UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN

TESIS

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS SIMPLES EN ESTUDIANTES DEL 1ER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE BASADRE. PIURA

.

Presentado para obtener el Título Profesional de licenciado en Educación, especialidad de Matemática y Computación.

INVESTIGADORES: BERMEO GARCIA JOHNN
BERMEO GARCIA MIGUEL

ASESOR METODOLOGO: Dr. ALFREDO PUICAN CARREÑO

LAMBAYEQUE, 2019

Dra. IVONNE SEBASTIANI ELIAS
PRESIDENTE

M. Sc. MARTHA RIOS RODRIGUEZ
SECRETARIA

LIC. LUIS ALFONSO MANAY SAENZ
VOCAL

Dr. ALFREDO PUICAN CARREÑO
ASESOR METODÓLOGO

ACTA DE SUSTENTACIÓN

UNIVERSIDAD NACIONAL PEDRO RUIZ GALLO
FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN UNIDAD DE INVESTIGACIÓN

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

N° 0028-VIRTUAL

Siendo las **07:30 horas,** del día **Miércoles 03 de marzo de 2021;** se reunieron **vía online mediante la plataforma virtual Google Meet**, https://meet.google.com/tkb-xsuw-kzb los miembros del jurado designados mediante **DecretoNº 070-2020-U-I-FACHSE**, de fecha **27 de febrero de 2020,** integrado por:

Presidente : Dra. Yvonne de Fátima Sebastiani Elías
Secretario : M.Sc.Martha Ríos Rodríguez
Vocal : Lic. Luis Alfonso Manay Saènz
Asesor Metodológico : Dr. Alfredo Puican Carreño
Asesor Científico : _

La finalidad es evaluar la Tesis titulada"RESOLUCION DE PROBLEMAS ARITMETICOS SIMPLES EN ESTUDIANTES DEL 1ER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCION EDUCATIVA JORGE BASADRE. PIURA",presentada por los tesistas **BERMEO GARCIA JOHNN Y BERMEO GARCIA MIGUEL**para obtener el **Título de Licenciado en** Educación, especialidad de Matemática y Computación. Producido y concluido el acto de sustentación, de conformidad con los artículos 131 al 140 del Reglamento General del Vicerrectorado de Investigación (aprobado con Resolución N° 018-2020-CU de fecha 10 de febrero del 2020); los miembros del jurado procedieron a la evaluación respectiva, haciendo las preguntas, observaciones y recomendaciones al(os) sustentante(s), quien(es) procedió(eron) a dar respuesta a las interrogantes planteadas.

Con la deliberación correspondiente por parte del jurado, se procedió a la calificación de la Tesis, obteniendo un calificativo de (15) QUINCE en la escala vigesimal, que equivale a la mención de REGULAR

Siendo las 08.30 a.m. horas del mismo día, se dio por concluido el acto académico online, con la lectura del acta y la firma de los miembros del jurado.

Dra. Yvonne de Fátima Sebastiani Elías	Dra. Martha Ríos Rodríguez	Lic.Luis Alfonso Manay Saénz
PRESIDENTE (A)	SECRETARIO (A)	VOCAL

OBSERVACIONES:.....
.....
.....
.....
.....

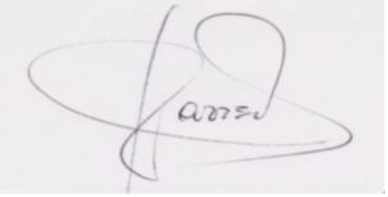
El presente acto académico se sustenta en los artículos del 39 al 41 del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo (aprobado con Resolución N° 270-2019-CU de fecha 4 de setiembre del 2019); la Resolución N° 407-2020-R de fecha 12 de mayo del 2020 que ratifica la Resolución N° 004-2020-VIRTUAL-VRINV del 07 de mayo del 2020 que aprueba la tramitación virtualizada para la presentación, aprobación de los proyectos de los trabajos de investigación y de sus informes de investigación en cada Unidad de Investigación de las Facultades y Escuela de Posgrado; la Resolución N° 0372-2020-V-D-NG-FACHSE de fecha 21 de mayo del 2020 y su modificatoria Resolución N° 0380-2020-V-D-NG-FACHSE del 27 de mayo del 2020 que aprueba el INSTRUCTIVO PARA LA SUSTENTACIÓN DE TRABAJOS DE INVESTIGACIÓN Y TESIS VIRTUALES.

DECLARACIÓN JURADA DE ORIGINALIDAD

Yo, Bach. JOHNN BERMEO GARCIA Y MIGUEL BERMEO GARCIA, investigadores principales y Dr. ALFREDO PUICAN CARREÑO, asesor metodólogo del trabajo de investigación **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS SIMPLES EN ESTUDIANTES DEL 1ER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE BASADRE. PIURA**, declaramos bajo juramento que este trabajo no ha sido plagiado, ni contiene datos falsos. En caso se demostrará lo contrario, asumimos responsablemente la anulación de este informe y por ende el proceso administrativo a que hubiere lugar. Que puede conducir a la anulación del título, como consecuencia de este informe.

Lambayeque, octubre de 2019

INVESTIGADORES: JOHNN BERMEO GARCIA
MIGUEL BERMEO GARCIA

ASESOR: Dr. ALFREDO PUICAN CARREÑO. 

DEDICATORIA

Dedicamos este trabajo a nuestros padres Genovevo Bermeo (QEPD) y Clara Luz García (QEPD) que con gran esmero y dedicación siempre nos impulsaron el estudio como gran herramienta para afrontar los retos del mañana.

Johnn y Miguel

AGRADECIMIENTO

A la Institución Educativa “Jorge Basadre” por su apoyo incondicional para la realización de nuestra tesis y a nuestro asesor de tesis Dr. Alfredo Puican Carreño

ÍNDICE

RESUMEN

El presente estudio determino **examinar** en los estudiantes del 1er grado de secundaria de una Institución Educativa, la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas basándonos en los fundamentos teóricos de George Pólya, con el fin de incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo. La investigación se encuadro en el Nivel de Investigación No Experimental, de tipo Transeccional Descriptiva. El diseño que se utilizo fue el de preprueba con un solo grupo; el tipo de muestra probabilística usada fue la muestra aleatoria simple, la misma quedo constituida por 39 estudiantesdel aula A del primer grado de educación secundaria, el instrumento aplicado fue el cuestionario, el mismo; estuvo conformada por diez ítems. Cada uno de los ítemsfue verificado por cuatro expertos, así mismo sometido a su validez y confiabilidada través de la prueba coeficiente Alfa de Cronbach apoyándonos en el software SPSS versión 25, obteniendo como coeficiente de valoración 0,775 superando el mínimo aceptable. Posteriormente de ser validado, esté; se aplicó a 39 estudiantes, para la resolución de diez problemas aritméticos simples con las cuatro operacionesbásicas o de segundo nivel, siendo su **resultado a través del estadístico de fiabilidad Alfa de Cronbach 0,791; superando el mínimo aceptable, y determinando que un 53% de estudiantes no resuelven problemas aritméticossimples con las cuatro operaciones básicas.**

Palabras clave. Resolver, Problemas Aritméticos, Operaciones Básicas.

ABSTRACT

The present study determined to examine in the 1st grade students of an Educational Institution, the resolution of simple arithmetic problems with the four basic operations based on the theoretical foundations of George Pólya, in order to increase the cognitive levels of analysis, thinking logical and reflective. The research was framed at the Non-Experimental Research Level, of a Descriptive Transeccional type. The design used was that of a pretest with a single group; the type of probabilistic sample used was the simple random sample, the same consisted of 39 students from classroom A of the first grade of secondary education, the instrument applied was the questionnaire, the same; It was made up of ten items. Each of the items was verified by four experts, as well as subjected to their validity and reliability through the Cronbach's Alpha coefficient test, relying on the SPSS version 25 software, obtaining as a coefficient of evaluation 0.775 exceeding the acceptable minimum. After being validated, be; It was applied to 39 students, for the resolution of ten simple arithmetic problems with the four basic or second-level operations, the result being through the Cronbach's alpha reliability statistic 0.791; exceeding the acceptable minimum, and determining that 53% of students do not solve simple arithmetic problems with the four basic operations.

Keywords. Solve, Arithmetic Problems, Basic Operations.

INTRODUCCIÓN

La presenta investigación versa sobre la resolución de problemas aritméticos simples en estudiantes del primer año de secundaria de la Institución Educativa Jorge Basadre Piura. Su estrategia se basa, más que en enseñar a los alumnos a resolver problemas, en enseñarles a pensar matemáticamente, es decir, que sean capaces de abstraer y aplicar ideas matemáticas en un amplio rango de situaciones. Abordar la enseñanza desde esta perspectiva requiere un proceso lento y continuo que debe iniciarse desde los primeros años de la etapa escolar.

El resultado de todo este proceso es que cuando a los estudiantes se les proponen problemas que hacen referencia a contenidos que estudiaron en un tiempo pasado, que no tiene por qué ser lejano, en muchos casos ya no recuerdan, que es lo que deben aplicar para resolver con éxito la actividad.

La resolución de problemas es la actividad más complicada e importante que se plantea en Matemáticas. Los contenidos del área cobran sentido desde el momento en que es necesario aplicarlos para poder resolver una situación problemática. Cuando se trabajan en el aula de forma sistemática, dando opción al alumno a que razone y explique cuál es su forma de afrontar y avanzar en el desarrollo de la actividad, salen a la luz las dificultades que el propio proceso de resolución de problemas conlleva. Dichas dificultades están relacionadas en algunos casos con la falta de asimilación de contenidos propios de los diferentes bloques del área; en otras ocasiones se basan en la comprensión lectora, en el uso del lenguaje o en el desconocimiento de conceptos propios de otras disciplinas que intervienen en la situación planteada. No obstante, suponen una importante fuente de información para dar a conocer los aspectos que se debieran retomar e incorporarlos nuevamente al proceso de enseñanza aprendizaje.

Todo lo anteriormente expresado nos permitió formular nuestro problema de investigación el mismo que quedo redactado de la siguiente manera: Se observa en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la Institución Educativa Jorge

Basadre, en el proceso enseñanza aprendizaje del área de matemática, escasas habilidades en la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, evidenciándose en exceso de tiempo utilizado para resolver operaciones que utilizan números con más de dos dígitos, en dificultades para elaborar un plan de acción, en mostrar un bajo logro en la determinación de la operación necesaria para alcanzar la solución, en manifestar incapacidad para resolver operaciones correctamente, etc., imposibilitando incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo

La hipótesis que se planteó fue la siguiente: Si se, examina en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la Institución Educativa Jorge Basadre, la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, basándonos en los argumentos teóricos de George Pólya, entonces es posible incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo.

El objetivo General fue examinar en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la Institución Educativa Jorge Basadre, la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, basándonos en los argumentos teóricos de George Pólya, con el fin de incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo. **Los objetivos específicos** planteados fueron los siguientes:

- Analizar en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la Institución Educativa Jorge Basadre, la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas.
- Analizar y utilizar los fundamentos teóricos de George Pólya, en la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas.
- Valorar los resultados de resolver problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, en estudiantes del 1er grado de secundaria de la Institución Educativa Jorge Basadre.

El trabajo lo hemos dividido en tres capítulos, en el primer capítulo, desarrollamos los antecedentes teóricos indagados y la base teórica utilizada, el segundo capítulo; referido a los métodos y materiales que hemos utilizado en el desarrollo de la investigación y el tercero presentamos el análisis de los resultados obtenidos producto del diagnóstico efectuado terminando con la discusión de estos resultados.

CAPÍTULO I

CAPÍTULO I

DISEÑO TEÓRICO.

1.1. ANTECEDENTES TEÓRICOS.

(Villarroel & Verdugo, 2011) en su trabajo denominado "Resolución de Problemas Matemáticos" tuvo como propósito incrementar los niveles cognitivos de análisis, pensamiento lógico y reflexivo en los estudiantes, aumentando su habilidad para resolver problemas en el área de matemática. Aplicada la propuesta logra concluir afirmando lo siguiente: Que el aprendizaje asociado a la resolución de problemas matemáticos se puede lograr usando diferentes estrategias focalizadas en el tipo de situación problemática, en su reformulación verbal, y o considerando pedagógicamente los principales pasos del método de Pólya.

(Blanco, 2012) "Invención-Resolución de Problemas por alumnos de educación Primaria". Tesis del Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. España. Con el propósito de obtener el grado de Doctor, este trabajo tuvo como objetivo fundamental indagar en el proceso de invención-resolución de problemas que realizan estudiantes de educación primaria. La investigación realizada consiste en un estudio exploratorio/confirmatorio, con un diseño mixto que incluye dos etapas con enfoque diferentes, una centrada en la encuesta y otra en una prueba, como herramientas de recogida de datos. Como resultados afirman lo siguiente: La invención de problemas no es una práctica habitual en los centros educativos. De hecho, esta actividad resulto completamente novedosa para los alumnos ya que ninguno de ellos manifestó haber realizado tal tarea alguna vez.

(Avedaño & Sobrino, 2017). Resolución de problemas aritméticos aditivos, aplicando el método heurístico de Pólya en estudiantes de 2º grado "B" de la Institución Educativa Nº 0083 "San Juan Macías" – UGEL 07 – San Luis, tesis presentada que tuvo por objetivo determinar que el método heurístico de George Polya influye en la capacidad de resolución de problemas aritméticos aditivos. El

método que se utilizó fue el descriptivo cuasi- experimental transversal en el que se aplicó la prueba de exploración pedagógica y se procedió a caracterizar la adquisición de conceptos y destrezas de las capacidades desarrolladas en el área de Matemática de los estudiantes del segundo grado de Educación Primaria tal como se presenta en el momento de la medición o evaluación. El diseño correspondió al correlacional en medida que los resultados a obtener en las variables han sido armonizados, para determinar el grado de relación existente entre los aspectos estudiados. El instrumento que se aplicó fue la prueba de exploración pedagógica. La población objeto de estudio estuvo conformada por los estudiantes del segundo grado B de la Institución Educativa N° 0083 "San Juan Macías" de San Luis.

(Cabezas Garcia, 2016)., **en su tesis titulada:** Resolución de problemas en los estudiantes del quinto grado de primaria de la institución educativa N.º 1230 Viña Alta, La Molina, 2016. Afirma los siguiente: La presente investigación tuvo como problema general determinar cuál es el nivel de resolución de problemas en los estudiantes del quinto grado de primaria de la institución educativa N.° 1230 Viña Alta, La Molina en el 2016. La investigación se realizó bajo el diseño no experimental de tipo transversal-descriptivo simple; la población de estudio estuvo conformada por 100 estudiantes, la muestra seleccionada -también de 100 estudiantes -fue de tipo no probabilística y censal. La técnica que se utilizó para la recolección de datos fue la observación y el instrumento, la rúbrica, con la finalidad de recopilar información sobre la variable Resolución de problemas matemáticos. Para el procesamiento de los datos, se utilizó el programa SPSS, Microsoft Excel; el análisis de los datos se realizó de manera descriptiva, para lo cual se utilizaron tablas de distribución de frecuencias univariadas y gráficas de barras. Después del procesamiento de los datos, se halló que existe un nivel inicial de resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del quinto grado de primaria de la institución educativa N.° 1230 Viña Alta, La Molina, 2016. Palabras clave: Resolución de problemas matemáticos, comprender el problema, concebir un plan, ejecutar un plan, examinar la solución obtenida.

