del tratamiento de la originalidad en la capacidad de resolución matemática.
- Se recomienda aplicar este programa de intervención psicopedagógica en otras instituciones educativas por la eficacia que ha mostrado en los resultados.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agudelo, G. BEDOYA, V y RECTRERO, A (2008) Método Heurístico en la Resolución de Problemas Matemáticos.
- Calero, M. (1994) *“Tecnología Educativa”*. Editorial San Marcos.
- Capella, J. Y Sánchez, G (1999). *Aprendizaje y Constructivismo*. Ediciones: Massey and Vanier. Lima.
- Novak, J. (1988) *El constructivismo Humano: Un consenso emergente*.
- De La Rosa, J. (2007) *Didáctica para La Resolución de Problemas Educación Primaria*.
- Díaz, F. y Hernández, G. (1999) *Estrategias Docentes para un aprendizaje Significativo. “Una interpretación constructivista”*, MC Graw-Hill Interamericana Editores S.A. de C.V. México.
- Gálvez, José. (1980). *Métodos y técnicas de aprendizaje*
- Klingler; C (2000). *Psicología Cognitiva*. Editorial Mc Graw Hill, México.
- MINEDU (2005) *Desarrollo de Capacidades Matemáticas*.
- MINEDU (2008) *Guía de Actualización Docente para el trabajo en Aulas Multigrado*.

- Rehbein, L. (2003) *Aportes y desafíos desde la práctica psicológica*, Editorial de la Universidad de la Frontera, Santiago de Chile.
  
- Sarmiento, M. (2004) *La Enseñanza de las Matemáticas y las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación* Tarragona.
  
- Sierra, R. (2007) *Técnicas de Investigación Social. Teoría y Ejercicios*. Editorial Thomson. Madrid. España.
  
- Vidal y Manjón (s.f.) dificultades de aprendizaje del cálculo recuperado de <http://fresno.pntic.mec.es/rarguis/Intro%20a%20las%20dificultades%20en%20matematicas.pdf>
  
- Meece, J. (2000) Desarrollo del niño y del adolescente. Compendio para educadores, SEP, México, D.F. pág. 101-127

# ANEXOS

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 1

### *“EJERCITANDO LA PERCEPCION”*

#### I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.2. Grado Y Sección	: 2do grado
1.3. Duración	: 2 horas
1.4. Nivel	: Primaria
1.5. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.6. Área	: Matemática

#### II. APRENDIZAJES ESPERADOS:

COMPONENTE	CAPACIDAD	INDICADOR
	Desarrolla la Precepción	Interpreta el significado de la información que recibe visualmente y detecta los objetos con mayor rapidez

#### III. SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
-------	-------------	----------	--------



<b>INICIO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta a los estudiantes la situación problemática “identificar las diferencias de las figuras presentadas” (Ver ficha 01).</li> <li>• Se les muestra a los estudiantes diferentes figuras y se les pide que observen y se les pregunta: ¿cuál de las cuatro figuras una es diferente a las demás? ¿dónde se encuentra la diferencia?</li> <li>• Se declara el tema y los aprendizajes que se desean alcanzar.</li> </ul>	Hojas con figuras	20'
<b>DESARROLLO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se fomenta la percepción del estudiante, indicándoles que de forma individual trabajen el reconocimiento de las características más importantes de los estímulos visuales: forma, color, tamaño, contorno, posición en el espacio</li> <li>• Se induce a los estudiantes para que identifiquen los elementos comunes y diferentes de la figuras en un tiempo determinado.</li> </ul>	Hoja con figuras	50
<b>CIERRE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cada estudiante exhibe su ficha con las figuras identificadas</li> <li>• Se realiza la Metacognición.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guía de observación</li> <li>• Ficha de Metacognición</li> </ul>	15'

#### IV. EVALUACIÓN:

CAPACIDAD	INDICADORES	INSTRUMENTOS
-----------	-------------	--------------

Desarrolla la Precepción	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta el significado de la información que recibe visualmente y detecta los objetos con mayor rapidez</li> <li>• Demuestra valoración y respeto por su aporte y trabajo en la construcción de la precepción visual.</li> </ul>	Lista de cotejo
--------------------------	--	-----------------

-----  
Docente:

-----  
Directora de I.E

## **SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 2**

### *“EJERCITANDO LA ATENCION”*

#### **I. DATOS INFORMATIVOS**

1.1. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.2. Grado Y Sección	: 2do grado
1.3. Duración	: 2 horas
1.4. Nivel	: Primaria
1.5. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.6. Área	: Matemática

#### **V. APRENDIZAJES ESPERADOS:**

COMPONENTE	CAPACIDAD	INDICADOR
		desarrolla la atención a

	Ejercita y estimula la atención y concentración	<ul style="list-style-type: none"> <li>• través del juego.</li> <li>• Contribuye a consolidar el concepto de cantidad.</li> </ul>
--	---	---

## VI. SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
<b>INICIO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta a los estudiantes la situación problemática “cuando el docente pronuncie la cifra “cinco” todos deben dar una palmada.”</li> <li>• Se declara el tema y los aprendizajes que se desean alcanzar.</li> </ul>	Alumnos Voz del docente Aula	10’
<b>DESARROLLO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• los niños se sientan formando un círculo,</li> <li>• poquito separados unos de otros. El docente les explica que él va a contar hasta cinco (5) y cuando pronuncie la cifra “cinco” todos deben dar una palmada. Al pronunciar los otros números no es necesario dar la palmada, sin simplemente se aproximan las palmas de las manos. El docente dirige el juego normalmente 2 ó 3 veces, después comienza equivocarse al decir “tres” o cualquier otro número en lugar del cinco. Separa y rápidamente las manos como si fuese dar una palmada pero sin darla. El que se equivoca debe sentarse más atrás continúa jugando fuera del círculo hasta que no se equivoque y pueda sentarse en el círculo nuevamente.</li> </ul>	Alumnos Voz del docente • •	65’

<b>CIERRE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cada estudiante valora la importancia de prestar atención en el proceso de aprendizaje.</li> <li>Se realiza la Metacognición.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guía de observación</li> <li>Ficha de Metacognición</li> </ul>	15'
---------------	---	---	-----

## VII. EVALUACIÓN:

CAPACIDAD	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Ejercita y estimula la atención y concentración	<ul style="list-style-type: none"> <li>forma triángulos equiláteros con cerillas.</li> <li>Identifica con precisión los elementos de un triángulo.</li> </ul>	Lista de cotejo

Docente:

Directora de I.E

## SESIÓN DE APRENDIZAJE Nº 3

### *“EJERCITANDO LA MEMORIA”*

#### I. DATOS INFORMATIVOS

7.1. Institución Educativa : Virgen Del Carmen 7.2. Grado Y Sección : 2do grado 7.3. Duración : 2 horas  
 7.4. Nivel : Primaria 7.5. Docente : Villacorta Varas Jane Roxana 7.6. Área : Matemática

#### VIII. APRENDIZAJES

#### ESPERADOS:

COMPONENTE	CAPACIDAD	INDICADOR
	Desarrolla la Memoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>Desarrolla habilidades para memorizar visualmente objetos</li> <li>Participa activamente en los juegos de memoria</li> </ul>