1.2. BASE TEÓRICA

Resolver problemas aritméticos simples a nivel escolar es considerada la parte más importante de la educación matemática, mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la utilidad de la matemática en el mundo que les rodea.

Históricamente la capacitación del hombre para la solución de problemas fue y es un punto muy discutido en el mundo pues se considera una actividad de gran importancia en la enseñanza; esta caracteriza a una de las conductas más inteligentes del hombre y que más utilidad práctica tiene, ya que la vida misma obliga a resolver problemas continuamente.

Del antiguo Egipto se conservan grandes papiros, uno localizado en Londres que se denomina Papiro de Rhind y el otro en Moscú. Se considera que estos Papiros datan del año 2000 a.n.e. El Papiro de Rhind constituye una colección de 84 problemas de carácter aplicado. En Babilonia (establecida desde el año 2000 hasta el 200 a.n.e) se han encontrado alrededor de cien mil tablillas de arcilla con escritura cuneiforme de las cuales alrededor de 50 están relacionadas con problemas matemáticos.

En la Época Moderna, con el desarrollo del capitalismo, impera el espíritu utilitario y desde ese punto de vista fue puesta en práctica toda la enseñanza. Este proceso se inicia con el humanismo renacentista, incluyéndose en esta denominación aquellos que se apasionaron por las letras y las artes clásicas. Es atinado aclarar que en el siglo XVII comienza la decadencia de la enseñanza humanística y la sociedad pide a la escuela que provea a sus hijos de conductas y conocimientos teórico-prácticos, que les permitan actuar y desarrollarse en ella. El hito fundamental, en esta época en la actividad matemática, fue marcado por el filósofo y matemático R. Descartes (1596-1650). Este genio francés fue el fundador del racionalismo, que se formó como resultado de interpretar de manera unilateral el carácter lógico del conocimiento matemático, dado que la naturaleza universal y necesaria de este conocimiento le parecía a Descartes derivada de la naturaleza del intelecto mismo. El matemático asigno dentro del proceso de conocimiento un papel extraordinario a la deducción, basada en axiomas, alcanzables por vía intuitiva. Para obtener el

conocimiento, el creía necesario ponerlo todo en duda, salvo la cognoscibilidad misma; este principio se manifiesta en su máxima: “pienso, luego existo”.

Considera Pólya que las palabras siguientes de Descartes describen el origen de las Reglas: “Cuando, en mi juventud, oí hablar de invenciones ingeniosas, trataba de saber si no podría inventarlas yo mismo, sin incluso leer al autor, así advertí que me conformaba a ciertas reglas.” (Polya, 1945, págs. p,109)

En la alborada del siglo XX aparecen los aportes de H. Poincaré (1854-1912), matemático francés que se ocupó sobremanera de la metodología general de la ciencia. Poincaré consideraba que las leyes de la ciencia no pertenecen al mundo real, sino que constituyen acuerdos convencionales para hacer más cómoda y útil la descripción de los fenómenos correspondientes. En su “Fundations of Science” (1913), Poincaré dedica un apartado al análisis de la creación de los conceptos matemáticos. Esta sección recibió el título de Creación Matemática, y había aparecido originalmente en una publicación francesa de 1908 (“Science et Méthode”). Lo m´as plausible en esta obra es la distinción que su autor hace respecto al acto creativo, destacando cuatro fases: Saturación (actividad consciente que implica trabajar en el problema hasta donde sea posible); Incubación (el subconsciente es el que trabaja); Inspiración (la idea surge repentinamente, “como un flash” según Poincaré) y Verificación (chequear la respuesta hasta asegurarse de su veracidad).Otra importante contribución fue realizada por J. Hadamard (1865-1963)en su libro “An essay on the psychology of invention in the mathematical field”,publicado en 1945. Hadamard prosigue y profundiza el punto de vista de Poincaré, resaltando la actividad consciente, la reflexión y el trabajo inconsciente. De manera similar, este matemático propone un esquema algo más exhaustivo para explicar el proceso de creación matemática. Sus fases son las siguientes: Documentación (informarse, leer previamente, escuchar, discutir); Preparación (realizar un proceso de ensayo-error sobre diferentes vías e hipótesis, considerando un cambio eventual de actividad en caso de no obtener ningún progreso); Incubación (al cambiar de actividad); Iluminación (ocurre la idea repentina);Verificación (la idea debe someterse al análisis y comprobación, al juicio crítico); Conclusión (ordenación y formulación de los resultados).Salvando sus

limitaciones idealistas estas ideas son bastante progresistas. Por primera vez se intentaba explorar los fenómenos que ocurren en el cerebro humano, durante la resolución de problemas. Ya no se trataba de describir ciertas reglas para conducir el pensamiento, sino de estudiar el pensamiento mismo. Resulta atinado plantear que ya Hadamard comprendió la necesidad de encarar el proceso de resolución de problemas desde la perspectiva matemática y psicológica cuando expreso:

> … este asunto envuelve dos disciplinas, Psicología y Matemática, y requerirá ser tratada adecuadamente en ese orden, por ambos, tanto por el psicólogo como por el matemático. Por la falta de esta composición, el asunto ha sido investigado por los matemáticos por un lado y por los psicólogos por el otro (Hadamard, 1945, pág. p.1)

Es importante resaltar que en el PHG de Pólya los elementos de sus fases no aparecen detallados; por lo tanto, su aplicación de manera directa resulta difícil. La estrategia desarrollada por Schoenfeld, aunque dirigida a alumnos talentos, es más explícita y aplicativa y pudiera aplicarse parcialmente, con adaptaciones a los estudiantes de nuestras aulas. El de Muller y el de Jungk son similares y más completos que los anteriores; estos últimos plantean un PHG aplicable a cualquier tipo de problema.

Desde la época de George Pólya hasta la fecha son muchos los docentes e investigadores que se han dedicado a buscar respuestas a las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos. La misma significa para muchos un placer y para otros una tragedia, pero lo cierto es que el ser humano no siempre puede evadir el enfrentamiento con ellos, por lo que es necesario desarrollar habilidades para resolverlos. Aunque en general se considera que la capacidad para resolver problemas es un tema matemático, hay plena conciencia entre los docentes que el desarrollo de estas habilidades permite al estudiante una capacitación para enfrentar situaciones de diversa índole.

Por esta razón, la capacidad de resolver problemas se ha convertido en el centro de la enseñanza de la matemática en la época actual, por lo que es necesario contar con

una concepción de enseñanza que ponga en primer lugar el desarrollo de la capacidad cognitiva de análisis y del pensamiento lógico y reflexivo. A partir de estas ideas centrales es que debe ser determinado el contenido de la enseñanza de la resolución de problemas.

1.2.1. DEFINICIÓN DE PROBLEMA.

Dentro de la literatura existen diversas definiciones de problema, estas definiciones se presentan atendiendo cada una a diferentes puntos de vista, aunque muchas de ellas presentan conceptualizaciones diferentes, sin embargo, presentan elementos comunes o al menos no contradictorios. En general, todas coinciden en señalar que un problema es una situación que presenta dificultades para las cuales no hay solución inmediata.

Este concepto es muy importante para el proceso de enseñar, pues en la selección de los problemas a proponer a un grupo de estudiantes hay que tener en cuenta no solo la naturaleza de la tarea, sino también los conocimientos que las personas requieren para su solución.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es que la persona quiera realmente hacer las transformaciones que le permiten resolver el problema, lo que significa que, si no está motivada, la situación planteada deja de ser un problema al no sentir el deseo de resolverlo, en resumen, en la solución de problemas hay al menos dos condiciones que son necesarias: la vía tiene que ser desconocida y el individuo quiere resolver el problema.

1.2.2. PROBLEMAS ARTMÉTICOS SIMPLES O DE SEGUNDO NIVEL.

Son aquellos que, en su enunciado, presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones, y que necesitan la realización de operaciones **aritméticas** para su resolución.

1.2.2.1. TIPOS DE PROBLEMAS ARITMÉTICO SIMPLES O DE SEGUNDO NIVEL.

También llamados problemas combinados. Para su resolución es necesario realizar varias operaciones (dos o más) en un cierto orden. Son más complejos que los de primer nivel puesto que supone establecer unas relaciones más complejas entre los datos aportados por el enunciado. Dentro de esta tipología podría hablarse de diferentes clasificaciones según el criterio seguido. Así, por ejemplo, atendiendo a la estructura del enunciado pueden ser:

1.2.2.1.1. PROBLEMAS COMBINADOS PUROS

Son aquellos en los que los pasos intermedios a realizar para resolver el problema pertenecen todos al mismo campo operativo-conceptual. Es decir, se aplican bien sumas y/o restas, o bien multiplicaciones y/o divisiones.

Ejemplo:

Para celebrar el fin de trimestre, las tres clases de tercero de mi colegio hemos ido al cine. En cada clase hay 25 alumnos. Si hemos pagado en total 225 soles, ¿cuánto nos ha costado a cada alumno la entrada al cine?

1.2.2.1.2. PROBLEMAS COMBINADOS MIXTOS

En su resolución intervienen distintas operaciones pertenecientes a campos conceptuales diferentes.

Ejemplo:

En un almacén había 127 sacos de garbanzos. Cada saco pesaba 60 kilos. Se sacaron 8 carros de 12 sacos cada uno. ¿Cuántos kilos de garbanzos quedaron en el almacén?

En función de la secuencia temporal descrita en el enunciado, el orden en el que aparecen dados los datos y su utilización para la resolución del problema, se clasifican en:

1.2.2.1.3. PROBLEMAS COMBINADOS DIRECTOS

Son aquellos en los que los datos expresados en el enunciado están dados en el mismo orden en el que deben ser utilizados al resolver el problema.

Ejemplo:
En un concurso escolar ganamos 1200 soles. Para celebrarlo compramos libros de lectura para la clase por valor de 192 soles. Después hicimos una excursión en la que gastamos 900 soles. El resto del dinero lo utilizamos en hacer una merienda. ¿Cuánto dinero costó la merienda?

1.2.2.1.4. PROBLEMAS COMBINADOS INDIRECTOS

Se caracterizan porque la persona que resuelve el problema debe reordenar los datos en función de la pregunta formulada en el enunciado, y combinarlos de forma que le permitan elaborar el plan que le llevará a la solución.

Ejemplo:
Una cubeta contenía 112 litros de agua. Con ella se llenaron 3 bidones iguales y 2 garrafas de 15 litros cada una. En la cubeta quedaron todavía 7 litros de agua. ¿Cuál era la capacidad de cada bidón?

1.2.3. EL MÉTODO DE PÓLYA PARA RESOLVER PROBLEMAS

George Pólya presentó en su libro *Cómo plantear y resolver problemas* (en inglés, How to solve it) un método de 4 pasos para resolver problemas matemáticos.En la siguiente sección mostramos los 4 pasos del método, junto con sus correspondientes preguntas.

Método de Pólya para resolver problemas matemáticos

Para resolver un problema se necesita:

Paso 1: Entender el problema

- ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Paso 2: Configurar un plan

- ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?
- ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Mira atentamente la incógnita y trata de recordar un problema que sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar.
- He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo? ¿Puedes utilizar su resultado? ¿Puedes emplear su método? ¿Te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?
- ¿Puedes enunciar al problema de otra forma? ¿Puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.
- Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar. ¿Puedes imaginarte un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considera sólo una parte de la condición; descarta la otra parte; ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puedes deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puedes pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita? ¿Puedes cambiar la incógnita o los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que estén más cercanos entre sí?

- ¿Has empleado todos los datos? ¿Has empleado toda la condición? ¿Has considerado todas las nociones esenciales concernientes al problema?

Paso 3: Ejecutar el plan

- Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos
- ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto? ¿Puedes demostrarlo?

Paso 4: Examinar la solución obtenida

- ¿Puedes verificar el resultado? ¿Puedes el razonamiento?
- ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Estos cuatro pasos, los resumimos en cuatro fases para resolver un problema de conformidad con lo señalado por Pólya. A continuación, explicamos cada fase:

- **Comprender el problema**. Tomando la palabra de (Polya, 1965, págs. 419-420), no puede resolverse un problema sino tenemos una comprensión del mismo. Esto responde al primer paso para la solución de un problema, sea este en forma de enunciado, como se aborda en este trabajo de investigación, o de otra índole. Los estudiantes entonces tendrán que desarrollar destrezas en analizar un problema, discutirlo, explorarlo, situación que puede hacerse en equipos de trabajo.

  Según, (Mendez. & Torres, 2017) debe desarrollarse la capacidad de discriminar la información relevante. Para ello pueden establecerse preguntas clave, tanto para el maestro o maestra o el estudiante: "¿Entiende todo lo que dice? ¿Puede replantear el problema en sus propias palabras? ¿Distingue cuáles son los datos? ¿Sabe a qué quiere llegar? ¿Hay suficiente información? ¿Hay información extraña? ¿Es este problema similar a algún otro que haya resuelto antes?" (p. 36).
- **Diseñar una estrategia**. El diseño de la estrategia no significa la solución del problema ni la precisión de dicho diseño. Lo que se hace es tantear una solución

al problema, intentar plasmar una tentativa de solución. El procedimiento más próximo para describir este paso es, según (Mendez. & Torres, 2017), el ensayo y error. Bajo este procedimiento podrán listarse una serie de procedimientos que pueden dar con la estrategia de solución del problema.

Finalmente se debe tomar en cuenta, que los problemas deben tipificarse de acuerdo al número de niños participantes y en ese sentido variar su dificultad. Se prefiere diseñar problemas más complejos para un equipo de cuatro niños, por ejemplo, que, para solamente dos, considerando que la estructura de los equipos debe estar de acuerdo a una evaluación previa del nivel de pensamiento en matemática de los niños. ¿Será posible plantear un problema matemático que movilice a todos los estudiantes de una clase a su solución? Valdría la pena intentarlo.

- **Ejecutar la estrategia**. Se entiende que este paso es la ejecución del diseño de la estrategia. De acuerdo con los expertos e investigadores sobre el tema, y, además, considerando la experiencia en aula, este es un proceso en espiral, en la cual se tiene que volver a comenzar sino se ha encontrado el camino correcto. Finalmente, es necesario conceder o concederse espacios para solucionar un problema. En muchos casos la tensión no permite el buen razonamiento, por lo que deben crearse las condiciones para crear situaciones si fuera posible, lúdicas. En tal sentido, el maestro o maestra debe crear las condiciones pertinentes.
- **Visión retrospectiva**. El estudiante deberá analizar la solución planteada, contemplando diferentes variantes para determinar si es posible encontrar otra solución, verificando si la solución hallada cumple con las exigencias planteadas en el texto del problema. Valorar críticamente el trabajo realizado, determinando cuál solución es.

  Solucionado el problema se procede a discutir sobre el camino seguido para establecer cuál ha sido el más efectivo y reflexionar cómo se ha llegado a la respuesta. Es necesario también enriquecer el trabajo ensayando o mostrando otros caminos para la solución del mismo.

  Al respecto, (Mendez & Torres)plantea de lo sugerido por Pólya (1965),algunas preguntas que el maestro o maestra pueden motivar en este paso: "¿Surespuesta tiene sentido? ¿Está de acuerdo con la información del problema?

¿Hay otro modo de resolver el problema? ¿Se puede utilizar el resultado o el procedimiento que ha empleado para resolver problemas semejantes? ¿Se puede generalizar?" (p. 39).

1.2.4. ESTRUCTURA DE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE VARIAS OPERACIONES COMBINADAS

Con el objeto de estudiar los problemas aritméticos, conviene distinguir entre los problemas de una etapa y los de más de una etapa.

Al estudiar problemas de una etapa, el proceso de resolución de esos problemas depende fundamentalmente de la traducción del enunciado verbal a la expresión aritmética, y que esta traducción se realiza en función de las interpretaciones de las operaciones aritméticas y los significados evocados por el texto del problema. Sin embargo en los problemas de más de una etapa, el proceso de resolución no puede reducirse, ni en lo fundamental ni en lo accesorio, a traducir – entendiendo esto como mirar en el diccionario, adecuar significado a contexto y proseguir– al menos por dos motivos obvios: el primero, porque la traducción que hay que realizar aquí no es tan simple –la correspondiente a una única operación aritmética–; el segundo, porque hay que realizar algún trabajo previo sobre el texto del enunciado, antes de proceder a la traducción propiamente dicha.

En un problema de una etapa hay siempre dos datos, y en los otros hay más de dos. En segundo lugar, las relaciones entre los datos y la incógnita son más complejas, aunque sólo sea por el hecho de que hay más datos. Estos dos hechos hacen que la expresión aritmética que indica los cálculos que hay que realizar para obtener la respuesta a la pregunta del problema no sea una expresión aritmética simple.

Por otro lado, desde el punto de vista de las decisiones que ha de tomar el estudiante en el curso del proceso de resolución también podemos encontrar diferencias entre estos problemas y los de una etapa. En los de una etapa, hay una sola decisión que tomar, que consiste en elegir la operación que hay que realizar; no cabe dudar entre qué cantidades hay que realizarla: entre los datos del problema. En los problemas 1

a 5 etapas, por el contrario, hay más decisiones que tomar, decisiones que son de tres tipos: qué operaciones, entre qué cantidades y en qué orden. Por ejemplo: En un vagón caben 80 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros podrá llevar un tren de 6 vagones? Si el tren lleva 4 vagones completos y en los otros dos viajan 56 pasajeros en uno y 73 en el otro, ¿cuántos viajeros lleva el tren?

En el enunciado de este problema, se debe tomar en cuenta de alguna de las dificultades asociadas con la necesidad de tomar todas estas decisiones, al presentar el texto del problema descompuesto en dos partes. De hecho, este problema escolar es una secuencia de problemas que consta de dos problemas, el primero de los cuales es un sub problema del otro. En el primero, el proceso de traducción simple basta para obtener la solución. Y en el otro, la traducción viene facilitada por la que ya se ha tenido que realizar antes, que sirve para aclarar el contenido de las relaciones entre los datos y la incógnita, dando pistas sobre el orden en que deben realizarse las operaciones.

Es preciso destacar que estas etapas no se dan separadas, aisladas entre sí, sino muy estrechamente unidas con un carácter de espiral, que se expresa en el hecho de quien resuelve el problema repite en determinados niveles un mismo tipo de actividad que caracteriza una etapa concreta.

En los problemas que van a ser objeto de estudio en este apartado, la lectura y la resolución de alguno de estos problemas puede ayudarnos a entender mejor algo de lo dicho.

Problema 1 Un tren lleva 5 coches de pasajeros. En el primero van 32 personas, en el segundo van 13 pasajeros más que en el primero, en el tercero van tantos pasajeros como en el primero y en el segundo, el cuarto y quinto coche llevan cada uno 43 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros lleva el tren?

Problema 2 En un vagón caben 80 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros podrá llevar un tren de 6 vagones? Si el tren lleva 4 vagones completos y en los otros dos viajan 56 pasajeros en uno y 73 en el otro, ¿cuántos pasajeros lleva el tren?

Problema 3 Un niño ha comprado 4 chicles de 50 céntimos cada uno, 4 paletas de 50céntimos cada una y 4 bolsas de papitas de 100 céntimos cada una. ¿Cuánto dinero ha gastado en total?

Problema 4 Un comerciante ha comprado 385 botellas de aceite a 15.00 soles cada una. Después las vende a 17.90 soles cada una. ¿Cuánto ganará en la venta de todas las botellas?

Problema 5 En una tienda hay 147 cajas de pinturas. En cada caja hay 10 estuches de pinturas. Si en cada estuche hay 8 pinturas, ¿Cuántas pinturas hay en la tienda?

Podemos observar que la estructura de estos problemas es diferente. En primer lugar, el número de datos es distinto; generalmente hay más de dos datos. En segundo lugar, las relaciones entre los datos y la incógnita son más complejas, aunque solo sea porque hay más datos. Estos dos hechos hacen que la expresión aritmética que indica los cálculos que hay que realizar para obtener la respuesta a la pregunta del problema no sea una expresión aritmética simple.

Por otro lado, desde el punto de vista de las decisiones que ha de tomar el estudiante en el curso del proceso de resolución son diferentes entre estos problemas. En los problemas 1 a 5, por el contrario, hay más decisiones que tomar, decisiones que son de tres tipos: qué operaciones, entre qué cantidades y en qué orden.

El enunciado del problema 2 presenta alguna de las dificultades asociadas con la necesidad de tomar todas estas decisiones, al presentar el texto del problema descompuesto en dos partes. De hecho, este problema escolar es una secuencia de problemas que consta de dos problemas, el primero de los cuales es un sub problema del otro. En el primero, el proceso de traducción simple basta para obtener la solución. Y en el otro, la traducción viene facilitada por la que ya se ha tenido que realizar antes, que sirve para aclarar el contenido de las relaciones entre los datos y la incógnita, dando pistas sobre el orden en que deben realizarse las operaciones.

Una vía para empezar a comprender lo que tiene de específico el proceso de resolución de estos problemas es considerar un argumento resolutorio que podría –y suele– utilizarse para atacar el problema 1:

- Para determinar los pasajeros que lleva el tren (esto es, la incógnita del problema), hemos de determinar los pasajeros que lleva cada uno de los vagones.
- Sabemos cuántos pasajeros llevan los vagones 1º, 4º y 5º, porque son datos del problema. No sabemos los pasajeros que llevan los vagones 2º y 3º, luego hemos de determinar los viajeros que llevan estos vagones.
- Para determinar los pasajeros del segundo vagón, hemos de saber los que lleva el primer vagón (lo sabemos) y añadir 13 (una condición del problema).
- Para determinar los pasajeros del tercer vagón, hemos de saber los que llevan el primer vagón y el segundo (lo sabemos).

Así, en el transcurso del argumento, los pasajeros de cada vagón se han convertido en nuevas incógnitas que no figuraban como tales en el texto del problema, y que es preciso determinar (incógnitas auxiliares). Algunas incógnitas auxiliares (vagones 1º, 4º y 5º) se ha visto que eran datos del problema. De las que no eran datos (vagones 2º y 3º) se ha buscado de nuevo a partir de dónde pueden determinarse, hasta llegar a los datos. En cada paso, se han examinado las relaciones que permiten, en las condiciones del problema, conectar incógnita con incógnitas auxiliares y éstas con los datos, y determinar, por tanto, éstas y aquélla.

Una vez hecho esto, ya se sabe cómo hallar la solución del problema, esto es, el problema ya está resuelto, falta únicamente efectuar los cálculos indicados por el análisis. Para efectuar estos cálculos, basta con recorrer el camino del análisis en sentido inverso: partiendo de los datos, caminar a través de las incógnitas auxiliares, hasta llegar a la incógnita del problema.

Como puede verse, en alguno de los pasos del análisis se resuelven de hecho problemas de una etapa. Así, "para determinar los pasajeros del segundo vagón hemos de saber los que lleva el primer vagón y añadir 13 (una condición del problema)", frase que aparece en el argumento resolutorio, corresponde a un fragmento del texto del problema ("En el primero van 32 personas, en el segundo van 13 viajeros más").

La tarea del análisis consiste, entre otras cosas, en construir enunciados de problemas de una etapa mediante la introducción de nuevas incógnitas que no están presentes explícitamente en el texto del problema: las incógnitas auxiliares; aquí en particular, al considerar el número de pasajeros del segundo vagón como una cantidad que hay que determinar, se construye el problema de una etapa "En el primero (vagón) van 32 personas, en el segundo van 13 pasajeros más, ¿cuántos pasajeros van en el segundo vagón?". Está claro que para la resolución de este problema es el conjunto de elementos nuevos que aparecen en el proceso de resolución de un problema de más de una etapa y que no están presentes en los de una etapa. El examen de la resolución del problema que se ha hecho a partir del argumento resolutorio anterior muestra algunos de ellos: qué datos se combinan (los que permiten determinar incógnitas auxiliares útiles), y cómo se produce el orden en que han de realizarse las operaciones.

Resumiendo, la regla de análisis-síntesis proporciona un método de validez universal para cualquier problema aritmético de varias operaciones combinadas. No obstante, veremos que hay algunos problemas en los que la regla es de difícil aplicación y que se tratan más adecuadamente mediante procedimientos algebraicos – aunque podrían resolverse de hecho por la combinación de operaciones aritméticas sin necesidad de trasladar su enunciado a una o más ecuaciones. Más adelante veremos también cómo, aunque se tenga el plan que proporciona la regla, pueden surgir dificultades en su ejecución derivadas de la elección de las incógnitas auxiliares.

(Polya, 1957, págs. pp.115-129) presentó un ejemplo magnífico para ilustrar el trabajo hacia atrás o la búsqueda de antecedentes que supone el análisis, mediante un problema que no es aritmético, sino un divertimento matemático clásico. El problema es el siguiente:

Problema 6 ¿Cómo haría Vd. para traer de un río 6 litros de agua si no tiene a su disposición para medir el agua más que dos recipientes: uno de 4 litros y otro de 9?

En particular, puede verse que la elección de las incógnitas auxiliares y el análisis de las relaciones entre incógnita, incógnitas auxiliares y datos es mucho más fácil en los problemas 8 y 9, versiones del problema 7 con datos más sencillos o en un caso límite, y quizá todavía más fácil en el caso del problema 10 si se dispone de la ayuda visual proporcionada por el dibujo adjunto.

Problema 7 Unos granjeros almacenaron heno para 57 días, pero, como el heno era de mejor calidad de lo que pensaban, ahorraron 113 kg por día, con lo que tuvieron heno para 73 días. ¿Cuántos kilos de heno almacenaron?

Problema 8 Unos granjeros almacenaron heno para 55 días, pero, como el heno era de mejor calidad de lo que pensaban, ahorraron 240 kg por día, con lo que tuvieron heno para 67 días. ¿Cuántos kilos de heno almacenaron?

Problema 9 Unos granjeros almacenaron heno para 1 día, pero, como el heno era de mejor calidad de lo que pensaban, ahorraron 240 kg, con lo que tuvieron heno para 2 días. ¿Cuántos kilos de heno almacenaron?

Problema 10 Unos granjeros almacenaron heno para 4 días, pero, como el heno era de mejor calidad de lo que pensaban, ahorraron 100 kg por día, con lo que tuvieron heno para 6 días. ¿Cuántos kilos de heno almacenaron?

1.2.4.1. DIAGRAMA DEL ANÁLISIS SÍNTESIS PARA LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE VARIAS OPERACIONES COMBINADAS.

El diagrama de flujo del análisis representa el conjunto de las acciones que hay que realizar y de las decisiones que hay que tomar en el proceso de resolución de un problema de varias operaciones combinadas. Ahora bien, por su carácter general, no presenta de forma explícita qué operaciones hay que realizar, entre qué datos y en qué orden. Sin embargo, es posible elaborar un diagrama que recoja estos tres aspectos esenciales del proceso de resolución de estos problemas, a partir del método de análisis-síntesis, y verlo como una representación de la estructura del problema. A este tipo de diagrama se dedica este párrafo.

Consideremos el problema 11.

Problema 11 Un aeroplano recorrió 1940 km el primer día, el segundo recorrió 340 km más que el primero y el tercero 890 km menos que entre los dos anteriores. ¿Cuántos km recorrió el aeroplano en total?

ANÁLISIS.

1. La pregunta es: ¿Cuántos km recorrió en total?
2. Para determinar los kilómetros recorridos en total necesitamos conocer los kilómetros recorridos cada uno de los días.
3. Conocemos los kilómetros recorridos el primer día (datos del problema), pero desconocemos los recorridos en el segundo y tercer días (incógnitas auxiliares).
4. Para conocer los kilómetros recorridos el segundo día disponemos de los kilómetros recorridos el primer día y los kilómetros recorridos de más (datos).
5. Para conocer los kilómetros recorridos el tercer día necesitamos conocer los kilómetros recorridos los días primero (datos) y segundo (analizado en 4) y los kilómetros recorridos de menos (datos).
6. Como todo lo que es necesario conocer según 2 ha quedado reducido a datos del problema, el análisis ha concluido.

SÍNTESIS.

1. Conozco lo recorrido el primer día y cuántos más el segundo, luego conozco lo recorrido el segundo: basta sumar 1940+340=2280.
2. Conozco lo recorrido el primer día, lo recorrido el segundo día y cuánto menos el tercero, luego conozco lo recorrido el tercero: basta sumar y restar 2280+1940−890=3330.
3. Conozco lo recorrido los días primero, segundo y tercero, luego conozco lo recorrido en total: basta sumar 1940+2280+3330=7550.
4. La incógnita está determinada, luego la síntesis ha concluido.

Problema 12 Juan compra 3 lápices a 150 céntimos cada uno. Da al tendero 500 céntimos. ¿Cuánto céntimo le devuelven?

El análisis de este problema establece que:

1) La cantidad que hay que devolver se puede determinar en función de la cantidad entregada y el coste de los lápices; y
2) El coste se puede determinar en función del precio de cada lápiz y la cantidad de lápices comprados.