#### IX. SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
-------	-------------	----------	--------

<b>INICIO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se presenta a los estudiantes la situación problemática “recordar de que cantidades hay monedas en la figura y de que cantidad solo hay una” (ver anexo 02).</li> <li>Se declara el tema y los aprendizajes que se desean alcanzar.</li> </ul>	Hoja con figu geométr	20'
<b>DESARROLLO</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Se fomenta el desarrollo de la memoria del estudiante, el docente les proporciona una hoja con monedas de diversos valores.</li> <li>Se les indica que observen por 30 segundos las monedas y luego indiquen sin tenerlo delante de que cantidades hay monedas y cuál es la moneda que no se repite.</li> <li>Se induce a los estudiantes para que recuerden lo observado</li> </ul>	Hojas con recuadros en <ul style="list-style-type: none"> <li>blanco</li> </ul>	55'
<b>CIERRE</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cada estudiante exhibe su hoja debidamente llenada y se observa que alumnos han logrado recordar lo observado</li> <li>Se realiza la Metacognición.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Guía de observación</li> <li>Ficha de Metacognición</li> </ul>	15'

#### **X. EVALUACIÓN:**

CAPACIDAD	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Desarrollo de la Memoria	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconoce monedas visualizadas en la figura.</li> <li>Participa activamente en los juegos de memoria</li> </ul>	Lista de cotejo

-----  
Docente:

-----  
Directora de I.E

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 4

### I. DATOS INFORMATIVOS

1.7. Institución Educativa : Virgen Del Carmen 1.8. Grado Y Sección : 2do grado 1.9. Duración : 2 horas 1.10. Nivel : Primaria 1.11. Docente : Villacorta Varas Jane Roxana 1.12. Área : Matemática

### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Organiza una tiendita en el aula para reconocer números

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas.	Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, estimación de precios)

### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Papelote con el planificador.
- Plumones, hojas y cinta adhesiva.
- Revistas o catálogos publicitarios de productos con sus respectivos precios.

### SECUENCIA DIDACTICA

#### INICIO (15 MINUTOS)

**Recoge los saberes previos** de los niños y las niñas conversando con ellos sobre los productos que se venden en un mercado o en una tienda. Realiza algunas preguntas, por ejemplo: ¿qué productos se venden en esos lugares?, ¿Han realizado compras alguna vez?

Anota sus respuestas en la pizarra.

**Comunica el propósito de la sesión:** hoy van a planificar y organizar la construcción de una tiendita en el aula. Plantea esta pregunta: ¿para qué nos servirá La tiendita?

Escribe sus respuestas en la pizarra.

**Normas de convivencia** que los ayudarán a trabajar en un ambiente favorable.

- Respetar la opinión de los demás.
- Ayudar a los compañeros y agradecer su apoyo.

#### DESARROLLO (15 MINUTOS)

Presenta la siguiente situación.

Hoy planificaremos y organizaremos la construcción de La tiendita en nuestro sector de Matemática. ¿Cómo lo haremos?

Para empezar a **planificar y organizar** junto con los estudiantes la construcción de La tiendita, plantea estas interrogantes: ¿cómo están ordenados los productos en una tienda?, ¿qué productos podríamos vender?, ¿qué podemos hacer para construir La tiendita?, ¿qué materiales necesitamos?, ¿qué información debemos averiguar?, ¿cómo nos podemos organizar para averiguar esa información?

Pega en la pizarra el planificador. Léelo con los niños y las niñas y pide que mencionen otras respuestas de acuerdo a las preguntas planteadas.

Promueve que busquen sus propias estrategias a través de estas preguntas:

¿Alguna vez han planificado la construcción de una tienda?; ¿les parecen buenas las ideas planteadas en el planificador?, ¿qué agregarían o qué quitarían?, ¿por qué?

Organiza a los estudiantes en grupos y solicita que elijan los productos que desean vender: frutas, verduras, abarrotes, etc.

Pide que hagan una lista de ellos, estimen sus precios y escriban todo en una hoja.

Motívalos para que apliquen sus estrategias y oriéntalos con la finalidad de que consideren elaborar un cuadro para organizar la información escrita en la hoja. Formula algunas preguntas: ¿Venderán los productos por unidad o por kilogramos?, ¿deberían elaborar un cuadro de productos y precios de acuerdo a lo que van a vender?

Indica que cada grupo deberá elaborar en una hoja un cuadro con los productos y los precios estimados; luego, en la visita a los establecimientos, podrán colocar el precio real. Para que les sea más sencillo realizar las estimaciones, entrégales las revistas o los catálogos publicitarios de productos.

Señala que escriban los precios sin considerar los céntimos Guía a los grupos para que elaboren el cuadro de productos y Precios Reflexiona con los estudiantes sobre la importancia de la actividad realizada.

Pregúntales: ¿qué materiales han utilizado?; ¿fue fácil realizarla?, ¿qué les pareció difícil?, ¿por qué?; ¿cómo se sintieron mientras desarrollaban la actividad?; ¿será importante conocer los diferentes usos de los números en la vida cotidiana?, ¿por qué?

### **CIERRE (10 MINUTOS)**

Motívalos a valorar el trabajo realizado en la sesión mediante las siguientes preguntas: ¿por qué es necesario planificar y organizar la construcción de La tiendita?; ¿en qué momento de la actividad usaron los números?, ¿para qué sirven los números?; ¿por qué es necesario organizarnos en grupo y que cada integrante tenga responsabilidades?

### **III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE**

TECNICA	INSTRUMENTO
---------	-------------

Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

Docente:

Directora de I.E

### SESION DE APRENDIZAJE N° 5

#### I. DATOS INFORMATIVOS

1.13. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.14. Grado Y Sección	: 2do grado
1.15. Duración	: 2 horas
1.16. Nivel	: Primaria
1.17. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.18. Área	: Matemática

#### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Organiza una tiendita en el aula para estimar y escribir números

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas. Elabora y usa estrategias	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (estimación de precios).</li> <li>Emplea procedimientos para estimar cantidades de hasta dos cifras.</li> </ul>

#### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Papelote con el planificador utilizado en la sesión anterior y cinta adhesiva.
- Hojas con el cuadro de productos y precios.
- Hojas con el cuadro de responsabilidades.
- Cuaderno, lápiz y borrador.

#### SECUENCIA DIDACTICA

#### INICIO (15 MINUTOS)



**Recoge los saberes previos** de los niños y las niñas propiciando un diálogo sobre las actividades realizadas en la sesión anterior. Luego, pega el planificador en la pizarra, verifica con ellos qué tareas ya han realizado y pregunta: ¿qué nos falta hacer?

**Comunica el propósito de la sesión:** hoy visitarán una tienda o un mercado para observar cómo están organizados los productos y verificar los precios que estimaron en la sesión anterior.

**Normas de convivencia**

- Mantener el orden.
- No alejarse del grupo.
- Preguntar los precios con cortesía y amabilidad.

**DESARROLLO (15 MINUTOS)**

Hoy visitaremos un mercado o una tienda para averiguar qué productos se venden allí y cuáles son sus precios. Además, conoceremos cómo los han clasificado y si los venden por unidad, por kilogramo, etc.