Estas dos relaciones

1) ‘cantidad devuelta’ = ‘cantidad entregada’ - ‘coste’
2) ‘coste’ = ‘precio unitario’ - ‘número de unidades’ pueden representarse por:

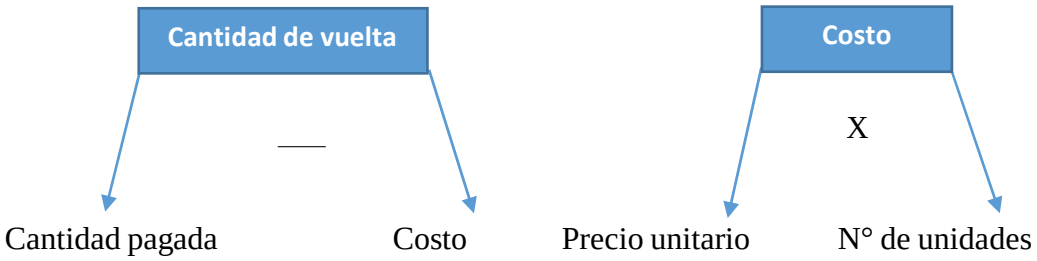


Figura 1

El costo es la incógnita auxiliar que el análisis dice que debe determinarse para obtener la cantidad que hay que devolver. Luego la cadena de relaciones construida al reiterar el análisis puede representarse por

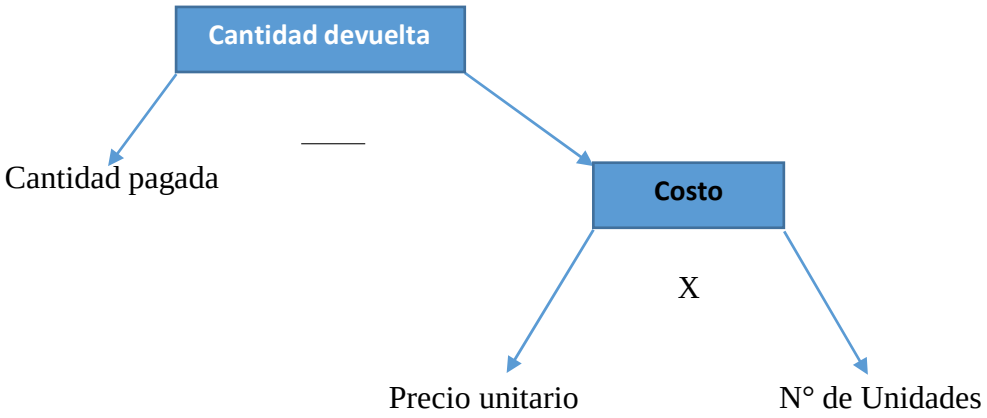


Figura 2

Esta representación puede esquematizarse aún más con el fin de resaltar, como lo hace el análisis, incógnitas y datos, empleando un signo de interrogación para las incógnitas y un punto para los datos. El esquema anterior queda entonces así, introduciendo los datos concretos del problema:

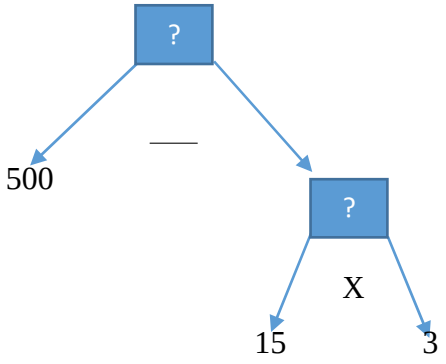


Figura 3

La síntesis –que da la respuesta a la pregunta del problema ejecutando el plan que elabora el análisis– se reduce a efectuar los cálculos que aparecen en el diagrama, en el orden que el propio diagrama muestra.
Consideremos el problema 12 y el diagrama de la figura 4:

Problema 12 En un taller de confección disponen de 4 piezas de tela de 50 m cada una. Con ellas van a confeccionar 20 trajes que necesitan 3 m de tela cada uno. Con el resto de la tela piensan hacer abrigos que necesitan 4 m cada uno. ¿Cuántos abrigos pueden hacerse?

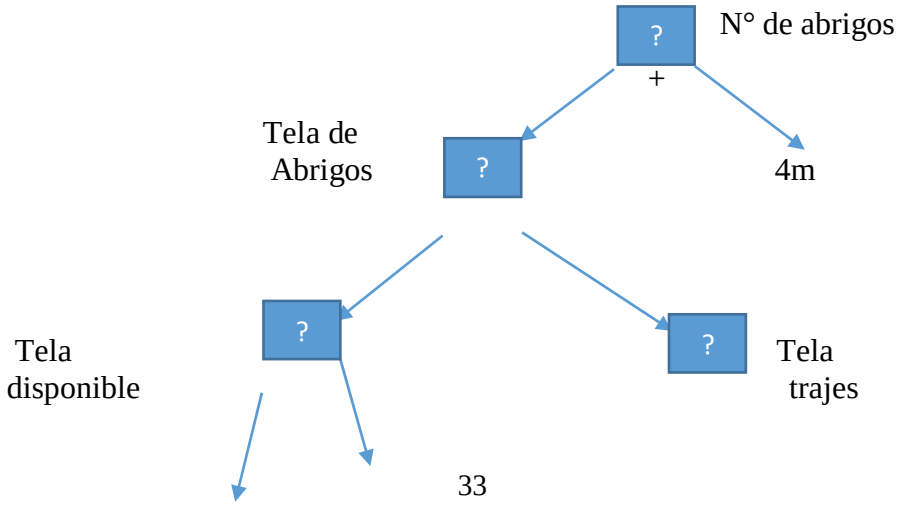


Figura 4

El diagrama correspondiente al análisis del problema muestra con precisión la estructura de la cadena deductiva que conecta datos con incógnita, ya que aparecen en él:

1. Las etapas necesarias para ir desde la incógnita a los datos. (En este caso tres).
2. El número de incógnitas auxiliares. (Que se corresponde con el número de veces que se recorre el diagrama de flujo del análisis.)
3. Las conexiones entre datos, incógnitas auxiliares e incógnita del problema.
4. Las operaciones concretas que es preciso realizar para obtener, a partir de los datos, las incógnitas auxiliares y la incógnita del problema.

Esto es, el diagrama es un instrumento que permite traducir el enunciado verbal de un problema aritmético de varias operaciones combinadas a la expresión aritmética que lo resuelve, al indicar con toda precisión los tres elementos esenciales del proceso de resolución: qué operaciones hay que realizar, entre qué datos y en qué orden.

Una buena ilustración de la representación de la estructura del problema por medio del diagrama y de la complejidad del proceso de traducción es la siguiente secuencia de problemas y diagramas.

Problema 13 Juan compra 3 lápices a 150 céntimos. cada uno. ¿Cuánta paga?

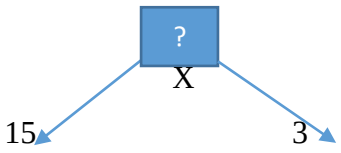


Figura 5

Problema 14 Un lápiz cuesta 150 céntimos. Juan compra 3 lápices y paga 500 céntimos. ¿Cuánto le devuelven?

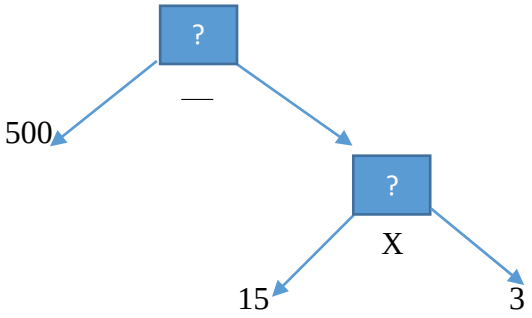


Figura 6

Problema 15 Juan compra 3 lápices de 150 céntimos. y María 2 cuadernos de 250 céntimos. ¿Cuánto gastaron?

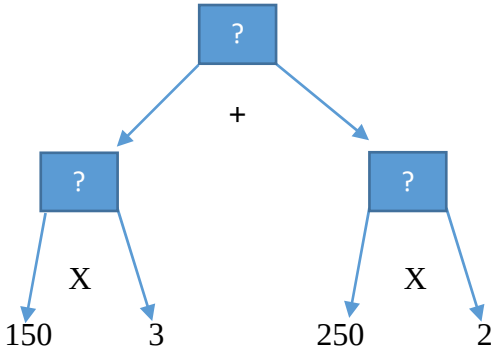


Figura 7

Problema 16 Juan y María son hermanos. Juan compra 3 lápices de 150 céntimos y María 2 cuadernos de 250 céntimos. Pagan 1000 céntimos. ¿Cuánto les devuelven?

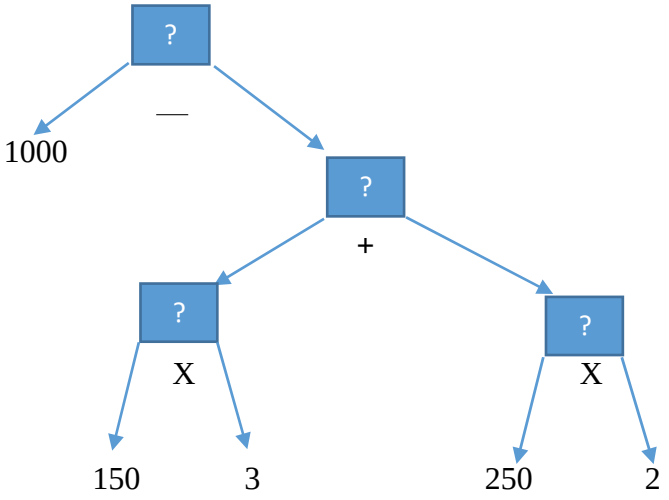


Figura 8

Problema 18 Un ciclista tarda 55 segundos y 7 décimas en dar una vuelta al circuito del velódromo. Otro ciclista tarda 54 segundos y 5 décimas. En una carrera a 30 vueltas, ¿cuánto tiempo le sacará de ventaja el primero al segundo?

Así, como el diagrama da cuenta de la estructura del problema, como profesor podemos controlar variables que sin duda afectan al proceso de resolución de estos problemas. En efecto, el diagrama muestra variables que giran alrededor de los tres elementos ya indicados, como, por ejemplo:

- La complejidad de la cadena deductiva,
- El número de incógnitas auxiliares,
- La naturaleza de las relaciones,
- El número de datos del problema,
- El número de etapas.

Los tres diagramas de la figura 7 comparten el número de datos presentes en el enunciado del problema (cuatro) y el número de incógnitas auxiliares necesarias (dos).

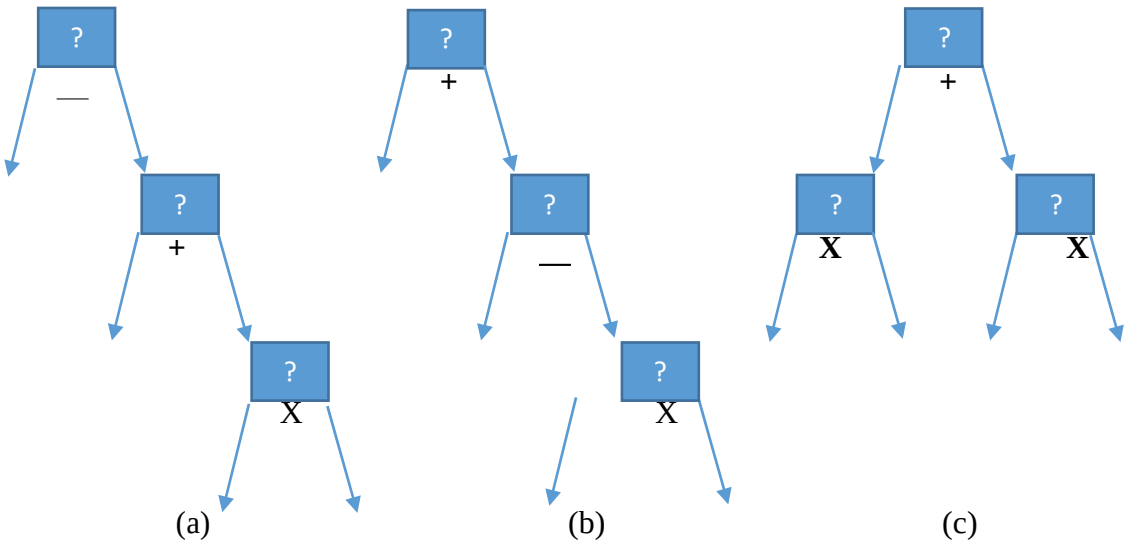


Figura 9

Los diagramas *a* y *b* representan problemas de análoga dificultad en cuanto a la construcción de la cadena deductiva, pues se utilizan un dato y una incógnita auxiliar en las dos primeras etapas y dos datos en la tercera.

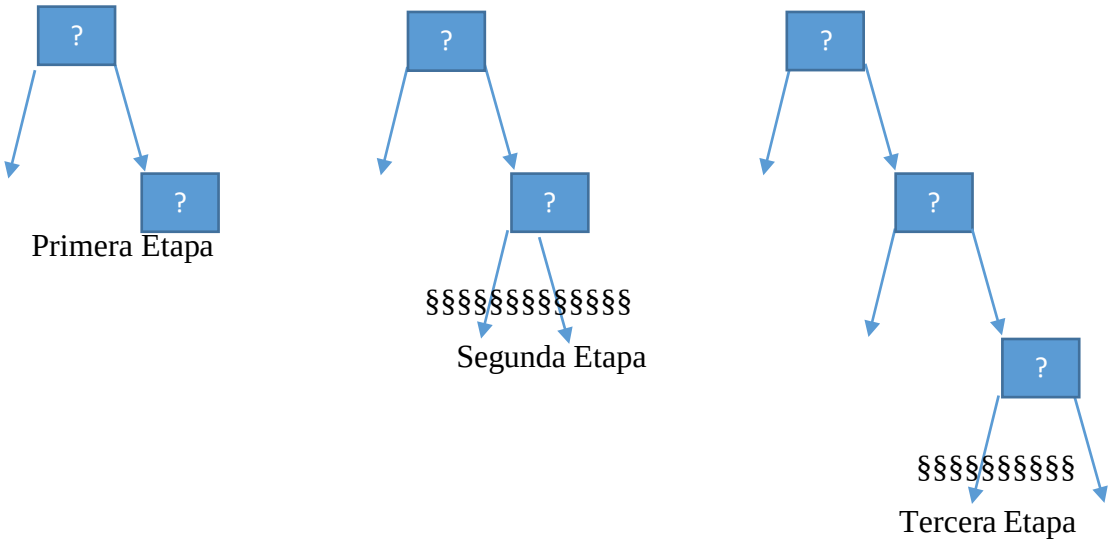


Figura 10

Sin embargo, los diagramas *a* y *b* difieren en la naturaleza de las relaciones que en las primeras etapas permiten determinar la incógnita del problema mediante las incógnitas auxiliares y los datos.

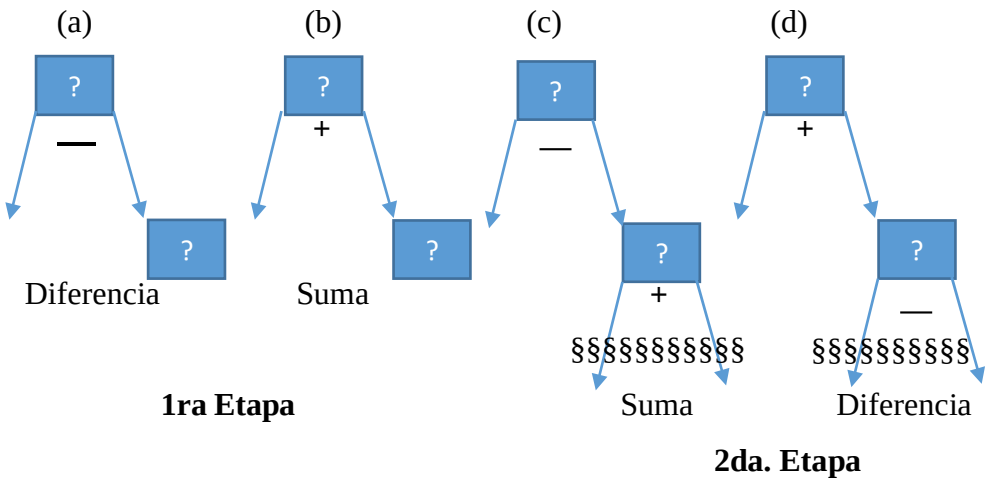


Figura 11

El diagrama *c*, por su parte, es muy distinto de los anteriores ya que la determinación de la incógnita del problema se realiza ya desde la primera etapa en función de dos incógnitas auxiliares y no de un dato del problema y de una incógnita auxiliar como era el caso de los diagramas *a* y *b*.

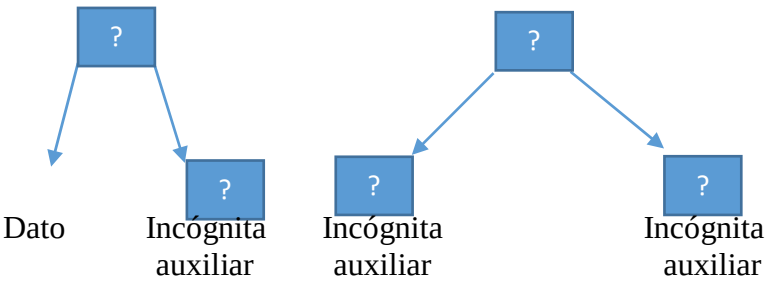


Figura 12

Es posible pues construir formalmente diagramas de estructura de diversos grados de complejidad y de estilo distinto. Por ejemplo, imponiéndose la condición de que aparezcan cuatro datos en el enunciado del problema, pueden aparecer, al menos teóricamente, problemas de estructura tan diversa como los que se presentan en la

figura 13, en la que hay desde diagramas que muestran el uso directo de todos los datos para determinar la incógnita, a otros en los que un dato es utilizado para determinar varias incógnitas auxiliares.

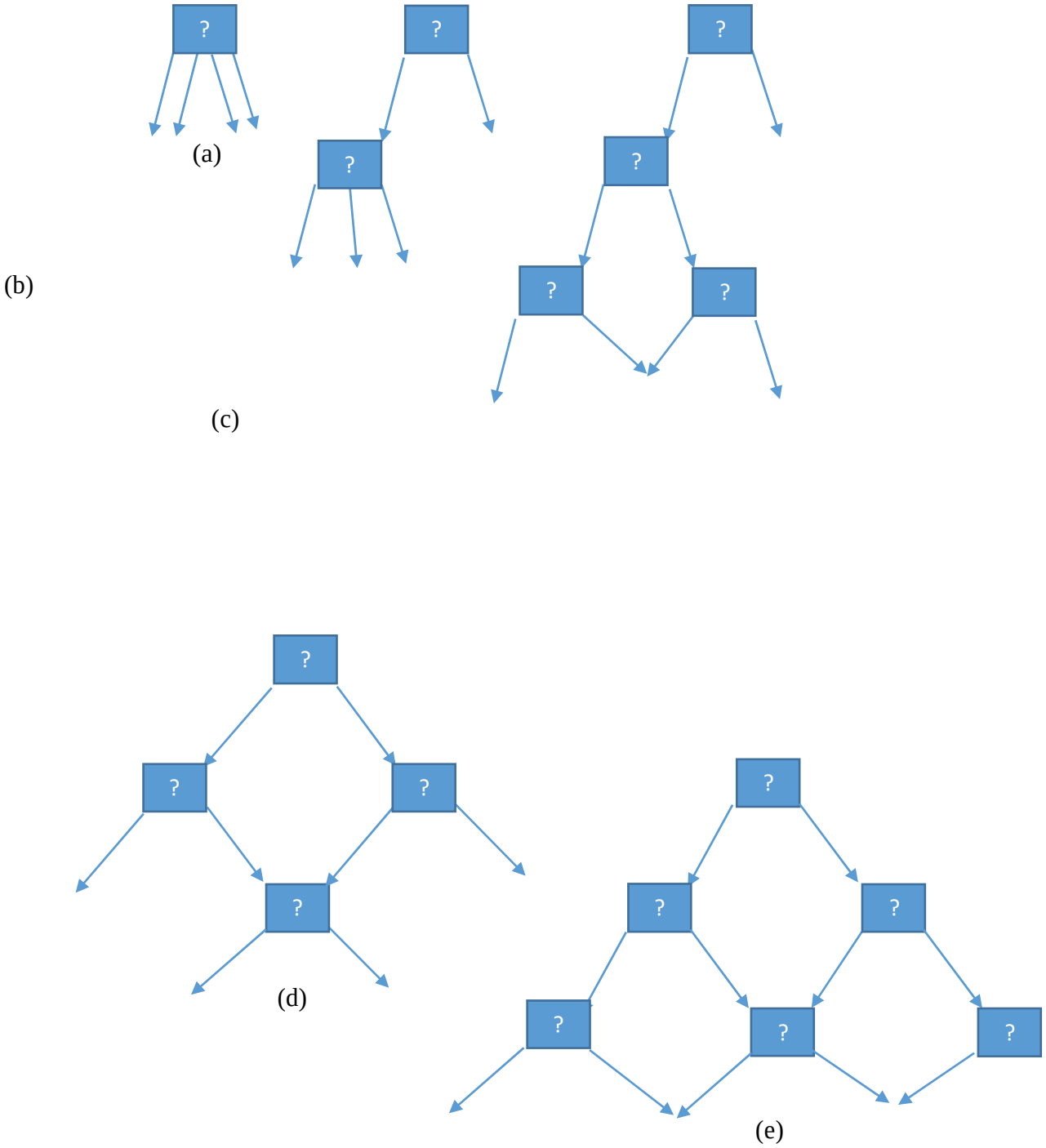


Figura 13

Como profesores nos enfrentamos con la tarea de construir enunciados verbales de problemas aritméticos de varias operaciones combinadas, se encuentra normalmente con dificultades derivadas del contexto que haya elegido para la elaboración del enunciado verbal y con dificultades derivadas de las restricciones que impone la sintaxis. Así, aunque tenga en mente la operación o las operaciones aritméticas que quiere poner en juego, no le es fácil controlar el campo de variabilidad de la estructura del problema. El uso del diagrama a priori y la elaboración a posteriori del enunciado verbal facilita esta tarea al ofrecer una imagen gráfica de la estructura del problema.

Aunque algunos diagramas de la figura 13 puedan parecer pura especulación teórica, y cabe pensar que difícilmente aparezcan en la escuela problemas que tengan una estructura tan compleja, el análisis mediante el diagrama de los problemas que se encuentran efectivamente en los libros de texto usuales y en la práctica cotidiana de las escuelas permite encontrar ejemplos de problemas de un cierto grado de complejidad desde el punto de vista de su estructura.

Para terminar, conviene hacer notar que las relaciones entre datos, incógnita e incógnitas auxiliares, que muestra el diagrama, no tienen por qué ser de naturaleza estrictamente aritmética. En efecto, el diagrama puede utilizarse para dar cuenta de la estructura de cualquier problema que sea susceptible de tratarse mediante el método de análisis-síntesis.

CAPÍTULO II

CAPÍTULO II

MÉTODOS Y MATERIALES

2.1. MÉTODOS

Para llevar a cabo nuestra investigación detallamos a continuación los siguientes procedimientos que realizamos.

Uno de los primeros que realizamos fue obtener la autorización correspondiente del Director de la Institución Educativa para poder ejecutar nuestra investigación, esta fue determinada a través de la solicitud presentada a la Dirección de la Institución obteniendo como resultado una constancia de autorización.

Por las características de la investigación, esta se enmarca en el Nivel de Investigación No Experimental, de tipo Transeccional Descriptiva. Esta investigación transeccional o transversal se utiliza cuando se recolectan datos en un solo momento, en un tiempo único y su propósito es describir la variable independiente y analizar su incidencia en un momento dado. El diseño de Investigación a utilizarse es el Descriptivo Simple, cuyo esquema según Sánchez y Reyes (2017), es:

O ⟶ **G**

Donde:

O= Medición de habilidades en la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas

G= Estudiantes del 1er Grado de Educación Secundaria.

En este diseño las causas y los efectos ya ocurrieron en la realidad y como investigadores observamos y reportamos. El diseño que utilizamos fue el de ***Preprueba - con un solo grupo***, que consiste en administrar un estímulo al grupo en estudio, para determinar el nivel de significatividad que produce.

La población considerada para la presente investigación está representada por todos los estudiantes matriculados en el 1er grado de secundaria la misma está configurada en la siguiente tabla.

TABLA 1. RELACIÓN DE ESTUDIANTES MATRICULADOS EN EL 1ER GRADO DE SECUNDARIA.

SECCION	SEXO		TOTAL
	H	M	
1 A	25	14	39
1 B	22	15	37
1 C	21	15	36
1 D	27	12	39
1 E	26	7	33
1 F	21	14	35
TOTAL	142	77	219

FUENTE: Institución Educativa

En la presente investigación, para definir la muestra lo primero que realizamos fue definir la unidad de análisis que son los estudiantes sobre los cuales finalmente se hace el análisis estadístico el mismo que resulto del problema formulado y de los objetivos definidos para la investigación. Una vez definida la unidad de análisis, se procedió a delimitar la población a ser estudiada y sobre la cual se pretende generalizar los resultados.

Para determinar la muestra procedimos de la siguiente manera: De la Unidad de Análisis en donde identificamos adecuadamente el universo, es que determinamos la muestra representativa para poder concluir con respecto a la calidad de la representatividad. El tipo de muestra probabilística tomada fue la muestra aleatoria simple, cuando todas las unidades que componen el universo son conocidas y tienen probabilidad de ser seleccionadas en la muestra, de esta manera determinamos que

nuestra muestra quede constituida por 39 estudiantes de la sección 1 A; y en la cual los sujetos son observados en su ambiente natural, en su realidad.

Los métodos teóricos para determinar el éxito de nuestra investigación, a través de la solución del problema, en alcanzar los objetivos y en la comprobación de la hipótesis, nos llevó a utilizar los siguientes métodos, técnicas y procedimientos que detallamos a continuación.

Los métodos científicos de la investigación nos proporcionaron la orientación y dirección adecuada al trabajo y se convirtieron en el camino más corto para alcanzar los resultados esperados, y condiciona los nuevos conocimientos.

Los métodos teóricos utilizados son los empíricos, porque revelan y explican las características fenomenológicas del objeto. Se utilizan fundamentalmente en la etapa de acumulación de información empírica, de diagnóstico, y en la comprobación de la hipótesis de trabajo. Dentro de estos métodos teóricos destacamos el método histórico tendencial**,** que está vinculado al conocimiento de las distintas etapas del objeto en su sucesión cronológica, para conocer la evolución y desarrollo de la resolución de problemas aritméticos simples.

Entre los procedimientos teóricos utilizados tenemos el análisis y la síntesis son dos procedimientos teóricos que cumplen funciones importantes en nuestra investigación.

El análisis es un procedimiento mental mediante el cual un todo complejo (en nuestro caso el problema) se descompone en sus diversas partes y cualidades. El análisis nos permitió la división mental del problema en sus múltiples relaciones y componentes.

La síntesis procedimiento mental que nos permitió la unión entre las partes previamente utilizadas, nos permitió además descubrir las relaciones esenciales y características generales entre ellas. La síntesis se produjo sobre la base de los resultados obtenidos previamente en la síntesis.

La abstracción, fue otro procedimiento que lo utilizamos para la comprensión del objeto. Mediante este procedimiento destacamos la propiedad o relación de los problemas aritméticos simples, nos permitió destacar y aislar alguna propiedad y relación del objeto asequible a los sentidos, tratando de descubrir el nexo esencial oculto e inasequible al conocimiento empírico.

Del mismo modo hicimos uso de la inducción y deducción como procedimientos teóricos fundamentales en nuestra investigación. La inducción se basó en proposiciones generales y siempre estuvo unido a la deducción a través de las aseveraciones y generalizaciones a partir de las cuales se realizó la demostración o interferencias particulares para la resolución de problemas aritméticos simples.

2.2. FASES.

La construcción del Instrumento comprendió cinco fases, las mismas que se explican a continuación:

1. Primera fase: Revisión de problemas aritméticos simples.

Previo a la construcción del instrumento, llevamos a cabo una investigación en la formulación de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones combinadas en la literatura, con el fin de determinar si el cuestionario que planeamos podría ser utilizada para nuestra investigación.

En esta primera etapa se revisaron diversos problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones combinadas utilizados para la resolución de problemas aritméticos simples.

2. Segunda Fase: Revisión y redacción de ítems.

Efectuado el análisis de los problemas aritméticos simples se seleccionaron problemas más complejos para una segunda etapa los mismos que los sometimos a

una redacción y validación por expertos en el área de matemáticas.

Solicitamos la colaboración de 4 docentes del área de matemáticas para que realizasen esta labor, a los mismos les remitimos una carta indicándoles el propósito de su participación y apoyo; le adjuntamos las indicaciones de lo que deberían realizar en el Cuestionario de los 10 problemas aritméticos simples que les solicitábamos revisen la valides del contenido de cada uno de los problemas planteados y que determinasen el grado o nivel de dificultad que a su juicio podría presentar cada uno de ellos. (**Ver Anexo 1**).

Es necesario mencionar que, en el ámbito de la Región Piura, no existe un modelo de instrumento que nos permita obtener evidencias de la resolución de problemas aritméticos simples en estudiantes del 1er grado de secundaria, por lo tanto, decidimos, que nuestro instrumento pase por todos los registros pertinentes para poder tener valides y confiabilidad de lo que aplicaríamos; de esta manera decidimos la construcción del **C**uestionario para **P**roblemas **A**ritméticos **S**imples. (CPAS).

Definidas la construcción del CPAS con la redacción de los 10 ítems, pretendiendo que éstos fueran lo más claro posible, redactándolos en forma bien definida para que su comprensión fuera sencilla por parte de los estudiantes encuestados, evitando así, que los ítems pudieran ser interpretados de diversas maneras y además identificar el uso de ciertas palabras que pudieran no ser comprendidas por los sujetos.

3. Tercera fase: Aplicación piloto

Construido el instrumento inicial y una vez revisado por los expertos, efectuamos la aplicación del mismo como prueba piloto, con la finalidad de visualizar y observar cómo se comportaba éste, si su contenido era sencillo de comprender y si los encuestados no tenían problemas al responder a los diferentes cuestionamientos, de esta manera estuvimos atentos a los comentarios y sugerencias que fueron vertidas por los estudiantes.

Seleccionamos a 39 estudiantes de las secciones B, C, D, E y F. En general, los encuestados contestaron que los ítems eran comprensibles, siendo el lenguaje empleado el adecuado, así como la claridad de la hoja de instrucciones al inicio del cuestionario. El tiempo de resolución de los 10 problemas fue de 50 minutos.

4 Cuarta fase: Versión final del instrumento

Realizada la prueba piloto del CPAS y con el fin de corroborar la validez y fiabilidad del CPAS llevamos a cabo el cálculo de la fiabilidad y valides mediante el coeficiente Alpha Cronbach. El análisis estadístico se llevó a cabo con el programa estadístico SPSS en su versión 25.0. En definitiva, la evaluación global de los criterios demostró que el CPAS es un instrumento fiable y válido, superando satisfactoriamente las puntuaciones establecidas.

La **Tabla 2** nos permite confirmar que los índices de fiabilidad son satisfactorios, para el Cuestionario de Problemas Aritméticos Simples. El coeficiente Alpha Cronbach del total de los 10 ítems considerados para la resolución de problemas aritméticos simples fue de 0.775, el cual consideramos como aceptable. (**ver Anexo 2**)

TABLA 2: ÍNDICE DE CONFIABILIDAD

DIMENSIONES	N° DE ITEMS	ALFA DE CROMBACH
PROBLEMAS: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10	**10**	.775
TOTAL PROMEDIO	**10**	**.775**

Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

CONCLUSIÓN

El CPAS superó las pruebas de validez de contenido, de criterio y de constructo, alcanzando un coeficiente de confiabilidad Alpha Cronbach superior al mínimo aceptable, lo que nos permite afirmar que es un cuestionario válido y fiable. Sin embargo, conscientes de las limitantes de este estudio, consideramos que resulta

necesario aplicar el instrumento en otras instituciones educativas para tener más elementos que contribuyan a la evaluación de su validez y fiabilidad.

5 Quinta fase: Aplicación final del cuestionario.

Validada la confiabilidad del instrumento, asumimos finalmente su aplicación a la muestra determinada (39 estudiantes de la sección A de la institución Jorge Basadre); el que fue realizado en un solo momento teniendo como duración 60 minutos para resolver los problemas del cuestionario. El resultado del mismo los podemos apreciar a través del estadístico de fiabilidad: Alfa de Cronbach, cuyo resultado ha sido .791 superando el mínimo aceptable. (ver anexo 3 y Tabla 3).