Formula preguntas para asegurar la **comprensión de la situación** y los estudiantes puedan **pensar en una estrategia**: ¿cómo realizarán la visita?, ¿qué preguntarán?, ¿dónde escribirán lo que averigüen?

Indica que deben llevar la hoja con el cuadro de productos y precios para completarlo, así como la que contiene el cuadro de responsabilidades.

Resalta que es importante anotar o dibujar en el cuaderno la información obtenida en la investigación, para no olvidarla.

Indícales las pautas de cortesía que deben aplicar durante la salida, por ejemplo: cómo saludarán a los vendedores, cómo se presentarán, cómo les informarán sobre la investigación que están realizando, de qué manera plantearán las preguntas, etc.

Ensaya con los grupos las preguntas que pueden realizar a los vendedores, por ejemplo: ¿cómo están organizados sus productos?; ¿qué colocan en la parte de arriba?, ¿por qué?, ¿y en la parte de abajo?; ¿cuál es el precio del yogur?; ¿cuál es el precio de las manzanas?, ¿las venden por kilo o por unidad?, etc.

Realiza dramatizaciones sobre las situaciones por las que pasarán en el mercado o en la tienda planteando las preguntas previamente ensayadas.

De ser necesario, bríndales un tiempo para que escriban algunas preguntas en su cuaderno y no las olviden al momento de investigar.

**Reflexiona** con los niños y las niñas sobre las actividades que realizaron.

Pregúntales: ¿qué información recogieron?; ¿verificaron los precios de los productos que eligió su grupo?; ¿les fue fácil o difícil verificar y registrar los precios?, ¿por qué?; ¿fue sencillo o complicado plantear las preguntas a los vendedores?, ¿por qué?; ¿cómo están organizados los productos en la tienda o en el mercado?, ¿todo está junto?

**Concluye** con los estudiantes sobre la importancia de haber conocido cómo los vendedores de la tienda o el mercado organizan sus productos y, sobre todo, haber verificado y registrado los precios de los productos mediante una experiencia vivencial.

### **CIERRE (10 MINUTOS)**

Pide que cada grupo exprese sus hallazgos: si los precios que estimaron coinciden con los precios reales, si vieron algunos productos que no conocían, la forma como se venden dichos productos (por unidad, por kilogramo, por paquete, por atado), etc.

Motiva a los estudiantes a valorar el trabajo realizado en la visita mediante preguntas como estas: ¿Qué aprendieron hoy?, ¿será importante en su vida diaria?, ¿de qué forma lo aplicarían?; ¿qué opinan sobre el aprendizaje adquirido?, ¿les pareció fácil o difícil?, ¿qué pueden hacer para mejorar?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----  
Docente:

Directora de I.E

## SESION DE APRENDIZAJE N° 6

### I. DATOS INFORMATIVOS

1.1. Institución Educativa	:	
1.19. Institución Educativa	:	Virgen Del Carmen
1.20. Grado Y Sección	:	2do grado
1.21. Duración	:	2 horas
1.22. Nivel	:	Primaria
1.23. Docente	:	Villacorta Varas Jane Roxana
1.24. Área	:	Matemática

### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Escribir números para representar precios de productos y jugaran a compra usando monedas o billetes de juguete.

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas.  Elabora y usa estrategias	Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, cálculo de dinero).  Elabora representaciones de números de hasta dos cifras, de forma concreta (Monedas y billetes), pictórica y simbólica (números, palabras).

### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Envases, empaques, imágenes o dibujos de los productos a vender en La tiendita.
- Cajas, tijeras y cinta de embalaje.
- Cartulinas pequeñas, plumones, témperas y cinta adhesiva para etiquetar los productos con sus respectivos precios.
- Papelote con el planificador utilizado en las sesiones anteriores.
- Sobres y billetes y monedas recortables.
- Hojas, lápices y borradores.
- Calculadoras (una por grupo).

### SECUENCIA DIDACTICA

#### INICIO (15 MINUTOS)

Comenta con los niños y las niñas que gracias a la ayuda de sus padres se pudieron armar los estantes y colocar los productos en ellos.

Pega el planificador en la pizarra y repasa con los estudiantes el proceso seguido para la construcción de La tiendita. Señala que solo falta escribir y colocar los precios en los productos. Pide a los grupos que intercambien sus cuadros con los precios estimados y los precios reales. Plantea algunas preguntas: ¿los precios reales coincidieron siempre con los estimados?, ¿la diferencia fue mucha o muy poca?

**Recoge los saberes previos.** Con este fin, recuerda junto con ellos los valores de los billetes y las monedas. Solicita que busquen en sus sobres una moneda de un nuevo sol, un billete de diez nuevos soles, etc. Luego, pregunta:

¿Qué podríamos comprar con S/.1?, ¿con S/.2?, ¿y con S/.10?

**Comunica el propósito de la sesión:** hoy colocarán los precios en los productos y, luego, en un divertido juego, usarán monedas y billetes para representar un precio de diversas formas.

#### **Normas de convivencia**

- Respetar la opinión de los demás.
- Ser solidarios al trabajar en equipo.

#### **DESARROLLO (15 MINUTOS)**

Indica a los niños y a las niñas que etiqueten los productos y escriban el precio de cada producto en una cartulina según el cuadro que completaron durante la visita.

A la izquierda del precio deberán colocar el símbolo de nuevo sol (S/.) y abajo especificar cómo se vende el producto (por kilo, por paquete, por litro, etc.).

Muestra en la pizarra algunos ejemplos para que puedan guiarse, después Jugamos en La tiendita y pagamos de forma exacta.

¿Qué necesitamos? Billetes y monedas en un sobre. Hoja, lápiz y borrador.

Calculadoras (una por grupo).

¿Cómo jugaremos? Nos organizaremos en grupos de cinco integrantes:

Uno será el cajero y cuatro los compradores.

El cajero registrará en su cuaderno lo que reciba de cada uno y usará la calculadora para saber cuánto dinero tiene en total. Luego, entregará el producto al comprador que haya pagado con mayor cantidad de monedas y/o billetes.

Se jugarán dos o tres rondas iguales y, al final, ganará el comprador que tenga la mayor cantidad de productos.

Asegúrate de que los estudiantes **comprendan el juego**. Para ello, pregúntales: ¿qué materiales necesitan?, ¿cómo se realiza el juego?, ¿cuál será la función de los compradores?, ¿cuál será la función del cajero?, etc.

Promueve que **busquen sus propias estrategias** mediante las siguientes preguntas: ¿saben cuánto dinero tienen para comprar los productos?, ¿qué pueden hacer si no tienen las monedas o los billetes exactos para pagar?, ¿con quién podrán canjear las monedas o los billetes?

Indica a los compradores que ordenen su dinero: un grupo de billetes de S/.10, otro de S/.20..., monedas de S/.1, de S/.2, etc.