CAPÍTULO III

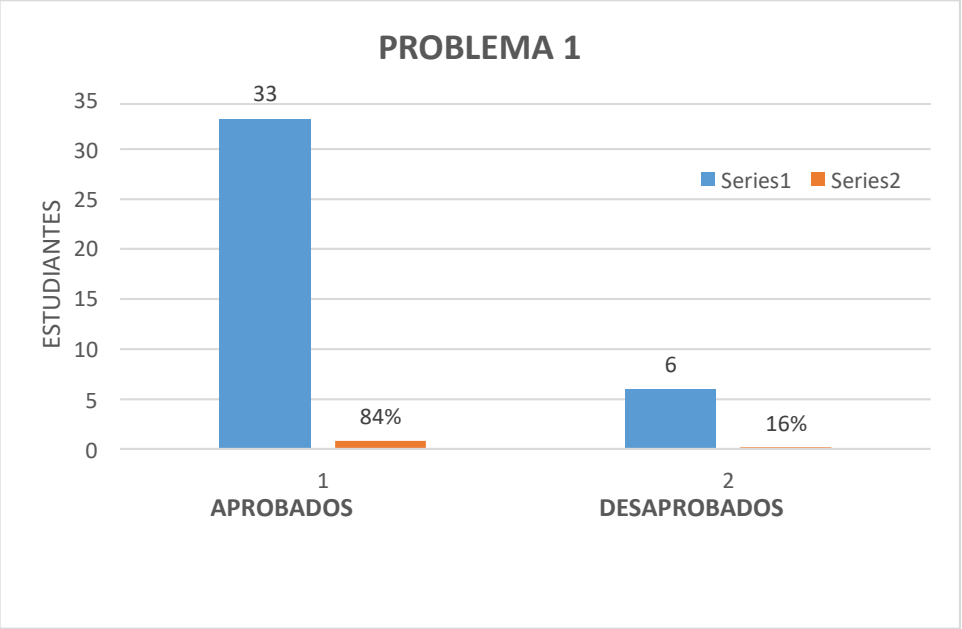
CAPÍTULO III

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. RESULTADOS

Después de aplicar el **C**uestionario para **P**roblemas **A**ritméticos **S**imples y efectuado el correspondiente procesamiento de los datos, se obtuvo los siguientes resultados que los presentamos a continuación:

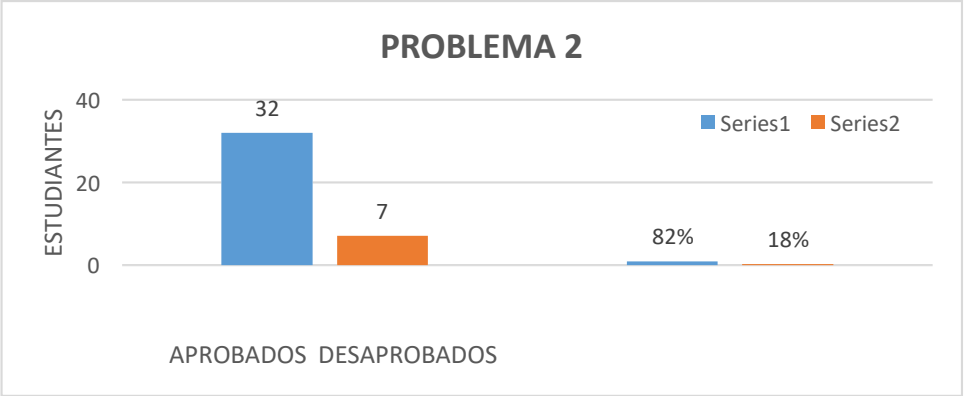
Gráfico 1: Resultados del problema N° 1



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

Según se puede apreciar en el presente gráfico, 33 estudiantes que representan el 84% están aprobados lo que significa que resolvieron bien el problema, sin embargo 6 estudiantes que representan el 16% no han logrado el propósito.

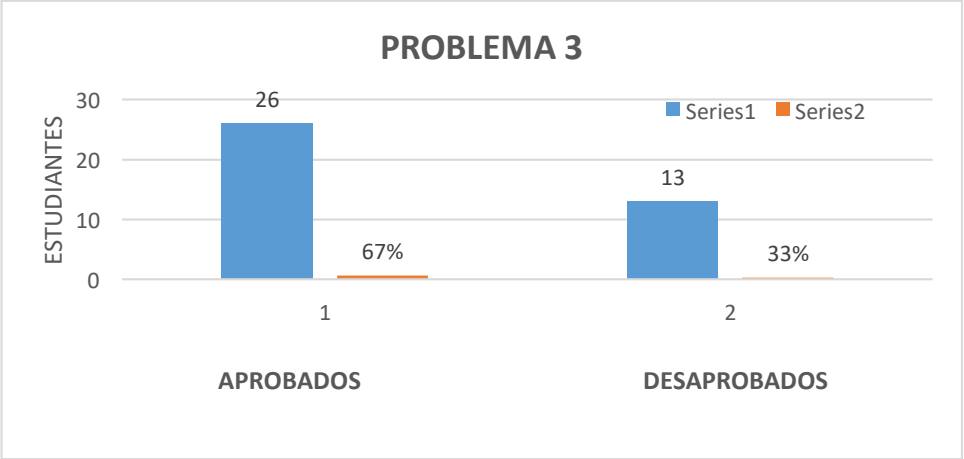
Gráfico 2: Resultados del problema N° 2



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En el presente gráfico podemos observar que 32 estudiantes que representan el 82% desarrollaron el problema en forma satisfactoria, y 7 estudiantes que representan el 18% no pudieron lograr resolver el problema.

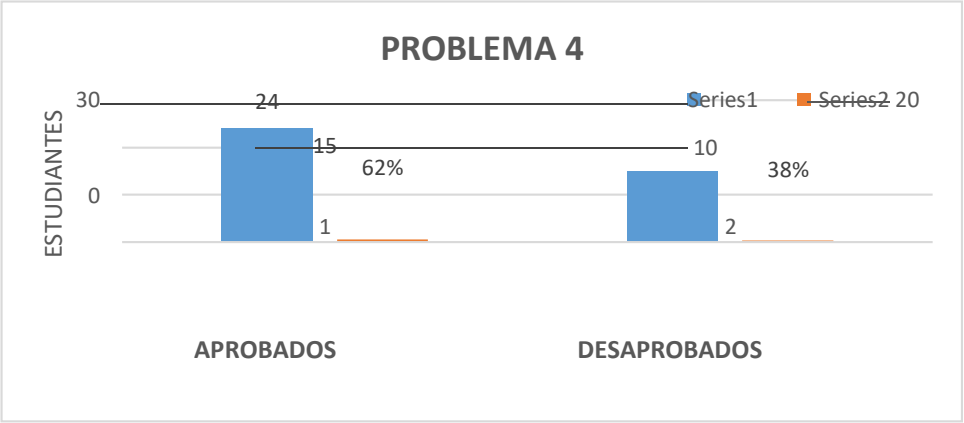
Gráfico 3: Resultados del problema N° 3



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En el Grafico 3, podemos determinar que 26 estudiantes que representan el 67% si lograron resolver este problema, en cambio 13 estudiantes que representan el 33% no pudieron hacerlo.

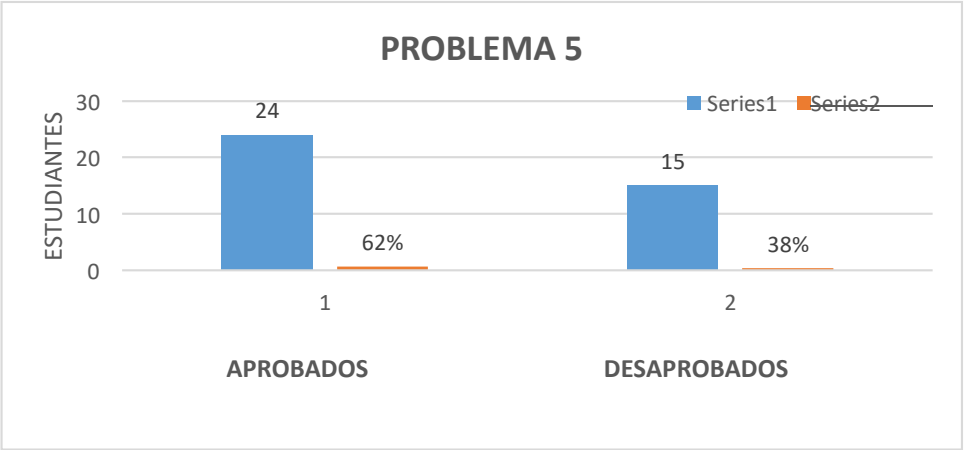
Gráfico 4: Resultados del problema N° 4



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

Este Grafico nos permite visualizar que 24 estudiantes que representan el 62% si resolvieron el problema N° 5 en cambio 15 no pudieron realizarlo, lo que representa el 38%

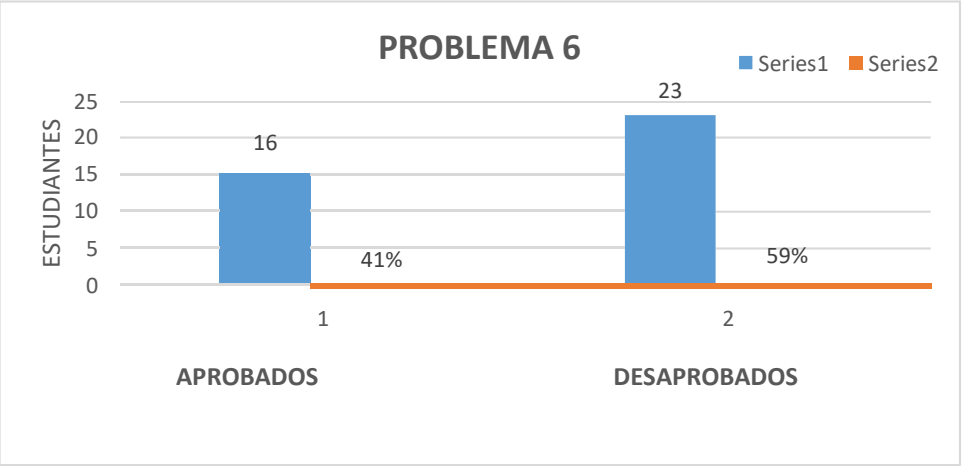
Gráfico 5: Resultados del problema N° 5



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En el grafico 5 podemos observar que, de los 39 estudiantes, 24 de ellos que representan el 62% solucionaron el problema, en cambio 15 estudiantes que representan el 38% no pudieron resolver este problema.

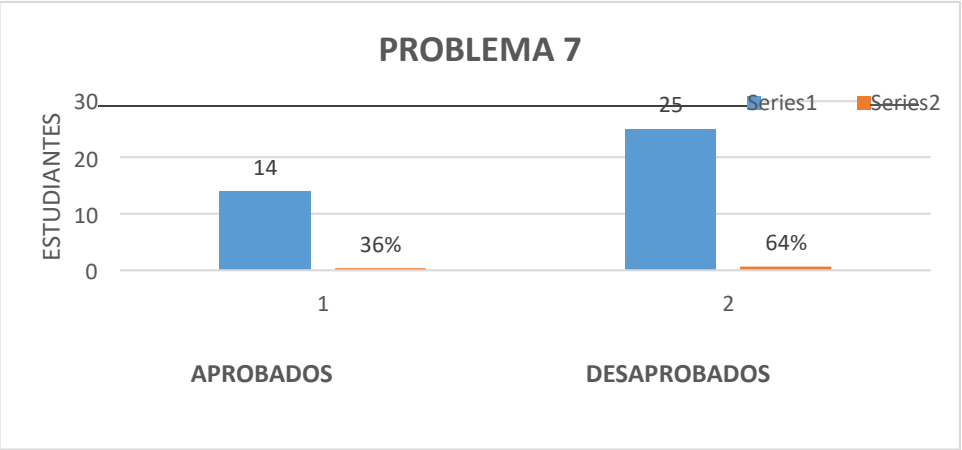
Gráfico 6: Resultados del problema N° 6



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

Según se puede apreciar en el presente gráfico, 16 estudiantes que representan el 41% están aprobados lo que significa que resolvieron bien el problema, sin embargo 23 estudiantes que representan el 59% no pudieron resolverlo.

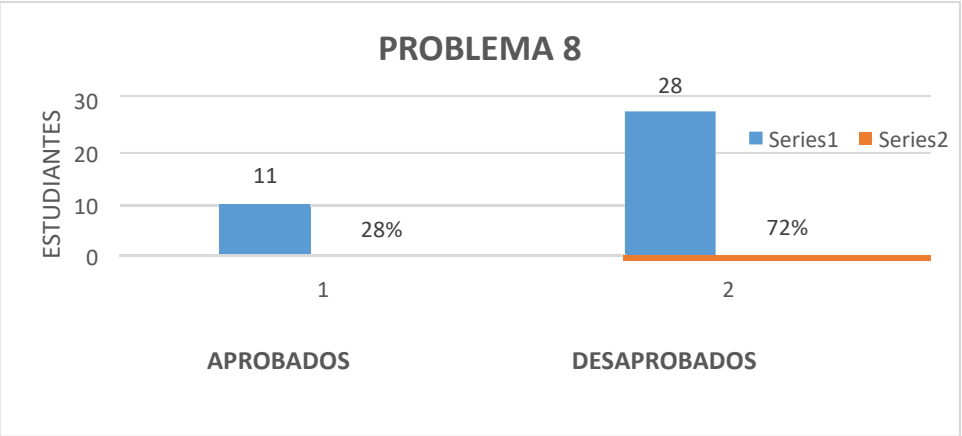
Gráfico 7: Resultados del problema N° 7



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En este gráfico se puede observar que 14 estudiantes que representan el 36% solo desarrollan el problema en forma satisfactoria, y 25 estudiantes que representan el 64% no pudieron lograr resolver este problema.

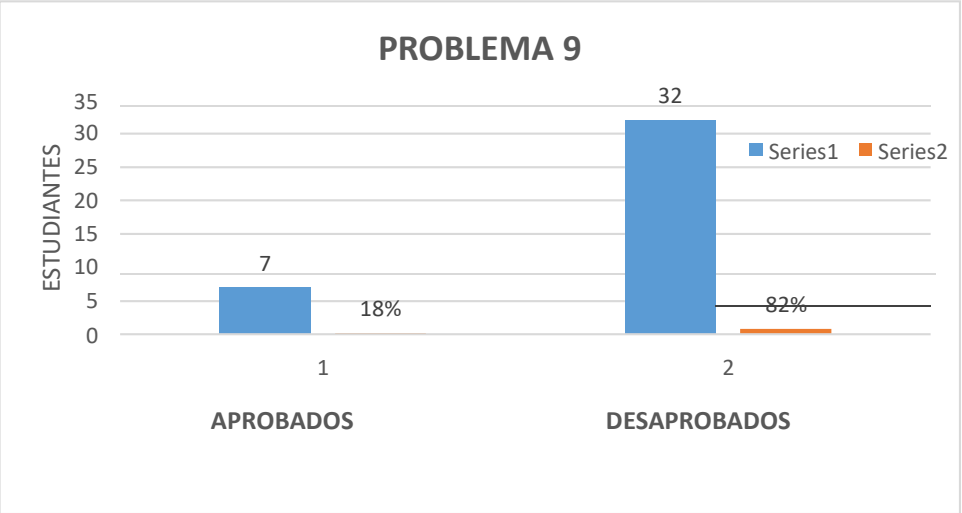
Gráfico 8: Resultados del problema N° 8



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En el problema N° 8 solo 11 estudiantes que representan el 28% lograron resolver este problema, y el resto de estudiantes 28 que forman parte del 72% no pudieron hacerlo.