**Concluye** junto con los niños y las niñas que una misma cantidad, en este caso el precio de un producto, se puede representar de distintas formas (con billetes, monedas y con símbolos)

## CIERRE (10 MINUTOS)

Motívalos a valorar el trabajo realizado mediante las siguientes preguntas:  
¿Qué aprendieron hoy?, ¿fue fácil o difícil?, ¿por qué?, ¿De cuántas formas diferentes representaron una cantidad?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

Docente:

Directora de I.E  
SESION DE APRENDIZAJE N° 7

#### I. DATOS INFORMATIVOS

1.25. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.26. Grado Y Sección	: 2do grado
1.27. Duración	: 2 horas
1.28. Nivel	: Primaria
1.29. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.30. Área	: Matemática

#### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Resolverán problemas que implican agregar objetos

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones.	Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de agregar-agregar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.

#### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Mapa del Perú.
- Tarjetas que representen a frutas de diferentes regiones del Perú.
- Limpiatipo o cinta masking tape.
- Papelotes y plumones.
- Material Base Diez.
- Lista de cotejo.

#### SECUENCIA DIDACTICA

### INICIO (15 MINUTOS)

Invita a los niños y a las niñas a jugar “Jugos de fruta”. Si deseas, puedes realizar este juego en el patio.

**Recoge los saberes previos** de los niños y las niñas; para ello, conversa acerca del juego que han realizado.

Pregunta: ¿les gustó el juego?, ¿qué frutas produce la región donde han nacido tus padres?, ¿has comido esa fruta alguna vez?, ¿cómo es?, etc.

Pide que muestren las tarjetas que han traído y que las ubiquen en la región correspondiente del mapa del Perú que has pegado en la pizarra.

**Comunica el propósito de la sesión:** diles que hoy resolveremos problemas que implican agregar objetos.

Revisa con los niños y las niñas algunas **normas de convivencia** que les permitan trabajar en un ambiente favorable:

### DESARROLLO (15 MINUTOS)

Presenta el siguiente problema:

Teresa vende naranjas al por mayor en Huaral. Durante la semana registró la siguiente venta: El lunes vendió 6 cajas de naranjas, el martes vendió 20 cajas más y el miércoles 4 cajas más. ¿Cuántas cajas vendió entre el lunes y martes? ¿Cuántas cajas vendió durante la semana?

Asegúrate de que los niños y las niñas hayan **comprendido el problema** realizando algunas preguntas como:

¿De qué nos habla el problema?, ¿qué nos pide?, ¿cuáles son los datos del problema?,

¿Es posible resolverlo haciendo una figura o un esquema?, ¿es posible estimar la respuesta?, ¿esta será mayor o menor que la cantidad inicial? Pide que, en parejas, expliquen el problema a un compañero o compañera.

Organiza a los estudiantes en equipos de cuatro integrantes y reparte el material Base

Diez. Promueve en los estudiantes la búsqueda de estrategias preguntándoles: ¿cómo harían ustedes para encontrar la cantidad total de cajas de naranjas?, ¿qué material o materiales facilitarían la resolución del problema?, ¿por qué?, ¿cómo puedes usarlos?

Reflexiona con los niños y las niñas sobre las estrategias y recursos que utilizaron para solucionar el problema con preguntas como: ¿te fue fácil encontrar la respuesta?, ¿cómo lo lograste?, ¿estás seguro de que es la respuesta correcta?, ¿cómo puedes comprobarlo?, ¿te ayudó utilizar las cajitas?, etc.

### CIERRE (10 MINUTOS)

Dialoga con los niños y las niñas sobre lo aprendido y pregunta: ¿qué aprendimos hoy?, ¿los materiales que utilizamos nos ayudaron a comprender y resolver el problema?,

¿para qué nos servirá lo que aprendimos hoy?, ¿cómo te sentiste cuando lograste encontrar la respuesta correcta?, ¿qué parte te parece difícil?, ¿en cuáles de nuestras vivencias diarias podemos utilizar lo aprendido?, ¿será fácil aplicar lo que hemos aprendido hoy?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
---------	-------------

Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----  
Directora de I.E

Docente:

## SESION DE APRENDIZAJE N° 8

### I. DATOS INFORMATIVOS

- 1.31. Institución Educativa : Virgen Del Carmen  
 1.32. Grado Y Sección : 2do grado  
 1.33. Duración : 2 horas  
 1.34. Nivel : Primaria  
 1.35. Docente : Villacorta Varas Jane  
 Roxana  
 1.36. Área : Matemática

### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Resolverán problemas que implican quitar objetos

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza y situaciones.  Elabora usa estrategias.	Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de juntar-separar, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto.  Emplea estrategias heurísticas como la simulación al resolver problemas aditivos de una etapa con resultados de dos cifras.

MATERIALES O RECURSOS A USAR
<ul style="list-style-type: none"><li>• Regletas de colores.</li><li>• Material Base Diez.</li><li>• Papelote y plumones.</li><li>• Sobre con 36 siluetas de helado.</li><li>• Lista de cotejo.</li></ul>



## SECUENCIA DIDACTICA

### INICIO (15 MINUTOS)

Recoge los **saberes previos** de los estudiantes sobre el reconocimiento del todo y las partes de una colección de objetos. Para ello, en un papelote muestra una lista con el primer nombre de cada niño o niña del aula (cantidad total). Luego, pide a un estudiante que subraye los nombres que empiezan con la letra A y que los cuente (cantidad parcial); y a otro que cuente los que no están subrayados (cantidad parcial).

Al finalizar, pregunta: ¿Cuántos nombres empiezan con la letra A?, ¿y cuántos empiezan con una letra diferente de A?

Comunica el **propósito de la sesión**: hoy aprenderemos a representar problemas que implican separar objetos o personas.

### DESARROLLO (15 MINUTOS)

**Plantea el siguiente problema: (la situación problemática será de acuerdo a la unidad significativa que se trabaje, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses de los estudiantes)**

Luciana y Hugo decidieron preparar helados para invitarles a todos sus compañeros del aula. Prepararon 36 helados en dos sabores: fresa y manzana. Si 16 son helados de fresa, ¿cuántos helados son de manzana?

Cerciórate de que **comprendan el problema**. Pide que lean el problema en forma individual; luego, organizados en grupos de 4 integrantes.

Indica que comenten lo que han entendido. Ayúdalos mediante algunas preguntas: ¿de qué trata el problema?, ¿cómo lo dirían con sus propias palabras?; ¿han visto alguna situación parecida?; ¿cuántos helados prepararon Luciana y Hugo?, ¿cuántos son helados sabor a fresa?; ¿qué es lo que se pide?; ¿hay alguna palabra que no conozcan en el problema?, ¿cuál? Promueve en los estudiantes la **búsqueda de estrategias** para resolver la situación. Oriéntalos a través de interrogantes, por ejemplo: ¿cómo resolverán el problema?, ¿qué harán primero?; ¿deberán considerar todos los datos?; ¿cómo llegarán a la respuesta?; ¿han resuelto un problema parecido?; ¿qué materiales utilizarán?, ¿será útil hacer un dibujo?

Invítalos a ejecutar sus estrategias con flexibilidad. Pueden ir adecuándolas a medida que las van desarrollando. Guíalos a través de preguntas., Pide que representen cada uno de los datos del



problema a través de preguntas y orientaciones como: ¿cuántos helados han preparado en total?, represéntenlo; ¿cuántos helados son de fresa?, represéntenlo.

### CIERRE (10 MINUTOS)

Conversa con los niños y las niñas sobre la sesión y plantea algunas preguntas para posibilitar la metacognición, por ejemplo: ¿qué aprendimos hoy?; ¿creen que el material que utilizaron los ayudó?, ¿por qué?; ¿tuvieron dificultades al hacer las representaciones gráficas y con el material Base Diez?, ¿cómo las solucionaron?; ¿hallaron con facilidad la respuesta a la situación planteada?; ¿entendieron cómo resolvieron los problemas sus demás compañeros?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----  
Docente:

Directora de I.E

### SESION DE APRENDIZAJE N° 9

#### I. DATOS INFORMATIVOS

- 1.37. Institución Educativa : Virgen Del Carmen  
 1.38. Grado Y Sección : 2do grado  
 1.39. Duración : 2 horas  
 1.40. Nivel : Primaria  
 1.41. Docente : Villacorta Varas Jane Roxana  
 1.42. Área : Matemática

#### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Resolverán problemas que implican averiguar qué cantidad se aumenta o disminuye para mantener la igualdad

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
------	-------------	-------------	-------------

	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	<p>Matematiza situaciones.</p> <p>Comunica y representa ideas matemáticas</p>	<p>Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de juntar-separar, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto.</p> <p>Emplea estrategias heurísticas como la simulación al resolver problemas aditivos de una etapa con resultados de dos cifras.</p>
--	---	---	---

MATERIALES O RECURSOS A USAR
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regletas de colores.</li> <li>• Material Base Diez.</li> <li>• Papelote y plumones.</li> <li>• Sobre con 36 siluetas de helado.</li> <li>• Lista de cotejo.</li> </ul>

#### SECUENCIA DIDACTICA

##### INICIO (15 MINUTOS)

Recoge los **saberes previos** de los estudiantes sobre el reconocimiento de una cantidad inicial y final mayor a la de la inicial. Para ello, utiliza algunos útiles de los estudiantes. Pide a un estudiante que te traiga 12 colores y pide a otro que te traiga 10 colores, pero sin que el resto sepa cuantos colores le pediste. Luego dices la cantidad total de colores. Al finalizar, pregunta: ¿cómo averiguaremos la cantidad que nos falta?

Comunica el **propósito de la sesión**: hoy aprenderemos a resolver problemas consistentes en averiguar qué cantidad debe aumentarse a una cantidad inicial conocida para obtener una cantidad final también conocida.

Revisa con los estudiantes las **normas de convivencia** que les permitirán trabajar en un clima afectivo favorable:

##### DESARROLLO (15 MINUTOS)

**Plantea el siguiente problema: (la situación problemática será de acuerdo a la unidad significativa que se trabaje, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses de los estudiantes)**

Carlos quiere prepararle el desayuno a toda su familia. Al alistar los ingredientes se dio cuenta que solo había 6 huevos. Su mamá compró algunos huevos más y los junto con los que tenía. Al final, Carlos observó en la mesa 30 huevos. ¿Cuántos huevos compró su mamá?

Pide que lean el problema en forma individual; luego, organizados en grupos de 4 integrantes. Indica que comenten lo que han entendido. Ayúdalos mediante algunas preguntas: ¿de qué trata el problema?, ¿cómo lo dirían con sus propias palabras?; ¿han visto alguna situación parecida?, ¿cuántos huevos tenía al inicio Carlos?, ¿cuántos huevos hay en total?; ¿qué es lo que se pide? Promueve en los estudiantes la búsqueda de estrategias para resolver la situación. Oriéntalos a través de interrogantes, por ejemplo: ¿cómo resolverán el problema?, ¿qué harán primero?; ¿deberán considerar todos los datos?; ¿cómo llegarán a la respuesta?; ¿han resuelto un problema parecido?; ¿qué materiales utilizarán?, ¿será útil hacer un dibujo?

Invítalos a ejecutar sus estrategias con flexibilidad. Guíalos a través de preguntas, por ejemplo: ¿creen que las estrategias que han propuesto los ayudarán a encontrar la respuesta?, ¿habrá otros caminos?, ¿cuáles?, ¿tienen seguridad en sus respuestas?, ¿cómo las comprobarán? Entrégales el envase para los 24 huevos, las chapas, las regletas y el material Base Diez para que armen la situación.

### **CIERRE (10 MINUTOS)**

Conversa con los niños y las niñas sobre la sesión y plantea algunas preguntas para posibilitar la metacognición, por ejemplo: ¿qué aprendimos hoy?; ¿creen que el material que utilizaron los ayudó?, ¿por qué?; ¿tuvieron dificultades al hacer las representaciones gráficas y con el material Base Diez?, ¿cómo las solucionaron?; ¿hallaron con facilidad la respuesta a la situación planteada?; ¿entendieron cómo resolvieron los problemas sus demás compañeros?

#### **III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE**

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----  
Docente:

Directora de I.E

SESION DE APRENDIZAJE N° 10

## I. DATOS INFORMATIVOS

1.43. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.44. Grado Y Sección	: 2do grado
1.45. Duración	: 2 horas
1.46. Nivel	: Primaria
1.47. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.48. Área	: Matemática

## II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Aprenderán a representar un número usando materiales de base 10

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas.  Razona y argumenta generando ideas Matemáticas.	Elabora representaciones de números de hasta dos cifras, de forma concreta, pictórica (dibujos) y simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva).  Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar las equivalencias en decenas y unidades.

## MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Cuaderno de Trabajo de Matemática 2, páginas 67 y 68. • Materiales del sector de Matemática: Base Diez, • recortables de billetes y monedas.
- Papelote con ejercicios propuestos.
- Hojas bond cortadas en cuatro.
- ✦ Lista de cotejo.

## SECUENCIA DIDACTICA

### INICIO (15 MINUTOS)

**Recoge los saberes previos** de los niños y las niñas recordando lo que hicieron la clase anterior: ¿qué representamos la clase anterior?, ¿te acuerdas cómo hacerlo?

Luego forma grupos de cinco integrantes como máximo y entrégales una caja con los siguientes materiales: Base diez, monedas y billetes, un plumón, un cuarto de hoja con el tablero de valor posicional y un cuarto de hoja dividida en dos partes.

A continuación, escribe un número en la pizarra (por ejemplo, 86) e indica que lo representen de diferentes formas usando los materiales que les entregaste.

## DESARROLLO (65 MINUTOS)

**Presenta la siguiente situación: (la situación problemática será de acuerdo a la unidad significativa que se trabaje, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses de los estudiantes)**

Rita y Mario tienen ahorrado dinero en el banco y decidieron ir a retirarlo porque se quieren comprar un juguete cada uno. Rita dice que tiene tres billetes de diez nuevos soles y cinco monedas de un nuevo sol, pero Mario dice que él tiene más, porque ha ahorrado dos billetes de diez nuevos soles y 15 monedas de un nuevo sol.

¿Quién tiene la razón?, ¿por qué?

Escribe un número en la pizarra (por ejemplo, 86) e indica que lo representen de diferentes formas usando los materiales que les entregaste.