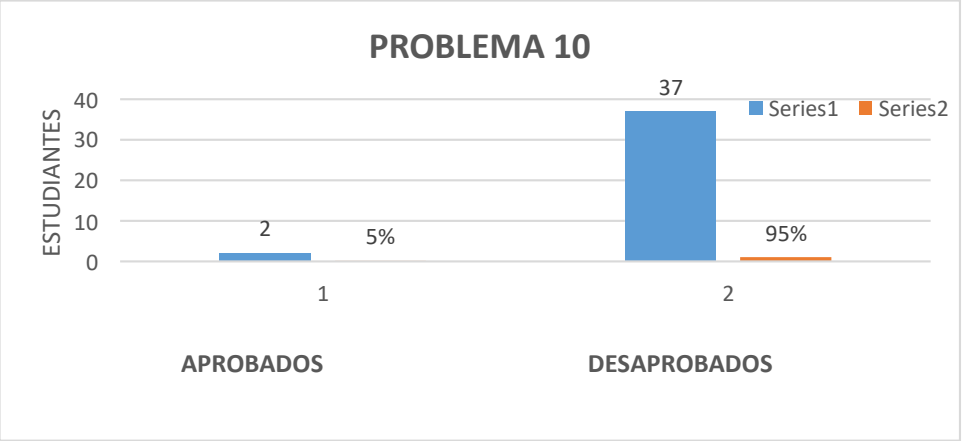
Gráfico 9: Resultados del problema N° 9



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En este problema solo 7 estudiantes que representan el 18% solucionan el problema, en cambio 32 de los mismos no pueden hacerlo, lo que representa el 82%.

Gráfico 10: Resultados del problema N° 10

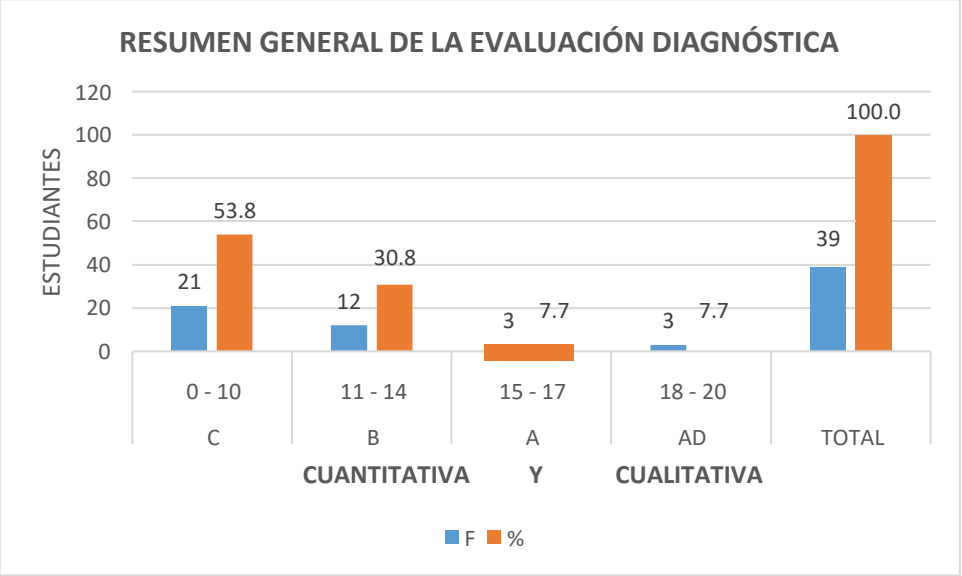


Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En el grafico 10 solo 2 estudiantes que representan el 5% logran resolver este problema, y 37 estudiantes que representan el 95% no pudieron hacerlo.

3.1.1. RESULTADO GENERAL

Gráfico 11; Resultados general de la evaluación diagnóstica del CPAS



Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

En el presente grafico **21** estudiantes que representan el **53%** cuantitativamente presentan notas entre 0-10 y cualitativamente se les ubica en el desempeño **A**, constituyendo más del 50% de estudiantes que no logran solucionar problemas aritméticos simples; **12** estudiantes representan el 30.8% y cuantitativamente son ubicados entre los calificativos de 11-14 y cualitativamente en el Desempeño **B**.

Así mismo podemos indicar que 3 estudiantes que alcanzan el 7.7%; cuantitativamente han alcanzado los calificativos entre 15 – 17 y cualitativamente se ubican en el Desempeño **C**, finalmente solo 3 estudiantes que representan el 7.7% han obtenido cuantitativamente el calificativo de 18 -20 y cualitativamente son ubicados en el Desempeño **AD**.

En el cuadro precedente, podemos observar lo explicado:

TABLA 3: Resumen General de la Evaluación Diagnóstica.

CALIFICACIÓN CUALITATIVA	CALIFICACIÓN CUANTITATIVA NOTA	Fr.	%
C	0 - 10	21	53.8
B	11 - 14	12	30.8
A	15 - 17	3	7.7
AD	18 - 20	3	7.7
TOTAL		**39**	**100.0**

Fuente: Cuestionario sobre resolución de problemas aritméticos simples aplicado a estudiantes

3.2. DISCUSIÓN.

A partir de los resultados observados en la resolución de problemas aritméticos simples en los estudiantes del 1er grado de secundaria de la Institución Educativa Jorge Basadre más del 50% de los estudiantes, presentan escazas habilidades cuando inicia el proceso de resolución de problemas matemáticos simples, específicamente en el método a utilizar. Se presupone que el estudiante ya conoce la suma, la resta, la multiplicación y la división. Normalmente lo habitual por parte del estudiante es preguntar, después de leer el enunciado del problema, si es de

sumar o de restar. Es decir, existe una tendencia a la memorización o sistematización como una salida rápida más que un análisis y la posterior evaluación de las alternativas disponibles para utilizar en la solución del problema.

El resultado de todo este proceso es que cuando a los estudiantes se les proponen problemas que hacen referencia a contenidos que estudiaron en un tiempo pasado, que no tiene por qué ser lejano, en muchos casos ya no recuerdan, que es lo que deben aplicar para resolver con éxito la actividad.

Las creencias sobre la matemática inciden notablemente en la forma en que los estudiantes, e incluso los profesores, abordan la resolución de algún problema. Esto afecta, por ejemplo, cuando un estudiante toma un problema y a los cinco minutos lo abandona o no; es decir, lo que él piense que es un problema puede incidir incluso en el tiempo que dedique a la resolución de cierto ejercicio.

Por otra parte, podemos afirmar que, la variable más débil corresponde a la *Comprensión del problema,* es decir a la poca asimilación de los elementos más importantes que presentan a la situación problemática y que al no comprenderlo al leerlo, deriva a que no identifiquen los datos, también un factor es el no tener una correcta representación mental de la situación descrita, para lo que es útil un dibujo o esquema del fenómeno problemático.

La otra fase es *Identificar la información necesaria para resolver el(los) problema(as*) la misma que se complementa con la fase de comprensión, que no pueden encontrar los datos, y además de no poder distinguir de entre los datos aquellos que son más relevantes para poder resolver las situaciones planteadas, debemos tener presente que esta etapa es de suma importancia por los que Polya señala: *En esta etapa se supone que el estudiante se da cuenta de cuál es el problema a enfrentar o resolver. Debe comprender de qué se está hablando. De cuál es el grado de dificultad o información realmente le ayudarán a encontrar la solución del problema".*

Puesto que los problemas matemáticos son las actividades más complejas que se le proponen a los estudiantes al abordar esta área, es necesario ser consecuentes en su tratamiento. Enseñar a resolver problemas debe figurar entre las intenciones educativas del currículum escolar, ha de ser algo que los docentes se deben proponer. No basta con entregar problemas matemáticos para que los alumnos los resuelvan. Es necesario entregar un tratamiento adecuado, analizando estrategias y técnicas de resolución, "verbalizando" el pensamiento y contrastándolo con el de otras personas. Se debe enseñar procesos de resolución a través de buenos modelos, con ejemplos adecuados, dedica un espacio en el horario escolar y conseguir un clima propicio en el aula que favorezca la adquisición de las correspondientes destrezas y hábitos. Es cierto que cada problema tiene unas peculiaridades concretas, sin embargo, hay un proceso común a la mayor parte de ellos que es el método de resolución y en la enseñanza de la mismo es precisamente donde se debe insistir.

En la etapa de educación primaria deben asentarse las bases que contribuirán a que los estudiantes sean capaces de enfrentarse con mayor porcentaje de éxito a este tipo de actividades. Un buen estudiante, capaz de resolver problemas se va formando poco a poco y se identifica porque dispone de un buen bagaje de conocimientos matemáticos claros y se identifica porque dispone de un buen bagaje de conocimientos matemáticos claros, estructurados e interconectados que le permiten enfrentarse a las diferentes situaciones.

CAPÍTULO IV

CONCLUSIONES

Según los resultados del cuestionario para la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, aplicado a los estudiantes de la Institución Educativa Jorge Basadre se concluyen que más del cincuenta por ciento no resuelven problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, evidenciándose dificultad para precisar en la fase de comprensión, que no pueden encontrar los datos, y además de no poder distinguir de entre los datos aquellos que son más relevantes para poder resolver las situaciones planteadas.

El método de Pólya se puede aplicar en el aula, para favorecer la adquisición de las correspondientes destrezas y habilidades en la resolución de problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas que permita que los estudiantes logren plantear y resolver problemas matemáticos.

CAPÍTULO V

RECOMENDACIONES.

Enseñar a resolver problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas, haciendo uso del método de George Pólya, ha de ser algo que los docentes nos debemos proponer. No basta con entregar problemas matemáticos para que los alumnos los resuelvan.

Con los datos obtenidos de nuestra investigación, estamos seguros que servirán para mejorar nuestro desempeño docente en el área y poder utilizar métodos apropiados para mejorar nuestras habilidades y las de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

Avedaño, M., & Sobrino, T. (2017). *Resolución de problemas aritmeticos aditivos, aplicando el método heurisico de Polya en estudiantes de 2do grado B de la I.E. N° 0083. San Juan Masias. UGEL 07. San Luis.* Obtenido de https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/8396

Blanco, A. (2012). *Invención-Resolución de Problemas por alumnos de educación Primaria.* Obtenido de file:///C:/Users/ALFREDO/AppData/Local/Temp/TESIS%20MARIA%20AYLLON%20BLANCO%20Final_-2.pdf

Caballero A. (2011). Metodología integral innovadora para planes y tesis. Editorial Instituto Metodológico Alen Caro.

Cabezas Garcia, C. L. (2016). *Resolución de problemas en los estudiantes del quinto grado de la I.E. N° 1230 Viña Alta. La Molina 2016.* Obtenido de https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/17725/Cabezas_GCL.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Hadamard, J. (1945).

Hernández R., Fernandez C. y Baptista L. (2003). Metodología Científica. Ed… Mc. Graw Hill. Tercera edición.

Mendez, & Torres. (s.f.). *Resolución de problemas aritméticos aditivos, aplicando el método heurístico de Polya en estudiantes de 2º grado "B" de la I.E. Nº 0083 "San Juan Macías" – UGEL 07.* Obtenido de https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/8396

Mendez., & Torres. (2017). *Resolución de problemas aritméticos aditivos, aplicando el método heurístico de Polya en estudiantes de 2º grado "B" de la Institución Educativa Nº 0083 "San Juan Macías" – UGEL 07 – San Luis.* Obtenido de https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/8396

Polya. (1945). *Articulos académicos.* Obtenido de https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=%28Polya%2C+G.+1945%2C+p.+109%29

Polya. (1957). *Decision theory for Polya type distributión; case of two actions, I* (Vol. Vol I).

Polya. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas.* ENTRECIENCIAS. Obtenido de https://www.redalyc.org/pdf/4576/457644946012.pdf

Puig, & Cerdan. (1988). *Problemas arimeticos escolares.* Sintesis. Obtenido de https://www.uv.es/puigl/libros.html

Schoenfeld. (1992). *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense-making in Mathematics. Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning .* (D. Grouws, Ed.). Obtenido de http://gse.berkeley.edu/faculty/AHSchoenfeld/LearningToThink/Learning_to_think_Math.html

Stanic., & Kilpatrick. (1989). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. The teaching and assesing of mathematical problem solving.* Charles & Silver, Eds. Obtenido de http://www.campus-oei.org/revista/deloslectores/203Vilanova.PDF

Villarroel, & Verdugo. (2011). *Resolución de problemas Matemáticos.* Obtenido de http://www.umag.cl/biblioteca/tesis/bahamonde_villarroel_2011.pdf

ANEXOS

ANEXO 1

CARTA DE PRESENTACIÓN

Señor (a):

.....

Presente. -

Asunto: VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTO.

Nos es muy grato comunicarme con usted para expresarle mis saludos y así mismo, hacer de su conocimiento que siendo estudiante del Programa de Complementación Académico Docente de la Facultad de Ciencias Histórico Sociales y Educación de la Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo de Lambayeque, requiero validar el instrumento con el cual recojo la información necesaria para poder concluir con mi investigación y poder obtener el título de Licenciado en Educación Especialidad: Matemática y Computación.

El título de mi investigación es: **RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS SIMPLES EN ESTUDIANTES DEL 1ER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE BASADRE. PIURA**, y siendo imprescindible contar con la aprobación de docentes especializados para poder aplicar el instrumento en mención, he considerado conveniente recurrir a usted, por su connotada experiencia en el tema a fin de que se sirva validar cada uno de los ítems, que comprende nuestro instrumento.

Atentamente,

Bach. JOHNN BERMEO GARCIA Bach. MIGUEL BERMEO GARCIA

El expediente de validación, que se le hace llegar contiene:

1. JUICIO DE EXPERTOS

El **juicio de expertos** es un método de validación útil para verificar la fiabilidad de una investigación que se define como "una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones" (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008:29).

Tras someter un instrumento de cotejo a la consulta y al juicio de expertos éste ha de reunir dos criterios de calidad: **validez y fiabilidad**.

La **validez de contenido** se establece con frecuencia a partir de dos situaciones, una que atañe al diseño de una prueba y, la otra, a **la validación de un instrumento** sometido a procedimientos de **traducción y estandarización para adaptarlo a significados culturales diferentes**. Es aquí donde la tarea del experto se convierte en una labor fundamental para eliminar aspectos irrelevantes, incorporar los que son imprescindibles y/o modificar aquellos que lo requieran.

La fiabilidad, el otro requisito de calidad de todo instrumento de medición, se define como el grado con el que un instrumento mide con precisión y descarta el error, y lo hace a través de **la consistencia, la estabilidad temporal** y el acuerdo entre los expertos. Martín Arribas (2004) *define* ***la consistencia*** como el nivel de cohesión de los *diferentes ítems o aspectos del instrumento* que se puede comprobar a través de diferentes métodos estadísticos como, por ejemplo, *el coeficiente Alfa de Cronbach*, utilizado con mayor frecuencia. En relación con ***la estabilidad temporal***, alude a la escasa variabilidad de las medidas del objeto cuando el proceso de medición se repite en situaciones distintas.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE VALIDACIÓN. Para la evaluación de la resolución de problemas combinados con las cuatro operaciones básicas, los investigadores elaboramos una prueba (cuestionario), de 10 problemas para ser aplicados a los estudiantes **(véase Anexo 1)** a los efectos de asignar una calificación numérica a cada una de las categorías para totalizar los 4**0** puntos del baremo.