Pregunta a los estudiantes: ¿cuántas formas de representar 86 observan?, ¿a cuántas unidades representa una barra del material Base Diez?, ¿cuántas decenas hay en 86?, ¿un billete de 10 me representa la misma cantidad que una barra?, ¿Cuántas unidades hay en 86?

**Comunica el propósito de la sesión:** hoy aprenderán a hacer descomposiciones y composiciones de números colocándolos en el tablero de valor posicional, agrupándolos en decenas y unidades y encontrando sus equivalencias.

## CIERRE (10 MINUTOS)

Motiva a los niños y a las niñas a valorar el trabajo, mediante las siguientes preguntas: ¿qué es lo que hicieron?, ¿para qué les servirá descomponer cantidades en su vida diaria? ¿En qué situaciones de su vida necesitan realizar las descomposiciones?, ¿por qué?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

Docente:  
Directora de I.E

## SESION DE APRENDIZAJE N° 11

### I. DATOS INFORMATIVOS

1.49. Institución Educativa : Virgen Del Carmen  
1.50. Grado Y Sección : 2do grado  
1.51. Duración : 2 horas  
1.52. Nivel : Primaria  
1.53. Docente : Villacorta Varas Jane Roxana  
1.54. Área : Matemática

### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Aprenderán a resolver problemas de suma y resta sucesiva

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de avanzar-avanzar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.

### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Tarjetas que representen a danzas de diferentes regiones del Perú.
- Limpia tipo o cinta masking tape.
- Papelotes y plumones.
- Material Base Diez.
- Plantilla de El correcamino.
- Dados (anexo 2).
- Chapitas, semillas.
- Lista de cotejo (anexo 1 de la sesión 8).

### SECUENCIA DIDACTICA

#### INICIO (15 MINUTOS)

**Recoge los saberes previos.** Para ello, sácalos al patio de la escuela y pídeles que, de acuerdo con la consigna: avancen 3 pasos y luego 5 pasos, ¿cuántos pasos avanzaron en total? Escucha sus respuestas. Luego da otra consigna: avancen 3 pasos, 4 pasos y 5 pasos más, ¿cuántos pasos han avanzado? Escucha sus respuestas y comentarios.

**Comunica el propósito de la sesión:** diles que hoy resolveremos problemas que implican avanzar y avanzar para hallar cantidades.

Revisa, con los niños y las niñas, algunas **normas de convivencia** que les permitan trabajar en un ambiente favorable:

### **DESARROLLO (65 MINUTOS)**

Presenta el siguiente juego: el correcaminos, para jugarlo se necesitan 4 personas que lanzaran el dado y avanzaran la cantidad que sale en los dados.

Asegúrate de que los niños y las niñas comprendan el juego realizando algunas preguntas como: ¿cómo se juega el ludo matemático?, ¿quién gana el juego?, ¿cuáles son las reglas del juego?

Pide que, en parejas, expliquen el problema a un compañero o compañera.

Promueve en ellos la búsqueda de estrategias. Para ello, pregunta: ¿Este juego es parecido a otro que ya conoces?, ¿cómo lo jugaste?, ¿qué te ayudó para jugar?, etc.

Formaliza lo aprendido con la participación de los estudiantes; para ello, pregunta: ¿qué operación(es) hemos realizado?, ¿cómo las hemos realizado? Apóyate en las representaciones que hicieron en clase. Para saber finalmente cuál es el puntaje final se tuvo que avanzar y avanzar, es decir, se avanzó dos veces.

– Estas dos acciones implican primero sumar y, después, también sumar.

– Como resultado de estas dos acciones hay una situación final en la que se observa la cantidad total que se avanza y avanza.

**Reflexiona** con los niños y las niñas sobre las estrategias y recursos que utilizaron para solucionar el problema planteado con preguntas como: ¿te fue fácil encontrar la respuesta?, ¿cómo lo lograste?, ¿estás seguro de que es la respuesta correcta?, ¿cómo puedes comprobarlo?, ¿te ayudó utilizar los esquemas?

### **CIERRE (10 MINUTOS)**

Dialoga con los niños y las niñas sobre lo aprendido y pregunta: ¿qué aprendimos hoy?, ¿los materiales que utilizamos te ayudaron a comprender y resolver el problema?, ¿para qué nos servirá lo que aprendimos hoy?

### **III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE**

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

## SESION DE APRENDIZAJE N° 12

### I. DATOS INFORMATIVOS

1.55. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.56. Grado Y Sección	: 2do grado
1.57. Duración	: 2 horas
1.58. Nivel	: Primaria
1.59. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.60. Área	: Matemática

### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Conocer y aplicar las propiedades de la adición y sustracción

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de avanzar-avanzar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.

### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Limpiatipo o cinta masking tape.
- Papelotes y plumones.
- Plantilla de correcamino (anexo 1 de la sesión 10).
- Dados: dos blancos y uno negro.
- Chapitas o semillas.

### SECUENCIA DIDACTICA

#### INICIO (15 MINUTOS)

**Recoge los saberes previos** haciendo las siguientes preguntas: Carol tiene 10 globos y su mamá le regaló 4 globos más; al inflarlos se le revientan 5 globos.

¿Cuántos ha logrado inflar?

Luego de darles un tiempo para resolver el problema, invita a un voluntario a la pizarra y pregunta a la clase: ¿qué significa que se le revientan 5 globos?, ¿con qué operación simbolizamos este hecho?; al final, ¿tendrá más o menos globos?, ¿cómo lo sabes?, ¿qué se ha hecho?



**Comunica el propósito de la sesión:** diles que hoy explicarán con sus propias palabras y con ejemplos lo que comprenden sobre las propiedades de la adición y la sustracción.

Revisa con los niños y las niñas algunas **normas de convivencia** que les permitan trabajar en un ambiente favorable:

### **DESARROLLO (65 MINUTOS) Presenta e invita para que jueguen:**

#### **El correccaminos**

¿Qué necesitamos?

Una plantilla del juego El correccaminos.

3 dados (2 blancos y 1 negro).

¿Cómo nos organizamos?

Se juega entre 4 personas (2 parejas).

Cada pareja tiene un turno de juego.

Reglas del juego:

Se tiran los tres dados juntos.

Se debe avanzar la cantidad que sale en el dado blanco y retroceder la cantidad que sale en el dado negro.

Luego de cada turno, la pareja debe registrar la jugada en su cuaderno antes de que le toque el turno siguiente.

Gana la pareja que entra en la casita; pero debe llegar primero a 60 y superar el reto.

Asegúrate de que los niños y las niñas comprendan el juego realizando algunas preguntas como: ¿cuáles son las reglas del juego?, ¿cuántos dados debemos usar en cada tirada?, ¿qué hacemos con la cantidad que sale en el dado blanco y qué con la cantidad que sale en el dado negro?; ¿cuál es la partida?, ¿cuál es la llegada?, ¿cuál es el reto?, ¿cómo se gana el juego?

Promueve en ellos la búsqueda de estrategias. Con ese fin, pregunta:

– ¿Este problema es parecido a otro que ya conoces?

– ¿Cómo podemos saber cuánto han avanzado o retrocedido en la primera tirada?

– ¿Cómo podemos saber cuánto han avanzado o retrocedido en las siguientes tiradas?

Segundo Grado - Unidad 4 - Sesión 11

**Formaliza** lo aprendido; para ello, pregunta: ¿con qué clase de números hemos trabajado?, ¿qué operaciones hemos realizado?, ¿cómo las hemos realizado? Para saber, finalmente, cuántos espacios ha logrado avanzar o retroceder la pareja en el juego, fue necesario realizar dos acciones.

**Reflexiona** con los niños y las niñas sobre las estrategias y recursos que utilizaron para solucionar el reto. Pregunta:

¿Te fue fácil ganar el juego?, ¿cómo lo lograste?; ¿te fue fácil explicar las jugadas?, ¿estás seguro de que esas eran las respuestas correctas?, ¿cómo puedes comprobarlo?

## CIERRE (10 MINUTOS)

Dialoga con los niños y las niñas a partir de preguntas como: ¿qué aprendimos hoy?, ¿fue útil usar los dados para representar las cantidades y ganar el juego?, ¿qué cambiarías de este juego para hacerlo más interesante?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

Docente:

Directora de I.E

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 13

#### I. DATOS INFORMATIVOS

1.61. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.62. Grado Y Sección	: 2do grado
1.63. Duración	: 2 horas
1.64. Nivel	: Primaria
1.65. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.66. Área	: Matemática

#### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Aprenderán a resolver problemas aditivos

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Matematiza situaciones	Identifica datos en problemas de dos etapas que combinen acciones de juntar-juntar, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico.

#### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Mapa del Perú.
- Láminas o tarjetas que representen artesanías de diferentes regiones del Perú.
- Limpia-tipo o cinta masking tape.
- Regletas de colores.
- Lista de cotejo (anexo 1).

## SECUENCIA DIDACTICA

### INICIO (15 MINUTOS)

Conversa con los niños y las niñas acerca de la sesión anterior. Pregunta: ¿cómo les fue?, ¿sus padres recordaron fácilmente las artesanías que hacen en el lugar donde nacieron?, ¿qué artesanías les comentaron sus padres que se hacen en la región donde nacieron?, ¿les mostraron alguna?, ¿tienen alguna artesanía en su casa?, ¿cómo son esas artesanías?, ¿para qué sirven?

**Recoge los saberes previos.** Para ello, presenta las láminas o tarjetas que has preparado y da a los niños y las niñas un tiempo para que las identifiquen y las relacionen con la región a la que corresponden usando el mapa del Perú que has colocado en la pizarra. Anímalos a que coloquen la lámina en la región del mapa a la que pertenece.

Plantea interrogantes como: si un artesano de la región Áncash vendió durante un día 6 llaveros de Estelas de Raimondi, 5 llaveros de cabezas clavos y 4 llaveros de cerámicas, ¿qué cantidad de llaveros vendió durante todo el día?, ¿qué podemos hacer para averiguarlo?

**Comunica el propósito de la sesión:** diles que hoy resolveremos problemas que implican juntar objetos para hallar cantidades. Revisa con los niños y las niñas algunas **normas de convivencia** que les permitan trabajar en un ambiente favorable:

### DESARROLLO (65 MINUTOS)

**Presenta el siguiente problema: (la situación problemática será de acuerdo a la unidad significativa que se trabaje, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses de los estudiantes)**

**En la Feria de Zapatos Trujillana, Ricardo vendió 9 pares de botas, 6 pares de sandalias de cuero y 5 pares de botines ¿Cuántos pares de zapatos se vendió? ¿Cuántos pares de calzado vendió en total?**

Asegúrate de que los niños y las niñas **comprendan el problema**; con ese fin, realiza algunas preguntas como: ¿qué dice el problema?, ¿qué nos pide?, ¿cuáles son los datos del problema?, ¿es posible resolverlo con las regletas?, ¿podemos hacer un esquema para resolverlo?, etcétera. Pide que expliquen el problema con sus propias palabras.

Promueve en ellos la **búsqueda de estrategias**. Oriéntalos para que usen las regletas para resolver el problema. Luego, pregunta: ¿qué regleta representará a los botines?, ¿qué regleta representará a las sandalias?, ¿qué regletas representarán el total de calzados vendidos?, etc.

Invítalos a aplicar sus estrategias. Permite que el responsable del grupo lleve las regletas necesarias. Orienta el trabajo de los grupos y promueve la interpretación del significado de cada una de las cantidades que intervienen en el problema, así como la representación de estas cantidades usando las regletas.

Una vez que hayan representado los datos del problema usando el material, pregunta: ¿cuántos pares de sandalias vendió Ricardo?, ¿cuántos pares de botas vendió Ricardo?, ¿cuántos pares de botines vendió Ricardo?, ¿cuántos pares de calzados vendió Ricardo?

Socializa los resultados de los grupos de trabajo. Invita a que, voluntariamente, un representante de cada grupo comparta con el aula la estrategia que utilizaron para dar solución al problema y demuestre con las

regletas y símbolos cómo llegaron a esa solución. Oriéntalos para que presenten los procedimientos de acuerdo con las preguntas.

## CIERRE (10 MINUTOS)

Dialoga con los niños y las niñas a partir de las siguientes preguntas: ¿qué aprendimos hoy?, ¿fue útil utilizar las regletas para representar las cantidades?, ¿en qué otros problemas nos pueden servir usar esquemas?

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----

Directora de I.E

-----

Docente:

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 14

#### I. DATOS INFORMATIVOS

1.67. Institución Educativa	: Virgen Del Carmen
1.68. Grado Y Sección	: 2do grado
1.69. Duración	: 2 horas
1.70. Nivel	: Primaria
1.71. Docente	: Villacorta Varas Jane Roxana
1.72. Área	: Matemática

#### II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Aprenderán a resolver problemas aditivos

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	Comunica y representa ideas matemáticas.  Elabora y usa estrategias.	Elabora representaciones de números hasta 90, de forma concreta (chapitas, piedritas) y simbólica (números, palabras, descomposición aditiva). Emplea procedimientos (agrupaciones) para contar cantidades hasta 90.

MATERIALES O RECURSOS A USAR
<ul style="list-style-type: none"><li>• Tapitas de colores.</li><li>• Papelotes y plumones.</li><li>• Pedazos de lana.</li><li>• Lista de cotejo (sesión 6).</li></ul>



#### SECUENCIA DIDACTICA

##### INICIO (15 MINUTOS)

Recoge los **saberes previos** de los niños y las niñas. Para ello, forma grupos de trabajo y entrégales tapitas de colores; luego, pregunta:

¿de dónde hemos conseguido estas tapitas?, ¿en qué se usan?, ¿de qué material están hechas?, ¿de qué color son?, ¿qué tienen escrito?, ¿qué pueden hacer con ellas?, etc.

Bríndales un tiempo para que jueguen con las tapitas: podrían armar trencitos o gusanitos.

Después, plantea preguntas como las siguientes:

¿quién logró hacer el tren más grande?, ¿quién logró hacer el gusanito más grande?; ¿cuántas tapitas utilizaron para hacer el tren?, ¿y cuántas para hacer el gusanito?; etc.