3. VALORACIÓN DE JUICIO DE EXPERTOS:

Valore en una escala de 1 a 4 el grado de relevancia que otorga a los ítems correspondientes de los problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas que se plantean a continuación. Señale con una cruz (X) su respuesta. Si considera necesario hacer alguna modificación o introducir otro(s) ítem(s), indíquelo en la casilla de observaciones.

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 1	1	2	3	4
1.Tengo S/. 101 y quiero dar S/. 15 de propina a cada uno de mis siete sobrinos, ¿cuánto dinero me falta?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 2	1	2	3	4
2. Se tiene una multiplicación de dos factores. Si se duplica uno de ellos y se triplica el otro, ¿en cuánto varía el producto inicial?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 3	1	2	3	4
3. El producto de dos números no positivos es 18 y su cociente es 2. ¿Cuál es la suma de estos números?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 4	1	2	3	4
4. Luego de multiplicar el triple de (-24) con la mitad de (-24), el producto es:				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 5	1	2	3	4
5. Tengo cierto número de pelotas para vender. Si las vendo a S/. 17 cada una, gano S/. 12, pero si las vendiera a S/. 15 cada uno perdería S/. 6 en total. ¿Cuántas pelotas tengo para vender?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 6	1	2	3	4
6. Un profesor decide repartir caramelos entre todos los alumnos del aula y descubre que si le da siete caramelos a cada uno le sobrarían 20 caramelos, pero si le diera nueve caramelos a cada uno le faltarían diez caramelos. ¿Cuántos alumnos hay en el aula?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 7	1	2	3	4
7. En el problema anterior, ¿cuántos caramelos tiene el profesor?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 8	1	2	3	4
8. Si un comerciante vendiera a S/.11 cada calculadora que tiene, ganaría S/.60 en total, pero si decide venderlas a S/.6 cada una, pierde S/.20 en total. ¿Cuántas calculadoras tiene para vender?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 9	1	2	3	4
9. Marcela decidió gastar S/. 1 000 en ropa. Compró dos pares de zapatos de S/. 195 cada uno, tres faldas de S/. 79 cada uno, cuatro blusas de S/. 57 cada uno y un suéter de S/. 126. ¿Cuánto dinero le sobró?				
Observaciones:				

1. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 10	1	2	3	4
10. Iván y Esaú se fueron de viaje y acordaron que uno pagaba la comida y el otro el hotel. Esaú pagó las comidas; las cuentas son de S/. 45, S/. 134, S/. 78, S/. 57, S/. 241, S/. 50 y S/. 33. Iván pagó el hotel: dejó S/. 600 a cuenta, pero le devolvieron S/. 200 porque se quedaron una noche menos de lo previsto. ¿Cuánto dinero le debe dar quién a quién para que los gastos queden repartidos equitativamente?				
Observaciones:				

Gracias por su colaboración.

ANEXO 1:

Valore en una escala de 1 a 4 el grado de relevancia que otorga a los ítems correspondientes de los problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas que se plantean a continuación. Señale con una cruz (X) su respuesta. Si considera necesario hacer alguna modificación o introducir otro(s) ítem(s), indíquelo en la casilla de observaciones.

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 1	1	2	3	4
	x			
1.Tengo S/. 101 y quiero dar S/. 15 de propina a cada uno de mis siete sobrinos, ¿cuánto dinero me falta?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 2	1	2	3	4
		x		
2. Se tiene una multiplicación de dos factores. Si se duplica uno de ellos y se triplica el otro, ¿en cuánto varía el producto inicial?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 3	1	2	3	4
		x		
3. El producto de dos números no positivos es 18 y su cociente es 2. ¿Cuál es la suma de estos números?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 4	1	2	3	4
		x		
4. Luego de multiplicar el triple de (-24) con la mitad de (-24), el producto es:				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 5	1	2	3	4
		x		
5. Tengo cierto número de pelotas para vender. Si las vendo a S/. 17 cada una, gano S/. 12, pero si las vendiera a S/. 15 cada uno perdería S/. 6 en total. ¿Cuántas pelotas tengo para vender?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 6	1	2	3	4
		x		
6. Un profesor decide repartir caramelos entre todos los alumnos del aula y descubre que si le da siete caramelos a cada uno le sobrarían 20 caramelos, pero si le diera nueve caramelos a cada uno le faltarían diez caramelos. ¿Cuántos alumnos hay en el aula?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 7	1	2	3	4
			x	
7. En el problema anterior, ¿cuántos caramelos tiene el profesor?				
Observaciones: Solo si se plantea el problema con las dos preguntas al mismo tiempo.				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 8	1	2	3	4
		x		
8. Si un comerciante vendiera a S/.11 cada calculadora que tiene, ganaría S/.60 en total, pero si decide venderlas a S/.6 cada una, pierde S/.20 en total. ¿Cuántas calculadoras tiene para vender?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 9	1	2	3	4
			x	
9. Marcela decidió gastar S/. 1 000 en ropa. Compró dos pares de zapatos de S/. 195 cada uno, tres faldas de S/. 79 cada uno, cuatro blusas de S/. 57 cada uno y un suéter de S/. 126. ¿Cuánto dinero le sobró?				
Observaciones:				

2. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 10	1	2	3	4
				x
10. Iván y Esaú se fueron de viaje y acordaron que uno pagaba la comida y el otro el hotel. Esaú pagó las comidas; las cuentas son de S/. 45, S/. 134, S/. 78, S/. 57, S/. 241, S/. 50 y S/. 33. Iván pagó el hotel: dejó S/. 600 a cuenta, pero le devolvieron S/. 200 porque se quedaron una noche menos de lo previsto. ¿Cuánto dinero le debe dar quién a quién para que los gastos queden repartidos equitativamente?				
Observaciones:				

……..……..……

PROF. VICTOR MANUEL CHIRA RAMIREZ
Docente Matemática – Nivel Secundaria
DNI Nº 02792978

Gracias por su colaboración.

ANEXO 1:

Valore en una escala de 1 a 4 el grado de relevancia que otorga a los ítems correspondientes de los problemas aritméticos simples con las cuatro operaciones básicas que se plantean a continuación. Señale con una cruz (X) su respuesta. Si considera necesario hacer alguna modificación o introducir otro(s) ítem(s), indíquelo en la casilla de observaciones.

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 1	1	2	3	4
		x		
1.Tengo S/.101 y quiero dar S/.15 de propina a cada uno de mis siete sobrinos, ¿cuánto dinero me falta?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 2	1	2	3	4
			x	
2. Se tiene una multiplicación de dos factores. Si se duplica uno de ellos y se triplica el otro, ¿en cuánto varía el producto inicial?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 3	1	2	3	4
		x		
3. El producto de dos números no positivos es 18 y su cociente es 2. ¿Cuál es la suma de estos números?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 4	1	2	3	4
			x	
4. Luego de multiplicar el triple de (-24) con la mitad de(-24), el producto es:				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 5	1	2	3	4
			x	
5. Tengo cierto número de pelotas para vender. Si las vendo a S/.17cada una, gano S/.12, pero si las vendiera a S/.15 cada uno perdería S/.6 en total. ¿Cuántas pelotas tengo para vender?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 6	1	2	3	4
			x	
6. Un profesor decide repartir caramelos entre todos los alumnos del aula y descubre que si le da siete caramelos a cada uno le sobrarían 20 caramelos, pero si le diera nueve caramelos a cada uno le faltarían diez caramelos. ¿Cuántos alumnos hay en el aula?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 7	1	2	3	4
			x	
7. En el problema anterior, ¿cuántos caramelos tiene el profesor?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 8	1	2	3	4
			x	
8. Si un comerciante vendiera a S/.11 cada calculadora que tiene, ganaría S/.60 en total, pero si decide venderlas a S/.6 cada una, pierde S/.20 en total. ¿Cuántas calculadoras tiene para vender?				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 9	1	2	3	4
				x
9. Marcela decidió gastar S/. 1 000 en ropa. Compró dos pares de zapatos de S/. 195 cada uno, tres faldas de S/. 79 cada uno, cuatro blusas de S/. 57 cada uno y un suéter de S/. 126. ¿Cuánto dinero le sobró?.				
Observaciones:				

3. Muy Bajo **2**. Bajo **3**. Alto. **4** Muy alto

Problema 10	1	2	3	4
				x
10. Iván y Esaú se fueron de viaje y acordaron que uno pagaba la comida y el otro el hotel. Esaú pagó las comidas; las cuentas son de S/. 45, S/. 134, S/. 78, S/.57, S/. 241, S/. 50 y S/. 33. Iván pagó el hotel: dejó S/. 600 a cuenta, pero le devolvieron S/. 200 porque se quedaron una noche menos de lo previsto. ¿Cuánto dinero le debe dar quién a quién para que los gastos queden repartidos equitativamente?				
Observaciones:				

……..……..

LIC. FRANCISCO SANTIAGO VALDIVIEZO RODRIGUEZ
Docente Matemática – Nivel Secundaria
DNI Nº 02804512

Gracias por su colaboración.

ANEXO 2

```
RELIABILITY
  /VARIABLES=PROBLEMA1 PROBLEMA2 PROBLEMA3 PROBLEMA4 PROBLEMA5
PROBLEMA6 PROBLEMA7 PROBLEMA8 PROBLEMA9 PROBLEMA10
  /SCALE('VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DEL CUESTIONARIO PARA LA
RESOLUCION DEPROBLEMAS ARITMETICOS SIMPLES TESIS: HERMANOS
BERMEO') ALL
  /MODEL=ALPHA.
```

Fiabilidad

Notas

Salida creada		27-MAR-2020 19:23:43
Comentarios		
Entrada	Conjunto de datos activo	ConjuntoDatos0
	Filtro	<ninguno>
	Ponderación	<ninguno>
	Segmentar archivo	<ninguno>
	N de filas en el archivo de datos de trabajo	39
	Entrada de matriz	
Manejo de valores perdidos	Definición de perdidos	Los valores perdidos definidos por el usuario se tratan como perdidos.
	Casos utilizados	Las estadísticas se basan en todos los casos con datos válidos para todas las variables en el procedimiento.

Sintaxis		RELIABILITY /VARIABLES=PROBLEMA1 PROBLEMA2 PROBLEMA3 PROBLEMA4 PROBLEMA5 PROBLEMA6 PROBLEMA7 PROBLEMA8 PROBLEMA9 PROBLEMA10 /SCALE (VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DEL CUESTIONARIO PARA 'RESOLUCION DEPROBLEMAS ARITMETICOS SIMPLES TESIS: HERMANOS BERMEO') ALL /MODEL=ALPHA.
Recursos	Tiempo de procesador	00:00:00.02
	Tiempo transcurrido	00:00:00.01

Escala: VALIDEZ Y CONFIABILIDAD DEL CUESTIONARIO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS SIMPLES TESIS: HERMANOS BERMEO

Resumen de procesamiento de casos

		N	%
Casos	Válido	39	100,0
	Excluido[a]	0	,0
	Total	39	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,775	10

ANEXO 3

```
RELIABILITY
  /VARIABLES=PROBLEMA1 PROBLEMA2 PROBLEMA3 PROBLEMA4 PROBLEMA5
PROBLEMA6 PROBLEMA7 PROBLEMA8 PROBLEMA9 PROBELMA10
  /SCALE('RESULTADO DE LA APLICACION DEL CUESTIONARIO PRUEBA
DIAGNOSTICA') ALL
  /MODEL=ALPHA.
```

Fiabilidad

Notas

Salida creada		29-MAR-2020 13:43:08
Comentarios		
Entrada	Conjunto de datos activo	ConjuntoDatos0
	Filtro	<ninguno>
	Ponderación	<ninguno>
	Segmentar archivo	<ninguno>
	N de filas en el archivo de datos de trabajo	39
	Entrada de matriz	
Manejo de valores perdidos	Definición de perdidos	Los valores perdidos definidos por el usuario se tratan como perdidos.
	Casos utilizados	Las estadísticas se basan en todos los casos con datos válidos para todas las variables en el procedimiento.
Sintaxis		RELIABILITY /VARIABLES=PROBLEMA1 PROBLEMA2 PROBLEMA3 PROBLEMA4 PROBLEMA5 PROBLEMA6 PROBLEMA7 PROBLEMA8 PROBLEMA9 PROBELMA10 /SCALE('RESULTADO DE LA APLICACION DEL CUESTIONARIO') ALL /MODEL=ALPHA.
Recursos	Tiempo de procesador	00:00:00.02
	Tiempo transcurrido	00:00:00.03

[ConjuntoDatos0]

Escala: RESULTADO DE LA APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO PRUEBA DIAGNÓSTICA TESIS HNOS BERMEO

Resumen de procesamiento de casos

		N	%
Casos	Válido	39	100,0
	Excluido[a]	0	,0
	Total	39	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

Estadísticas de fiabilidad

Alfa de Cronbach	N de elementos
,**791**	10

ANEXO 4

turnitin

Recibo digital

Este recibo confirma quesu trabajo ha sido recibido por . A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega:	Miguel Bermeo Garcia
Título del ejercicio:	tesis
Título de la entrega:	12 enero 2021
Nombre del archivo:	TESISI_HNOS_BERMEO.docx
Tamaño del archivo:	393.54K
Total páginas:	68
Total de palabras:	12,359
Total de caracteres:	66,358
Fecha de entrega:	12-ene-2021 07:44a.m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega:	1486277914


TESIS

TECNÓLOGO MÉDICO
R.N. 2157
ASESOR

ANEXO 5

12 enero 2021

por Miguel Bermeo Garcia

Fecha de entrega: 12-ene-2021 07:44a.m. (UTC-0500)
Identificador de la entrega: 1486277914
Nombre del archivo: TESISI_HNOS_BERMEO.docx (393.54K)
Total de palabras: 12359
Total de caracteres: 66358

12 enero 2021

INFORME DE ORIGINALIDAD

16%	14%	0%	4%
INDICE DE SIMILITUD	FUENTES DE INTERNET	PUBLICACIONES	TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	www.scribd.com Fuente de Internet	6%
2	fespinosap0400.wordpress.com Fuente de Internet	3%
3	repositorio.ucv.edu.pe Fuente de Internet	2%
4	Submitted to Universidad Cesar Vallejo Trabajo del estudiante	2%
5	Submitted to BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE PUEBLA BIBLIOTECA Trabajo del estudiante	1%
6	www.researchgate.net Fuente de Internet	1%
7	Submitted to Universidad Wiener Trabajo del estudiante	<1%
8	dokumen.site Fuente de Internet	<1%

9	educacion.gob.ec Fuente de Internet	<1%
10	www.usc.edu.co Fuente de Internet	<1%
11	Submitted to University of KwaZulu-Natal Trabajo del estudiante	<1%
12	Submitted to Universidad San Ignacio de Loyola Trabajo del estudiante	<1%
13	Submitted to Universidad Internacional de la Rioja Trabajo del estudiante	<1%
14	bcdavid.blogspot.com Fuente de Internet	<1%
15	www.revespcardiol.org Fuente de Internet	<1%
16	idoc.pub Fuente de Internet	<1%

Excluir citas	Activo
Excluir bibliografía	Activo

Excluir coincidencias