Comunica el **propósito de la sesión**: hoy expresarán números usando diferentes representaciones.

Recuerda con los niños y las niñas algunas **normas de convivencia** necesarias para trabajar en un clima favorable.

##### DESARROLLO (65 MINUTOS)

**Presenta el siguiente problema: (la situación problemática será de acuerdo a la unidad significativa que se trabaje, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses de los estudiantes)**

El director de la escuela nos ha obsequiado más tapitas para nuestro sector de Matemática, pero están desordenadas. ¿Cómo podríamos ordenarlas para saber de manera rápida cuántas hay?

Asegura la comprensión del problema mediante algunas preguntas:

¿de qué trata?, ¿qué debemos hacer?, ¿qué datos tenemos?, ¿cómo podríamos saber cuántas tapitas hay?, ¿alguna vez han ordenado objetos para contarlos?

Pide que algunos estudiantes expliquen a sus compañeros el problema a resolver.

Promueve la **búsqueda de estrategias**. Guíalos mediante interrogantes:

¿cómo podríamos saber la cantidad de tapitas?; ¿cómo podríamos ordenarlas?, ¿servirá hacerlo en filas o columnas?;

¿será útil agrupar las tapitas sueltas en grupos de 10?;

¿será fácil si contamos primero las tapitas agrupadas y luego las que están sueltas?

Organiza a los estudiantes en grupos y entrega pedazos de lana a un representante de cada uno, en caso de que decidan agrupar las tapitas. Orienta su trabajo y promueve la aplicación de la estrategia que elijan.

**Formaliza** los saberes aprendidos en esta sesión: organiza los papelotes de cada equipo pegándolos en la pizarra; luego, menciona que hay diversas formas de representar una misma cantidad y depende de nuestra elección hacerlo de una forma u otra.

### CIERRE (10 MINUTOS)

Con el objetivo de valorar lo realizado en la presente sesión, plantea las siguientes interrogantes: ¿qué aprendieron hoy?; ¿cómo hicieron para saber cuántas tapitas nos obsequió el director?, ¿los ayudó agrupar?; ¿les gustó contar las tapitas?; ¿en qué otras situaciones nos será útil ordenar cantidades para poder contarlas?, etc.

### III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----

Directora de I.E

-----

Docente:

### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 15

#### I. DATOS INFORMATIVOS

1.73. Institución Educativa : Virgen Del Carmen  
1.74. Grado Y Sección : 2do grado  
1.75. Duración : 2 horas  
1.76. Nivel : Primaria  
1.77. Docente : Villacorta Varas Jane Roxana  
1.78. Área : Matemática

## II. APRENDIZAJE ESPERADO:

Resolverán problemas que implican averiguar la cantidad que aumenta o disminuye para mantener la igualdad con otra cantidad

Área	Competencia	Capacidades	Indicadores
	ACTUA Y PIENSA MATEMATICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD	<p>Matematiza situaciones. Comunica y representa ideas matemáticas.</p> <p>Razona y argumenta generando ideas matemáticas.</p>	<p>Ordena datos en problemas de una etapa que demandan acciones de agregar-quitar, avanzar retroceder, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto, pictórico o gráfico.</p> <p>Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico lo que comprende sobre la propiedad: elemento neutro.</p>

### MATERIALES O RECURSOS A USAR

- Fotocopia de imágenes.
- Tarjetas con los números: 28, 38, 10, 11, 49, 0 • Tarjetas con los signos: +, −, =
- Papelotes en blanco.
- Plumones.
- Goma.
- Papelotes con el diseño: con un esquema y con una operación.

### SECUENCIA DIDACTICA

#### INICIO (15 MINUTOS)

**Recoge los saberes previos** de los estudiantes sobre las dos últimas clases en donde aumentaron o quitaron a una cantidad inicial.

Ayúdalos a recordar proponiéndoles los gráficos de los problemas hechos anteriormente.

**Comunica el propósito de la sesión:** hoy aprenderemos a resolver problemas donde averiguaremos la cantidad que aumenta o se le quita a la cantidad inicial de una cantidad. Revisa con los estudiantes las

**Normas de convivencia** que les permitirán trabajar en un clima afectivo favorable: respetar a sus compañeros. Ser tolerantes, participar en orden, etc.

#### DESARROLLO (15 MINUTOS)

**Plantea el siguiente problema:** (la situación problemática será de acuerdo a la unidad significativa que se trabaje, teniendo en cuenta las características, necesidades e intereses de los estudiantes)

Al aula de segundo grado le llevaron los desayunos escolares para los alumnos: un pan y su vaso con leche para cada uno. La maestra comenzó a repartir los panes y se dio cuenta que solo tenía 28 panes, por lo que no le iban a alcanzar para todos sus alumnos, así que le trajeron algunos panes más. Si al contar nuevamente había 38 panes. ¿Cuántos panes le trajeron a la maestra? Antes de repartir, contó 49 vasos con leche, pero solo necesitaba 38; así que devolvió algunos vasos. ¿Cuántos vasos con leche devolvió la maestra?

Cerciórate de que comprendan el problema. Pídeles que lean el problema en forma individual; luego, realízales las siguientes preguntas:

¿Cuántos alumnos tendrá el aula de segundo grado?, ¿por qué sabes que son 38 alumnos?; ¿qué le tocaba a cada alumno?; ¿en el caso de los panes, faltaban o sobraban?; ¿en el caso de los vasos con leche, faltaban o sobraban?; ¿cuántos panes llegaron primero?, ¿cuántos panes se necesitaban?; ¿cuántos vasos con leche llegaron?, ¿cuántos vasos con leche se necesitaban?

Organízalos en grupos de 4 integrantes.

**Elaboren sus propias estrategias.**

Pregúntales: ¿cómo lo vamos a realizar?, ¿podremos dibujar la situación?

Entrega a cada grupo un papelote, plumones, goma y las imágenes.

Luego invítalos a que representen ambas situaciones en el papelote con ayuda de las imágenes

### **CIERRE (10 MINUTOS)**

Conversa con los niños y las niñas sobre la sesión y plantea algunas preguntas para posibilitar la metacognición, por ejemplo: ¿qué aprendimos hoy?; ¿creen que el material que utilizaron los ayudó?, ¿por qué?; ¿tuvieron dificultades al hacer las representaciones gráficas y con el material Base Diez?, ¿cómo las solucionaron?; ¿hallaron con facilidad la respuesta a la situación planteada?; ¿entendieron cómo resolvieron los problemas sus demás compañeros?

### **III. EVALUACIÓN DE APRENDIZAJE**

TECNICA	INSTRUMENTO
Cuestionario	Ficha de aplicación
VALOR /Respeto	Ficha de Observación

-----

Directora de I.E

-----

Docente:



## FICHA DE TRABAJO Nº 1

NOMBRE:.....FECHA:.....

1. Identifica y Señala ¿cuál de las cuatro imágenes una es diferente a las demás?
2. Indica ¿dónde se encuentra la diferencia?



## FICHA DE TRABAJO Nº 2

NOMBRE:.....FECHA:.....

1. Identifique ¿De qué cantidades hay monedas?
2. Identifica ¿De qué tipo solo hay una?

